

Αναφορά: Μετρητές Morris και Βελτιστοποίηση Εκτίμησης Πλήθους

Εργαστήριο Αλγοριθμικών Τεχνικών

1 Εισαγωγή στους Μετρητές Morris

Οι μετρητές Morris αποτελούν μια καινοτόμο προσέγγιση για την εκτίμηση του πλήθους στοιχείων σε ροές δεδομένων με περιορισμένη μνήμη. Βασικό χαρακτηριστικό τους είναι η χρήση μιας στοχαστικής μεθόδου για την καταμέτρηση, όπου η πιθανότητα αύξησης του μετρητή μειώνεται εκθετικά.

1.1 Βασική Υλοποίηση Μετρητή Morris

Ο κλασικός μετρητής Morris ορίζεται από τον ακόλουθο ψευδοκώδικα:

```
// Initialize counter
integer C = 0

// Insert element
void insert() {
    // Increment with decreasing probability
    C <- C+1, with probability  $1/2^C$ 
}

// Estimate count
integer query() {
    return  $2^C - 1$ 
}
```

Listing 1: Basic Morris Counter Algorithm

Βασικά χαρακτηριστικά:

- Χαμηλή απαίτηση μνήμης (περίπου 4-5 βίτες για $n = 1.000.000$)
- Στοχαστική προσέγγιση εκτίμησης
- Μη γραμμική συμπεριφορά αύξησης μετρητή

1.2 Βελτιστοποιημένος Μετρητής Μορρις

Προτείνουμε δύο βελτιστοποιήσεις στον βασικό αλγόριθμο:

1. **Πολλαπλοί Μετρητές:** Χρήση 5 ανεξάρτητων μεταβλητών ^α
 - Μέθοδος Μέσου Όρου: $(2^{C_1} + 2^{C_2} + \dots + 2^{C_5} - 5)/5$
 - Μέθοδος Διαμέσου: Υπολογισμός διαμέσου των $2^{C_i} - 1$
2. **Παραμετροποίηση με α :** Αντί για σταθερή βάση 2, χρησιμοποιήσαμε $1 \leq \alpha \leq 2$
 - Εκτίμηση: $\frac{1}{\alpha-1}(\alpha^C - 1)$
 - Βέλτιστο $\alpha \approx 1.14$ για 8 βίτες και $n = 1.000.000$

2 Αποτελέσματα και Ανάλυση

2.1 Σύγκριση Μεθόδων

Κύρια συμπεράσματα:

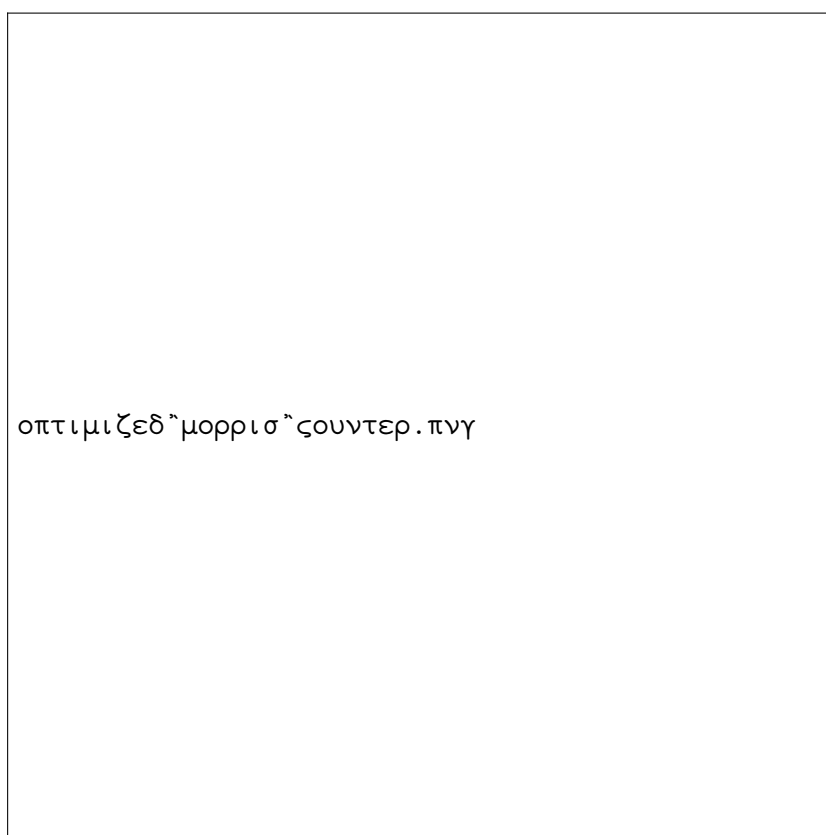
- Το βέλτιστο α μειώνει το σχετικό σφάλμα εκτίμησης
- Μέσος όρος και διάμεσος παρέχουν σταθερότερες εκτιμήσεις
- Η μέθοδος διαμέσου είναι ανθεκτικότερη σε ακραίες τιμές

3 Συμπεράσματα

Οι μετρητές Μορρις προσφέρουν:

- Πολύ χαμηλή κατανάλωση μνήμης
- Δυνατότητα εκτίμησης μεγάλων συνόλων
- Ευελιξία μέσω παραμετροποίησης

Προτάσεις για περαιτέρω έρευνα περιλαμβάνουν τη διερεύνηση προσαρμοστικών μεθόδων επιλογής παραμέτρων και σύγκριση με άλλες τεχνικές προσέγγισης πλήθους.



Σχήμα 1: Εκτίμηση πλήθους με βελτιστοποιημένο μετρητή Μορρις ($\alpha = 1.14$)