Biggest Maths-3 Buzz Now or Never Offer !

Inspiring the Future

Fulfilling aspirations, raising barriers,surpassing Expectations

ધ્રુવીલ બોરડ : ૯૬૮૭૦ ૦૫૫૭૫

# શ્રીનાથજી એન્જીનીયરીંગ ઝોન

**All Sem All Branch Addmission Open**

## For All Engineering Mathematics

**Diploma & Deegree Engineering**

Maths-1 ( CALCULUS )

Maths-2 Maths -4

## Maths-3

**Understand Concepts Enjoy Learning**

Enjoy learning Of Easy Mathmetics By Highly Quality Faculties

## CRASH COURSE 100% RESULT

Maths-3 ના આગાઉ Crash Course માં ખુબજ સારો Response બદલ આપ સૌનો ખુબ આભાર.તમામ સ્ટુડન્ટસ ને આપેલ Question Bank માંથી 45-50 Marks નુ GTU માં Questions બદલ્યા વગર પુછાતા શ્રીનાથજી એન્જીનીયરીંગ ઝોન પ્રત્યે સ્ટુડન્ટસ ઓ એ ખુબ સારો વિશ્વાસ વ્યકત કર્યો છે.

**2 Hours NONSTOP MATHS-3 FOR Perfect Results**

**Resgistration Contact : 96870 05575**

**Crash Course Available At New Ranip**

Branch-1 F.F-30 Aryavilla Residency,Anand Partyplot, G.S.T Crossing Road.New Ranip.Ahmedabad

Branch-2 A/21 Krushnanagar Soc.Indiacolony Road, Bapunagar , Ahmedabad

**100 % Result !! Attention !! Grab Your Good Result Now**

Crash Course Special 100% Results

*Highest Results in GTU 2017-18 & Exclusive IMP By Proff,D.G BORAD*
*Last Two Years 1000 % Results Proven With Over 300+ Students Clear Maths*
*After Join SHREENATHJI ENGINEERING ZONE & Witness Most Successful Engineering Class*

Once again See the Power of Dhruvil Borad
40-45 marks example asked in Maths - 3
IMP Given by Dhruvil Borad..
SUCCESS
Imp posted in @Ametogtuvada
@Gujju_comedy
@anokhogujju
More then 1500 students save the post
Wich is Given By Dhruvil Borad..
For All Engineering Tution
Shreenathji Education
DhruvilBorad( 9687005576 )
BRANCH 1
NEW RANI
BRANCH 2
INDIA COLON
BRANCH 2
AANAND
Thanks all the students Trust on Shreenathji Education.
Wish You all Bright future Ahead...
More then 500 students send DM Dhruvil Borad on Instagram.
Wish you all Best results in your exam..
Thanks for Trust on us...
Thanks for being a part of
Shreenathji Education
Feel proud to help future Engineer...
Thank You

# * Fourier series *

DATE / / PAGE

(1) $\frac{d}{dx} x^n = n x^{n-1}$

$\because \frac{d}{dx} x^4 = 4x^3$

$\because \frac{d}{dx} x^2 = 2x$

$\because \frac{d}{dx} x^3 = 3x^2$

(2) $\frac{d}{dx} 2x = 2$

$\because \frac{d}{dx} x = 1$

(3) $\frac{d}{dx} 3x = 3$

(4) $\frac{d}{dx} 1/x = -1/x^2$

(5) $\frac{d}{dx} k = 0$

(6) $\frac{d}{dx} 3 = 0$

$\because \frac{d}{dx} 2017 = 0$

— * — * — * — * — * —

(1) $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

$\because \int x^2 \, dx = \frac{x^3}{3}$

$\because \int (\pi - x) \, dx = \frac{(\pi - x)^2}{(-1)2}$

$\because \int x^4\,dx = \frac{x^5}{5}$

$\because \int x\,dx = \frac{x^2}{2}$

$\int 2\,dx = 2x$

$\int 1\,dx = x$

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{d}{dx}\sin x &= \cos x \\ \frac{d}{dx}\cos x &= -\sin x \\ \int \sin x\,dx &= -\cos x \\ \int \cos x\,dx &= \sin x \end{aligned}}$$

$\because \int \sin 2x\,dx = \frac{-\cos 2x}{2}$

$\because \int \cos 2x\,dx = \frac{\sin 2x}{2}$

$\because \frac{d}{dx}\sin 2x = \cos 2x \cdot 2$

$\because \frac{d}{dx}\cos 3x = -\sin 3x \cdot 3$

Scanned by CamScanner

common :: સૂત્રો :-

$$\rightarrow f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right)$$

- where,

$$a_0 = \frac{1}{l}\int f(x)\,dx$$

$$a_n = \frac{1}{l}\int f(x)\cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right)dx$$

$$b_n = \frac{1}{l}\int f(x)\sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right)dx$$

$$l = \frac{\text{last limit} - \text{First limit}}{2}$$

- u અને v વાળા ગુણાકારમાં હંમેશા cos અને sin વાળા પદને v ધારી લેવું.

$$\left.\begin{array}{l} \sin 0 \\ \sin n\pi \\ \sin 2n\pi \\ \sin (n+1)\pi \\ \sin (n-1)\pi \end{array}\right\} = 0$$

$\cos 0 = 1$

$\cos n\pi = (-1)^n$

$\cos 2n\pi = 1$

$\cos (n+1)\pi = -(-1)^n$

$\cos (n-1)\pi = -(-1)^n$

$\cos \pi = -1$

$$\left.\begin{array}{l} \cos 2\pi \\ 4\pi \\ 6\pi \end{array}\right\} = 1$$

$$\left.\begin{array}{l} \cos 3\pi \\ 5\pi \\ 7\pi \end{array}\right\} = -1$$

# even, odd નાં સૂત્ર

(*) $-\pi < x < \pi$ અથવા $-3 < x < 3$ લિમિટ હોય ત્યારે even, odd check કરવું.

| even | odd |
|---|---|
| ↓ | ↓ |
| $a_0, a_n$ | $b_n$ |
| $\boxed{b_n = 0}$ | $\boxed{a_0, a_n = 0}$ |

even $= x^2, x^4, x^6, x^8, \ldots\ldots, \cos, |x|$

odd $= x, x^3, x^5, x^7, \ldots\ldots, \sin$

નોંધ :- even = માઈનસ (−) ની અસર ના થાય.

odd = માઈનસ (−) ની અસર થાય.

- ઉપર જણાવેલ માહિતી દાખલાની રીત નક્કી કરવા માટે પરંતુ દાખલામાં જ્યારે $a_n$, $b_n$ શોધતી વખતે ૫, ૭ પદ આવે તેમાં પણ even, odd check કરવું પડે. જે નીચેના સૂત્ર દ્વારા કરવું.

| | |
|---|---|
| odd × even = odd | e.g :- $f(x) =$ |
| even × odd = odd | $x \cdot \sin x$ |
| even × even = even | ↓ ↓ |
| odd × odd = even | odd × odd = even |

- જ્યારે પદ even, odd check કરીએ અને જો even આવે તો લિમિટ change થશે. તેમાં $\int_{-\pi}^{\pi}$ ની લિમિટની જગ્યાએ $2\int_{0}^{\pi}$ ની લિમિટ આવશે.

* — * — * — * — * — * — * — *

## $e^{x}$, $e^{-x}$ વાળાં દાખલાનાં સૂત્રો

- આવા દાખલામાં $a_0$ શોધતી વખતે ઈન્ટીગ્રેશન કરવાનું આવે તો નીચેના સૂત્ર વાપરવા.

$$\int e^{x}\,dx = e^{x}$$

$$\int e^{2x}\,dx = \frac{e^{2x}}{2}$$

$$\int e^{3x}\,dx = \frac{e^{3x}}{3}$$

$$\int e^{-2x}\,dx = \frac{e^{-2x}}{2}$$

- આવા દાખલામાં $a_n$ અને $b_n$ શોધતી વખતે u.v પદ આવે ત્યારે નીચેના સૂત્ર વાપરવા.

$$\int e^{ax} \cos bx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}\left[a \cos bx + b \sin bx\right]$$

$$\int e^{ax} \sin bx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}\left[a \sin bx - b \cos bx\right]$$

e.g. :- $e^{3x} \cdot \cos nx$

$e^{ax} \cdot \cos bx$

$\boxed{a=3}$ $\boxed{b=n}$

— * — * — * — * — * — * — * — * —

## Halfrange sine & cosine series

→ Halfrange sine series → $b_n$

→ Halfrange cosine series → $a_0, a_n$

* સૂત્રો :-

(1) $l = b-a$

(2) $a_0 = \frac{1}{l} \int f(x)\, dx$

(3) $a_n = \frac{2}{l} \int f(x) \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx$

(4) $b_n = \frac{2}{l}\int f(x) \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx$

→ હવે તે $f(x)$ માં $a_0, a_n, b_n$ ની કિંમત મુકતી વખતે :-

- cosine શ્રેણી ની :-

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right)$$

- sine શ્રેણી ની :-

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right)$$

# * Laplace Transform * | 1

## :- Formula :-

(1) $L[1] = \frac{1}{s}$

(2) $L[e^{at}] = \frac{1}{s-a}$

$L[e^{3t}] = \frac{1}{s-3}$

(3) $L[e^{-at}] = \frac{1}{s+a}$

$L[e^{-3t}] = \frac{1}{s+3}$

(4) $L[\sin at] = \frac{a}{s^2+a^2}$

$L[\sin 3t] = \frac{3}{s^2+9}$

5) $L[\cos at] = \frac{s}{s^2+a^2}$

$L[\cos 4t] = \frac{s}{s^2+16}$

$e^{at} = \frac{1}{s-a}$

$e^{-at} = \frac{1}{s+a}$

$\sin at = \frac{a}{s^2+a^2}$

$\cos at = \frac{s}{s^2+a^2}$

$t^n = \frac{n!}{s^{n+1}}$

$L[\sinh at] = \frac{a}{s^2 - a^2}$

$L[\sinh 3t] = \frac{3}{s^2 - 9}$

$L[\cosh at] = \frac{s}{s^2 - a^2}$

$L[\cosh 3t] = \frac{s}{s^2 - 9}$

8) $L[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}}$ $[n = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots]$

$= \frac{\Gamma(n+1)}{s^{n+1}}$ $[n = 1/2, 3/2, 5/2, \ldots]$

$L[t^3] = \frac{3\times!}{s^{3+1}}$ $[3! = 3\times 2\times 1]$

$L[t^{3/2}] = \frac{\Gamma(3/2+1)}{s^{3/2+1}} = \frac{\Gamma(5/2)}{s^{5/2}} = \frac{3/4\sqrt{\pi}}{s^{5/2}}$

Scanned by CamScanner

DATE / / PAGE

# Laplace Method :-

| | |
|---|---|
| Formula based Example | - |
| Trigonometric Function | રકમમાં sin કે cos વાળાં ગુણાકાર હોય ત્યારે .... તથા $\sin^2 t$ , $\cos^2 t$ , $\sin^3 t$ , $\cos^3 t$ વાળા દાખલા હોય ત્યારે ..... |
| First Shifting theorem | $e^{at}$ / $e^{-at}$ કે $e^{3t}$ રકમમાં ગુણાકારમાં હોય ત્યારે .... |
| Multiplication Method | $t$ , $t^2$ કે $t^3$ ગુણાકારમાં હોય ત્યારે .... |
| Division Method | રકમને $t$ વડે ભાગેલી હોય ત્યારે ..... |
| Special Intigration Method | રકમમાં ઈન્ટીગ્રેશન ( $\int_0^t$ ) આપેલ હોય ત્યારે ... |
| Infinite Interval Method | રકમમાં જ્યારે બે ઈન્ટરવલ આપેલ હોય ત્યારે |

DATE / / PAGE

## =: Laplace Method uses :-

(1) Trigonometric Function :-

- ગુણાકાર સ્વરૂપ $\longrightarrow$ સરવાળા - બાદબાકી સ્વરૂપ

$\therefore (\sin 3t \cdot \cos 7t) \rightarrow (\sin 3t + \cos 7t)$

| | | |
|---|---|---|
| S + S | = | 2 S C |
| S − S | = | 2 C S |
| C + C | = | 2 C C |
| C − C | = | −2 S S |

Step 1 :- મોટો ખૂણો આગળ રાખવો

Step 2 :- ખૂણાનો સરવાળો $\pm$ ખૂણાની બાદબાકી

$$\boxed{\begin{aligned} \sin^2 t &= \frac{1-\cos 2t}{2} \\ \cos^2 t &= \frac{1+\cos 2t}{2} \\ \sin 3t &= 3\sin t - 4\sin^3 t \\ \cos 3t &= 4\cos^3 t - 3\cos t \end{aligned}}$$

- જ્યારે પણ $\sin^2 2t$ આપ્યું હોય તો સૂત્રમાં $\frac{1-\cos 4t}{2}$ ($\because$ ખૂણો આપેલ હોય તેનાથી ડબલ થાય)

(2)

(3)

## (2) First Shifting Theorem :-

$$e^{at} \text{ ગુણાકાર} \longrightarrow s = s-a$$

$$e^{-at} \text{ ગુણાકાર} \longrightarrow s = s+a$$

- સૌ પ્રથમ $e^{at}$ પદ સિવાયના પદનું લાપલાસ કરવું.
- ત્યારબાદ આપેલ રકમને L[રકમ] કરી લખવી પછી $e^{at}$ પદ ~~માં મળેલ જવાબને લખવું~~ સિવાયના પદમાં મળેલ લાપલાસ લખવું અને તેમાં s ની જગ્યાએ જે s મળતી હોય તે મૂકવી.

## (3) Multiplication Method :-

| | | |
|---|---|---|
| $t$ ગુણાકારમાં હોય ત્યારે | $\longrightarrow$ | $-d/ds$ |
| $t^2$ " " " | $\longrightarrow$ | $d^2/ds^2$ |
| $t^3$ " " " | $\longrightarrow$ | $-d^3/ds^3$ |

- જ્યારે પણ રકમમાં t આવે ગુણાકારમાં sine હોય ત્યારે :-

$$\frac{d}{dx}\frac{1}{x} \longrightarrow -\frac{1}{x^2} \cdot 2s$$

- જ્યારે પણ રકમમાં t આવે ગુણાકારમાં cos હોય ત્યારે :-

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) \longrightarrow \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

(4) **Division Method :-**

$$\boxed{\begin{aligned} \int_s^\infty \frac{1}{x}\, dx &= \log x \\ \int_s^\infty \frac{1}{x^2+a^2}\, dx &= \frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \\ \int_s^\infty \frac{f'(x)}{f(x)}\, dx &= \log|f(x)| \end{aligned}}$$

- $\tan^{-1}\infty = \pi/2$ , $\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}x = \cot^{-1}x$

(5) **Special Intigration Method :-**

[ જેટલા ઈન્ટીગ્રેશન આપેલ હોય તેટલા $\frac{1}{s}$ વડે ભાગ.

- રકમમાં ઈન્ટીગ્રેશન ( $\int_0^t$ ) ની અંદર જે પદ હોય તેનું જ પ્રથમ લાપ્લાસ લેવા. જવાબ મળે તેની અંદર ગુણાકારમાં જેટલા $\frac{1}{s}$ થતા હોય તે મૂકી દેવા.

(6) **Infinite Integral Method :-**

$$\boxed{L[f(t)] = \int_0^\infty \underbrace{e^{-st}}_{v\text{ લેવું}} \cdot \underbrace{f(t)}_{u\text{ લેવું}}\, dt}$$

- જ્યારે f(t) માં sin કે cos વાળું પદ આવે ત્યારે Fourier માં આવતા cat માટે વપરાતું સૂત્ર use થાય.

— * — * — * — * — * —

નોંધ :-

- જ્યારે પણ પદમાં ગુણાકાર કે ભાગાકાર આવે ત્યારે;

- જે sin કે cos વાળું પદ હોય તેનું First; કરીને બાપલાસ શોધી નાખવું.

- આ રીતે પણ દાખલામાં use થાય.

# * Inverse laplace Transform *

## -: Formula :-

(1) $L^{-1}\left[\frac{1}{s}\right] = 1$

(2) $L^{-1}\left[\frac{1}{s-a}\right] = e^{at}$

(3) $L^{-1}\left[\frac{1}{s+a}\right] = e^{-at}$

(4) $L^{-1}\left[\frac{1}{s^2+a^2}\right] = \frac{1}{a}\sin at$

(5) $L^{-1}\left[\frac{s}{s^2+a^2}\right] = \cos at$

(6) $L^{-1}\left[\frac{1}{s^2-a^2}\right] = \frac{1}{a}\sinh at$

(7) $L^{-1}\left[\frac{s}{s^2-a^2}\right] = \cosh at$

(8) $L^{-1}\left[\frac{1}{s^n}\right] = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$

# * inverse laplace Method *

| | |
|---|---|
| Formula based Method | – |
| First shifting theorem | રકમમાં s ની આવી $(s+1)$, $(s+2)^3$, $(s^2+6s)$, $(As^2+Bs+C)$ જેવી રકમ હોય ત્યારે.... |
| Partial Fraction Method | type 1 :- છેદમાં $(s+1)$, $(s-1)$, $(s+2)$ જેવા અલગ અલગ પદ હોય ત્યારે |
| | type 2 :- છેદમાં $(As^2+Bs+C)$, $(As^2+C)$ જેવા પદ હોય ત્યારે |
| | type 3 :- છેદમાં $(s+1)^2$, $(s-1)(s+2)^3$, $(s+3)^4$ જેવા પદ હોય ત્યારે.... |
| Differentiation Method | log, ln, $\tan^{-1}$, $\cot^{-1}$ વાળા દાખલા હોય ત્યારે.... |
| convolution theorem | રકમમાં જ ગુણીને આપેલ હોય છે. |
| I.V.P મેથડ | રકમમાં ક્યાંય પણ Y હોય ત્યારે આ મેથડ વપરાય.... |

# =: Inverse laplace Method Uses :-

## (1) First shifting Theorem :-

$$s \rightarrow s-a \rightarrow e^{at}$$
$$s \rightarrow s+a \rightarrow e^{-at}$$

- જ્યારે $As^2 + Bs + C$ હોય ત્યારે...

$$L.T = \frac{(M.T)^2}{4 \times F.T}$$

જે પણ L.T નો જવાબ મળે તે પ્રમાણે ઉપર નીચેના પદને સેટ કરવું.

- છેલ્લે laplace કર્યા પછી જે જવાબ મળે તેને $e^{at}$ કે $e^{-at}$ વડે ગુણવું.

## (2) Partial Fraction Method :-

- આમાં દાખલા GTU માં 110% પુછાય જ છે. તે માટે ઓપશનમાંથી વાંચવું.

## (3) Differentiation Method :-

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{d}{dx}\log x &= \frac{1}{x} \\ \frac{d}{dx}\tan^{-1}x &= \frac{1}{1+x^2} \\ \frac{d}{dx}\cot^{-1}x &= \frac{-1}{1+x^2} \end{aligned}}$$

$au + at - au$

- log વાળા દાખલામાં ભાગાકારની બાદબાકી થાય અને ઘાત હોય તો આગળ આવે.

- આ નિયમમાં સૌ પ્રથમ રકમને $F(S)$ બનાવવી. ત્યારબાદ $F'(S)$ શોધવું.

$F(S)$ નું $F'(S)$ કરવા માટે ઉપરની ફોર્મ્યુલા પ્રમાણે $\frac{d}{dx}$ કરવું.

- ત્યારબાદ મળેલ $F'(S)$ ની વેલ્યુ નીચેના સૂત્રમાં મૂકવી.

$$\boxed{L^{-1}[F(S)] = \frac{-1}{t} L^{-1}[F'(S)]}$$

- જ્યારે પણ $\tan^{-1}$ કે $\cot^{-1}$ વાળા દાખલામાં $F'(S)$ શોધવી ત્યારે સૂત્ર પ્રમાણે શોધી તેની બાજુમાં $-\frac{a}{s^2}$ ગુણાકાર કરવું

$$\therefore \cot^{-1}\left(\frac{k}{s}\right) \Rightarrow F'(S) = \frac{-1}{1+\left(\frac{k}{s}\right)^2} \cdot \left(\frac{-k}{s^2}\right)$$

(4) Convolution Theorem :-

- આ નિયમમાં સૌ પ્રથમ આપેલ રકમને બે ભાગમાં વહેંચી દેવી.

(1) $F(S)$ (2) $G(S)$

- ત્યારબાદ $L^{-1}[F(S)]$ અને $L^{-1}[G(S)]$ કરવું.

- અને ત્યારબાદ $F(u)$ અને $g(t-u)$ કરવું. જે મળેલ

$$L^{-1}\left[\begin{array}{c}\text{આપેલ}\\ \text{રકમ}\end{array}\right] = \int_0^t f(u)\cdot g(t-u)\,du$$

(5) I.V.P ઉકેલ :-

$$L[y] = \bar{y}$$

$$L[y'] = s\bar{y} - y(0)$$

$$L[y''] = s^2\bar{y} - sy(0) - y'(0)$$

$$L[y'''] = s^3\bar{y} - s^2y(0) - sy'(0) - y''(0)$$

- આપેલ રકમની લાપલાસ (L) બંને બાજુ લેવું ત્યારબાદ તેમાં $y'$, $y''$, $y$ ની કિંમત સૂત્રમાં મૂકવી તેમાંથી $\bar{y}$ ને કર્તા બનાવવો.

અને મળેલ $\bar{y}$ નું $L^{-1}[\bar{y}]$ લેવું.

# =: Higher order Diff. eq$^n$ :-

$$y = y_c + y_p$$

## * $y_c$ *

- જ્યારે તમે વક્રમના અવયવ પાડી અને અલગ અલગ ① મળે ત્યારે :-

$$y_c = c_1 e^{m_1 x} + c_2 e^{m_2 x} + c_3 e^{m_3 x} + \dots$$

- જ્યારે તમે વક્રમના અવયવ પાડી અને સરખા ① મળે ત્યારે :=

$$y_c = (c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 x^3 + \dots) e^{mx}$$

- જ્યારે વક્રમના અવયવ ના પડતા હોય ત્યારે આ રીત વપરાય

(i) જ્યારે $\pm$ જવાબ આવે ત્યારે $i$ વડે ગુણી નાખવા પછી $\alpha \pm \beta i$ કીંમત સૂત્રમાં મૂકવા

(ii) $\alpha$ અને $\beta$ કીંમત વક્રમાંથી A, B અને C કીંમત $\dfrac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$ સૂત્ર દ્વારા $\alpha \pm \beta i$ કીંમત સૂત્રમાં મૂકવા

$$y_c = e^{\alpha x} [c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x]$$

$y_p = \frac{1}{f(D)}$ . જમણી બાજુ વાળું પદ

## * $y_p$ *

(1) જમણીબાજુ $e^{ax}$ વાળું પદ આપેલ હોય ત્યારે

$f(D)$ = અવયવ પાડતા જે બે મળે તે લેવા

e.x := $(D+4)(D+3)$

- D કાઢવા માટે $e^{ax}$ માં a ની value D ની જગ્યાએ મુકવી જેથી $y_p$ મળે.

(2) જમણીબાજુ sinax / cosax આપેલ હોય.

$f(D)$ = yc માં જે પ્રથમ D વાળું eqn લખીએ તે મુકવું e.x := $D^2+5D+6$

- $D^2$ કાઢવા માટે sinax માંથી $-a^2 = D^2$ માં મુકવું. જેથી આપણને છેદમાં એકલું D વાળું પદ મળે. તેની કંજુગેટ લેવી. જેથી નીચે પાછું $D^2$ વાળું પદ મળે જેથી $-a^2 = D^2$ મુકી છેદ કાઢી નાખતા અંશમાં D વધે.

અંશમાં D વધે ત્યારે → Differen
છેદમાં D વધે ત્યારે → integration

(3) જમણીબાજુ $e^{ax}$ અને તેની સાથે બીજું પદ ગુણાકારમાં હોય

$f(D)$ = અવયવ લેવા અને જો અવયવ ના હોય તો Auxiliary eqn લેવું.

$\frac{\cos\sqrt{t}}{\sqrt{t}}$

- જ્યાં પણ D દેખાય ત્યાં $(D \rightarrow D+a)$ મૂકવું
~~ab~~ $D+a$ માં $a$ ની કિંમત $e^{-2x}$ સાથે $e^{ax}$ સરખાવતા $a$ ની કિંમત મળે.

- પછી $D^2$ વાળું પદ બાકી રહે અને ગુણાકારમાં કોઈ $ax$ બાકી રહે ત્યારે (2) No. ની રીત વાપરવી.

(4) જમણી બાજુ $x^n$ વાળું પદ અથવા $x$ વાળું eqn આપેલ હોય ત્યારે

F(D) = Auxiliary eqn જ લેવું

- આખા દાખલામાં Auxiliary eqn લઈને અચળાંક ને બહાર કાઢવું. અચળાંકની જગ્યાએ 1 મૂકવું જે અચળાંક બહાર કાઢવું હોય તેના વડે જ બે D વાળા પદને ભાગી નાખવું

e.x :- $D^2 + 2D + 3 = 3\left(\underbrace{\frac{D^2+2D}{3}}_{x} + \underbrace{1}_{1}\right)$

$x + 1$

આવું $(1+x)^{-1}$ અથવા $(1-x)^{-1}$ બનાવવા માટે કરવું.

$(1+x)^{-1} = (1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots)$

$(1-x)^{-1} = (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots)$

$D^2 - 5D + 6 = \boxed{2D-5}$

(5) જમણીબાજુ $x$ અને તેની સાથે બીજું પદ ગુણાકારમાં આપેલ હોય ત્યારે...

$$y_p = x \cdot \frac{1}{f(D)} V - \frac{f'(D)}{[f(D)]^2} \cdot V$$

જેમાં $V$ માટે લક્ષમાં જમણીબાજુ $x$ સિવાયના પદને લેવું.

e.x :- $x \cdot \sin 2x$

$\downarrow \quad \downarrow$

$x \quad V$

* —— * —— * —— * —— * —— *

→ જ્યારે પણ જમણી બાજુ વાળું પદ બહુપદી સ્વરૂપમાં હોય ત્યારે.

- Method of undetermined co efficient

- આ રીતમાં $y_p$ શોધવા માટે ... જમણી બાજુના પદમાં મોટી ઘાત જોવી.

જો જમણી બાજુ $x^2$ હોય તો

$$x^2 \begin{cases} y = A_1x^2 + A_2x + A_3 \\ dy = A_1 2x + A_2(1) = 2A_1x + A_2 \\ d^2y = 2A_1(1) + 0 = 2A_1 \end{cases}$$

$x^3$

$$y = A_1 x^3 + A_2 x^2 + A_3 x + A_4$$

$$dy = A_1 3x^2 + A_2 2x + A_3(1) + 0$$

$$= 3A_1 x^2 + 2A_2 x + A_3$$

$$d^2y = 3A_1(2x) + 2A_2(1) + 0$$

$$= 6A_1 x + 2A_2$$

$\sin x$

$$y = A_1 \sin x + A_2 \cos x$$

$$dy = A_1 \cos x - A_2 \sin x$$

$$d^2y = -A_1 \sin x - A_2 \cos x$$

* ——— * ——— * ——— * ———

## Method of variation of Parameter

- $y_c$ માં જે $c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$ છે તે પણ આવે તેને $c_1 y_1 + c_2 y_2$ જોડે સરખાવવાં લેવા.

  $y_1$ અને $y_2$ મળે તેના ઉપરથી $w$, $w_1$, $w_2$, $w_3$ મળશે.

- જ્યારે $y_1$ અને $y_2$ બે જ મળે ત્યારે $w$ શોધવા

$$w = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}$$

- જ્યારે $y_1, y_2, y_3$ પ્રશ્ન મળે ત્યારે $W, W_1, W_2, W_3$ શોધવા :-

$$W = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ y_1' & y_2' & y_3' \\ y_1'' & y_2'' & y_3'' \end{vmatrix}$$

$$W_1 = \begin{vmatrix} y_1'' & \text{બીજી ત્રીજી} \\ y_1' & \text{લાઈન} \\ y_1 & \end{vmatrix}$$

$$W_2 = \begin{vmatrix} \text{પહેલી} & y_1'' & \text{ત્રીજી} \\ \text{લાઈન} & y_1' & \text{લાઈન} \\ & y_1 & \end{vmatrix}$$

$$W_3 = \begin{vmatrix} \text{પહેલી બીજી} & y_1'' \\ \text{લાઈન} & y_1' \\ & y_1 \end{vmatrix}$$

- જ્યારે ખાલી $W$ જ હોય ત્યારે $y_p$ શોધવા

$$y_p = -y_1 \int \frac{y_2 R(x)}{W} dx + y_2 \int \frac{y_1 R(x)}{W} dx$$

- જ્યારે $W, W_1, W_2, W_3$ હોય ત્યારે $y_p$ શોધવા

$$y_p = y_1 \int \frac{W_1}{W} R(x)\, dx + y_2 \int \frac{W_2}{W} R(x)\, dx + y_3 \int \frac{W_3}{W} R(x)\, dx$$

$R(x)$ = દાખલામાં આપેલ જમણી બાજુનું પદ

$$\int \sec x = \log|\sec x + \tan x|$$

$$\int \operatorname{cosec} x = \log|\operatorname{cosec} x - \cot x|$$

$$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

# P.D.E

(1) form $(p, q) = 0$

(2) form $(z, p, q) = 0$

(3) form $(x, p) =$ form $(y, q)$

(4) ~~z~~ equation આપેલ હોય.

(1) form $(p, q) = 0$

→ here, given form $f(p, q) = 0$

- p ની જગ્યાએ a અને q ની જગ્યાએ b લઈને b ની કતો બનાવવી.

- complete solution is given by

$$\boxed{z = ax + by + c}$$

આ સૂત્રમાં b ની વેલ્યુ મૂકવી.

(2) form $(z, p, q) = 0$

→ here given form $f(z, p, q) = 0$

- $q = ap$ ને લક્ષમાં a હોય તો $q = bp$ લઈ લેવું ત્યારબાદ લક્ષમાં જ્યાં q હોય ત્યાં $q = ap$ મૂકી p ની કતો બનાવવી.

- $q = ap$ માં p ની મળેલ વેલ્યુ મૂકી q મેળવવો.

- complete solution is given by

$dz = p\,dx + q\,dy$ માં p અને q ની વેલ્યુ મુકવી.

(3) Form $(x, p) = $ form $(y, q)$

- P અને x વાળાં તથા y અને q વાળાં પદ અલગ-અલગ કરવાં.

here given form $f_1(x, p) = f_2(y, q)$

- બંનેના અચળાંક a ધારી. જેના ઉપરથી P અને q મેળવી.

- complete solution is given by

$dz = p\,dx + q\,dy$ p અને q ની વેલ્યુ મુકી integration ($\int$) કરવું.

(4) equation આપેલ હોય ત્યારે :=

- $z = px + qy + f(p, q)$ નાં formમાં આપેલ equation બનાવવું.

- Above $eq^n$ is a forms clairaut's $eq^n$ :-

- complete solution is given by :

$z = px + qy + f(p, q)$ માં p ની જગ્યાએ a તથા q ની જગ્યાએ b લખવું.

## * Method of Separation of variables :-

→ જે પણ રકમ હશે તેમાં $\frac{\partial u}{\partial x}$ ; $\frac{\partial y}{\partial y}$ ; $\frac{\partial z}{\partial x}$ નાં રૂપમાં હશે.

(1) – Let suppose ; $u(x, y) = X_{(x)} \, Y_{(y)}$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = X' Y \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = X Y'$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = X'' Y$$

- રકમમાં $\frac{\partial u}{\partial x}$ ના Formની જગ્યાએ આ વેલ્યુ મુકવી

- X, X અને Y, Y વાળાં પદને અલગ અલગ કરવાં. બંનેનાં બરાબર k ધારી. ત્યારબાદ ઈન્ટીગ્રેશન કરી X અને Y ની વેલ્યુ મેળવી.

- X અને Y ની વેલ્યુ solution માં મુકી.

Solution ; $u(x, y) = X \cdot Y$

$$z = X \cdot Y$$