



第2章

电阻电路等效变换

1. 等效变换的概念 Concept of Equivalence
2. 串联与并联 Series and Parallel Connections
3. 对称电路 Symmetric Circuits
4. 电桥 Bridge Circuits
5. 星—三角互换 Wye-Delta Transformation
6. 电源变换 Source transformation

第2章

电阻电路等效变换

目标：

1. 熟练应用支路电流分析法分析简单电路。
2. 综合应用各种等效化简方法获得等效电路。

难点：

1. 含受控源电路的等效化简。
2. 综合应用多种等效变换方法化简复杂电路。

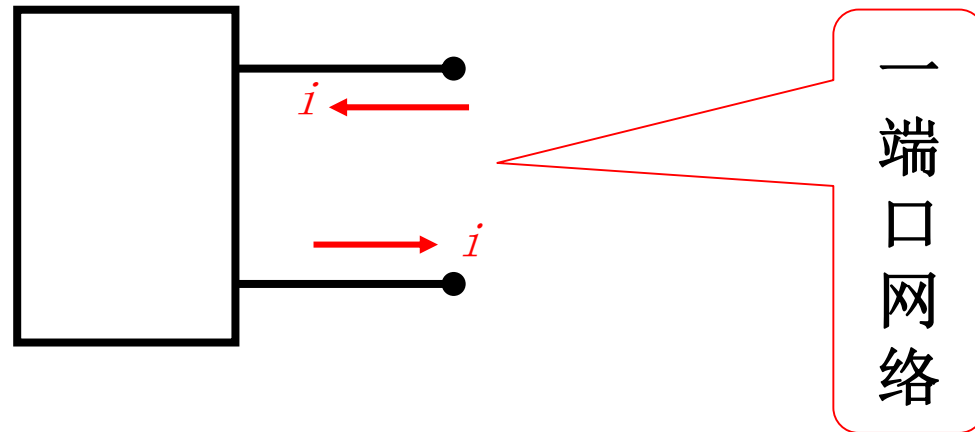
讲授学时： 4

讨论学时： 1

2.1 等效变换的概念

二端网络（一端口网络）

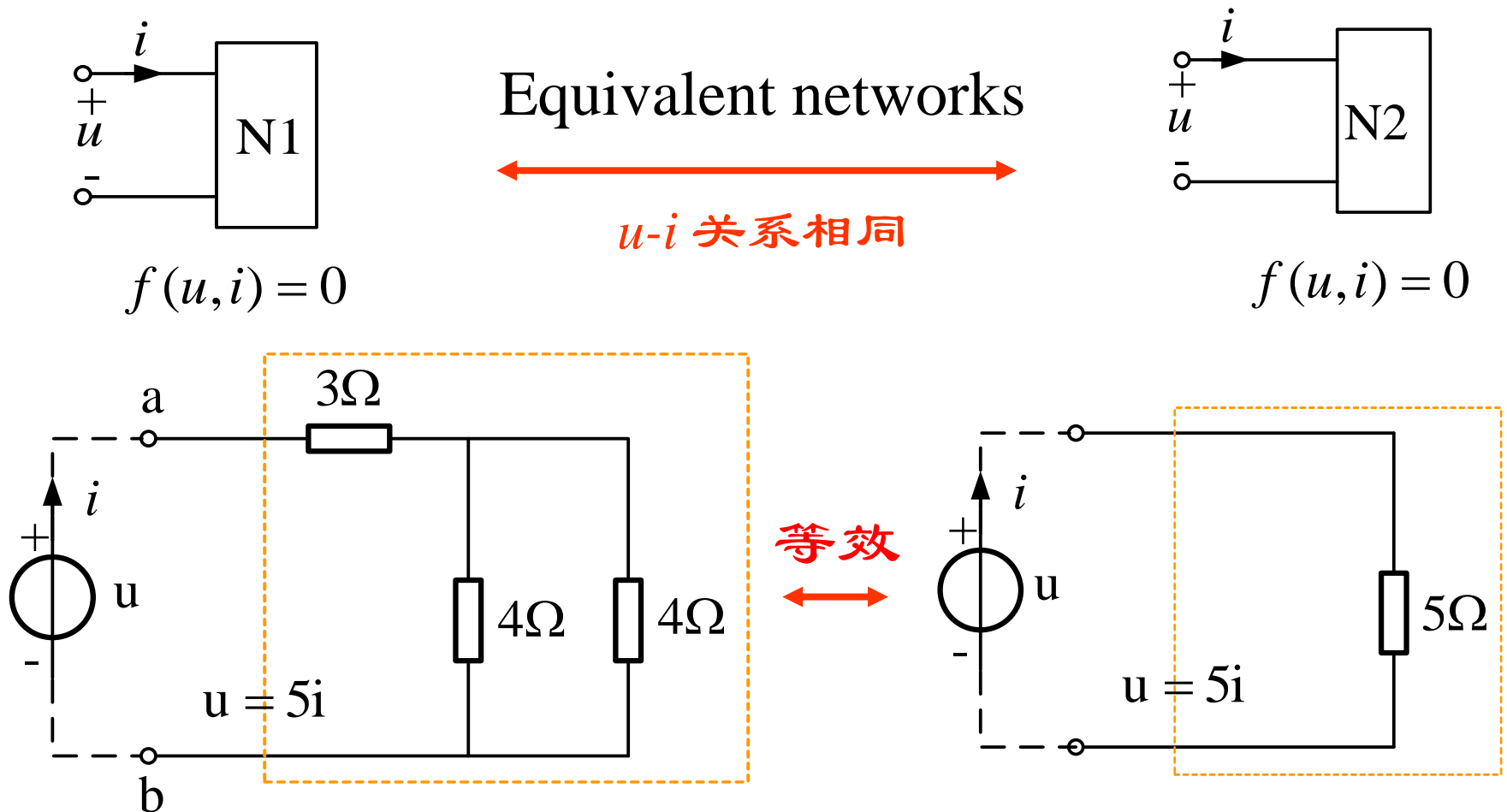
任何一个复杂的电路，向外引出两个端钮，且从一个端子流入的电流等于从另一端子流出的电流，则称这一电路为二端网络（或一端口网络）。



2.1 等效变换的概念

1. 等效的概念 Concept of Equivalence

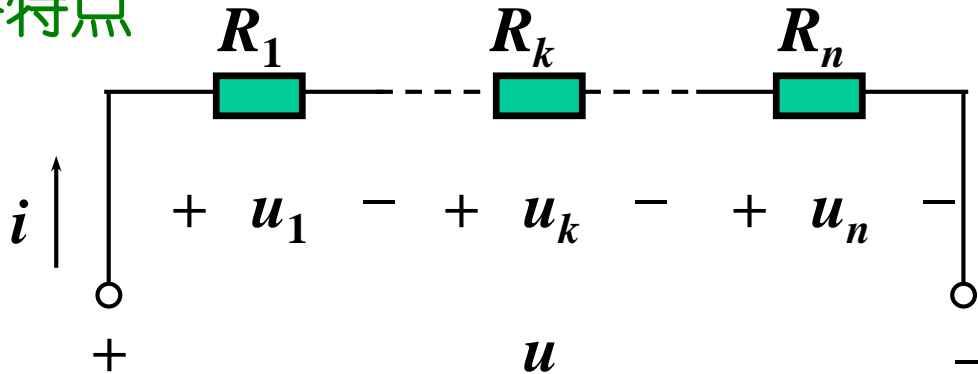
两个一端口网络，端口具有相同的电压、电流关系，则称它们是等效的电路。



2.2 串联与并联

1. 电阻串联 (*series connection*)

(1) 电路特点



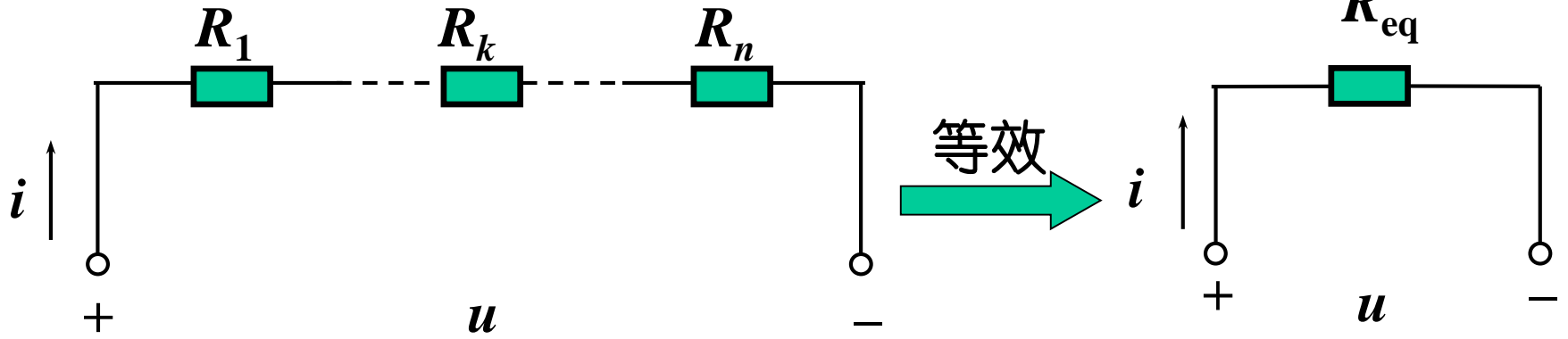
(a) 各电阻顺序连接，流过同一电流 (KCL) ；

(b) 总电压等于各串联电阻上的电压之和 (KVL) ：

$$u = u_1 + \cdots + u_k + \cdots + u_n$$

$$u = (R_1 + \cdots + R_k + \cdots + R_n) i$$

(2) 等效电阻 (*equivalent resistance*) R_{eq}



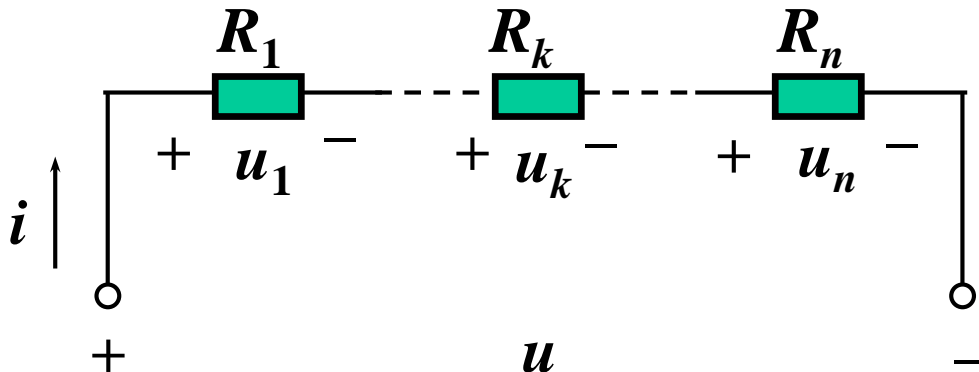
$$u = (R_1 + \cdots + R_k + \cdots + R_n) i$$

$$u = R_{eq} i$$

$$R_{eq} = (R_1 + R_2 + \cdots + R_n) = \sum R_k$$

等效电阻等于串联的各电阻之和

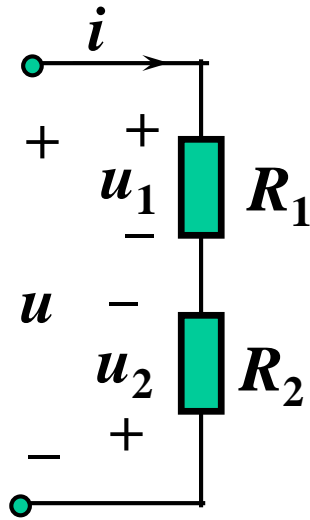
(3) 串联电阻上电压的分配



$$u_k = \frac{R_k}{R_{eq}} u$$

例 两个电阻分压 (*voltage division*) , 如下图所示

。



$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u$$

$$u_2 = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

(注意方向!)

(4) 功率关系 $p_1 = R_1 i^2$, $p_2 = R_2 i^2$, \dots , $p_n = R_n i^2$

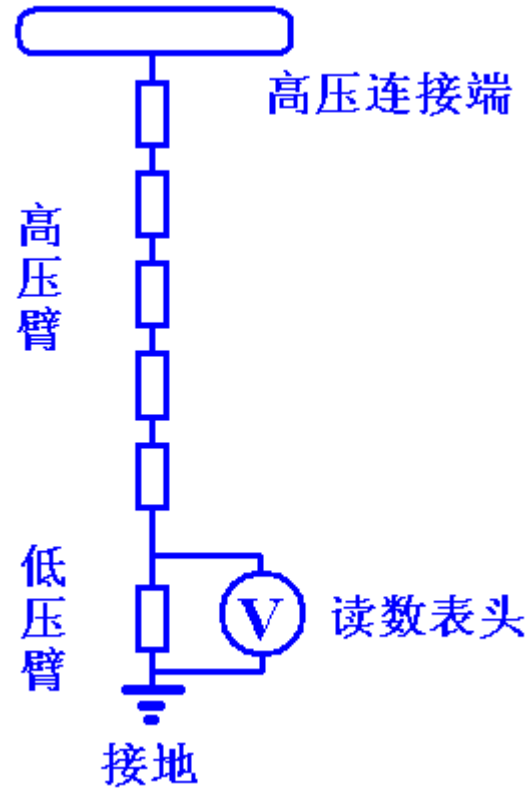
$$p_1 : p_2 : \dots : p_n = R_1 : R_2 : \dots : R_n$$

总功率 $p = R_{eq} i^2 = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) i^2$

$$= R_1 i^2 + R_2 i^2 + \dots + R_n i^2$$

$$= p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

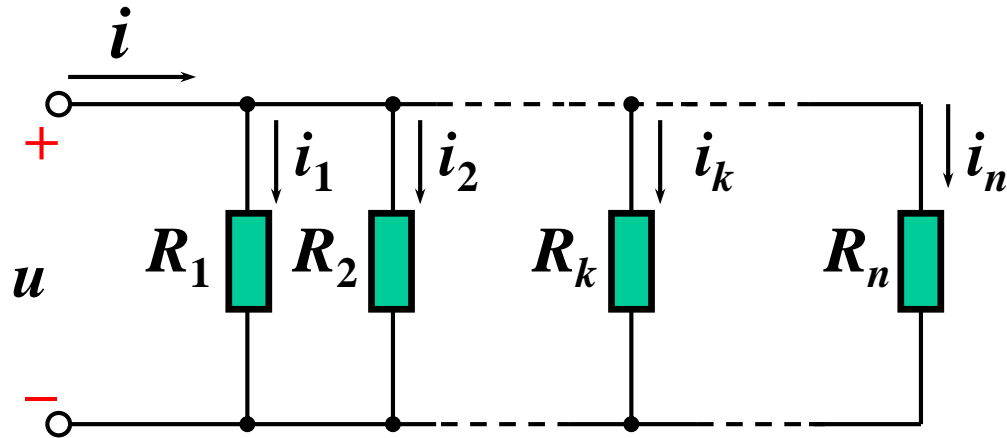
分压器的原理---直流分压器



取样电压:

$$U_L = U_H \frac{R_L}{R_H + R_L} \approx U_H \frac{R_L}{R_H}$$

2. 电阻并联 (*parallel connection*)



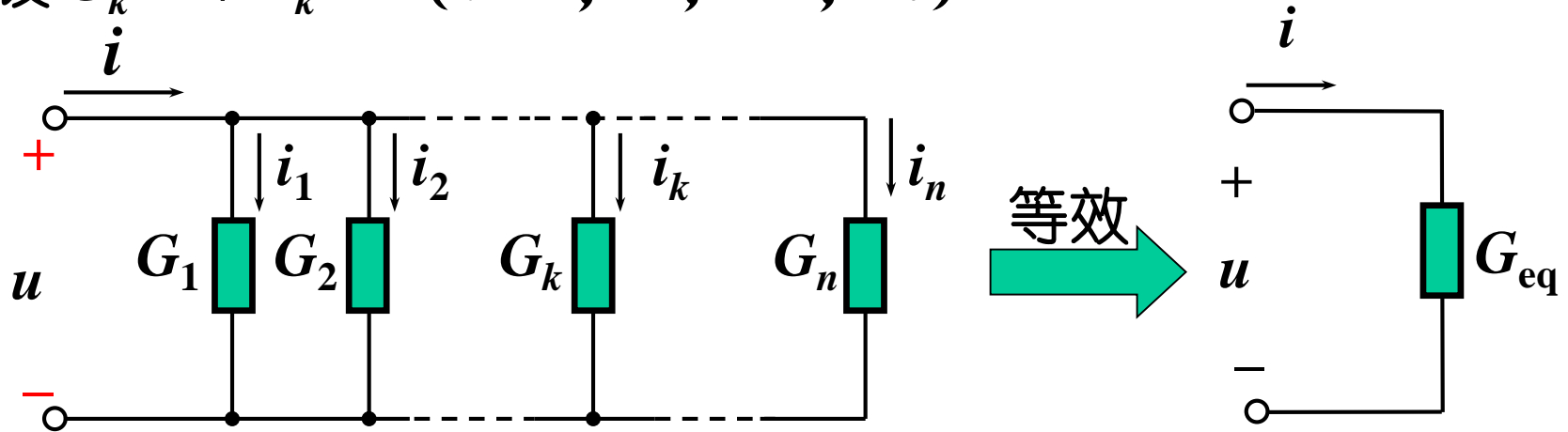
(1) 电路特点

- (a) 各电阻两端分别接在一起，端电压为同一电压 (KVL) ；
- (b) 总电流等于流过各并联电阻的电流之和 (KCL) ：

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_k + \cdots + i_n$$

(2) 等效电导 (*equivalent conductance*) G_{eq}

设 $G_k = 1 / R_k$ ($k = 1, 2, \dots, n$)



由**KCL**
$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots + i_n = u G_{eq}$$

故有 $u G_{eq} = i = u G_1 + u G_2 + \dots + u G_n = u (G_1 + G_2 + \dots + G_n)$

即
$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_k + \dots + G_n = \sum G_k = \sum 1/R_k$$

等效电导等于并联的各电导之和。

(3) 并联电阻的分流 (*current division*)

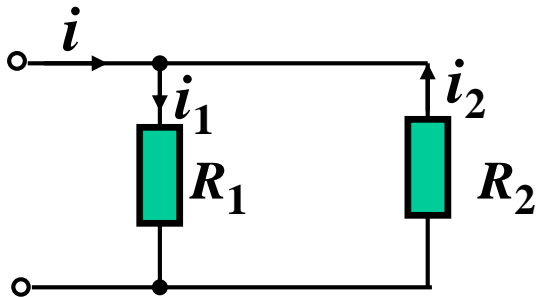
$$\text{由 } \frac{i_k}{i} = \frac{u / R_k}{u / R_{\text{eq}}} = \frac{G_k}{G_{\text{eq}}}$$

电流分配与电导成正比

得

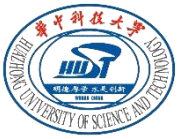
$$i_k = \frac{G_k}{G_{\text{eq}}} i$$

对于两电阻并联, 有



$$i_1 = \frac{1 / R_1}{1 / R_1 + 1 / R_2} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

$$i_2 = \frac{-1 / R_2}{1 / R_1 + 1 / R_2} i = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$



(4) 功率关系

$$p_1 = G_1 u^2, \quad p_2 = G_2 u^2, \quad \cdots, \quad p_n = G_n u^2$$

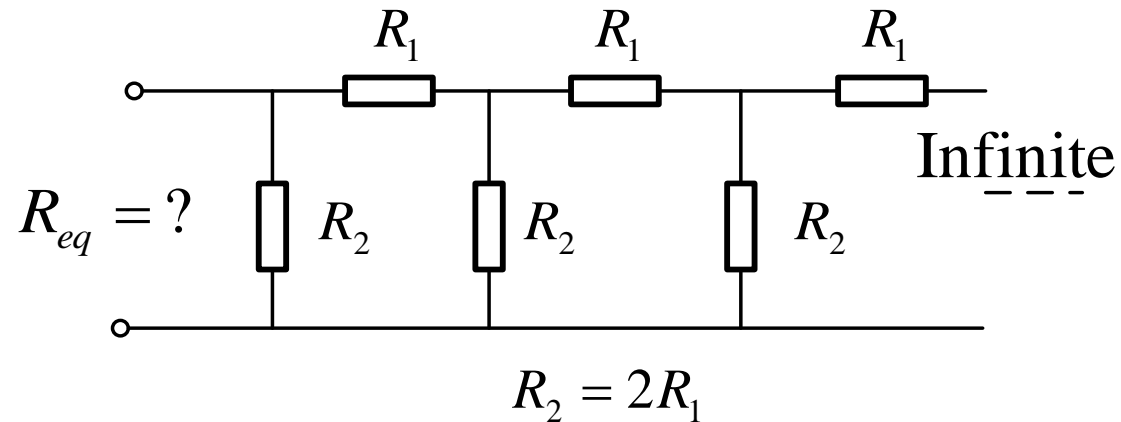
$$p_1 : p_2 : \cdots : p_n = G_1 : G_2 : \cdots : G_n$$

总功率

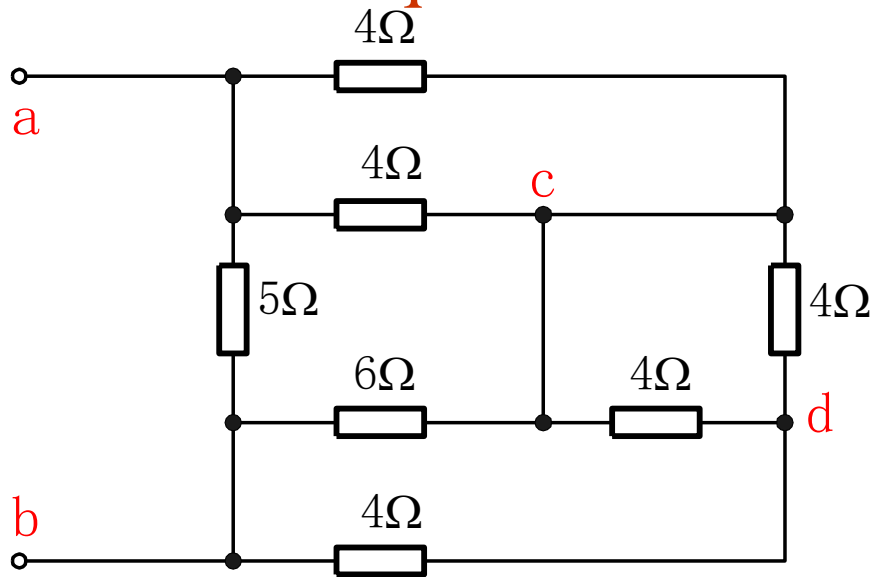
$$\begin{aligned} p &= G_{\text{eq}} u^2 = (G_1 + G_2 + \cdots + G_n) u^2 \\ &= G_1 u^2 + G_2 u^2 + \cdots + G_n u^2 \\ &= p_1 + p_2 + \cdots + p_n \end{aligned}$$

2.2 串联与并联

例1: Find the equivalent resistance for the circuit.

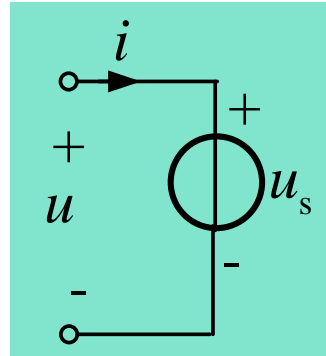
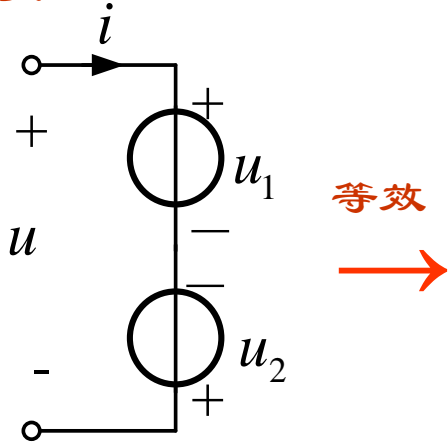


例2: Find the equivalent resistance for the circuit.



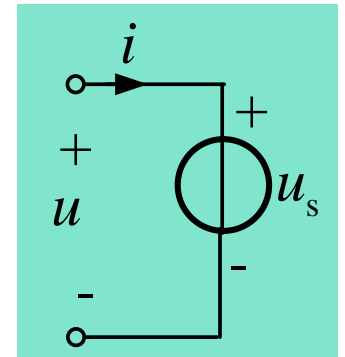
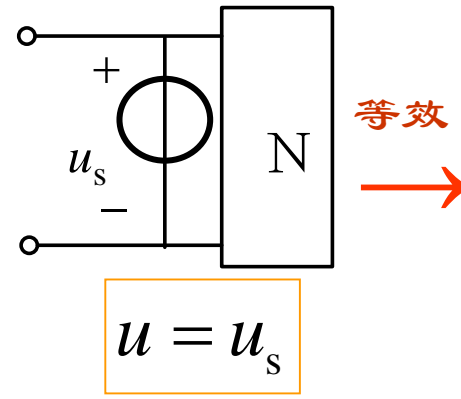
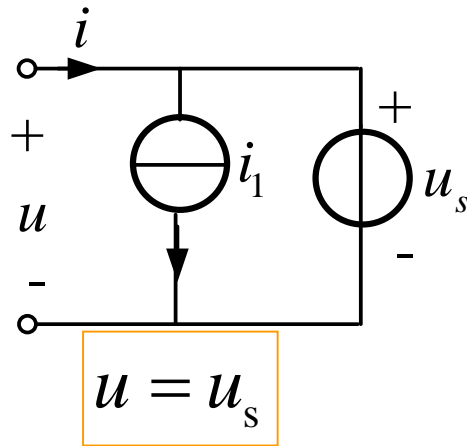
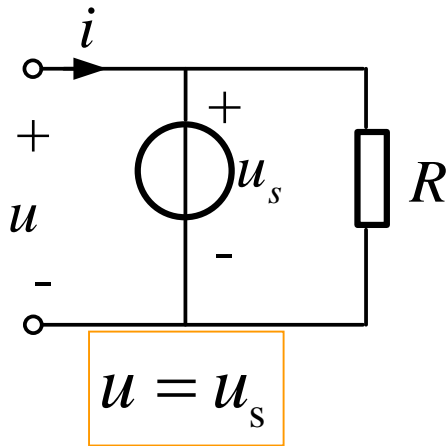
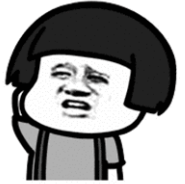
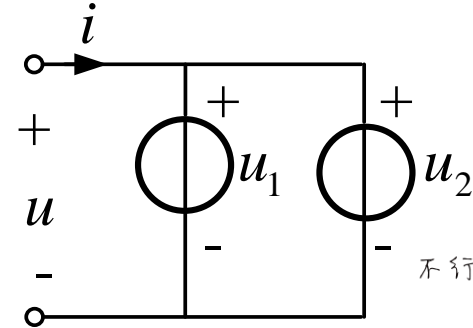
$$R_{ab} = 2.5\Omega$$

3. 理想电压源的串联与并联



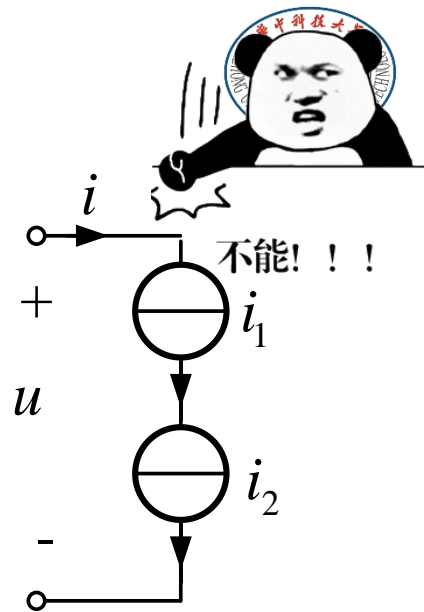
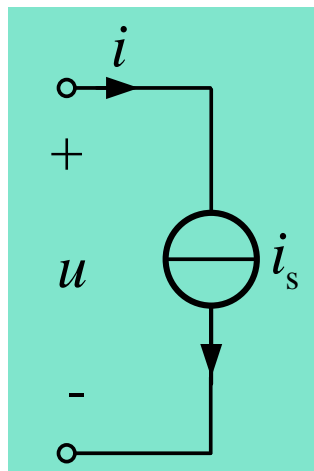
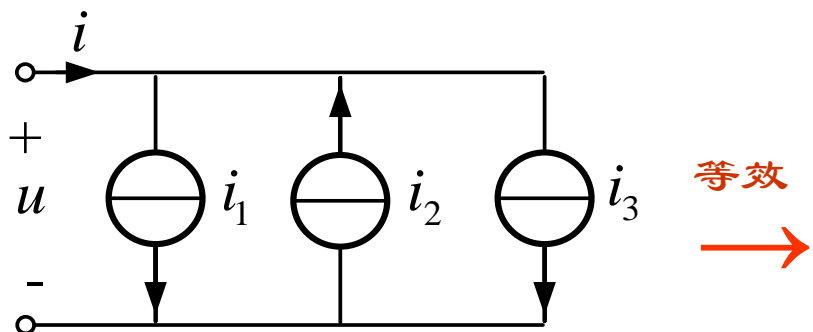
$$u_s = u_1 - u_2$$

电压源串联等效为电压源。



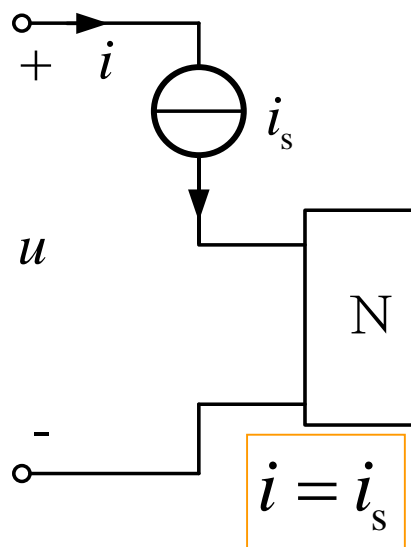
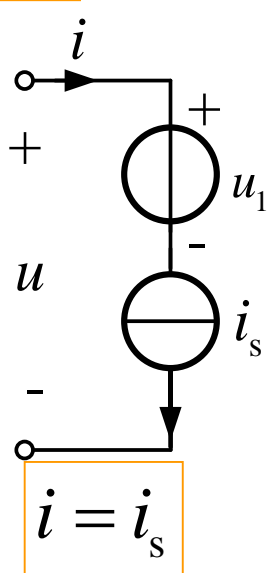
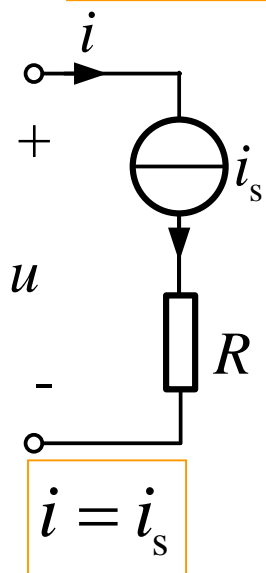
电压源并联任何元件、或并联一端口网络，均等效为电压源。
注意：对外等效（对内不等效）

3. 理想电流源的串联与并联

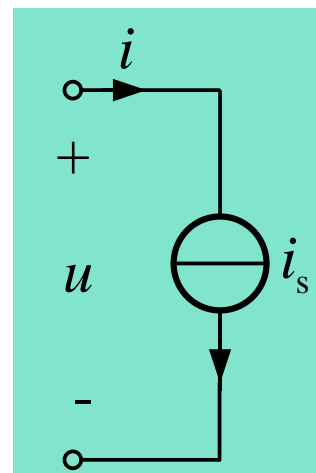


$$i_s = i_1 - i_2 + i_3$$

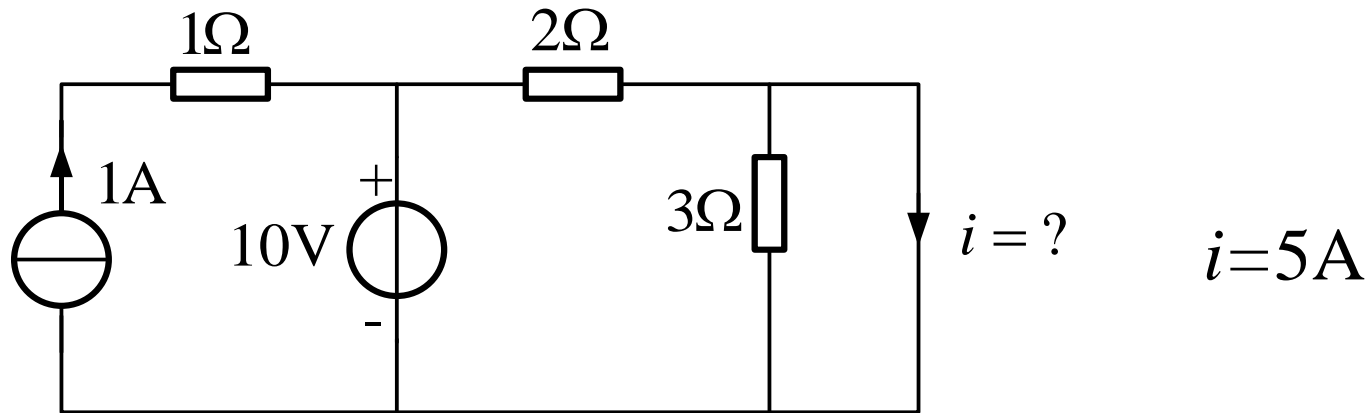
电流源并联等效为电流源。



等效



电流源串联任何元件、或串联一端口网络，均等效为电流源。
同样注意：只对外等效



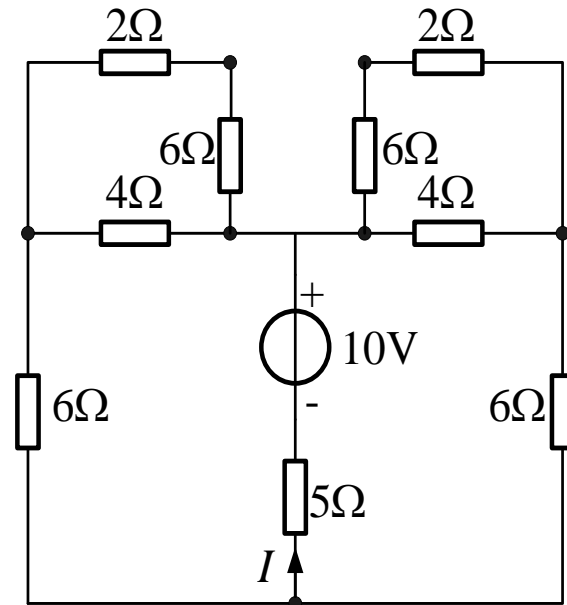
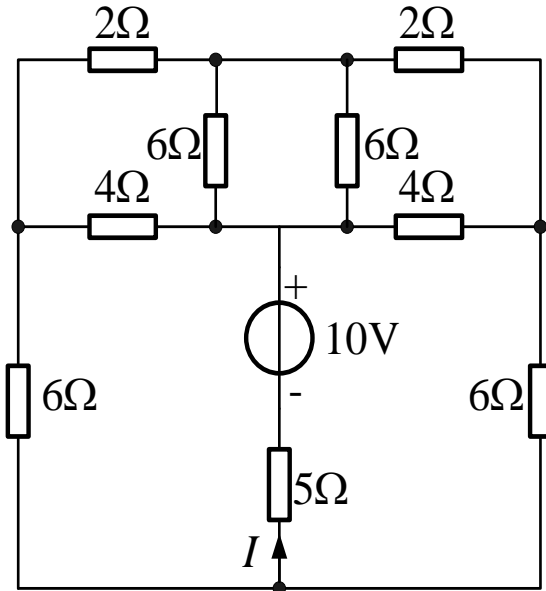
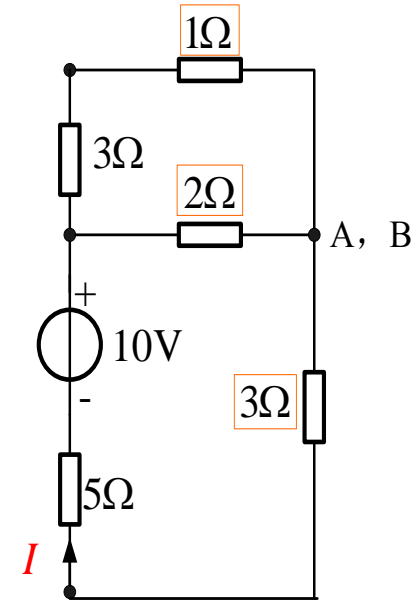
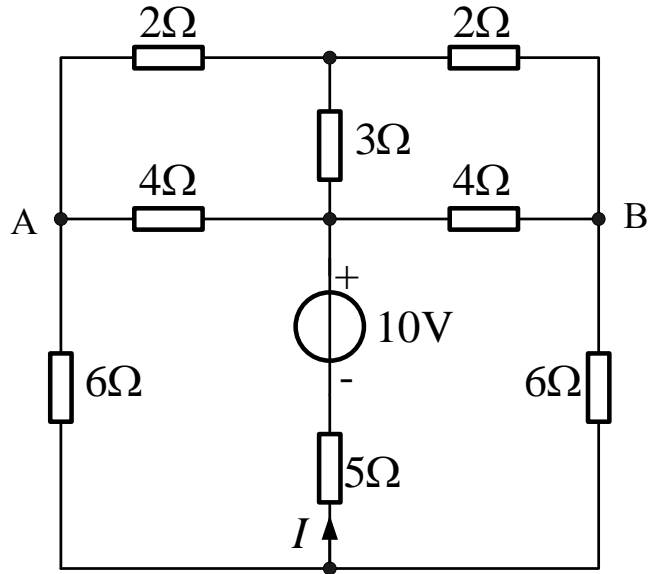
Find the current i .

2.3 对称电路

- 求解对称电路的核心，是观察电路的对称关系，寻找**等电位点**。
- 如果等电位点在同一支路的两端，则将该支路断开或短接；如果等电位点不在同一支路的两端，则将等电位点短接。

等效电路综合应用

例4. Find the current I in the circuit.

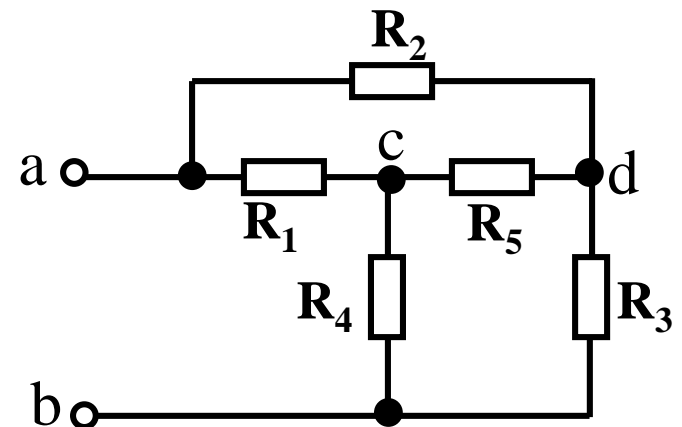
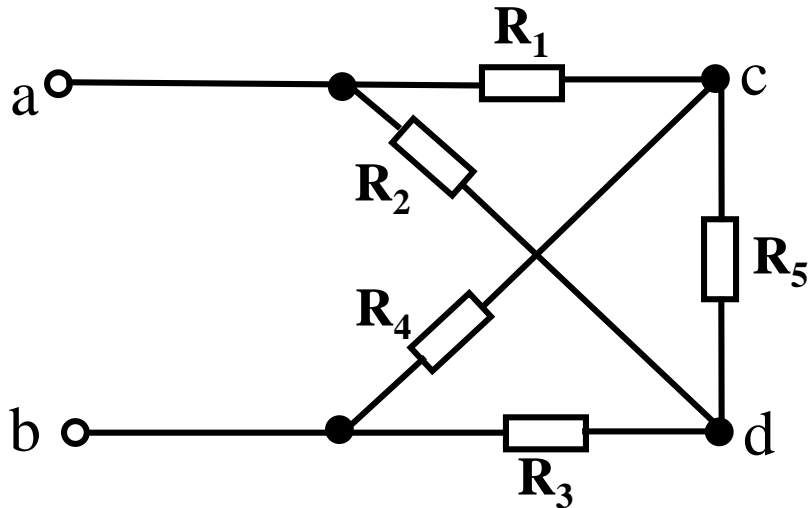
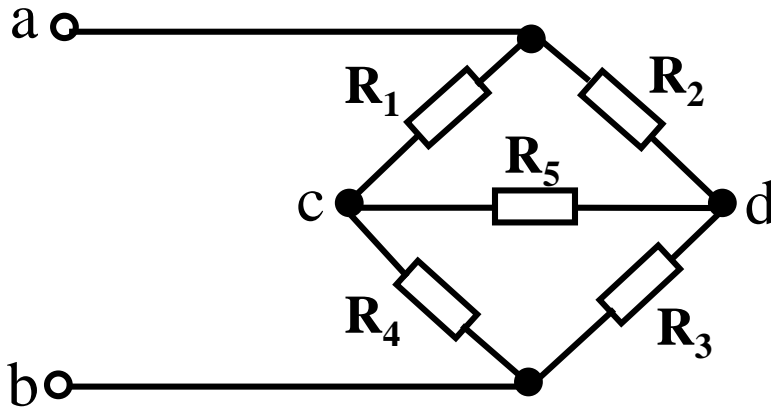


2.3 星形与三角形电路

电桥 Bridge Circuits

(1) 结构特点:

各电阻为非串并联,
 R_5 为桥支路,其余4条
为桥臂

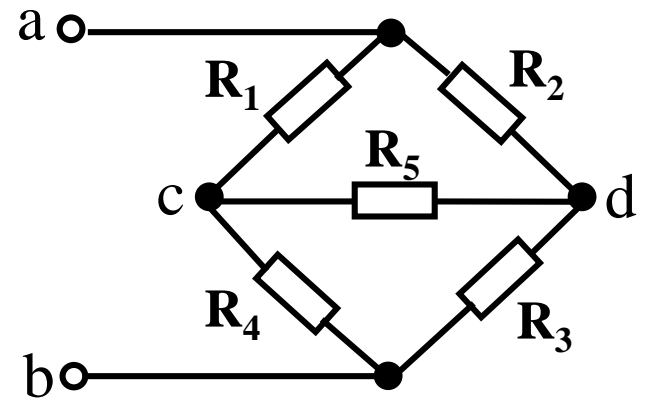


2.4 电桥

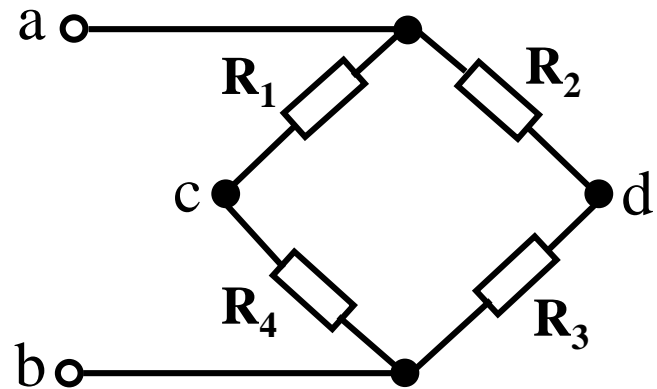
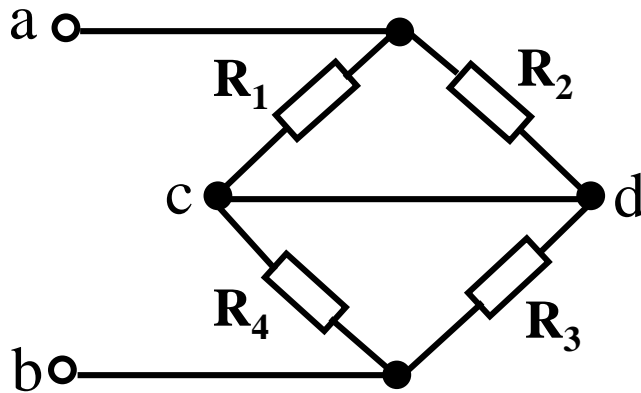
平衡电桥Balanced Bridge

1、平衡条件

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \rightarrow u_{cd} = 0, i_{cd} = u_{cd} / R_5 = 0$$



2、端口的等效电阻

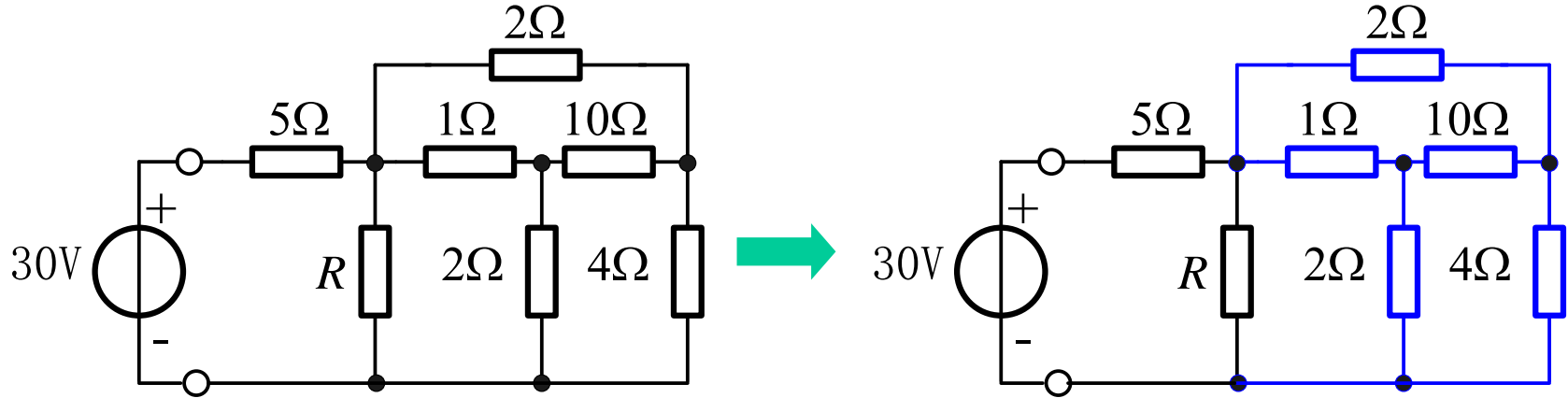


3、两种简单的等效变换

- (1) 电路中电位相等的点 \rightarrow 短接
- (2) 电路中电流为零的支路 \rightarrow 断开

2.3 星形与三角形电路

例2. The voltage source supplies 150W. Find the resistance R .

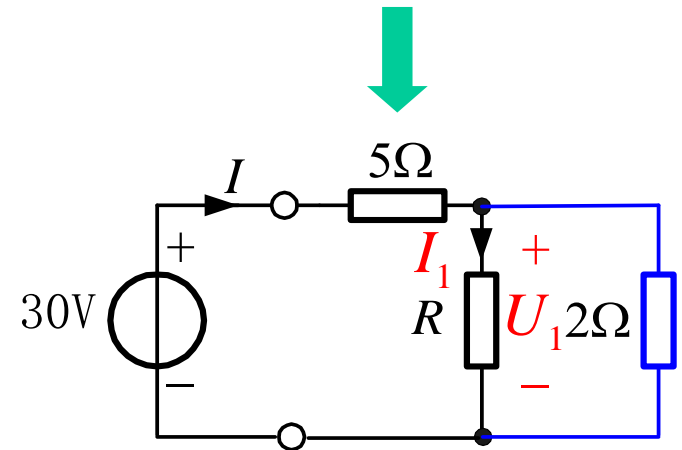


$$I = 5A$$

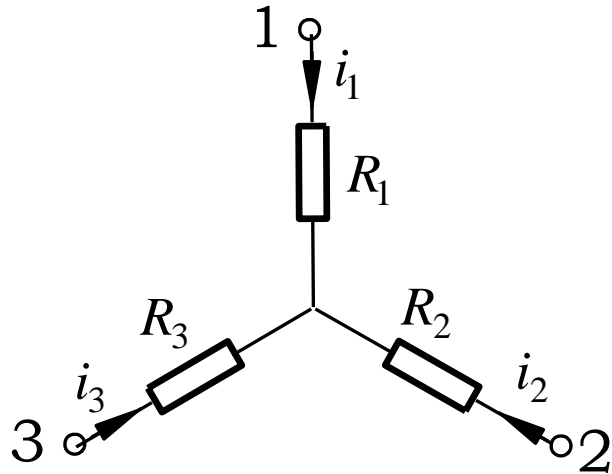
$$U_1 = 5V$$

$$I_1 = 2.5A$$

$$R = 2\Omega$$



2.5 星形与三角形电路

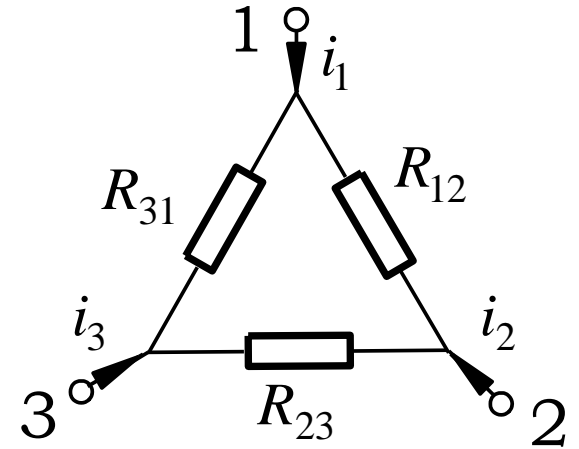


星形电路

$$u_{ij} = f_k(i_1, i_2, i_3)$$

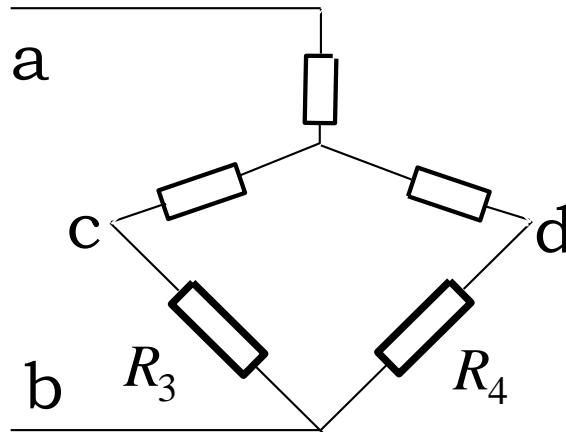
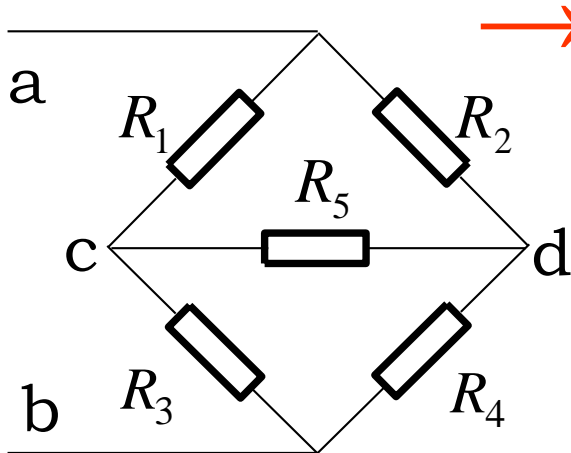


$u-i$ 关系相同

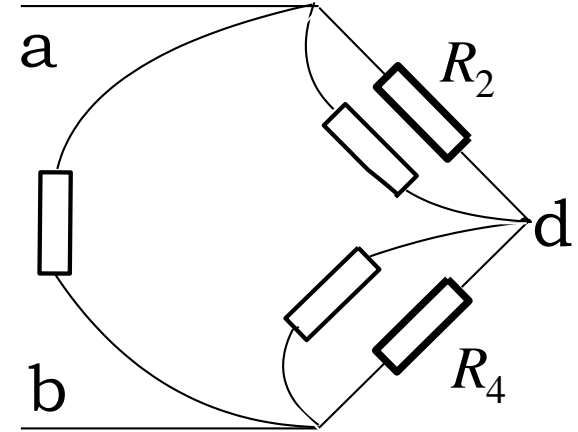


三角形电路

星-三角变换 Wye-Delta Transformation



三角形→星形



星形→三角形

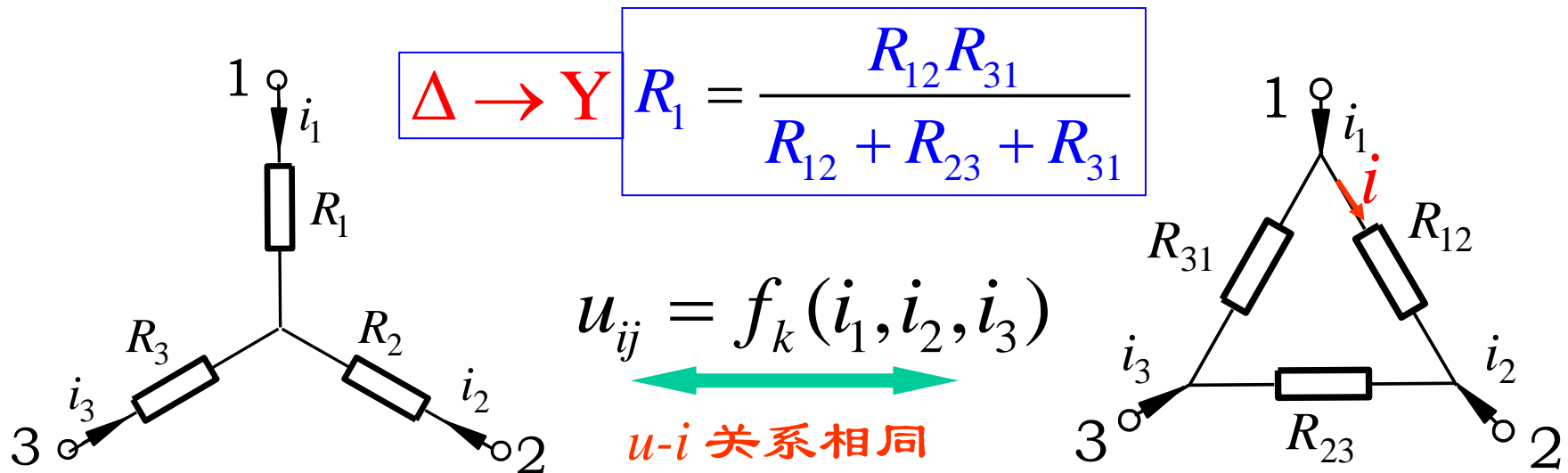
2.3 星形与三角形电路

星-三角变换 Wye-Delta Transformation

KVL、KCL确定*i*: $R_{12}i + R_{23}(i + i_2) - R_{31}(-i + i_1) = 0$

$$i = \frac{R_{31}i_1 - R_{23}i_2}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$u_{12} = R_1 i_1 - R_2 i_2 = R_{12} i = \frac{R_{12} R_{31} i_1 - R_{12} R_{23} i_2}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$



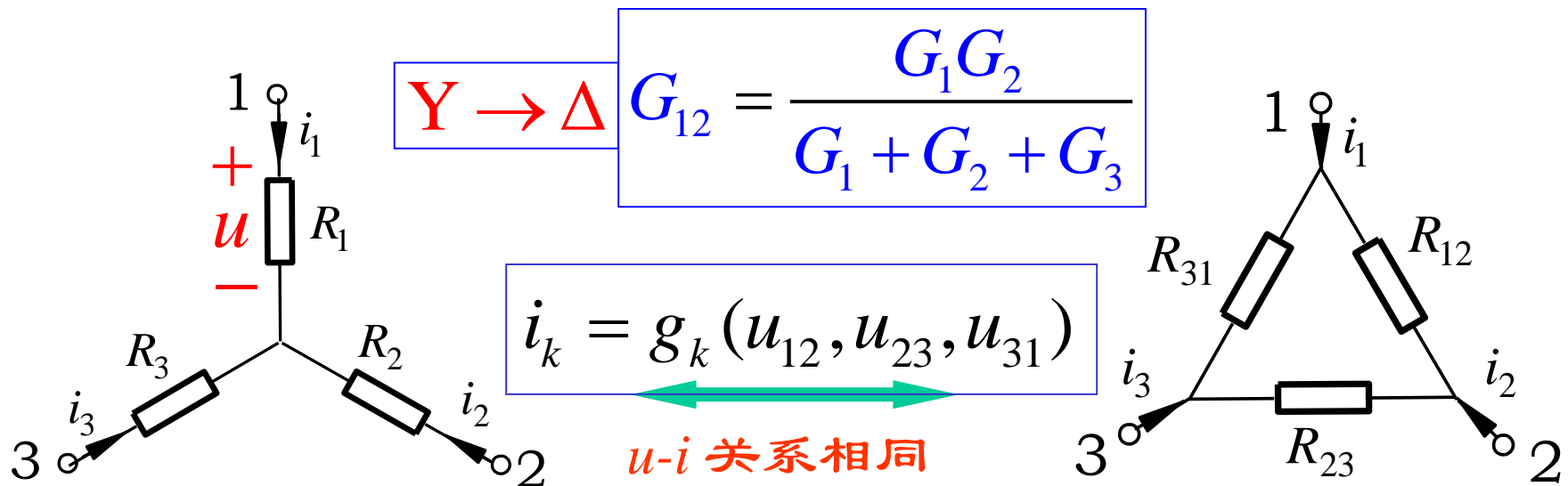
2.3 星形与三角形电路

星-三角变换 Wye-Delta Transformation

KVL、KCL确定 u : $G_1 u + G_2(u - u_{12}) + G_3(u + u_{31}) = 0$

$$u = \frac{G_2 u_{12} - G_3 u_{31}}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$i_1 = G_1 u = \frac{G_1 G_2 u_{12} - G_1 G_3 u_{31}}{G_1 + G_2 + G_3} = G_{12} u_{12} - G_{31} u_{31}$$



2.3 星形与三角形电路

星-三角变换 Wye-Delta Transformation

$\Delta \rightarrow Y$

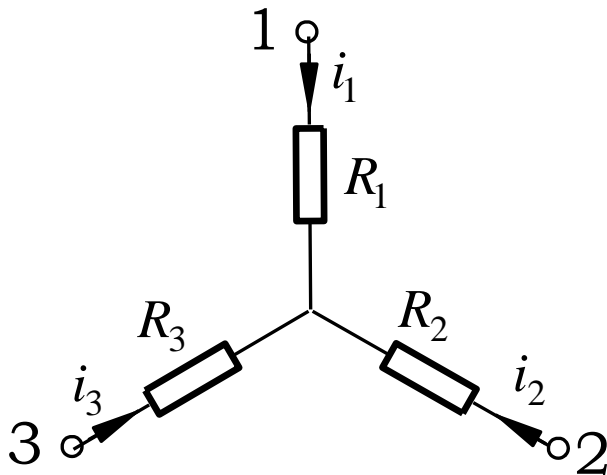
$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$Y \rightarrow \Delta$

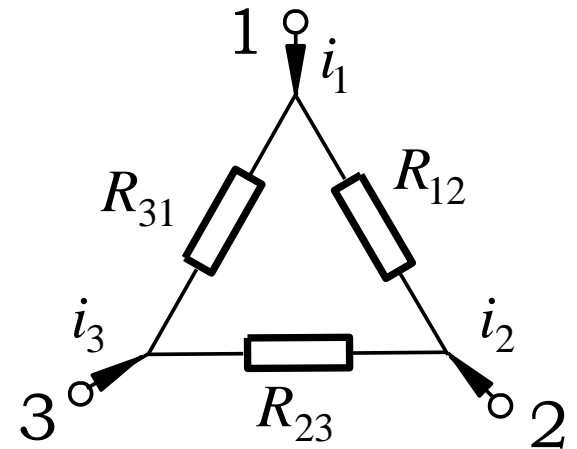
$$G_{12} = \frac{G_1G_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3}$$

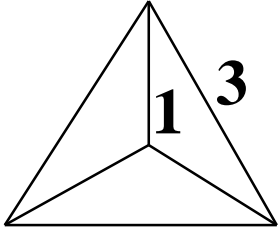
规律：一个臂的电阻（导）= $\frac{\text{夹臂电阻（导）之积}}{\text{三个臂的电阻（导）之和}}$



$u-i$ 关系相同

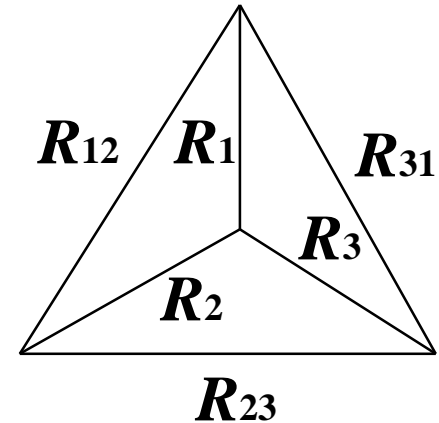


特例 若三个电阻相等(对称), 则有



$$R_{\Delta} = 3R_Y$$

(外大内小)

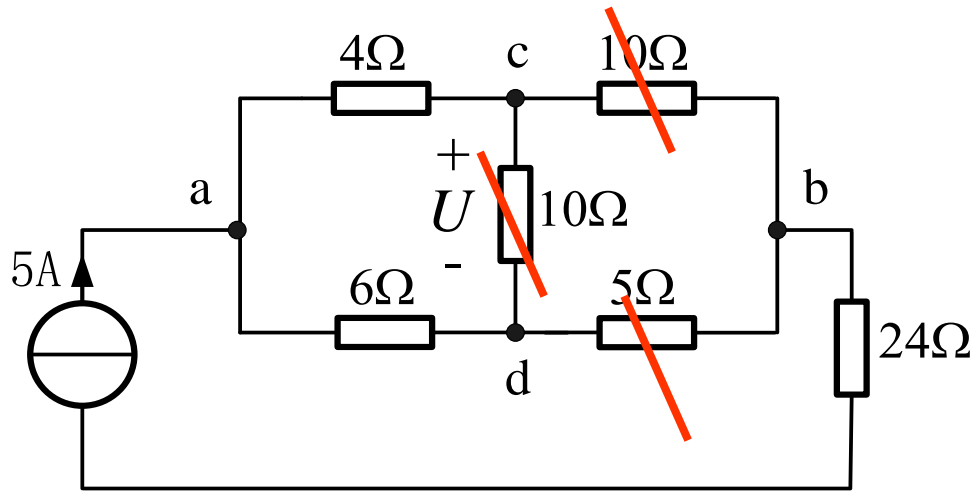


注意

- (1) 等效是指对外部 (端钮以外) 电路而言, 对内不成立;
- (2) 等效电路与外部电路无关。

2.3 星形与三角形电路

例5. Find the voltage U in the circuit.

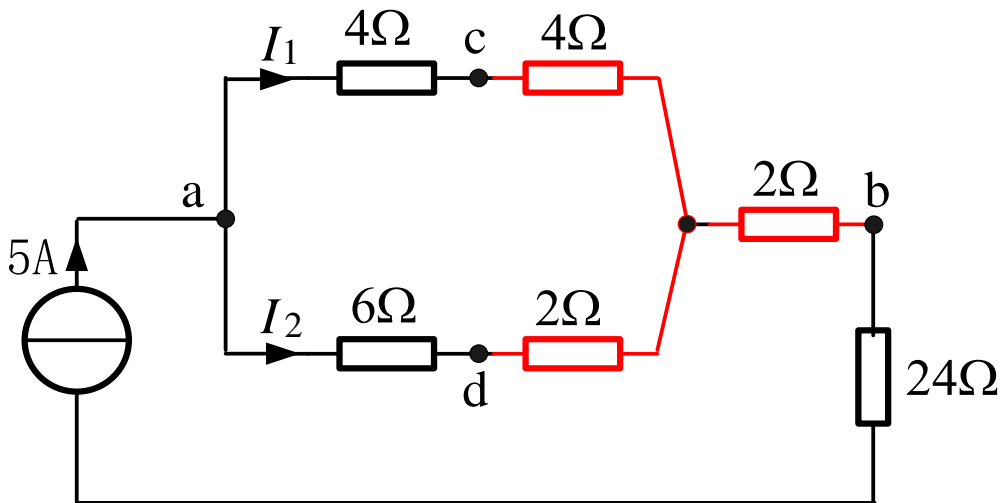


$$I_1 = I_2 = \frac{5}{2} \text{ A}$$

(Current division)

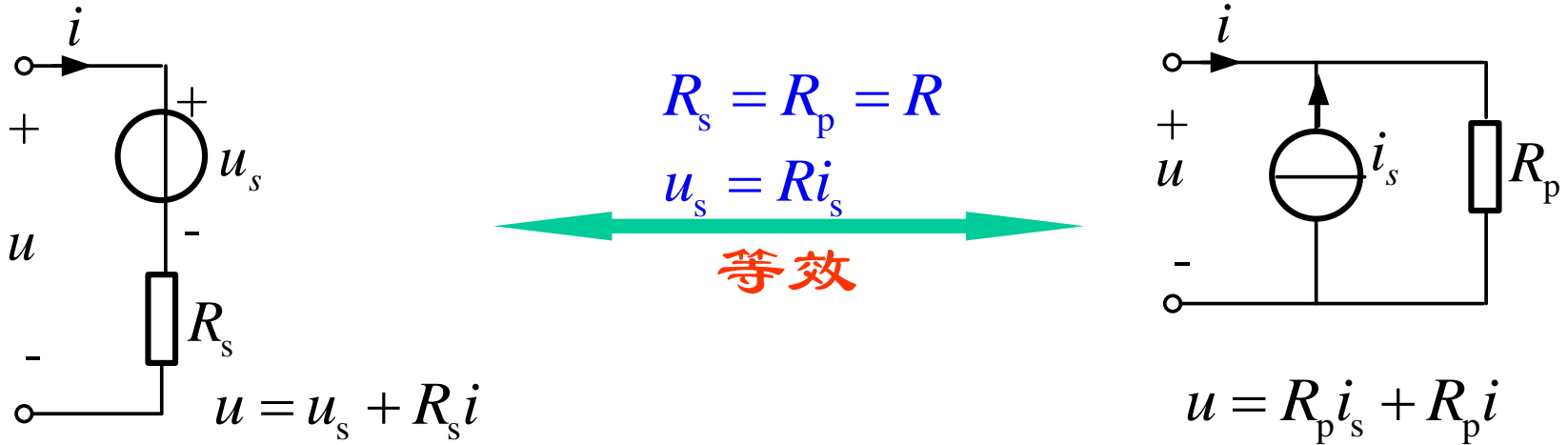
$$U = 4I_1 - 2I_2 = 5 \text{ V}$$

(KVL)

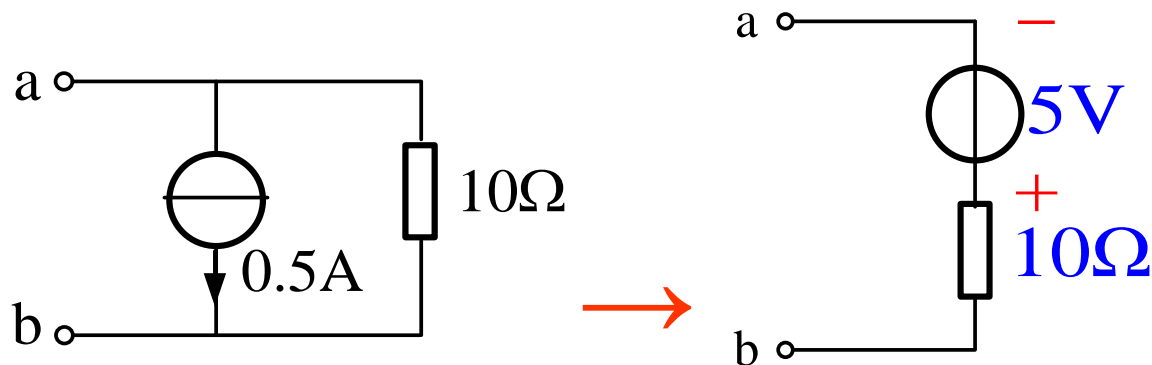


2.6 电源变换 Source transformation

独立电源变换



一个电压为 u_s 的独立电压源与一个电阻为 R 的线性定常电阻器串联而成的支路，可用一个独立电流源与一个线性定常电阻器并联而成的支路等效。



注意电压源与电流源间的参考方向

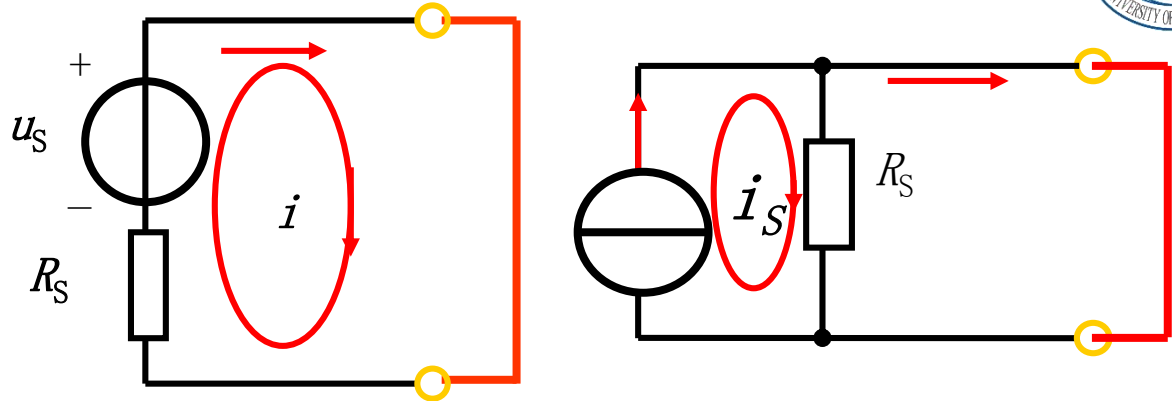
注意啦！



① 变换关系

数值关系

方向：电流源电流方向与电压源电压方向相反。



② 等效是对外部电路等效，对内部电路是不等效的。

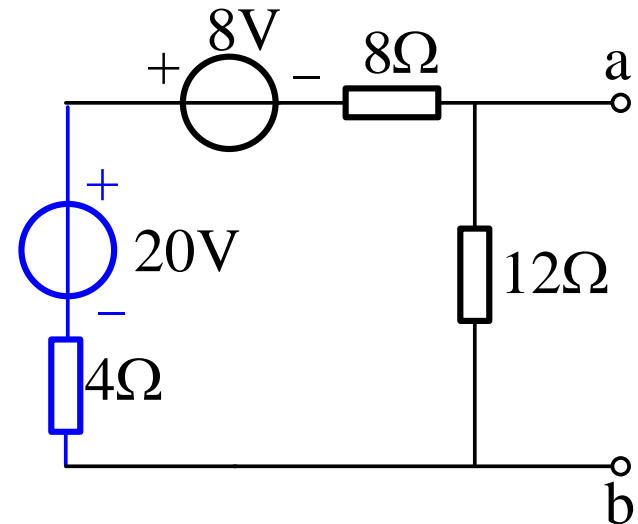
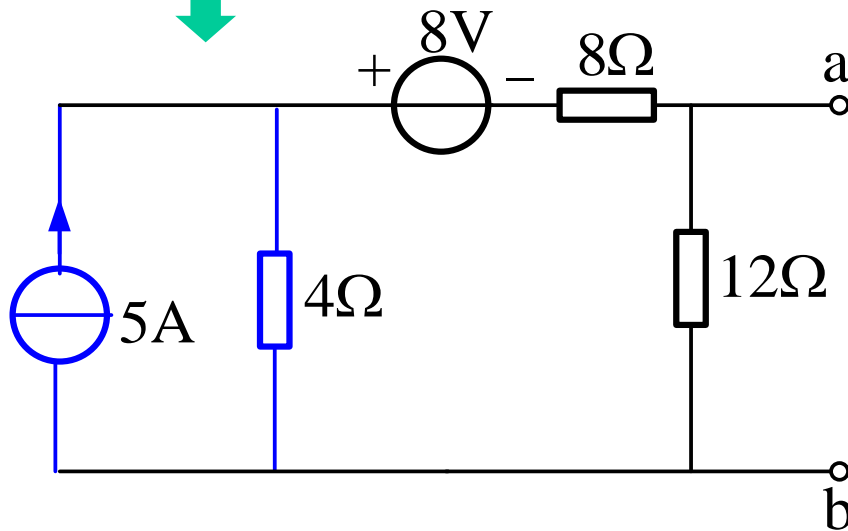
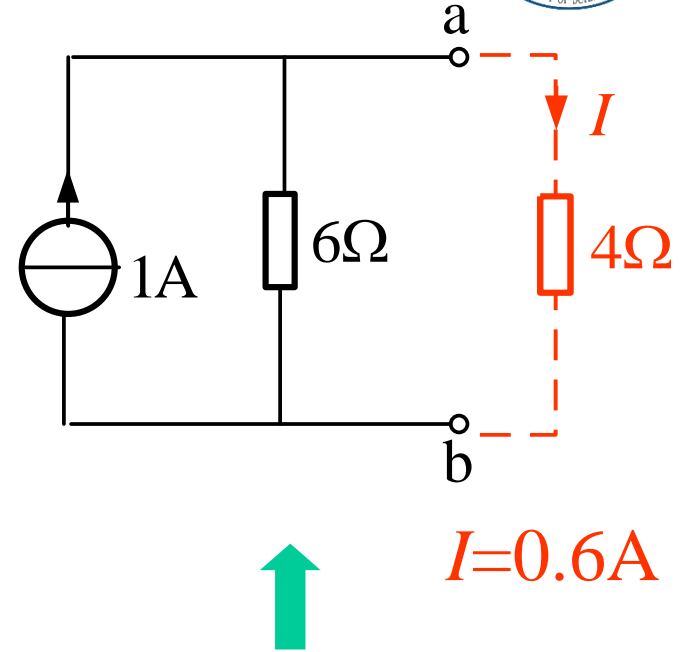
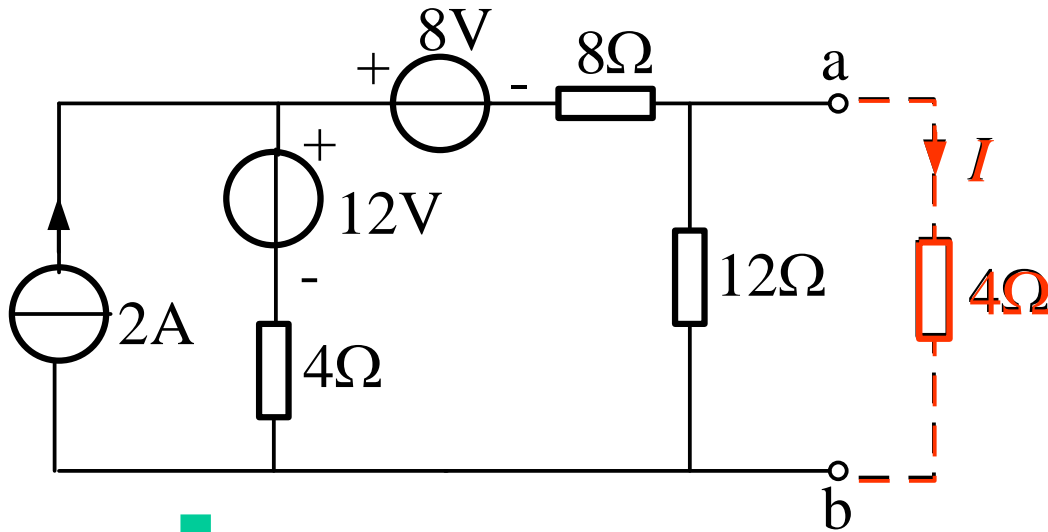
表现在

- 电压源开路， R_S 上无电流流过
- 电流源开路， R_S 上有电流流过。
- 电压源短路， R_S 上有电流；
- 电流源短路， R_S 上无电流。

③ 理想电压源与理想电流源不能相互转换。

2.6 电源变换 Source transformation

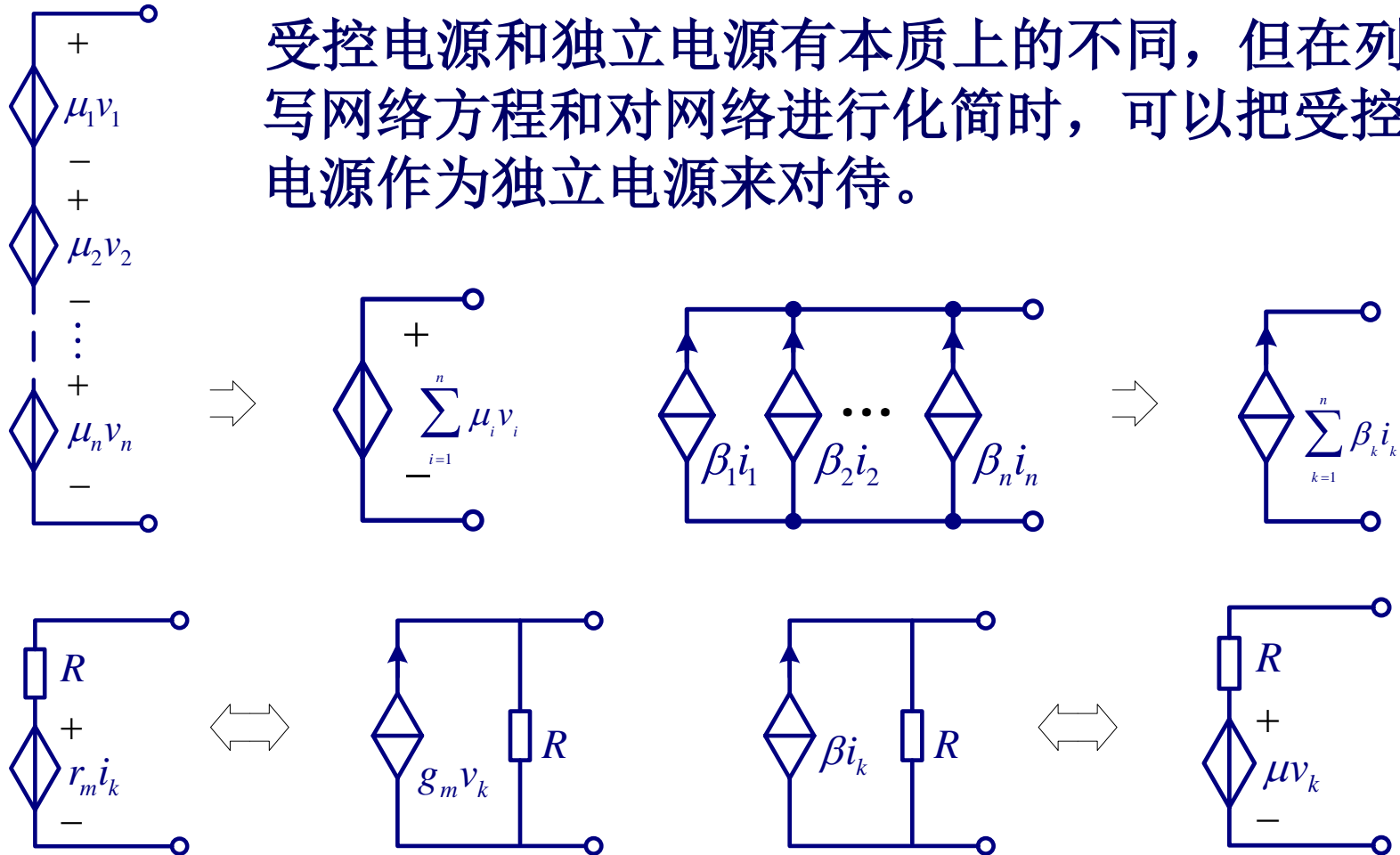
例6. Find the current I .



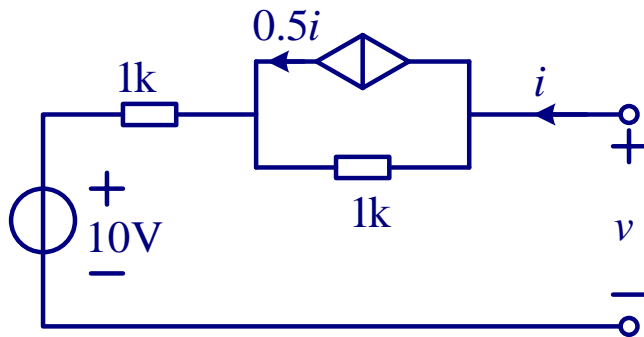
2.6 电源变换 Source transformation

受控电源变换

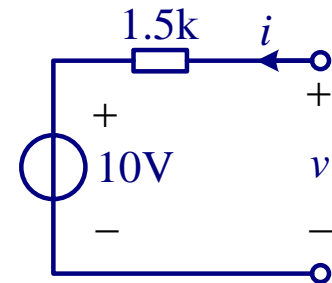
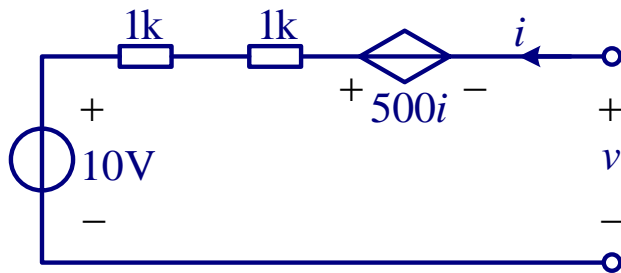
受控电源和独立电源有本质上的不同，但在列写网络方程和对网络进行化简时，可以把受控电源作为独立电源来对待。



例 将网络化简成最简网络



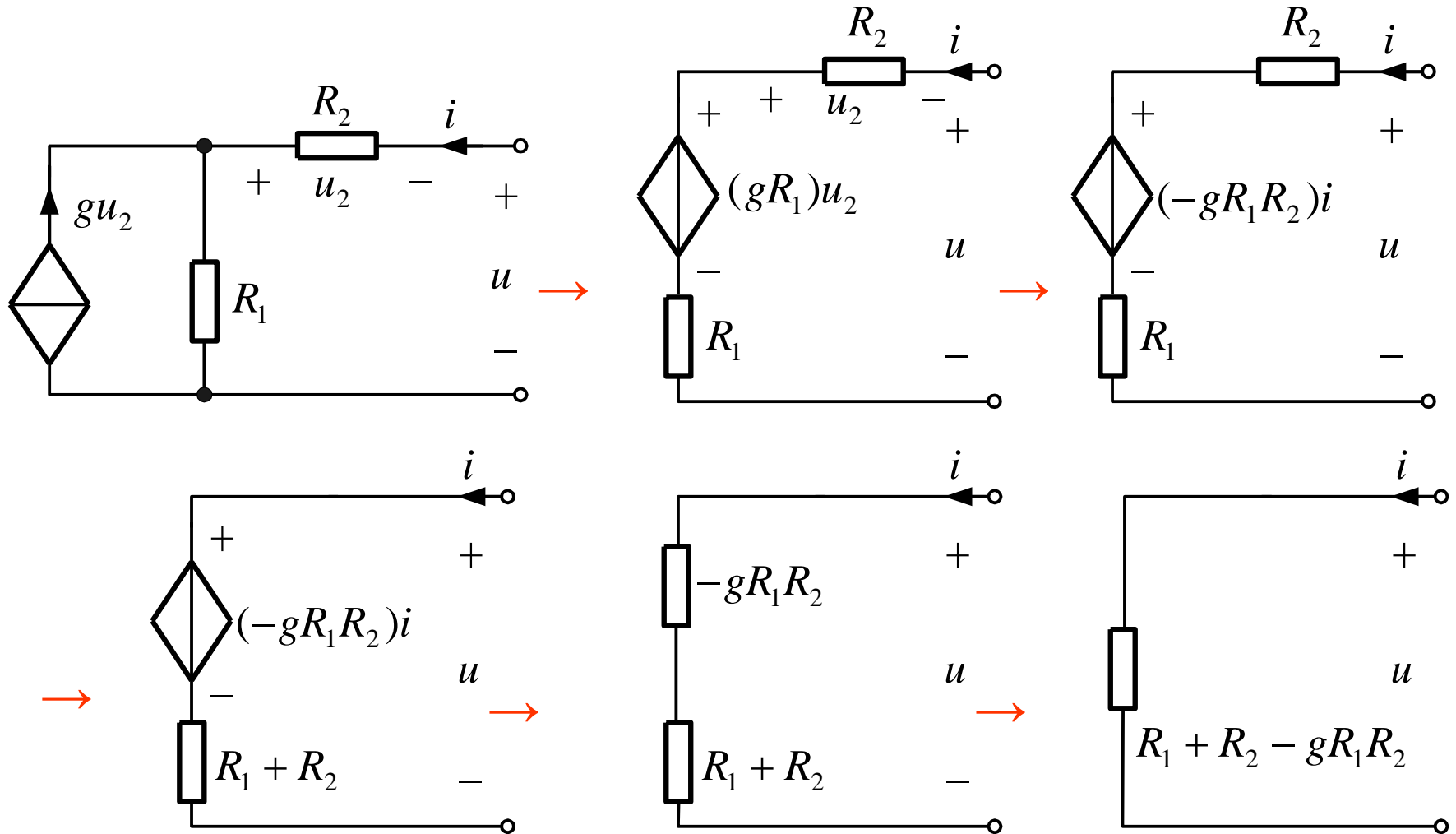
将图中受控电流源当
独立电源处理，转换
成电压源形式



- 在此例中，受控源好比一个负500Ω的电阻。
- 当受控电源和控制量在同一条戴维南或者诺顿支路上时，受控电源可以变换为线性电阻。

2.6 电源变换 Source transformation

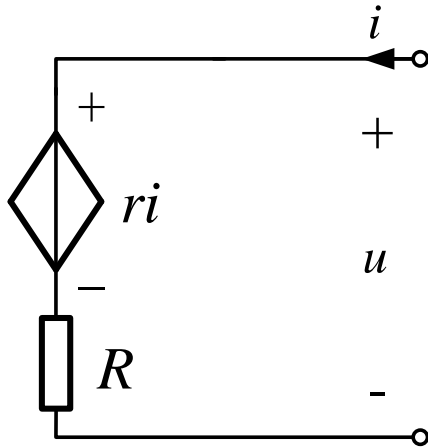
受控电源变换



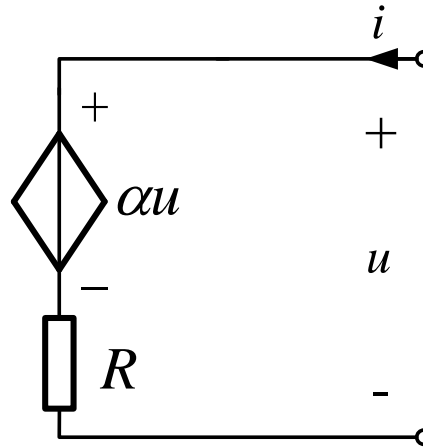
Method2: $u-i$ 关系: $u = R_2i + R_1(gu_2 + i) = (R_1 + R_2 - gR_1R_2)i$

2.6 电源变换 Source transformation

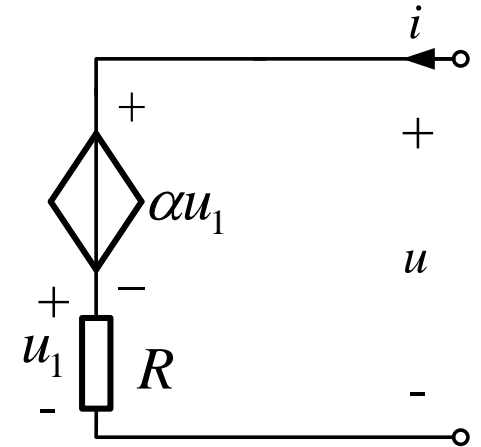
例7. Find the equivalent resistance of each circuit.



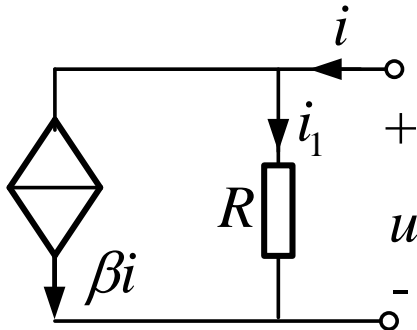
$$R_{eq} = R + r$$



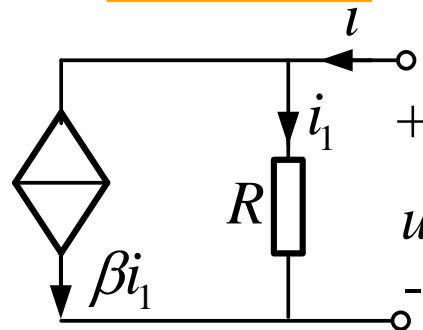
$$R_{eq} = \frac{R}{1 - \alpha}$$



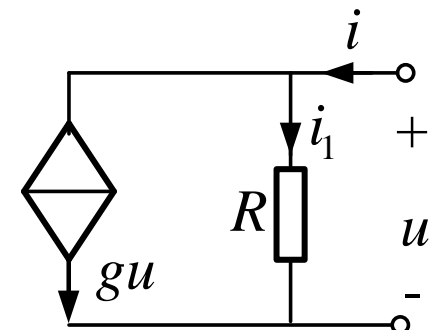
$$R_{eq} = (1 + \alpha)R$$



$$R_{eq} = (1 - \beta)R$$



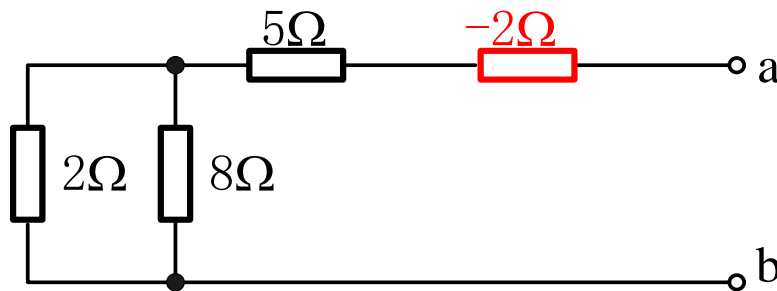
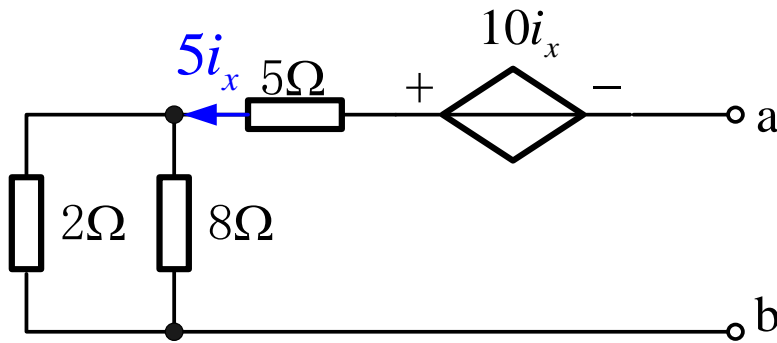
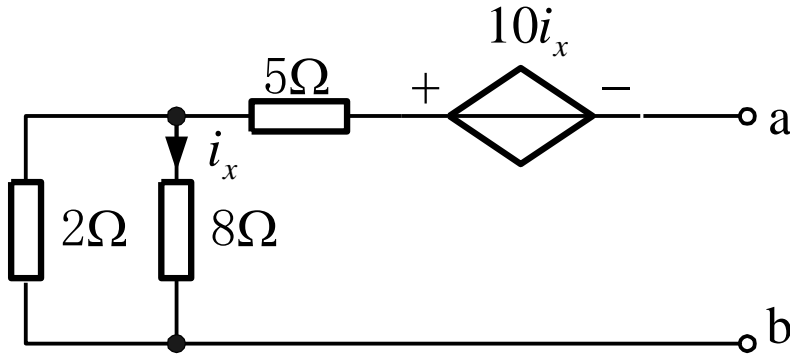
$$R_{eq} = \frac{R}{1 + \beta}$$



$$R_{eq} = \frac{R}{1 + gR}$$

等效电路综合应用

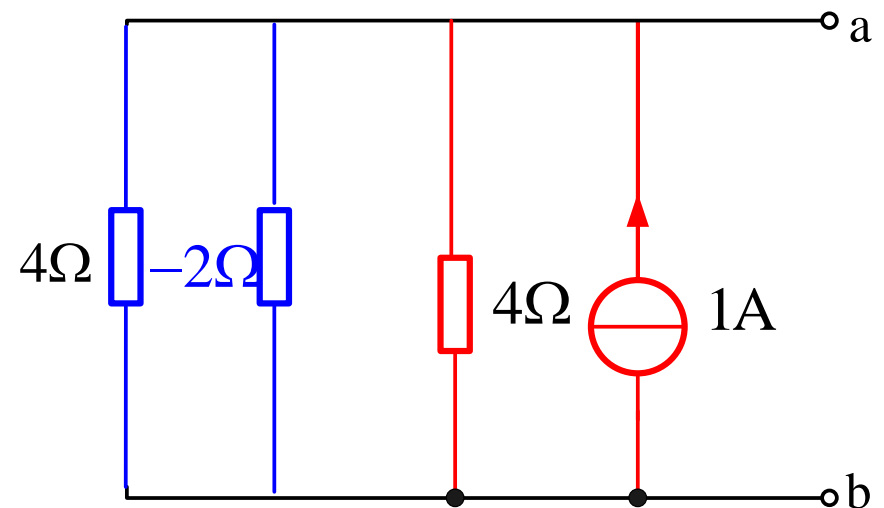
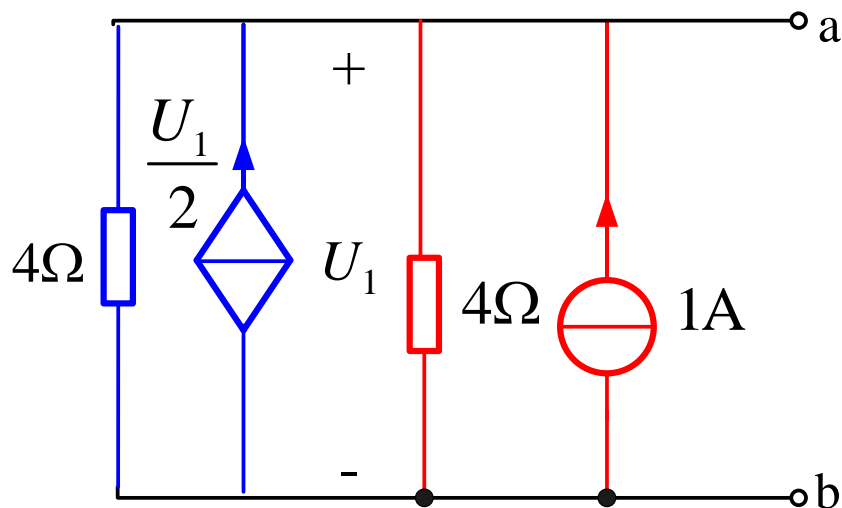
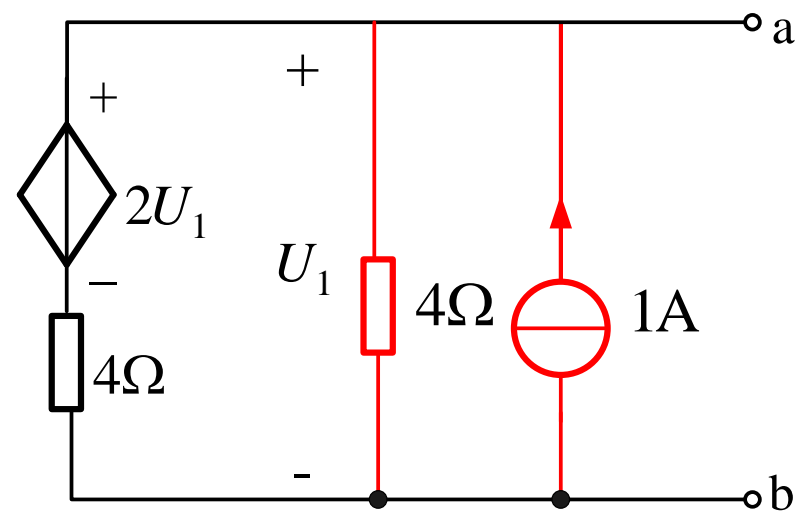
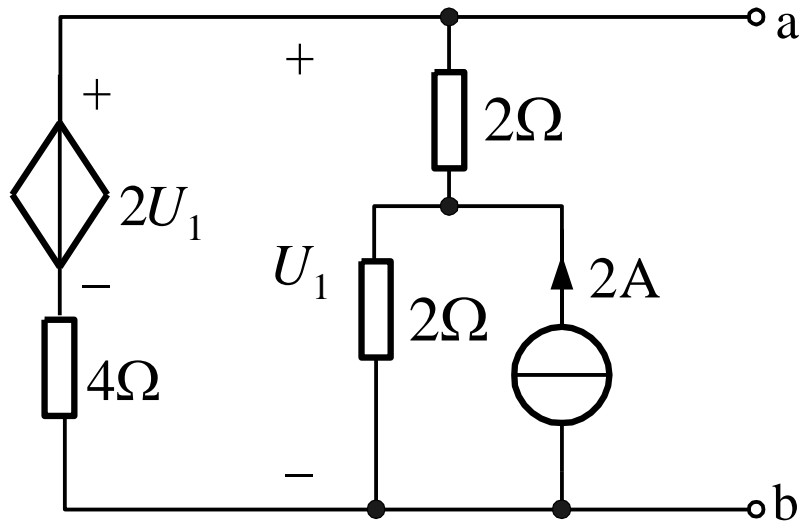
例8. Find the equivalent circuit.



$$R_{ab} = 4.6\Omega$$

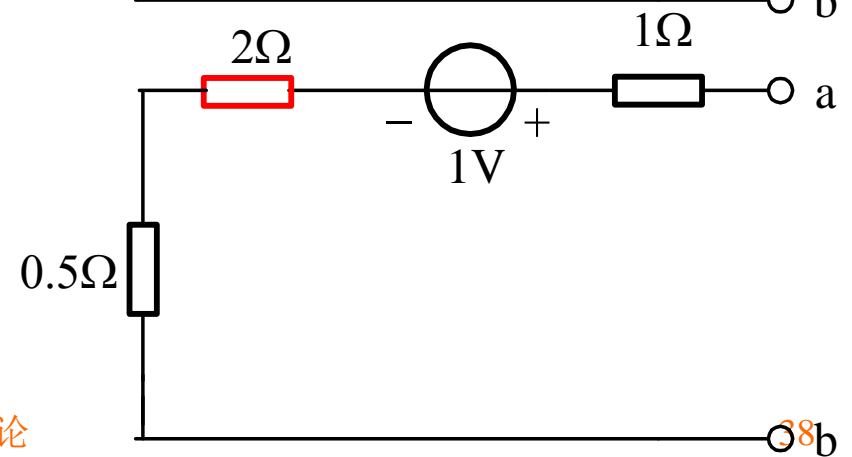
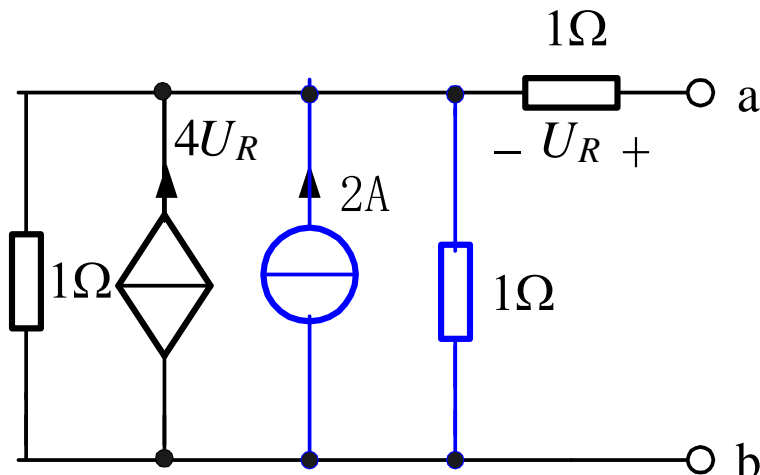
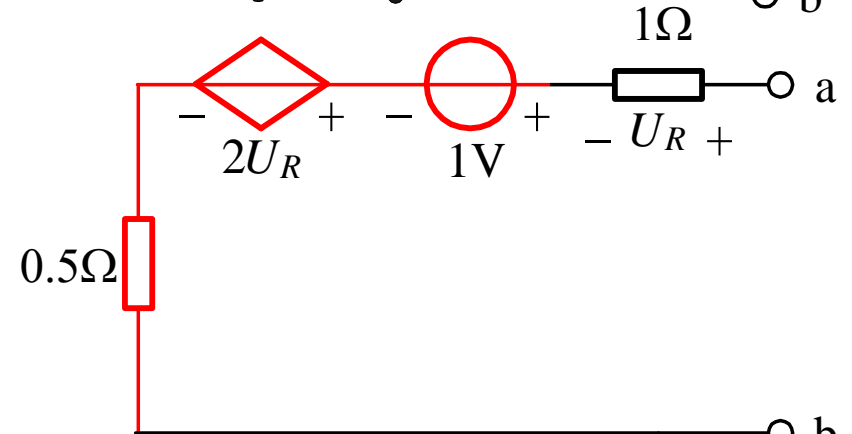
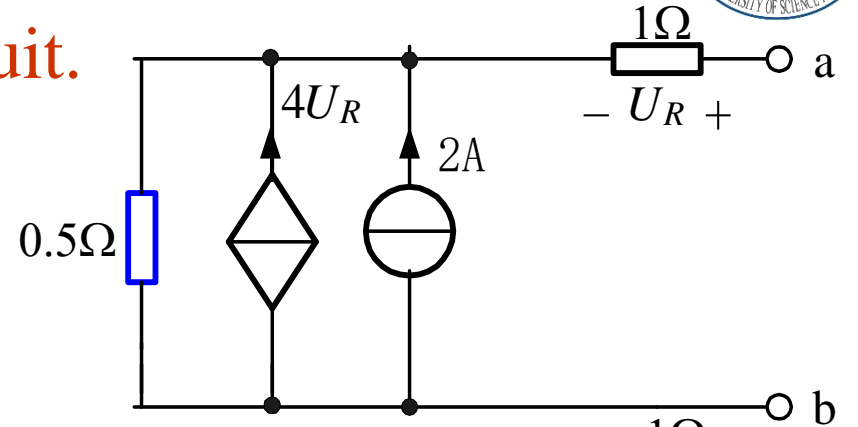
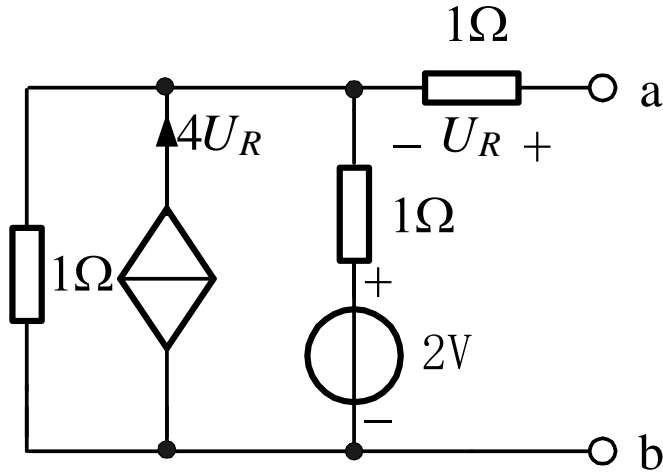
等效电路综合应用

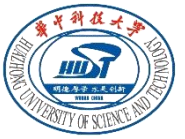
例9. Find the equivalent circuit.



等效电路综合应用

例10. Find the equivalent circuit.





作业

- 2.2节：2-12, 2-14
- 2.3节：2-16, 2-20, 2-24
- 2.4节：2-26, 2-32
- 综合：2-36