**ОТЧЁТ**

**ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 4**

**ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ И ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ**

**(Вариант 9)**

*Выполнил студент 3 курса ПМиИ*

*Кондратьев Виталий*

***Условие****:*

***1 часть***

№ 9

1) *y = lg x*, *х=*7,2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 7,0 | 7,5 | 8,0 | 8,5 |
|  | 0,8451 | 0,8751 | 0,9031 | 0,9294 |

2) x\*=1,028

***2 часть***

№ 9 , *а=*3,4, *b=*4,3, *m=*3,6.

**Задание:**

Пусть на отрезке [*а; b*] заданы точки и значения функции в этих точках: *.*

Интерполяционный многочлен Лагранжа:

.

Оценка погрешности формулы Лагранжа:

,

где

Если надо вычислить не общее выражение , а лишь его значение на конкретном , то используется интерполяционная схема Эйткена:

,

,

и т.д.

**Задания. Первая часть**

1) Известная функция задана таблицей, в которой приведены значения в узлах с некоторой точностью. Составить по таблице интерполяционный многочлен Лагранжа. Вычислить значение функции в заданной точке аналитически и с помощью многочлена Лагранжа. Найти левую, правую и центральную производную в этой точке и ее точное значение. Оценить погрешности полученных результатов.

2) Функции задана таблицей (одинаковой для всех вариантов):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1, 00 | 1,08 | 1,20 | 1,27 | 1,31 | 1,38 |
|  | 1,17520 | 1,30254 | 1,50946 | 1,21730 | 1,22361 | 1,23470 |

Пользуясь интерполяционной схемой Эйткена найти , в заданной точке *x\** последовательно, используя все значения из таблицы

Точность вычислений определяется числом значащих цифр в условии.

**Вторая часть. Численное дифференцирование**

Во второй части задания вычислить таблицу на отрезке [a,b] на равномерной сетке (5 узлов), и в этих узлах и в точке **m** найти значение первой производной функции по формулам 1-го (левая и правая) и 2-го порядка точности и значение второй производной по формулам 2-го порядка точности, где это возможно. Значение функции в точке m получить интерполированием по всем 5 точкам. Во всех точках найти точные значения производных. Оценить погрешность. Результаты свести в таблицу. Точность – 4 значащих цифры.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | численно | | | | точно | |
| *xk, m* | *f’(x)* слева | *f’(x)* справа | *f’(x)* центр | *f’’(x)* | *f’(x)* | *f’’(x)* |
|  |  |  |  |  |  |  |

Для точки m, кроме этого, указать значение функции и интерполированное значение.

**Решение:**

*Задание 1*

**Дано:**

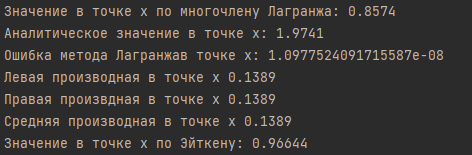
№ 9

1) *y = lg x*, *х=*7,2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 7,0 | 7,5 | 8,0 | 8,5 |
|  | 0,8451 | 0,8751 | 0,9031 | 0,9294 |

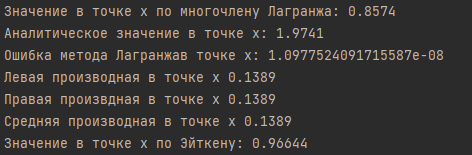
2) x\*=1,028

1)



2)

x\*=1,028



*Задание 2*

**Дано:**

№ 9 , *а=*3,4, *b=*4,3, *m=*3,6.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Численно | | | | Точно | |
| *xk, m* | *f’(x)* слева | *f’(x)* справа | *f’(x)* центр | *f’’(x)* | *f’(x)* | *f’’(x)* |
| 3.4 | - | 2.737 | - | - | 2.737 | 1.3685 |
| 3.58 | 2.9947 | 2.9948 | 2.9947 | 1.4974 | 2.9947 | 1.4974 |
| 3.76 | 3.2767 | 3.2768 | 3.2768 | 1.6384 | 3.2768 | 1.6384 |
| 3.94 | 3.5852 | 3.5854 | 3.5853 | 1.7927 | 3.5853 | 1.7927 |
| 4.12 | 3.9229 | 3.9231 | 3.923 | 1.9615 | 3.923 | 1.9615 |
| 4.3 | 4.2923 | - | - | - | 4.2924 | 2.1462 |
| m = 3.6 | 3.0247 | 3.0249 | 3.0248 | 1.5124 | 3.0248 | 1.5124 |



**ПРИЛОЖЕНИЕ**

*"""  
Лабораторная работа №4  
Студент ОНК «ИВТ» ВШ КНиИИ направления ПМиИ 3 курса  
Кондратьев Виталий  
Вариант 9  
"""*import math  
  
"""  
 ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ  
"""  
  
# функция  
def f(x):  
 return math.log(x)  
  
# 6-ая производная функции  
def f6(x):  
 return -120/x\*\*6  
  
# начальное условие  
X=7.2  
  
x=[7.0, 7.5, 8.0, 8.5]  
y=[0.8451, 0.8751, 0.9031, 0.9294]  
  
h=0.0001  
n=4  
  
# Интерполяция Лагранжа  
def lagrange(X):  
 L=0  
 for i in range(n):  
 s=1  
 for j in range(n):  
 if i!=j:  
 s \*= (X-x[j])/(x[i]-x[j])  
 s \*= y[i]  
 L +=s  
 return L  
  
# Ошибка Лагранжа  
def errorLagrange(X):  
 res=1  
 for i in range(n):  
 res \*= X-x[i]  
 res \*= f6(2.5)/fact(n+1)  
 return abs(res)  
  
def fact(x):  
 res=1  
 for i in range(1,x):  
 res \*= i  
 return res  
  
# Производные (левая, правая, средняя)  
def leftDeriative(x):  
 return (f(x)-f(x-h))/h  
  
def rightDeriative(x):  
 return (f(x+h)-f(x))/h  
  
def midleDeriative(x):  
 return (f(x+h) - f(x-h)) / (2\*h)  
  
print('Значение в точке x по многочлену Лагранжа:', round(lagrange(X),4))  
print('Аналитическое значение в точке x:', round(f(X),4))  
print('Ошибка метода Лагранжав точке x:', errorLagrange(X))  
print('Левая производная в точке x', round(leftDeriative(X),4))  
print('Правая произвдная в точке x', round(rightDeriative(X),4))  
print('Средняя производная в точке x', round(midleDeriative(X),4))  
  
# дано  
x= [1.0, 1.08, 1.20, 1.27, 1.31, 1.38]  
y= [1.17520, 1.30254, 1.50946, 1.21730, 1.22361, 1.23470]  
  
X=1.028  
  
n=6  
  
L=[(y[i] \* (x[i+1]-X) - (y[i+1] \* (x[i]-X)))/(x[i+1]-x[i]) for i in range(n-1)]  
  
def Eitken(k1, k2):  
 if k2-k1 != 1 :  
 return (Eitken(k1,k2-1) \* (x[k2]-X) - (Eitken(k1+1,k2) \* (x[k1]-X)))/(x[k2]-x[k1])  
 else :  
 return L[k1]  
  
print('Значение в точке x по Эйткену:', round(Eitken(0,n-1),5))  
  
"""  
 ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ  
"""  
  
# дано  
def f(x):  
 return math.exp(x/2)  
  
a=3.4  
b=4.3  
m=3.6  
  
# первая и вторая производные данной функции  
def f1(x):  
 return math.exp(x/2) / 2  
  
def f2(x):  
 return math.exp(x/2) / 4  
  
  
x=[3.4, 3.58, 3.76, 3.94, 4.12, 4.3]  
  
h=0.0001  
  
  
# Производные (левая, правая, средняя)  
def leftDeriative(x):  
 return (f(x)-f(x-h))/h  
  
def rightDeriative(x):  
 return (f(x+h)-f(x))/h  
  
def midleDeriative(x):  
 return (f(x+h) - f(x-h)) / (2\*h)  
  
# Производная вторая (численно)  
def secondDeriative(x):  
 return (f(x-h)-2\*f(x)+f(x+h))/h\*\*2  
  
  
# Интерполяция Лагранжа  
def lagrange(X):  
 L=0  
 for i in range(len(x)):  
 s=1  
 for j in range(len(x)):  
 if i!=j:  
 s \*= (X-x[j])/(x[i]-x[j])  
 s \*= f(x[i])  
 L +=s  
 return L  
  
  
for i in range(len(x)):  
 print('X=', x[i])  
 print('Левая производная:', round(leftDeriative(x[i]),4))  
 print('Правая производная:', round(rightDeriative(x[i]),4))  
 print('Средняя производная:', round(midleDeriative(x[i]),4))  
 print('Вторая производная (численно):', round(secondDeriative(x[i]),4))  
 print('Первая производная (аналитически):', round(f1(x[i]),4))  
 print('Вторая производная (аналитически):', round(f2(x[i]),4))  
 print()  
  
print('m=', m)  
print('Левая производная:', round(leftDeriative(m),4))  
print('Правая производная:', round(rightDeriative(m),4))  
print('Средняя производная:', round(midleDeriative(m),4))  
print('Вторая производная (численно):', round(secondDeriative(m),4))  
print('Первая производная (аналитически):', round(f1(m),4))  
print('Вторая производная (аналитически):', round(f2(m),4))  
print('Интерполированное значение m:', round(lagrange(m), 4))  
print('Аналитическое значение m:', round(f(m),4))

**Результат программы:**

*Значение в точке x по многочлену Лагранжа: 0.8574*

*Аналитическое значение в точке x: 1.9741*

*Ошибка метода Лагранжав точке x: 1.0977524091715587e-08*

*Левая производная в точке x 0.1389*

*Правая произвдная в точке x 0.1389*

*Средняя производная в точке x 0.1389*

*Значение в точке x по Эйткену: 0.96644*

*X= 3.4*

*Левая производная: 2.7369*

*Правая производная: 2.737*

*Средняя производная: 2.737*

*Вторая производная (численно): 1.3685*

*Первая производная (аналитически): 2.737*

*Вторая производная (аналитически): 1.3685*

*X= 3.58*

*Левая производная: 2.9947*

*Правая производная: 2.9948*

*Средняя производная: 2.9947*

*Вторая производная (численно): 1.4974*

*Первая производная (аналитически): 2.9947*

*Вторая производная (аналитически): 1.4974*

*X= 3.76*

*Левая производная: 3.2767*

*Правая производная: 3.2768*

*Средняя производная: 3.2768*

*Вторая производная (численно): 1.6384*

*Первая производная (аналитически): 3.2768*

*Вторая производная (аналитически): 1.6384*

*X= 3.94*

*Левая производная: 3.5852*

*Правая производная: 3.5854*

*Средняя производная: 3.5853*

*Вторая производная (численно): 1.7927*

*Первая производная (аналитически): 3.5853*

*Вторая производная (аналитически): 1.7927*

*X= 4.12*

*Левая производная: 3.9229*

*Правая производная: 3.9231*

*Средняя производная: 3.923*

*Вторая производная (численно): 1.9615*

*Первая производная (аналитически): 3.923*

*Вторая производная (аналитически): 1.9615*

*X= 4.3*

*Левая производная: 4.2923*

*Правая производная: 4.2925*

*Средняя производная: 4.2924*

*Вторая производная (численно): 2.1462*

*Первая производная (аналитически): 4.2924*

*Вторая производная (аналитически): 2.1462*

*m= 3.6*

*Левая производная: 3.0247*

*Правая производная: 3.0249*

*Средняя производная: 3.0248*

*Вторая производная (численно): 1.5124*

*Первая производная (аналитически): 3.0248*

*Вторая производная (аналитически): 1.5124*

*Интерполированное значение m: 6.0496*

*Аналитическое значение m: 6.0496*