

# Примеры экзаменационных билетов трёхлетней давности.

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. **Разреженная матрица** - матрица с преимущественно нулевыми элементами. Например:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 87 & 0 & 0 & 6 & 92 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 101 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 44 & 0 \end{pmatrix}$$

В матрице  $6 \times 7$  из 42 элементов ненулевыми являются только 10. Хранение такой матрицы целиком в памяти программы является неоптимальным. Одним из способов является использование **разреженного строчного формата**. Он состоит в задании трёх массивов: в *первый* записываются все ненулевые элементы матрицы; во *второй* - все номера столбцов (вторые индексы) каждого ненулевого элемента. *Третий* - специальный массив, в котором каждый элемент соответствует одной строке и хранит **позицию** из *первого массива*, с которой в нём начинаются значения элементов соответствующей строки. Для приведённой матрицы:

массив\_значений: 1, 5, 87, 6, 92, 5, 101, 8, 12, 44  
массив\_индексов\_столбцов: 0, 3, 2, 5, 6, 3, 0, 5, 3, 5  
массив\_позиций: 0, 2, 2, 5, 6, 8, 10

Размерность *третьего массива* равна количеству строк + 1. Задачи:

- реализовать тип для хранения разреженных матриц;
- организовать загрузку матриц из файлов: файл с матрицей содержит количество строк, количество столбцов и саму матрицу (включая нулевые элементы);
- функцию для сложения разреженных матриц (с проверкой соответствия размеров складываемых матрицу).

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Реализовать класс, представляющий кольцевой связный список

Требуемые операции:

- Добавление элемента в начало / конец / на произвольную позицию.
- Удаление элемента с указанной позиции.
- Проверка, является ли список пустым.
- Получение размера списка.
- \* Вывод списка в поток вывода C++.

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Написать базовый аналог автозамены - предложения наиболее вероятных вариантов по заданной последовательности символов.

Пусть дан файл со словами вида:

15 teacher  
25 team  
8 tea  
55 lizard  
17 litium  
4 linear

В нём число означает популярность слова. Пользователь вводит буквы "te" и ему показываются слова, начинающиеся с этих букв в порядке убывания популярности: *team*, *teacher*, *tea*. Ограничить количество показываемых слов пятью штуками.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Реализовать очередь без использования связного списка.

Требуемые операции:

- Добавление элемента в очередь.
- Извлечение текущего элемента из очереди.
- Печать очереди на экран.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Написать программу, выводящую на экран оптимальный порядок перемножения  $n$  матриц. Например, пусть даны четыре матрицы:  $A_1, A_2, A_3, A_4$  фиксированных размеров. Варианты перемножения могут быть:  $((A_1 A_2)(A_3 A_4))$ ,  $((A_1(A_2 A_3))A_4)$ ,  $(A_1((A_2 A_3)A_4))$  и т.д. Все они между собой отличаются общим количеством перемножений элементов матриц. Оптимальным является такой порядок, при котором количество перемножений элементов минимально. Например, для размерностей  $37 \times 13, 13 \times 46, 46 \times 26, 26 \times 48$  оптимальным будет порядок  $A_1((A_2 A_3)A_4)$ .

Одним из алгоритмов, отличных от полного перебора всех вариантов, является следующий.

Для  $n$  матриц будет задано  $n + 1$  размерностей. Введём два двумерных массива, размерности  $n+1 \times n+1$ :  $costs[n+1][n+1]$  и  $optimal\_k[n+1][n+1]$ . Первый из них проинициализируем нулями. Заведём цикл от 2 до  $n$  включительно, переменную обозначим  $l$ . Следующий внутренний цикл будет определять индекс  $i \in [1; (n - l + 1)]$ . Это первый индекс для инициализации элементов указанных массивов. Индекс  $j = i + l - 1$  и следует задать  $costs[i][j] = DBL\_MAX$ .

Далее используется ещё один вложенный цикл по  $k \in [i; j-1]$  и на каждой итерации вычисляется значение  $q = costs[i][k] + costs[k+1][j] + dims[i-1] * dims[k] * dims[j]$ . Если  $q < costs[i][j]$ , то  $costs[i][j] = q, optimal\_k[i][j] = k$ . Здесь  $dims$  - массив всех размерностей, в котором нумерация начинается с нуля.

В итоге элемент массива  $optimal\_k[i][j]$  при  $i > j$  показывает число  $k$ , которое характеризует последнее умножение матриц в цепочке  $A_i A_{i+1} \dots A_j$ , а именно:  $(A_i \dots A_k)(A_{k+1} \dots A_j)$  ( $k \in [i; j]$ )

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. Реализовать стек без использования связного списка.

Требуемые операции:

- Добавление элемента в стек.
- Извлечение текущего элемента из стека.
- Печать элементов стека на экран.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1. Реализовать очередь с приоритетом с помощью шаблонного класса.

Требуемые операции:

- Вставка элемента с заданным приоритетом.
- Получение текущего элемента с максимальным приоритетом.
- Получение текущего элемента с заданным приоритетом.
- \* Удаление очереди.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1. В файле строки с целыми числами. В разных строчках количество чисел различается.

В каждой строке содержится значения группы сопротивлений, подключённых параллельно. В свою очередь, каждая группа включена в общую схему последовательно. Написать программу, которая по предоставленному файлу рассчитывает общее сопротивление соединения.

**Необходимые условия:** Каждая строка исходного файла должна быть считана **только один раз**. Если в строке среди чисел встречается *отрицательное*, то считается, что группа сопротивлений сформирована (оставшиеся числа не учитываются).

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1. Задать класс, реализующий тип данных «вещественная матрица» и работу с ними. Размеры матрицы задаются в момент времени выполнения. Класс должен реализовывать следующие операции над матрицами:

- сложение, вычитание, умножение (умножение – как на другую матрицу, так и на число);
- операции сравнения на равенство/неравенство;
- методы, реализующие проверку типа матрицы (квадратная, диагональная, нулевая, единичная, симметричная);
- \* комбинированные операции присваивания ( $+=$ ,  $-=$ ,  $*=$ ,  $/=$ );
- \* ввод/вывод матрицы в потоки ввода/вывода C++

Написать программу, демонстрирующую работу с этим классом.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

1. Составить класс для объектов-векторов, задаваемых координатами концов (все вектора считаются начинающимися с точки (0; 0; 0)) в трехмерном пространстве. Реализовать:

- сложение и вычитание векторов с получением нового вектора;
- вычисление скалярного произведения двух векторов;
- вычисление длины вектора;
- вычисление угла между векторами.

Написать программу, демонстрирующую работу с этим классом.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

1. Реализовать шаблонный класс, представляющий двоичное дерево. Класс должен работать для любых типов данных, поддерживающих операции сравнения «меньше» и проверку на равенство.

Требуемые операции:

- Добавление элемента в дерево.
- Поиск элемента в дереве.
- Получение размера (числа узлов).

Гарантированный бонус будет за:

- \* Реализацию хотя бы одной операции с деревом без использования рекурсии.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

1. Реализовать класс для описания многочленов от одной переменной, задаваемых степенью многочлена и массивом коэффициентов.

Класс должен иметь:

- операцию для вычисления значения многочлена для заданного аргумента;
- операции сложения, вычитания и умножения многочленов;
- \* ввод/вывод текущего состояния многочлена в потоки ввода/вывода C++.

Написать программу, демонстрирующую работу с этим классом.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13

1. Написать функцию для вычисления определённого одномерного интеграла с заданной точностью. Для вычисления использовать метод правых прямоугольников:  $\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=1}^n hf(a + ih)$

Для численного вычисления отрезок  $[a; b]$  разбивается на  $n$  равномерных частей, длина каждой равна  $h = \frac{b-a}{n}$  (шаг сетки).

Для вычисления с заданной точностью, сначала выбирается некоторое число разбиений  $n$  и вычисляется значение интеграла  $I_n$  по указанной формуле. Затем число разбиений отрезка  $[a; b]$  удваивается (шаг сетки уменьшается в два раза) и вычисляется  $I_{2n}$ . Данная процедура повторяется до тех пор, пока  $|I_{2n} - I_n| > \epsilon$ . Здесь  $\epsilon$  - заданная точность вычисления.

**Необходимые условия:** в каждой точке отрезка значение  $f(x_i)$  должно быть вычислено только **единожды**. Итоговая функция расчёта интеграла должна принимать четыре параметра: *левый предел, правый предел, необходимую точность и подынтегральную функцию*:

```
double value = integrate_1d( 0, 3.14 / 2, 0.0005, cos );
```

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14

1. Написать функцию для вычисления определённого одномерного интеграла с заданной точностью.

Для вычисления использовать метод Монте-Карло:  $\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n hf(x_i)$  Для численного вычисления отрезок  $[a; b]$  разбивается на  $n$  равномерных частей, длина каждой равна  $h = \frac{b-a}{n}$  (шаг сетки).  $x_i$  - случайное число, равномерно распределённая на отрезке  $[a; b]$ .

Для вычисления с заданной точностью, сначала выбирается некоторое число разбиений  $n$  и вычисляется значение интеграла  $I_n$  по указанной формуле. Затем число разбиений отрезка  $[a; b]$  удваивается (шаг сетки уменьшается в два раза) и вычисляется  $I_{2n}$ . Данная процедура повторяется до тех пор, пока  $|I_{2n} - I_n| > \epsilon$ . Здесь  $\epsilon$  - заданная точность вычисления.

Итоговая функция расчёта интеграла должна принимать четыре параметра: *левый предел, правый предел, необходимую точность и подынтегральную функцию*:

```
double value = integrate_1d( 0, 3.14 / 2, 0.0005, sin );
```

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15

1. Написать функцию для вычисления определённого одномерного интеграла с заданной точностью.

Для вычисления использовать метод трапеций:  $\int_a^b f(x)dx = \left[ \frac{1}{2} (f(a) + f(b)) + \sum_{i=1}^{n-1} f(a + ih) \right] h$

Для численного вычисления отрезок  $[a; b]$  разбивается на  $n$  равномерных частей, длина каждой равна  $h = \frac{b-a}{n}$  (шаг сетки).

Для вычисления с заданной точностью, сначала выбирается некоторое число разбиений  $n$  и вычисляется значение интеграла  $I_n$  по указанной формуле. Затем число разбиений отрезка  $[a; b]$  удваивается (шаг сетки уменьшается в два раза) и вычисляется  $I_{2n}$ . Данная процедура повторяется до тех пор, пока  $|I_{2n} - I_n| > \epsilon$ . Здесь  $\epsilon$  - заданная точность вычисления.

**Необходимые условия:** в каждой точке отрезка значение  $f(x_i)$  должно быть вычислено только **единожды**. Итоговая функция расчёта интеграла должна принимать четыре параметра: *левый предел, правый предел, необходимую точность и подынтегральную функцию*:

```
double value = integrate_1d( 0, 3.14 / 2, 0.0005, cos );
```

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16

1. Заполнить двумерный массив заданного размера  $2n \times 2n$  знаками '@' и '#' так, чтобы '@' располагались так, как располагаются чёрные поля на шахматной доске; а '#' - как располагаются белые поля. Левое нижнее поле на шахматной доске всегда чёрное. Число  $n$  вводится при старте программы с клавиатуры.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17

1. Подготовить текстовый файл с целыми числами. Написать программу по расчёту среднего значения набора, состоящего из всех третьих чисел в исходном файле.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 18

1. Заданы две матрицы размера  $m \times n$ : целочисленная  $\{X_{ij}\}$  со случайными элементами в интервале  $[-15; 35]$  и действительная  $\{P_{ij}\}$  со случайными элементами в интервале  $[0; 1]$ . Считаем каждую  $i$  строку первой матрицы - набором из  $n$  дискретных случайных чисел, а  $i$  строку второй - соответствующим вероятностям выпадения конкретного числа. Вывести на экран только те строки из  $\{X_{ij}\}$ , математическое ожидание которых меньше среднего математического ожидания всех строк. Мат. ожидание рассчитывается по формуле  $M[X] = \sum_{i=1}^n x_i p_i$

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 19

1. Заданы две матрицы размера  $m \times n$ : целочисленная  $\{X_{ij}\}$  со случайными элементами в интервале  $[-25; 25]$  и действительная  $\{P_{ij}\}$  со случайными элементами в интервале  $[0; 1]$ . Считаем каждую  $i$  строку первой матрицы - набором из  $n$  дискретных случайных чисел, а  $i$  строку второй - соответствующим вероятностям выпадения конкретного числа. Вывести на экран только те строки из  $\{X_{ij}\}$ , математическое ожидание которых больше среднего математического ожидания всех строк. Мат. ожидание рассчитывается по формуле  $M[X] = \sum_{i=1}^n x_i p_i$

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 20

1. Дан текстовый файл, в котором расположены действительные числа. Каждые десять чисел считаем обособленным набором случайных величин.

Составить программу, выводящую на экран все наборы в порядке убывания дисперсии функции  $f(x) = \ln(1 + x^2)$  для **каждого набора**.

Дисперсия рассчитывается по формуле:  $D = \langle f^2 \rangle - (\langle f \rangle)^2$

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 21

1. Написать функцию для расчёта суммы цифр целого положительного числа. В текстовом файле, содержащем целые числа, найти три числа с наибольшей суммой составляющих их цифр.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 22

1. Дан текстовый файл со словами. Напечатать все слова из него, в которых количество гласных букв составляет от трёх до пяти. *Примечания:* помнить, что слово должно состоять **только** из букв. Ограничиться английским алфавитом и соответствующими гласными: *a, e, i, o, u, y*

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 23

1. Дана действительная двумерная матрица  $rows \times cols$ ,  $cols > 3$ . Отсортировать её построчно в порядке возрастания третьих элементов каждой строки. *Примечание:* использовать функцию **sort** из стандартной библиотеки C++.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 24

1. Дана целочисленная двумерная матрица  $rows \times cols$ ,  $cols > 2$ . Отсортировать её построчно в порядке убывания вторых элементов каждой строки. *Примечание:* использовать функцию **sort** из стандартной библиотеки C++.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 25

1. Написать функцию для расчёта доли некторого слова в заданной строке. Задать слово для проверки. В текстовом файле, содержащем произвольное количество строк текста, найти строку с наибольшей долей заданного слова. В результате программа должна вывести найденную строку и её номер в файле.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 26

1. Дана квадратная действительная матрица размера  $n$  и массив целых чисел  $a_1, \dots, a_{n+5}$ . Считаем, что каждый элемент массива  $a_i$  содержит значение угла в *градусах*. Если максимальный **по модулю** элемент матрицы находится на её главной диагонали, то вычислить синус от каждого элемента массива  $a_i$ , иначе - тангенс.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 27

1. В текстовом файле задана матрица размером  $m \times n$ ,  $m > 3$ . Структура файла следующая:

- сначала идёт целое положительное число, обозначающее число строк;
- затем - целое положительное число, обозначающее число столбцов;
- и далее - все элементы матрицы.

Вычислить сумму  $\xi_1 \xi_n + \xi_2 \xi_{n-1} + \dots + \xi_n \xi_1$ , где  $\xi_i$  - максимальный элемент в  $i$ -ой строке.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 28

1. Дана случайная целочисленная матрица  $S$  размером  $m \times n$ . *Соседями* элемента  $S_{ij}$  назовём все остальные элементы матрицы, **индексы которых** отличаются от  $i, j$  на единицу (в положительную или отрицательную сторону).

Построить новую матрицу  $R$  той же размерности, каждый элемент которой  $R_{ij}$  равен **единице**, если все соседи элемента  $S_{ij}$  больше него, и **нулю** в противном случае.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 29

1. Дана случайная целочисленная матрица  $S$  размером  $m \times n$ . *Соседями* элемента  $S_{ij}$  назовём все остальные элементы матрицы, **индексы которых** отличаются от  $i, j$  на единицу (в положительную или отрицательную сторону).

Построить новую матрицу  $R$  той же размерности, каждый элемент которой  $R_{ij}$  равен **единице**, если все среднее значение соседей элемента  $S_{ij}$  больше него, и **нулю** в противном случае.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 30

1. Дана случайная целочисленная матрица  $S$  размером  $m \times n$ . *Соседями* элемента  $S_{ij}$  назовём все остальные элементы матрицы, **индексы которых** отличаются от  $i, j$  на единицу (в положительную или отрицательную сторону).

Построить новую матрицу  $R$  той же размерности, каждый элемент которой  $R_{ij}$  равен **единице**, если все среднее значение соседей элемента  $S_{ij}$  по модулю меньше него, и **нулю** в противном случае.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 31

1. Дан файл с текстом. Задать две приставки (например, «*при*» и «*про*») и вычислить долю каждой в исходном тексте. Доля определяется как количество слов с приставкой по отношению к общему количеству слов.

Под *приставкой* упрощённо понимается последовательность символов, с которой будет начинаться слово.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 32

1. Дан файл с текстом. Задать строку  $s$  и найти все строки файла, содержащие в качестве фрагмента  $s$ . Среди выбранных строк определить строки с наибольшей и наименьшей длиной. *Примечание:* строка  $s$  может быть как предложением, так и отдельным словом.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 33

1. Задан массив действительных случайных чисел размерностью  $n$ , упорядоченный по убыванию. Случайным образом задаётся действительное число  $r$  и индекс  $k$  ( $k < n$ ). Удалить из массива элемент с индексом  $k$  и вставить в него число  $r$  таким образом, чтобы упорядочение по убыванию сохранилось в массиве. *Примечание:* после вставки числа  $r$ , то есть копирования его значения в один из элементов массива, к массиву не должна применяться функция сортировки.