

Υπολογιστικά Μαθηματικά 2021–2022

Πάυλος Ορφανίδης Γιώργος Χατζηλίγος
Σπύρος Κοντάκης

9 Ιανουαρίου 2022

Περιεχόμενα

| | | |
|-----|---|---|
| 1 | Πρόβλημα 1 | 1 |
| 1.1 | Να βρεθούν οι τύποι για την επίλυση του Π.Α.Τ με την Μέθοδο του <i>Euler</i> και την βελτιωμένη μέθοδο του <i>Euler</i> με τις παρακάτω τιμές για τις εισόδους και τις αρχικές συνθήκες | 1 |
| 1.2 | ερώτημα γ: Μέθοδος <i>Euler</i> | 3 |

Γενικά δεδομένα

$$AM = 4835 \quad (1)$$

$$ms'' = (f_1 + f_2) - b_s |s'|s' \quad (2)$$

$$I_z \omega' = \frac{d}{2}(f_2 - f_1) - b_\theta |\omega|\omega \quad (3)$$

$$s(0) = s_0 \quad (4)$$

$$s'(0) = 0, \quad \omega(0) = 0 \quad (5)$$

$$m = 9kg$$

$$d = 1m$$

$$I_z = 0.38kgm^2$$

1 Πρόβλημα 1

- 1.1 Να βρεθούν οι τύποι για την επίλυση του Π.Α.Τ με την Μέθοδο του *Euler* και την βελτιωμένη μέθοδο του *Euler* με τις παρακάτω τιμές για τις εισόδους και τις αρχικές συνθήκες

Euler s'

Έχουμε από τα δεδομένα ότι:

$$s'' = f'(t, s') = (f_1 + f_2) - b_s |s'|s' \quad (6)$$

$$s' = f(t, s) \quad (7)$$

$$[f_1, f_2]^T = [A.M./7000, A.M./7000]^T$$

$$[f_1, f_2]^T = [A.M./7000, A.M./8000]^T$$

$$s_0 = A.M./1000$$

$$\theta_0 = 0$$

Εφαρμόζουμε την μέθοδο *Euler*:

$$\begin{array}{ll} t_n = t_0 + nh & s'_{n+1} = s'_n + hf'(t, s')_n \\ \text{το οποίο σημαίνει ότι:} & s'_1 = s'_0 + hs''_0 \\ t_1 = t_0 + 1h & s'_2 = s'_1 + hs''_1 \\ t_2 = t_0 + 2h & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ t_n = t_0 + nh & \end{array}$$

Βελτιωμένη μέθοδος *Euler s'*

Εφαρμόζουμε την βελτιωμένη μέθοδο *Euler*:

$$t_n = t_0 + nh$$

το οποίο σημαίνει ότι:

$$t_1 = t_0 + 1h$$

$$t_2 = t_0 + 2h$$

·

·

·

$$t_n = t_0 + nh$$

$$s'_{n+1} = s'_n + \frac{h}{2}[f'(t_n, s'_n) + f'(t_n + h, s'_n + hf'(t_n, s'_n))]$$

Άρα

$$s'_n + \frac{h}{2} \left[\frac{f_1 + f_2 - b_s |s'_n| s'}{m} + \frac{f_1 + f_2}{m} - \frac{|s'_n + h \frac{f_1 + f_2 - b_s |s'_n| s'}{m}|}{m} \frac{(s'_n + h \frac{f_1 + f_2 - b_s |s'_n| s'}{m})}{m} \right]$$

Βελτιωμένη μέθοδος *Euler s*

Εφαρμόζουμε την βελτιωμένη μέθοδο *Euler*:

$$t_n = t_0 + nh$$

το οποίο σημαίνει ότι:

$$t_1 = t_0 + 1h$$

$$t_2 = t_0 + 2h$$

.

.

.

$$t_n = t_0 + nh$$

$$s_{n+1} = s_n + hf(t, s)n$$

το οποίο σημαίνει ότι:

$$s_{n+1} = s_n + hs'_n$$

$$s_1 = s_0 + hs'_0$$

1.2 ερώτημα γ: Μέθοδος *Euler*

Δεδομένα:

$$f_1 + f_2 = Kps(s_{des} - s) - Kds(s') \quad (8)$$

$$K_{ps} = 5 \quad (9)$$

$$K_{ds} = 15 + (AM/100) \quad (10)$$

$$S_0 = 0 \quad (11)$$

$$S_{des} = AM/200 \quad (12)$$

Μεταφορική Κίνηση

Άρα, για την συνάρτηση $\sigma(\tau)$ έχουμε:

$$\tau_n = \tau_0 + n\eta \quad \sigma_{n+1} = \sigma_n + \eta \zeta'_n$$

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \tau_0 + 1\eta \quad \sigma_1 = \sigma_0 + \eta \zeta'_0 \quad \tau_2 = \tau_0 + 2\eta \quad \sigma_2 = \sigma_1 + \eta \zeta'_1 \dots \dots \dots \tau_{30.000} \\ &= \tau_0 + 30.000\eta \quad \sigma_{30.000} = \sigma_{29.999} + \eta \zeta'_{29.999} \end{aligned}$$

Για την συνάρτηση $\zeta'(\tau)$:

$$\Sigma'' = K\pi\sigma(\sigma_{des} - \zeta) - K\delta\sigma(\zeta') - \beta\sigma\zeta'_\zeta'$$

Άρα, προκύπτει:

$$\tau_n = \tau_0 + n\eta \quad \zeta'_{n+1} = \zeta'_n + \eta \Sigma''_n$$

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \tau_0 + 1\eta \quad \zeta'_1 = \zeta'_0 + \eta \Sigma''_0 \quad \tau_2 = \tau_0 + 2\eta \quad \sigma_2 = \zeta'_1 + \eta \Sigma''_1 \dots \dots \dots \\ \tau_{30.000} &= \tau_0 + 30.000\eta \quad \sigma_{30.000} = \sigma_{29.999} + \eta \Sigma''_{29.999} \end{aligned}$$