

# Υπολογιστικά Μαθηματικά 2021–2022

Πάυλος Ορφανίδης      Γιώργος Χατζηλίγος  
Σπύρος Κοντάκης

10 Ιανουαρίου 2022

## Περιεχόμενα

<b>1 Πρόβλημα 1</b>	<b>1</b>
1.1 Να βρεθούν οι τύποι για την επίλυση του Π.Α.Τ με την Μέθοδο του <i>Euler</i> και την βελτιωμένη μέθοδο του <i>Euler</i> με τις παρακάτω τιμές για τις εισόδους και τις αρχικές συνθήκες . . . . .	1
1.2 ερώτημα γ: Μέθοδος <i>Euler</i> . . . . .	2
1.2.1 Δεδομένα: . . . . .	2

## Γενικά δεδομένα

$$AM = 4835 \quad (1)$$

$$ms'' = (f_1 + f_2) - b_s |s'|s' \quad (2)$$

$$I_z \omega' = \frac{d}{2}(f_2 - f_1) - b_\theta |\omega|\omega \quad (3)$$

$$s(0) = s_0 \quad (4)$$

$$s'(0) = 0, \quad \omega(0) = 0 \quad (5)$$

$$m = 9kg$$

$$d = 1m$$

$$I_z = 0.38kgm^2$$

## 1 Πρόβλημα 1

- 1.1 Να βρεθούν οι τύποι για την επίλυση του Π.Α.Τ με την Μέθοδο του *Euler* και την βελτιωμένη μέθοδο του *Euler* με τις παρακάτω τιμές για τις εισόδους και τις αρχικές συνθήκες

*Euler*  $s'$

Έχουμε από τα δεδομένα ότι:

$$s'' = f'(t, s') = (f_1 + f_2) - b_s |s'|s' \quad (6)$$

$$s' = f(t, s) \quad (7)$$

$$[f_1, f_2]^T = [A.M./7000, A.M./7000]^T$$

$$[f_1, f_2]^T = [A.M./7000, A.M./8000]^T$$

$$s_0 = A.M./1000$$

$$\theta_0 = 0$$

Εφαρμόζουμε την μέθοδο *Euler*:

$$\begin{array}{ll} t_n = t_0 + nh & s'_{n+1} = s'_n + hf'(t, s')_n \\ \text{το οποίο σημαίνει ότι:} & s'_1 = s'_0 + hs''_0 \\ t_1 = t_0 + 1h & s'_2 = s'_1 + hs''_1 \\ t_2 = t_0 + 2h & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ t_n = t_0 + nh & \end{array}$$

**Βελτιωμένη μέθοδος *Euler s'***

Εφαρμόζουμε την βελτιωμένη μέθοδο *Euler*:

$$\begin{array}{ll} t_n = t_0 + nh & s'_{n+1} = s'_n + \frac{h}{2}[f'(t_n, s'_n) + f'(t_n + h, s'_n + hf'(t_n, s'_n))] \\ \text{το οποίο σημαίνει ότι:} & \\ t_1 = t_0 + 1h & s'_n + \frac{h}{2}[\frac{f_1+f_2-b_s|s'_n|s'}{m} + \frac{f_1+f_2}{m} - \frac{|s'_n+h\frac{f_1+f_2-b_s|s'_n|s'}{m}|}{m} | \frac{(s'_n+h\frac{f_1+f_2-b_s|s'_n|s'}{m})}{m}] \\ t_2 = t_0 + 2h & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ t_n = t_0 + nh & \end{array}$$

**Βελτιωμένη μέθοδος *Euler s***

Εφαρμόζουμε την βελτιωμένη μέθοδο *Euler*:

$$\begin{array}{ll} t_n = t_0 + nh & s_{n+1} = s_n + hf(t, s)_n \\ \text{το οποίο σημαίνει ότι:} & \\ t_1 = t_0 + 1h & s_{n+1} = s_n + hs'_n \\ t_2 = t_0 + 2h & s_1 = s_0 + hs'_0 \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ t_n = t_0 + nh & \end{array}$$

## 1.2 ερώτημα γ: Μέθοδος *Euler*

### 1.2.1 Δεδομένα:

$$f_1 + f_2 = Kps(sdes - s) - Kds(s') \quad (8)$$

$$K_{ps} = 5 \quad (9)$$

$$K_{ds} = 15 + (AM/100) \quad (10)$$

$$S_0 = 0 \quad (11)$$

$$S_{des} = AM/200 \quad (12)$$

Μεταφορική Κίνηση

Άρα, για την συνάρτηση  $\sigma(\tau)$  έχουμε:

$$\begin{aligned} \tau_n &= \tau_0 + n\eta \quad \sigma_{n+1} = \sigma_n + \eta\zeta'_n \\ \tau_1 &= \tau_0 + 1\eta \quad \sigma_1 = \sigma_0 + \eta\zeta'_0 \quad \tau_2 = \tau_0 + 2\eta \quad \sigma_2 = \sigma_1 + \eta\zeta'_1 \dots \dots \dots \tau_{30.000} \\ &= \tau_0 + 30.000\eta \quad \sigma_{30.000} = \sigma_{29.999} + \eta\zeta'_{29.999} \end{aligned}$$

Για την συνάρτηση  $\zeta'(\tau)$ :

$$\Sigma'' = K\pi\sigma(\sigma\delta\epsilon\varsigma - \varsigma) - K\delta\sigma(\varsigma') - \beta\sigma\varsigma'\varsigma'$$

Άρα, προκύπτει:

$$\begin{aligned} \tau_n &= \tau_0 + n\eta \quad \zeta'_{n+1} = \zeta'_n + \eta\zeta''_n \\ \tau_1 &= \tau_0 + 1\eta \quad \zeta'_1 = \zeta'_0 + \eta\zeta''_0 \quad \tau_2 = \tau_0 + 2\eta \quad \sigma_2 = \zeta'_1 + \eta\zeta''_1 \dots \dots \dots \\ \tau_{30.000} &= \tau_0 + 30.000\eta \quad \sigma_{30.000} = \sigma_{29.999} + \eta\zeta''_{29.999} \end{aligned}$$