

# Aufgabe 3: Abbiegen

Richard Wohlbold

Team-ID: 00487

9. Februar 2020

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Lösungsidee</b>	<b>2</b>
1.1	Darstellung des Straßennetzes . . . . .	2
1.2	Finden des optimalen Weges . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Umsetzung</b>	<b>3</b>
2.1	Aus der Eingabedatei zum <i>node-based-graph</i> . . . . .	3
2.2	Vom <i>node-based-graph</i> zum <i>edge-based-graph</i> . . . . .	4
2.3	Visualisierung . . . . .	5
2.4	Laufzeit . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Beispiele</b>	<b>5</b>
3.1	Beispiel aus der Aufgabenstellung . . . . .	6
3.1.1	Visualisierung . . . . .	6
3.1.2	0% Toleranz . . . . .	6
3.1.3	15% Toleranz . . . . .	6
3.1.4	30% Toleranz . . . . .	6
3.2	Beispiel 1 von der Website . . . . .	6
3.2.1	Visualisierung . . . . .	6
3.2.2	0% Toleranz . . . . .	6
3.2.3	15% Toleranz . . . . .	7
3.2.4	30% Toleranz . . . . .	7
3.3	Beispiel 2 von der Website . . . . .	7
3.3.1	Visualisierung . . . . .	7
3.3.2	0% Toleranz . . . . .	7
3.3.3	15% Toleranz . . . . .	7
3.3.4	30% Toleranz . . . . .	8
3.3.5	50% Toleranz . . . . .	8
3.4	Beispiel 3 von der Website . . . . .	8
3.4.1	Visualisierung . . . . .	8
3.4.2	0% Toleranz . . . . .	8
3.4.3	15% Toleranz . . . . .	8
3.4.4	30% Toleranz . . . . .	9
3.5	Eingabedatei existiert nicht . . . . .	9
3.6	Toleranz keine Zahl oder negativ . . . . .	9
3.7	Zu wenig Parameter . . . . .	9
3.8	Kein Weg zum Ziel . . . . .	9
3.8.1	Eingabedatei . . . . .	9
3.8.2	Visualisierung . . . . .	9
3.8.3	Ausgabe . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Quellcode (ausschnittsweise)</b>	<b>10</b>

### Aufgabe 3: Abbiegen

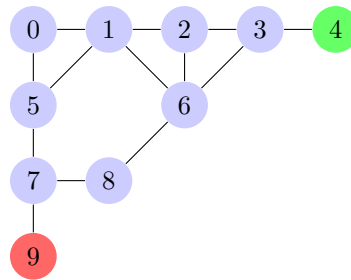


Abbildung 1: Beispiel aus der Aufgabe, als *node-based-graph*, zur Übersichtlichkeit ohne entsprechende Gewichte, repräsentiert. Knoten 9 ist dabei der Ausgangsknoten und Knoten 4 der Zielknoten

## 1 Lösungsidee

Für die Beantwortung von Bilals Frage muss das Straßennetz zunächst als Datenstruktur repräsentiert werden. Daraufhin arbeite ich mit einer modifizierten Version des Dijkstra-Shortest-Path-Algorithmus, um einen Weg zu finden, dessen Länge innerhalb der gegebenen Grenzen liegt und auf dem so wenig wie möglich abgelenkt werden muss.

### 1.1 Darstellung des Straßennetzes

Straßennetze werden allgemein als gewichtete Graphen, d.h. Mengen von Knoten und Kanten zwischen diesen, repräsentiert. Normalerweise entsprechen dabei Knoten den Kreuzungen und Kanten den Straßen zwischen den Kreuzungen, ein sog. *node-based-graph*. Dabei hat jede Kante ein Gewicht, d.h. einen ihr zugewiesenen numerischen Wert, der meistens der Länge der entsprechenden Straße entspricht. Das Beispiel aus der Aufgabenstellung ist in Abbildung 1.1 als *node-based-graph* repräsentiert.

Wenn jedoch auch das Abbiegen miteinbezogen werden soll, wird die Darstellung des Straßennetzes schwieriger. Oft soll beispielsweise auf einer Route weniger abgelenkt werden, weshalb Abbiegevorgängen Gewichte zugeordnet werden, sogenannte *turn costs* [1]. Bei diesen Gewichten stößt die traditionelle Repräsentation der Straßennetze an ihre Grenzen, sodass bei *turn costs* der Ansatz eines *edge-based-graphs* gewählt wird. Dabei wird jede Straße als Knoten repräsentiert. Für jede Möglichkeit, von einer Straße auf eine andere zu gelangen, wird eine Kante zwischen den zwei entsprechenden Knoten hinzugefügt. Falls zwischen den Straßen abgelenkt werden muss, kann dies entweder als Gewicht der Kante dargestellt werden oder ein einfaches WAHR oder FALSCH für jede Kante gespeichert werden. Die Länge jeder Straße muss für einen *edge-based-graph* für jeden Knoten statt für jede Kante gespeichert werden. Das Beispiel aus der Aufgabe ist in Abbildung 2 als *edge-based-graph* repräsentiert.

weights for t  
edges

### 1.2 Finden des optimalen Weges

Das Finden des optimalen Weges löse ich mithilfe des Dijkstra-Shortest-Path-Algorithmus. Dieser benutzt eine *PRIORITYQUEUE*, um Kreuzungen geordnet nach ihrer Distanz zum Ausgangspunkt zu „besuchen“. Wird eine Kreuzung „besucht“, werden alle Kreuzungen, die von dieser Kreuzung über eine Straße erreicht werden können, der *PRIORITYQUEUE* mit ihrer Distanz vom Ursprung hinzugefügt. Wird die Zielkreuzung gefunden, terminiert der Algorithmus und der kürzeste Weg kann rekonstruiert werden.

Der erste Schritt meines Programms ist es, den Dijkstra-Shortest-Path-Algorithmus auf den in Abschnitt 1.1 beschriebenen *edge-based-graph* anzuwenden. Dadurch wird die kürzeste Distanz vom Start zum Ziel ermittelt. Zusätzlich kann jeweils die Anzahl an Abbiegevorgängen neben der Distanz in die *PRIORITYQUEUE* hinzugefügt werden, damit auch die maximale Anzahl an Abbiegevorgängen  $n$  ermittelt werden kann.

Im Folgenden soll nun versucht werden, den kürzesten Weg mit einer gewissen Anzahl an Abbiegevorgängen  $m$  zu finden. Anfangs ist  $m = n - 1$ , falls ein solcher Weg existiert und Bilals Toleranz nicht überschreitet, wird  $m$  um jeweils 1 verringert, bis eine der Bedingungen verletzt ist. Dadurch wird der Weg mit der niedrigsten Anzahl an Abbiegevorgängen, der Bilals Anforderungen genügt, gefunden.

Wie auch anfangs, verfolgt die modifizierte Version des Dijkstra-Algorithmus die Anzahl der Abbiegevorgänge, die benötigt werden, um auf eine Straße (zu einem Knoten) zu gelangen. Anders als zuvor fügt jedoch der Algorithmus der *PRIORITYQUEUE* keine Straßen hinzu, für die  $> m$  Mal abgelenkt werden

### Aufgabe 3: Abbiegen

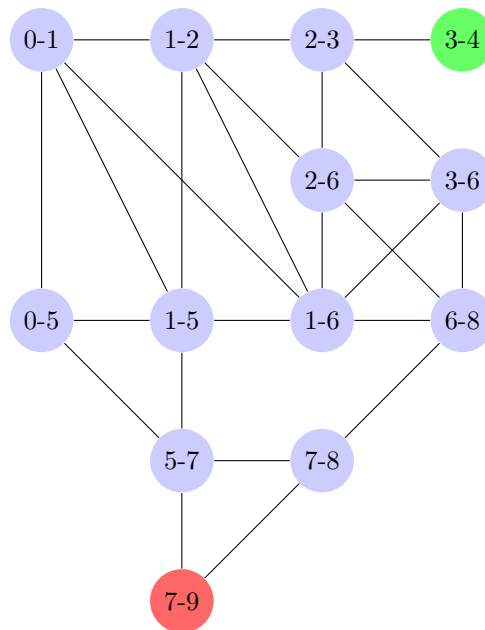


Abbildung 2: Beispiel aus der Aufgabe, als *edge-based-graph* repräsentiert, hier ohne Gewicht

muss. Zusätzlich wird es erlaubt, Knoten öfter zu besuchen, sofern bei den neuen Besuchen die Zahl der Abbiegevorgänge auf der Route geringer ist, als vorher.

Somit werden nur Routen gefunden, die maximal  $m$  Abbiegevorgänge haben. Auch werden keine Routen ignoriert, die zwar etwas länger sind, aber trotzdem die entsprechende Anzahl an Abbiegevorgängen aufweisen könnten.

## 2 Umsetzung

Ich habe die Lösungsidee in Python 3 umgesetzt.

### 2.1 Aus der Eingabedatei zum node-based-graph

Dazu wird zuerst die Eingabedatei in einen *node-based-graph* eingelesen. Die eingelesenen Kreuzungen werden als `dict` repräsentiert: Dabei erhält jede Kreuzung einen Schlüssel, die sie eindeutig identifiziert. Die Schlüssel der Kreuzung sind jeweils die Schlüssel des `dicts`. Die Werte des `dicts` sind die Koordinaten der Kreuzung.

Auch die Straßen werden als `dict` repräsentiert: Dabei werden als Schlüssel der Schlüssel der Startkreuzung der Straße verwendet und als Wert eine Menge mit den Schlüsseln aller Kreuzungen, mit denen die Startkreuzung verbunden ist.

Das Beispiel aus der Aufgabe wird folgendermaßen repräsentiert:

```
1 junctions = {
2     0: (0, 0),
3     1: (0, 1),
4     2: (0, 2),
5     3: (0, 3),
6     4: (1, 1),
7     5: (1, 3),
8     6: (2, 2),
9     7: (2, 3),
10    8: (3, 3),
11    9: (4, 3)
12 }
13
14 roads = {
15     0: {1},
16     1: {0, 2, 4},
17     2: {1, 3, 4, 5},
18     3: {2, 5},
```

```

19  4: {1, 2, 6},
    5: {2, 3, 6, 7},
21  6: {8, 4, 5, 7},
    7: {8, 5, 6},
23  8: {9, 6, 7},
    9: {8}
25 }

```

## 2.2 Vom node-based-graph zum edge-based-graph

Als nächster Schritt wandelt das Programm den *node-based-graph* in einen *edge-based-graph* um. Alle Straßen erhalten zuerst einheitliche Namen: Dazu werden die Schlüssel ihrer Start- und Endkreuzungen sortiert und mit einem Unterstrich verbunden. Daraufhin werden sie mit ihrer Länge als Knoten in einem `dict (nodes)` gespeichert. Die Kanten des *edge-based-graphs* bilden die Kreuzungen. Dabei wird jede Möglichkeit, auf eine andere Straße zu wechseln, einzeln zusammen mit der Information, ob für diesen Wechsel abgelenkt werden muss, gespeichert. Dies geschieht erneut in einem `dict`, dessen Schlüssel der Name einer Straße bildet. Der Wert ist jeweils eine Liste von `tuplen`, in denen der Name der nächsten Straße und ob man geradeaus weiterfahren muss, gespeichert ist. Durch die Umwandlung in einen *edge-based-graph* gibt es nicht mehr nur noch ein Ziel, sondern eine Menge an Straßen, von denen man das Ziel sofort erreicht. Im Programm wird dies als `set` repräsentiert, das die Namen aller Straßen, die mit der Zielkreuzung verbunden sind, enthält. Analog wird auch ein `set` erstellt, das die Namen aller Ausgangsstraßen enthält.

Um herauszufinden, ob man bei einem Straßenwechsel abbiegen muss, wird der Winkel zwischen den beiden Vektoren der Straßen berechnet. Es gilt:

$$\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

Da  $\alpha = 180^\circ$

$$\frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = -1$$

Für das Beispiel aus der Aufgabe sehen die Datenstrukturen folgendermaßen aus (mit Auslassungen):

```

1 nodes = {
    '0_1': 1.0,
3    '1_2': 1.0,
    '1_4': 1.0,
5    '2_3': 1.0,
    '2_4': 1.4142135623730951,
7    '2_5': 1.4142135623730951,
    '3_5': 1.0,
9    '4_6': 1.4142135623730951,
    '5_6': 1.4142135623730951,
11   '5_7': 1.0,
    '6_8': 1.4142135623730951,
13   '6_7': 1.0,
    '7_8': 1.0,
15   '8_9': 1.0
    }
17
    edges = {
19   '0_1': {
        ('1_2', True),
        ('1_4', False)
21   },
23   '1_2': {
        ('2_5', False),
25   ('2_3', True),
        ('2_4', False),

```

```

27     ('0_1', True),
    ('1_4', False)
29 },
    '1_4': {
31     ('2_4', False),
    ('4_6', False),
33     ('0_1', False),
    ('1_2', False)},
35 '2_3': {
    ('2_4', False),
37     ('1_2', True),
    ('3_5', False),
39     ('2_5', False)
    },
41 ...
    }
43
45 sources = {'0_1'}
    targets = {'8_9'}

```

Im Folgenden wird der Algorithmus aus Abschnitt 1 ausgeführt. Dazu wird eine Funktion `dijkstra` definiert, der den kürzesten Weg zum Ziel mit höchstens `number_turns` Abbiegevorgängen findet und zurückgibt. Diese arbeitet mithilfe der `PriorityQueue` aus dem Paket `queue`. Ein Element der `PriorityQueue` ist ein `tuple` und enthält die bisherige Weglänge (Priorität, mit der die `PriorityQueue` die Elemente ordnet, nach dem Dijkstra-Shortest-Path-Algorithmus), den vorherigen Knoten des *edge-based-graphs* sowie der gesamte Weg bis zum Knoten und die Anzahl an Abbiegevorgängen. Wird ein neuer Knoten von dem vorherigen aus erreicht, werden die Gesamtweglänge, der vorherige Knoten, der Gesamtweg und die Anzahl an Abbiegevorgängen entsprechend angepasst und verändert der `PriorityQueue` hinzugefügt.

Falls auf einem Weg bereits `number_turns` abgebogen wurde und für den nächsten Knoten ein Abbiegevorgang benötigt wird, wird dieser nicht der `PriorityQueue` hinzugefügt, sodass nur Wege mit einer Maximalanzahl an Abbiegevorgängen von `number_turns` zurückgegeben werden können.

Ist die `PriorityQueue` leer, so existiert kein Weg mit `number_turns` oder weniger Abbiegevorgängen. Die Funktion `dijkstra` gibt entsprechend `None` zurück.

Wird kein Weg mit  $m$  Abbiegevorgängen gefunden oder überschreitet dessen Länge Bilals Toleranz, wird der letztgefundene Weg verwendet. Zur Ausgabe müssen die Knoten des *edge-based-graphs* wieder in Knoten des *node-based-graphs* umgewandelt werden. Dazu werden die Schlüssel der Knoten des *edge-based-graphs* aufgeteilt, sodass je zwei Schlüssel des *node-based-graphs* erhalten werden (siehe oben). Nun wird überprüft, von welcher Kreuzung Bilal auf die Straße fährt und die neue Kreuzung wird an die Liste an Kreuzungsschlüsseln `path` angehängt. Mithilfe des `dicts junctions` werden nun den Kreuzungsschlüsseln Koordinaten zugeordnet, die mit der Weglänge und der Anzahl an Abbiegevorgängen ausgegeben werden.

## 2.3 Visualisierung

Mithilfe des  $\text{\LaTeX}$ -Pakets `tikz` lassen sich Graphen einfach visualisieren. Im Python-Code ist deshalb auch eine Funktion `visualize` enthalten, die eine Datei `_visualize.tex` erstellt, die, durch  $\text{\LaTeX}$ kompiliert, eine grafische Repräsentation der Eingabedatei zeigt. Bei der Visualisierung wird die Startkreuzung grün markiert und die Endkreuzung rot markiert.  $x$  und  $y$ -Koordinaten können wie im ersten Quadranten in einem Koordinatensystem verwendet werden.

## 2.4 Laufzeit

Die Laufzeit des Programms ist in allen getesteten Beispielen kein Problem. Selbst für das längste Beispiel benötigt das Programm weniger als 0.2s.

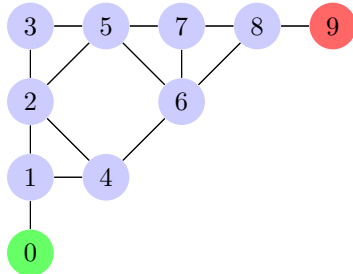
## 3 Beispiele

Zu jedem Beispiel drucke ich die grafische Repräsentation des Beispiels sowie die Programmausgabe und die Zeit, die zur Ausführung benötigt wird

### 3.1 Beispiel aus der Aufgabenstellung

Die Ergebnisse des Programms beim Beispiel aus der Aufgabenstellung entsprechen in allen Aspekten der Aufgabenstellung.

#### 3.1.1 Visualisierung



#### 3.1.2 0% Toleranz

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen0.txt 0
2 Distance 5.83
3 turns
4 (0, 0) -> (0, 1) -> (1, 1) -> (2, 2) -> (3, 3) -> (4, 3)
```

#### 3.1.3 15% Toleranz

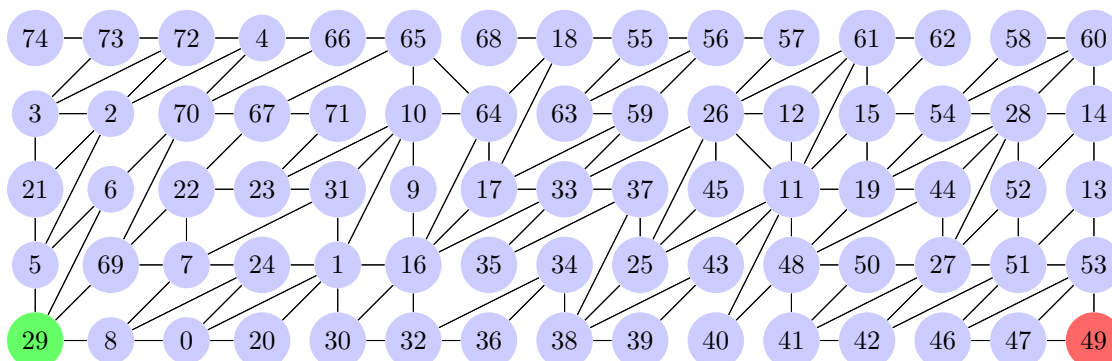
```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen0.txt 15
2 Distance 6.41
2 turns
```

#### 3.1.4 30% Toleranz

```
1 $ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen0.txt 30
Distance 7.0
3 1 turn
(0, 0) -> (0, 1) -> (0, 2) -> (0, 3) -> (1, 3) -> (2, 3) -> (3, 3) -> (4, 3)
```

### 3.2 Beispiel 1 von der Website

#### 3.2.1 Visualisierung



#### 3.2.2 0% Toleranz

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen1.txt 0
2 Distance 17.3
6 turns
```

## Aufgabe 3: Abbiegen

```
4 (0, 0) -> (1, 1) -> (2, 1) -> (3, 1) -> (4, 1) -> (5, 1) -> (7, 2) -> (9, 3) -> (10, 2)
   ↪ -> (10, 1) -> (11, 1) -> (12, 1) -> (13, 1) -> (14, 1) -> (14, 0)
```

### 3.2.3 15% Toleranz

Mit 15% Toleranz lässt sich die Anzahl an Abbiegevorgängen von 6 auf 5 reduzieren:

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen1.txt 15
2 Distance 19.12
5 turns
4 (0, 0) -> (1, 1) -> (2, 1) -> (3, 1) -> (4, 1) -> (5, 1) -> (7, 2) -> (9, 3) -> (11, 4)
   ↪ -> (11, 3) -> (12, 3) -> (13, 3) -> (14, 3) -> (14, 2) -> (14, 1) -> (14, 0)
```

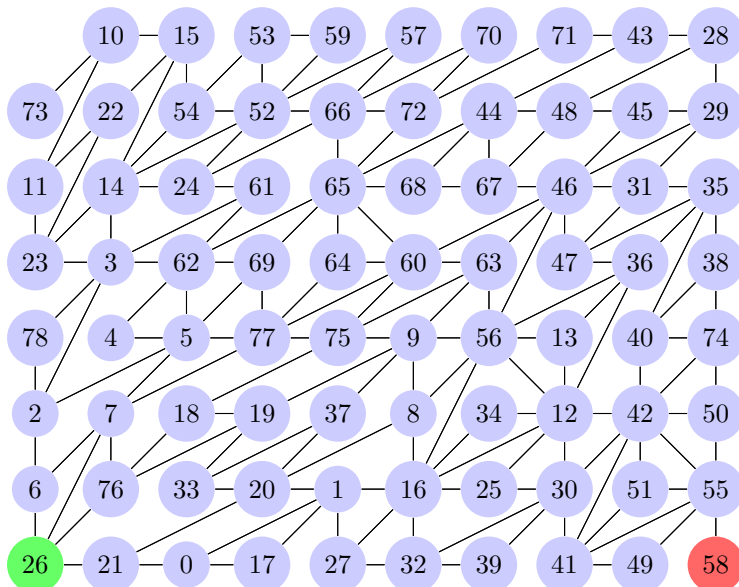
### 3.2.4 30% Toleranz

Auch mit 30% Toleranz findet sich kein Weg mit weniger Abbiegevorgängen:

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen1.txt 30
2 Distance 19.12
5 turns
4 (0, 0) -> (1, 1) -> (2, 1) -> (3, 1) -> (4, 1) -> (5, 1) -> (7, 2) -> (9, 3) -> (11, 4)
   ↪ -> (11, 3) -> (12, 3) -> (13, 3) -> (14, 3) -> (14, 2) -> (14, 1) -> (14, 0)
```

## 3.3 Beispiel 2 von der Website

### 3.3.1 Visualisierung



### 3.3.2 0% Toleranz

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen2.txt 0
2 Distance 10.89
6 turns
4 (0, 0) -> (1, 0) -> (2, 0) -> (4, 1) -> (5, 1) -> (7, 2) -> (8, 2) -> (9, 1) -> (9, 0)
```

### 3.3.3 15% Toleranz

Mit 15% Toleranz kann die Anzahl an Abbiegevorgängen von 6 auf 5 verringert werden:

## Aufgabe 3: Abbiegen

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen2.txt 15
2 Distance 11.06
5 turns
4 (0, 0) -> (1, 0) -> (2, 0) -> (4, 1) -> (5, 1) -> (6, 1) -> (7, 1) -> (8, 2) -> (9, 1) ->
  ↪ (9, 0)
```

### 3.3.4 30% Toleranz

Mit 30% Toleranz kann die Anzahl an Abbiegevorgängen von 5 auf 4 verringert werden:

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen2.txt 30
2 Distance 13.06
4 turns
4 (0, 0) -> (1, 0) -> (2, 0) -> (4, 1) -> (5, 1) -> (6, 1) -> (7, 1) -> (8, 2) -> (9, 3) ->
  ↪ (9, 2) -> (9, 1) -> (9, 0)
```

### 3.3.5 50% Toleranz

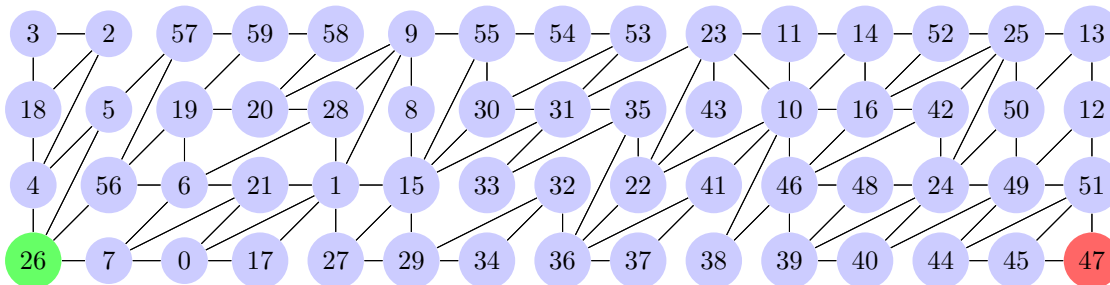
Mit 50% Toleranz kann die Anzahl an Abbiegevorgängen von 4 auf 3 verringert werden:

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen2.txt 50
2 Distance 15.94
3 turns
4 (0, 0) -> (1, 2) -> (3, 3) -> (5, 4) -> (7, 5) -> (8, 5) -> (9, 5) -> (9, 4) -> (9, 3) ->
  ↪ (9, 2) -> (9, 1) -> (9, 0)
```

## 3.4 Beispiel 3 von der Website

Bei diesem Beispiel ist der kürzeste Weg bereits der mit der geringsten Anzahl an Abbiegevorgängen.

### 3.4.1 Visualisierung



### 3.4.2 0% Toleranz

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen3.txt 0
2 Distance 17.3
6 turns
4 (0, 0) -> (1, 1) -> (2, 1) -> (3, 1) -> (4, 1) -> (5, 1) -> (7, 2) -> (9, 3) -> (10, 2)
  ↪ -> (10, 1) -> (11, 1) -> (12, 1) -> (13, 1) -> (14, 1) -> (14, 0)
```

### 3.4.3 15% Toleranz

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen3.txt 15
2 Distance 17.3
6 turns
4 (0, 0) -> (1, 1) -> (2, 1) -> (3, 1) -> (4, 1) -> (5, 1) -> (7, 2) -> (9, 3) -> (10, 2)
  ↪ -> (10, 1) -> (11, 1) -> (12, 1) -> (13, 1) -> (14, 1) -> (14, 0)
```



### 3.4.4 30% Toleranz

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen3.txt 30
2 Distance 17.3
6 turns
4 (0, 0) -> (1, 1) -> (2, 1) -> (3, 1) -> (4, 1) -> (5, 1) -> (7, 2) -> (9, 3) -> (10, 2)
  ↪ -> (10, 1) -> (11, 1) -> (12, 1) -> (13, 1) -> (14, 1) -> (14, 0)
```

## 3.5 Eingabedatei existiert nicht

Falls die Eingabedatei nicht existiert, wird ein Fehler zurückgegeben:

```
$ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen.txt 0
2 Traceback (most recent call last):
  File "main.py", line 169, in <module>
    junctions, roads, source, target = parse_input(sys.argv[1])
  File "main.py", line 103, in parse_input
    with open(file) as f:
FileNotFoundError: [Errno 2] No such file or directory: '../../material/a3-abbiegen/
  ↪ abbiegen.txt'
```

## 3.6 Toleranz keine Zahl oder negativ

Ist die Toleranz keine Zahl oder negativ, wird ein Fehler zurückgegeben:

```
1 $ python main.py ../../material/a3-abbiegen/abbiegen.txt -1
Usage main.py <filename> <tolerance (percent)>
```

## 3.7 Zu wenig Parameter

Sind zu wenig Parameter angegeben, wird ein Fehler zurückgegeben:

```
$ python main.py
2 Usage main.py <filename> <tolerance (percent)>
```

## 3.8 Kein Weg zum Ziel

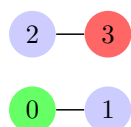
Führt kein Weg zum Ziel, wird ein Fehler zurückgegeben.

### 3.8.1 Eingabedatei

Die Eingabedatei `error.txt`:

```
2
2 (0,0)
  (1,1)
4 (0,0) (1,0)
  (0,1) (1,1)
```

### 3.8.2 Visualisierung



### 3.8.3 Ausgabe

Die Programmausgabe:

```
1 $ python main.py error.txt 0
Error: Cannot find any path from source to target in road network!
```

## 4 Quellcode (ausschnittsweise)

### Liste der noch zu erledigenden Punkte

weights for the edges . . . . .	2
Quellcode (ausschnittsweise) . . . . .	10
remove . . . . .	10

Quellcode  
(ausschnitts-  
weise)

remove

### Literatur

- [1] Robert Geisberger und Christian Vetter. „Efficient Routing in Road Networks with Turn Costs“. In: *International Symposium on Experimental Algorithms*. 2011. URL: [https://algo2.iti.kit.edu/download/urn\\_ch.pdf](https://algo2.iti.kit.edu/download/urn_ch.pdf).