STP - Projekt I, zadanie 23

Jakub Postępski

8 listopada 2017

Obiekt opisany jest transmitancją ciągłą

$$G(s) = \frac{(s+0.5)(s+3.5)}{(s-6)(s+4)(s+5)}$$

1 Zadanie 1 - Wyznaczanie modelu w przestrzeni stanów

Z prostych przekształceń mamy:

$$G(s) = \frac{s^2+4s+1.75}{s^3+3s^2-34s-120)} = \frac{s^{-1}+4s^{-2}+1.75s^2}{1+3s^{-1}-34s^{-2}-120s^{-3})} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Przyjjmujemy pomocniczy:

$$E(s) = \frac{U(s)}{1+3s^{-1}-34s^{-2}-120s^{-3})} = U(s) - 3s^{-1} + 34s^{-2} + 120s^{-3}$$

Dodatkowo:

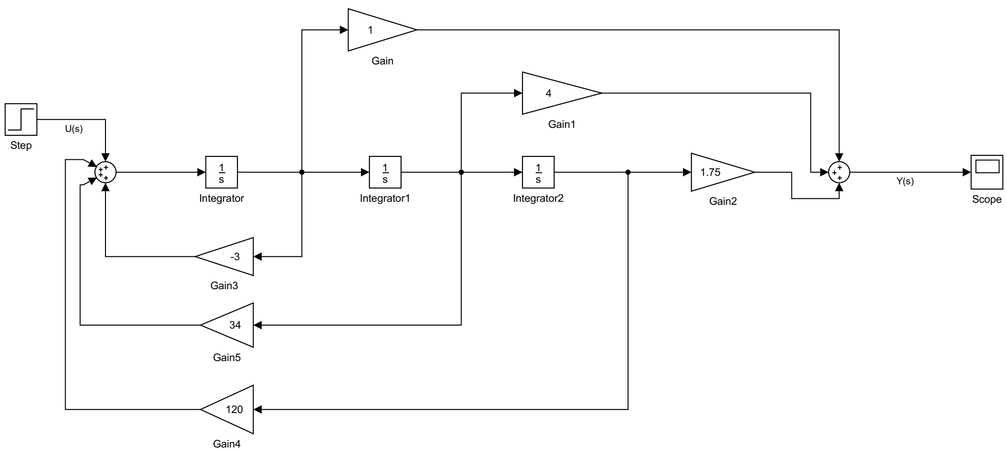
$$Y(s) = (s^{-1}+4s^{-2}+1.75s^2)E(s)$$

Dlatego model (pierwszy wariant metody bezpośredniej, rys. 1) w reprezentacji macierzowej:

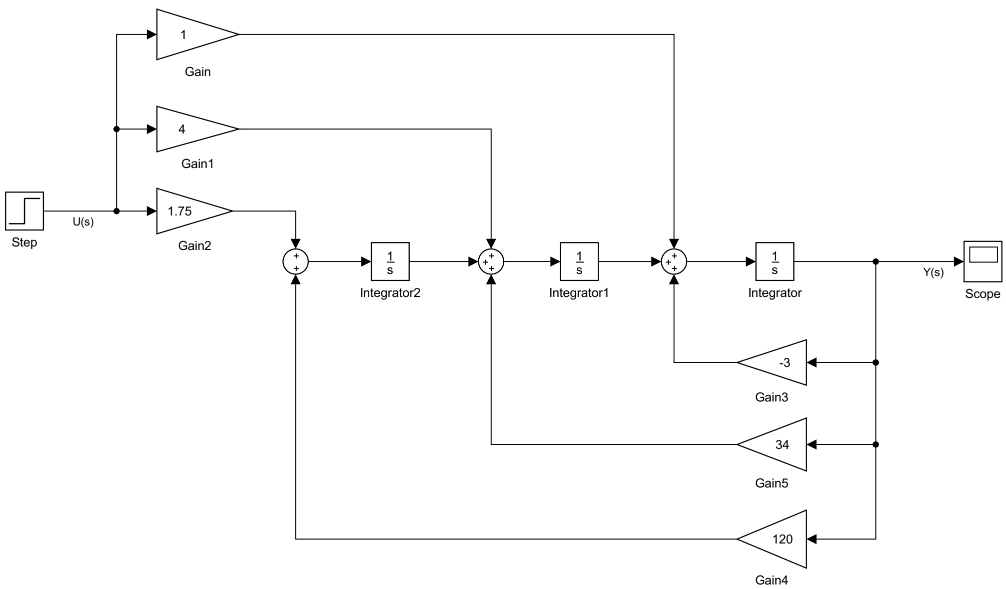
$$A_1 = \begin{bmatrix} -3 & 34 & 120 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1.75 \end{bmatrix}; D_1 = 0$$

Reprezentacje wariantu drugiego metody bezpośredniej (rys. 2) otrzymujemy z zależności:

$$A_2 = A_1^T = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 34 & 0 & 1 \\ 120 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_2 = C_1^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1.75 \end{bmatrix}; C_2 = B_1^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; D_2 = D_1 = 0$$



Rysunek 1: Reprezentacja graficzna modelu otrzymanego pierwszym wariantem metody bezpośredniej



Rysunek 2: Reprezentacja graficzna modelu otrzymanego drugim wariantem metody bezpośredniej

2 Zadanie 2 - Dowód, że oba warianty metody bezpośredniej dają tą samą transmitancję

Dla modelu z pierwszego wariantu metody bezpośredniej mamy macierze postaci:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a_2 & -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_1 = \begin{bmatrix} b_2 & b_1 & b_0 \end{bmatrix}; D_1 = 0$$

Dla modelu z drugiego wariantu metody bezpośredniej mamy macierze postaci:

$$A_2 = \begin{bmatrix} -a_2 & 1 & 0 \\ -a_1 & 0 & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}; C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; D_2 = 0$$

Dla wzoru

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Otrzymujemy:

$$G_1(s) = G_2(s) = \frac{b_2 s^{-1} + b_1 s^{-2} + b_0 s^2}{1 + a_2 s^{-1} + a_2 s^{-2} + a_0 s^{-3}}$$

co należało dowieść

3 Zadanie 3 - Porównanie odpowiedzi skokowej

Dla

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

wszytkie trzy modele jednakowo reagują na odpowiedz skokową.

4 Zadanie 5 - Sprawdzenie sterowalności o obserwowalności

$$det(\begin{bmatrix} B_1 & A_1 B_1 & A_1^2 B_1 \end{bmatrix}) = det(\begin{bmatrix} 1 & -3 & 43 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}) = 1 \neq 0$$

Więc obiekt jest sterowalny.

$$det(\begin{bmatrix} C_1 \\ C_1 A_1 \\ C_1 A_1^2 \end{bmatrix}) = det(\begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{131}{4} \\ 4 & \frac{143}{4} & 154 \\ \frac{7}{4} & 120 & 120 \end{bmatrix}) = -729.4219 \neq 0$$

Więc obiekt jest obserwowalny.

5 Zadanie 6 - Projektowanie układu regulacji