

STP - Projekt I, zadanie 23

Jakub Postępski

16 grudnia 2017

Obiekt opisany jest transmitancją ciągłą

$$G(s) = \frac{(s + 0.5)(s + 3.5)}{(s - 6)(s + 4)(s + 5)}$$

1 Zadanie 1 - Wyznaczanie modelu w przestrzeni stanów

Z prostych przekształceń mamy:

$$G(s) = \frac{s^2 + 4s + 1.75}{s^3 + 3s^2 - 34s - 120} = \frac{s^{-1} + 4s^{-2} + 1.75s^2}{1 + 3s^{-1} - 34s^{-2} - 120s^{-3}} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Przyjmujemy pomocniczy:

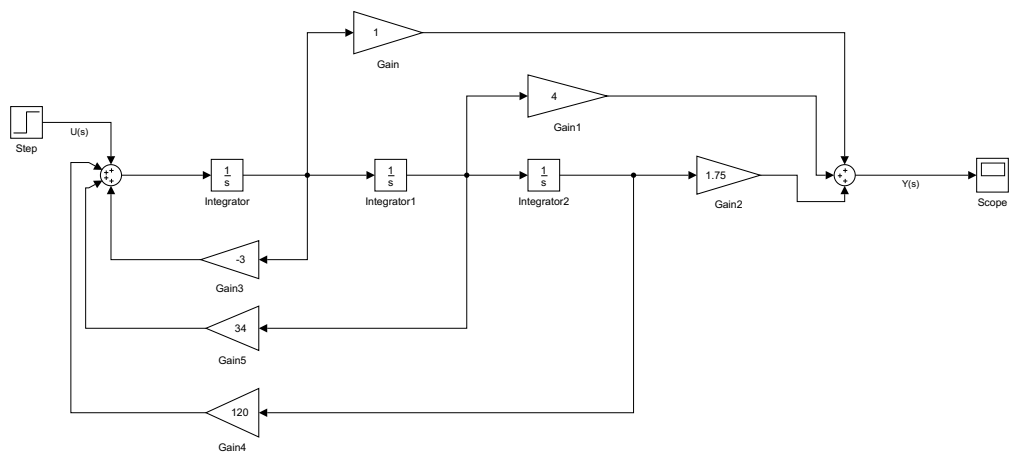
$$E(s) = \frac{U(s)}{1 + 3s^{-1} - 34s^{-2} - 120s^{-3}} = U(s) - 3s^{-1} + 34s^{-2} + 120s^{-3}$$

Dodatkowo:

$$Y(s) = (s^{-1} + 4s^{-2} + 1.75s^2)E(s)$$

Dlatego model (pierwszy wariant metody bezpośredniej, rys. 1) w reprezentacji macierzowej:

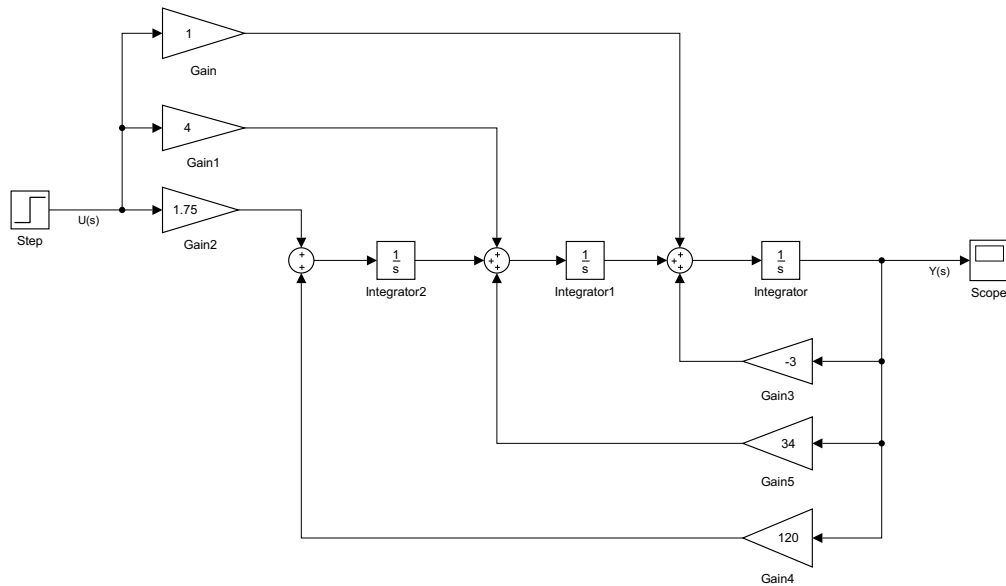
$$A_1 = \begin{bmatrix} -3 & 34 & 120 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_1 = [1 \quad 4 \quad 1.75]; D_1 = 0$$



Rysunek 1: Reprezentacja graficzna modelu otrzymanego pierwszym wariantem metody bezpośredniej

Reprezentacje wariantu drugiego metody bezpośredniej (rys. 2) otrzymujemy z zależności:

$$A_2 = A_1^T = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 34 & 0 & 1 \\ 120 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_2 = C_1^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 1.75 \end{bmatrix}; C_2 = B_1^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; D_2 = D_1 = 0$$



Rysunek 2: Reprezentacja graficzna modelu otrzymanego drugim wariantem metody bezpośredniej

2 Zadanie 2 - Dowód, że oba warianty metody bezpośredniej dają tą samą transmitancję

Dla modelu z pierwszego wariantu metody bezpośredniej mamy macierze postaci:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a_2 & -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; C_1 = [b_2 \quad b_1 \quad b_0]; D_1 = 0$$

Dla modelu z drugiego wariantu metody bezpośredniej mamy macierze postaci:

$$A_2 = \begin{bmatrix} -a_2 & 1 & 0 \\ -a_1 & 0 & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}; C_2 = [1 \quad 0 \quad 0]; D_2 = 0$$

Dla wzoru:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

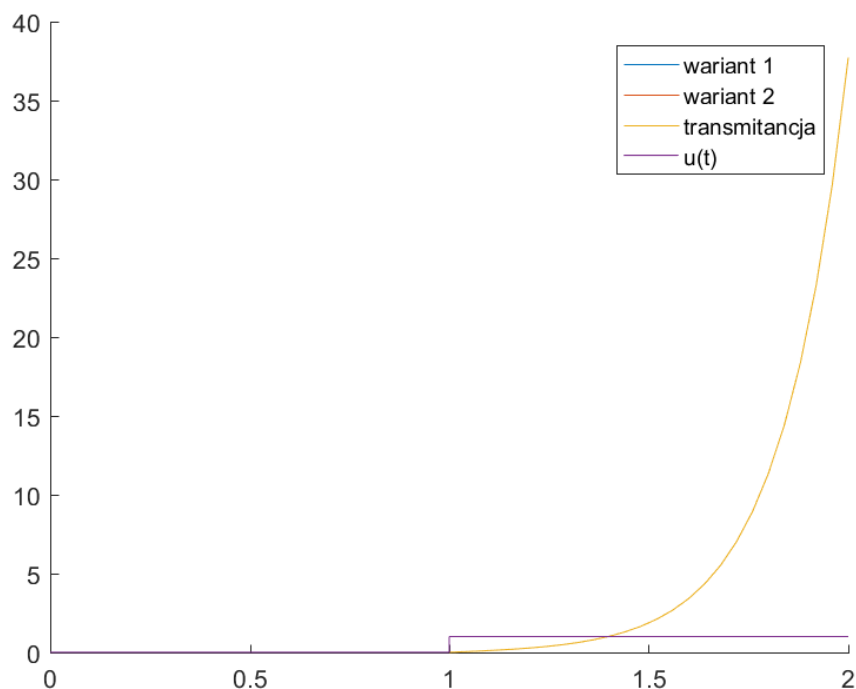
Otrzymujemy:

$$G_1(s) = G_2(s) = \frac{b_2 s^{-1} + b_1 s^{-2} + b_0 s^2}{1 + a_2 s^{-1} + a_2 s^{-2} + a_0 s^{-3}}$$

co należało dowieść

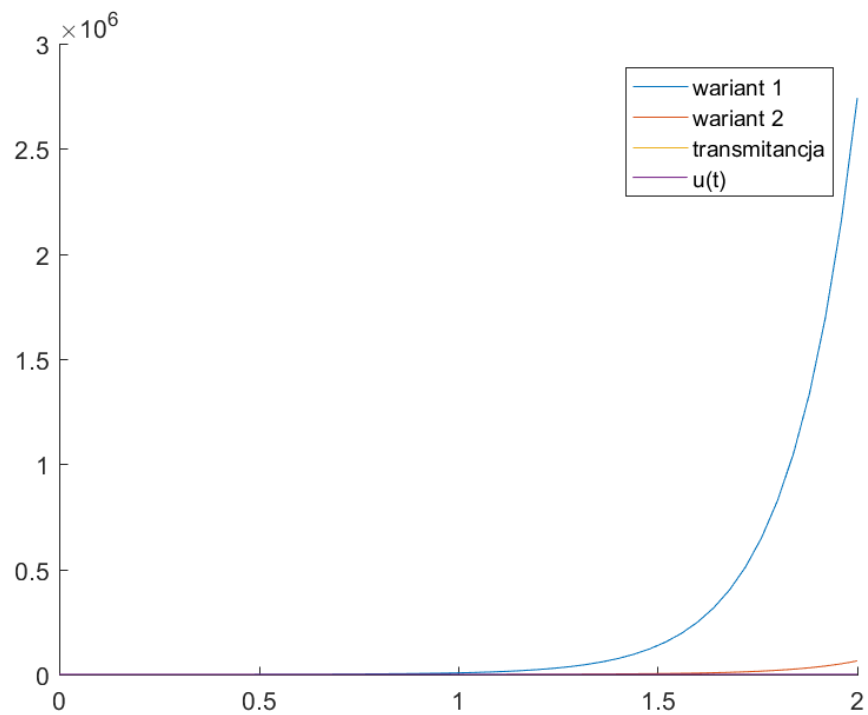
3 Zadanie 3 - Porównanie odpowiedzi skokowej

Dla $x_0 = [0 \ 0 \ 0]$ (rys. 3) wszystkie trzy modele jednakowo reagują na odpowiedź skokową.



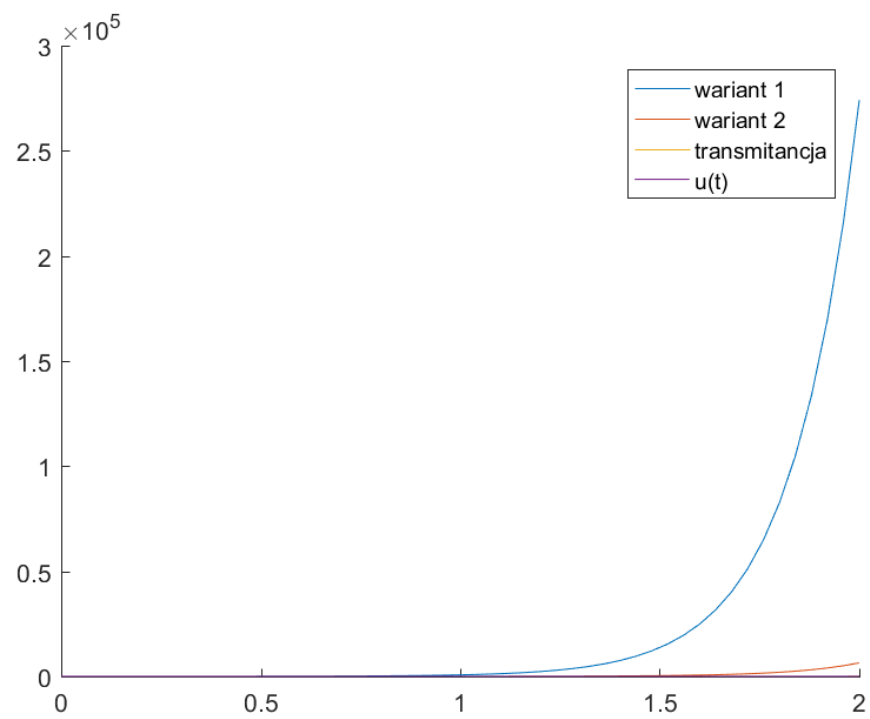
Rysunek 3: Porównanie odpowiedzi skokowej

Dla $x_0 = [1 \ 1 \ 1]$ (rys. 4) Modele są bardziej niestabilne

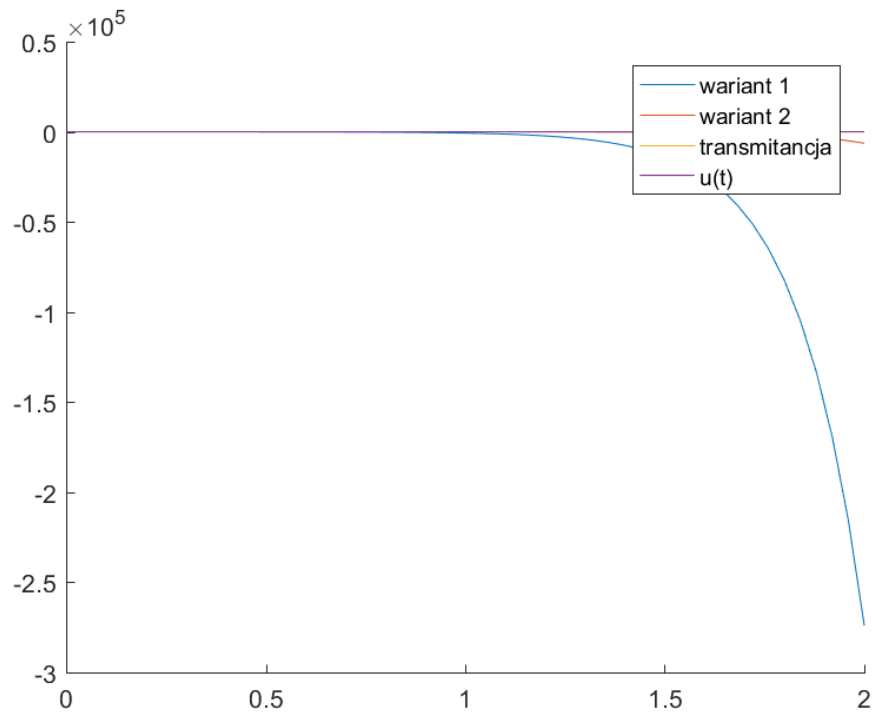


Rysunek 4: Porównanie odpowiedzi skokowej

Dla $x_0 = [0.1 \ 0.1 \ 0.1]$ (rys. 5) oraz $x_0 = [-0.1 \ -0.1 \ -0.1]$ (rys. 6) Odpowiedzi nie są symetryczne względem osi OX.



Rysunek 5: Porównanie odpowiedzi skokowej



Rysunek 6: Porównanie odpowiedzi skokowej

Jeśli warunki początkowe są takie same, to model będzie reagował na sygnały podobnie. Zmiana warunków początkowych wyraźnie zmienia działanie modelu.

4 Zadanie 5 - Sprawdzenie sterowalności o obserwowalności

$$\det([B_1 \quad A_1 B_1 \quad A_1^2 B_1]) = \det\begin{bmatrix} 1 & -3 & 43 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \neq 0$$

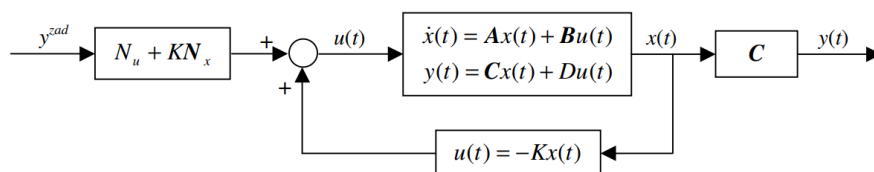
Więc obiekt jest sterowalny.

$$\det\begin{bmatrix} C_1 \\ C_1 A_1 \\ C_1 A_1^2 \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{131}{4} \\ 4 & \frac{143}{4} & 154 \\ \frac{7}{4} & 120 & 120 \end{bmatrix} = -729.4219 \neq 0$$

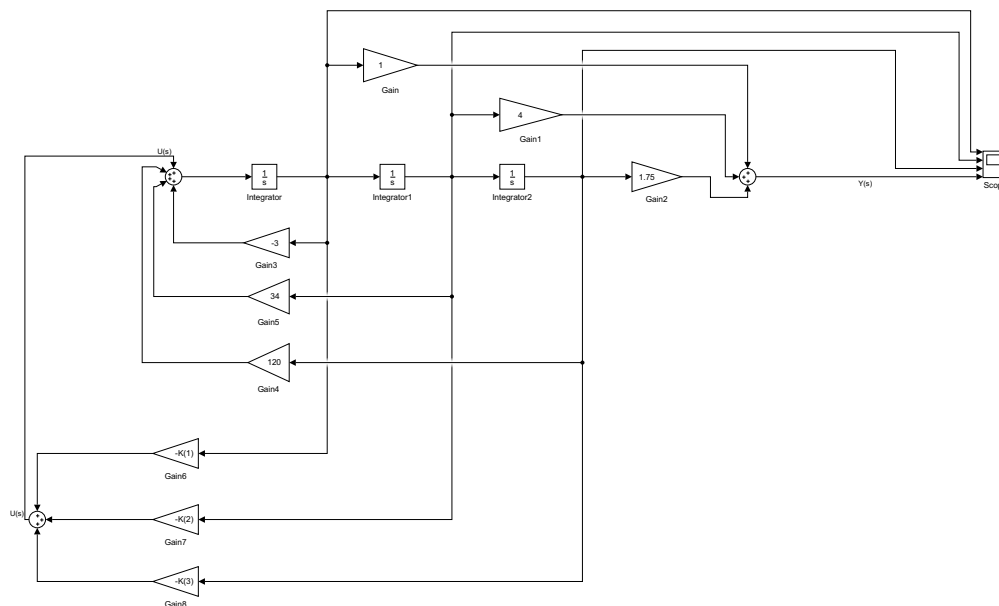
Więc obiekt jest obserwowalny.

5 Zadanie 6 - Projektowanie układu regulacji

Wychodząc od postaci ogólnej regulatora ze sprzężeniem od stanu (rys. 7) i modyfikując o regulator sprzężeń od stanu uzyskano układ z rys. 8. Dzięki wartościom końcowym postaci $x_{konc} = [0 \ 0 \ 0]$ nie było potrzeby stosowania niektórych bloków ze schematu ogólnego. Do obliczania wektora K użyto funkcji *acker()*.



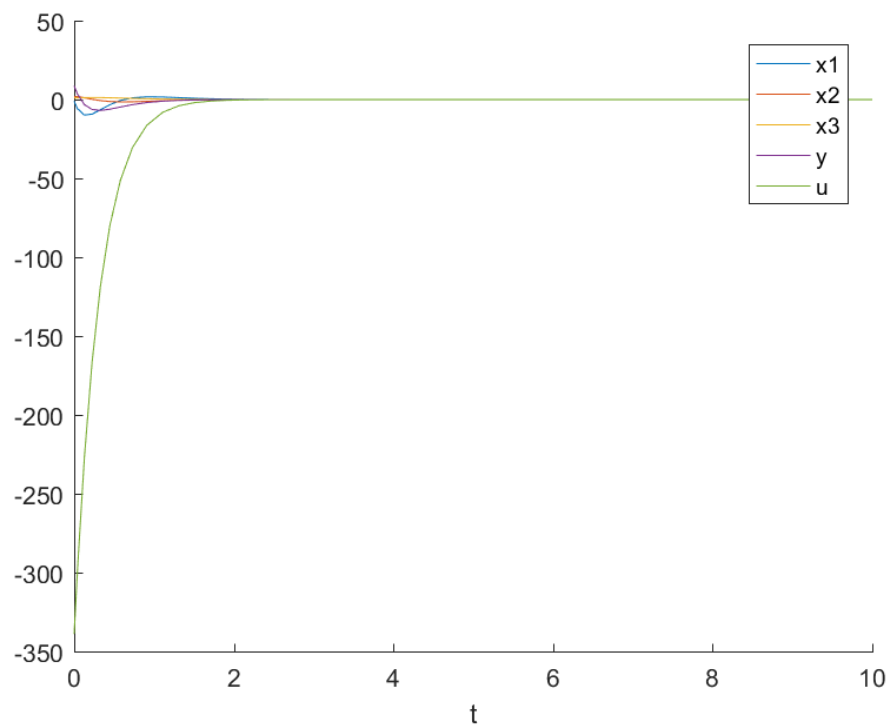
Rysunek 7: Ogólny schemat układu regulacji



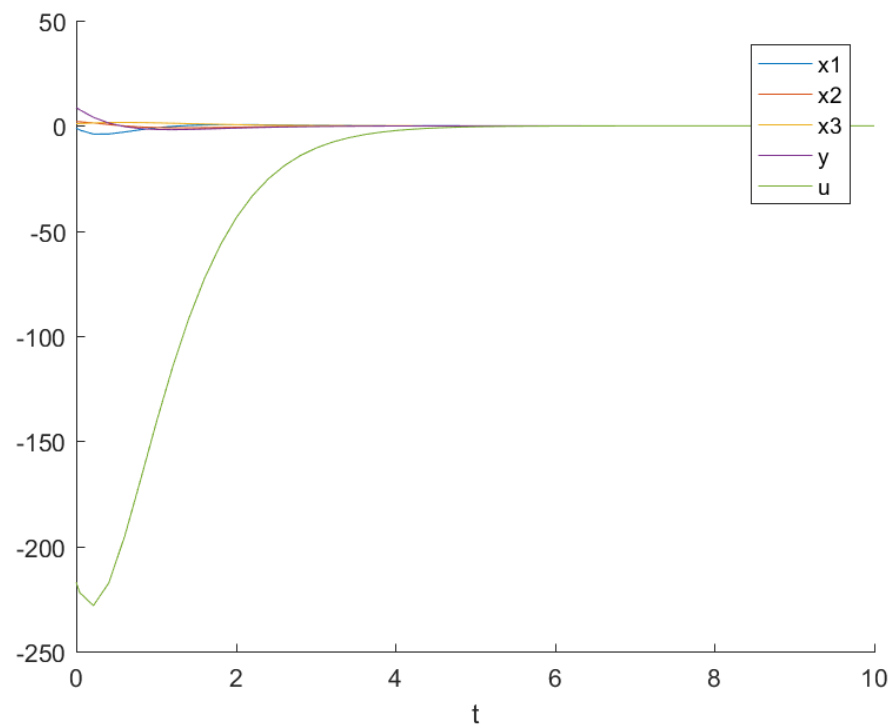
Rysunek 8: Model z podłączonym układem regulacji

Przyjmując $x_{pocz} = [-1 \ 2 \ 1]^T$ testowano układy przyjmując:

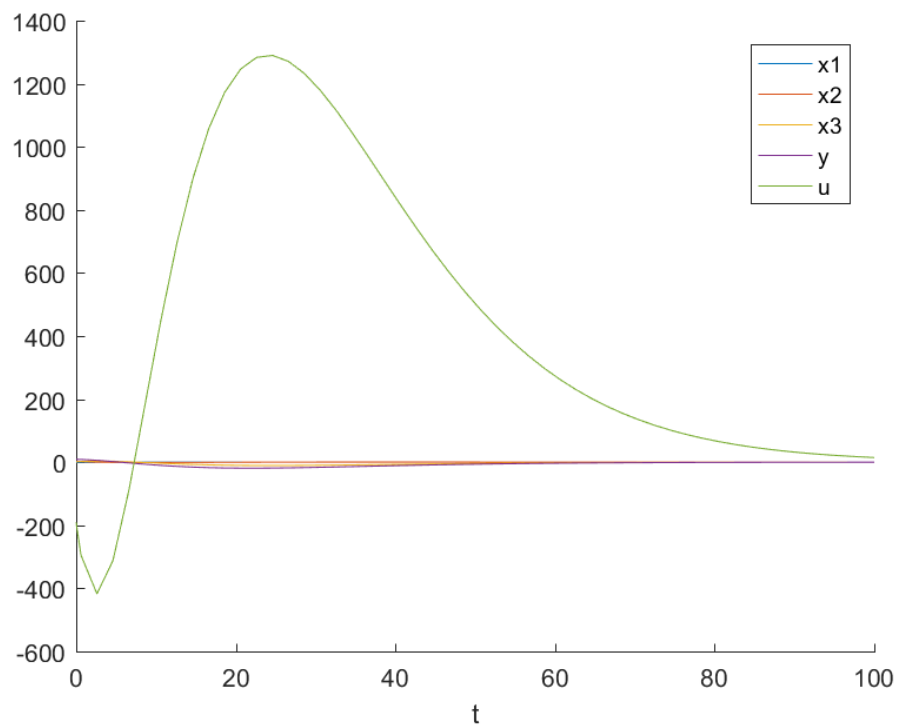
- trzy jednakowe rzeczywiste bieguny (rys. 9, rys. 10, rys. 11, rys. 12, rys. 13)
- jeden biegun rzeczywisty $s_1 = -1$ i dwa sprzężone postaci $s_2, s_3 = a \pm ib$ (rys. 14, 15, 16, 17, 18, 19)



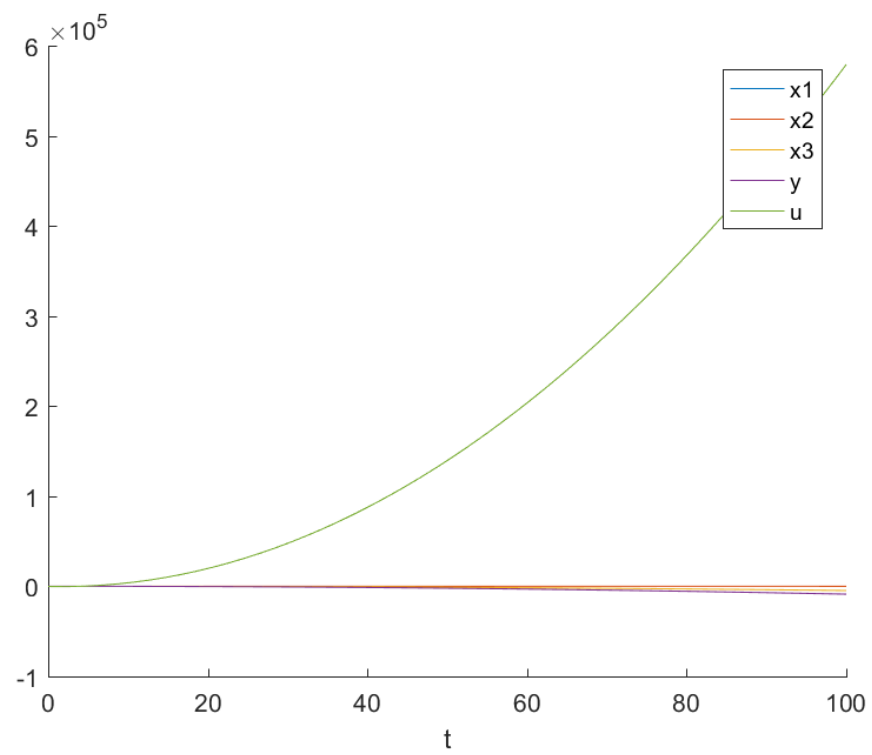
Rysunek 9: Bieguny regulacji: $s_1 = s_2 = s_3 = -4$. Układ stabilny. Duża zmiana i amplituda sygnału wejściowego. Szybka regulacja.



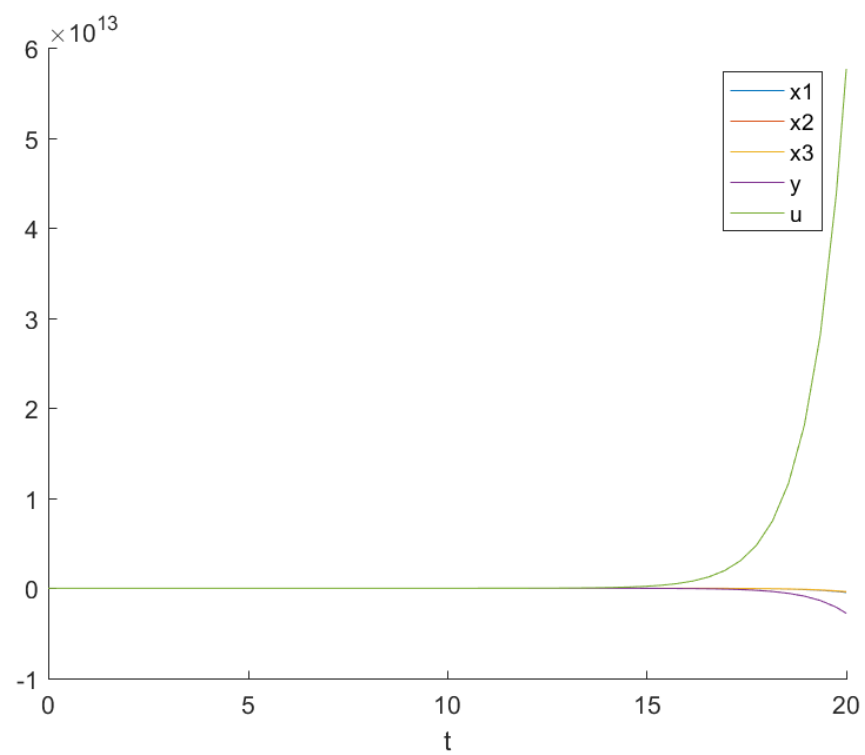
Rysunek 10: Bieguny regulacji: $s_1 = s_2 = s_3 = -2$. Układ stabilny. Optymalna zmiana i amplituda sygnału wejściowego.



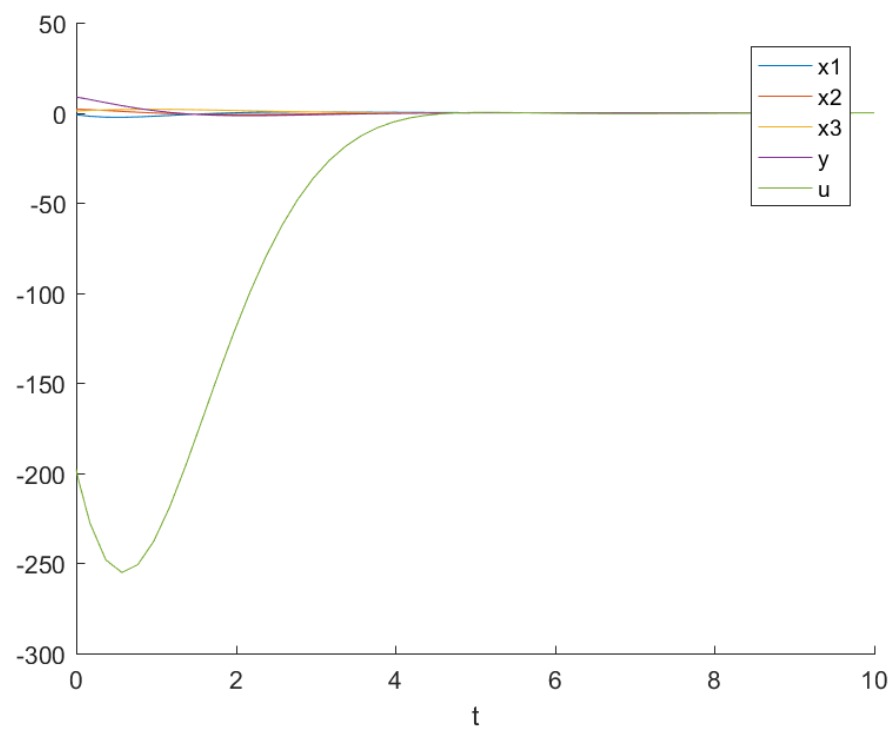
Rysunek 11: Bieguny regulacji: $s_1 = s_2 = s_3 = 0$. Układ stabilny. Przeregulowanie. Wolna regulacja.



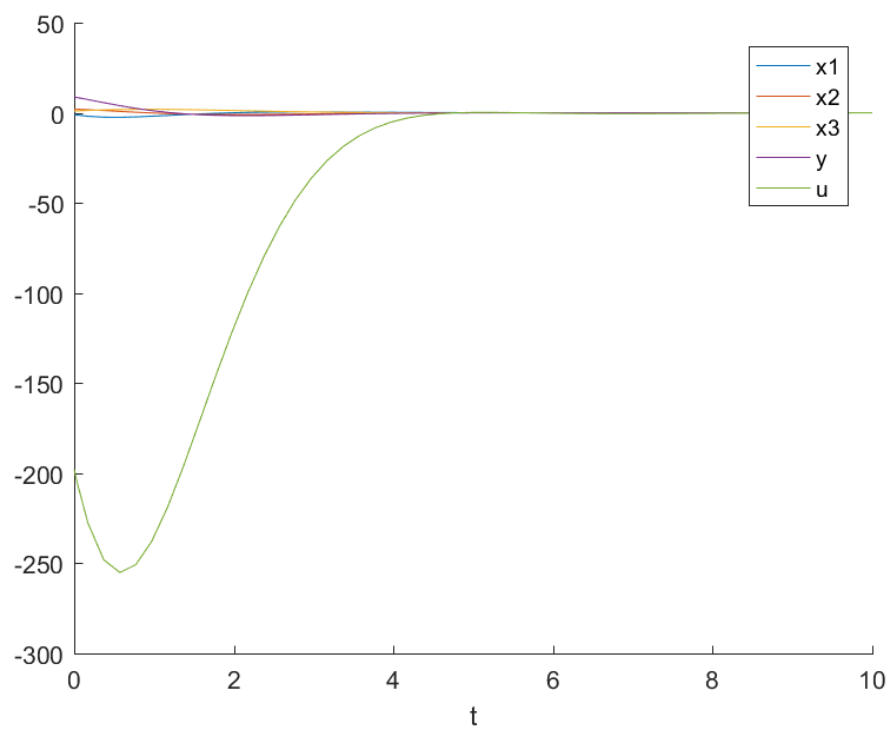
Rysunek 12: Bieguny regulacji: $s_1 = s_2 = s_3 = 0$. Układ niestabilny.



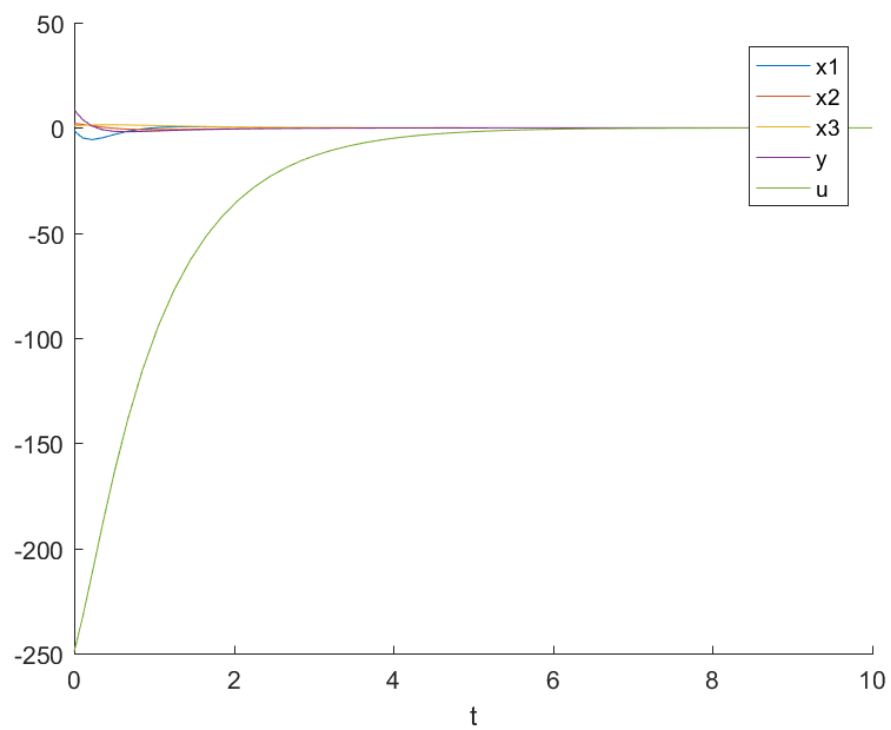
Rysunek 13: Bieguny regulacji: $s_1 = s_2 = s_3 = 1$. Układ niestabilny.



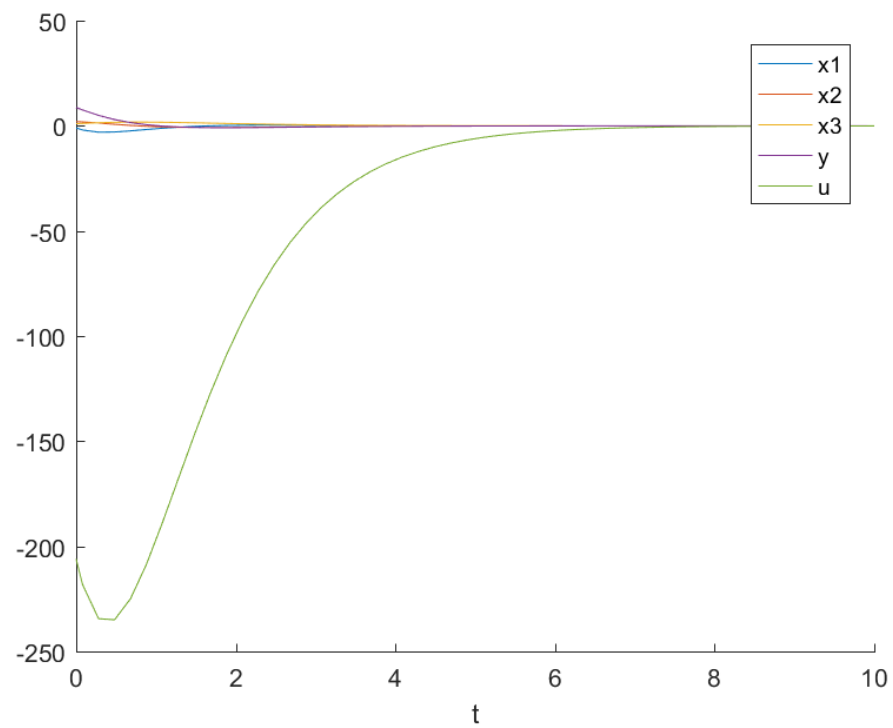
Rysunek 14: Bieguny regulacji: $a = -1b = 1$. Układ stabilny.



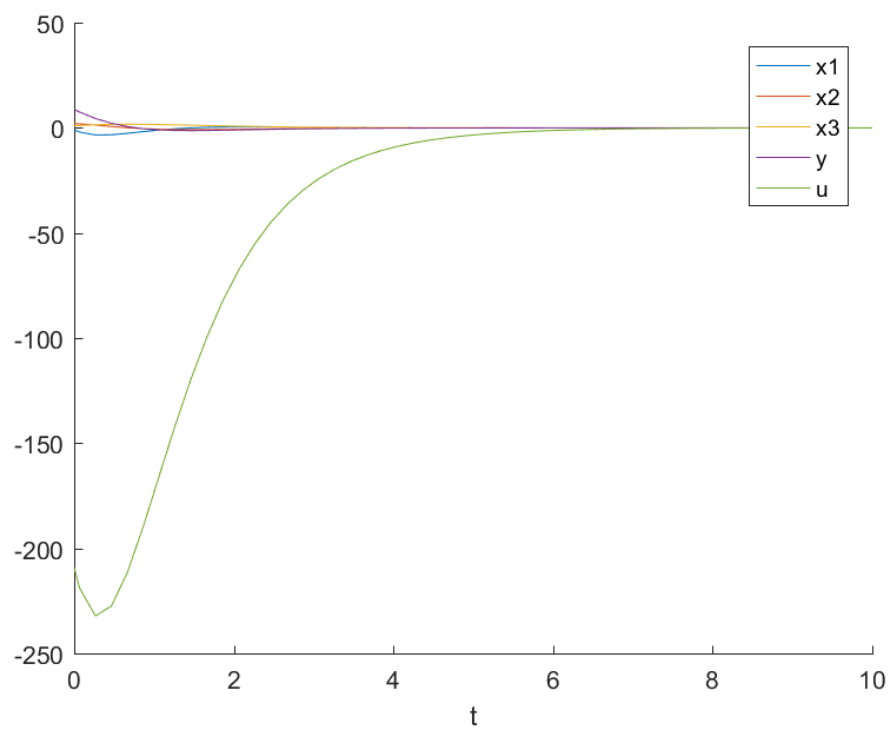
Rysunek 15: Bieguny regulacji: $a = -1b = -1$. Układ stabilny. Brak różnic w sygnale wejściowym i wyjściowym modelu w stosunku do rys. 14



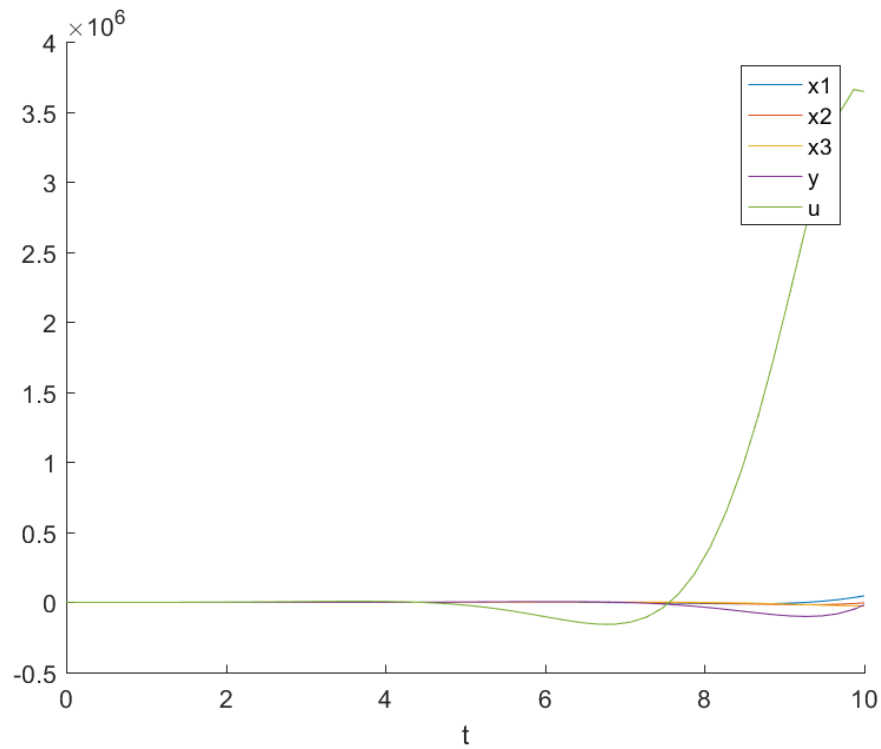
Rysunek 16: Bieguny regulacji: $a = -4b = 1$. Układ stabilny.



Rysunek 17: Bieguny regulacji: $a = -2b = 0.1$. Układ stabilny. Zmiana sygnału sterującego i czas regulacji optymalny.



Rysunek 18: Bieguny regulacji: $a = -2b = -1$. Układ stabilny.



Rysunek 19: Bieguny regulacji: $a = 1b = 1$. Układ niestabilny.

Wnioski ogólne:

- Układ jest stabilny tylko jeśli bieguny znajdują się w prawej półpłaszczyźnie.
- Im bardziej bieguny przesunięte są w stronę liczb ujemnych tym szybciej następuje regulacja. Odbywa się to kosztem zwiększenia zmian sygnału sterującego.
- Układ z biegunami ujemnymi bliskimi zera reguluje się wolniej.
- W przypadku badanego modelu najlepiej zadziałał regulator z biegunami $s_1 = s_2 = s_3 = -2$.

6 Zadanie 7 - Sterowanie wartością zadaną

Przyjęto układ regulacji z rys. 7.

Z zależności:

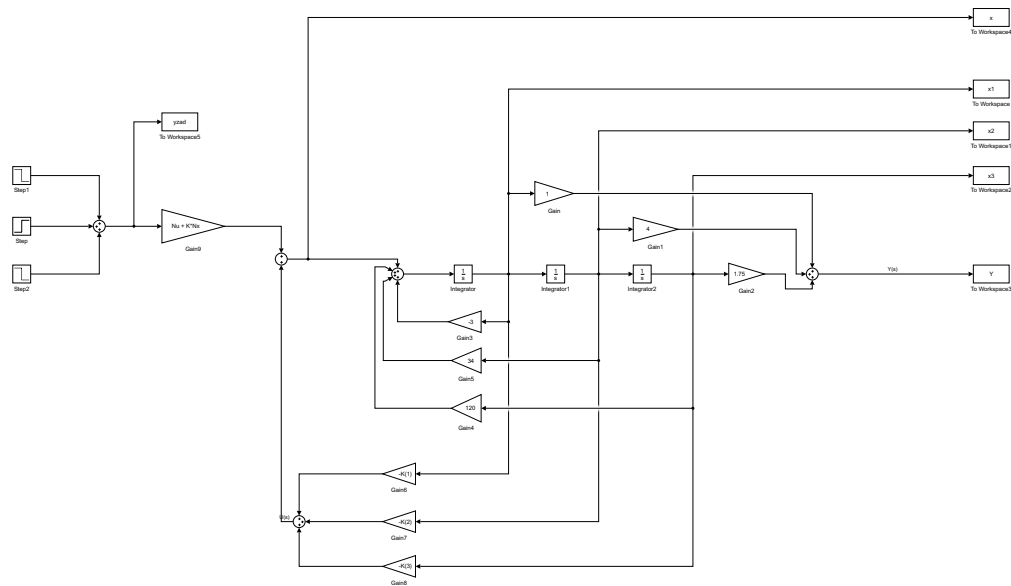
$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

wyliczono:

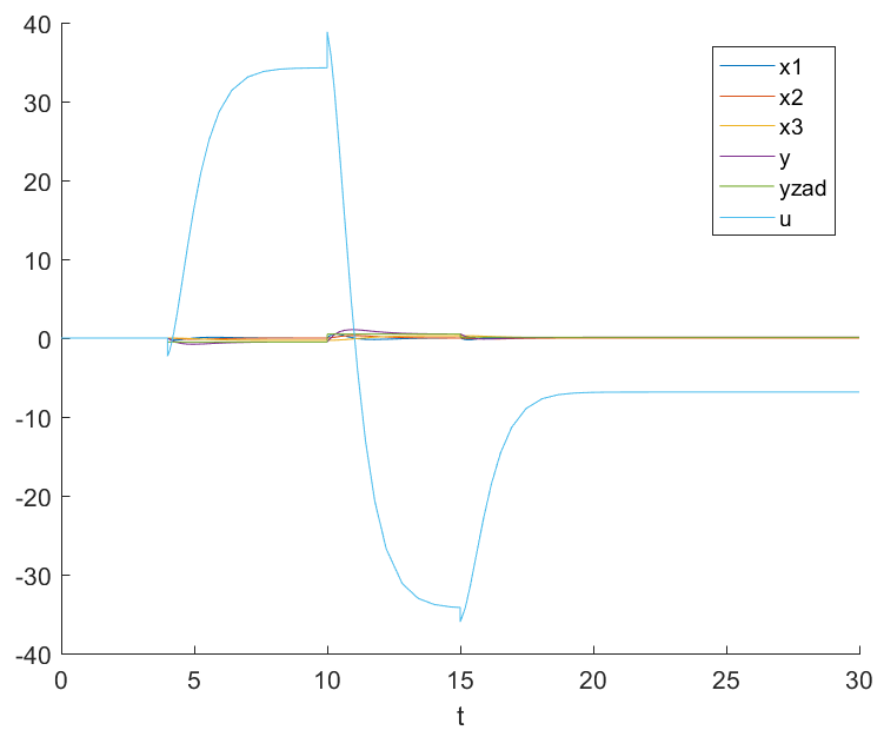
$$N_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.5714 \end{bmatrix}$$

$$N_u = [-68.5714]$$

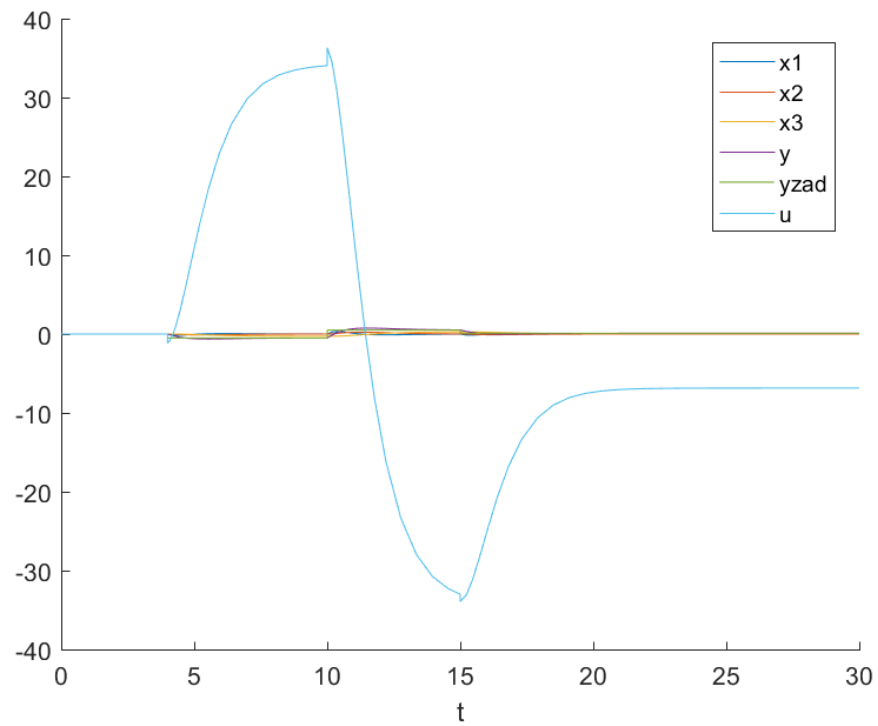
Przetestowano układ z wartością zadaną (rys. 21 oraz 22). Cały układ wraz z regulatorem przedstawia rys. 20.



Rysunek 20: Struktura układu z regulatorem.



Rysunek 21: Bieguny regulacji: $s_1 = s_2 = s_3 = -2$. Układ nadąża za zmianami sygnału sterującego.



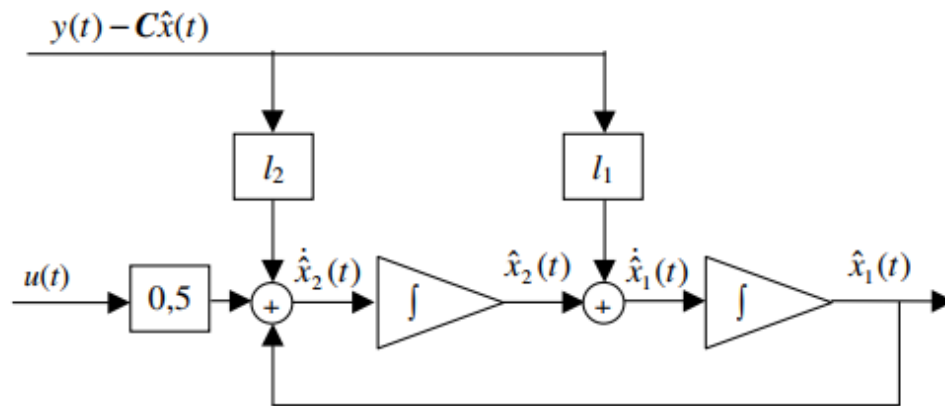
Rysunek 22: Bieguny regulacji: $s_1 = -1$; $s_2 = -2 + 0.1i$; $s_3 = -2 - 0.1i$. Układ reguluje się nieznacznie szybciej.

7 Zadanie 8 - Obserwator pełnego rzędu

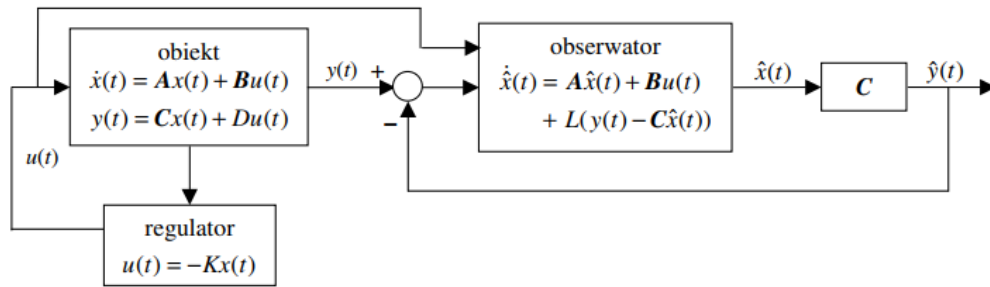
Układ z obserwatorem (rys. 23) opisuje równanie:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - C\hat{x}(t))$$

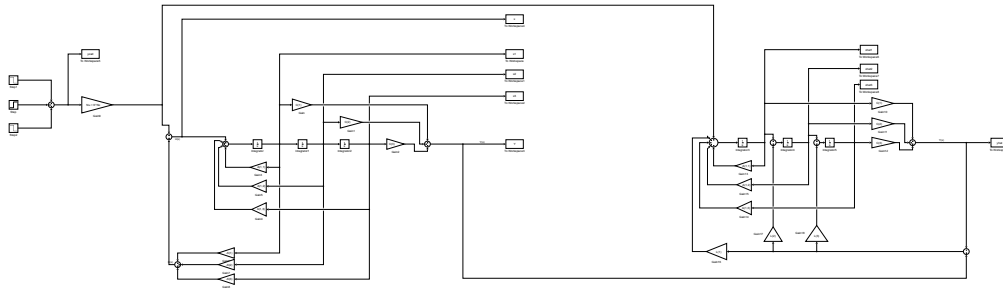
Układ układu z regulatorem i obserwatorem przedstawia rys. 24. Zrealizowano układ (rys. 25)



Rysunek 23: Ogólna struktura obserwatora



Rysunek 24: Ogólna struktura układu z obserwatorem i regulatorem



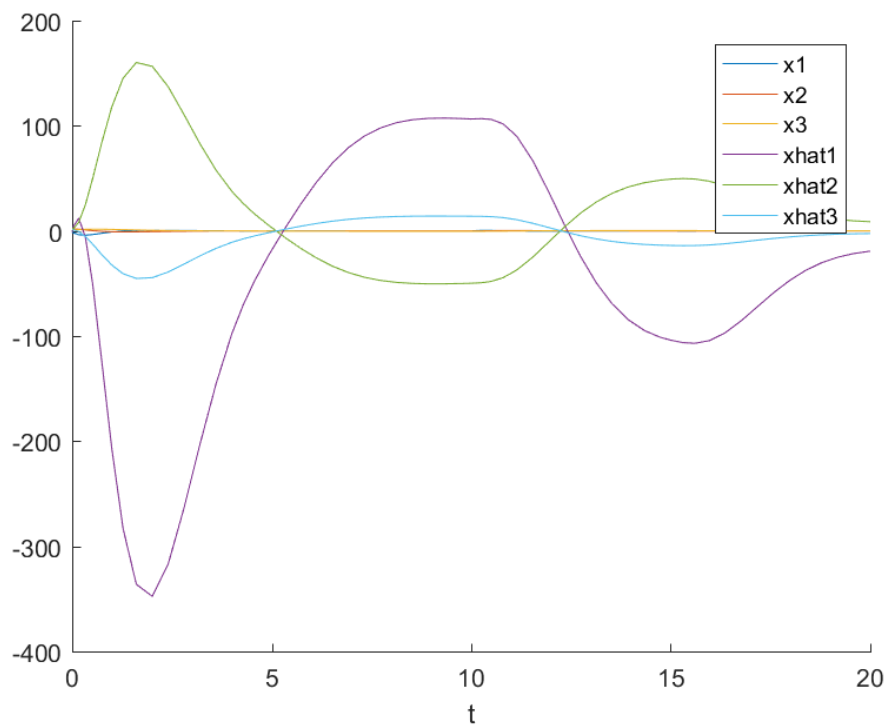
Rysunek 25: Szczegółowa struktura obserwatora pełnego rzędu

Korzystając z funkcji *acker()* wyznaczamy pierwiastki równania charakterystycznego:

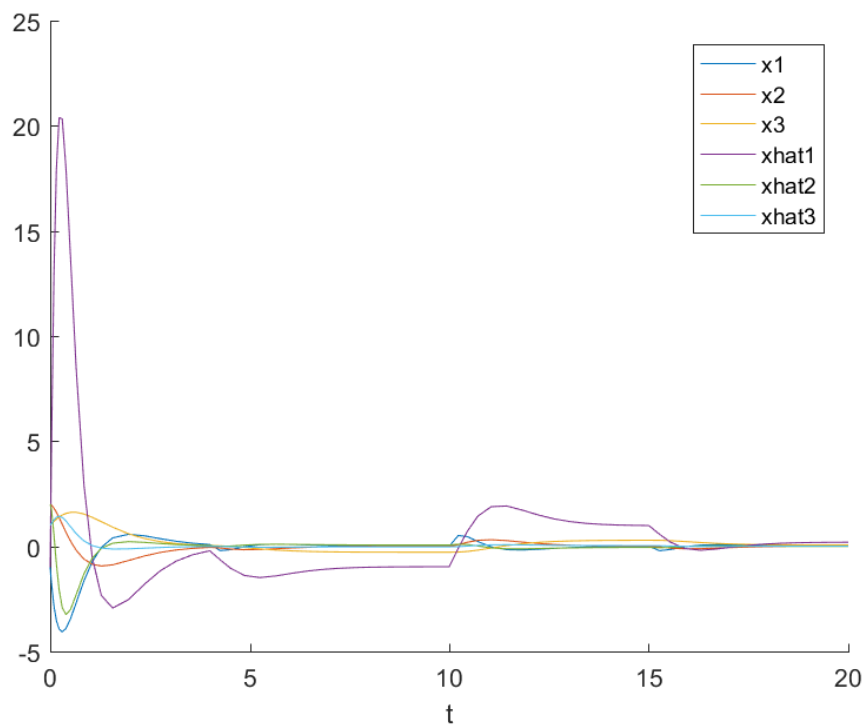
$$|sI - (A - LC)| = 0$$

8 Zadanie 9 - Symulacja obserwatora pełnego rzędu

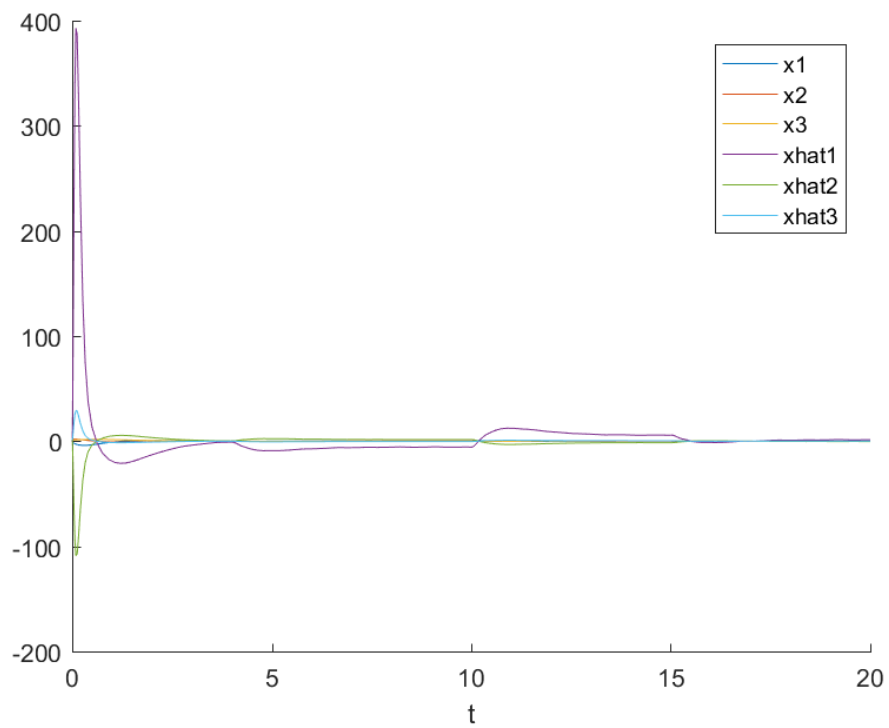
Pierwiastki obserwatora powinny mieć kilkukrotnie większy moduł, niż bieguny regulatora. Przetestowano regulator dla układu z biegunami regulacji $s_1 = s_2 = s_3 = -2$ (rys. 26, 27, 28) oraz $s_1 = -1; s_2 = -2 + 0.1i; s_3 = -2 - 0.1i$ (rys. 29, 30, 31).



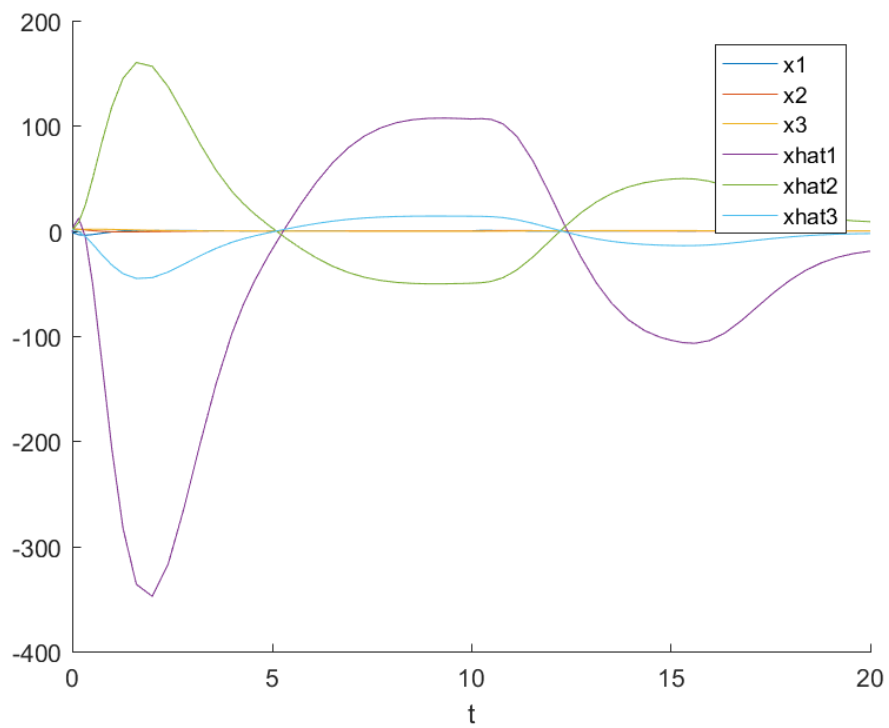
Rysunek 26: Wynik symulacji dla $s_1 = s_2 = s_3 = -2$ oraz $s_{o1} = s_{o2} = s_{o3} = -1$. Obserwator wolny. Obserwator nie nadąża.



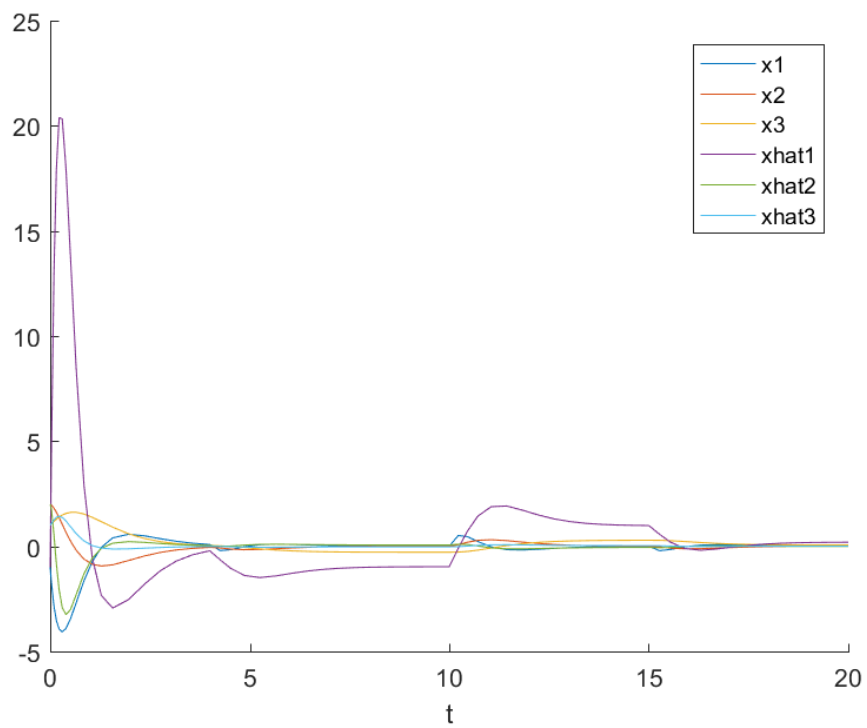
Rysunek 27: Wynik symulacji dla $s_1 = s_2 = s_3 = -2$ oraz $s_{o1} = s_{o2} = s_{o3} = -6$. Obserwator optymalny. Obserwator nadąża.



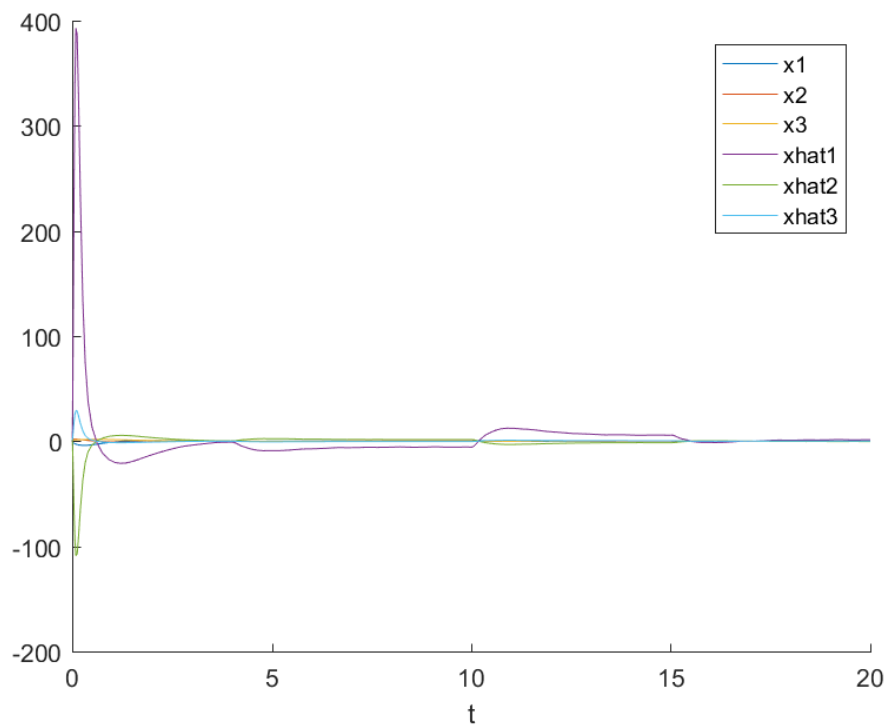
Rysunek 28: Wynik symulacji dla $s_1 = s_2 = s_3 = -2$ oraz $s_{o1} = s_{o2} = s_{o3} = -20$. Obserwator szybki. Obserwator nadąża. Początkowo duże zmiany zmiennych obserwatora i błędy estymacji.



Rysunek 29: Wynik symulacji dla $s_1 = -1$; $s_2 = -2 + 0.1i$; $s_3 = -2 - 0.1i$ oraz $s_{o1} = s_{o2} = s_{o3} = -1$. Obserwator wolny. Obserwator nie nadąża.



Rysunek 30: Wynik symulacji dla $s_1 = -1$; $s_2 = -2+0.1i$; $s_3 = -2-0.1i$ oraz $s_{o1} = s_{o2} = s_{o3} = -6$. Obserwator optymalny. Obserwator nadąża.



Rysunek 31: Wynik symulacji dla $s_1 = -1$; $s_2 = -2 + 0.1i$; $s_3 = -2 - 0.1i$ oraz $s_{o1} = s_{o2} = s_{o3} = -20$. Obserwator szybki. Obserwator nadąża. Początkowo duże zmiany zmiennych obserwatora i błędy estymacji.