

Алгоритмика для развлечений

Рекомендация к выполнению

- помним про оформление кода;
- хотелось бы посоветовать как можно большее использование стандартной библиотеки C++, в том числе – контейнерных типов (**vector**, **map**, **set**, **list**, **stack**, **queue**) и всяких прикольных штук из `<algorithm>`. Да и про **string** не забываем.

Задания

4.1. Перевести заданное целое число в римскую систему счисления.

| Символ | Число |
|--------|-------|
| I | 1 |
| V | 5 |
| X | 10 |
| L | 50 |
| C | 100 |
| D | 500 |
| M | 1000 |

В целом, римские числа записываются начиная с больших символов к меньшим. Так, число XXXVIII можно расписать как $XXX + V + III$, что при переводе даёт $30 + 5 + 3 = 38$. Но имеются следующие исключения:

- символ «I» может стоять перед «V» и «X» для обозначения чисел 4 («IV») и 9 («IX»);
- символ «X» может стоять перед «L» и «C» для обозначения чисел 40 («XL») и 90 («XC»);
- символ «C» может стоять перед «D» и «M» для обозначения чисел 400 («CD») и 900 («CM»).

Ограничение на заданное для перевода число – 3999, поскольку далее в римской системе счисления начинаются обозначения, которые довольно сложно выразить в ASCII-кодировке ¹.

4.2. Подстрока максимальной длины.

Найти в произвольной строке максимальную длину **подстроки**, в которой нет ни одного повторяющегося символа.

Примеры.

Входной параметр: "trttwe6bm6ad"
Ответ: "twe6bm"

Входной параметр: "www"
Ответ: "w"

Входной параметр: "wdaakva2"
Ответ (один из): "wda" или "akv"

¹пример [тут](#) и [тут](#)

4.3. Преобразование строки под кодовой кличкой «зигзаг». Для входной строки и заданного *целого* числа, представляющего условное количество строк, разбить исходную строку и считать новую строку по следующему примеру:

Входные параметры: "stopcrazyworld", 4
Ответ: "saltrzrdocyopw"

Как получилось:

```
s   a   l
t  rz  rd
o  cy  o
p   w
```

Заполнили зигзаг в соответствии с заданным количеством строк и считали все непустые символы с первой по последнюю строки.

4.4. Найти самый длинный палиндром во входящей строке

Задана произвольная строка. Найти в ней подстроку **наибольшей длины**, которая является палиндромом.

Входной параметр: "wghgtyk"
Ответ: "ghg"

Входной параметр: "wtcr6uaba"
Ответ: "wtc" или "aba"

Входной параметр: "kvaawk"
Ответ (один из): "aa"

4.5. Удалить дубликаты из отсортированного массива.

Дан массив целых чисел, отсортированных по возрастанию. Удалить из него все дубликаты и **модифицировать его** так, чтобы первые k -мест занимали уникальные числа.

Ограничение: не использовать дополнительные массивы (т.е., не разрешено никакое дополнительное выделение памяти).

4.6. Поиск значения в отсортированном, но повёрнутом, массиве

Дан отсортированный по возрастанию массив целых чисел. Он может быть **повёрнут** на произвольное число k таким образом, что его элементы расположились следующим образом:

```
[
  numbers[k], numbers[k + 1], ... , numbers[len - 1],
  numbers[0], ... , numbers[k-1]
]
```

Задано число `target` для поиска в массиве. Найти его позицию (или вернуть «-1», если не найдена) но с условием: прямой перебор по элементам массива запрещён. Другими словами, алгоритм должен работать быстрее (в среднем), чем $O(\text{len})$, где `len` – количество элементов массива.

4.7. Озвучка строки чисел.

Пусть задано преобразование:

Берём строку, состоящую из цифр:
"8872224"

произносим её словами:

"две восьмёрки одна семёрка три двойки одна четвёрка"

заменяем слова на числа и получаем новую строку из цифр:
"28173214"

Реализовать функцию, осуществляющую описанное преобразование.

4.8. Посчитай-и-озвучь.

Некая последовательность цифр **count-and-say** определяется рекурсивной формулой:

- $count_and_say(1) \rightarrow "1"$;
- $count_and_say(n) \rightarrow$ способ озвучить строку $count_and_say(n-1)$ (пример озвучки – в задании 4.7).

Пример:

$count_and_say(1) == "1"$

$count_and_say(2) \Rightarrow$ озвучить $count_and_say(1)$
 \Rightarrow одна единица $== "11"$

$count_and_say(3) \Rightarrow$ озвучить $count_and_say(2)$
 \Rightarrow две единицы $== "21"$

$count_and_say(4) \Rightarrow$ озвучить $count_and_say(3)$
 \Rightarrow одна двойка одна единица $== "1211"$

Реализовать функцию **count_and_say(n)**.

4.9. Сумма комбинаций.

Дан массив **различных** целых чисел и некоторое целевое целочисленное значение. Найти **все** комбинации элементов массива, сумма которых даёт искомое значение. Любой элемент массива может быть использован в комбинациях *произвольное число раз*. Две комбинации считаются уникальными, если в них различается частота хождения как минимум **одного числа** из исходного массива. Пример:

Входные данные: $inputs = [2, 3, 4]; target = 8$

Ответ: $[[2, 2, 2, 2], [2, 2, 4], [4, 4]]$;

$2 + 2 + 2 + 2 == 8$

$2 + 2 + 4 == 8$

$4 + 4 == 8$

Ограничения:

- числа во входном массиве ограничены диапазоном $[1; 200]$;
- целевой параметр ограничен диапазоном $[1; 500]$.

4.10. Вложенный массив максимальной длины.

Дан массив целых чисел. Реализовать функцию, которая находит в нём вложенный массив с максимальной суммой его элементов (по сравнению с другими кандидатами). Вернуть из функции сам вложенный массив и его сумму.

Под *вложенным массивом* понимается любая ненулевая непрерывная комбинация элементов исходного массива. Пример:

Входные данные: `inputs = [4, -2, -5, 3, -1, 4, -5];`

Ответ: `{[3, -1, 4], 6};`

4.11. Получить уникальные интервалы.

Определим *целочисленный интервал* как массив из двух элементов, содержащих его начало и конец. Пусть задан массив таких интервалов. Реализовать функцию, которая пределит **перекрывающиеся** интервалы, объединит их и вернёт массив *неперекрывающихся* интервалов, который включает в себя весь исходный диапазон. Пример:

Входные данные: `inputs = [[2, 5], [3, 8], [8, 10], [23, 88]];`

Ответ: `[[2, 10], [23, 88]];`

4.12. Найти все корректные IPv4 адреса.

IPv4 адрес – некоторый уникальный номер части устройств в сети интернет. Он состоит из **четырёх** целых чисел, разделённых «точкой». Например, «**192.0.1.165**». Каждое число является *десятичным* целым в диапазоне [0; 255].

Реализовать функцию, которая по заданной строке построит список всех корректных IP-адресов.

Входные данные: `"0000"`

Ответ: `["0.0.0.0"]`

Входные данные: `"000"`

Ответ: `[]` (невозможно построить корректный IP адрес)

Входные данные: `"25519201"`

Ответ: `["255.192.0.1", "255.19.20.1", "255.1.9.201"]`

4.13. Игра в ликвидатора.

Пусть задано целое число **N** и *условный массив* в диапазоне [1; N], в котором числа идут в возрастающем порядке с шагом 1. Преобразовать этот условный массив по следующему алгоритму:

1. начиная с левой границы удалить все **нечётные** (*согласно позициям, не индексам*) элементы;
2. начиная с правой границы удалить все **нечётные** элементы;
3. повторять шаги **1** и **2** до тех пор, пока не останется только один элемент в массиве.

Реализовать функцию, которая по заданному числу **N** вернёт последний «оставшийся-в-живых» элемент массива.

Входные данные: $N = 6$;
Условный массив: $[1, 2, 3, 4, 5, 6]$
Шаг 1: $[_, 2, _, 4, _, 6] \Rightarrow [2, 4, 6]$
Шаг 2: $[_, 4, _] \Rightarrow [4]$
Ответ: 4

4.14. Медиана двух массивов.

Даны два массива целых чисел, упорядоченных *по возрастанию*. Найти **общую медиану** этих двух массивов.

Ограничения: не использовать дополнительный массив.

Примеры:

Входные данные: $\text{nums1} = [1, 5]$, $\text{nums2} = [3]$;
Ответ: 3.0

Пояснения: условный объединённый массив будет $\Rightarrow [1, 3, 5]$,
его медиана равна 3.0 (приведена к действительному типу)

Входные данные: $\text{nums1} = [-4, -8, 4]$, $\text{nums2} = [1, 5, 7]$;
Ответ: 2.5

Пояснения: объединённый массив $\Rightarrow [-4, -8, 1, 4, 5, 7]$,
его медиана равна $(1 + 4) / 2 = 2.5$ (чётное число элементов)

4.15. Полные квадраты.

Для заданного числа N найти **наименьшее** число *полных квадратов*, сумма которых равна N .

Под *полным квадратом* понимается число, квадратный корень из которого также является целым числом. Примеры:

Входные данные: $N = 15$;
Ответ: 4
 $15 = 9 + 4 + 1 + 1$

Входные данные: $N = 12$;
Ответ: 4
 $12 = 4 + 4 + 4 + 4$

Входные данные: $N = 17$;
Ответ: 2
 $17 = 16 + 1$

***Дополнительное развлечение** для интереса, можно само разложение выводить на консоль или получать в текстовом виде из функции.

4.16. Выбор случайного индекса.

Дан массив целых неunikальных чисел и произвольное целое число **target**.

Реализовать функцию, которая вернёт индекс числа **target**. Если во входном массиве число элементов, равных **target**, больше единицы, то все подходящие индексы должны возвращаться функцией **равновероятно**. Пример:

Входные данные: `nums = [2, 3, 4, 1, 5, 6, 3, 8, 2, 3];`

`target = 4`

Ответ: 2 (индекс четвёрки)

`target = 3`

Ответ: 1, 6 или 9 – один из индексов возвращается случайным образом.

Вероятность возвращения каждого должна быть одинакова

`target = 2`

Ответ: 0 или 8

***Дополнительное развлечение** вместо функции реализуйте *функциональный объект*.

4.17. Деление по заказу.

Пусть заданы массив `equations`, состоящий из пары символьных значений, и `values` – состоящий из набора действительных чисел. Размерности обоих массивов должны совпадать. Каждая пара `equations[i] == [Ai, Bi]` и число `values[i]` представляют собой уравнение $\frac{A_i}{B_i} = values[i]$.

Также задан массив запросов `queries`, которые, аналогично `equations`, представляет собой некоторые символьные пары `queries[i] == [Yi, Zi]`. Для каждого запроса найти решение уравнения $\frac{Y_i}{Z_i} = ?$. В случаях, если данных недостаточно в качестве ответа вернуть **nan** (`std::nan` из `<cmath>` в C++). Пример:

Входные данные:

`equations = [["a", "b"], ["b", "c"]],`

`values = [2.0, 3.0],`

`queries = [["a", "c"], ["b", "a"], ["a", "bc"], ["a", "a"], ["x", "x"]]`

Ответ: `[6.0, 0.5, nan, 1.0, nan]`

Пояснения: первый запрос – `a/c`. При этом, имеем: `a/b == 2.0`, `b/c == 3.0`

Дальше действовать можно по разному, например перемножением `a/b * b/c` получаем `a/c == 6.0`.

`"bc"`, `"x"` – не присутствуют как составляющие в исходном массиве уравнений, так что – сразу `Not-A-Number`, то есть – `nan`.

`a/a` – одинаковые символы, принимаем как `1.0`

4.18. Поиск подмножества.

Задан массив *двоичных чисел*, представленных в виде **строк** (каждый элемент массива состоит только из символов «0» и «1»). Заданы два числа:

- **max_zeros_count** – максимальное количество *нулей*;
- **max_ones_count** – максимальное количество *единиц*;

Найти размер **наибольшего** подмножества из элементов исходного массива, в котором число *нулей* и *единиц* не превышает заданных максимальных значений.

Входные данные: `strs = ["10", "0001", "111001", "1", "0"],`

`max_zeros_count = 5, max_ones_count = 3`

Ответ: 4 (элемента)

Пояснения: наибольшее подмножество есть - ["10", "0001", "1", "0"]. В нём число нулей равно 5, число единиц - 3, что не превышает заданные границы. Примера неподходящего подмножества в данном случае - ["0001", "111001"], где число единиц равно 5, что больше заданного порога в максимум 3 штуки. Другие кандидаты - ["0001", "1"] и ["10", "1", "0"], но их размер равен только 2. Поэтому, ответ - 4