ОТЧЁТ
ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 6

«ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА»

Решение ОДУ
(Вариант 9)

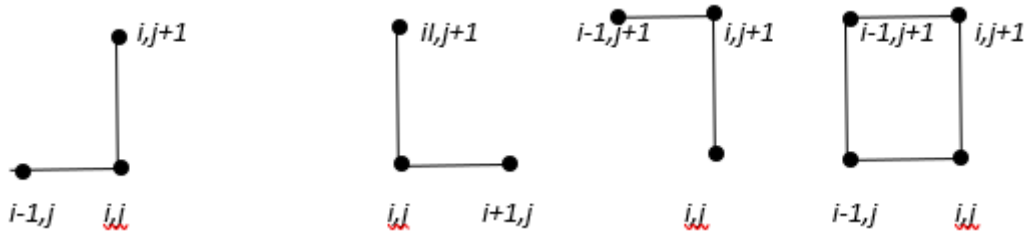
Выполнил студент 3 курса ПМиИ
Кондратьев Виталий

Численно решить уравнение переноса

$$\frac{\partial U}{\partial t} + a\frac{\partial U}{\partial x} = f(x,t)$$

1) Для полуплоскости $-\infty < x < \infty; t \geq 0$
2) В прямоугольнике $0 \leq x \leq 1; 0 \leq t \leq 10$

Во всех случаях a – const. Применить следующие шаблоны для явных и неявных схем.



Схемы выбирать в зависимости от знака a. Причем параметр a принимает два значения: a=2 и a= -2

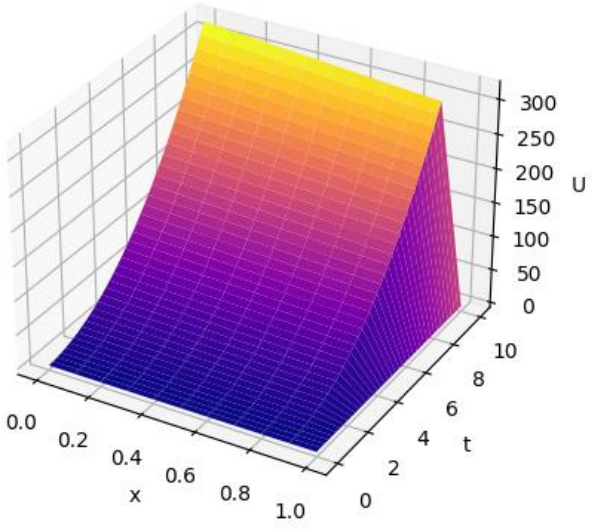
Для полуплоскости и для прямоугольной области решить задачу от 0 до 1 с шагом 0.1 по x и от 0 до 10 по времени с шагом, отвечающим условиям устойчивости. Применить все возможные схемы.

Рассмотреть и решить задачу для всех возможных схем для двух случаев: однородного уравнения с нулевой правой частью и правой частью, указанной в варианте задания.

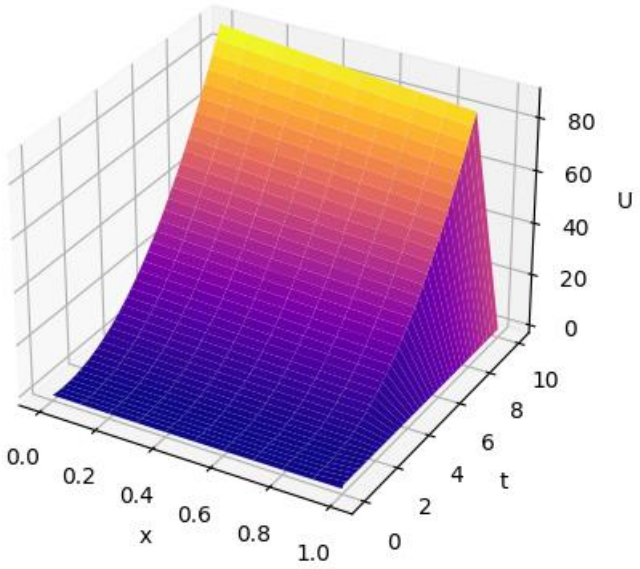
Вариант	U(x,0)	U(0,t) для a>0 и прямоугольной области	U(1,t) для a<0 и прямоугольной области	*f(x,t)*
9	x^2-x-1	t^2-t-1	t^2-t-1	x

Результаты каждого расчета вывести в виде трехмерных графиков. U(x,t) и двумерных таблиц.

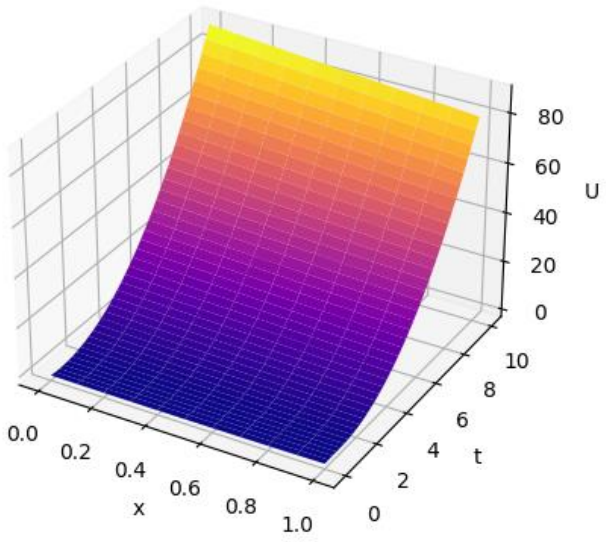
Решение для полуплоскости a = 2, схема 1



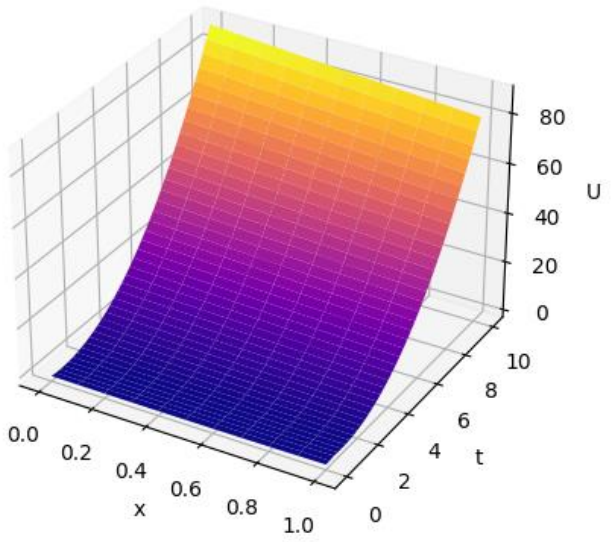
Решение для полуплоскости a = -2, схема 2



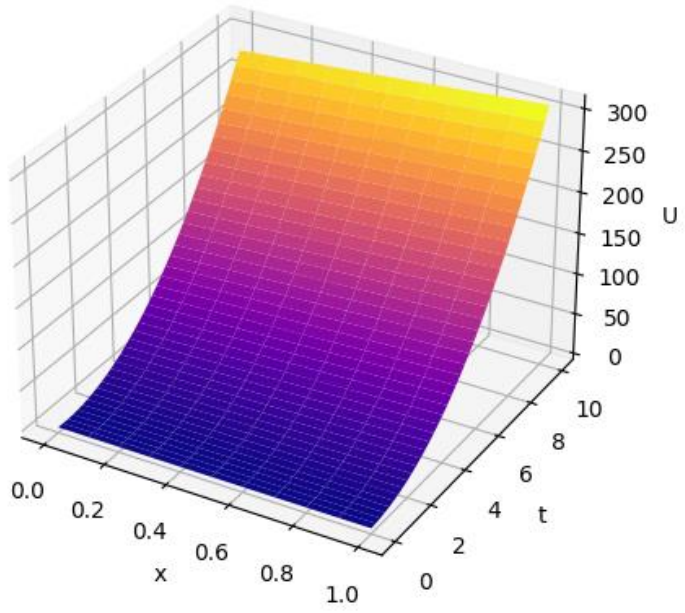
Решение в прямоугольнике a = 2, схема 1



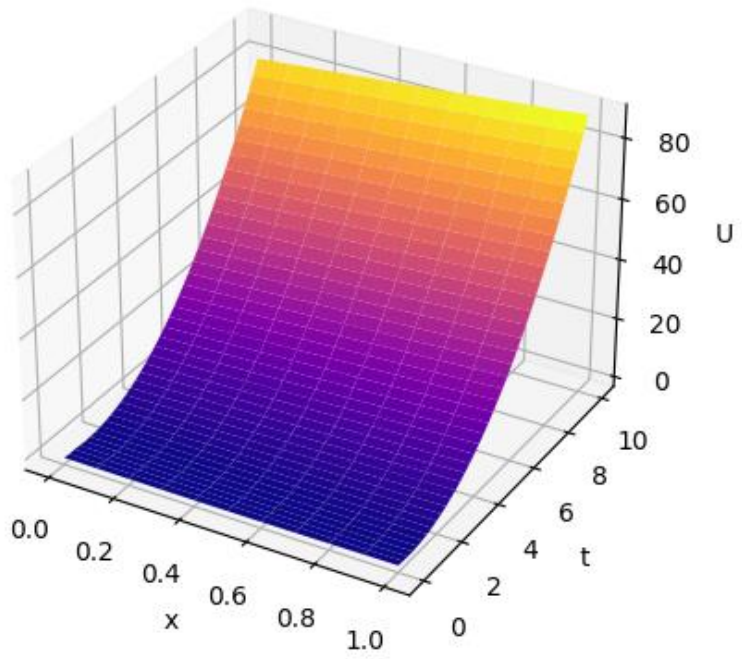
Решение в прямоугольнике a = 2, схема 2



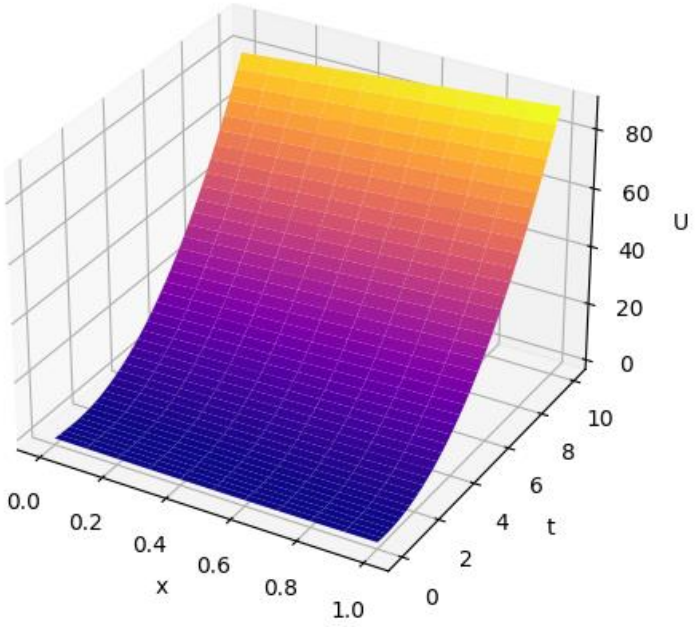
Решение в прямоугольнике a = 2, схема 3



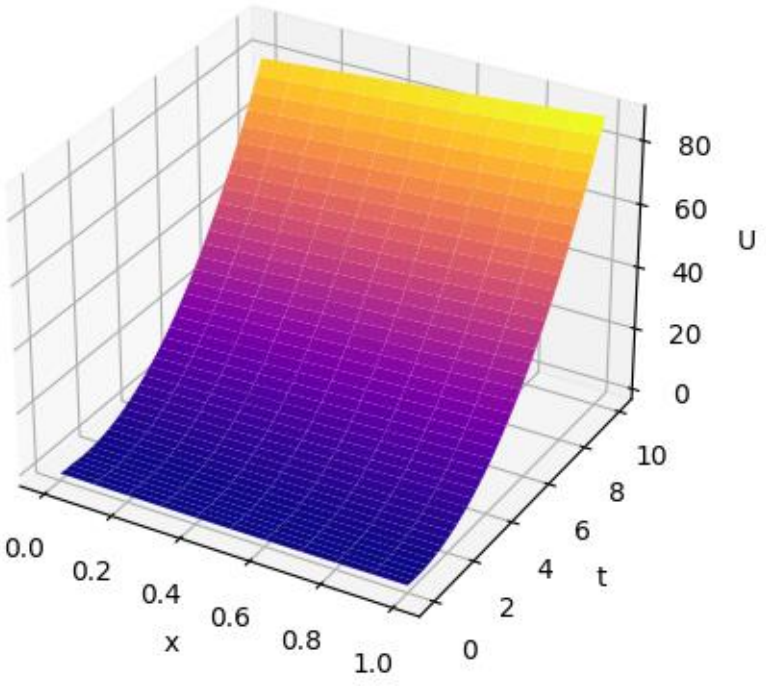
Решение в прямоугольнике a = -2, схема 1



Решение в прямоугольнике a = -2, схема 2



Решение в прямоугольнике a = -2, схема 3



ПРИЛОЖЕНИЕ

```
import numpy as np
import math
import matplotlib.pyplot as plt


def f(x,t):
    return x

def Ux(x):
    return x**2-x-1

def Ut_0(t):
    return t**2-t-1


def Ut_1(t):
    return t**2-t-1


def Scheme_One(I, J, tau, U, f, x, t):
    for i in range(1, I):
        for j in range(0, J):
            U[i][j + 1] = U[i - 1][j] + tau * f(x[i], t[j])
    return U


def Scheme_Two(I, J, tau, U, f, x, t):
    for i in range(I - 1, -1, -1):
        for j in range(0, J):
            U[i][j + 1] = U[i + 1][j] - tau * f(x[i], t[j])
    return U


def Scheme_Three(I, J, tau, U, f, x, t, a):
    if a > 0:
        for i in range(1, I + 1):
            for j in range(0, J):
                U[i][j + 1] = (U[i][j] + U[i - 1][j + 1] + tau * f(x[i],
t[j])) / 2
    else:
        for i in range(I - 1, -1, -1):
            for j in range(0, J):
                U[i][j + 1] = (U[i][j] + U[i + 1][j + 1] - tau * f(x[i],
t[j])) / 2
    return U


def Scheme_Four(I, J, tau, U, f, x, t, a, h):
    if a > 0:
        for i in range(1, I + 1):
            for j in range(0, J):
                U[i][j + 1] = U[i - 1][j] + tau * f(x[i] + h / 2, t[j] + tau
/ 2)
    else:
        for i in range(I - 1, -1, -1):
            for j in range(0, J):
                U[i][j + 1] = U[i + 1][j] - tau * f(x[i] + h / 2, t[j] + tau
/ 2)
    return U
# End of block
```

```
def init(I, J, h, tau, a, fx, ft, rectangle):
    if rectangle:
        I1 = I
    else:
        I1 = I + J
    U = np.zeros((I1 + 1, J + 1))
    x = np.zeros(I1 + 1)
    t = np.zeros(J + 1)
    if rectangle:
        for i in range(I + 1):
            x[i] = h * i
            U[i][0] = fx(x[i])
        if (a > 0):
            for j in range(J + 1):
                t[j] = tau * j
                if (j != 0): U[0][j] = ft(t[j])
        else:
            for j in range(J + 1):
                t[j] = tau * j
                if (j != 0): U[I][j] = ft(t[j])
    else:
        if (a > 0):
            for i in range(J + I + 1):
                x[i] = h * (i - J)
                U[i][0] = fx(x[i])
        else:
            for i in range(I + J + 1):
                x[i] = i * h
                U[i][0] = fx(x[i])
                for i in range(J + 1):
                    t[i] = i * tau
    return x, t, U


def draw_plot(graph):
    for gr in graph:
        gr[0], gr[1] = np.meshgrid(gr[0], gr[1])
        gr[0], gr[1] = gr[0].T, gr[1].T
        fig = plt.figure()
        ax = fig.add_subplot(projection='3d')
        ax.set_xlabel("x")
        ax.set_ylabel("t")
        ax.set_zlabel("U")
        ax.set_rasterization_zorder(1)
        ax.plot_surface(gr[0], gr[1], gr[2], cmap='plasma')
    plt.show()


rectangle = False
x_start = 0
x_end = 1
time_start = 0
time_end = 10
h = 0.1
tau = 0.05
a = -2

I = int((x_end - x_start) / h)
J = int((time_end - time_start) / tau)
graph = []

for i in range(0,2):
    a = -a
    rectangle = False
```

```
    if a > 0:
        x, t, U = init(I, J, h, tau, a, Ux, Ut_0, rectangle)
        U = Scheme_One(I+J, J, tau, U, f, x, t)
        x, t = np.linspace(x_start, x_end, I + 1), np.linspace(time_start,
time_end, J + 1)
        U = U[J:J + I + 1, :]

        graph.append([x,t,U])
    else:
        x, t, U = init(I, J, h, tau, a, Ux, Ut_1, rectangle)
        U = Scheme_Two(I+J, J, tau, U, f, x, t)
        x, t = np.linspace(x_start, x_end, I + 1), np.linspace(time_start,
time_end, J + 1)
        U = U[0:I + 1, :]

        graph.append([x,t,U])
    rectangle = True
    if a > 0:
        x, t, U = init(I, J, h, tau, a, Ux, Ut_0, rectangle)
        U = Scheme_One(I, J, tau, U, f, x, t)
        x, t = np.linspace(x_start, x_end, I + 1), np.linspace(time_start,
time_end, J + 1)
        graph.append([x,t,U])

        x, t, U = init(I, J, h, tau, a, Ux, Ut_0, rectangle)
        U = Scheme_Three(I, J, tau, U, f, x, t, a)
        x, t = np.linspace(x_start, x_end, I + 1), np.linspace(time_start,
time_end, J + 1)
        graph.append([x,t,U])

        x, t, U = init(I, J, h, tau, a, Ux, Ut_0, rectangle)
        U = Scheme_Four(I, J, tau, U, f, x, t, a, h)
        x, t = np.linspace(x_start, x_end, I + 1), np.linspace(time_start,
time_end, J + 1)
        graph.append([x,t,U])
    else:

        x, t, U = init(I, J, h, tau, a, Ux, Ut_1, rectangle)
        U = Scheme_Two(I, J, tau, U, f, x, t)
        x, t = np.linspace(x_start, x_end, I + 1), np.linspace(time_start,
time_end, J + 1)
        graph.append([x,t,U])

        x, t, U = init(I, J, h, tau, a, Ux, Ut_1, rectangle)
        U = Scheme_Three(I, J, tau, U, f, x, t, a)
        x, t = np.linspace(x_start, x_end, I + 1), np.linspace(time_start,
time_end, J + 1)
        graph.append([x,t,U])

        x, t, U = init(I, J, h, tau, a, Ux, Ut_1, rectangle)
        U = Scheme_Four(I, J, tau, U, f, x, t, a, h)
        x, t = np.linspace(x_start, x_end, I + 1), np.linspace(time_start,
time_end, J + 1)
        graph.append([x,t,U])

draw_plot(graph)
```