

回溯与分支限界作业

1. 分派问题：给 n 个人分派 n 件工作，把工作 j 分配给第 i 个人的成本为 $\text{COST}(i,j)$ 。设计一个回溯算法，在给每个人分派一件不同工作的情况下使得总成本最小。

解：

给每个人、每件工作均按 $1, 2, \dots, n$ 的顺序编号，从而问题的解可用 n 元组 $X[1..n]$ 表示问题的解， $X[i]$ 是第 i 个人完成的工作的编号。 X 是 n 个数的排列，总共有 $n!$ 个元组。

记 totalcost 为目前获得的最小总成本，初始值 $\text{totalcost} = +\infty$

curcost 是计算过程中已经发生的成本。

检索：从第一个人开始，按序搜索。对当前正在考虑的第 k 个人，在前面 $k-1$ 个人完成相应工作的基础上，看第 k 个人能做剩下的哪些工作，相应成本是多少，然后继续搜索第 $k+1$ 人...等其他人的工作，构造深度优先搜索过程。

剪枝条件：对当前正在考虑的第 k 个人，若当前考虑完成作业 j ，1) j 作业以前没人做，2) 若有 $\text{curcost} + \text{cost}(k, j) > \text{totalcost}$ ，即当前部分解成本已经大于已知的最好成本，则剪枝，否则深度优先搜索。

```
backtrack_job(k)
  for j ← 1 to n do
    if J(j) = 0 then //目前还没人做的作业。对之前已经有人做的作业，就不再考虑了
      if curcost + cost(k, j) < totalcost then //如果 curcost + cost(k, j) <
                                                //totalcost，剪枝，不再继续 k
                                                //以后的搜索
        curcost = curcost + cost(k, j);
        X(k) = j //构造部分解
        J(j) = 1; //设置 j 作业被选用状态
        if k = n then //如果已经获得问题的一个解，判断是否更优
          if curcost < totalcost then
            Y = X; //保存当前最好解
            totalcost = curcost
          endif
        else backtrack_job(k+1) //否则，继续搜索，此时 curcost 等做了修正
        X(k) = 0 //回到本层，恢复初始状态，以便于搜索其他作业
        J(j) = 0
        curcost = curcost - cost(k, j)
      endif
    endif
  repeat
end
```

