

基本的计数原则:除法法则

- **除法法则**: 如果一个任务能由一个可以用 n 种方式完成的过程实现, 而对于每种完成任务的方式 w , 在 n 种方式中正好有 d 种与之对应, 那么完成这个任务的方法数为 n/d .
- 可以用集合的方式来描述除法法则: 如果一个有限集 A 是 n 个有 d 个元素的互斥集合的并集, 那么 $n = |A|/d$.
- 也可以用函数的方式定义除法法则: 如果 f 是一个 A 到 B 的函数, A 和 B 都是有限集合, 那么对于每一个取值 $y \in B$, 正好有 d 个值 $x \in A$ 使得 $f(x) = y$, 那么 $|B| = |A|/d$.

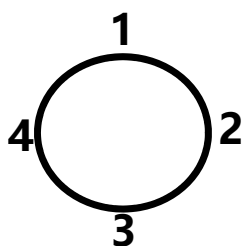
【相关基础知识: 并集 \cup 的概念, 函数的概念】

基本的计数原则:除法法则

- 例:在牧场中有一个计数奶牛腿数的系统. 该系统共统计该牧场上有572条腿, 则该牧场有多少只奶牛? 假设每只奶牛都有4条腿, 并且该牧场没有其他动物.
- 解:如果牧场的奶牛腿数为 n , 而每只奶牛有4条腿, 那么该牧场有 $n/4$ 只奶牛. 现在 $n=572$, 所以共有 $n/4=143$ 只奶牛.

基本的计数原则:除法法则

□例:4个人坐一个圆桌, 有多少种坐法? 其中如果每个人左右相邻的人都相同就认为是同一种坐法.



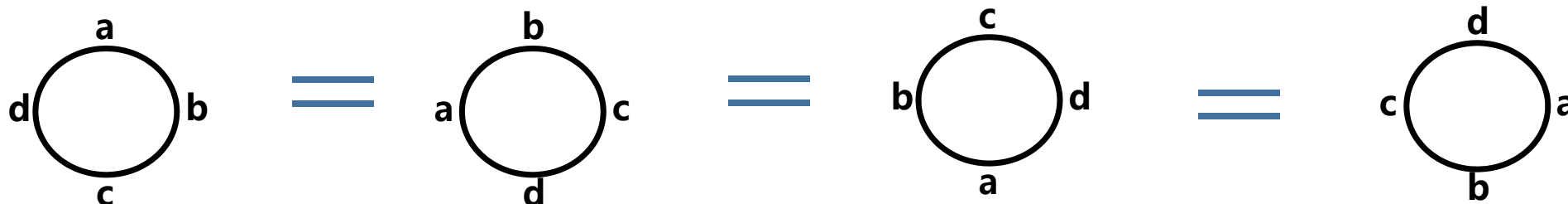
abcd四个人。

座位1选择a时: **a**bcd;ab**b**c;ac**b**d;acdb;**a**dcb;ad**b**c 6种坐法

座位1选择b时: **b**acd;**b**adc;bcad;**b**cd**a**;bdac;**b**dca 6种坐法

.....

共计6*4种坐法



这四种坐法是等价的

基本的计数原则:除法法则

□解:

随意选圆桌的一个椅子标记为座位1, 然后顺时针标记剩下的椅子为2,3,4. 座位1有4种选择坐人的方法, 座位2有3种, 座位3有2种, 座位4有1种. 因此 $4! = 24$ 种方法将4个人安排.

然而, 座位1可选的4种坐法中都会产生相同的安排, 因为我们仅将一个人左边或右边的人不一样才视作两种不同的安排. 因为有4种选择人坐在座位1的方法, 所以根据除法法则, 共有 $24/4 = 6$ 种坐法.

树图

- 我们还可以使用**树图**求解计数问题. 一颗树由根、从根出发的许多分支, 以及可能从其他分支端点出发的新的分支构成.
- 在计数中使用树时, 我们用一个分支表示每个可能的选择, 用树叶表示可能的结果. 这些树叶是某些分支的端点, 从这些端点不再进一步分支.
- 当用树图求解计数问题时, 为到达一片树叶所做的选择个数可能是不同的.

【相关基础知识: 树的概念】

树图

- 例: 某衣服有五种不同的规格: S, M, L, XL, XXL. 其中XL有颜色:红, 绿, 黑. XXL有颜色:绿, 黑. 其他都有颜色:白, 红, 绿, 黑. 如果每种规格和颜色的衣服至少一件, 那么至少需要库存多少件该衣服?
- 解:如下所示给出了树图, 共需要17件该衣服.

