《离散数学二》第八次作业

1.参考答案：

（1）有效公式

（2）有效公式

（3）可满足的

（4）可满足的

（5）可满足的

（6）有效公式

（7）矛盾的

（8）有效公式

（9）有效公式

（10）可满足的

2.参考答案：

（1）　无效

（2）　无效

（3）　有效

（4）　有效

（5）　无效

（6）　有效

3.参考答案：

错误在于(3)→(4)那一步，特例化x不能在前面去掉∀x量词的。正确推理：

(1) $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$ P

(2) $P(y) \rightarrow Q(y)$ US, (1)

(3) $(\exists x)(Px)$ P

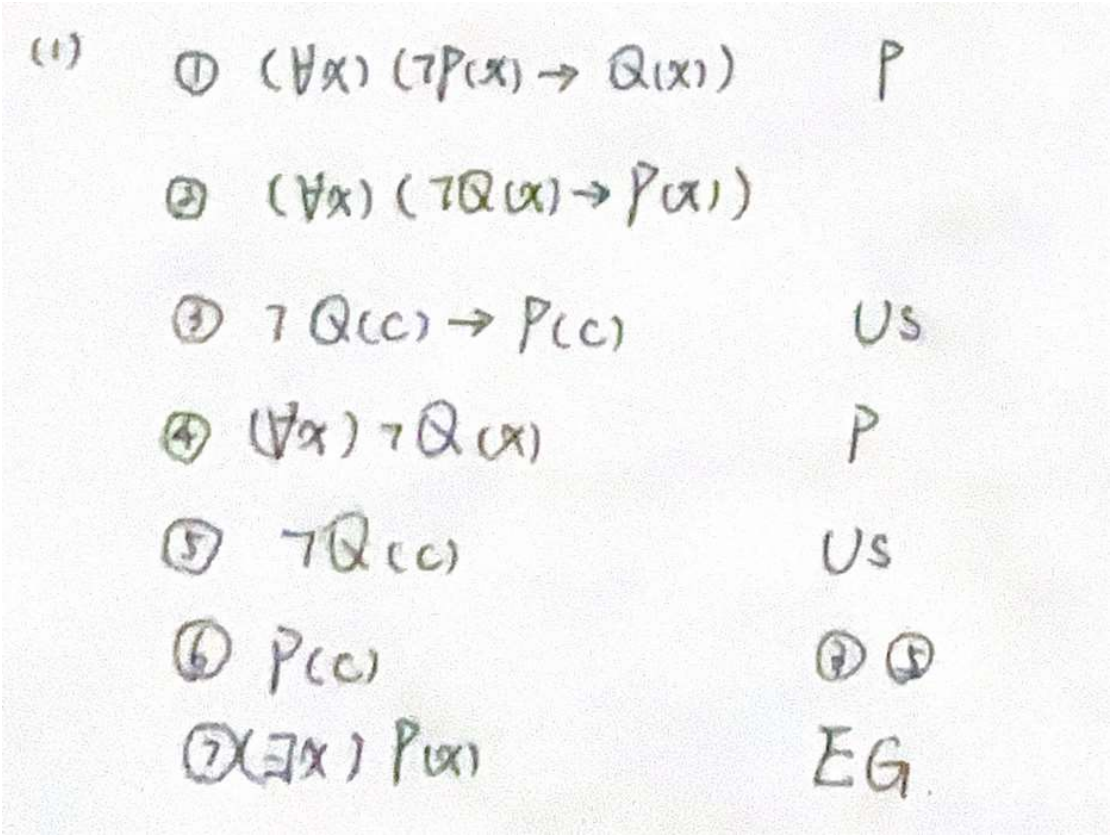
(4) $P(a)$ ES, (3)

(5) $Q(a)$ T, (2), (4) I

(6) $(\exists x) Q(x)$ EG(5)

4. 参考答案：

(1)



(2)

(2) $\neg((\exists(x)P(x)\wedge Q(c))$

$\neg(P(a)\wedge Q(c)$

$\neg P(a)\vee\neg Q(c)$

$(\exists x)P(x)\rightarrow\neg Q(c)$

(3)

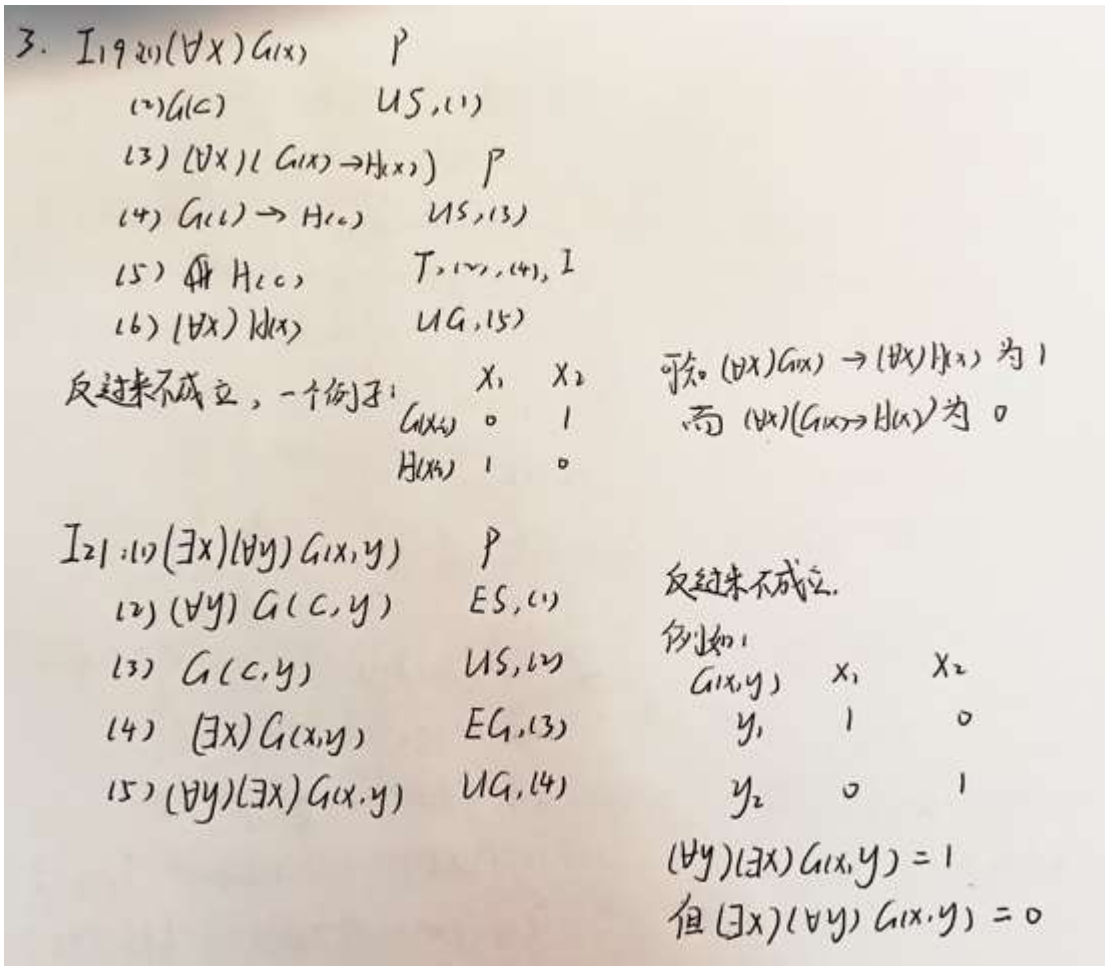
(3)

(1)	$(\exists x)P(x)$	P
(2)	$(\exists x)P(x) \to (\forall y)((P(y) \vee Q(y)) \to R(y))$	P
(3)	$(\forall y)((P(y) \vee Q(y)) \to R(y))$	T, (1), (2) I
(4)	$P(c)$	ES, (1)
(5)	$(P(c) \vee Q(c)) \to R(c)$	US, (4)
(6)	$P(c) \vee Q(c)$	T, (4), I
(7)	$R(c)$	T, (5), (6), I
(8)	$(\exists x)R(x)$	EG, (7)

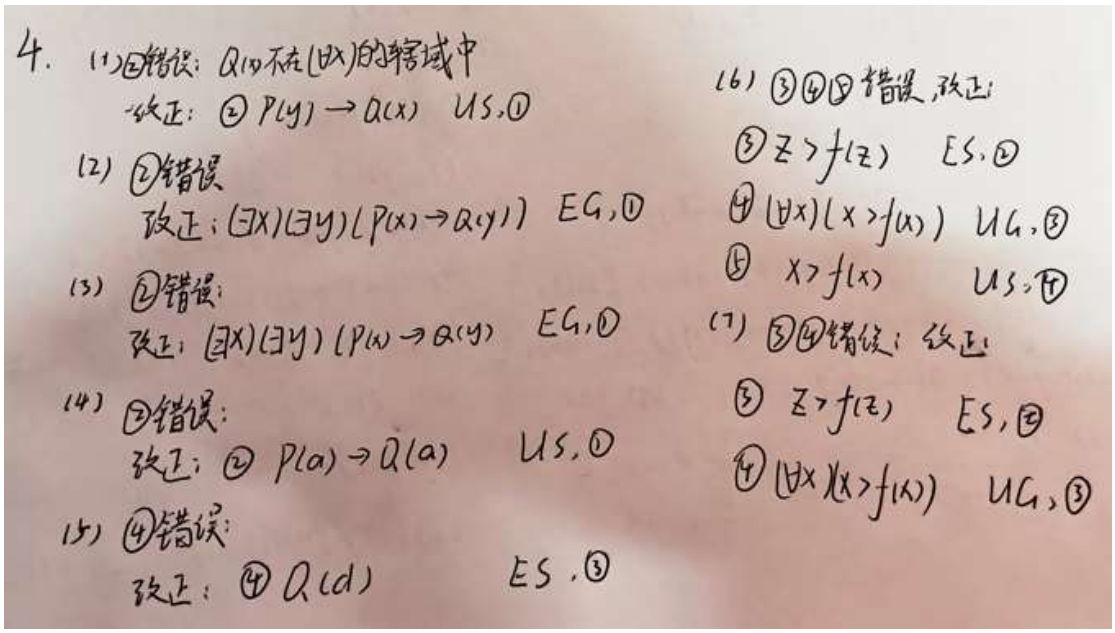
(4)

(4)	$(\forall x)(P(x) \to Q(x) \wedge R(x)), (\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \wedge R(x))$		
①	$(\forall x)(P(x) \to Q(x) \wedge R(x))$ P	②	$(\exists x)P(x)$ P
③	$P(c) \to P(c)$ EG, ②	④	$P(c) \to Q(c) \wedge R(c)$ US, ①
⑤	$Q(c) \wedge R(c)$ T, ③, ④ I	⑥	$R(c)$ T, ④, I
⑦	$P(c) \wedge R(c)$ T, ②, ⑥, I	⑧	$(\exists x)(P(x) \wedge R(x))$ EG, ⑦

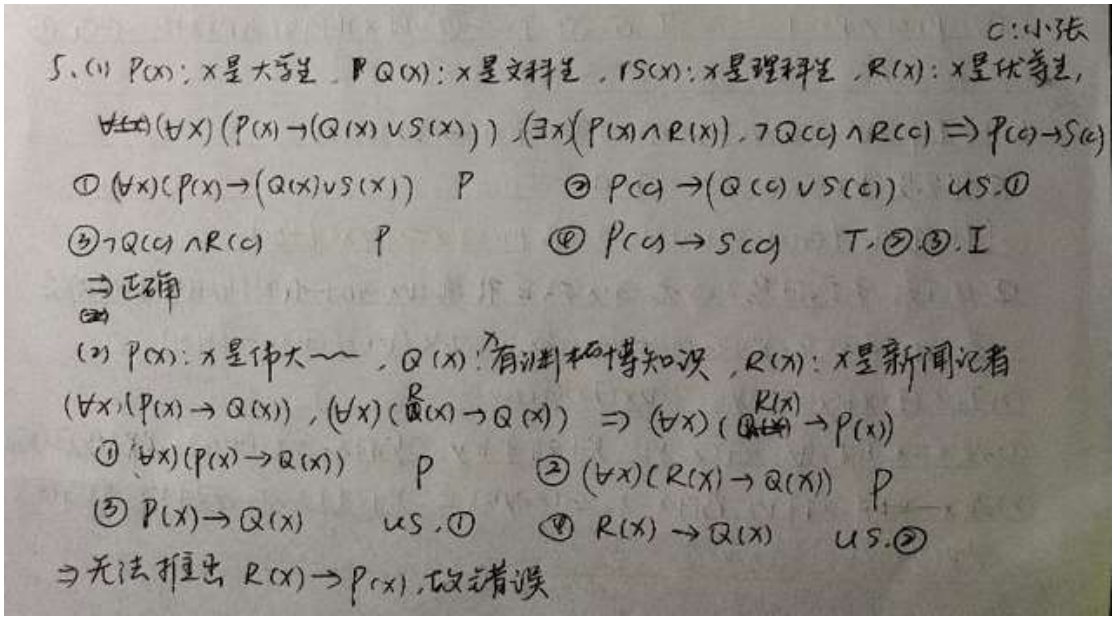
5.参考答案：


3. I_{19} (1) $(\forall x)G(x)$ P
(2) $G(c)$ US,(1)
(3) $(\forall x)(G(x)\to H(x))$ P
(4) $G(c)\to H(c)$ US,(3)
(5) $H(c)$ T,(2),(4),I
(6) $(\forall x)H(x)$ UG,(5)
反过来不成立，一个例子：
X_1 X_2
$G(x)$ 0 1
$H(x)$ 1 0
可以 $(\forall x)G(x)\to(\forall x)H(x)$ 为1
而 $(\forall x)(G(x)\to H(x))$ 为0
I_{21} (1) $(\exists x)(\forall y)G(x,y)$ P
(2) $(\forall y)G(c,y)$ ES,(1)
(3) $G(c,y)$ US,(2)
(4) $(\exists x)G(x,y)$ EG,(3)
(5) $(\forall y)(\exists x)G(x,y)$ UG,(4)
反过来不成立.
例如：
$G(x,y)$ x_1 x_2
y_1 1 0
y_2 0 1
$(\forall y)(\exists x)G(x,y)=1$
但 $(\exists x)(\forall y)G(x,y)=0$

6.参考答案：


4. (1)②错误：Q(y)不在(∀x)的辖域中
改正：② P(y)→Q(x) US,①
(2) ②错误
改正：(∃x)(∃y)(P(x)→Q(y)) EG,①
(3) ②错误：
改正：(∃x)(∃y)(P(x)→Q(y) EG,①
(4) ②错误：
改正：② P(a)→Q(a) US,①
(5) ④错误：
改正：④ Q(d) ES,③
(6) ③④⑤错误，改正：
③ z>f(z) ES,②
④ (∀x)(x>f(x)) UG,③
⑤ x>f(x) US,④
(7) ③④错误：改正
③ z>f(z) ES,②
④ (∀x)(x>f(x)) UG,③

7.参考答案：


C:小张
5.(1) P(x):x是大学生，Q(x):x是文科生，S(x):x是理科生，R(x):x是优等生，
(∀x)(P(x)→(Q(x)∨S(x))), (∃x)(P(x)∧R(x)), ¬Q(c)∧R(c) ⇒ P(c)→S(c)
① (∀x)(P(x)→(Q(x)∨S(x)) P ② P(c)→(Q(c)∨S(c)) US.①
③ ¬Q(c)∧R(c) P ④ P(c)→S(c) T.②③.I
⇒正确
(2) P(x):x是伟大～，Q(x):有判断和博知识，R(x):x是新闻记者
(∀x)(P(x)→Q(x)), (∀x)(R(x)→Q(x)) ⇒ (∀x)(R(x)→P(x))
① (∀x)(P(x)→Q(x)) P ② (∀x)(R(x)→Q(x)) P
③ P(x)→Q(x) US.① ④ R(x)→Q(x) US.②
⇒无法推出 R(x)→P(x)，故错误

(3) $P(x)$：x是偶数　$Q(x)$：x是同期数　$M(x)$：x是连续数

即：$(\forall x)(P(x)\to Q(x)),(\exists x)(P(x)\wedge M(x))\Rightarrow(\exists x)(Q(x)\wedge M(x))$

① $(\exists x)(P(x)\wedge M(x))$　P

② $P(c)\wedge M(c)$　ES, ①

③ $(\forall x)(P(x)\to Q(x))$　P

④ $P(c)\to Q(c)$　US, ③

⑤ $Q(c)$　T, ④, ②, I

⑥ $Q(c)\wedge M(c)$　T, ⑤, ②, I

⑦ $(\exists x)(Q(x)\wedge M(x))$　EG, ⑥　则正确

(4) 个体域：{人}　$P(x)$：x守信用　$Q(x)$：x可信赖　$M(x)$：x是政务

即 $(\forall x)(\neg P(x)\to\neg Q(x)),(\exists x)(Q(x)\wedge M(x))\Rightarrow(\exists x)(M(x)\wedge P(x))$

① $(\exists x)(Q(x)\wedge M(x))$　P

② $Q(c)\wedge M(c)$　ES, ①

③ $(\forall x)(\neg P(x)\to\neg Q(x))$　P

④ $\neg P(c)\to\neg Q(c)$　US, ③

⑤ $P(c)$　T, ④, ②, I

⑥ $M(c)\wedge P(c)$　T, ⑤, ②, I

⑦ $(\exists x)(M(x)\wedge P(x))$　EG, ⑥

(5) $P(x)$：x为玫瑰　$Q(x)$：x芬芳　$M(x)$：x若香　$F(x)$：x为蔷薇

$(\forall x)(P(x)\to(Q(x)\wedge M(x))),(\forall x)(F(x)\to(Q(x)\wedge M(x)))\Rightarrow(\forall x)(P(x)\to Q(x))$

① $(\forall x)(P(x)\to(Q(x)\wedge M(x)))$　P

② $P(c)\to Q(c)\wedge M(c)$　US, ①

③ $P(c)\to Q(c)$　T, ②

④ $(\forall x)(P(x)\to Q(x))$　UG, ③

则正确