

Υπολογιστικά Μαθηματικά 2021–2022

Πάυλος Ορφανίδης Γιώργος Χατζηλίγος
Σπύρος Κοντάκης

10 Ιανουαρίου 2022

Περιεχόμενα

1 Πρόβλημα 1	1
1.1 Να βρεθούν οι τύποι για την επίλυση του Π.Α.Τ με την Μέθοδο του <i>Euler</i> και την βελτιωμένη μέθοδο του <i>Euler</i> με τις παρακάτω τιμές για τις εισόδους και τις αρχικές συνθήκες	1
1.2 ερώτημα γ: Μέθοδος <i>Euler</i>	2
1.2.1 Δεδομένα:	2
1.3 Μεταφορική Κίνηση	3

Γενικά δεδομένα

$$AM = 4835 \quad (1)$$

$$ms'' = (f_1 + f_2) - b_s |s'|s' \quad (2)$$

$$I_z \omega' = \frac{d}{2}(f_2 - f_1) - b_\theta |\omega|\omega \quad (3)$$

$$s(0) = s_0 \quad (4)$$

$$s'(0) = 0, \quad \omega(0) = 0 \quad (5)$$

$$m = 9kg$$

$$d = 1m$$

$$I_z = 0.38kgm^2$$

1 Πρόβλημα 1

- 1.1 Να βρεθούν οι τύποι για την επίλυση του Π.Α.Τ με την Μέθοδο του *Euler* και την βελτιωμένη μέθοδο του *Euler* με τις παρακάτω τιμές για τις εισόδους και τις αρχικές συνθήκες

Euler s'

Έχουμε από τα δεδομένα ότι:

$$s'' = f'(t, s') = (f_1 + f_2) - b_s |s'|s' \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
s' &= f(t, s) \\
[f_1, f_2]^T &= [A.M./7000, A.M./7000]^T \\
[f_1, f_2]^T &= [A.M./7000, A.M./8000]^T \\
s_0 &= A.M./1000 \\
\theta_0 &= 0
\end{aligned} \tag{7}$$

Εφαρμόζουμε την μέθοδο *Euler*:

$$\begin{aligned}
t_n &= t_0 + nh & s'_{n+1} &= s'_n + hf'(t, s')_n \\
\text{το οποίο σημαίνει ότι:} & & s'_1 &= s'_0 + hs''_0 \\
t_1 &= t_0 + 1h & s'_2 &= s'_1 + hs''_1 \\
t_2 &= t_0 + 2h & & \cdot \\
& \cdot & & \cdot \\
& \cdot & & \cdot \\
& \cdot & & \cdot \\
t_n &= t_0 + nh
\end{aligned}$$

Βελτιωμένη μέθοδος *Euler s'*

Εφαρμόζουμε την βελτιωμένη μέθοδο *Euler*:

$$\begin{aligned}
t_n &= t_0 + nh & s'_{n+1} &= s'_n + \frac{h}{2}[f'(t_n, s'_n) + f'(t_n + h, s'_n + hf'(t_n, s'_n))] \\
\text{το οποίο σημαίνει ότι:} & & & \\
t_1 &= t_0 + 1h & s'_n &+ \frac{h}{2} \left[\frac{f_1+f_2-b_s|s'_n|s'}{m} + \frac{f_1+f_2}{m} - \frac{|s'_n+h\frac{f_1+f_2-b_s|s'_n|s'}{m}|}{m} (s'_n+h\frac{f_1+f_2-b_s|s'_n|s'}{m}) \right] \\
t_2 &= t_0 + 2h & & \\
& \cdot & & \\
& \cdot & & \\
& \cdot & & \\
& \cdot & & \\
t_n &= t_0 + nh
\end{aligned}$$

Βελτιωμένη μέθοδος *Euler s*

Εφαρμόζουμε την βελτιωμένη μέθοδο *Euler*:

$$\begin{aligned}
t_n &= t_0 + nh & s_{n+1} &= s_n + hf(t, s)_n \\
\text{το οποίο σημαίνει ότι:} & & & \\
t_1 &= t_0 + 1h & s_{n+1} &= s_n + hs'_n \\
t_2 &= t_0 + 2h & s_1 &= s_0 + hs'_0 \\
& \cdot & & \\
& \cdot & & \\
& \cdot & & \\
& \cdot & & \\
t_n &= t_0 + nh
\end{aligned}$$

1.2 ερώτημα γ: Μέθοδος *Euler*

1.2.1 Δεδομένα:

$$f_1 + f_2 = Kps(sdes - s) - Kds(s') \tag{8}$$

$$K_{ps} = 5 \tag{9}$$

$$K_{ds} = 15 + (AM/100) \tag{10}$$

$$S_0 = 0 \tag{11}$$

$$S_{des} = AM/200 \tag{12}$$

1.3 Μεταφορική Κίνηση

$$s' = -[(f_1 + f_2) - Kps(s_{des} - s)]/K_{ds} = f(t, s)$$

Άρα, για την συνάρτηση $s(t)$ έχουμε:

$$\begin{array}{ll} t_n = t_0 + nh & s_{n+1} = s_n + hs'_n \\ t_1 = t_0 + 1h & s_1 = s_0 + hs'_0 \\ t_2 = t_0 + 2h & s_2 = s_1 + hs'_1 \end{array}$$

.

.

.

$$t_{30.000} = t_0 + 30.000h \quad s_{30.000} = s_{29.999} + hs'_{29.999}$$

Για την συνάρτηση $s'(t)$:

$$S'' = K_{ps}(s_{des} - s) - K_{ds}(s') - b_s|s'|s'$$

Άρα, προκύπτει:

$$\begin{array}{ll} t_n = t_0 + nh & s'_{n+1} = s'_n + hs''_n \\ t_1 = t_0 + 1h & s'_1 = s'_0 + hs''_0 \\ t_2 = t_0 + 2h & s'_2 = s'_1 + hs''_1 \end{array}$$

.

.

.

$$t_{30.000} = t_0 + 30.000h \quad s'_{30.000} = s'_{29.999} + hs''_{29.999}$$