Was versteht man unter einer *Zielfunktion*?

aufgabenstellung
KOMOT::Optimierungsprobleme UUID

Die Funtktion $f : G \to \mathbb{R}$, die minimiert wird.

Was ist der *zulässiger Bereich* G ?

aufgabenstellung
KOMOT::Optimierungsprobleme UUID

Definitionsbereich der Zielfunktion. $G \subseteq \mathbb{R}^n$.

Was verstehen wir unter einer (globalen) Lösung einer OA Aufgabe.

aufgabenstellung
KOMOT::Optimierungsprobleme UUID

Ein $x^* \in G$ das die Zielfunktion minimiert.

aufgabenstellung
KOMOT::Optimierungsprobleme UUID

Was ist eine *lokale Lösung* x^* einer OA Aufgabe?

aufgabenstellung
KOMOT::Optimierungsprobleme UUID

$$f(x^*) \leq f(x) \quad \forall x \in G \cap U(x^*),$$

und es existiert so eine Umgebung von x^*.

Was ist eine *isolierte Lösung*?

aufgabenstellung
KOMOT::Optimierungsprobleme UUID

Es existiert eine Umgebung $U(x*)$, so dass $f(x^*) < f(x)$. Bzw. es gibt keine witeren lokalen Loßungen in der Umgebung.

Wie heißt $f_{\min} \coloneqq f(x^*)$?

aufgabenstellung
KOMOT::Optimierungsprobleme UUID

Optimalwert oder *Minimalwert*

aufgabenstellung
KOMOT::Optimierungsprobleme UUID

Eine Menge $G \subseteq \mathbb{R}^n$ heißt *konvex*, wenn ...

konvexitaet
KOMOT::Optimierungsprobleme UUID

$\forall_{x,y \in G}$ die Verebindungstrecke zwischen den Punkten auch in G liegt. Formel:

$$\lambda x + (1-\lambda) y \in G, \quad \forall (x,y,\lambda) \in (G \times G \times (0,1))$$

Sei G *konvex*. Eine Funktion $f : G \to \mathbb{R}$ heißt *konvex auf* G, wenn...

konvexitaet
KOMOT::Optimierungsprobleme UUID

$\forall (x,y,\lambda) \in (G \times G \times (0,1))$:

$$f(\lambda x + (1-\lambda) y \leq \lambda f(x) + (1-\lambda) f(y).$$

Wann ist eine Funktion *streng konvex* auf einer kompakten Menge G?

Wie bei normalen konvexität, aber mit $<$ statt $\leq$.

Sei G *konvex*. Eine Funktion $f : G \to \mathbb{R}$ heißt *gleichmäßig konvex auf* G, wenn...

$\exists \gamma > 0$, so dass $\forall (x, y, \lambda) \in (G \times G \times (0, 1))$:

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y) - \gamma\lambda(1 - \lambda)\|x - y\|^2$$

B offen G konvex und $G \subseteq B \subseteq \mathbb{R}^n$, $f : B \to \mathbb{R}$ diff'bar. f *konvex* g.d.w. ...

$\forall_{x,y \in G}$:

$$f(y) - f(x) \geq \nabla f(x)^\mathsf{T}(y - x)$$

.

B offen G konvex und $G \subseteq B \subseteq \mathbb{R}^n$, $f : B \to \mathbb{R}$ diff'bar. f *streng konvex* g.d.w. ...

$\forall_{x,y \in G}, x \neq y$:

$$f(y) - f(x) > \nabla f(x)^\mathsf{T}(y - x)$$

.

B offen G konvex und $G \subseteq B \subseteq \mathbb{R}^n$, $f : B \to \mathbb{R}$ diff'bar. f *gleichmäßig konvex* g.d.w. ...

$\exists \gamma > 0$, so dass $\forall_{x,y \in G}$:

$$f(y) - f(x) \geq \nabla f(x)^{\mathsf{T}}(y - x) + \gamma \|x - y\|^2$$

.