Υπολογιστικά Μαθηματικά 2021–2022

Παύλος Ορφανίδης Γιώργος Χατζηλίγος
Σπύρος Κοντάκης

10 Ιανουαρίου 2022

Περιεχόμενα

1 Πρόβλημα 1 **2**
1.1 Να βρεθούν οι τύποι για την επίλυση του Π.$A.T$ με την Μέθοδο του *Euler* και την βελτιωμένη μέθοδο του *Euler* με τις παρακάτω τιμές για τις εισόδους και τις αρχικές συνθήκες . . . 2
1.2 Ερώτημα γ: Μέθοδος *Euler* . . . 3
1.2.1 Δεδομένα: . . . 3
1.3 Μεταφορική Κίνηση . . . 3
1.4 Πρόβλημα 1γ: Βελτιωμένη Μέθοδος Ευλερ . . . 4
1.4.1 Δεδομένα . . . 4
1.4.2 Μεταφορική Κίνηση . . . 4

Γενικά δεδομένα

$$AM = 4835 \tag{1}$$

$$ms'' = (f_1 + f_2) - b_s|s'|s' \tag{2}$$

$$I_z\omega' = \frac{d}{2}(f_2 - f_1) - b_\theta|\omega|\omega \tag{3}$$

$$s(0) = s_0 \tag{4}$$

$$s'(0) = 0, \quad \omega(0) = 0 \tag{5}$$

$$m = 9kg$$

$$d = 1m$$

$$I_z = 0.38kgm^2$$

1 Πρόβλημα 1

1.1 Να βρεθούν οι τύποι για την επίλυση του $\Pi.A.T$ με την Μέθοδο του *Euler* και την βελτιωμένη μέθοδο του *Euler* με τις παρακάτω τιμές για τις εισόδους και τις αρχικές συνθήκες

Euler s'

Έχουμε από τα δεδομένα ότι:

$$s'' = f'(t, s') = (f1 + f2) - bs|s'|s' \tag{6}$$

$$s' = f(t, s) \tag{7}$$

$$[f_1, f_2]^T = [A.M./7000, A.M./7000]^T$$

$$[f_1, f_2]^T = [A.M./7000, A.M./8000]^T$$

$$s_0 = A.M./1000$$

$$\theta_0 = 0$$

Εφαρμόζουμε την μέθοδο *Euler*:

$t_n = t_0 + nh$	$s'_{n+1} = s'_n + hf'(t, s')_n$
το οποίο σημαίνει ότι:	$s'_1 = s'_0 + hs''_0$
$t_1 = t_0 + 1h$	$s'_2 = s'_1 + hs''_1$
$t_2 = t_0 + 2h$	.
.	.
.	.
.	
$t_n = t_0 + nh$	

Βελτιωμένη μέθοδος *Euler* s'

	Εφαρμόζουμε την βελτιωμένη μέθοδο *Euler*:
$t_n = t_0 + nh$	$s'_{n+1} = s'_n + \frac{h}{2}[f'(t_n, s'_n) + f'(t_n + h, s'_n + hf'(t_n, s'_n))]$
το οποίο σημαίνει ότι:	
$t_1 = t_0 + 1h$	$s'_n + \frac{h}{2}[\frac{f_1+f_2-b_s\|s'_n\|s'}{m} + \frac{f_1+f_2}{m} - \frac{\|s'_n+h\frac{f_1+f_2-b_s\|s'_n\|s'}{m}\|}{m}\frac{(s'_n+h\frac{f_1+f_2-b_s\|s'_n\|s'}{m})}{m}]$
$t_2 = t_0 + 2h$	
.	
.	
.	
$t_n = t_0 + nh$	

Βελτιωμένη μέθοδος *Euler s*

Εφαρμόζουμε την βελτιωμένη μέθοδο *Euler*:
$t_n = t_0 + nh$ $\quad s_{n+1} = s_n + hf(t,s)n$
το οποίο σημαίνει ότι:
$t_1 = t_0 + 1h$ $\quad s_{n+1} = s_n + hs'_n$
$t_2 = t_0 + 2h$ $\quad s_1 = s_0 + hs'_0$
.
.
.
$t_n = t_0 + nh$

1.2 Ερώτημα γ: Μέθοδος *Euler*

1.2.1 Δεδομένα:

$$f_1 + f_2 = Kps(sdes - s) - Kds(s')$$

$$K_{ps} = 5$$

$$K_{ds} = 15 + (AM/100)$$

$$S_0 = 0$$

$$S_{des} = AM/200$$

1.3 Μεταφορική Κίνηση

$$s' = -[[(f_1 + f_2) - Kps(s_{des} - s)]/K_{ds}] = f(t,s)$$

Άρα, για την συνάρτηση $s(t)$ έχουμε:
$t_n = t_0 + nh$ $\quad s_{n+1} = s_n + hs'_n$
$t_1 = t_0 + 1h$ $\quad s_1 = s_0 + hs'_0$
$t_2 = t_0 + 2h$ $\quad s_2 = s_1 + hs'_1$
.
.
.
$t_{30.000} = t_0 + 30.000h$ $\quad s30.000 = s29.999 + hs'29.999$
Για την συνάρτηση $s'(t)$:
$$S'' = K_{ps}(s_{des} - s) - K_{ds}(s') - b_s|s'|s'$$
Άρα, προκύπτει:
$t_n = t_0 + nh$ $\quad s'_{n+1} = s''_n + hs''_n$
$t_1 = t_0 + 1h$ $\quad s'_1 = s'_0 + hs''_0$
$t_2 = t_0 + 2h$ $\quad s_2 = s'_1 + hs''_1$
.
.
.
$t_{30.000} = t_0 + 30.000h$ $\quad s_{30.000} = s_{29.999} + hs''29.999$

1.4 Πρόβλημα 1γ: Βελτιωμένη Μέθοδος Ευλερ

1.4.1 Δεδομένα

$$f_1 + f_2 = K_{ps}(s_{des} - s) - K_{ds}(s')$$

$$K_{ps} = 5$$

$$K_{ds} = 15 + (AM/100)$$

$$S_0 = 0$$

$$S_{des} = AM/200$$

1.4.2 Μεταφορική Κίνηση

Για την σ(τ):

τν = τ0 + νη σν+1 = σν + ης'ν

τ1 = τ0 + 1η σ1 = σ0 + ης'0 τ2 = τ0 + 2η σ2 = σ1 + ης'1 . . . . . . τ30.000 = τ0 + 30.000η σ30.000 = σ29.999 + ης'29.999

σν+1 = σν + (η/2) * [φ (τν, σν) + φ (τν + η, σν + η (φ (τν,σν »] = σν + (η/2) * [φ (τν, σν) + [- (τ1 + τ2) – Κπς (σδες – (σν + η([- (φ1 + φ2) - Κπς* * (σδες – σν)]/ μ»],Κδς

Για τη ς'(τ): ς'ν+1 = ς'ν + (η/2) * [φ'(τν, σν) + φ (τν + η, ς'ν + η (φ' (τν,σν »]]

Οπότε, Σ'ν + (η/2) * [φ' (τν, σν) + [[(φ1 + φ2) – βς (ς'ν + η , (φ1 + φ2) – βσ,ς'ν ,ς'ν] / μ , [Σ'ν + η (φ1 + φ2) - βς ,ς'ν,ς'ν] / μ , μ