# Aufgabe 3: Abbiegen

# Richard Wohlbold Team-ID: 00487

# 9. Februar 2020

# Inhaltsverzeichnis

1	Lösı	ungsidee
	1.1	Darstellung des Straßennetzes
	1.2	Finden des optimalen Weges
2	Hm	setzung
_	2.1	Aus der Eingabedatei zum node-based-graph
	$\frac{2.1}{2.2}$	0 1
	2.3	Visualisierung
	2.4	Laufzeit
3	Beis	spiele
	3.1	Beispiel aus der Aufgabenstellung
		3.1.1 Visualisierung
		3.1.2 0% Toleranz
		3.1.3 15% Toleranz
		3.1.4 30% Toleranz
	3.2	Beispiel 1 von der Website
	0.2	3.2.1 Visualisierung
		3.2.2 0% Toleranz
		3.2.3 15% Toleranz
		3.2.4 30% Toleranz
	3.3	Beispiel 2 von der Website
	0.0	3.3.1 Visualisierung
		3.3.2 0% Toleranz
		3.3.3 15% Toleranz
		3.3.4 30% Toleranz
		3.3.5 50% Toleranz
	3.4	Beispiel 3 von der Website
	0.1	3.4.1 Visualisierung
		3.4.2 0% Toleranz
		3.4.3 15% Toleranz
		3.4.4 30% Toleranz
	3.5	Eingabedatei existiert nicht
	3.6	Toleranz keine Zahl oder negativ
	3.7	Zu wenig Parameter
	3.8	Kein Weg zum Ziel
	<b>J.</b> O	3.8.1 Eingabedatei
		3.8.2 Visualisierung
		3.8.3 Ausgabe
		J.O.J Ausgane
4	Que	ellcode (ausschnittsweise)

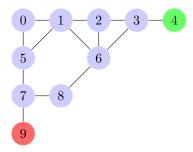


Abbildung 1: Beispiel aus der Aufgabe, als *node-based-graph*, zur Übersichtlichkeit ohne entsprechende Gewichte, repräsentiert. Knoten 9 ist dabei der Ausgangsknoten und Knoten 4 der Zielknoten

### 1 Lösungsidee

Für die Beantwortung von Bilals Frage muss das Straßennetz zunächst als Datenstruktur repräsentiert werden. Daraufhin arbeite ich mit einer modifizierten Version des Dijkstra-Shortest-Path-Algorithmus, um einen Weg zu finden, dessen Länge innerhalb der gegebenen Grenzen liegt und auf dem so wenig wie möglich abgebogen werden muss.

#### 1.1 Darstellung des Straßennetzes

Straßennetze werden allgemein als gewichtete Graphen, d.h. Mengen von Knoten und Kanten zwischen diesen, repräsentiert. Normalerweise entsprechen dabei Knoten den Kreuzungen und Kanten den Straßen zwischen den Kreuzungen, ein sog. node-based-graph. Dabei hat jede Kante ein Gewicht, d.h. einen ihr zugewiesenen numerischen Wert, der meistens der Länge der entsprechenden Straße entspricht. Das Beispiel aus der Aufgabenstellung ist in Abbildung 1.1 als node-based-graph repräsentiert.

Wenn jedoch auch das Abbiegen miteinbezogen werden soll, wird die Darstellung des Straßennetzes schwieriger. Oft soll beispielsweise auf einer Route weniger abgebogen werden, weshalb Abbiegevorgängen Gewichte zugeordnet werden, sogenannte turn costs [1]. Bei diesen Gewichten stößt die traditionelle Repräsentation der Straßennetze an ihre Grenzen, sodass bei turn costs der Ansatz eines edge-based-graphs gewählt wird. Dabei wird jede Straße als Knoten repräsentiert. Für jede Möglichkeit, von einer Straße auf eine andere zu gelangen, wird eine Kante zwischen den zwei entsprechenden Knoten hinzugefügt. Falls zwischen den Straßen abgebogen werden muss, kann dies entweder als Gewicht der Kante dargestellt werden oder ein einfaches Wahr oder Falsch für jede Kante gespeichert werden. Die Länge jeder Straße muss für einen edge-based-graph für jeden Knoten statt für jede Kante gespeichert werden. Das Beispiel aus der Aufgabe ist in Abbildung 2 als edge-based-graph repräsentiert.

#### 1.2 Finden des optimalen Weges

Das Finden des optimalen Weges löse ich mithilfe des Dijkstra-Shortest-Path-Algorithmus. Dieser benutzt eine PriorityQueue, um Kreuzungen geordnet nach ihrer Distanz zum Ausgangspunkt zu "besuchen". Wird eine Kreuzung "besucht", werden alle Kreuzungen, die von dieser Kreuzung über eine Straße erreicht werden können, der PriorityQueue mit ihrer Distanz vom Ursprung hinzugefügt. Wird die Zielkreuzung gefunden, terminiert der Algorithmus und der kürzeste Weg kann rekonstruiert werden.

Der erste Schritt meines Programms ist es, den Dijkstra-Shortest-Path-Algorithmus auf den in Abschnitt 1.1 beschriebenen edge-based-graph anzuwenden. Dadurch wird die kürzeste Distanz vom Start zum Ziel ermittelt. Zusätzlich kann jeweils die Anzahl an Abbiegevorgängen neben der Distanz in die PriorityQueue hinzugefügt werden, damit auch die maximale Anzahl an Abbiegevorgängen n ermittelt werden kann.

Im Folgenden soll nun versucht werden, den kürzesten Weg mit einer gewissen Anzahl an Abbiegevorgängen m zu finden. Anfangs ist m=n-1, falls ein solcher Weg existiert und Bilals Toleranz nicht überschreitet, wird m um jeweils 1 verringert, bis eine der Bedingungen verletzt ist. Dadurch wird der Weg mit der niedrigsten Anzahl an Abbiegevorgängen, der Bilals Anforderungen genügt, gefunden.

Wie auch anfangs, verfolgt die modifizierte Version des Dijkstra-Algorithmus die Anzahl der Abbiegevorgänge, die benötigt werden, um auf eine Straße (zu einem Knoten) zu gelangen. Anders als zuvor fügt jedoch der Algorithmus der PriorityQueue keine Straßen hinzu, für die > m Mal abgebogen werden

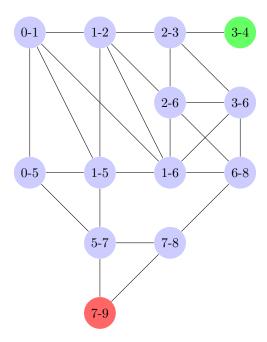


Abbildung 2: Beispiel aus der Aufgabe, als edge-based-graph repräsentiert, hier ohne Gewicht

muss. Zusätzlich wird es erlaubt, Knoten öfter zu besuchen, sofern bei den neuen Besuchen die Zahl der Abbiegevorgänge auf der Route geringer ist, als vorher.

Somit werden nur Routen gefunden, die maximal m Abbiegevorgänge haben. Auch werden keine Routen ignoriert, die zwar etwas länger sind, aber trotzdem die entsprechende Anzahl an Abbiegevorgängen aufweisen könnten.

## 2 Umsetzung

Ich habe die Lösungsidee in Python 3 umgesetzt.

#### 2.1 Aus der Eingabedatei zum node-based-graph

Dazu wird zuerst die Eingabedatei in einen node-based-graph eingelesen. Die eingelesenen Kreuzungen werden als dict repräsentiert: Dabei erhält jede Kreuzung einen Schlüssel, die sie eindeutig identifiziert. Die Schlüssel der Kreuzung sind jeweils die Schlüssel des dicts. Die Werte des dicts sind die Koordinaten der Kreuzung.

Auch die Straßen werden als dict repräsentiert: Dabei werden als Schüssel der Schlüssel der Startkreuzung der Straße verwendet und als Wert eine Menge mit den Schlüsseln aller Kreuzungen, mit denen die Startkreuzung verbunden ist.

Das Beispiel aus der Aufgabe wird folgendermaßen repräsentiert:

```
1 junctions = {
      0: (0, 0),
3     1: (0, 1),
      2: (0, 2),
5     3: (0, 3),
      4: (1, 1),
7     5: (1, 3),
      6: (2, 2),
9     7: (2, 3),
      8: (3, 3),
11     9: (4, 3)
}

roads = {
15     0: {1},
      1: {0, 2, 4},
      1: {2: {1, 3, 4, 5},
      3: {2, 5},
}
```

```
19 4: {1, 2, 6},
5: {2, 3, 6, 7},
21 6: {8, 4, 5, 7},
7: {8, 5, 6},
23 8: {9, 6, 7},
9: {8}
```

#### 2.2 Vom node-based-graph zum edge-based-graph

Als nächster Schritt wandelt das Programm den node-based-graph in einen edge-based-graph um. Alle Straßen erhalten zuerst einheitliche Namen: Dazu werden die Schlüssel ihrer Start- und Endkreuzungen sortiert und mit einem Unterstrich verbunden. Daraufhin werden sie mit ihrer Länge als Knoten in einem dict (nodes) gespeichert. Die Kanten des edge-based-graphs bilden die Kreuzungen. Dabei wird jede Möglichkeit, auf eine andere Straße zu wechseln, einzeln zusammen mit der Information, ob für diesen Wechsel abgebogen werden muss, gespeichert. Dies geschieht erneut in einem dict, dessen Schlüssel der Name einer Straße bildet. Der Wert ist jeweils eine Liste von tuplen, in denen der Name der nächsten Straße und ob man geradeaus weiterfahren muss, gespeichert ist. Durch die Umwandlung in einen edgebased-graph gibt es nicht mehr nurnoch ein Ziel, sondern eine Menge an Straßen, von denen man das Ziel sofort erreicht. Im Programm wird dies als set repräsentiert, das die Namen aller Straßen, die mit der Zielkreuzung verbunden sind, enthält. Analog wird auch ein set erstellt, das die Namen aller Ausgangsstraßen enthält.

Um herauszufinden, ob man bei einem Straßenwechsel abbiegen muss, wird der Winkel zwischen den beiden Vektoren der Straßen berechnet. Es gilt:

$$\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$
 
$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

Da  $\alpha = 180^{\circ}$ 

$$\frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = -1$$

Für das Beispiel aus der Aufgabe sehen die Datenstrukturen folgendermaßen aus (mit Auslassungen):

```
nodes = {
    '0<sub>-</sub>1': 1.0,
    '1_2': 1.0,
    '1_4': 1.0,
    ,2_3,: 1.0,
     '2_4': 1.4142135623730951,
    '2_5': 1.4142135623730951,
    '3<sub>5</sub>': 1.0,
    '4_6': 1.4142135623730951,
    '5_6': 1.4142135623730951,
    <sup>'5</sup>_7': 1.0,
    '6_8': 1.4142135623730951,
    '6<sub>-</sub>7': 1.0,
    '7_8': 1.0,
    '8_9': 1.0
  edges = {
   '0<sub>-</sub>1': {
    ('1_2', True),
    ('1_4', False)
    ('2<sub>5</sub>', False),
    ('2<sub>-</sub>3', True),
    ('2_4', False),
```

```
27 ('0-1', True),

('1-4', False)

29 },

'1-4': {

31 ('2-4', False),

('4-6', False),

33 ('0-1', False),

('1-2', False)},

35 '2-3': {

('2-4', False),

37 ('1-2', True),

('3-5', False),

39 ('2-5', False)

},

41 ...

}

43 sources = {'0-1'}

44 targets = {'8-9'}
```

Im Folgenden wird der Algorithmus aus Abschnitt 1 ausgeführt. Dazu wird eine Funktion dijkstra definiert, der den kürzesten Weg zum Ziel mit höchstens number\_turns Abbiegevorgängen findet und zurückgibt. Diese arbeitet mithilfer der PriorityQueue aus dem Paket queue. Ein Element der PriorityQueue ist ein tuple und enthält die bisherige Weglänge (Priorität, mit der die PriorityQueue die Elemente ordnet, nach dem Dijkstra-Shortest-Path-Algorithmus), den vorherigen Knoten des edge-based-graphs sowie der gesamte Weg bis zum Knoten und die Anzahl an Abbiegevorgängen. Wird ein neuer Knoten von dem vorherigen aus erreicht, werden die Gesamtweglänge, der vorherige Knoten, der Gesamtweg und die Anzahl an Abbiegevorgängen entsprechend angepasst und verändert der PriorityQueue hinzugefügt.

Falls auf einem Weg bereits number\_turns abgebogen wurde und für den nächsten Knoten ein Abbiegevorgang benötigt wird, wird dieser nicht der PriorityQueue hinzugefügt, sodass nur Wege mit einer Maximalanzahl an Abbiegevorgängen von number\_turns zurückgegeben werden können.

Ist die PriorityQueue leer, so existiert kein Weg mit number\_turns oder weniger Abbiegevorgängen. Die Funktion dijkstra gibt entsprechend None zurück.

Wird kein Weg mit *m* Abbiegevorgängen gefunden oder überschreitet dessen Länge Bilals Toleranz, wird der letztgefundene Weg verwendet. Zur Ausgabe müssen die Knoten des *edge-based-graphs* wieder in Knoten des *node-based-graphs* umgewandelt werden. Dazu werden die Schlüssel der Knoten des *edge-based-graphs* aufgeteilt, sodass je zwei Schlüssel des *node-based-graphs* erhalten werden (siehe oben). Nun wird überprüft, von welcher Kreuzung Bilal auf die Straße fährt und die neue Kreuzung wird an die Liste an Kreuzungsschlüsseln path angehängt. Mithilfe des dicts junctions werden nun den Kreuzungsschlüsseln Koordinaten zugeordnet, die mit der Weglänge und der Anzahl an Abbiegevorgängen ausgegeben werden.

#### 2.3 Visualisierung

Mithilfe des LaTeX-Pakets tikz lassen sich Graphen einfach visualisieren. Im Python-Code ist deshalb auch eine Funktion visualize enthalten, die eine Datei \_visualize.tex erstellt, die, durch LaTeXkompiliert, eine grafische Repräsentation der Eingabedatei zeigt. Bei der Visualisierung wird die Startkreuzung grün markiert und die Endkreuzung rot markiert. x und y-Koordinaten können wie im ersten Quadranten in einem Koordinatensystem verwendet werden.

#### 2.4 Laufzeit

Die Laufzeit des Programms ist in allen getesteten Beispielen kein Problem. Selbst für das längste Beispiel benötigt das Programm weniger als 0.2s.

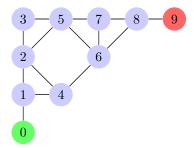
# 3 Beispiele

Zu jedem Beispiel drucke ich die grafische Repräsentation des Beispiels sowie die Programmausgabe und die Zeit, die zur Ausführung benötigt wird

#### 3.1 Beispiel aus der Aufgabenstellung

Die Ergebnisse des Programms beim Beispiel aus der Aufgabenstellung entsprechen in allen Aspekten der Aufgabenstellung.

#### 3.1.1 Visualisierung



#### 3.1.2 0% Toleranz

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen0.txt 0
2 Distance 5.83
3 turns
4 (0, 0) -> (0, 1) -> (1, 1) -> (2, 2) -> (3, 3) -> (4, 3)
```

#### 3.1.3 15% Toleranz

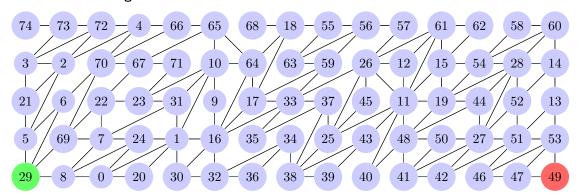
```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen0.txt 15
Distance 6.41
2 turns
```

#### 3.1.4 30% Toleranz

```
1 $ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen0.txt 30
Distance 7.0
3 1 turn
(0, 0) -> (0, 1) -> (0, 2) -> (0, 3) -> (1, 3) -> (2, 3) -> (3, 3) -> (4, 3)
```

#### 3.2 Beispiel 1 von der Website

#### 3.2.1 Visualisierung



#### 3.2.2 0% Toleranz

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen1.txt 0
2 Distance 17.3
6 turns
```

#### 3.2.3 15% Toleranz

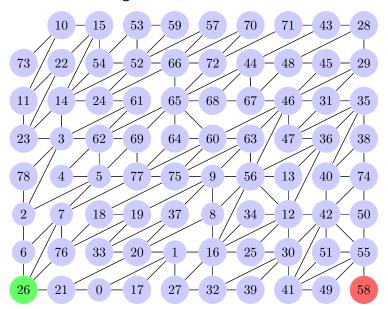
Mit 15% Toleranz lässt sich die Anzahl an Abbiegevorgängen von 6 auf 5 reduzieren:

#### 3.2.4 30% Toleranz

Auch mit 30% Toleranz findet sich kein Weg mit weniger Abbiegevorgängen:

#### 3.3 Beispiel 2 von der Website

#### 3.3.1 Visualisierung



#### 3.3.2 0% Toleranz

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen2.txt 0
2 Distance 10.89
6 turns
4 (0, 0) -> (1, 0) -> (2, 0) -> (4, 1) -> (5, 1) -> (7, 2) -> (8, 2) -> (9, 1) -> (9, 0)
```

#### 3.3.3 15% Toleranz

Mit 15% Toleranz kann die Anzahl an Abbiegevorgängen von 6 auf 5 verringert werden:

#### 3.3.4 30% Toleranz

Mit 30% Toleranz kann die Anzahl an Abbiegevorgängen von 5 auf 4 verringert werden:

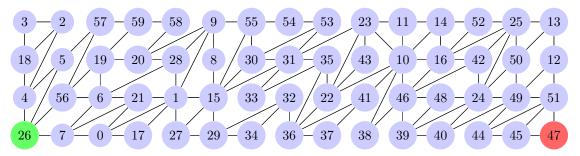
#### 3.3.5 50% Toleranz

Mit 50% Toleranz kann die Anzahl an Abbiegevorgängen von 4 auf 3 verringert werden:

#### 3.4 Beispiel 3 von der Website

Bei diesem Beispiel ist der kürzeste Weg bereits der mit der geringsten Anzahl an Abbiegevorgängen.

#### 3.4.1 Visualisierung



#### 3.4.2 0% Toleranz

#### 3.4.3 15% Toleranz

#### 3.4.4 30% Toleranz

#### 3.5 Eingabedatei existiert nicht

Falls die Eingabedatei nicht existiert, wird ein Fehler zurückgegeben:

### 3.6 Toleranz keine Zahl oder negativ

Ist die Toleranz keine Zahl oder negativ, wird ein Fehler zurückgegeben:

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen.txt -1
Usage main.py <filename> <tolerance (percent)>
```

#### 3.7 Zu wenig Parameter

Sind zu wenig Parameter angegeben, wird ein Fehler zurückgegeben:

```
$ python main.py
2 Usage main.py <filename> <tolerance (percent)>
```

#### 3.8 Kein Weg zum Ziel

Führt kein Weg zum Ziel, wird ein Fehler zurückgegeben.

#### 3.8.1 Eingabedatei

Die Eingabedatei error.txt:

```
2
2 (0,0)
(1,1)
4 (0,0) (1,0)
(0,1) (1,1)
```

#### 3.8.2 Visualisierung





#### 3.8.3 Ausgabe

Die Programmausgabe:

```
$ python main.py error.txt 0
Error: Cannot find any path from source to target in road network!
```

## 4 Quellcode (ausschnittsweise)

Die Auslassungen belaufen sich auf die Parsen der Parameter und die Visualisierungsfunktion und sind mit ... gekennzeichnet.

```
import sys
2 import math
  import queue
 4 import numpy as np
  import collections
6 import itertools
  from collections import defaultdict
  # Auf wie viele Ziffern wird der Quotient gerundet, wenn ermittelt wird, ob an einer
      \hookrightarrow Kreuzung abgebogen werden muss?
10 FLOAT_ERROR_DIGITS = 8
12 def straight(p1, junc, p2):
      Kann man von Kreuzung Punkt p1 über Kreuzung junc auf Punkt p2 gehen, ohne abbiegen
14

→ zu müssen?

      delta1_x = junc[0] - p1[0]
16
       delta1_y = junc[1] - p1[1]
      delta_1 = distance(p1, junc)
18
      delta2_x = p2[0] - junc[0]
20
      delta2_y = p2[1] - junc[1]
      delta_2 = distance(p2, junc)
      return abs(round((delta1_x*delta2_x+delta1_y*delta2_y)/(delta_1*delta_2), FLOAT_ERROR
      → _DIGITS))==1
26 def distance(p1, p2):
      Berechnet die Distanz von Punkt p1 zu Punkt p2
28
      return math.sqrt((p1[0]-p2[0])**2+(p1[1]-p2[1])**2)
32 def format_roadnode(j1, j2):
      Knoten eines edge-based-graphs (Straße), der im node-based-graph eine Kante zwischen
      \hookrightarrow zwei Knoten war, als str repräsentieren
       ....
      if j1 < j2:
          return '{}_{}'.format(j1, j2)
      return '{}_{}'.format(j2, j1)
40 def get_roadnode(n):
      Die Knoten des node-based-graphs ermitteln, zwischen denen der Knoten n des edge-
      \hookrightarrow based-graphs liegt
      return tuple(map(int, n.split("_")))
44
46 def build_graph(junctions, roads, source_junction, target_junction):
      Den node-based-graph aus den Kreuzungen junctions, den Straßen roads, dem Start
48
      → source_junction und dem Ziel target_junction in einen edge-based-graph umwandeln
      nodes = dict()
      edges = collections.defaultdict(set)
```

```
for source in roads:
           for target in roads[source]:
54
                nodes[format_roadnode(source, target)] = distance(junctions[source],

    junctions[target])

       for junction in junctions:
           for comb in itertools.combinations(roads[junction], 2):
58
                pos0 = junctions[comb[0]]
                posj = junctions[junction]
60
                pos1 = junctions[comb[1]]
                s = straight(pos0, posj, pos1)
               r0 = format_roadnode(comb[0], junction)
                r1 = format_roadnode(comb[1], junction)
64
                edges[r0].add((r1, s))
                edges[r1].add((r0, s))
66
68
       sources = set()
       for next_junction in roads[source_junction]:
70
           sources.add(format_roadnode(source_junction, next_junction))
       targets = set()
       for last_junction in roads[target_junction]:
74
           targets.add(format_roadnode(target_junction, last_junction))
       return nodes, edges, sources, targets
80\ \mbox{def}\ \mbox{dijkstra(nodes, edges, sources, targets, number\_turns=None):}
       Den Dijkstra-Shortest-Path-Algorithmus mit der maximalen Anzahl an Abbiegevorgängen
       \hookrightarrow number_turns auf dem gegebenen edge-based-graph ausführen (siehe Dokumentation)
       pq = queue.PriorityQueue()
84
       for source in sources:
           pq.put((0, source, [source], 0))
86
       discovered = {}
       while True:
90
           if pq.empty():
               return None, None, None
92
           prio, node, prev, turns = pq.get()
           if node in discovered and turns >= discovered[node]:
94
                continue
           discovered[node] = turns
98
           for edge in edges[node]:
                prio_new = prio + nodes[edge[0]]
                if not edge[1]:
100
                    if turns == number_turns:
                        continue
                pq.put((prio\_new, edge[0], prev + [edge[0]], turns + (1 if not edge[1] else)
       \hookrightarrow 0)))
           if node in targets:
               break
108
       distance = 0
       for step in prev:
           distance += nodes[step]
       if number_turns is not None and turns != number_turns:
           return None, None, None
116
       return prev, distance, turns
118 def parse_tuple(t):
       Einen tuple aus ints aus einem str einlesen
120
       return tuple(map(int, t.replace('(', '').replace(')', '').split(",")))
```

```
124 def parse_input(file):
       Die Eingabedatei einlesen und in einen node-based-graph umwandeln
126
       with open(file) as f:
           lines = f.read().split("\n")
           start_coords = parse_tuple(lines[1])
           end_coords = parse_tuple(lines[2])
           lines_roads = lines[3:]
           junctions = {}
134
           roads = defaultdict(set)
           junction_to_id = {}
           i = 0
           for line_road in lines_roads:
138
               if line_road != "":
                   line_road_split = line_road.split("")
140
                   a = parse_tuple(line_road_split[0])
                   b = parse_tuple(line_road_split[1])
142
                   if a not in junction_to_id:
                        junction_to_id[a] = i
                        junctions[i] = a
                        i += 1
146
                    if b not in junction_to_id:
                        junction_to_id[b] = i
148
                        junctions[i] = b
                        i += 1
                    id_a = junction_to_id[a]
                    id_b = junction_to_id[b]
                   roads[id_a].add(id_b)
                   roads[id_b].add(id_a)
154
           start = junction_to_id[start_coords]
           end = junction_to_id[end_coords]
       return junctions, roads, start, end
158
   def visualize(junctions, roads, start, end):
162 if __name__ == '__main__':
164
       junctions, roads, source, target = parse_input(sys.argv[1])
       visualize(junctions, roads, source, target)
       nodes, edges, sources, targets = build_graph(junctions, roads, source, target)
       min_path, min_distance, max_turns = dijkstra(nodes, edges, sources, targets)
       if min_path is None:
           print("Error: Gannot find any path from source to target in road network!")
           exit(1)
       less_turns = 0
174
       while True:
           path, distance, turns = dijkstra(nodes, edges, sources, targets, number_turns=max
       → _turns-less_turns)
           if path is None or distance > min_distance * (1 + tolerance/100):
               break
           res_path, res_distance, res_turns = path, distance, turns
180
           less_turns += 1
182
       path = [source]
       for road in res_path:
184
           j1, j2 = get_roadnode(road)
           if path[-1] == j1:
               path.append(j2)
           else:
188
               path.append(j1)
190
       print("Distance", round(res_distance, 2))
192
       if res_turns == 1:
           print(res_turns, "turn")
```

```
else:

print(res_turns, "turns")

print('u->u'.join(map(lambda j: str(junctions[j]), path)))

tikz/code.py
```

# Literatur

[1] Robert Geisberger und Christian Vetter. "Efficient Routing in Road Networks with Turn Costs". In: International Symposium on Experimental Algorithms. 2011. URL: https://algo2.iti.kit.edu/download/urn\_ch.pdf.