РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 61 ст., 9 рис., 40 табл., 16 джерел та? додатки.

Метою данної роботи ϵ побудувати симуляційну систему для емуляції процесу паралельного множення матриць шляхом розбиття їх на блоки. Другою частиною роботи ϵ аналіз та розробка математичної моделі процесу та переверки моделі за допомоги побудованої симуляційної системи. Також запропоновані альтернативні методи вирішення проблеми.

Результати роботи:

- проаналізована модель для статичного планувальника типу minmin
- розглянуті планувальники minmax, maxmin та maxmax як подібні до minmin.
- розроблена симуляційна система для емуляції процесу множення матриць поблочно.
- розглянуті інші підходи до вирішення проблеми: числові методи оптимізації, машинне навчання тощо.

Результати данної роботи можна використати при розробці системи розподілених обчислень з метою мінімізації часу виконання парелельних задач в умовах можливості регулювання складностей задач. Також на базі цієї роботи можна проаналізувати більш складні планувальники.

ПЛАНУВАЛЬНИКИ, МНОЖЕННЯ МАТРИЦЬ, ТЕОРІЯ ІГОР, ХМАРНІ ОБЧИСЛЕННЯ.

ABSTRACT

The thesis: 61 p., 9 fig., 40 tabl., 16 sources and? appendices.

The theme of this thesis is "Game theoretic analysis of schedulers in heterogeneous multiprocessor environment".

The purpose of this work is to construct a simulation system to emulate the process of parallel multiplication of matrices by splitting them into blocks. The second part of the work is the analysis and development of the mathematical model of the process and revaluation of the model with the help of the built simulation system. Alternative methods of solving the problem are also proposed.

Thesis results:

- The model for a static scheduler of type minmin is analyzed
- Considered the planners minmax, maxmin and maxmax as similar to minmin.
- A simulation system was developed to emulate the process of multiplying matrices by block.
- other approaches to the problem are considered: numerical methods of optimization, machine learning, etc.

The results of this work can be used in the development of a distributed computing system in order to minimize the time of parelle tasks in the conditions of the ability to control the complexity of tasks. Also, based on this work can be analyzed more complex schedulers.

SCHEDULERS, MATRIX MULTIPLICATION, GAME THEORY, CLOUD COMPUTING.

3MICT

| РОЗДІЛ 1 | АНАЛІЗ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ У ХМАРНОМУ СЕ- | |
|----------|--|---|
| РЕДОВІ | ищі | 1 |
| 1.1 | Планувальники у розподілених обчисленнях | |
| 1.2 | CloudSim як засіб для симуляції хмарних обчислень |] |
| 1. | .2.1 Сильні сторони | - |
| 1. | .2.2 Слабкі сторони | |
| 1. | .2.3 CloudSim Plus | |
| 1.3 | Аналіз існуючих робіт |] |
| РОЗДІЛ 2 | побудова математичної моделі множен- | |
| HA MAT | ГРИЦЬ | 1 |
| 2.1 | Потокова модель задачі обчислень множення матриць | 1 |
| 2.2 | Аналіз штрафів від величини розбиття | 2 |
| 2.3 | Дискретна версія моделі обчислень множення матриць | 2 |
| 2.4 | Некооперативна ігрова модель планування множення ма- | |
| три | щь для двох користувачів | 2 |
| 2.5 | Імплементація імітаційної моделі | 2 |
| РОЗДІЛ З | АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ СИМУЛЯЦІЙ | |
| 3.1 | Структура симуляційного програмного забезпечення | 2 |
| 3.2 | Ілюстрація результатів симуляції | 3 |
| 3. | .2.1 Симуляція для одного користувача | 3 |
| 3. | .2.2 Аналіз штрафів за розбиття | 3 |
| 3. | .2.3 Симуляція для двої користувачів | 3 |
| РОЗДІЛ 4 | Керування стартапом проекту | 4 |
| 4.1 | Опис ідеї проекту | 4 |
| 4.2 | Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту | 4 |
| 4.3 | Розробка ринкової стратегії проекту | 5 |
| 4.4 | Розроблення маркетингової програми стартап-проекту | 4 |
| 4.5 | Висновки | 4 |
| висновк | и по роботі та перспективи подальших | |
| лослілжі | ЕНЬ | 4 |

| СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ С | 50 |
|---------------------|----|
| | |

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

СПЗ - симуляційне програмне забезбечення

ОВ - обчислювальний вузол

ВСТУП

Хмарні обчислення на даний момент вважається чимось достатньо простим да тоступним, деякі компанії навіть дозволяють безкоштовно викорустовувати певну кількість ресурсів, також університетам надаються ресурси для складних обчислень, які просто не можливо провести за допомоги звичайних комп'ютерів.

Планувальник у хмарних обчисленнях це те, що управляє самим процесом розподілення задач на обчислювальних вузлах, які виділені для розподіленої системи чи хмари. Саме від стратегії розподілення задач залежить як швидко користувачі отримають результати, наскільки справедливо буде розподілений час обчислень між багатьма користувачами та інші параметри.

Чимало досліджень виконано з метою проектування найефективнішого планувальника, проте такого ще не існує. Частіше за все для кожного з планувальників можна знайти перелік параметрів які він оптимізує. І все ще немає такого планувальника, який буде кращим за інший по всім параметрам та бути справедливим у середовищі з багатьма користувачами.

Основною метою цієї роботи ϵ не розробка найкращого планувальника, а аналіз звичайних планувальників та характеристик задач, які будут краще всього розкривати потенціал вибраного планувальника. Також у роботі проведений ігровий аналіз процесу обчислення добутку двох матриць у розподіленому середовищі як гри двох користувачів із різними стратегіями розрізання матриці на блоки для паралельного обчислення добутку. Особливістю такої проблеми ϵ те, що сам процес множення матриць при їх великих розмірах може займати дуже багато часу і тому в першчу чергу потрібно розробити симуляційне програмне забезпечення для більш швидкого аналізу моделей та алгоритмів.

РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ У ХМАРНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

1.1 Планувальники у розподілених обчисленнях

Планувальники в загальному поділяются на два типи: статичні та динамічні. Статичні мають певне правило розподілу задач на обчислювальні вузли та правило не зміюється під час роботи планувальника. Динамічні планувальники в свою чергу можуть адаптуватися під час роботи та змінювати стратегії планування. Хоч динамічні планувальники і здаються більш універсальними, проте вони дуже складні для аналізу та часто розробляються з метою оптимізації певного параметра.

Основною метою планування ϵ розподіл виконання задач, які надсилають користувачі, між обчислювальними вузлами. Планувальник форму ϵ чергу виконання задач, та визнача ϵ яку задачу на якому вузлі стартувати. Частіше за все користувачів хвилю ϵ лише мінімізація часу завершення деякої відправленої множини задач у хмару.

Структура хмари у загальному випадку описується за допомоги таких сутностей як:

- брокер
- планувальник
- дата центр
- XOCT
- віртуальна машина

Брокер являєься посередником між користувачем та хмарою і саме він формує запити до хмари на виконання задач та отримує результати їх виконання. Планувальник отримує задачі від брокерів різних користувачів та має свою певну стратегію розподілу черги задач, саме він керує дата центрами. Дата центри це несамостійні сутності і повністю керовані планувальниками. Їх основна мета - надавати обчислювальні вузли, запускати задачі по команді від планувальника та віддавати результати. Також у випадку динамічної хмари по певним запитам вони можуть збільшувати чи зменшувати кількість обчислювальних вузлів у мережі. Віртуальна машина - це окремий обчислю-

вальний вузол, який вміє лише отримувати вхідні дані, виконувати задачу та відправляти результат у дата центр.

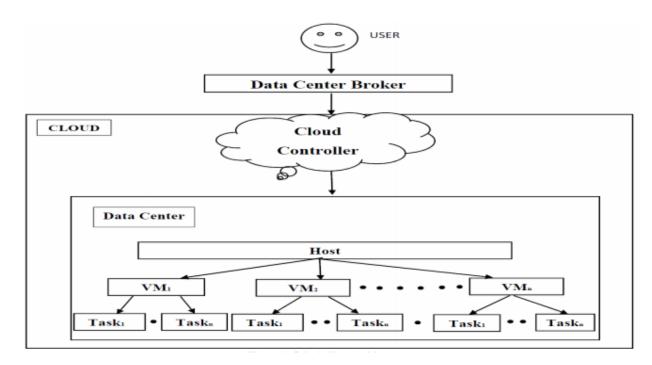


Рисунок 1.1 – Ілюстрація структури хмарної обчислювальної мережі

Існує дві політики планування: space shared та time shared. У політиці space shared задачі у черзі розділяють між собою логічні ядра процесора обчислювального вулза і у випадку якщо усі ядра зайняті, то задач чекає звільнення ядра. Саме ця політика і вікористовується для тестування алгоритмів планування оскільки у випадку коли обчислювальні вузли мають лише одне ядро процесора, задачі виконуються послідовно від початку до кінця. Найпростіший алгоритм, який можна зустріти разом з політикою space shared - first come first served (FCFS).

Етапи роботи space shared політики:

- Крок 1 Формується черга задач
- Крок 2 Запланувати виконання наступної задачі із черги
- Крок 3 При завершенні задачі відправити результат
- Крок 4 Якщо черга непорожня, то повернутися на крок 2
- Крок 5 Кінець
 - *** Нові отримані задачі просто додаються у чергу і вони чекають свого виконання

Тіте shared політика в свою чергу означає що задачі у чергі розділяють між собою процесорний час. Тобто не обчислювальні ресурси, а проміжки часу які будуть витрачені на виконання кожної із задач. Усі задачі в черзі стартують в один і той самий час. Задача планувальника в цьому випадку вирішувати коли потрібно призупинити виконання одної задачі та стартувати чи продовжити виконання іншої задачі. На перший погляд ця політика значно краща оскільки дозволяє виконувати набір задач поступово, проте час переключення від одної задачі до другої також потрібно враховувати. А також щоб стартувати усі задачі потрібно мати вхідні дані для усіх задач, що також не завжди зручно. Разом з цією політикою часто можна зустріти посилання на алгоритм планування Round Robin.

Етапи роботи tune shared політики:

- Крок 1 Формується черга задач.
- Крок 2 Усі задачі запускаються одночасно у режимі переключення між задачами за правилом, яке визначає планувальник
- Крок 3 Кінець
 - *** Нові отримані задачі просто додаються у чергу і зразу запускаються та працюють у режимі спільного використання процесорного часу

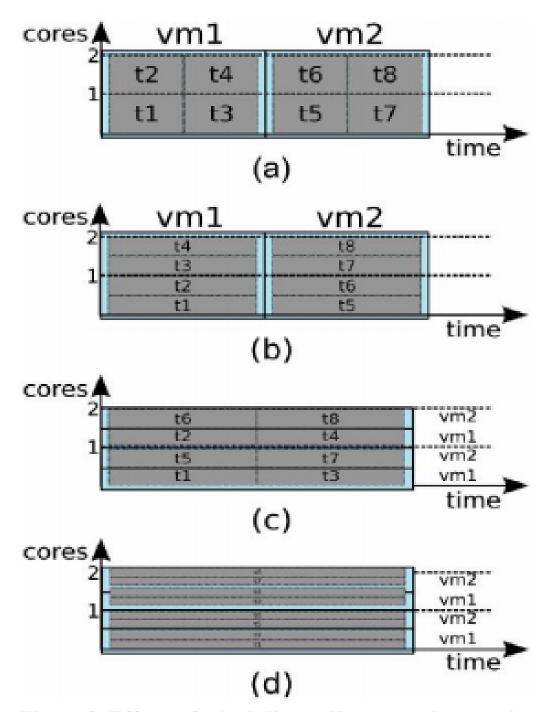


Figure 2. Effects of scheduling polices on task execution:
(a) Space-shared for VMs and Tasks, (b) Space-share for VMs and Time-shared for tasks, (c) Time-shared for VMs, Space-shared for tasks, and (d) Time-shared for both VMs and Tasks [7]

Рисунок 1.2 – Ілюстрація планування задач для time та space shared

1.2 CloudSim як засіб для симуляції хмарних обчислень

Останнім часом технологія хмарних обчислень виникла як провідна технологія для забезпечення надійних, безпечних, відмовостійких, стійких та масштабованих обчислювальних послуг, які представлені як програмне забезпечення, інфраструктура або платформа як послуги (SaaS, IaaS, PaaS). Більше того, ці послуги можуть бути запропоновані в приватних центрах обробки даних (приватні хмари), можуть бути комерційно запропоновані для клієнтів (загальнодоступні хмари), або можливо, що як державні, так і приватні хмари об'єднуються в гібридні хмари.

Ця вже широка екосистема хмарних архітектур, разом із зростаючим попитом на енергоефективні ІТ-технології, вимагає своєчасних, повторюваних та контрольованих методологій для оцінки алгоритмів, програм і політики до фактичного розвитку хмарних продуктів. Оскільки використання реальних тест-сейфів обмежує експерименти до масштабу тест-сейфів і робить відтворення результатів надзвичайно важким завданням, альтернативні підходи для тестування та експериментів сприяють розробці нових технологій Cloud.

Підходящою альтернативою є використання інструментів моделювання, що дають можливість оцінити хмарну систему перед розробкою програмного забезпечення в середовищі, де можна відтворити тести. Зокрема, у випадку обласного обчислення, коли доступ до інфраструктури здійснює платежі в реальній валюті, підходи на основі моделювання дають значні переваги, оскільки це дозволяє Cloud клієнтам протестувати свої послуги в повторимому та контрольованому середовищі безоплатно, а також настроювати продуктивність вузькі місця до розгортання на реальних хмарах. На стороні постачальника, симуляційні середовища дозволяють оцінити різні види сценаріїв лізингу ресурсів при різному розподілі навантаження та ціноутворення. Такі дослідження могли б допомогти постачальникам оптимізувати вартість доступу до ресурсів з упором на підвищення прибутку. За відсутності подібних імітаційних платформ, клієнти Cloud і постачальники повинні спиратися або на теоретичні та неточні оцінки, так і на підходи щодо спроб і помилок, які

призводять до неефективної ефективності обслуговування та отримання доходу.

Основна мета цього проекту полягає у забезпеченні узагальненої та розширюваної системи моделювання, яка дозволяє безперешкодно моделювати, моделювати та експериментувати з розвиваються інфраструктурою Cloud Computing та додатковими службами. Використовуючи CloudSim, дослідники та розробники на базі промисловості можуть зосередити увагу на конкретних проблемах дизайну систем, які вони хочуть досліджувати, не занепокоєні деталями низького рівня, пов'язаними з інфраструктурою та службами Cloud.

1.2.1 Сильні сторони

CloudSim фреймворк [1] достатньо широко охоплює хмарні системи та їх внутрішню структуру. Саме за його допомоги можна перед проектуванням хмарної інфраструктури спочатку провести симуляції та перевірити адекватність спроектованої архітектури мережі.

Пакет працює на базі подій і усі процеси, що моделюються за допомогою CloudSim, реєструються як події. Також як і запит на створення обчислювального вузла, запит на виконання задач та інші. Це дозволяє додавати нові елементи у симуляційну систему без змін в існуючих файлах, потрібно лише створити свою власну подію та додати її обробку до сутностей, в яких ця подія відбувається. Додаваня обробки події часто виконується через наслідування від основного об'єкта та імплементації метода "processEvent".

Така система дуже гнучка та дозволяє швидко написати свою власну симуляцію.

1.2.2 Слабкі сторони

СПЗ CloudSim написане на мові програмування Java та непридатне для моделювання ситуацій з великою кількістю задач. Це одна із проблем, яка і привела до написання власної упрощеної версії СПЗ на мові С++, яка скоритила час симуляцій майже в 50 разів у порівнянні з модифікованою версією

СПЗ, яка була написана на базі CloudSim та була майже у 150 разів швидшою за звичайну версію.

Також сама по собі мова Java неадекватно працює у випадку коли потрібно швидко створики велику кількість малих об'єктів, провести з ними певні операції та видалити.

Наприклад, для симуляції множення двох матриць N*N та N*N, при розмірі розрізання n=1 для одного користувача буде створено N*N задач множення підматриць розмірів 1*N та N*1. Звісно цей приклад не має сенсу оскільки розрізання n=1 скоріше за все не ефективне, проте сама неможливість його змоделювати для N=5000 вважається великим недоліком, оскільки поставивши N=50000 та n=10 отримаємо таку ж саму кількість задач, і лише на їх створення на мові Java витрачається більше 5 секунд. У той час как симуляція, написана на мові C++ дозволяє за ці 5 секунд провести 2 симуляції з такими ж параметрами.

Також слід зазначити, що першою спробою написання симуляції для цієї роботи було саме використання CloudSim. Проте під час розробки програми доводилось дуже довго вивчати документацію і виправляти деякі внутрішні недоліки. Наприклад, у системі була знайдена проблема, що велика кількість малих задач оброблялась повністю і обривалась у випадковому місці. Це пов'язано з тим, що система не розроблялась з метою проведення важких симуляцій.

Також під час проведення симуляцій на виправленій версії системи було помічено дуже повільну швидкість симуляцій для великої кількості задач. Було знайдено 2 основні точки, які сильно сповільнювали програму та виправлені. Одна із правок дала пришвидшення симуляцій приблизно у 50 разів, а друга ще у приблизно 100 разів. Проте навіть з цими правками симуляції проходять значно повільніше за написаний нами самуляційний пакет.

1.2.3 CloudSim Plus

CloudSim Plus [2] це фреймворк, що є удосконаленою версією CloudSim та все ще розвивається, на відміну від свого батька, який не має оновлень з 2016 року. Оскільки пакет розробляється великою кількістю людей у їх

вільний час, то довіра до нього сильно падає. Немає ніякого контролю якості системи, особливо ігнорується швидкодія. Також цей пакет може містити помилки у коді, які виправити сторонньому користувачу буде дуже важко, оскільки для цього протрібно знати та розуміти архітектуру саме цього пакета.

Проте саме цей пакет дозволяє проводити симуляції паралельно і на комп'ютерах з декількома ядрами можна отримати пришвидшення набору симуляцій за рахунок паралельного їх запуску. Саме це і було зроблено у першій версії симуляційного пакету. Але швидкодії всеодно було недостатньо, оскільки бажаним результатом було отримати симуляційну систему, яка швидко зможе проводити симуляції усіх можливих комбінацій стратегій двох гравців. І навіть для розміру матриць 1000 симуляція усіх комбінацій проходила більше години

1.3 Аналіз існуючих робіт

У роботі [3] проведений короткий аналіз стратегій виділення ресурсів типів Міп-Міп та Мах-Міп. Також у цій роботі занадто проста схема задач, складність обчислень прямо пропорційна розмірам файлів, що буває дуже рідко для трудоемних задач. Ця робота проводить симуляції, в яких кількість задач не більше 10 та всього 2 обчислювальних вузла. Проте вони запропонували алгоритм вибору, який покращує звичайну реалізацію стратегії виділення ресурсів. Також у цій роботі був використаний пакет CloudSim як основний засіб для аналізу та перевірки теорії.

Також цікавою роботою є використання теорії керування з метою мінімізації часу на виконання задачі заданого набору задач [4]. У цій роботі використовується time shared політика планування та динамічне переключення між виконанням задач. Для цього використовується теорія оптимального керування, яка керує кількістю часу, яка надається для задачі у наступній ітерації. Також доведена еквівалентність задачі планування і задачі оптимального управління часом.

Проблема ефективного множення великих матриць також розглянута у [5]. У цій роботі розглядають більш стандартизовану операцію над матриця-

ми: C := A * B + C. Ця операція є основною у бібліотеках стандарту BLAS (Basic Linear Algebra Subprograms), яка в них називається GEMM (General Matrix Multiply) та описується як $C = \alpha A * B + \beta C$. Робота базується в першу чергу на [6] та [7], я яких проводиться аналіз складності вводу та виводу у випадку множення матриць і також можливі оптимізації, які можна застосувати у розподіленому середовищі з метою зменшення затрат на операції передачі даних. Ця проблема також випливає і у нашому дослідженні, оскільки показано, що надлишковість передачі даних при розбитті матриць на блоки дуже швидко зростає, проте найбільш оптимальними розбиттями є саме розбиття на малі блоки так як вони мінімізують простоювання вузлів при завершенні виконання блоку задач. Дослідження у роботі виконані саме для випадку блочного розбиття матриць і не підходять для паралельної версії алгоритма Штрассена.

Одна з свіжих робот на тематику ефективного множення матриць це [8]. В роботі розглядається операція y:=Ax для матриці $A\in\mathbb{R}^{m*n}$ та вектора $x\in\mathbb{R}^n$ як частковий випадок множення двох матриць. Побудована модель обчислень також включає дві схеми: Uncoded Load Balanced (ULB) та Coded Equal Allocation (CEA). Особливістю роботи є оцінка оптимальної конфігуляції обчислювального середовища на базі Amazon AWS завдяки побудові моделі. Знаходиться компроміс між вибором набору кластерів із заплопонованих тарифних планів та швидкістю виконання операцій. Для пошуку оптимальної конфігурації запропонований еврестичний пошук. На основі цієї роботи була запропонована покращена схема кодування та проведені порівняння з існуючими [9].

РОЗДІЛ 2 ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ МНОЖЕННЯ МАТРИЦЬ

2.1 Потокова модель задачі обчислень множення матриць

Нехай система складається з m обчислювальних вузлів та кожен з них характеризується швидкістю роботи $p_i, i=1,\ldots,m$ — тобто кількістю операцій з плаваючою точкою за секунду, які він може здійснити. Процесори з'єднані лініями зв'язку з планувальником, який передає задачі та приймає від них результат. Будемо вважати, що лінії зв'язку ідентичні та мають швидкість передачі даних q та затримку l. Будемо вважати, що виконуються наступні припущення

- Всі процесори починають роботу одночасно
- Планувальник здійснює призначення миттєво

Нехай задані дві квадратні матриці розмірності $N\times N$, результат множення яких необхідно обчислити. При використанні блочного алгоритму користувач задає розмір блоку n, в результаті чого формуються $k=\frac{N^2}{n^2}$ задач, кожна з яких буде мати складність $\mathcal{O}(n^2)$. Припустимо, що планувальник забезпечує пересилку повідомлень на вузли за певним фіксованим алгоритмом, який завершує обчислення за час T(N,n). Тоді задача користувача полягає у пошуку мінімуму функції:

$$T(N,n) \longrightarrow \min$$
 (2.1)

Функція T(N,n) може мати багато локальних мінімумів в залежності від конфігурації системи. Ілюстрації графіків функції, отриманої шляхом симуляції, наведені у експериментальній частині та корелють з отриманими результатами у [10].

Одним з розповсюджених підходів до аналізу таких задач полягає у дослідженні потокової моделі даного процесу [11].

Припустимо, що користувач вибрав вектор $x\in\mathbb{R}$ з компонентами x_i , де $x_i>0$, $x_i\leq k,$ $i=1,\ldots,m,$ $\sum_{i=1}^k x_i=k.$ Всі таки вектори утворюють множину X(n) . Кожен компонент вектора x описує відсоток задач, призначених

для виконання на i-тому процесорі. Будемо брати до уваги тільки операції, множення. Таке спрощення дозволяє у явному вигляді виписати функції часу. Загальний час закінчення залежить від x, та дорівнює:

$$T(x, X(n)) = \max_{i=1,\dots,m} \frac{x_i N n^2}{p_i}$$
 (2.2)

Потокова модель передбача ϵ можливість розділення задачі на підзадачі розміру $\epsilon=Nn^2$, компонування з них підходящих підзадач та визначення загального часу при $\epsilon\longrightarrow 0$.

Твердження 1. Мінімальний час обчислень для потокової моделі з одним користувачем дорівнює:

$$T = \frac{N^3}{\sum_{i=1}^m p_i} \tag{2.3}$$

Згізно з цим користувач має розділити задачі так, щоб вузол i отримав задач з сумарною складністю $p_i * T$ часу.

Функція Мінковського для множини X та вектора $p \in \mathbb{R}^m$ визначається наступним чином:

$$\mu_X(p) = \inf \lambda > 0 : p \in \lambda X \tag{2.4}$$

Відомо, що ця функція опукла для опуклої X. Визначимо множину потужностей системи $R=r\in\mathbb{R}^m: r_i\in[0,p_i]$ та масштабуємо її наступним чином:

$$R(n) = \frac{R}{Nn^2} \tag{2.5}$$

Тоді $T(x,X(n))=\mu_{R(n)}(x).$

Доведення.

Розглянемо праву частину: $\mu_{R(n)}(x)=inf\lambda>0: x\in\lambda R(n)$ Умова належності вектора x множині R записується як $\max_{i=1,\dots,m}\frac{x_iNn^2}{p_i}$,а значить $\mu_{X(n)}(p)=inf\{\lambda>0: \max_{i=1,\dots,m}\frac{x_i}{p_i}=\frac{\lambda}{Nn^2}\}$. Або $\lambda=\max_{i=1,\dots,m}\frac{x_iNn^2}{p_i}$. З властивостей функції $mu_{X(n)}(x)$ випливає, що мінімальний час $T_{min}=\min_{x\in X(n)}$ існує і єдиний. Для врахування пересилок та затримки з'єднання потрібно

зазначити, що алгоритм надсилає $2x_iNn$ елементів (x_i пар матриць розмірів n*N) на відповідний вузол i та приймає x_i*n^2 елементів (x_i результатів множення матриць n*N та N*n).

Отже, сумарний час закінчення з урахуванням пересилок та затримок дорівнює:

$$T_s(x, X(n)) = \max_{i=1,\dots,m} \left\{ \frac{x_i N n^2}{p_i} + \frac{x_i (n^2 + 2Nn)}{q} + x_i l \right\} \tag{2.6}$$

Твердження 2. Існує мінімум часу по $x - \min_{x \in X(n)} T_s(x, X(n))$

2.2 Аналіз штрафів від величини розбиття

У цьому підрозділі ми проведемо аналіз того, як величина розбиття впливає на час виконання задач у потоковій моделі.

Як ми бачимо з 2.6, наявні 2 види штрафів від дрібності розбиття. Перший вид з'являється через надлишковість передачі даних при розбитті матриці на підматриці, а другий напряму від кількості задач, що утворились в результаті розбиття.

Пронормуємо x_i :

$$d_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1,\dots,m} x_i} = \frac{x_i}{k}$$
 (2.7)

Таким чином d_i це доля обчислень вузла $i,d_i\in[0,1],\sum_{i=1,\dots,m}d_i=1.$ I навпаки, $x_i=d_i*k=d_i*\frac{N^2}{n^2}$

Перепишемо 2.6 за допомоги d_i :

$$T_s(x, X(n)) = \max_{i=1,\dots,m} \left\{ \frac{d_i k N n^2}{p_i} + \frac{d_i k (n^2 + 2Nn)}{q} + d_i k l \right\} \tag{2.8}$$

Проте нас більше всього цікавить рівняння із заміною $k = \frac{N^2}{n^2}$.

$$T_s(x,X(n)) = \max_{i=1,\dots,m} \left\{ \frac{d_i \frac{N^2}{n^2} N n^2}{p_i} + \frac{d_i \frac{N^2}{n^2} (n^2 + 2Nn)}{q} + d_i \frac{N^2}{n^2} l \right\} \qquad (2.9)$$

Після скорочення отримаємо:

$$T_s(x,X(n)) = \max_{i=1,\dots,m} \left\{ d_i \frac{N^3}{p_i} + d_i \frac{N^2(1+2*\frac{N}{n})}{q} + d_i \frac{N^2}{n^2} l \right\} \tag{2.10}$$

Позначимо за T_i час роботи вузла i, тоді:

$$T_i = d_i \frac{N^3}{p_i} + d_i \frac{N^2(1 + 2 * \frac{N}{n})}{q} + d_i \frac{N^2}{n^2} l$$

$$T_s(x, X(n)) = \max_{i=1,...,m} T_i$$
 (2.11)

Виділимо окремі складові T_i :

$$A_i = \frac{N^3}{p_i}$$

$$B_i = \frac{N^2(1+2*\frac{N}{n})}{q}$$

$$C_i = \frac{N^2}{n^2}l$$

$$T_i = d_i(A_i + B_i + C_i)$$

$$(2.12)$$

Таким чином ми розділили час виконання на 3 окремі складові, кожна з яких має свій сенс. Перша складова A_i відповідає за сумарну складність алгоритма множення двох матриць без розбиття. Друга складова B_i відповідає за надлишковість передачі даних і третя C_i за затримки.

Причому помітимо, що A_i ніяк не залежить від n. Тобто перша складова це завжди повна складність задачі множення цілих матриць і незалежно від розбиття складність блочного множення сумарно залишається незмінною.

Нехай фіксована конфігурація середовища, тобто $p_i, i=1,\dots,m$ задані та незмінні. У такому випадку при зміні розбиття долі обчислень вважаємо

незмінними, оскільки вони в першу чергу залежать від потужностей обчислювальних вузлів.

І для двох різних розбиттів $n_1,\,n_2:n_1< n_2$ ми маємо складові A_i однаковими, оскільки вони не залежать від розбиття.

$$\begin{split} n_1, n_2 &: n_1 < n_2 \\ A_i^{n_1} &= A_i^{n_2} = \frac{N^3}{p_i} \\ \frac{B_i^{n_1}}{B_i^{n_2}} &= \frac{1+2*\frac{N}{n_1}}{1+2*\frac{N}{n_2}} = \frac{n_2(n_1+2N)}{n_1(n_2+2N)} \\ \frac{C_i^{n_1}}{C_i^{n_2}} &= \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \end{split} \tag{2.13}$$

Візьмемо за $n_2=N$, оскільки як можна здогадатися, якщо ми матрицю не розрізаємо, тоді надлишковості немає. Тому будемо порівнювати випадок розрізання і множення цілої матриці на віддаленому вузлі. У такому випадку звісно з'являється проблема неефективного використання обчислювальної мережі, проте на даний момент нас цікавить дослідження надлишковості при множенні матриці блочно.

$$\begin{split} n_1, n_2 &: n_1 < n_2, n_2 = N \\ r_{n_1} &= \frac{N}{n_1} \\ \frac{B_i^{n_1}}{B_i^N} &= \frac{N(n_1 + 2N)}{n_1(N + 2N)} = \frac{n_1 + 2N}{3n_1} = \frac{1 + 2r_{n_1}}{3} \\ \frac{C_i^{n_1}}{C_i^{n_2}} &= \left(r_{n_1}\right)^2 \end{split} \tag{2.14}$$

Для наглядності побудуємо графік відношення $\frac{B_i^{n_1}}{B_i^N}$ для деяких віксованих N. Будемо брати $n_1 \in [50, N]$ щоб не мати проблем з маштабом оскільки при малих n_1 це відношення дуже велике.

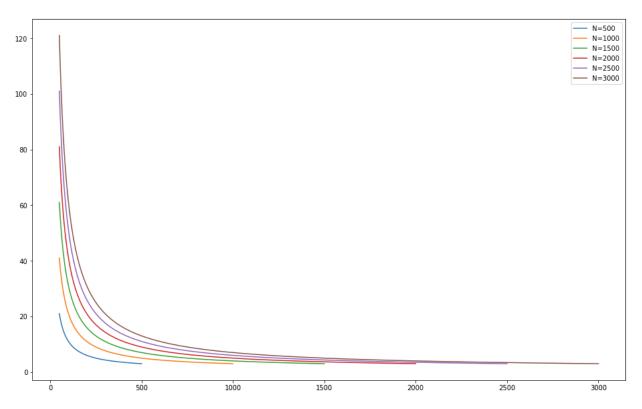


Рисунок 2.1 – Графік залежності відношення $\frac{B_i^{n_1}}{B_i^N}$ від $n_1 \in [50,N]$ при фіксованих N

2.3 Дискретна версія моделі обчислень множення матриць

Нехай розмір блоку n ϵ дільником N, тоді задача множення матриць N*N та N*N поділяється на $k=\frac{N^2}{n^2}$ паралельних задач множення матриць n*N та N*n. У порівнянні з потоковою моделю, дискретний варіант має скінченну множину комбінацій розподілу задач планувальником на обчислювальні вузли.

Визначимо множину Y(n) по аналогії з X(n):

$$Y(n) = \{ y \in \mathbb{R}^m : y_i \in 0, \dots, k, \sum_{j=1}^m y_j = k, i = 1, \dots, m \}$$
 (2.15)

Оскільки Y(n) це дискретний варіант X(n), то очевидне включення $Y(n)\subset X(n)$. Задача планувальника ϵ саме вибір конкретного вектора

 $y\in Y(n)$. У роботі досліджуються планувальники типу $extr_1extr_2$ - min min, min max, max min та max max. Принцип роботи їх дуже простий.

- 1 Формується черга задач
- 2 Із черги задач вилучається задача згідно з конфігурацією $extr_1$. min конфігурація вибирає задачу із черги з найменшою складністю, а max з найбільшою
- 3 Вилучена з черги задача надсилається на вільний процесор згідно з правилом extr2. min конфігурація має на меті виконати задачу за найкоротший час і вибирає вільний процесор з найбільшою потужністю, а max навпаки з найменшою
- 4 Якщо черга задач не пуста, то повернутися на крок 2 Твердження Для будь-якого n виконуються нерівності:

$$T_d(n) = \min_{y \in Y(n)} T(y, X(n))) \ge \min_{x \in X(n)} T(x, X(n)))$$
 (2.16)

Також варто пояснити саму суть пошуку найкращого розбиття. Основна проблема у тому, що для великих розбиттів планування може бути недостаньо рівномірно розподелене. Наприклад, розглянемо систему з трьома однаковими обчислювальними вузлами. Розбиття матриць на 2 підматриці буде недостатньо ефективно оскільки будуть сформовані 4 задачі. З з 4 задач виконаються повністю паралельно, але четверта буде виконуватись на одному вузлі, в той час як інші 2 будут простоювати. Саме для цього ми і намагаємося розрізати матриці на рівні малі шматки, щоб такої проблеми не виникало. Проте через наявність штрафів за пересилку за затримок дуже малі розбиття також не підходять оскільки штрафи стають занадто великими.

Також з граничних випадків можна розгянути такий, при якому $q=\inf$ та l=0. Таку ситуацію можна зустріти при обчисленні добутку матриць на одному комп'ютері з кількома ядрами. Саме для цього випадку очевидно, що найкращою стратегією буде розрізати на найменші шматки. Таким чином буде мінімізований час простою при виконанні останніх задач з черги.

2.4 Некооперативна ігрова модель планування множення матриць для двох користувачів

Сформулюємо концепції гри між двома гравцями, бажання яких ϵ виконання задачі множення матриць у розподіленому середовищі з паралелізацією методом розбиття матриць на блоки.

Некооперативна гра описує процес прийняття рішення про розбиття двома гравцями в умовах конфлікту інтересів. Некооперативність полягає у тому, що немає зовнішніх причин до їх співпраці, проте в самій грі з певною структурою може виникати співпраця гравців.

Нехай у загальному випадку ця гра проводиться між гравцями $u_i, i=1,\ldots,L$. Усі гравці мають рівний доступ до розподіленого середовища з потужностями обчислювальних вузлів $p_i, i=1,\ldots,m$ через спільний інтерфейс планувальника. Також передача даних для множення підблоків проходить по каналам з пропускними здатностями q та затримкою l. Кожен з гравців може зареєструвати певний набір задач і після цього чекати на результат. Часом для гравця u_i будемо вважати час повернення результата усіх відісланих ним задач, тобто момент, коли він отримає останній блок матриці результата.

Для гравців заданий розмір N і їх задача порахувати у розподіленому середовищі добуток матриць N*N та N*N. Стратегіями гравців називаемо $n_i \in [1,N]$ які визначають розмір блоку розбиття.

Кожен гравець хоче виконати паралельне множення матриць якможна швидше. Конфлікт полягає у тому, що зміна стратегії розбиття одним гравцем може покращити його час, проте значно погіршити час другого гравця.

Виділяють гравців раціональних та нераціональних. Дії раціонального гравця спрямовані на максимізацію його виграшу. Нераціональні можуть вносити хаос випадковими ходами. Вважатимемо, що гравці у цій грі раціональні.

Для спрощення будемо вважати, що виконуються такі припущення:

- Страгерії користувачів $n_i, i=1,\dots,k$ впорядковані за зростанням
- Стратегії користувачів n_i є дільниками N
- У випадку, якщо користувачі вибрали однакове розбиття, то їх час завершення однаковий та дорівнює подвноєному індивідуальному часу

- Існує єдиний мінімум $T_d(n_j), j=1,\ldots,k$. Позначимо індекс, при якому досягається мінімум за j^*

2.5 Імплементація імітаційної моделі

Імітаційна модель дозволяє симулювати процес множення матриць у розподіленому середовищі враховуючи як час на власне обчислення так і передачу даних.

Розглянемо задачу множення двох N*N матриць М1 та М2. Позначимо за n кількість рядків матриці М1 та відповідно стовбців матриці М2. Таким чином отримуємо 2 підматриці n*N та N*n які і формують одну задачу, що буде відіслана планувальнику. Таких задач буде $\lfloor \frac{N}{n} \rfloor \times \lfloor \frac{N}{n} \rfloor$. Проте в обох матрицях М1 та М2 у випадку якщо п не дільник N буде залишок рядків М1 та стовбців М2 відповідно. Позначимо розмір залишка за . Тому до основних задач ще потрібно додати задачі множення матриць m*N та N*m і одну задачу множення m*N та N*m.

Тобто задача множення матриць N*N та N*N розбивається на такі підзадачі:

- $\lfloor \frac{N}{n} \rfloor \times \lfloor \frac{N}{n} \rfloor$ множень матриць n*N та N*n
- $\lfloor \frac{N}{n} \rfloor$ множень матриць m*N та N*n
- $\lfloor \frac{N}{n} \rfloor$ множень матриць n*N та N*m
- 1 множення матриць m*N та N*m

Множення матриць N1*N2 та N2*N3 потребує N1*N3*N2 операцій множення та N1*N3*(N2-1) операцій додавання. Позначимо за AM коефіцієнт складності операції множення по відношенню до операції додавання. Тоді складність множення матриць N1*N2 та N2*N3 можна виразати у одиницях операцій додавання як:

$$Complexity(N1, N2, N3) = N1 * N3 * (N2 * AM + N2 - 1)$$
 (2.17)

Позначивши потужність OB за P (кількість операцій додавання / секунду) та складність задачі C (кількість операцій додавання) отримаємо час, який OB витратить на обчислення задачі C:

$$T_{processing} = \frac{C}{P} \tag{2.18}$$

Також для множення матриць N1*N2 та N2*N3 потрібно переслати N1*N2+N2*N3 елементів до обчислювалюного вузла, та отримати результат у розмірі N1*N3 елементів. Час на передачу даних обчислюється таким чином:

$$T_{transfer} = latency + \frac{N1*N2+N2*N3+N1*N3}{bandwidth} \tag{2.19}$$

де latency визачає затримку між відправленням пакета від користувача до планувальника та bandwidth пропускну здатність між користувачем та планувальником.

Загальний час на обробку задачі отримується з урахуванням 2.18 та 2.19:

$$T = T_{processing} + T_{transfer} (2.20)$$

Для двох гравців вибираються n_1 та n_2 , формуються задачі, додаются в загальний список та випадково перемішуются і подаются на планувальник. Час для кожного з гравців визначається як час повернення від планувальника до гравця останьої його задачі.

РОЗДІЛ З АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ СИМУЛЯЦІЙ

3.1 Структура симуляційного програмного забезпечення

Програма написана на мові C++ та умовно поділяється на дві логічні частини: модуль обробки параметрів та модуль симуляції.

Модуль обробки параметрів дозволяє задавати розмір матриць, режим одноно гравця чи двох, межі перебору стратегій розрізання, параметри планувальника, характеристики обчислювальних модулів, параметрів мережі — bandwidth та latency без перековпіляції програми через параметри командного рядка.

Модуль симуляції генерує задачі для кожного з користувачів, зливає їх в один список та власне подає їх на симулятор, який повертає оброблені задачі з проставленими змінними часу початку та завершення роботи над задачею і номером обчислювального вузла, який обробляю цю задачу.

Етапи роботи симулятора:

- Перемішування списка очікуючих задач з метою емуляції отримання задач у випадковому порядку.
- Сортування списка очікуючих задач по складності у відповідності до пріорітетності задач та списка обчислювальних вузлів по потужності у відповідності до пріорітетності обчилювальних вузлів. Наприклад для тіптах планувальника список очікуючих задач буде відсортованим від простої до складної, а список обчислювальних вузлів від потужного до повільного.
- Ініціалізація початкових задач для обчислювальних вузлів вилучаючи перші елементи з відсортованих списків очікуючих задач та вузлів, проставлення початкового часу, який на даний момент рівний 0, та обчислення часу очікуваного завершення виконання задачі. Структури з посиланням на задачу, обчислювальний вузол та даними про початок та завершення виконання задачі поміщаються у чергу з пріорітетом по найменшому часу завершення.
- Взяти з пріорітетної черги задачу, яка буде найближчою по часу наступною виконаною задачею. Приняти час симуляції за час завершення

взятої з черги задачі, додати задачу до списку виконаних задач разом із даними про час її завершення.

- Якщо список очікуючих задач не пустий, то вилучити перший елемент, поставити час початку як час симуляції, обчислити час завершення та додати у чергу з прірітетом, поставивши обчислювальний вузол як перший вільний із відсортованого списка вузлів.
- Якщо пріорітетна черга не пуста, то повернутися на крок 4.
- Знайти у списку виконаних задач найпізніші повернені задачі для кожного з користувачів та повернути їх час завершення.

3.2 Ілюстрація результатів симуляції

3.2.1 Симуляція для одного користувача

Симуляція для одного користувача в загальному випадку навіть не вважається грою, а більш схоже на звичайну оптимізаційну проблему. Проте графіки симуляцій для одного користувача можуть показати характер обробки задач при блочному розрізанню матриць.

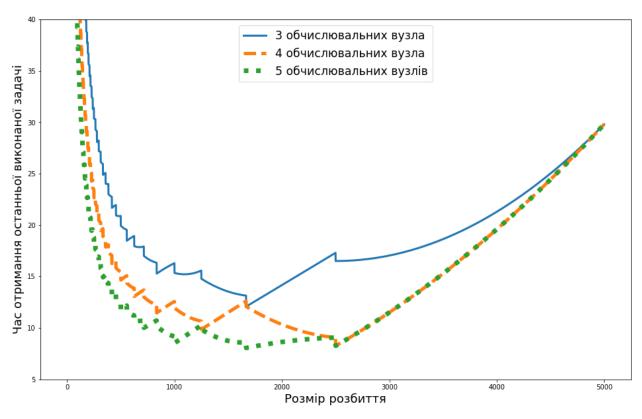


Рисунок 3.1 – Графік залежності часу виконання всіх задач користувача від розміру розрізання для різних кількостей обчислювальних вузлів

На Рис. 3.1 зображено залежність часу симуляції від розбиття при фіксованих N, latency, bandwidth для 3, 4 та 5 обчислювальних вузлів. Чим більше OB, тим швидше множення матриць, проте для деяких розрізань можна побачити майже однаковий час при різній кількості обчислювальних вузлів. Особливо це помітно для 4 та 5, починаючи з розміру розрізання 2500 час для них однаковий хоч для обчислень і задіяно більше OB.

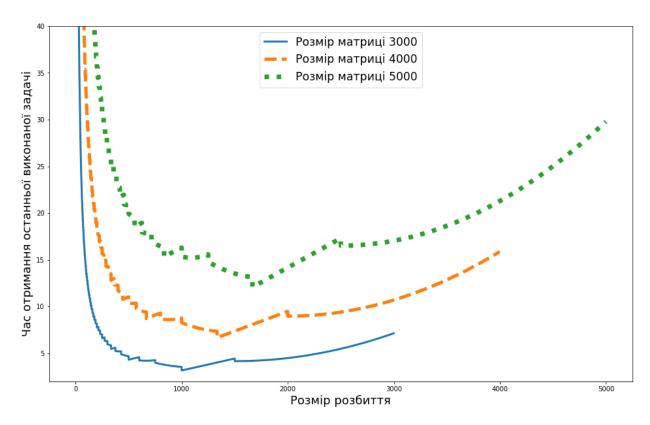


Рисунок 3.2 – Графік залежності часу виконання всіх задач користувача від розміру розрізання для різних розмірів матриць

На Рис. 3.2 показано для розмірів матриць 3000, 4000 та 5000 графіки залежності часу виконання усіх задач користувача від розбиття для 5 ОВ. З нього відносно можна помітити, що графіки мають приблизно однакову форму і можливо між ними має місце звичайна пропрорційну залежність від розміру матриці N.

3.2.2 Аналіз штрафів за розбиття

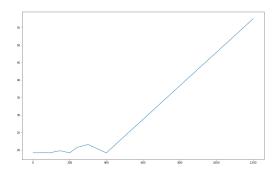
Також варто перевірити аналіз штрафів з теоретичного розділу за допомогою симуляційної системи. Це дуже просто зробити, оскільки програма дозволяє задавати деякі з параметрів як inf. 3 досліджувані параметри це: ping, bandwidth та mips. Якщо поставити $bandwidth = \inf \text{ Ta } mips = \inf$, тоді складові часу, які відповідають за передачу даних та саме общичслення, обнуляться і ми будемо мати чисто лише час, який був спричинений затримками пакетів. Проводити експерименти будемо для конфігурацій із заниженими потужностями обчислювальних 3x вузлів 6e7 операцій/секунду, малим значенням пропускної здатності 8e7 біт/секунду та затримкою пакетів в 1 мілісекунду.

Таблиця 3.1 наглядно показує для випадку множення матриць розмірів 1200 штрафи. Також можемо побачити велику різницю мів розрізаннями 1200, 600 та 400. 1200 значить не розрізати матрицю та фактично виконати множення на одному ядрі, також час із першої колонки відповідає за чистий час обчислень без додавання часу пересилки та затримок. Час для розрізання 600 також ще поганий, оскільки було сформовано 4 задачі у той час як доступні всього 3 обчислювальних вузла. Тобто остання задача виконувалась лише на одному вузлі поки інші простоювали. Далі починаючи з розрізання 400 час відносно стабілізується. Це можна пояснити тим, що для наступних розрізань хоч і результуюча кількість задач може не бути дільником кількості обчислювальних вузлів, проте задачі вже настільки малі, що час простою в кінці значно менший ніж для випадків 1200 та 600. Також ці результати підтверджують теорію про те, що складність множення матриць ніяк не змінюється від щільності розбиття.

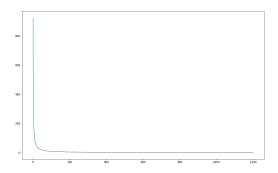
| | processing time | transfer time | latency time | total |
|------|-----------------|---------------|--------------|------------|
| 1 | 19.19200 | 921.98400 | 480.00000 | 1421.17600 |
| 2 | 19.19200 | 461.18400 | 120.00000 | 600.37600 |
| 3 | 19.19224 | 307.58784 | 53.33400 | 380.11408 |
| 4 | 19.19200 | 230.78400 | 30.00000 | 279.97600 |
| 5 | 19.19200 | 184.70400 | 19.20000 | 223.09600 |
| 6 | 19.19296 | 153.99170 | 13.33400 | 186.51866 |
| 8 | 19.19200 | 115.58400 | 7.50000 | 142.27600 |
| 10 | 19.19200 | 92.54400 | 4.80000 | 116.53600 |
| 12 | 19.19584 | 77.19944 | 3.33400 | 99.72928 |
| 15 | 19.19800 | 61.84332 | 2.13400 | 83.17532 |
| 16 | 19.19200 | 57.98400 | 1.87500 | 79.05100 |
| 20 | 19.19200 | 46.46400 | 1.20000 | 66.85600 |
| 24 | 19.20735 | 38.81503 | 0.83400 | 58.85638 |
| 25 | 19.19200 | 37.24800 | 0.76800 | 57.20800 |
| 30 | 19.21599 | 31.14288 | 0.53400 | 50.89287 |
| 40 | 19.19200 | 23.42400 | 0.30000 | 42.91600 |
| 48 | 19.25341 | 19.64667 | 0.20900 | 39.10908 |
| 50 | 19.19200 | 18.81600 | 0.19200 | 38.20000 |
| 60 | 19.28796 | 15.82272 | 0.13400 | 35.24468 |
| 75 | 19.34194 | 12.77100 | 0.08600 | 32.19894 |
| 80 | 19.19200 | 11.90400 | 0.07500 | 31.17100 |
| 100 | 19.19200 | 9.60000 | 0.04800 | 28.84000 |
| 120 | 19.57584 | 8.22528 | 0.03400 | 27.83512 |
| 150 | 19.79175 | 6.73200 | 0.02200 | 26.54575 |
| 200 | 19.19200 | 4.99200 | 0.01200 | 24.19600 |
| 240 | 20.72736 | 4.56192 | 0.00900 | 25.29828 |
| 300 | 21.59100 | 3.88800 | 0.00600 | 25.48500 |
| 400 | 19.19200 | 2.68800 | 0.00300 | 21.88300 |
| 600 | 28.78800 | 2.88000 | 0.00200 | 31.67000 |
| 1200 | 57.57600 | 3.45600 | 0.00100 | 61.03300 |

Таблиця 3.1 – Таблиця штрафів від величини розрізання

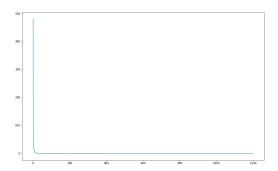
Розглянемо окремо графіки трьох складових загального часу: виконання задач, передачі даних та затримок.



(a) Графік часу обчислень від розміру розрізання



(б) Графік часу передачі даних від розміру розрізання



(в) Графік часу затримок від розміру розрізання

Рисунок 3.3 – Three subfigures

Також для кращого розуміння випадків розбиттів 1200, 600 та 400 варто проілюструвати процес виконання задач на блоках.

3.2.3 Симуляція для двої користувачів

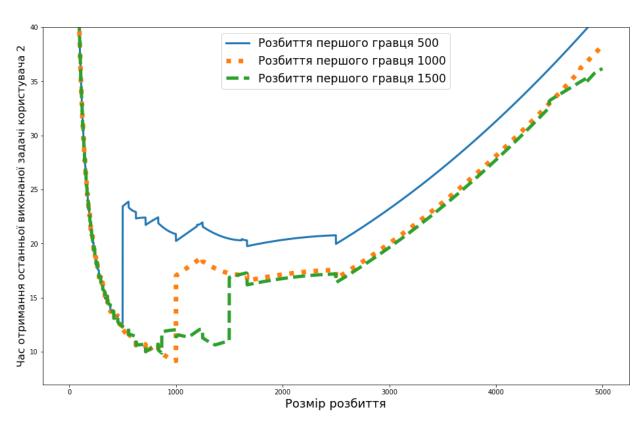


Рисунок 3.4 – Графік залежності часу виконання всіх задач другого користувача від розміру його стратегії розрізання при фіксованих стратегіях першого користувача

На Рис. 3.4 зображено залежність часу виконання усіх задач другого користувача від розміру розбиття при фіксованому розбитті користувача 1 для 5 ОВ. На графіку чітко спостерігається стрибки при переході розбиття користувача 2 за фіксоване значення розбиття користувача 1. Це особливість тіптіп та тіптах оскільки вони в першу чергу виконують найлегші задачі, тому користувач, що вибрав менше розбиття, має менший час виконання усіх його задач.

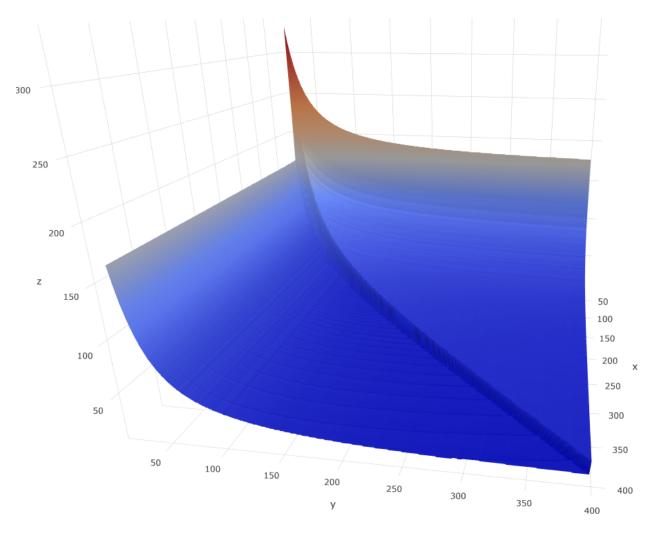


Рисунок 3.5 — Графік залежності часу виконання всіх задач другого користувача для всіх комбінацій стратегій обох користувачів з відрізка [20,400]

На перший погляд поверхя, яка отримана шляхом симуляції усіх можливих пар стратегій обох користувачів з відріка [20, 400], може здааватися гладкою та випуклою Рис. 3.5. Проте, пам'ятаючи природу графіків при фіксованій стратегії першого користувача на Рис. 3.4, слід подивитися на Рис. 3.5 більш ретельно, наприклад побудувати поверхню усіх комбінацій стратегій з відрізка [150, 350].

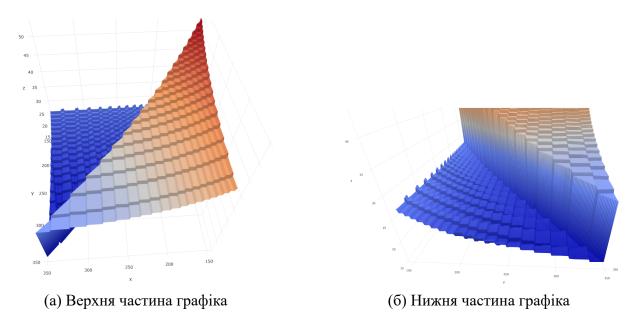


Рисунок 3.6 – Графік залежності часу виконання всіх задач другого користувача для всіх комбінацій стратегій обох користувачів з відрізка [150, 350], 3.6a - фокус на верхню частину поверхні, 3.6б - фокус на нижню частину поверхні

При кращій деталізації можна чітко побачити, що на Рис. 3.6а спостерігається форма сходинок по всій верхній частині графіка і вона не така проблемна, як нижня частина, показана на Рис. 3.6б. Оскільки нижня частина більш цікава через те, що час завершення усіх задач користувача там менший, то і глобальний мінімум варто шукати саме на нижній частині. Нижня частина має особливої форми канави і саме вони є основною проблемою.

| Slice First | Slice Second | Time First | Time Second |
|-------------|--------------|--------------|--------------|
| 293 | 293 | 56.196913114 | 56.133074705 |
| 293 | 294 | 29.273646274 | 56.249161287 |
| 293 | 295 | 31.193692060 | 55.135836942 |
| 293 | 296 | 31.078784491 | 55.140002601 |
| 294 | 293 | 56.249161287 | 29.273646274 |
| 294 | 294 | 56.134305135 | 56.143839692 |
| 294 | 295 | 31.201760723 | 55.131381284 |
| 294 | 296 | 31.086853154 | 55.135546943 |
| 295 | 293 | 55.135836942 | 31.193692060 |
| 295 | 294 | 55.131381284 | 31.201760723 |
| 295 | 295 | 54.006477079 | 53.951126737 |
| 295 | 296 | 30.047061935 | 54.102473211 |
| 296 | 293 | 55.140002601 | 31.078784491 |
| 296 | 294 | 55.135546943 | 31.086853154 |
| 296 | 295 | 54.102473211 | 30.047061935 |
| 296 | 296 | 54.057876812 | 54.001345879 |

Таблиця 3.2 — Таблиця значень часів повернення усіх задач користувачів для різних стратегій розрізань

З Таблиці 3.2 можна побачити як в між деякими сусідніми значеннями спочатку час трохи збільшується, а потім різко зменшується. Таким чином структура функції і проблеми її оптимізації очевидні.

РОЗДІЛ 4 Керування стартапом проекту

4.1 Опис ідеї проекту

Назва проекту - "Efficient task distribution for cloud computing". Проект являє собою систему, яка дозволяє правильно розбивати математичны задачі на підзадачі з метою мінімізації часу їх виконання у розподіленому середовищі.

Проект вирішує проблему виконання складних задач, які можна розділити на велику кількість простіших задач, у розподіленому середовищі з мінімізацією часу виконання задач для багатьох користувачів. В першу чергу така проблема може виникнути у дослідницьких центрах, де часто виконуються прості операції проте з неймовірно виликими обсягами даних. Часто такі задачі дуже легко розбивати на більш прості підзадачі, проте не завжди просто оцінити найефективнішу стратегію розбиття. На даний момент такі задачі вирішуються звичайним паралелізмом і такий метод відносно задовольняє потреби, проте основною метою проекта є пошук найефективніших шляхів паралельного виконання дрібних задач та використання симуляційних систем для аналізу ефективності розбиття задачі на підзадачі.

| Зміст ідеї | Напрямки застосуван- | Вигоди для користувача |
|--------------------------|---------------------------|---------------------------|
| | ня | |
| Розробка симуляційної | 1. У сфері досліджень | Можливість провести си- |
| системи, яка допоможе | планувальників, перевір- | муляцію роботи cloud си- |
| симюлювати обчислення у | ка теорій, аналіз особли- | стеми із застосуванням |
| Cloud системі за значно | востей планувальників | вибраного планувалника |
| коротший час без | | без значних затрат часу |
| застостування додаткових | | чи грошей |
| обчюслювальних машин. | 2. Проведення дослі- | Симуляція роботи cloud |
| | ждень задач та знаходже- | системи при великих об- |
| | ння найефективніших | сягах задач за значно ко- |
| | розбиттів. | ротший час |

Таблиця 4.1 – Опис ідеї стартап-проекту

| | | (потенційні) | | | | W | N | S |
|-----|-----------|--------------|----------|---------|---------|---------|-----------|----------|
| No | Техніко- | ТОВ | ари/кон | цепції | | (слаб- | (ней- | (силь- |
| п/п | економічн | ri F | сонкурен | ІТІВ | | ка | траль- | на |
| | характе- | | | Γ | | сторо- | на | сторо- |
| | ристики | Мій | Cloud | Grid | Amazon | на) | сторо- | на) |
| | ідеї | проект | Sim | Sim | AWS | | на) | |
| 1 | Швидка | продукт | бібліо- | бібліо- | повно- | потребу | єдоступна | дозволя€ |
| | симу- | на мо- | тека | тека | ма- | pe- | платфор- | базово |
| | ляційна | ві | на Java | на Java | шта- | тель- | ма для | оцінити |
| | система | C++ | | | бна | ного | наукових | ефектив- |
| | | | | | си- | ана- | дослі- | ність |
| | | | | | стема | лізу | джень | cloud |
| | | | | | обчи- | cloud | плану- | системи |
| | | | | | слень | систем | вальни- | |
| | | | | | | | ків | |
| 2 | Ефективна | а додат- | - | - | розроб- | потре- | - | дозволяє |
| | аналі- | кові | | | ка вла- | бує | | значно |
| | тика | фун- | | | сного | зна- | | приско- |
| | пара- | кції | | | пакету | чних | | рити |
| | лельних | для | | | аналі- | ви- | | обчисле- |
| | алгори- | по- | | | тики | трат у | | ння, що |
| | тмів | шуку | | | | дослі- | | у майбу- |
| | | опти- | | | | джен- | | тньому |
| | | маль- | | | | КН | | дозво- |
| | | них | | | | | | лить |
| | | кон- | | | | | | еконо- |
| | | фігу- | | | | | | мити на |
| | | рацій | | | | | | обчи- |
| | | алго- | | | | | | сленнях |
| | | ритма | | | | | | y cloud |
| | | _ | | | | | | системах |

Таблиця 4.2 — Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

| № п/п | Ідея проекту | Технології її ре- | Наявність | Доступність |
|-------|-----------------|-------------------|------------------|---------------|
| | | алізації | технологій | технологій |
| 1 | Побудова си- | На мові С++ | Технологію | Технології |
| | муляційної | реалізація | потрібно доро- | доступні усім |
| | системи для те- | системи, що | бити, сама ідея | користувачам |
| | стування cloud | аналогів по | протестована і | |
| | систем | швидкодії для | показує непо- | |
| | | якої немає | гані результати | |
| | | | по швидкодії, | |
| | | | потрібно лише | |
| | | | розширити її | |
| | | | можливості | |
| 2 | Аналіз швидко- | Залучення | Не наявні, по- | Доступні |
| | дії паралельних | команди ма- | трібно запуска- | |
| | алгоритмів у | тематиків до | ти процес з нуля | |
| | cloud системах | аналізу най- | | |
| | | популярніших | | |
| | | планувальників | | |
| | | та побудови | | |
| | | математи- | | |
| | | чних моделей | | |
| | | основних за- | | |
| | | дач з лінійної | | |
| | | алгебри | | |

Таблиця 4.3 – Технологічна здійсненність ідеї проекту

4.2 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту

| № | Показники стану рин- | Характеристика |
|---|-----------------------------|-------------------|
| | ку(найменування) | |
| 1 | Кількість головних гравців, | 3 |
| | од. | |
| 2 | Загальний обсяг гравців, \$ | 4.5 млрд. |
| 3 | Динаміка ринку | Попит зростає, |
| | | пропозиція майже |
| | | не збільшується |
| 4 | Обмеження для входу на | Наявність якісно- |
| | ринок | го програмного |
| | | продукту |
| 5 | Специфічні вимоги до стан- | Відсутні |
| | дартизації та сертифікації | |
| 6 | Середня норма рентабель- | 100% |
| | ності в галузі | |

Таблиця 4.4 — Попередня характеристика потенційного ринку стартаппроекту

| № п/п | Потреба, що | Цільова ауди- | Відмінності | Вимоги кори- |
|-------|-----------------|-------------------|-----------------|-----------------|
| | формує ринок | торія(цільові | у поведінці | стувачів до |
| | | сегменти рин- | різних по- | товару |
| | | ку) | тенційних | |
| | | | цільових груп | |
| 1 | Необхідність | Дослідницькі | У різних цен- | Простота у |
| | аналізу різних | центри та | трах чи уні- | використанні |
| | планувальників | університети | верситетах | та достатня |
| | з метою побудо- | | проводяться рі- | швидкодія |
| | ви та перевірки | | зні дослідження | для перевірки |
| | математичних | | i | гіпотез |
| | моделей | | | |
| 2 | Симуляція | Університети, | Кожна окрема | Симуляційна |
| | ресурсоємних | дослідницькі | задача потребує | система по- |
| | задач з роз- | центри та ком- | особливий ана- | винна бути |
| | биттям їх на | панії, які хочуть | ліз та алгоритм | достатньо уні- |
| | підзадачі | збільшити | розбиття | версальною |
| | | ефективність | | оскільки задачі |
| | | обчислень | | можуть бути |
| | | | | не лише чисто |
| | | | | математичні |

Таблиця 4.5 – Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

| № п/п | Фактор | Зміст загрози | Можлива реакція компанії | | | |
|-------|--|---|---|--|--|--|
| 1 | Платформи для хмарних обчислень розробляють функцію симуляції обчислень за значно меншою ціною | симуляції на платформах хмар- | Перегляд цін на підписки, покращення співпраці з обчислювальними центрами та надання додаткових послуг по аналізу моделей задач | | | |
| 2 | Поява продукту з аналогічною швидкодією та відкритим кодом | сторону платформ Приводить до повного знецінення товару оскільки відкритий код означає, що продукт доступний усім безкоштовно | Розробка дода- ткових функцій та графічно- го інтерфейсу для полегшення процесу роботи з програмним продуктом | | | |

Таблиця 4.6 – Фактори загроз

| № п/п | Фактор | Зміст можливості | Можлива реакція компанії | | | | |
|-------|---|--|--------------------------|--|--|--|--|
| 1 | Співробітництво з платформами | | продажів підпи- | | | | |
| | хмарних обчи- | напряму на пла- тформах завдяки угоді з компанія- ми провайдерами хмарних обчи- слень | сок та простіша реклама | | | | |
| 2 | Збільшення попиту на складні обчислення | Можливість швидкого росту завдяки аналізу популярних високонавантажених алгоритмів | Збільшення про- дажів | | | | |

Таблиця 4.7 – Фактори можливостей

| № п/п | Особливості кон- | В чоему проявля ϵ - | Вплив на діяль- |
|-------|-------------------|------------------------------|-------------------|
| | куретного середо- | ться дана характе- | ність підприєм- |
| | вища | ристика | ства |
| 1 | Олігополія | Існують від- | Задають стантарт |
| | | риті системи | програмного за- |
| | | - CloudSim та | безпечення для |
| | | GridSim | симуляцій хмар- |
| | | | них обчислень |
| 2 | Міжнародний рі- | Цифрові продукту | Універсальність |
| | вень конкуретної | інформаційного | продукту та |
| | боротьби | пошуку не мають | швидкодія |
| | | кородонів | |
| 3 | Галузева конку- | Конкуренція про- | Надавати висо- |
| | ренція | ходить у галузі | коефективний |
| | | аналізу паралель- | продукт для ана- |
| | | них алгоритмів | лізу складних |
| | | | задач |
| 4 | Товарно-видова | Наявність фун- | Спостереження за |
| | конкуренція за | кцій для повно- | Cloud системами |
| | видами товарів | цінної симуляцій | да додавання |
| | | Cloud системи | нових функцій |
| 5 | За характером | В першу чергу ва- | Розширення фун- |
| | конкурентних | | кціоналу, додава- |
| | перваг: нецінова | та універсальність | ння нових моде- |
| | | | лей у продукт |
| 6 | За інтенсивні- | На ринку я ана- | Додавання нового |
| | стю - марочна | логічні продукти | |
| | конкуренція | зі схожим фун- | продукт |
| | | кціоналом, проте | |
| | | їх швидкодія | |
| | | недостатня для | |
| | | серйозних дослі- | |
| | 4 9 - C | джень | _···· |

Таблиця 4.8 – Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

| Назва характеристики | Характеристика |
|-----------------------|---|
| Прямі конкуренти | Cloudsim Plus |
| Потенційні конкуренти | Goolgle, Microsoft, Amazon AWS, Digital Ocean |
| Постачальники | Amazon, Digital Ocean, Google |
| Клієнти | KPI, Amazon, інші університети |
| Товари-замінники | CloudSim, GridSim, CloudSim Plus |

Таблиця 4.9 – Аналіз конкуренції за М. Портером (Складові аналізу)

| Назва характеристики | Характеристика | | | |
|-----------------------|--|--|--|--|
| Прямі конкуренти | Прямі конкуренти - дрібні компанії | | | |
| Потенційні конкуренти | Потенційні конкуренти - компанії-гіганти | | | |
| Постачальники | Постачальники хмарних обчислень - потенцій- | | | |
| | ні конкуренти | | | |
| Клієнти | Для клієнтів продуктивність паралельного ал- | | | |
| | горитма - основна проблема | | | |
| Товари-замінники | Товари-замінники працюють дуже повільно та | | | |
| | непридатні для складних симуляцій | | | |

Таблиця 4.10 – Аналіз конкуренції за М. Портером (Висновки)

| № п/п | Фактор конкурентноспромо- | Обгрунтування (чинники, що ро- |
|-------|--------------------------------|----------------------------------|
| | жності | блять фактор для порівння кон- |
| | | курентних проектів значущим) |
| 1 | Швидкодія | Швидкодія значно більша ніж у |
| | | аналогів написаних на мові Java |
| 2 | Готова база простих плануваль- | Дає можливість використовува- |
| | ників | ти та досліджувати основні пла- |
| | | нувальники без велеких зусиль |
| 3 | Простота використання | У конкурентів програмні проду- |
| | | кти часто дуже складні та потре- |
| | | бують багато часу на аналіз рі- |
| | | зних прикладів перед самою ім- |
| | | плементацією симуляції. Також |
| | | через складну структуру проду- |
| | | кту іноді в коді з'являються по- |
| | | милки, які складно виявити на |
| | | перший погляд. |
| 4 | Універсальність | Дозволяє моделювати структури |
| | | Cloud середовищ будь-якої скла- |
| | | дності |
| | | |

Таблиця 4.11 – Обгрунтування факторів конкурентноспроможності

| # | Фактор конкурентноспроможності | Бали 1-20 | Рейтинг відносно Cloudsim Plus | | | | | oudsim Plus | |
|---|------------------------------------|--------------|--------------------------------|----|----|---|---|-------------|---|
| | | | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 1 | Швидкодія | 20 | | | | | | | + |
| 2 | Готова база простих планувальників | 20 | | | | | | | + |
| 3 | Простота використання | 15 | | | | | | + | |
| 3 | Універсальність | 15 | | + | | | | | |

Таблиця 4.12 – Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін

Сильні сторони:

- Висока швидкодія у порівнянні з аналогічними продуктами
- Вбудовані прості планувальники, які легко використовувати
- Простота бібліотеки

Можливості:

- Інтеграція у реальні Cloud системи з метою попереднього аналізу задачі перед саме замовленням хмари
- Проводити дослідження планувальників
- Просте тестування математичних моделей оскільки симуляції достатньо швидкі

Слабкі сторони:

- Недостатня універсальність оскільки продукт лише у початковому виді
- Продукт постачається мовою С++, яка вважається складнішою за Java для людей, які більше математики ніж програмісти

Загрози:

- Компанії гіганти можуть випустити власне програмне забезпечення для попереднії симуляцій
- Існуючі продукти у розробці також можуть активізуватися та спробувати конкурувати на ринці
- Поява нових конкурентів з поріняно схожою швидкодією програмного продукту

Таблиця 4.13 – SWOT- аналіз стартап-проекту

| № п/п | Альтернатива (орієнтований | Ймовірність отри- мання ресусрів | Строки реалізації |
|-------|---|-------------------------------------|-------------------|
| | комплекс захо- дів) ринкової поведінки | | |
| 1 | Розробка API для інших мов програмування з метою полегшення процесу використання програмного продукту | 0.9 | 0.5 року |
| 2 | Додавання специфічних планувальників у симуляційну систему | 0.4 | 0.5 року |
| 3 | Побудова математичних моделей популярних задач лінійної алгебри | 0.4 | 2 роки |

Таблиця 4.14 – Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

4.3 Розробка ринкової стратегії проекту

| No | Опис профі- | Готовність | Орієнтовний | Інтенсивність | Простота |
|-----|---------------|-------------|----------------|---------------|----------------|
| п/п | лю цільової | споживачів | помит ці- | конкуренції в | входу у |
| | групи по- | сприйти | льової групи | сегменті | сегмент |
| | тенційних | продукт | (сегменти) | | |
| | клієнтів | | | | |
| 1 | Університети | Потребують | Університети | Конкуренція | Оскільки |
| | та дослідни- | простого | потребують | із відкри- | існуючі рі- |
| | цькі центри | інтерфейсу | продукт для | тими безко- | шення дуже |
| | | та високої | швидкої | штовними | повільні для |
| | | швидкодії. | перевірки | рішеннями: | випадків |
| | | Оскільки | теорій. До- | CloudSim, | симуляції |
| | | ці складо- | слідницькі | CloudSim | складних |
| | | ві наявні, | центри - | Plus, GridSim | паралельних |
| | | то спожи- | прискори- | | задач, то вхід |
| | | вачі будут | ти власні | | у сегмент |
| | | задоволені | обчислення | | дуже легкий |
| 2 | Індивідуальні | Потребують | Попит серед | Конкуренція | Вихід у цей |
| | користувачі | простої бі- | користувачів | із відкри- | сегмент бу- |
| | | бліотеки з | Amazon | тими безко- | де важчим |
| | | інтуітивною | AWS, | штовними | оскільки |
| | | структурою | Microsoft | рішеннями: | існуючі рі- |
| | | та універ- | Azure, Digital | CloudSim, | шення більш |
| | | сальним | Ocean | CloudSim | універсальні |
| | | дизайном | | Plus, GridSim | та покрива- |
| | | | | | ють більшу |
| | | | | | множину |
| | | | | | задач |

Таблиця 4.15 – Вибір цільових груп потенційних споживачів

| № п/п | Обрана аль- | Стратегія | Ключові | Базова стра- |
|-------|--------------|---------------|---------------|------------------------|
| | тернатива | розвитку | конкуретно- | тегія розви- |
| | розвитку | ринку | спроможні | тку |
| | проекту | | позиції від- | |
| | | | повідно | |
| | | | до обраної | |
| | | | альтернативи | |
| 1 | Набір основ- | На початко- | Наявність | Просування |
| | ної маси ко- | вих етапах | простого | продукту |
| | ристувачів | давати уні- | інтерфейсу | завдяки |
| | | верситетам | та швидкої | науковим пу- |
| | | можливість | симуляційної | блікаціям, які |
| | | користува- | системи | використо- |
| | | тися без- | | вують даний |
| | | коштовно | | програмний |
| | | продуктом | | продукт |
| 2 | Розвиток | Додавання | Розповсюджен | сП опуляризація |
| | симуляційної | популярних | та проста ін- | програмного |
| | системи | алгоритмів | теграція для | продукту |
| | | планування, | будь-якої | та введення |
| | | прикладів | популярної | підписок |
| | | аналізу моде- | платформи | |
| | | лей простих | | |
| | | математи- | | |
| | | чних задач | | |

Таблиця 4.16 – Визначення базової стратегії розвитку

| № п/п | Чи є проект | Чи буде | Чи буде | Стратегія |
|-------|----------------------|---------------|---------------|--------------|
| | першопро- | компанія | компанія | конкурентної |
| | хідцем на | шукати нових | копіювати | поведінки |
| | ринку | споживачів | основні хара- | |
| | | чи забирати | ктеристики | |
| | | існуючих у | товару кон- | |
| | | конкурентів | курента і | |
| | | | які? | |
| 1 | Проект не ϵ | Компанія в | Компанія | Компанія |
| | першопро- | першу чергу | має на меті | надає схожий |
| | ходцем | буде забирати | в спочатку | продукт, |
| | | споживачів | реалізувати | проте у |
| | | існуючих | аналогічний | більш зру- |
| | | продуктів | функціонал | чній формі |
| | | | як в існуючих | та із зна- |
| | | | продуктах | чно кращою |
| | | | | швидкодією |

Таблиця 4.17 – Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

| № п/п | Вимоги до то- | Базова стра- | Ключові кон- | Вибір асоціа- |
|-------|---------------|-----------------|----------------|----------------|
| | вару цільової | тегія розви- | курентоспро- | цій, які мають |
| | аудиторії | тку | можні позиції | сформувати |
| | | | власного | комплексну |
| | | | стартап- | позицію |
| | | | проекту | власного |
| | | | | проекту (три |
| | | | | ключових) |
| 1 | Висока швид- | Розробка си- | Значно вища | Швидкодія, |
| | кодія, яка | стеми на мо- | швидкодія | простота ви- |
| | дозволить | ві С++ яка до- | порівняно з | користання, |
| | проводити | зволить про- | аналогами та | оптимізація |
| | експери- | водити швид- | більш зру- | паралельних |
| | менти у | кі та точні си- | чний процес | алгоритмів |
| | системі зна- | муляції | аналізу алго- | |
| | чно швидше | | ритмів у cloud | |
| | ніж у реаль- | | системах | |
| | них cloud | | | |
| | системах | | | |

Таблиця 4.18 – Визначення стратегії позиціонування

4.4 Розроблення маркетингової програми стартап-проекту

| № п/п | Потреба | Вигода, яку про- | Ключові переваги |
|-------|-------------------|--------------------|-------------------|
| | | понує товар | перед конкурента- |
| | | | МИ |
| 1 | Можливість | Товар надає мо- | Конкуренти хоч |
| | провести експери- | жливість проводи- | і надають това- |
| | менти з різними | ти серії симуляцій | ри з більшим |
| | структурами cloud | обчислень, оціни- | функціоналом, |
| | систем перед вла- | ти ефективність | проте симуляція |
| | сне замовленям | структури cloud | складних задач |
| | системи | системи | проходить дуже |
| | | | довго |
| 2 | Збільшення | Продукт дозволяє | Конкуренти не на- |
| | ефективності | симулювати про- | дають таких по- |
| | паралельних | цес обчислень та | слуг |
| | алгоритмів | знаходити опти- | |
| | | мальні параметри | |
| | | алгоритма для | |
| | | певної структури | |
| | | cloud системи | |

Таблиця 4.19 — Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

4.5 Висновки

Дана магістерська дисертація має перспективи зростання до популярного продукту у сфері хмарних обчислень оскільки наявні аналоги написані на мові Java та мають дуже низьку швидкодію, яка взагалі не дозволяє проводити повномаштабні експерименти з метою оцінки її майбутньої продуктивності. Складнощі в першу чергу можуть бути через недостатню універсальність на початкових етапах релізу продукту та можливу пожвавлену

конкуренцію на етапі виходу на ринок. Також конкуренти з великою кількістю ресурсів можуть розпочати розробку власного продукту, що може сильно вплинути на подальший розвиток стартапа. Такі випадки часто трапляються в ІТ сфері.

ВИСНОВКИ ПО РОБОТІ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

У роботі представлена СПЗ, яке дозволяє дуже швидко емулювати процес множення матриць з використанням одного із чотирьх статичних планувальників: minmin, minmax, maxmin та maxmax. Представлена математична модель, яка дозволяє оцінити глобальний мінімум функції часу. Також продемонстровано застосування інших методів з метою отримання такого ж результату.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1. CloudSim: A Framework For Modeling And Simulation Of Cloud Computing Infrastructures And Services. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://www.cloudbus.org/cloudsim/.
- 2. CloudSim Plus: A modern, full-featured, highly extensible and easier-to-use Java 8 Framework for Modeling and Simulation of Cloud Computing Infrastructures and Services. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://cloudsimplus.org/.
- 3. <u>Mayanka, Katyal</u>. Application of Selective Algorithm for Effective Resource Provisioning In Cloud Computing Environment / Katyal Mayanka, Atul Mishra // <u>International Journal on Cloud Computing</u>: Services and Architecture (IJCCSA). 2014. 2. Vol. 4, no. 1. Pp. 1–10.
- 4. <u>Srinivasa Prasanna, G. N.</u> Generalised Multiprocessor Scheduling Using Optimal Control / G. N. Srinivasa Prasanna, Bruce R. Musicus // SPAA. 1991.
- 5. <u>Smith, Tyler Michael</u>. Pushing the Bounds for Matrix-Matrix Multiplication / Tyler Michael Smith, Robert A. van de Geijn // <u>FLAME Working Not</u>. 2017. 2. no. 83. Pp. 1–11.
- 6. <u>Hong, Jia-Wei</u>. I/O complexity: The red-blue pebble game / Jia-Wei Hong, Hsiang-Tsung Kung // <u>Proceedings of the thirteenth annual ACM symposium</u> on Theory of computing. 1981. Pp. 326–333.
- 7. <u>Irony, Dror.</u> Communication Lower Bounds for Distributed-Memory Matrix Multiplication / Dror Irony, Sivan Toledo, Alexander Tiskin // <u>Journal of Parallel and Distributed Computing</u>. 2004. 09. Vol. 64. Pp. 1017–1026.
- 8. Coded Computation over Heterogeneous Clusters / Amirhossein Reisizadehmobarakeh, Saurav Prakash, Ramtin Pedarsani, Salman Avestimehr // arXiv. 2017. 01.
- 9. Coded computation for multicore setups / Kang Wook Lee, Ramtin Pedarsani, Dimitris Papailiopoulos, Kannan Ramchandran / IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). 2017. 06. Pp. 2413–2417.
- 10. Дорошенко, А.Ю. ПРО ОДНУ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗ-ПОДІЛУ РЕСУРСІВ У БАГАТОПРОЦЕСОРНИХ СЕРЕДОВИ-

- ЩАХ / А.Ю. Дорошенко, О.П. Ігнатенко, П.А. Іваненко // <u>Проблеми</u> програмування. 2011. № 1. С. 21,28.
- 11. Nazarathy, Y. A Fluid Approach to Large Volume Job Shop Scheduling / Y. Nazarathy, G. Weiss // Journal of Scheduling. 2010. 5. no. 13. Pp. 509–529.
- 12. <u>Бланк, С.</u> Стартап. Настольная книга основателя / С. Бланк, Б. Дорф. 2 изд. Москва : Альпина Паблишер, 2014. С. 614.
- 13. <u>Дрейпер, У.</u> Стартапы: профессиональные игры Кремниевой долины / У. Дрейпер. 2 изд. Москва: Эксмо, 2012. С. 378.
- 14. <u>Тиль, П.</u> От нуля к единице : как создать стартап, который изменит будущее / П. Тиль, Б. Мастерс. Москва : Альпина паблишер, 2015. С. 188.
- 15. <u>Харниш, В.</u> Правила прибыльных стартапов : как расти и зарабатывать деньги / В. Харниш. Москва : Манн, Иванов и Фербер, 2012. С. 279.
- 16. <u>Квашнин, А.</u> Как продвигать проекты коммерциализации технологий: серия методических материалов «Практические руководства для центров коммерциализации технологий. проект EuropeAid «Наука и коммерциализация технологий. 2006.