

## 《离散数学二》第八次作业

1. 给定下列谓词公式, 试问哪些公式是有效公式 (也称重言式), 哪些是矛盾公式, 哪些是可满足公式。(10 分)

- (1)  $(\forall x)(\neg P(x) \rightarrow \neg P(x))$ ;
- (2)  $(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)P(x)$ ;
- (3)  $(\exists x)P(x) \rightarrow (\forall x)P(x)$ ;
- (4)  $\neg(P(x) \rightarrow (\forall y)(G(x, y) \rightarrow P(x)))$ ;
- (5)  $(\forall x)(\exists y)P(x, y) \rightarrow (\exists x)(\forall y)P(x, y)$ ;
- (6)  $(\forall x)(\forall y)P(x, y) \leftrightarrow (\forall x)(\forall y)P(x, y)$ ;
- (7)  $\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow (\forall y)Q(y)) \wedge (\forall y)Q(y)$ ;
- (8)  $\neg(\forall x)Q(x) \leftrightarrow (\exists x)(\neg Q(x))$ ;
- (9)  $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow ((\forall x)P(x) \wedge (\forall y)Q(y))$ ;
- (10)  $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \rightarrow ((\forall x)P(x) \vee (\forall y)Q(y))$ .

2. 用基本的等价关系验证下述论断是否有效。(18 分)

- (1)  $P \rightarrow Q, R \wedge S, \neg Q \Rightarrow P \wedge S$ ;
- (2)  $P \vee \neg R, Q \vee S, R \rightarrow (S \wedge P) \Rightarrow S \rightarrow P$ ;
- (3)  $\neg(P \wedge \neg Q), \neg Q \vee R, \neg Q \Rightarrow \neg P$ ;
- (4)  $\neg P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, R \rightarrow P \Rightarrow P \vee Q \vee R$ ;
- (5)  $P, Q \rightarrow R, R \vee S \Rightarrow Q \rightarrow S$ ;
- (6)  $\neg Q \wedge R, R \wedge P, Q \Rightarrow P \vee \neg Q$ .

3. 指出下面演绎推理中的错误, 并给出正确推理。(3 分)

- |  |                |
|--|----------------|
| (1) $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$ | P              |
| (2) $P(y) \rightarrow Q(y)$              | US, (1)        |
| (3) $(\exists x)P(x)$                    | P              |
| (4) $P(y)$                               | ES, (3)        |
| (5) $Q(y)$                               | T, (2), (4), I |
| (6) $(\exists x)Q(x)$                    | EG, (5)        |

备注:

规则 P, 前提引入;

US, 全称实例规则; UG, 全称引入规则;

EG, 存在引入规则; ES, 存在实例规则。

规则 T(逻辑结果引用规则): 在推导的过程中, 可以随时引入公式 S, 该公式 S 是由其前的一个或多个公式推导出来的逻辑结果;

4. 构造下列推理的证明。(20 分)

$$(1) (\forall x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x)), (\forall x)\neg Q(x) \Rightarrow (\exists x)P(x);$$

$$(2) \neg((\exists x)P(x) \wedge Q(c)) \Rightarrow (\exists x)P(x) \rightarrow \neg Q(c);$$

$$(3) (\exists x)P(x) \rightarrow (\forall y)((P(y) \vee Q(y)) \rightarrow R(y)), (\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)R(x);$$

$$(4) (\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x) \wedge R(x)), (\exists x)P(x) \Rightarrow (\exists x)(P(x) \wedge R(x)).$$

5. 请证明  $I_{19}$  和  $I_{21}$ , 并论证这两个推理反过来是否成立。(10 分)

$$I_{19}: (\forall x)(G(x) \rightarrow H(x))$$

$$\Rightarrow (\forall x)G(x) \rightarrow (\forall x)H(x);$$

$$I_{21}: (\exists x)(\forall y)G(x, y) \Rightarrow (\forall y)(\exists x)G(x, y);$$

6. 指出下列各小题中推导的错误, 并加以改正。(14 分)

(1) ① $(\forall x)P(x) \rightarrow Q(x)$	P
② $P(y) \rightarrow Q(y)$	US, ①
(2) ① $P(a) \rightarrow Q(b)$	P
② $(\exists x)(P(x) \rightarrow Q(x))$	EG, ①
(3) ① $P(x) \rightarrow Q(c)$	P
② $(\exists x)(P(x) \rightarrow Q(x))$	EG, ①
(4) ① $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$	P
② $P(a) \rightarrow Q(b)$	US, ①
(5) ① $(\exists x)P(x)$	P
② $P(c)$	ES, ①
③ $(\exists x)Q(x)$	P
④ $Q(c)$	ES, ③
(6) ① $(\forall x)(\exists y)(x > y)$	P
② $(\exists y)(z > y)$	US, ①
③ $z > c$	ES, ②
④ $(\forall x)(x > c)$	UG, ③
⑤ $c > c$	US, ④
(7) ① $(\forall x)(\exists y)(x > y)$	P
② $(\exists y)(z > y)$	US, ①
③ $z > c$	ES, ②
④ $(\forall x)(x > x)$	UG, ③

备注：规则 P，前提引入；

US，全称实例规则；UG，全称引入规则；

EG，存在引入规则；ES，存在实例规则。

## 7. 将下列命题符号化，并证明论证是否正确。(25 分)

(1) 每一个大学生，不是文科学生，就是理工科学生；有的大学生是优等生；小张不是文科生，但他是优等生。因而，如果小张是大学生，他就是理工科学生。

(2) 伟大的物理学家都具有渊博的知识；新闻记者具有渊博的知识。所以新闻记者是伟大的物理学家。

(3) 三角函数都是周期函数；一些三角函数是连续函数。所以一些周期函数是连续函数。

(4) 不守信用的人是不可信赖的；有些可以信赖的人是受过教育的。因此，有些受过教育的人是守信用的。

(5) 所有的玫瑰和蔷薇都是芳香而带刺的。因此，所有的玫瑰都是带刺的。