

数据库系统原理

教程：数据库系统概论（第5版）

结合：CMU 15-445/645 INTRO TO DATABASE SYSTEMS

华中科技大学 计算机学院

左琼

第二章 关系数据库

2.1 关系数据结构及形式化定义

2.2 关系操作

2.3 关系的完整性

2.4 关系代数

2.5 关系演算

2.6 小结

案例：教学数据库有三个关系

问题：如何表示对该数据库的各种操作？

- 查询选修了“数据库”课程的学生姓名。 S
- 查询学习了1号课程但没学5号课程的学生学号和姓名。
- 查询选修了全部课程的学生学号。

<u>Sno</u>	Sname	Ssex	Sage	Sdept
95001	李勇	男	20	CS
95002	刘晨	女	19	IS
95003	王敏	女	18	MA
95004	张立	男	19	IS

C

<u>Cno</u>	Cname	先行课号 Cpno	Ccredit
1	数据库	5	4
2	数学		2
3	信息系统	1	4
4	操作系统	6	3
5	数据结构	7	4
6	数据处理		2

SC

<u>Sno</u>	<u>Cno</u>	Grade
95001	1	92
95001	2	85
95001	3	88
95002	2	90
95002	3	80

2.4 关系代数

□ **关系代数**——将**关系**作为**运算单位**(操作数), 用**关系代数表达式**表示的**运算方法**。

运算**对象**: 关系

运算**结果**: 关系

关系**操作**: 按运算符的不同主要分为两类:

- **传统的集合运算**: 把关系看成元组的集合, 从**行**的角度进行运算, 包括并、差、交和笛卡尔积等。
- **专门的关系运算**: 不仅从**行**的角度, 也从**列**的角度进行运算, 是为数据库的应用而引进的特殊运算, 包括选择、投影、连接和除法等。

2.4.1 传统的集合运算

- 传统的集合运算是二目运算。
- 并不是任意的两个关系都能进行这种集合运算，除笛卡尔积外，要求参加运算的关系必须具备相容性。

定义：设给定两个关系R、S，若满足：

- (1) 具有相同的度n，
- (2) R中第i个属性和S中第i个属性来自同一个域，则说关系R、S是相容的。

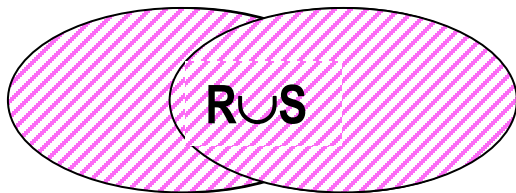
表 关系代数运算符

运算符	含义	运算符	含义
集合运算符	\cup	比较运算符	$>$ 大于
	$-$		\geq 大于等于
	\cap		$<$ 小于
	\times		\leq 小于等于
			$=$ 等于
			$<$ 不等于
			$>$

1. 并 (Union)

- 设两个关系R 和S:
 - 具有相同的目n (即两个关系都有n个属性)
 - 相应的属性取自同一个域

- R和S的并 (记为: $R \cup S$)
 - 仍为n 目关系, 由属于R 或属于S 的元组组成
 - $R \cup S = \{t | t \in R \vee t \in S\}$



R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b2	c2
a1	b3	c2
a2	b2	c1

$R \cup S$

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c2
a2	b2	c1
a1	b3	c2

实例:

- 选修了1号或者2号课程的学生选课记录。

2. 差 (difference)

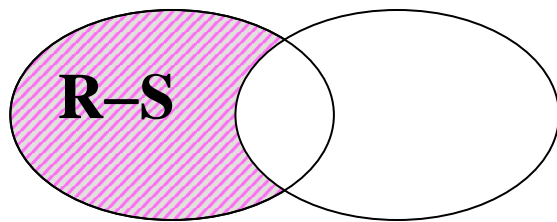
□ R 和 S

- 具有相同的目 n
- 相应的属性取自同一个域

□ $R - S$

- 仍为 n 目关系，由属于 R 而不属于 S 的所有元组组成

$$R - S = \{t \mid t \in R \wedge t \notin S\}$$



思考题 如何用差运算求补集?

R

A	B	C
a1	b1	c1
a1	b2	c2
a2	b2	c1

S

A	B	C
a1	b2	c2
a1	b3	c2
a2	b2	c1

$R - S$

A	B	C
a1	b1	c1

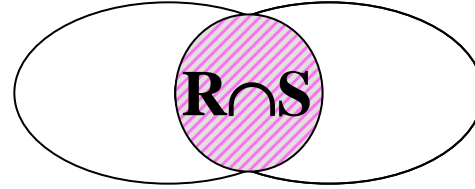
实例:

——选修了1号课程但没选2号课程的学生选课记录。

3. 交 (Intersection)

□ R和S

- 具有相同的目 n
- 相应的属性取自同一个域



□ $R \cap S$

- 仍为 n 目关系，由既属于 R 又属于 S 的元组组成

$$R \cap S = \{t \mid t \in R \wedge t \in S\}$$

- 而交运算为**非**基本运算，**不属于**最小操作完备集中的操作，可用差运算来表示：

$$R \cap S = R - (R - S) \text{ 或 } R \cap S = S - (S - R)$$

R	A	B	C
	a1	b1	c1
	a1	b2	c2
S	A	B	C
	a1	b2	c2
	a1	b3	c2
$R \cap S$	A	B	C
	a1	b2	c2
	a2	b2	c1

实例：

——**既**选修了1号课程**又**选修了2号课程的学生选课记录。

课堂练习:

□ 设R和S同为相容的k元关系，R有m个元组，S有n个元组，则关于 $R \cap S$ ，以下论述错误的是（ ）

A. 等于 $R - (R - S)$

B. 等于 $S - (S - R)$

☒ C. 最多有m个元组

D. 最少有0个元组

4. 笛卡尔积 (Cartesian Product)

□ 应用需求：应用程序中需查询来自两张表的信息，系统如何解决？

将两张表合并为一张表。

□ 严格地讲是广义笛卡尔积 (Extended Cartesian Product)

□ R: m 目关系, k1 个元组; S: n 目关系, k2个元组

□ $R \times S$: $R \times S = \{\overline{trts} \mid tr \in R \wedge ts \in S\}$

■ 列: (m+n) 列元组的集合

□ 元组的前 m 列是关系R的一个元组, 后 n 列是关系S的一个元组

■ 行: $k1 \times k2$ 个元组

□ 作用：将两个关系无条件的连接成一个新关系，可用于两关系的连接操作。

4.笛卡尔积

R	A	B	C
	a1	b1	c1
	a1	b2	c2
	a2	b2	c1

S	A	B	C
	a1	b2	c2
	a1	b3	c2
	a2	b2	c1

R × S

R.A	R.B	R.C	S.A	S.B	S.C
a1	b1	c1	a1	b2	c2
a1	b1	c1	a1	b3	c2
a1	b1	c1	a2	b2	c1
a1	b2	c2	a1	b2	c2
a1	b2	c2	a1	b3	c2
a1	b2	c2	a2	b2	c1
a2	b2	c1	a1	b2	c2
a2	b2	c1	a1	b3	c2
a2	b2	c1	a2	b2	c1

2.4.2 专门的关系运算

先引入几个记号：

(1) $R, t \in R, t[A_i]$

设关系模式为 $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$ ，它的一个关系设为 R ，

$t \in R$ 表示 t 是 R 的一个元组， $t[A_i]$ 则表示元组 t 中相应于属性 A_i 的一个分量。

(2) $A, t[A], \overline{A}$

若 $A = \{A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}\}$ ，其中 $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}$ 是 A_1, A_2, \dots, A_n 中的一部分，

则 A 称为属性列或属性组。

\overline{A} 则表示 $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 中去掉 $\{A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}\}$ 后剩余的属性组。

$t[A] = (t[A_{i_1}], t[A_{i_2}], \dots, t[A_{i_k}])$ 表示元组 t 在属性列 A 上诸分量的集合。

2.4.2 专门的关系运算

R

x1	Z1
x1	Z2
x1	Z3
x2	Z2
x2	Z3
x3	Z1
x3	Z3

x1在R 中的象集:

$$Z_{x1} = \{Z1, Z2, Z3\},$$

x2在R 中的象集:

$$Z_{x2} = \{Z2, Z3\},$$

x3在R 中的象集:

$$Z_{x3} = \{Z1, Z3\}$$

从R中选出在X上取值为x的元组，去掉X上的分量，只留Z上的分量

象集举例

象集例1

Z		X	
学号	姓名	性别	系别
0101	张	男	CS
0102	李	女	CS
0203	赵	男	MA
0103	吴	女	CS

关系模式: 学生(学号,姓名,性别,系别)

元组t: (0102,李,女,CS)

属性列**X**: {性别,系别}

t[性别,系别]: (女,CS)

属性组**Z**: {学号,姓名}

t[X] = (女,CS)

Z_x = ?

CS系全部女生的学号,姓名

例2

X		Z	
姓名	课程		
张蕊	物理		
王红	数学		
张蕊	数学		

x=张蕊

Z_x

课程
数学
物理

张蕊同学所选修的全部课程

2.4.2 专门的关系运算

表 关系代数运算符

运算符	含义		运算符	含义	
专门的关系运算符	σ	选择	逻辑运算符	\neg	非
	π	投影		\wedge	与
	\bowtie	连接		\vee	或
	\div	除			

1. 选择 (Selection)

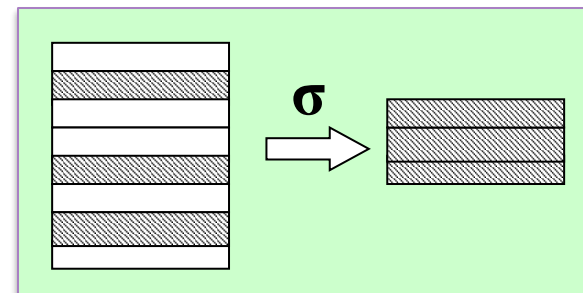
□ **选择操作**是根据某些条件对关系做水平分割，即选取符合条件的元组构成结果关系，又称为**限制 (Restriction)**。

□ 关系R关于公式F的选择记作：

■ $\sigma_F(R) = \{t \mid t \in R \wedge F(t) = \text{'真'}\}$

■ 其中： σ 为选择运算符，F为条件表达式，

$\sigma_F(R)$ 表示从R中挑选满足公式F的元组所构成的关系。



F：是一个**逻辑表达式**，基本形式为： $X_1 \theta Y_1$

F的组成：

❖ 运算对象：属性，常数(如数字)

❖ 运算符：**算术运算符** ($>$, \geq , $=$, $<$, \leq , \neq) ,
逻辑运算符 (\wedge , \vee , \neg)

1. 选择

[例1]

R

A	B	C
1	2	3
4	5	6
2	2	3

$$\sigma_{A>1 \wedge B=2}(R)$$

A	B	C
2	2	3

上式也可写作: $\sigma_{[1]>1 \wedge [2]=2}(R)$

[例2] 在S(Sno,Sname,Ssex,Sage,Sdept)上查询年龄小于20岁的学生。

$$\sigma_{Sage < 20}(S) \quad \text{或} \quad \sigma_{[4] < 20}(S)$$

Sno	Sname	Ssex	Sage	Sdept
201415122	刘晨	女	19	IS
201415123	王敏	女	18	MA
201415125	张立	男	19	IS

1. 选择

□ 例3：用关系表达式表达下列查询：

找前页关系S中计算机系(代号:'CS')全部的男生。

$\sigma_{Sdept='CS' \wedge Ssex='男'}(S)$

Sno	Sname	Ssex	Sage	Sdept
201515121	张晨	男	19	CS
201515123	李敏	男	18	CS
201515127	何立	男	19	CS

2. 投影 (Projection)

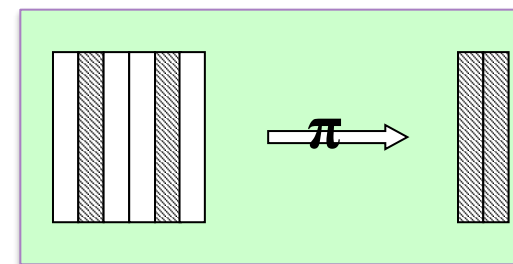
- 关系R上的**投影**是从R中选择出若干属性列组成新的关系。

$$\pi_A(R) = \{t[A] \mid t \in R\}$$

A为R中的属性列，可用列的属性名或列在关系中的序号表示。

- 特征：

- 1) 在**单**个关系上进行
- 2) 从**列**的角度进行运算
- 3) 投影的列可按自己的要求的顺序排列



- 作用：在关系中选择某些需要的列，并按要求组成一个新关系。
- 投影操作主要是从**列**的角度进行运算。
- 投影的结果中要去掉相同的行（**避免重复行**）。Why?
 - 投影之后不仅取消了原关系中的某些列，而且还可能取消某些元组。

2. 投影

□ 例1：求关系 R 在 A、C 两列上的投影。

解：关系代数表达式为： $\pi_{A,C}(R)$ 或 $\pi_{[1],[3]}(R)$

R		
A	B	C
1	2	3
4	5	6
2	2	3

$\pi_{A,C}(R)$	
A	C
1	3
4	6
2	3

$\pi_{B,C}(R)$	
B	C
2	3
5	6

□ 例2：

□ 给出所有学生的姓名和年龄

$\Pi_{Sname, Sage}(S)$

□ 找001号学生所选修的课程号

$\Pi_{C\#}(\sigma_{S\#='001'}(SC))$

$S(S\#, Sname, Sage)$
 $Course(C\#, Cname)$
 $SC(C\#, S\#, Score)$

投影与选择

- **复合运用投影、选择、笛卡尔积运算**，可从任意n张表中截取满足条件的子表

- 例3:

列出CS系和MA系学生的学号和姓名。

- 方案1:

$$\Pi_{SNO, SNA}(\sigma_{DEPT = 'CS' \vee DEPT = 'MA'}(S))$$

- 方案2:

$$\Pi_{SNO, SNA}(\sigma_{DEPT = 'CS'}(S)) \cup \Pi_{SNO, SNA}(\sigma_{DEPT = 'MA'}(S))$$

S

SNO	SNA	SEX	DEPT
0101	张	男	CS
0102	李	女	CS
0203	赵	男	MA
0103	吴	女	CS

3. 连接 (Join)

- 连接也称为 θ 连接;
- 连接运算是从两个关系的笛卡尔积中选取满足连接条件的元组, 记作:

$$\mathbf{R} \bowtie_{A\theta B} \mathbf{S} = \{ t_r \frown t_s \mid t_r \in R \wedge t_s \in S \wedge t_r[A] \theta t_s[B] \}$$

- 其中:
 - A和B分别为R和S上度数相等且可比的属性组。
 - θ 是比较运算符 ($> \geq = < \leq \neq$) 。
 - 连接运算从R和S的广义笛卡尔积 $R \times S$ 中选取 (R关系) 在A属性组上的值与 (S关系) 在B属性组上值满足比较关系 θ 的元组

3. 连接

2类常用连接运算：

两个关系参加运算，
不一定有公共属性

□ **等值连接 (equijoin)**： θ 为 “=” 的连接运算。

$$R \bowtie_{A=B} S = \{ \widehat{t_r t_s} \mid tr \in R \wedge ts \in S \wedge tr[A] = ts[B] \}$$

含义：从关系R 与S 的广义笛卡尔积中选取A、B 属性值相等的那些元组。

□ **自然连接 (natural join)**：是一种特殊的等值连接：

- 两个关系中进行比较的分量必须是相同的属性组；
- 在结果中把重复的属性列去掉。

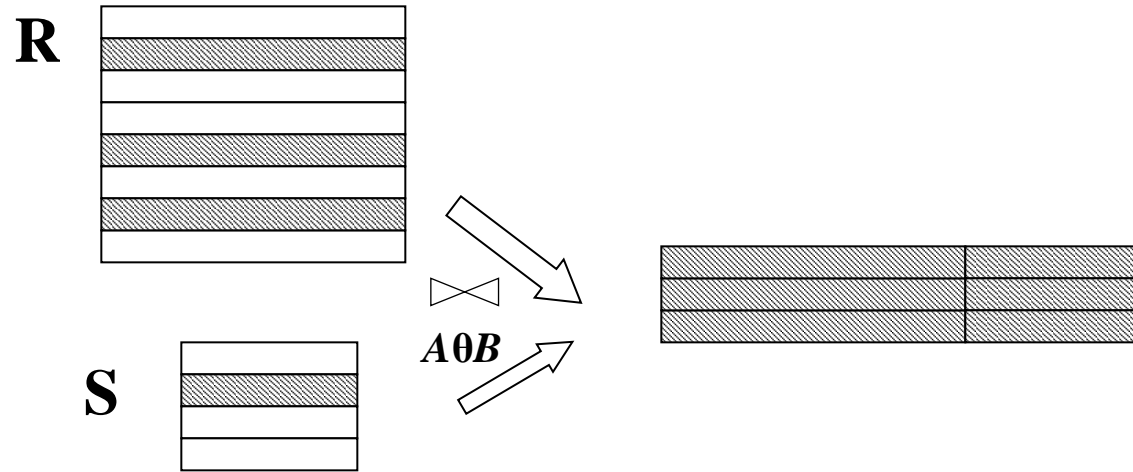
$$R \bowtie S = \{ \widehat{t_r t_s} \mid tr \in R \wedge ts \in S \wedge tr[B] = ts[B] \}$$

□ R 和S 具有相同的属性组B

□ 当R与S无相同属性时， $R \bowtie S = R \times S$

3. 连接

- 一般的连接操作是从行的角度进行运算。



- 自然连接还需要取消重复列，所以是同时从行和列的角度进行运算。
- 自然连接的本质是将两张有关联的表，按照元组之间在属性B（外码）上的等值关系，合并为一张表。

连接示例

运算步骤:

- 1) 求笛卡尔积 $R \times S$
- 2) 选择其中满足 $A \theta B$ 的元组

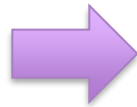
$R \times S$

R

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9

S

C	D
a	7
b	8



A	B	R.C	S.C	D
1	2	3	a	7
1	2	3	b	8
4	5	6	a	7
4	5	6	b	8
7	8	9	a	7
7	8	9	b	8

$R \bowtie S$
[3]>[2]

或

$R \bowtie S$
C>D

A	B	R.C	S.C	D
7	8	9	a	7
7	8	9	b	8

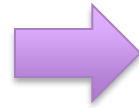
自然连接示例

R

A	B	C
a	b	c
b	a	f
c	b	d

S

B	E	F
b	c	f
g	h	i



1) 计算 $R \times S$

A	R.B	C	S.B	E	F
a	b	c	b	c	f
a	b	c	g	h	i
b	a	f	b	c	f
b	a	f	g	h	i
c	b	d	b	c	f
c	b	d	g	h	i

A	R.B	C	S.B	E	F
a	b	c	b	c	f
c	b	d	b	c	f

2) 选择 $R.B = S.B$ 的元组

3) 去掉重复属性

A	B	C	E	F
a	b	c	c	f
c	b	d	c	f

3. 连接 (续)

- **问题：自然连接会丢失信息，需引入新的连接运算**
例如：student ⋈ sc 会将一个未选课的学生丢失

- **外连接**

如果把舍弃的元组也保存在结果关系中，而在其他属性上填空值(Null)，这种连接就叫做外连接 (OUTER JOIN)。

- **左外连接**

如果只把左边关系R中要舍弃的元组保留就叫做左外连接(LEFT OUTER JOIN或LEFT JOIN)

- **右外连接**

如果只把右边关系S中要舍弃的元组保留就叫做右外连接(RIGHT OUTER JOIN或RIGHT JOIN)。

连接例子

一般连接 $R \bowtie_{C < E} S$ 的结果如下:

R

A	B	C
a1	b1	5
a1	b2	6
a2	b3	8
a2	b4	12

S

B	E
b1	3
b2	7
b3	10
b3	2
b5	2

$R \bowtie_{C < E} S$

A	R.B	C	S.B	E
a ₁	b ₁	5	b ₂	7
a ₁	b ₁	5	b ₃	10
a ₁	b ₂	6	b ₂	7
a ₁	b ₂	6	b ₃	10
a ₂	b ₃	8	b ₃	10



连接例子

等值连接 $R \bowtie S$ 的结果
如下:

$R.B=S.B$

R

A	B	C
a1	b1	5
a1	b2	6
a2	b3	8
a2	b4	12

S

B	E
b1	3
b2	7
b3	10
b3	2
b5	2



A	$R.B$	C	$S.B$	E
a_1	b_1	5	b_1	3
a_1	b_2	6	b_2	7
a_2	b_3	8	b_3	10
a_2	b_3	8	b_3	2

连接例子

自然连接 $R \bowtie S$ 的结果如下:

R			S	
A	B	C	B	E
a1	b1	5	b1	3
a1	b2	6	b2	7
a2	b3	8	b3	10
a2	b4	12	b3	2
			b5	2



A	B	C	E
a_1	b_1	5	3
a_1	b_2	6	7
a_2	b_3	8	10
a_2	b_3	8	2

连接例子

关系 R 和关系 S 的外连接、
左外连接、右外连接：

R	A	B	C	S	B	E
	a1	b1	5		b1	3
	a1	b2	6		b2	7
	a2	b3	8		b3	10
	a2	b4	12		b3	2
					b5	2



A	B	C	E
a_1	b_1	5	3
a_1	b_2	6	7
a_2	b_3	8	10
a_2	b_3	8	2
a_2	b_4	12	NULL
NULL	b_5	NULL	2

(a) 外连接

A	B	C	E
a_1	b_1	5	3
a_1	b_2	6	7
a_2	b_3	8	10
a_2	b_3	8	2
a_2	b_4	12	NULL

(b) 左外连接

A	B	C	E
a_1	b_1	5	3
a_1	b_2	6	7
a_2	b_3	8	10
a_2	b_3	8	2
NULL	b_5	NULL	2

(c) 右外连接

外连接运算

□ 外连接 外连接运算是**扩展运算**，可以用其它运算代数表达式表示。

□ 例如： 左外连接可以写成：

$$(r \bowtie s) \cup (r - \pi_R(r \bowtie s)) \times \{(null, \dots, null)\}$$

分析：问题的关键是如何求r与s的自然连接后丢失的r中元组？

解决方法：利用减法运算求补集

说明：表达式 $r - \pi_R(r \bowtie s)$ 为所需丢失元组

□ 思考题：写出右外连接和全连接的代数式

关系运算综合举例

常用的代数思维解决方法：

1) 整体法

- 首先分析所需信息来自哪些表
- 其次用适当的连接运算合并表
- 再用选择运算 σ_P 行分解表，通过P去除无用元组
- 最后用投影运算 π_A 列分解表，通过A选择所需结果

2) 分步法

- 首先将问题分解为多个简单步骤（可用单表解决）
- 其次对最里层的问题用一个代数表达式表示结果
- 再将结果作为已知值，代入上一层步骤中

注：分步法也可以是从外层向里层的迭代过程

案例：教学数据库有三个关系：

C

<u>Cno</u>	Cname	先行课号 Cpno	Ccredit
1	数据库	5	4
2	数学		2
3	信息系统	1	4
4	操作系统	6	3
5	数据结构	7	4
6	数据处理		2

S

<u>Sno</u>	Sname	Ssex	Sage	Sdept
95001	李勇	男	20	CS
95002	刘晨	女	19	IS
95003	王敏	女	18	MA
95004	张立	男	19	IS

SC

<u>Sno</u>	<u>Cno</u>	Grade
95001	1	92
95001	2	85
95001	3	88
95002	2	90
95002	3	80

关系运算综合举例

例：查询选修了一门其直接先行课为5号课程的学生姓名。

□ 解法1：整体法

问题分析：

1) 该查询是查找选过...课程的学生，所以先将学生表、选修表、课程表合并

$\text{Course} \bowtie \text{SC} \bowtie \text{Student}$

2) 再确定选择运算谓词P为cpno=5

$\sigma_{\text{Cpno} = '5'} (\text{Course} \bowtie \text{SC} \bowtie \text{Student})$

3) 最后投影所需的学生姓名即可

$\pi_{\text{Sname}} (\sigma_{\text{Cpno} = '5'} (\text{Course} \bowtie \text{SC} \bowtie \text{Student}))$

关系运算综合举例

□ 解法2: 分步法

1) 找出先修课为5的课程:

$$\sigma_{Cpno='5'}(Course)$$

2) 找出选过上表达式结果的选课元组中学号:

$$\pi_{Sno} (SC \bowtie \sigma_{Cpno='5'}(Course))$$

3) 从学生表中找出学号为上一步结果的学生:

$$\pi_{Sname} (\pi_{Sno} (SC \bowtie \sigma_{Cpno='5'}(Course)) \bowtie Student)$$

□ 提问: 上述例子中我们通过自然连接实现了选择运算的功能能否用嵌套方法实现选择? 例如: 第二步改为:

$$\sigma_{cno=\pi_{cno}(\sigma_{Cpno='5'}(Course))}(SC) \quad ?$$

关系运算综合举例

Student (Sno, Sname, Ssex, Sage, Sdept)

Course (Cno, Cname, Cpno, Ccredit)

SC (Sno, Cno, Grade)

[上例] 查询至少选修了一门其直接先行课为5号课程的学生姓名。

解答:

$\pi_{\text{Sname}}(\sigma_{\text{Cpno}=5}(\text{Course} \bowtie \text{SC} \bowtie \text{Student}))$

或

$\pi_{\text{Sname}}(\sigma_{\text{Cpno}=5}(\text{Course}) \bowtie \text{SC} \bowtie \pi_{\text{Sno}, \text{Sname}}(\text{Student}))$

或

$\pi_{\text{Sname}}(\pi_{\text{Sno}}(\sigma_{\text{Cpno}=5}(\text{Course}) \bowtie \text{SC}) \bowtie \pi_{\text{Sno}, \text{Sname}}(\text{Student}))$

回顾案例：教学数据库有三个关系：

C

<u>Cno</u>	Cname	先行课号Cpno	Ccredit
1	数据库	5	4
2	数学		2
3	信息系统	1	4
4	操作系统	6	3
5	数据结构	7	4
6	数据处理		2

S

<u>Sno</u>	Sname	Ssex	Sage	Sdept
95001	李勇	男	20	CS
95002	刘晨	女	19	IS
95003	王敏	女	18	MA
95004	张立	男	19	IS

SC

<u>Sno</u>	<u>Cno</u>	Grade
95001	1	92
95001	2	85
95001	3	88
95002	2	90
95002	3	80

求解：如何表示对该数据库的各种操作？

□ 查询选修了“数据库”课程的学生姓名。

$\pi_{Sname}(\sigma_{Cname='数据库'}(Course \bowtie SC \bowtie Student))$

□ 查询学习了1号课程但没学5号课程的学生学号和姓名。

$\pi_{Sno, Sname}((\pi_{Sno}(\sigma_{Cno='1'}(SC)) - \pi_{Sno}(\sigma_{Cno='5'}(SC))) \bowtie Student)$

□ 查询选修了全部课程的学生学号。

4. 除 (Division)

- **引入动机**: 在查询中, 经常需要查询包含短语 “**所有的**” 这样的查询。
- **例**: 找出选过学分为3分的所有课程的学生?

解题思路: 1) 找出学分为3分的所有课程;

2) 从选课表中, 找出学生, 其所选课程包含1) 中结果;

解: 1) 令 $S = \pi_{cno} (\sigma_{Ccredit=3}(Course))$

2) 对选课表按照Sno**分组**: $_{sno}G(SC)$, 表示每个学生选了哪些课程为一组

3) 令 S' = 分组以后的由Cno构成的表; 若 S' 包含 S , 则将这样的学生放入结果集, 记作:

$$SC \div \pi_{cno} (\sigma_{Ccredit=3}(Course))$$

- **语义**: $R \div S$ 是指从 R 中去除哪些不包含 S 的元组, 即: 从 R 中查找 “**选过所有的 S ”** 的查询。

4. 除 (Division)

给定关系 $R(X, Y)$ 和 $S(Y, Z)$, 其中 X, Y, Z 为属性组。

- R 中的 Y 与 S 中的 Y 可以有不同的属性名, 但必须出自相同的域集。
- R 与 S 的除运算得到一个新的关系 $P(X)$,
- P 是 R 中满足下列条件的元组在 X 属性列上的投影:

元组在 X 上分量值 x 的象集 Y_x 包含 S 在 Y 上投影的集合, 记作:

$$R \div S = \{t_r[X] \mid t_r \in R \wedge \pi_Y(S) \subseteq Y_x\}$$

Y_x : x 在 R 中的象集, $x = t_r[X]$

- 除操作是同时从行和列角度进行运算

4. 除

为方便起见，我们假设 S 的属性为 R 中后 s 个属性。

$R \div S$ 的具体计算过程如下：

$$1) T = \pi_{1,2,\dots,r-s}(R)$$

$$2) W = (T \times S) - R$$

$$3) V = \pi_{1,2,\dots,r-s}(W)$$

$$4) R \div S = T - V$$

$$\text{即 } R \div S = \pi_{1,2,\dots,r-s}(R) - \pi_{1,2,\dots,r-s}((\pi_{1,2,\dots,r-s}(R) \times S) - R)$$

R

A	B	C	D
a	b	c	d
a	b	e	f
a	b	d	e
b	c	e	f
e	d	c	d
e	d	e	f

S

C	D
c	d
e	f

$$1) T = \pi_{A,B}(R)$$

A	B
a	b
b	c
e	d

$$2) W = (T \times S) - R$$

A	B	C	D
a	b	c	d
a	b	e	f
b	c	c	d
b	c	e	f
e	d	c	d
e	d	e	f

$$3) V = \pi_{A,B}(W)$$

A	B
b	c

$$4) R \div S = T - V$$

A	B
a	b
e	d

$$R \div S = \Pi_X(R) - \Pi_X(\Pi_X(R) \times \Pi_Y(S) - R)$$

例如：求选修了所有课程的学生姓名（R÷S公式理解）

课程表

课程
数学
物理

$\Pi_{\text{姓名}}(\text{选课表})$

姓名
张军
王红

×

=

姓名	课程
张军	物理
王红	数学
张军	数学
王红	物理

所有学生选修全部课程

姓名	课程
张军	物理
王红	数学
张军	数学
王红	物理

选课表

姓名	课程
张军	物理
王红	数学
张军	数学

-

=

$\Pi_{\text{姓名}}$

姓名
王红

没有选修全部课程的学生

姓名
张军
王红

-

姓名
王红

=

姓名
张军

选修了全部课程的学生

除——例题

□ 例：设关系R、S 分别为下图的(a)和(b)， $R \div S$ 的结果为图(c)

R		
A	B	C
a_1	b_1	c_2
a_2	b_3	c_7
a_3	b_4	c_6
a_1	b_2	c_3
a_4	b_6	c_6
a_2	b_2	c_3
a_1	b_2	c_1

(a)

S		
B	C	D
b_1	c_2	d_1
b_2	c_1	d_1
b_2	c_3	d_2

(b)

$R \div S$
A
a_1

(c)

只有 a_1 的象集包含了S在(B, C)属性组上的投影

在关系R中，A可以取四个值{ a_1, a_2, a_3, a_4 }
 a_1 的象集为 {(b_1, c_2), (b_2, c_3), (b_2, c_1)}
 a_2 的象集为 {(b_3, c_7), (b_2, c_3)}
 a_3 的象集为 {(b_4, c_6)}
 a_4 的象集为 {(b_6, c_6)}

除——分析

□ 例题变形：求选修了所有课程的学生姓名。

姓名	课程	成绩
张军	物理	88
王红	数学	80
张军	数学	90

÷

课程
数学
物理

=

姓名
张军

选修了全部课程
的学生的姓名

对不对?

No

除

正确的写法是:

$\Pi_{\text{姓名, 课程}}(R) \div S$

R

姓名	课程	成绩
张军	物理	88
王红	数学	80
张军	数学	90

S

课程
数学
物理

\div

$\Pi_y(S) = \{\text{课程}\}, Y_x = \{\text{课程}\},$
 $X = \{\text{姓名}, \text{成绩}\}$

$R \div S =$



X	Y

Y	Z

$\Pi_y(S) \subseteq Y_x$

$\{\text{张军}, 88\} = \{\text{物理}\},$

$\{\text{王红}, 80\} = \{\text{数学}\},$

$\{\text{张军}, 90\} = \{\text{数学}\}$

没有哪个X的象集包含了
 $\{\text{物理}, \text{数学}\}$, 所以答
 案应该是**空集**!

除运算示例

例：查询选修了全部课程的学生号码和姓名。

解：与上题类似：

$$\pi_{Sno, Cno} (SC) \div \pi_{Cno} (Course)$$

是选过全部课程的学生号；

将其与Student自然合并，为所需结果：

$$\pi_{Sno, Cno} (SC) \div \pi_{Cno} (Course) \bowtie \pi_{Sno, Sname} (Student)$$