



Chapter 12

三相正弦稳态电路

12.2 三相电路

Three-phase circuits

12.3 对称三相电路分析

Analysis of balanced three-phase circuits

12.4 不对称三相电路分析

Analysis of unbalanced three-phase circuits

12.5 三相电路的功率

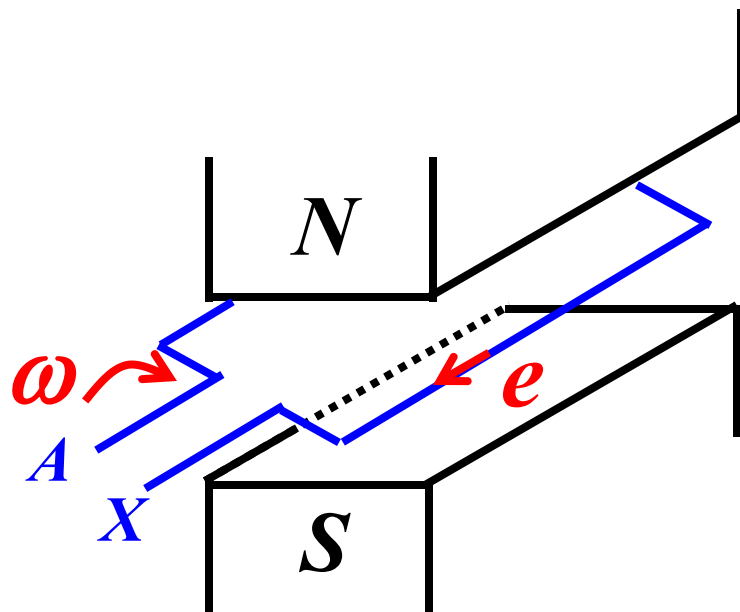
Power of three-phase circuits

12.2三相电路 Three-phase circuits

单相电动势的产生

在两磁极中间，放一个线圈，
让线圈以 ω 的角速度顺时针
旋转。

根据右手定则可知，线圈中
产生感应电动势，其方向由
 $A \rightarrow X$ 。



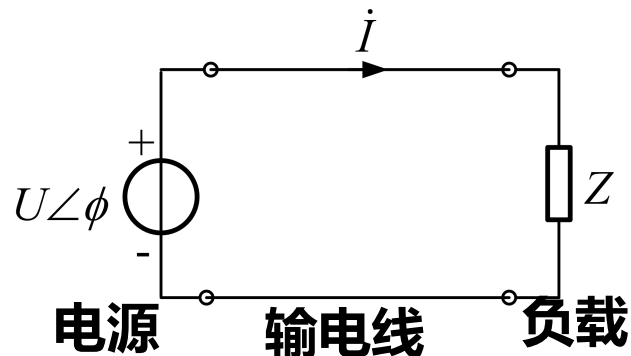
合理设计磁极形状，使磁通按正弦规律分布，线圈两
端便可得到单相交流电动势。

$$e_{AX} = \sqrt{2}E \sin \omega t$$

12.2三相电路 Three-phase circuits

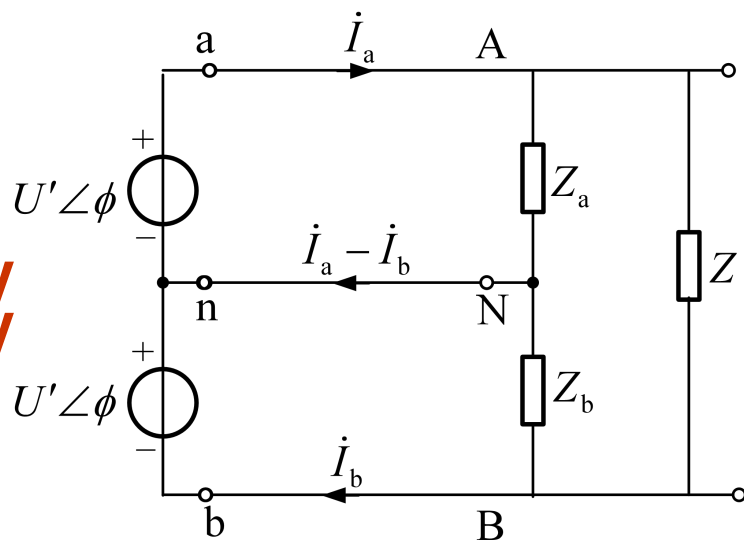
1. 单相电路 Single-phase circuit

3-12kW家用小型柴油发电机组
全球联保 城乡覆盖 上门调试
24小时热线: 15918254112



单相二线制

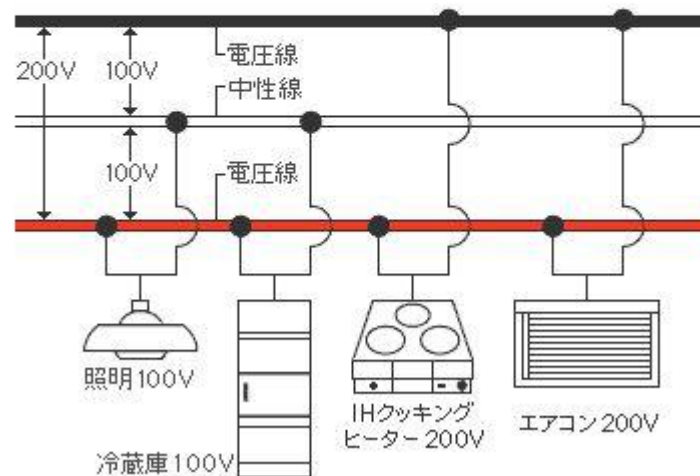
「单相3線式」は、3本の電線のうち真ん中の中性線と上または下の電圧線を利用すれば100ボルト、中性線以外の上と下の電圧線を利用すれば200ボルトが利用できます。「单相2線式」は、電圧線と中性線の2本の線を利用するので、100ボルトしか使用することができません。



单相三线制

美国民用电:
小负荷120V
大负荷240V

■「单相3線式100ボルト/200ボルト」の配線図

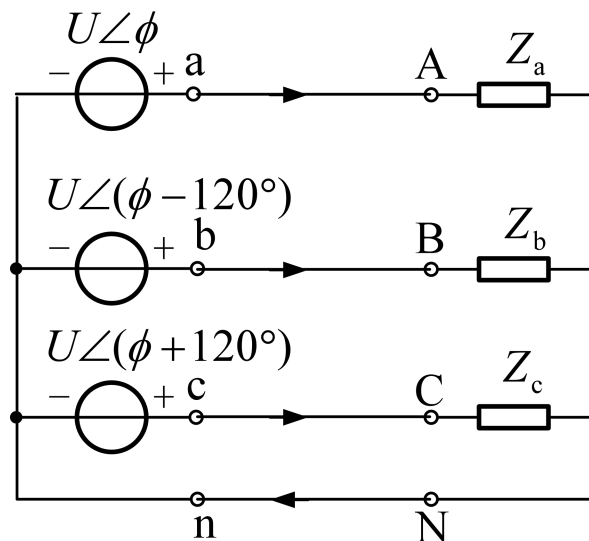


12.2 三相电路 Three-phase circuits

目前电力系统的供电方式基本上都采用三相制，因此，不论在通讯系统、工农业生产中，实际使用的交流电源都是三相电源，而日常生活所用的单相电源，多数也取自三相电源中的一相。

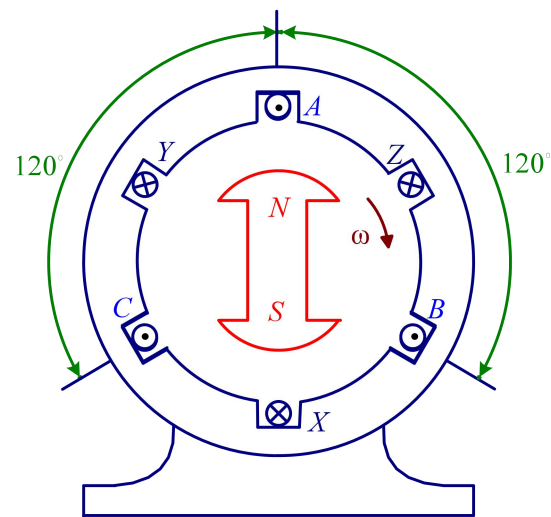
三相发电机比单相发电机输出的功率高，在生产中大量使用的交流电动机、三相电动机比单项电动机性能平稳可靠，加上在相同电气指标下，三相制的电能输送比单相制节省，所以目前广泛使用三相制。

三相四线制



- 三相电源

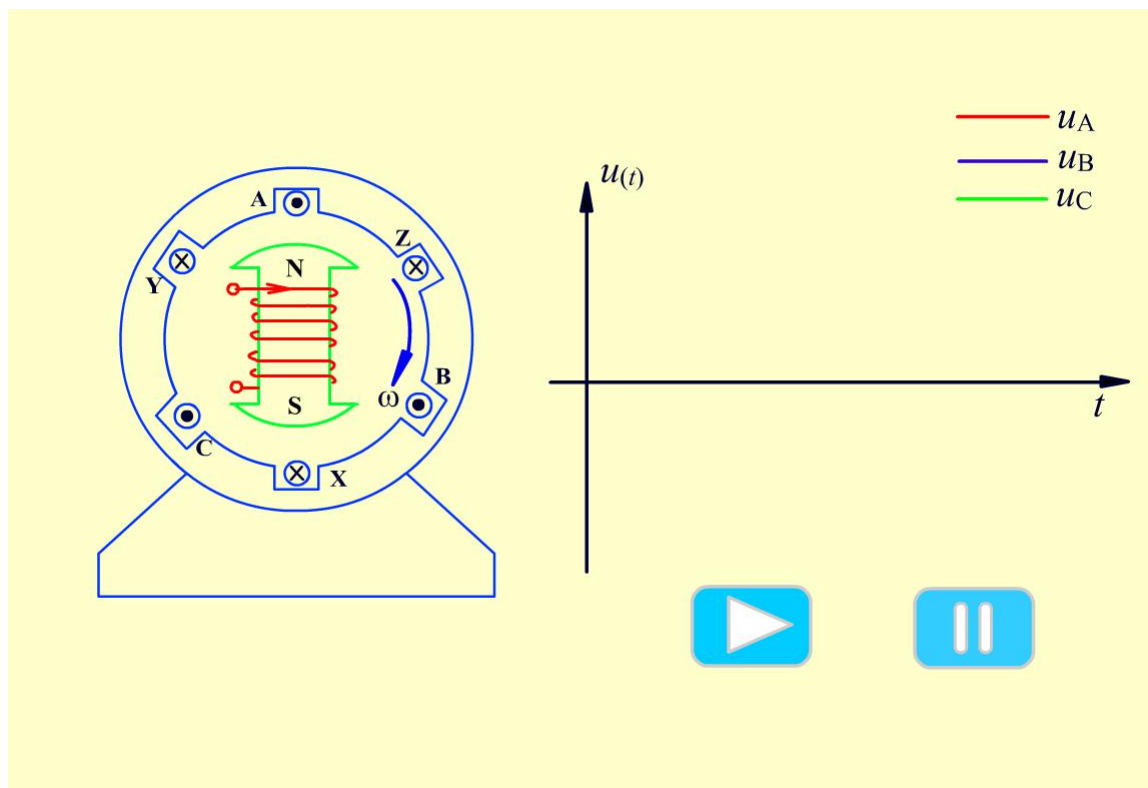
由频率相同而相位彼此相差 120° 的三个电压所构成的电源称三相电源，由三相电源所组成的供电系统称为三相系统或三相制，产生三相电源的装置是三相发电机



三相发电机定子槽中放置彼此相隔 120° 的三个绕组AX, BY,CZ, 分别为A相、B相、C相绕组，其中A,B,C为始端，X,Y,Z为末端，当发电机的转子按图示方向以 ω 匀速旋转时，三个绕组中就感应出随时间按正弦规律变化的三相电压，这三个绕组就相当于三个独立的正弦电压源。

三相电源

1. 对称三相电源的产生



三个感应电压的关系：
角频率，最大值相等
相位互差 120°

对称三
相电源

三相电路

三相电路由三相电源、三相负载和三相输电线路三部分组成。

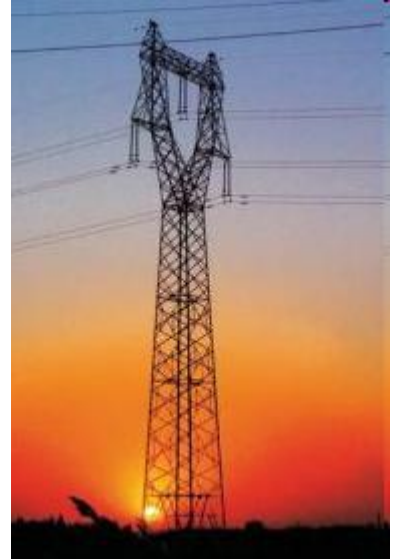
●三相电路的优点

发电方面：比单相电源可提高功率；

输电方面：比单相输电节省钢材；

配电方面：三相变压器比单相变压器经济且便于接入负载；

运电设备：结构简单、成本低、运行可靠、维护方便。





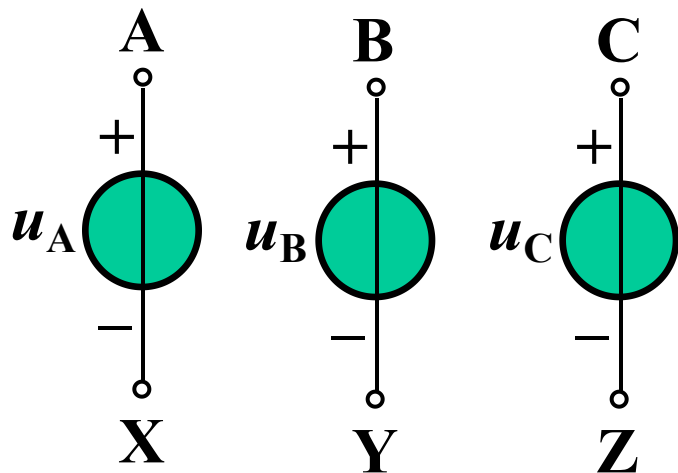
祝贺东方电机三峡机座完工发运





2. 对称三相电源的表示

a. 瞬时值表达式

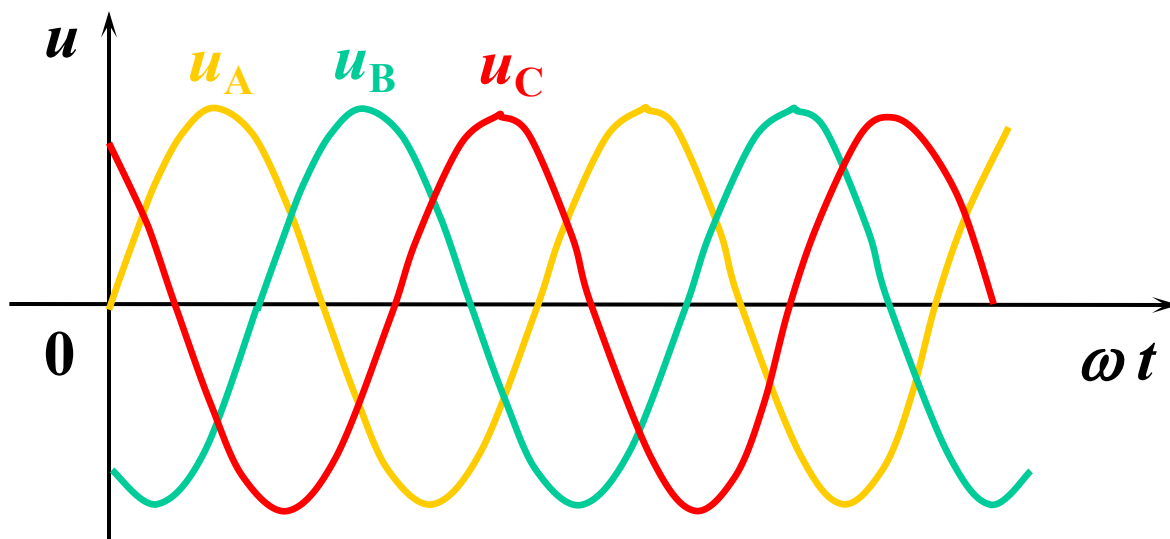


$$u_A(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t$$

$$u_B(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_C(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + 120^\circ)$$

b. 波形图

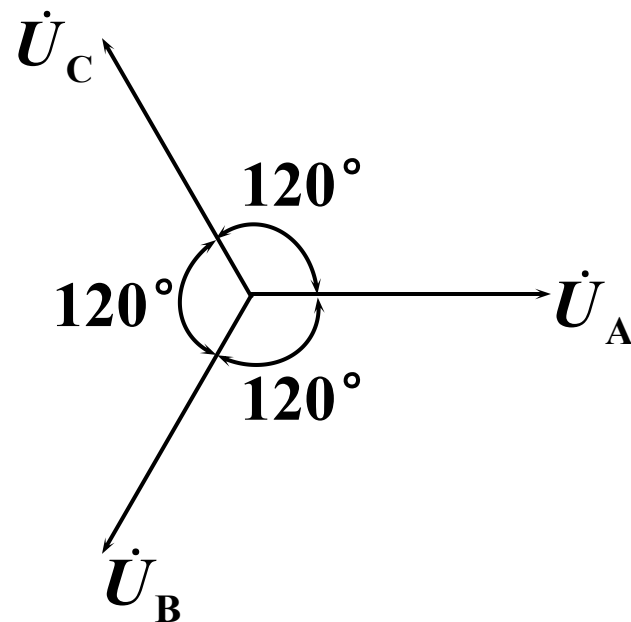


c. 相量表示

$$\dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_C = U \angle 120^\circ$$



3. 对称三相电源的特点

$$\begin{cases} u_A + u_B + u_C = 0 \\ \dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0 \end{cases}$$

4. 对称三相电源的相序 (phase sequence) :

每相电源经过同一值 (如最大值) 的先后顺序。

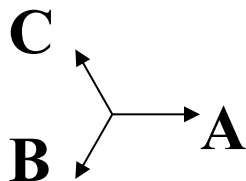
正序 (positive sequence)

$A - B - C - A$

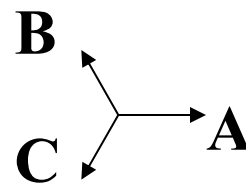
负序 (negative sequence)

$A - C - B - A$

电压相量图



电压相量图

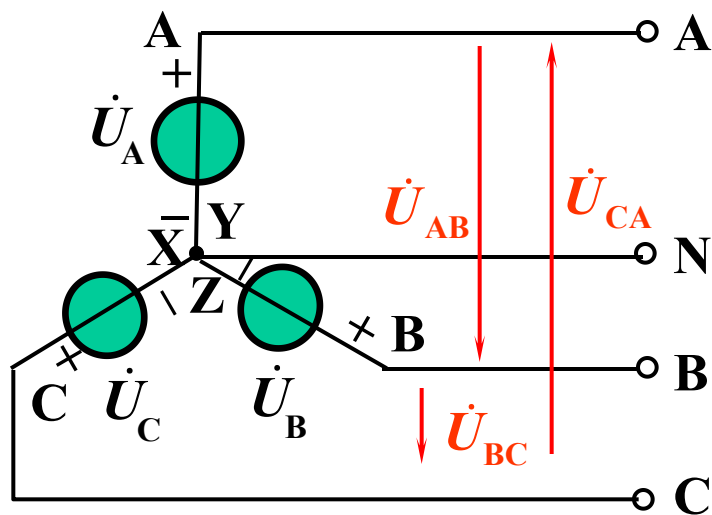


以后如果不加说明, 一般都认为是正相序。

二、对称三相电源的联接

1. 星形联接(Y接)

三个绕组的末端 X, Y, Z 接在一起, 从始端 A, B, C 引出线。



名词介绍:

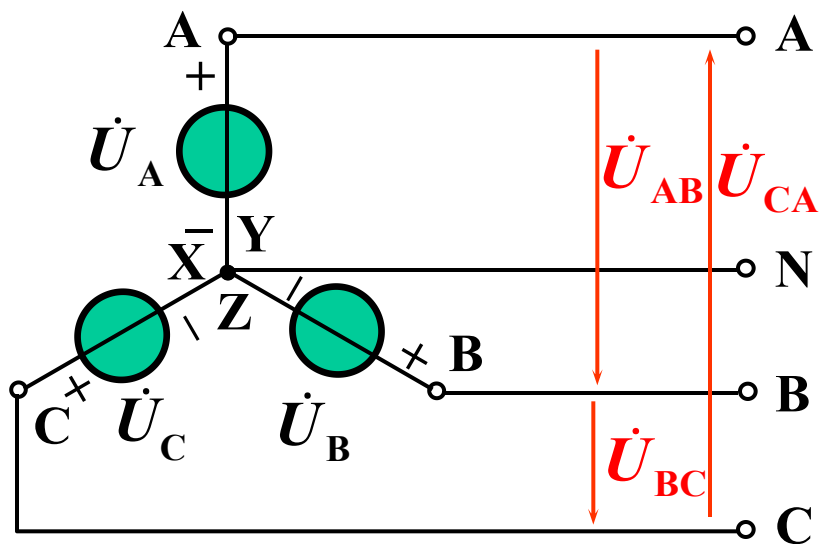
① 火线(端线): A, B, C 三端引出线。

② 中线: X, Y, Z 连接点引出线。

③ 线电压(line voltage): 火线与火线之间的电压 \dot{U}_{AB} , \dot{U}_{BC} , \dot{U}_{CA}

○ 相电压(phase voltage): 每相电源(负载)的电压 \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C

Y接三相电源的线电压与相电压的关系，



$$\text{设 } \dot{U}_{AN} = \dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_{BN} = \dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_{CN} = \dot{U}_C = U \angle 120^\circ$$

则： $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN} = U \angle 0^\circ - U \angle -120^\circ = \sqrt{3}U \angle 30^\circ$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN} = U \angle -120^\circ - U \angle 120^\circ = \sqrt{3}U \angle -90^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN} = U \angle 120^\circ - U \angle 0^\circ = \sqrt{3}U \angle 150^\circ$$

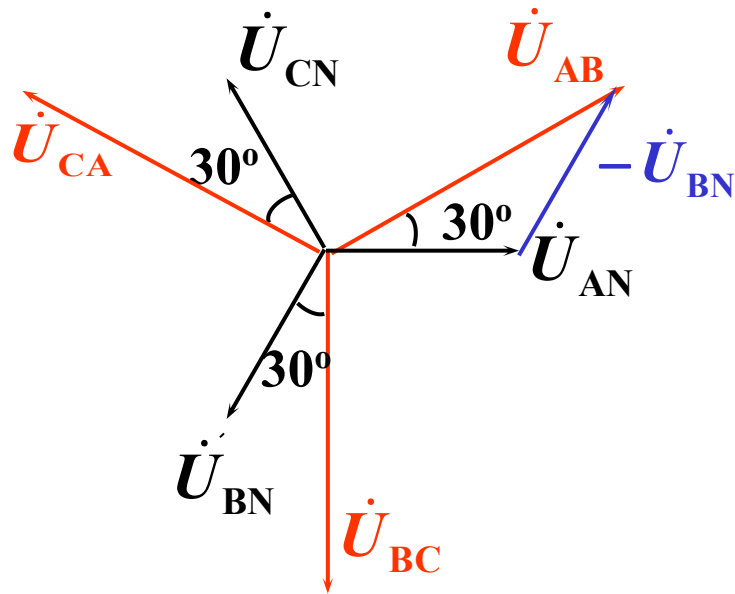
利用相量图得到相电压和线电压之间的关系：

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN}$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN}$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN}$$

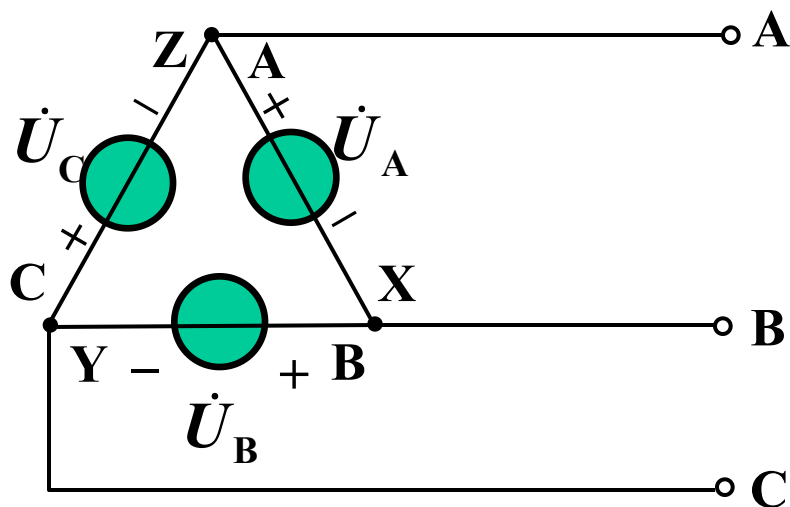
$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \sqrt{3}\dot{U}_{AN} \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{BC} &= \sqrt{3}\dot{U}_{BN} \angle 30^\circ \\ \dot{U}_{CA} &= \sqrt{3}\dot{U}_{CN} \angle 30^\circ \end{aligned} \right\}$$



线电压对称(大小相等，相位互差120°)

2. 三角形联接(Δ 接)

三个单相电源首尾相接，由三个连接点引出三条线。



思考：会否将电源毁坏？

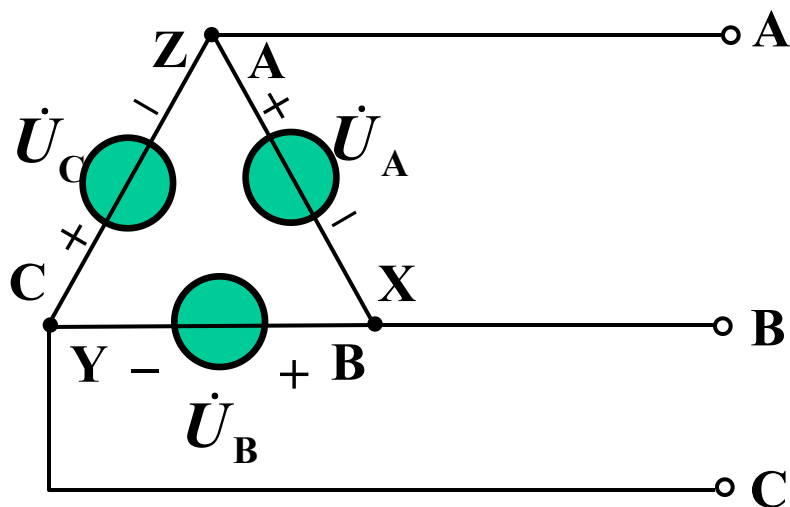
不会.

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$$

$I=0$ ， Δ 接电源中不会产生环流。

注意：始端末端要依次相连不能搞错。

Δ 接三相电源的线电压与相电压的关系



设 $\dot{U}_A = U \angle 0^\circ$

$$\dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_C = U \angle 120^\circ$$

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A = U \angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B = U \angle -120^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C = U \angle 120^\circ$$

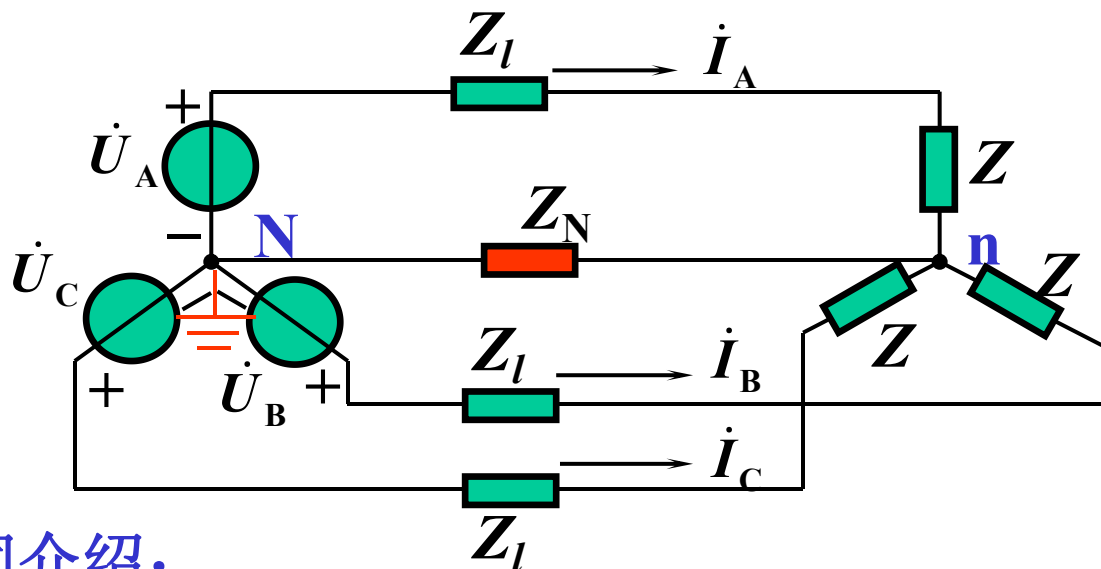
线电压等于对应的相电压。

12.3 对称三相电路的计算

对称三相电路(symmetrical three-phase circuit):

电源对称, 负载对称, 火线阻抗相等的三相电路。

一、Y—Y 接对称三相电路的计算

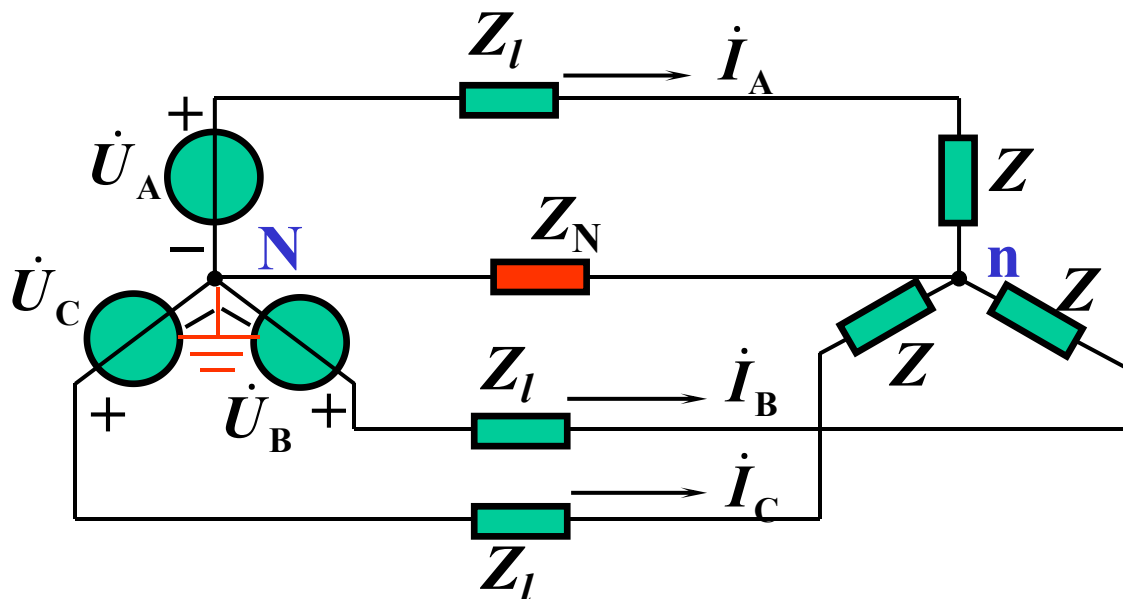


线电流与对应的相电流相同

名词介绍:

线电流(line current): 流过火线的电流 i_A, i_B, i_C

相电流(phase current): 流过每相电源(负载)的电流



以N点为参考点,
列写节点方程

$$\left(\frac{3}{Z + Z_l} + \frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_n = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{Z_l + Z}$$

由节点方程解得: $\dot{U}_n = 0$

则三相负载电流为:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_l + Z} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_l + Z} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_l + Z}$$

三相相(线)电流对称

- 电路特点：**
- (1) 各相电压、电流都是对称的；
 - (2) 中线无电流 $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \rightarrow \dot{I}_N = 0$

即
$$Z_N = \begin{cases} 0 \\ \infty \\ Z \end{cases} \text{ 对电路情况没有影响；}$$

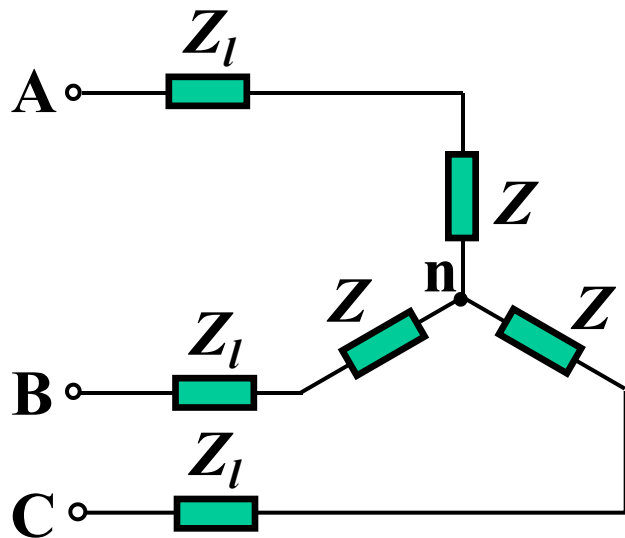
- (3) 每相计算具有独立性。

对称三相电路的计算 $\xrightarrow[\text{归结为}]{\text{绿色箭头}}$ 分相计算

Y 接对称三相电路的分相计算步骤：

- (1) 以一相为例（一般为A相），分相计算电路。
- (2) 由单相计算电路计算待求的电压、电流。
- (3) 由对称性推出其它二相的电压、电流。

例



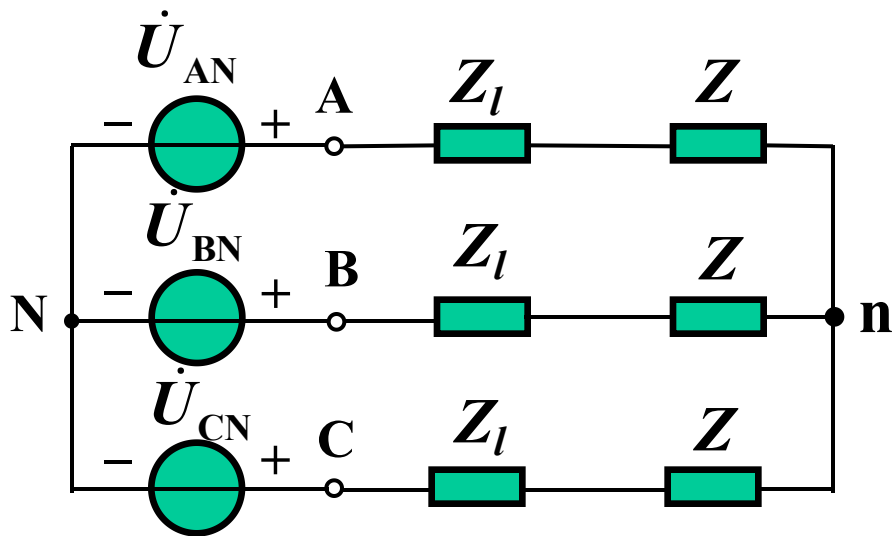
已知对称三相电源线电压为380V,

$$Z=6.4+j4.8\Omega, \quad Z_l=3+j4\Omega.$$

求负载 Z 的相电压和电流。

解:

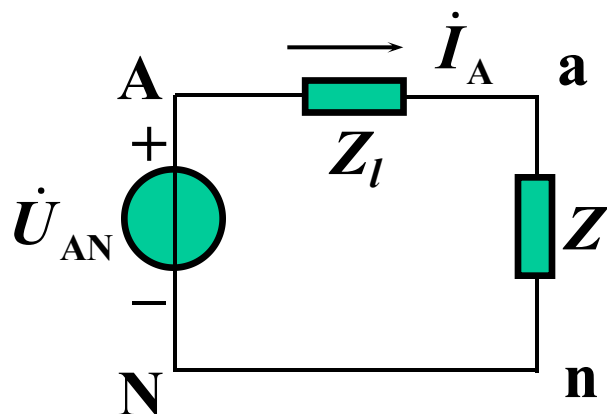
设三相电源用Y接电源替代, 保证其线电压等于380V。



$$\text{设 } \dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{AN} = 220\angle -30^\circ \text{ V}$$

取A相计算电路



流过负载 Z 的电流A相为:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z + Z_l} = \frac{220\angle -30^\circ}{9.4 + j8.8} = \frac{220\angle -30^\circ}{12.88\angle 43.1^\circ} = 17.1\angle -73.1^\circ \text{ A}$$

由对称性得其它二相电流

$$\dot{I}_B = 17.1\angle -193.1^\circ \text{ A}$$

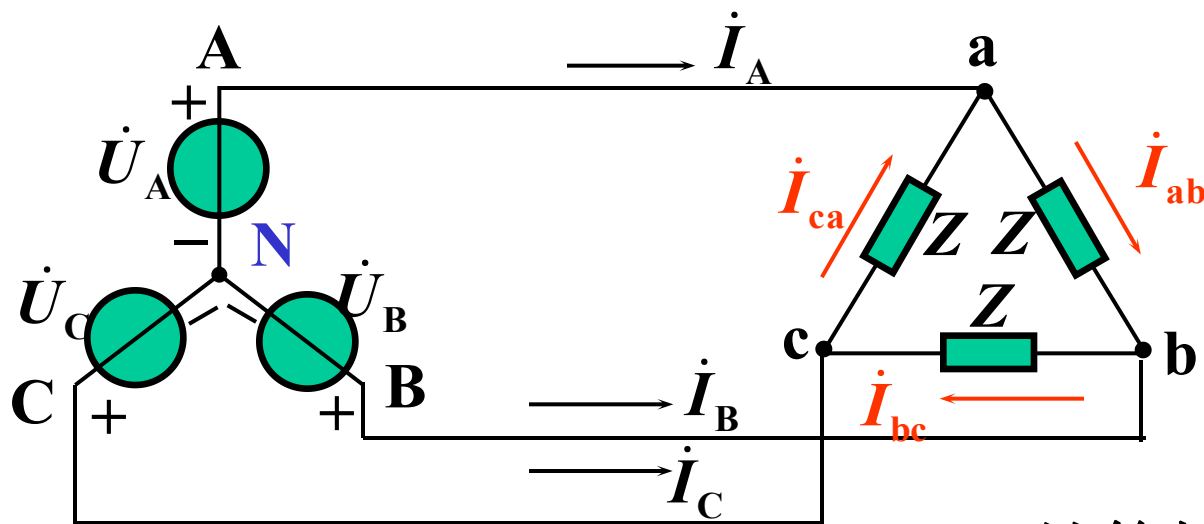
$$\dot{I}_C = 17.1\angle 46.9^\circ \text{ A}$$

负载 Z 的三相相电压为:

$$\dot{U}_{an} = \dot{I}_A \cdot Z = 17.1\angle -73.1^\circ \times 8\angle 36.9^\circ = 136.8\angle -36.2^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{bn} = 136.8\angle -156.2^\circ \text{ V} \quad \dot{U}_{cn} = 136.8\angle 83.8^\circ \text{ V}$$

二、Y-Δ接对称三相电路的计算



$$\text{设 } \dot{U}_A = U \angle \psi$$

$$\dot{U}_B = U \angle \psi - 120^\circ$$

$$\dot{U}_C = U \angle \psi + 120^\circ$$

$$Z = |Z| \angle \varphi$$

负载上相电压与线电压相等

$$\begin{cases} \dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U \angle \psi + 30^\circ \\ \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} = \sqrt{3}U \angle \psi - 90^\circ \\ \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA} = \sqrt{3}U \angle \psi + 150^\circ \end{cases}$$

思考：如何求线电流？

计算相电流

$$\begin{cases} \dot{i}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi + 30^\circ - \varphi \\ \dot{i}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi - 90^\circ - \varphi \\ \dot{i}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z} = \frac{\sqrt{3}U}{|Z|} \angle \psi + 150^\circ - \varphi \end{cases}$$

利用相量图得到相电流和线电流之间的关系：

线电流为

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$$

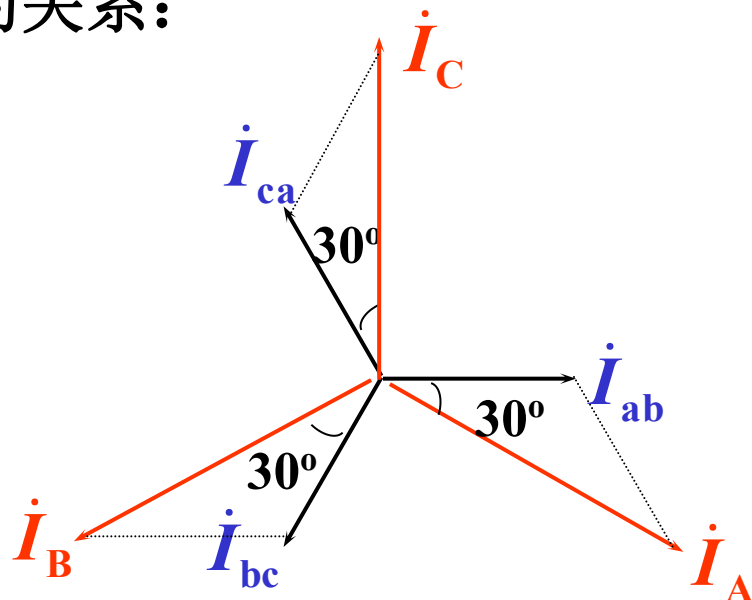
$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$$

$$\dot{I}_A = \sqrt{3} \dot{I}_{ab} \angle -30^\circ$$

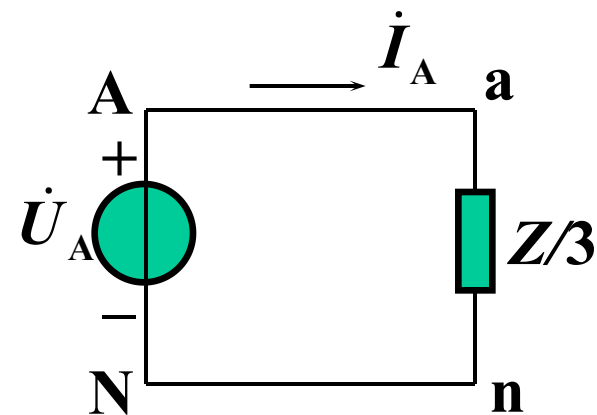
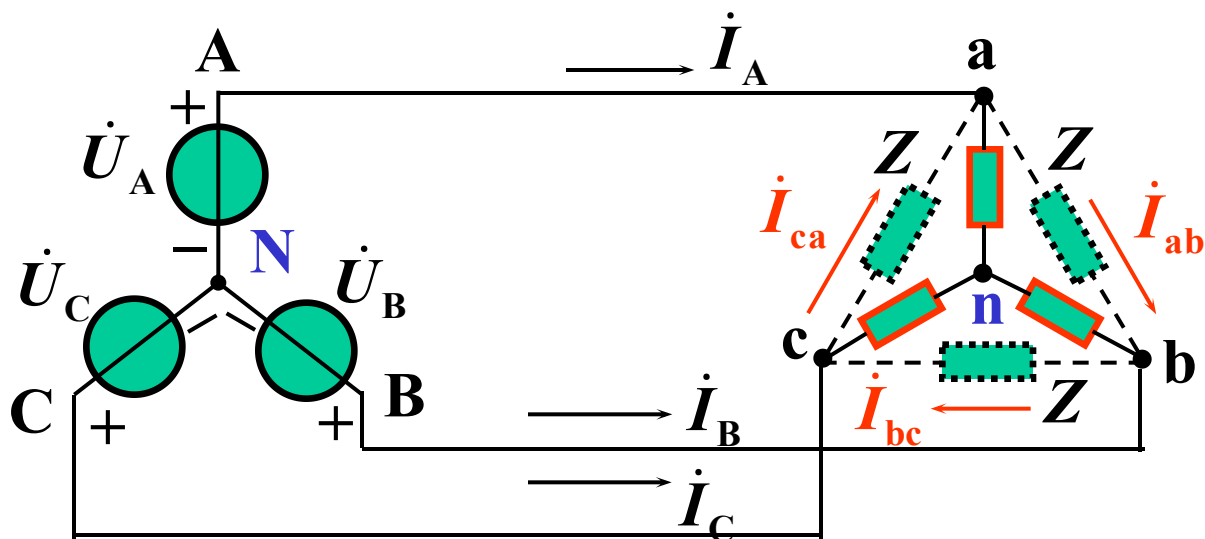
$$\dot{I}_B = \sqrt{3} \dot{I}_{bc} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_C = \sqrt{3} \dot{I}_{ca} \angle -30^\circ$$



线电流大小是相电流的 $\sqrt{3}$ 倍，相位落后相应相电流 30° 。

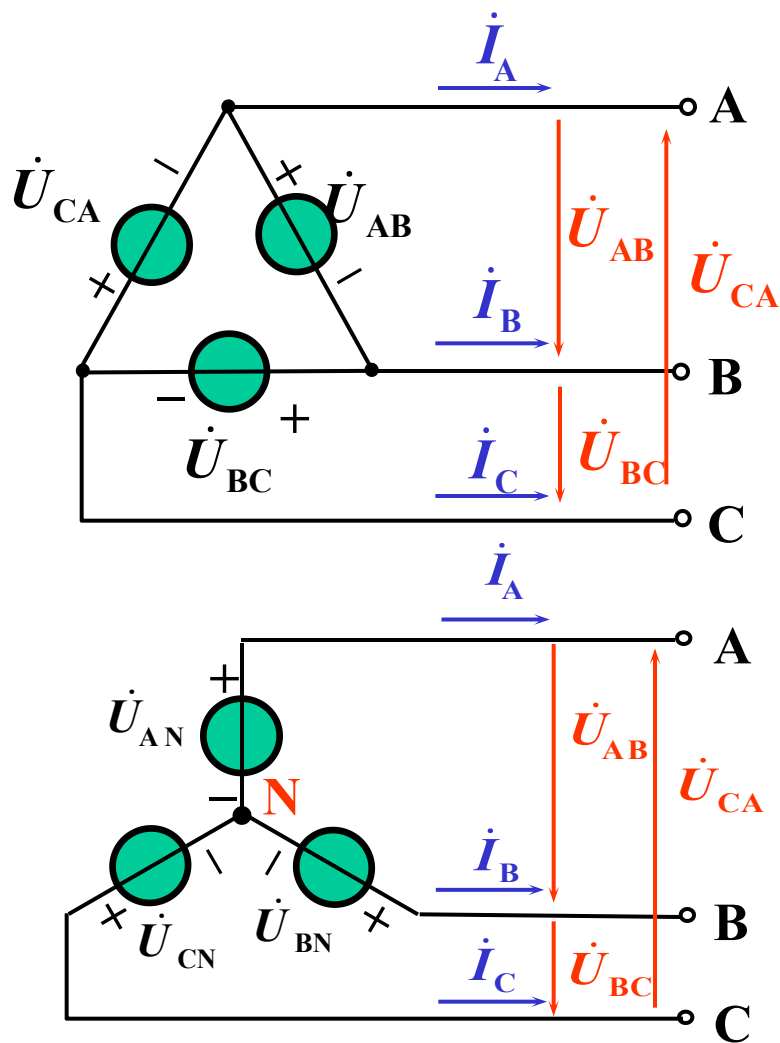
上述电路也可用分相法进行计算



$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{an}}{Z/3} = \frac{3\dot{U}_A}{Z} = \frac{3U}{|Z|} \angle \psi - \varphi$$

$$\dot{I}_{ab} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_A \angle 30^\circ$$

三、电源为 Δ 接时的对称三相电路的计算 (Δ -Y)

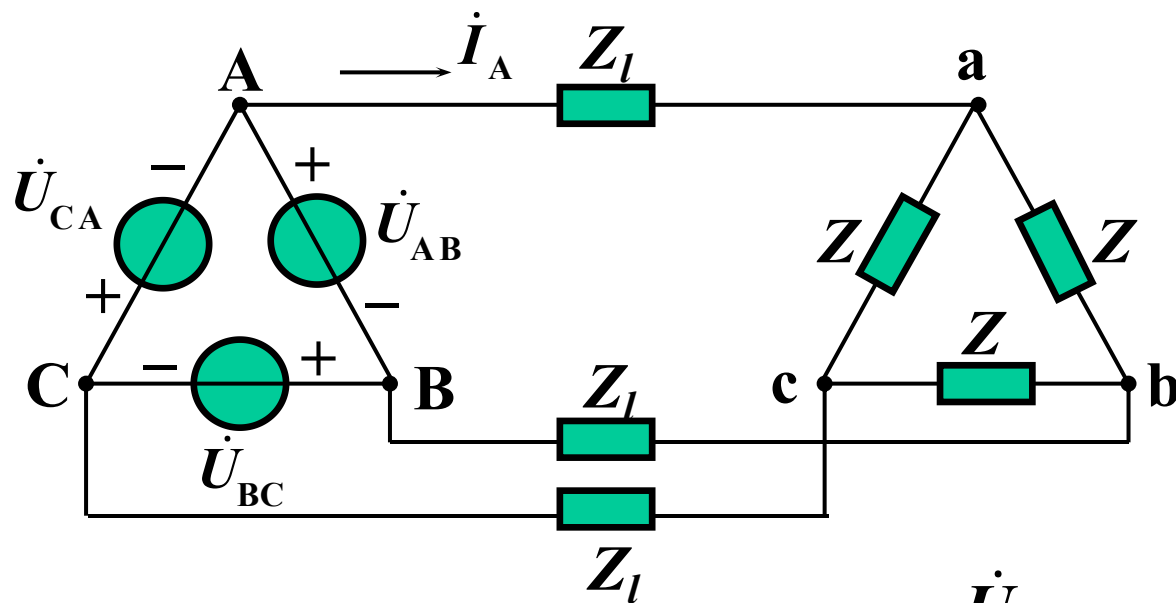


(1) 将 Δ 接电源用Y接电源替代, 保证其线电压相等。

$$\begin{cases} \dot{U}_{AN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ \\ \dot{U}_{BN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{BC} \angle -30^\circ \\ \dot{U}_{CN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{CA} \angle -30^\circ \end{cases}$$

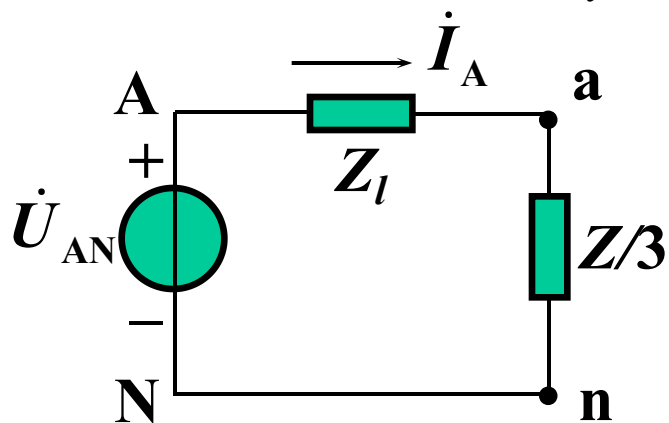
(2) 根据前述Y-Y, Y- Δ 接方法 计算各待求量。

四、 Δ - Δ 接对称三相电路的计算



(1) 化为等效的
Y-Y接电路。

(2) 画一相计算电路,
求一相电压、电流。



$$\dot{U}_{AN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ$$

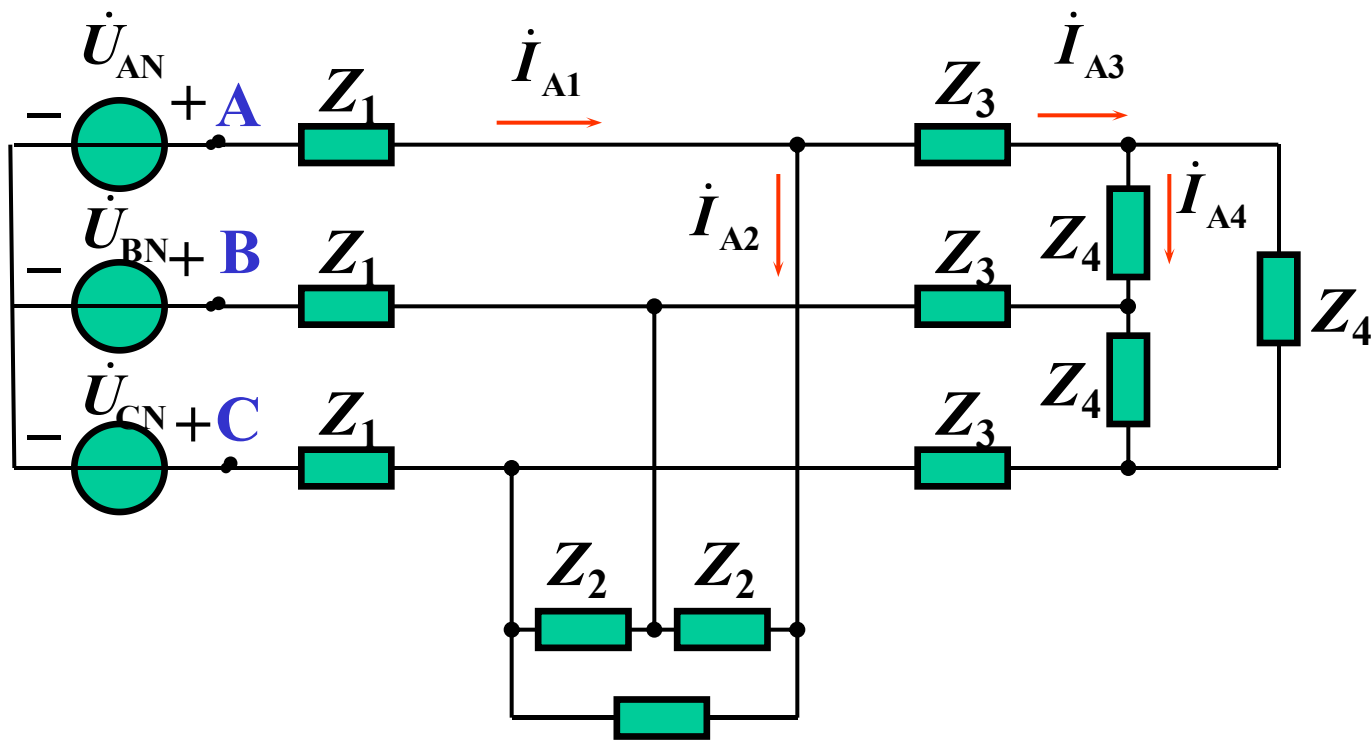
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z + Z/3} \quad \dot{I}_{ab} = \frac{\dot{I}_A}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ$$

(3) 由对称性得其它二相电压、电流。

五、一般对称三相电路的计算

- (1) 将三相电源、负载都化为等值Y—Y接电路；
- (2) 连接各负载和电源中点，中线上若有阻抗则不计；
- (3) 画出单相计算电路，求出一相的电压、电流。
- (4) 根据 Δ 、Y接线（相）电压及线（相）电流之间的关系，求出原电路的电流、电压。
- (5) 由对称性，得出其它两相的电压、电流。

例1 已知图中 $\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}U\angle 0^\circ \text{ V}$ ，各负载如图所示。
求： \dot{I}_{A1} ， \dot{I}_{A2} ， \dot{I}_{A3} ， \dot{I}_{A4} 。

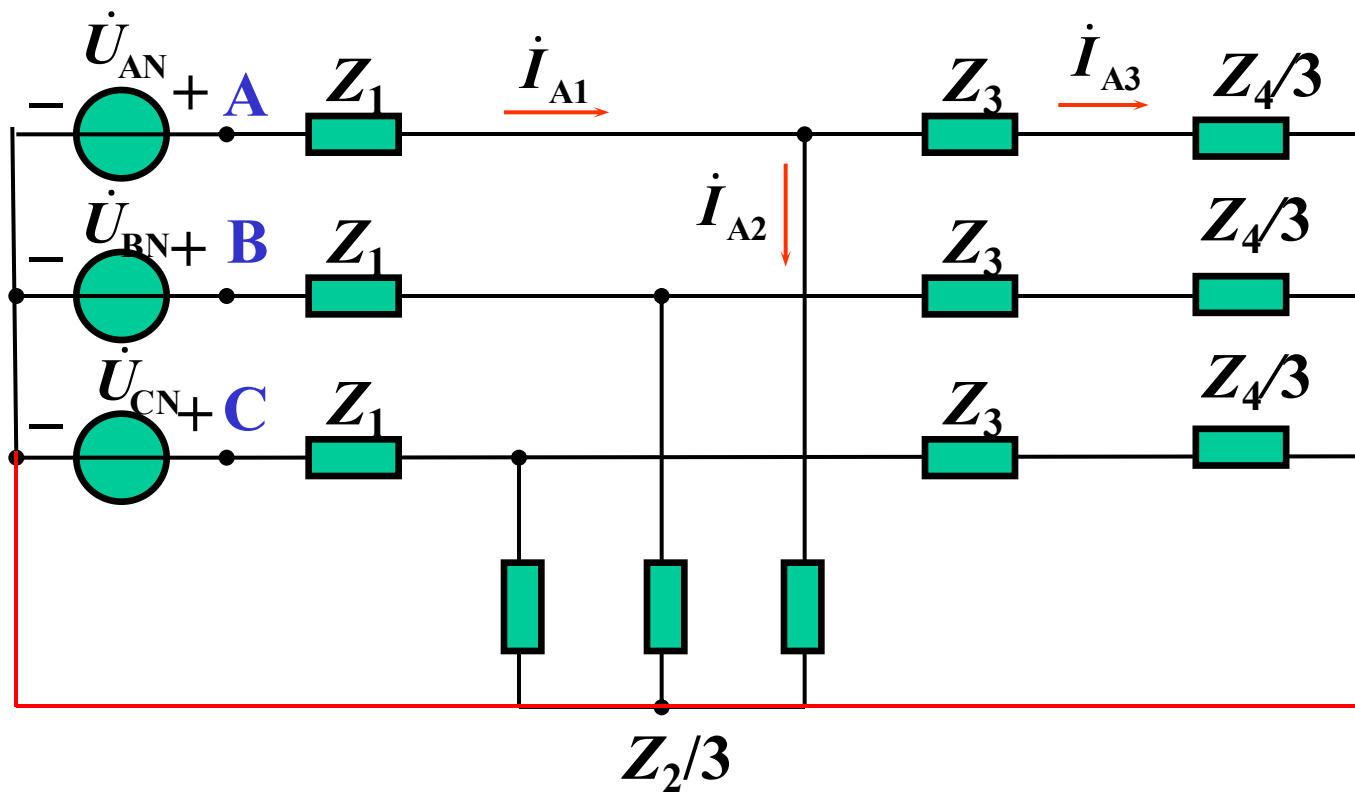


解：

(1) 电源等效为Y接三相电源 Z_2

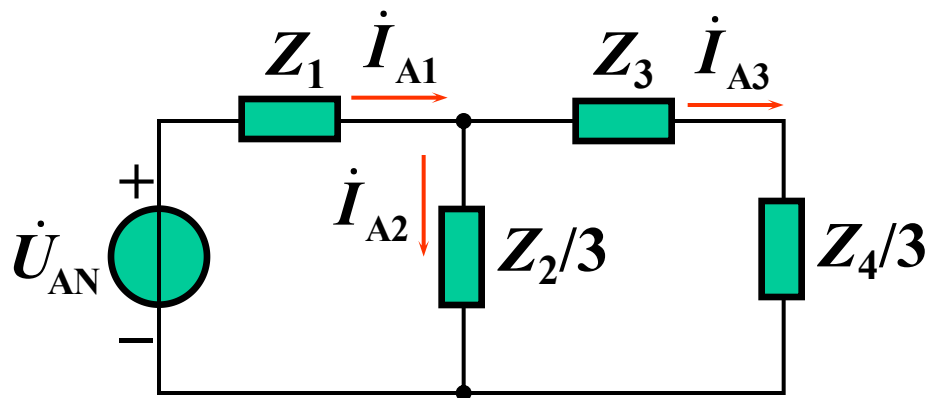
$$\dot{U}_{AN} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ = U \angle -30^\circ \text{ V}$$

(2) 负载化为Y接



连接电源和负载中点

(3) 取A相计算电路



(4) 计算 \dot{I}_{A1} , \dot{I}_{A2} , \dot{I}_{A3}

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_1 + \frac{1}{3}Z_2 // (Z_3 + \frac{1}{3}Z_4)}$$

由分流可得到 \dot{I}_{A2} , \dot{I}_{A3}

$$\dot{I}_{A2} = \frac{Z_3 + Z_4/3}{Z_2/3 + Z_3 + Z_4/3} \dot{I}_{A1}$$

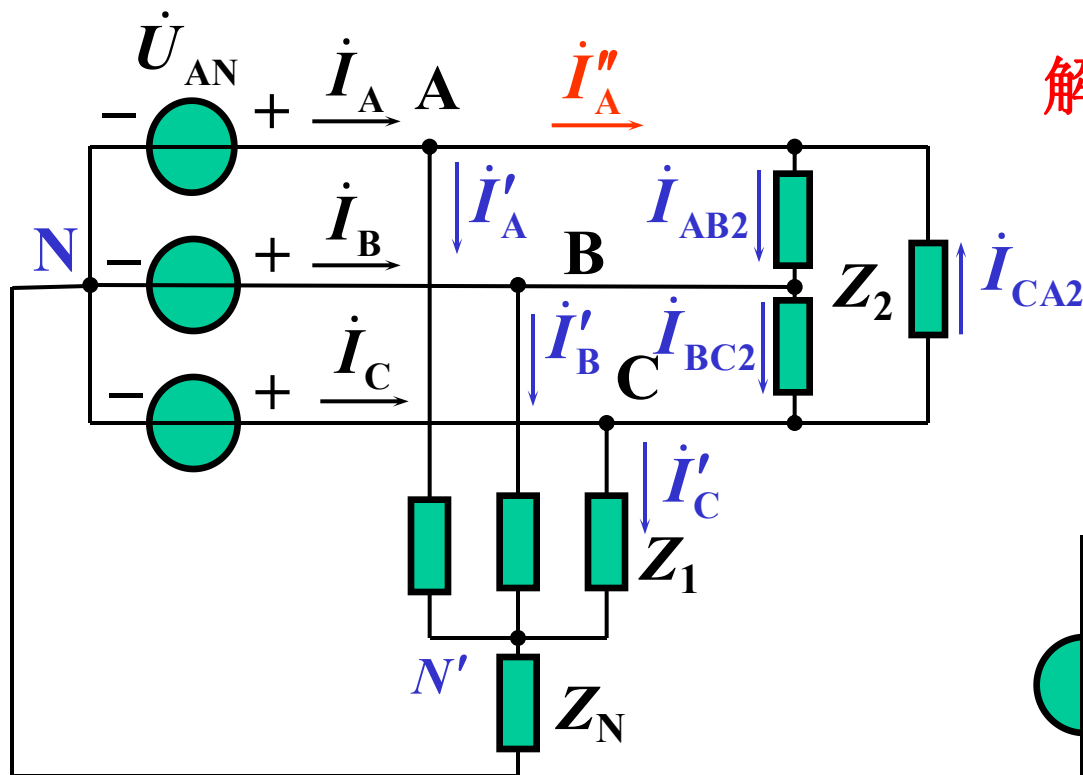
$$\dot{I}_{A3} = \frac{Z_2/3}{Z_2/3 + Z_3 + Z_4/3} \dot{I}_{A1}$$

(5) 求相电流 \dot{I}_{A4}

$$\dot{I}_{A4} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_{A3} \angle 30^\circ$$

例2 如图对称三相电路，电源线电压为 380V ， $|Z_1|=10\Omega$ ， $\cos\varphi_1=0.6$ (滞后)， $Z_2=-j50\Omega$ ， $Z_N=1+j2\Omega$ 。

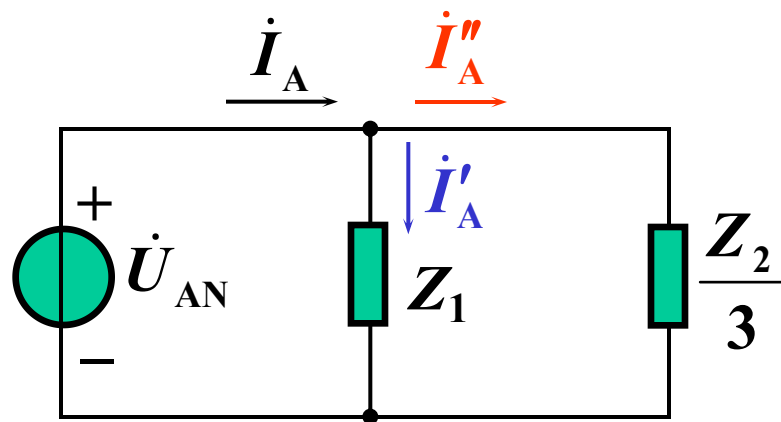
求：线电流、相电流，并定性画出相量图(以A相为例)。



解： 设 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$

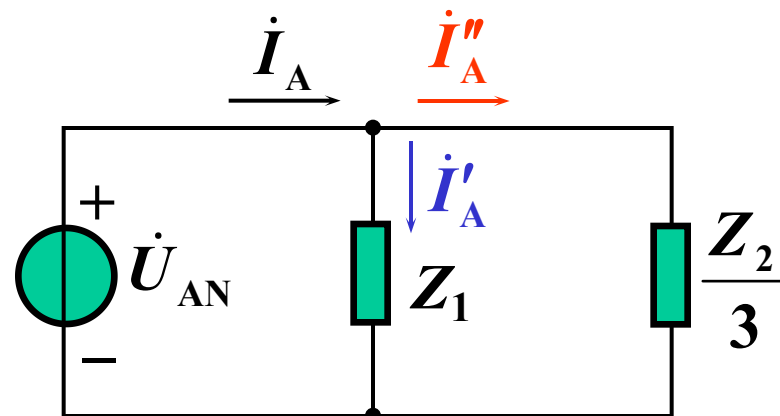
$$\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$$

取A相计算电路



$$Z_1 = 10 \angle \varphi_1 = 6 + j8 \Omega$$

$$Z_2' = \frac{1}{3} Z_2 = -j \frac{50}{3} \Omega$$



$$\dot{I}'_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_1} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 \angle 53.13^\circ} = 22 \angle -53.13^\circ \text{ A} = 13.2 - j17.6 \text{ A}$$

$$\dot{I}''_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_2'} = \frac{220 \angle 0^\circ}{-j50/3} = j13.2 \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}'_A + \dot{I}''_A = 13.9 \angle -18.4^\circ \text{ A}$$

根据对称性，得B、C相的线电流、相电流

$$\dot{I}_B = 13.9 \angle -138.4^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = 13.9 \angle 101.6^\circ \text{ A}$$

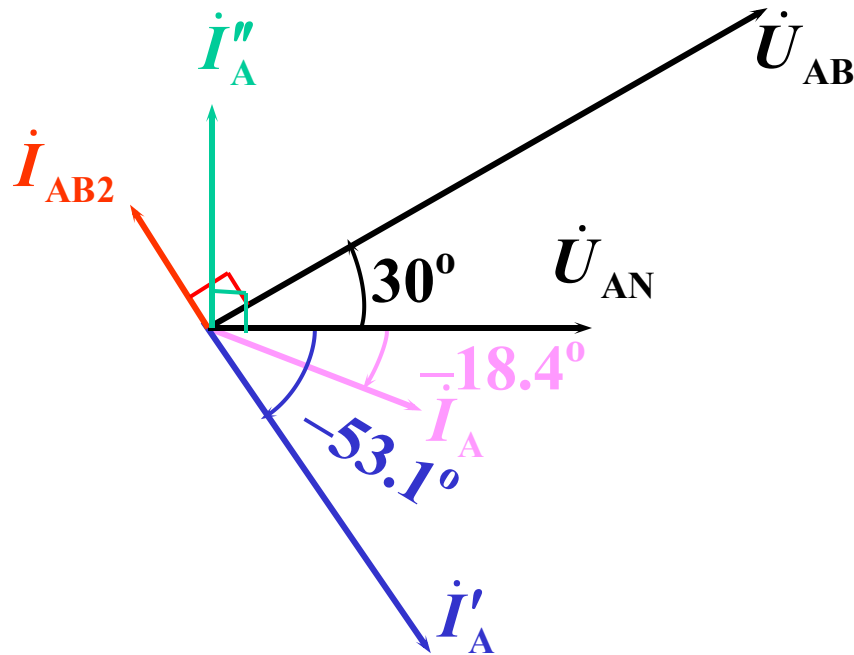
第一组负载的三相电流

$$\begin{cases} \dot{I}'_A = 22 \angle -53.1^\circ \text{ A} \\ \dot{I}'_B = 22 \angle -173.1^\circ \text{ A} \\ \dot{I}'_C = 22 \angle 66.9^\circ \text{ A} \end{cases}$$

第二组负载的相电流

$$\begin{cases} \dot{I}_{AB2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}''_A \angle 30^\circ = 7.62 \angle 120^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_{BC2} = 7.62 \angle 0^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_{CA2} = 7.62 \angle -120^\circ \text{ A} \end{cases}$$

由此可以画出相量图（A相为例）



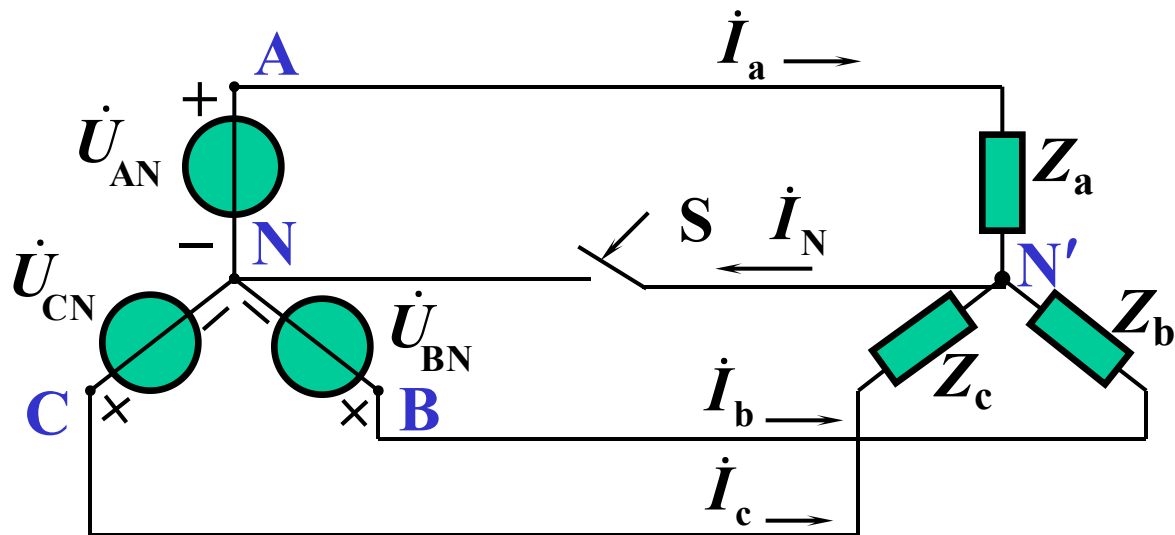
12.4 不对称三相电路

不对称 { 电源不对称，程度小（由系统保证）。
电路参数(负载)不对称，情况很多。

讨论对象：电源对称，负载不对称（低压电力网）。

分析方法 { 不能分相
复杂交流电路分析方法

主要了解：中性点（neutral point）位移。



三相电源对称，负载不对称 $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$

(1) S打开（无中线情况）

由节点法得： $(1/Z_a + 1/Z_b + 1/Z_c)\dot{U}_{N'N} = \dot{U}_{AN}/Z_a + \dot{U}_{BN}/Z_b + \dot{U}_{CN}/Z_c$

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_{AN}/Z_a + \dot{U}_{BN}/Z_b + \dot{U}_{CN}/Z_c}{1/Z_a + 1/Z_b + 1/Z_c} \neq 0$$

负载中点N'的电位与电源中点N的电位不相等，
这个现象称为**中点位移**。

三相负载上的相电压

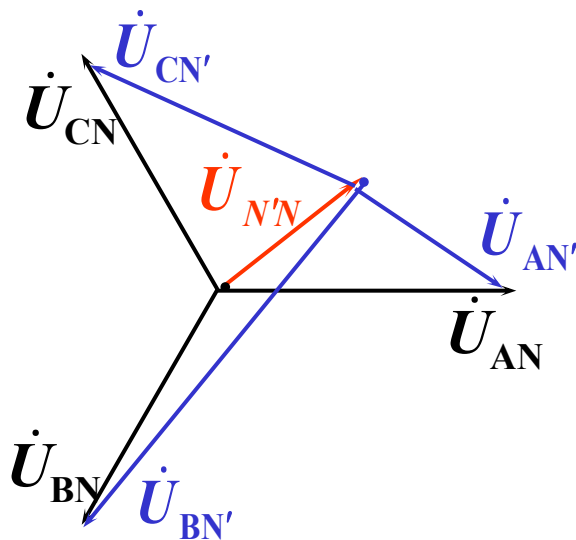
$$\dot{U}_{AN'} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{N'N}$$

$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{N'N}$$

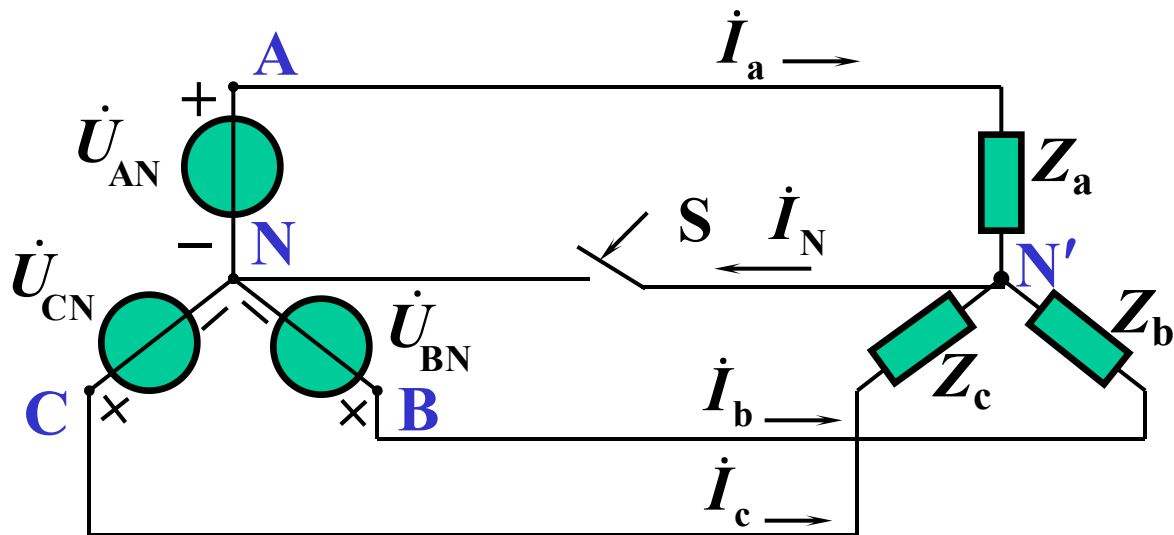
$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{N'N}$$

由于 $\dot{U}_{N'N} \neq 0$, 所以负载三相电压不对称

相量图



在电源对称情况下，可以根据中点位移的情况来判断负载端不对称的程度。当中点位移较大时，会造成负载相电压严重不对称，使负载的工作状态不正常。



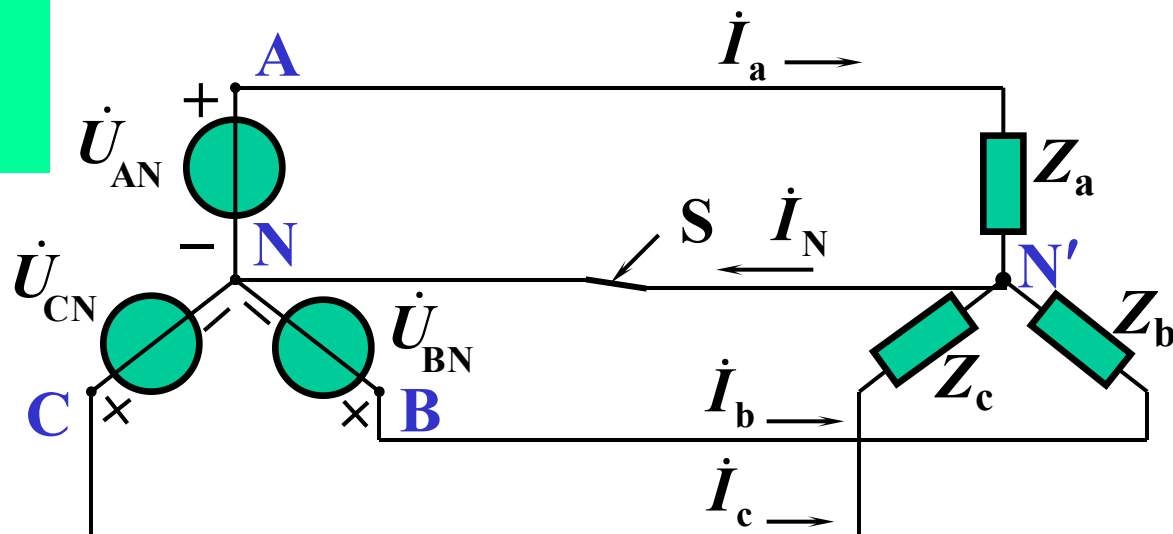
三相电源对称，负载不对称 $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$

负载电流

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_{AN'}}{Z_a} \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_{BN'}}{Z_b} \quad \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_{CN'}}{Z_c}$$

由于负载三相电压不对称, 故三相电流不对称

(2) S闭合
(有中线情况)



三相电源对称，负载不对称 $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$

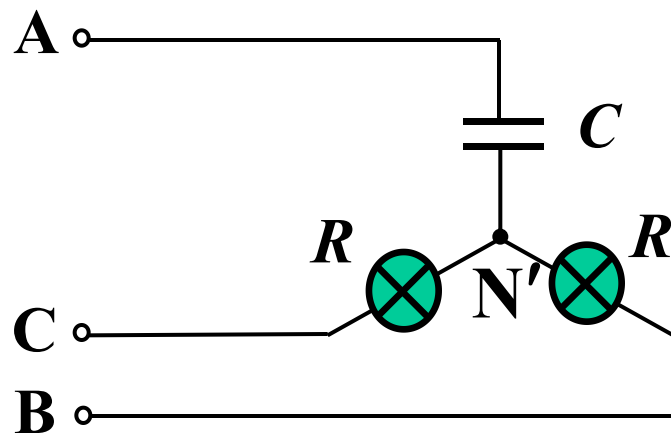
$\dot{U}_{N'N} = 0$ 负载三相电压为电源三相电压

负载电流
$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_a} \quad \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_{BN}}{Z_b} \quad \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_{CN}}{Z_c}$$

由于 $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$ ，故三相电流不对称

中线电流
$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c \neq 0$$

例 相序仪电路



测相序方法:

将相序仪三端分别接至电源三端，若设接电容一相为A相，则灯亮的为B相，灯暗的为C相。

A—B—C—A

分析其原理

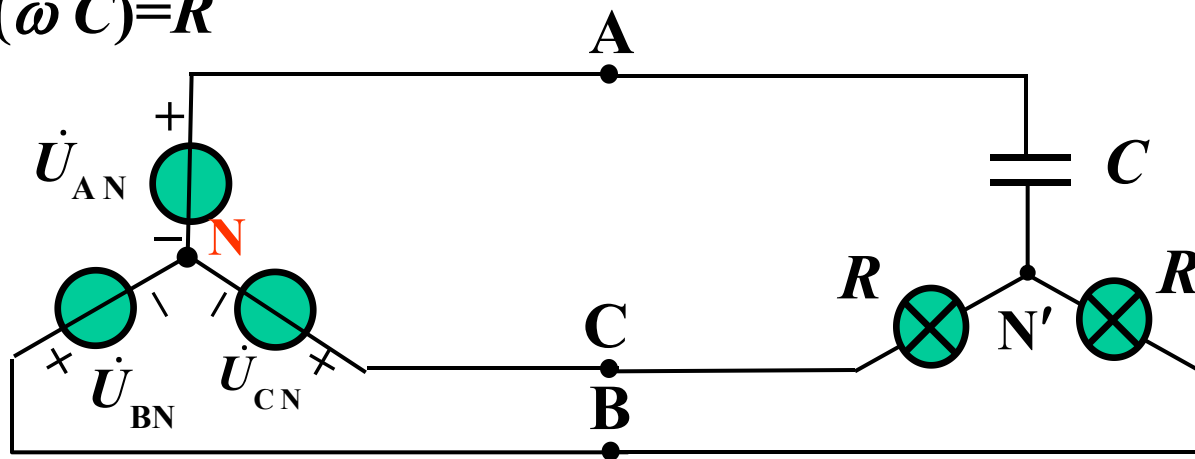
设三相对称电源为

$$\dot{U}_{AN} = U \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{BN} = U \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{CN} = U \angle 120^\circ \text{ V}$$

令 $1/(\omega C)=R$



$$\dot{U}_{N'N} = \frac{j\omega C \dot{U}_{AN} + \dot{U}_{BN}/R + \dot{U}_{CN}/R}{j\omega C + 1/R + 1/R} = \frac{j\dot{U}_{AN} + \dot{U}_{BN} + \dot{U}_{CN}}{2 + j1}$$

$$= 0.632U \angle 108.4^\circ \text{ V}$$

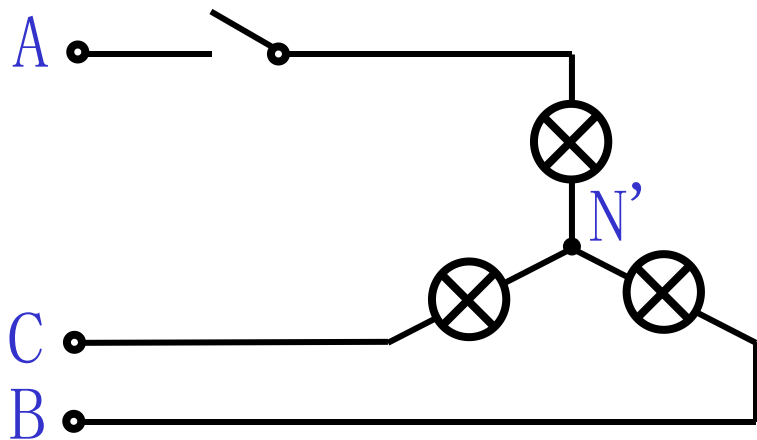
$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{N'N} = U \angle -120^\circ - 0.632U \angle 108.4^\circ = 1.5U \angle -101.5^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{N'N} = U \angle 120^\circ - 0.632U \angle 108.4^\circ = 0.4U \angle 138.4^\circ \text{ V}$$

$$U_{BN'} > U_{CN'}$$

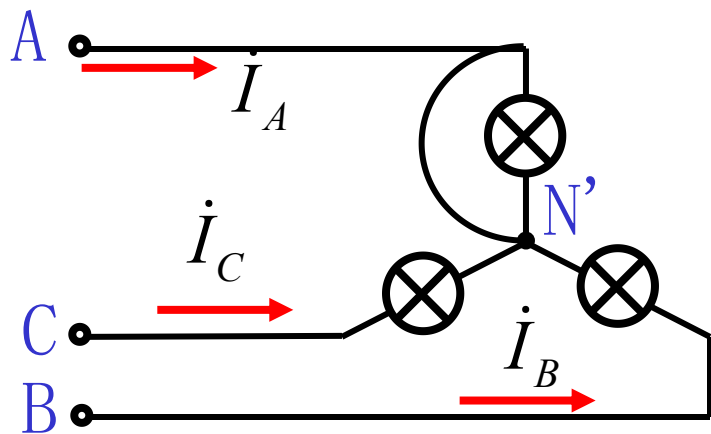
B相灯亮，C相灯暗

(1) 若三相三线制，设A相断路(三相不对称)



灯泡电压低，灯光昏暗。

(2) A相短路

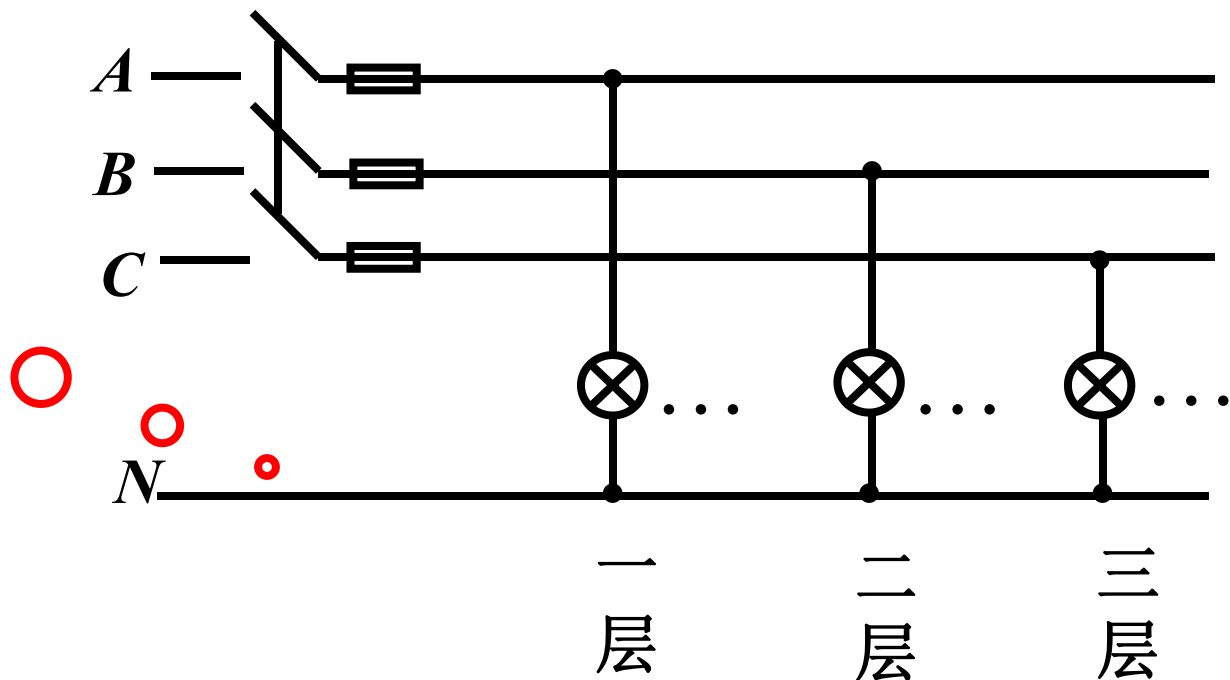


超过灯泡的额定电压，灯泡可能烧坏。

民用配电网基本上采用三相四线制，三相三线制只适用于三相对称负荷（如三相电力变压器，三相电机等）

照明电路的一般画法

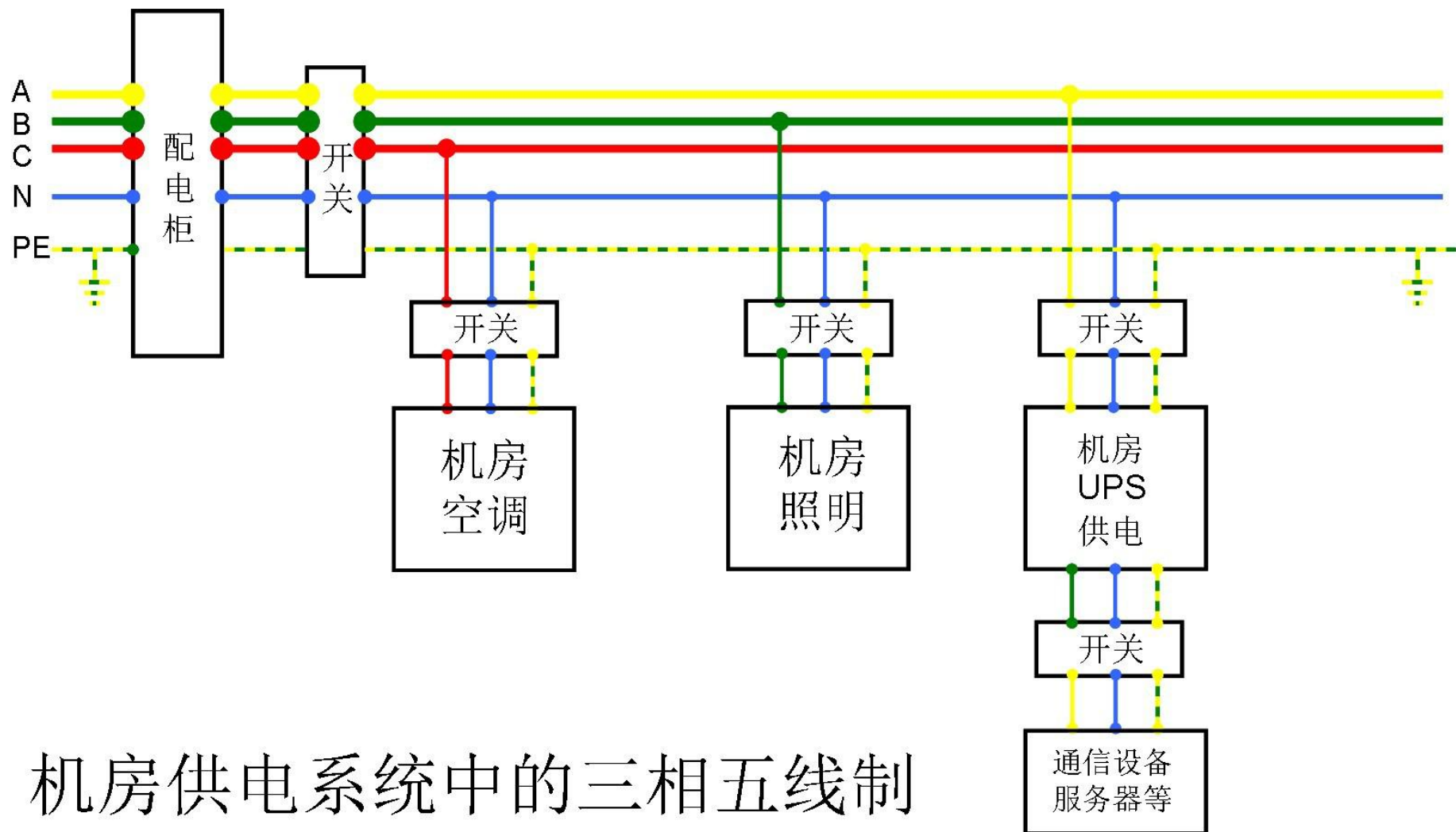
零线上不能加
刀闸和保险



关于中线的结论

中线的作用在于：使星形连接的不对称负载上得到对称的相电压。

为了确保零线在运行中不断开，其上不允许接保险丝也不允许接刀闸。



12.5 三相电路的功率

1. 对称三相电路的平均功率 P

$$P = P_A + P_B + P_C$$

对称三相负载 $Z\angle\varphi$ 三相总功率 $P=3P_p=3U_pI_p\cos\varphi$

用线电压、线电流表示三相总功率

$$\text{Y接: } U_l = \sqrt{3}U_p, I_l = I_p$$

$$P = 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} U_l I_l \cos\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi$$

$$\Delta\text{接: } U_l = U_p, I_l = \sqrt{3}I_p$$

$$P = 3U_l \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} I_l \cos\varphi = \sqrt{3} U_l I_l \cos\varphi$$

注意：

(1) φ 为相电压与相电流的相位差角（每相阻抗的阻抗角）。

(2) $\cos\varphi$ 为每相的功率因数，在对称三相制中即三相功率因数

$$\cos\varphi_A = \cos\varphi_B = \cos\varphi_C = \cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_l I_l} = \frac{P}{3U_p I_p}$$

2. 无功功率

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = 3Q_p$$

$$Q = 3U_p I_p \sin\varphi = \sqrt{3}U_l I_l \sin\varphi$$

3. 视在功率

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_p I_p = \sqrt{3}U_l I_l$$

功率因数也可定义为

$$\cos\varphi = P/S \quad (\text{不对称时 } \varphi \text{ 无意义})$$

4. 瞬时功率

设 $u_A = \sqrt{2}U \sin \omega t$

$$i_A = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$$

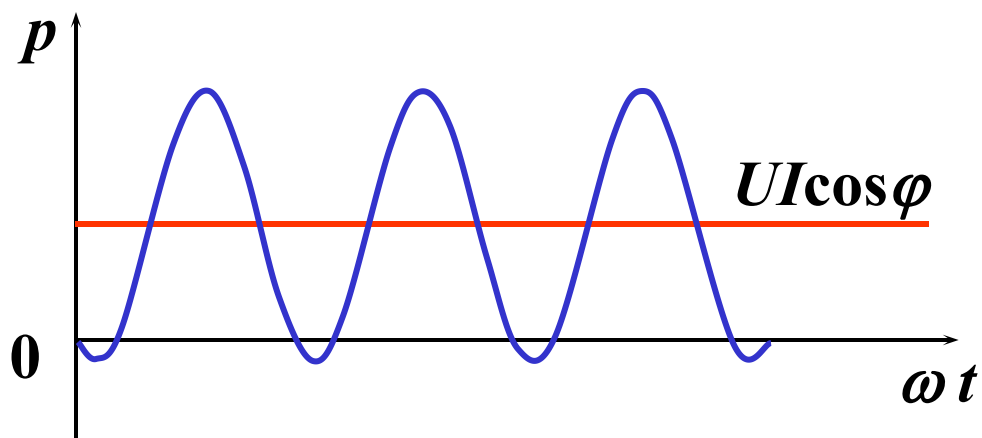
则 $p_A = u_A i_A = 2UI \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi)$
 $= UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi)$

$$p_B = u_B i_B = UI \cos \varphi - UI \cos[(2\omega t - 120^\circ) - \varphi]$$

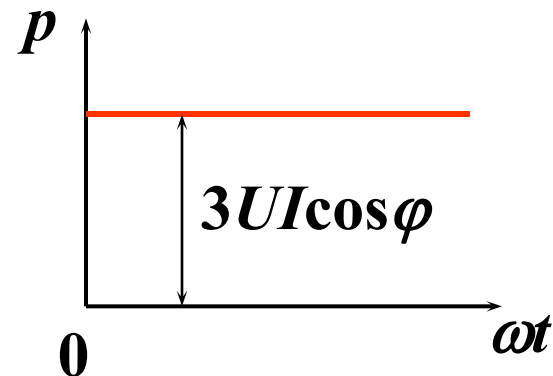
$$p_C = u_C i_C = UI \cos \varphi - UI \cos[(2\omega t + 120^\circ) - \varphi]$$

$$p = p_A + p_B + p_C = 3UI \cos \varphi$$

对称三相电路的瞬时功率为常数



单相：瞬时功率脉动



三相：瞬时功率平稳

电动机转矩： $m \propto p$

可以得到均衡的机械力矩。避免了机械振动。

例 三相电动机在220V线电压下工作，分别接成Y接和Δ接。
求两种接法下的有功功率。

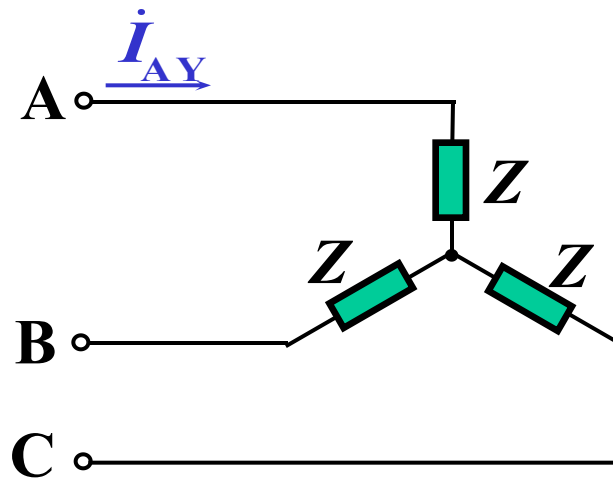
(电动机每相等效阻抗为 $Z = 29 + j21.8\Omega$)

解：

设 $\dot{U}_{AB} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

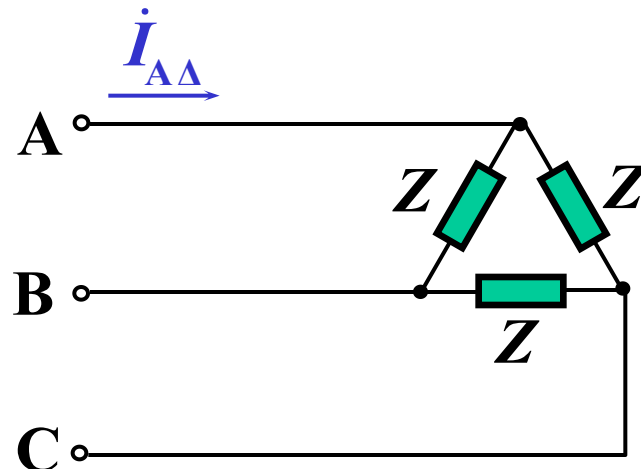
$$\begin{aligned}\dot{I}_{AY} &= \frac{\dot{U}_{AN}}{Z} \\ &= \frac{127\angle -30^\circ}{29 + j21.8} = 3.50\angle -66.9^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$P_Y = \sqrt{3} 220 \times 3.5 \cos 36.9^\circ = 1066 \text{ W}$$



$$\dot{I}_{A\Delta} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z/3} = 3 \frac{\dot{U}_{AN}}{Z}$$

$$= 3 \times 3.5 \angle -66.9^\circ \text{ A}$$



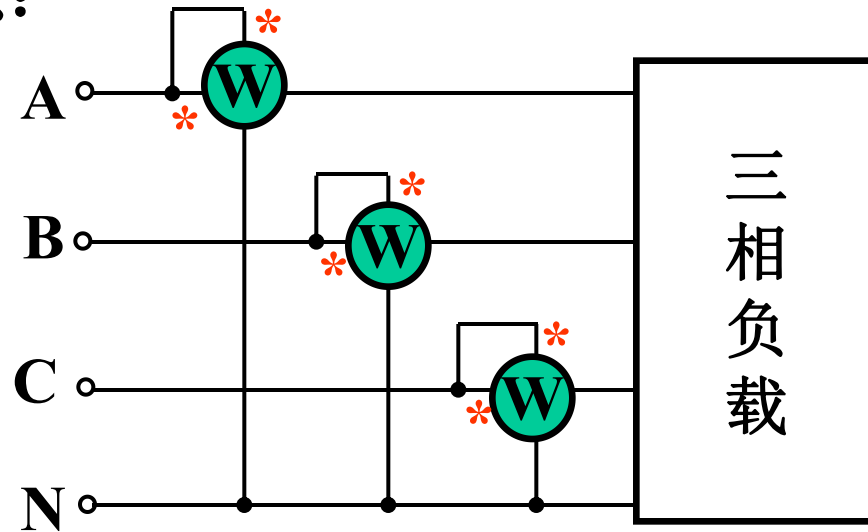
$$P_{\Delta} = \sqrt{3} 220 \times 3 \times 3.5 \cos 36.9^\circ = 3198 \text{ W}$$

结论： 线电压不变时 $I_{\Delta} = 3I_Y$ $P_{\Delta} = 3P_Y$

应用：电动机Y-Δ降压启动。

5. 三相功率的测量（对称、不对称）

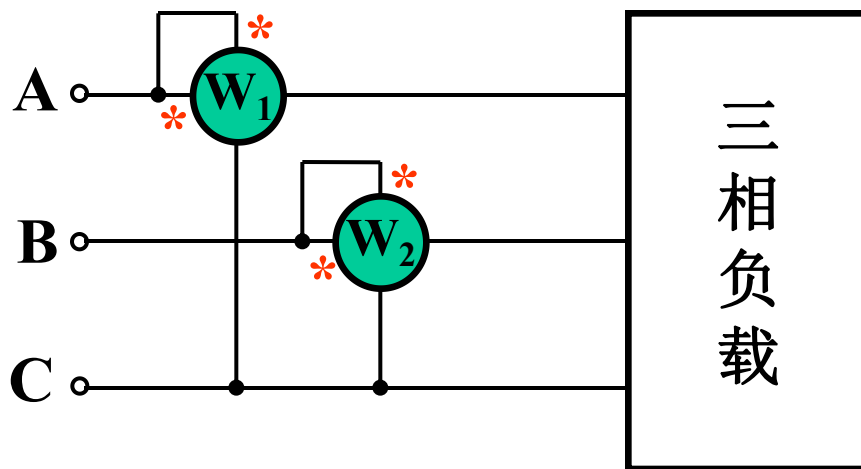
（1）三表法：



$$P = P_A + P_B + P_C$$

若负载对称，则需一块表，读数乘以 **3**。

(2) 二表法:



若 W_1 的读数为 P_1 ， W_2 的读数为 P_2 ，则 $P=P_1+P_2$
即为三相总功率。

证明：（设负载为Y接）

$$p = u_{AN} i_A + u_{BN} i_B + u_{CN} i_C$$

$$i_A + i_B + i_C = 0 \quad (\text{KCL})$$

$$i_C = -(i_A + i_B)$$

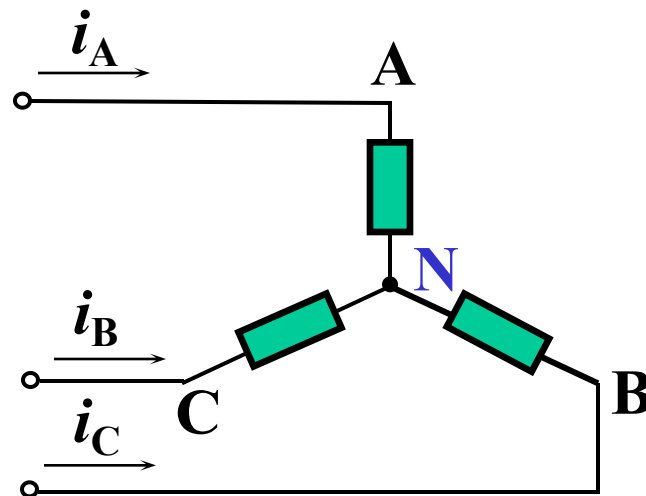
$$p = (u_{AN} - u_{CN}) i_A + (u_{BN} - u_{CN}) i_B$$

$$= u_{AC} i_A + u_{BC} i_B$$

$$P = U_{AC} I_A \cos \varphi_1 + U_{BC} I_B \cos \varphi_2$$

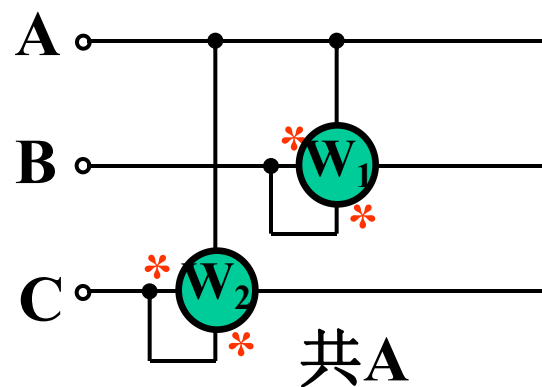
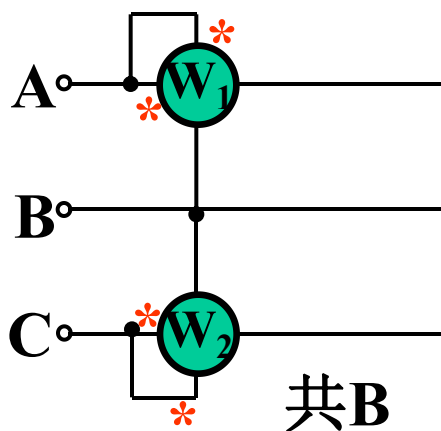
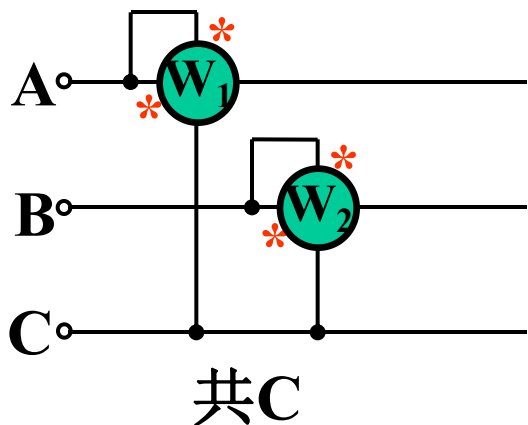
φ_1 : u_{AC} 与 i_A 的相位差, φ_2 : u_{BC} 与 i_B 的相位差。

两个功率表的读数的代数和就是三相总功率。

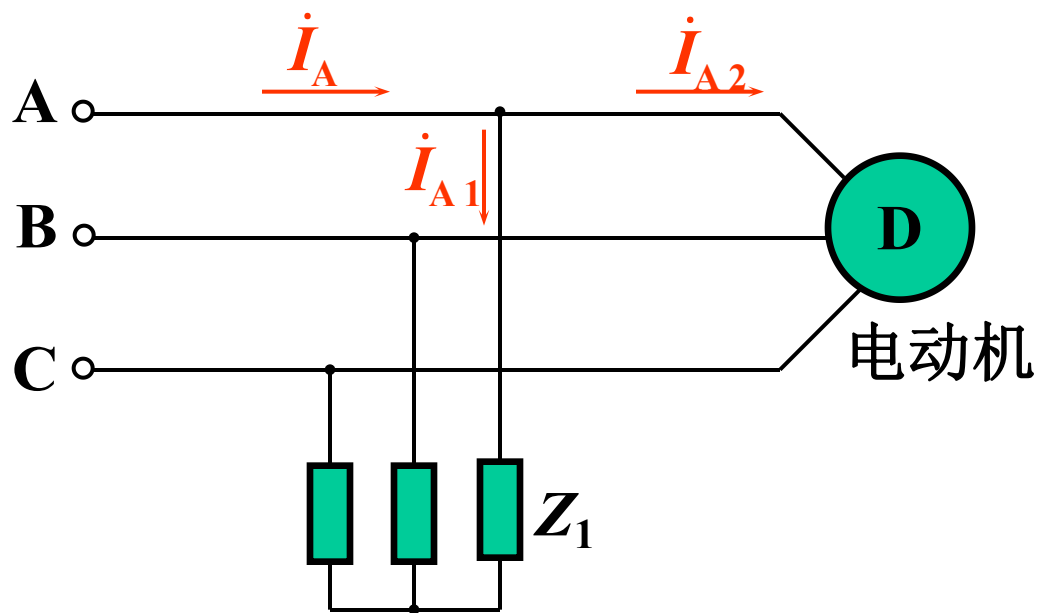


注意:

1. 只有在 $i_A + i_B + i_C = 0$ 这个条件下, 才能用二表法。
2. 两块表读数的代数和为三相总功率, 每块表的单独读数无意义。
3. 两表法测三相功率的接线方式有三种, 注意功率表的极性端的正确接法。



例 已知对称三相电路中 $U_l = 380\text{V}$, $Z_1 = 30 + \text{j}40\Omega$, 电动机 $P = 1700\text{W}$, $\cos\varphi = 0.8$ (滞后)。求 (1) 线电流和电源发出总功率; (2) 画出用两表法测电动机负载功率的功率表接线图, 并求出两表读数。



解

(1) 设 $\dot{U}_{AN} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{30 + j40} = 4.41\angle -53.1^\circ \text{ A}$$

电动机负载

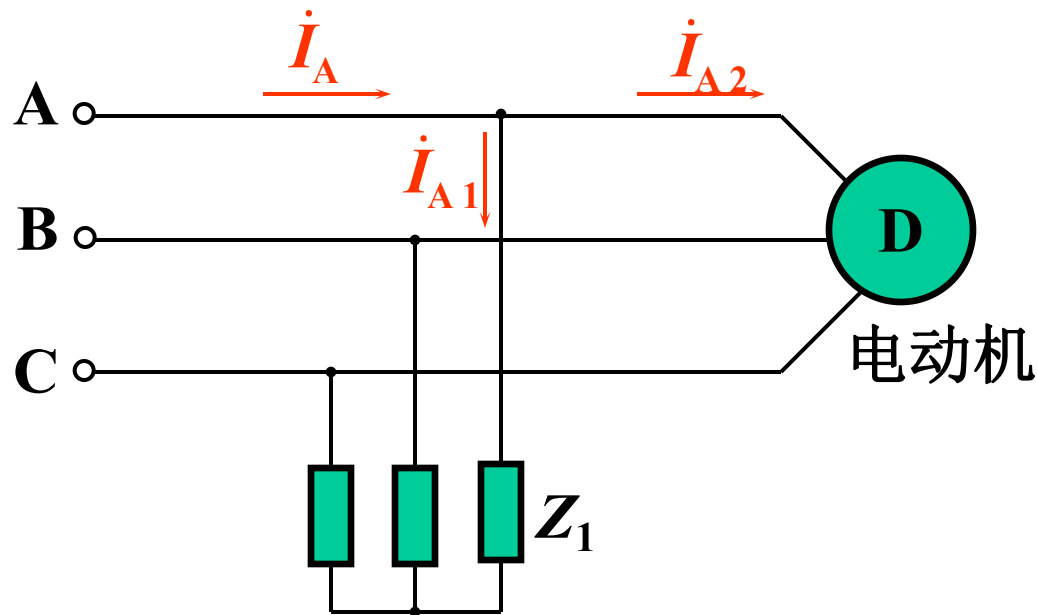
$$P = \sqrt{3}U_l I_{A2} \cos\varphi = 1700 \text{ W}$$

$$I_{A2} = \frac{P}{\sqrt{3}U_l \cos\varphi} = \frac{P}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.8} = 3.23 \text{ A}$$

$$\cos\varphi = 0.8, \quad \varphi = 36.9^\circ$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{B2} = 3.23\angle -156.9^\circ \text{ A}$$



总电流

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} \\ &= 4.41 \angle -53.1^\circ + 3.23 \angle -36.9^\circ = 7.56 \angle -46.2^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{\text{总}} &= \sqrt{3} U_l I_A \cos \varphi_{\text{总}} \\ &= \sqrt{3} \times 380 \times 7.56 \cos 46.2^\circ = 3.44 \text{ kW}\end{aligned}$$

$$P_{Z1} = 3 \times I_{A1}^2 \times R_1 = 3 \times 4.41^2 \times 30 = 1.74 \text{ kW}$$

(2) 两表的接法如图。

$$\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{A2} = 3.23\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

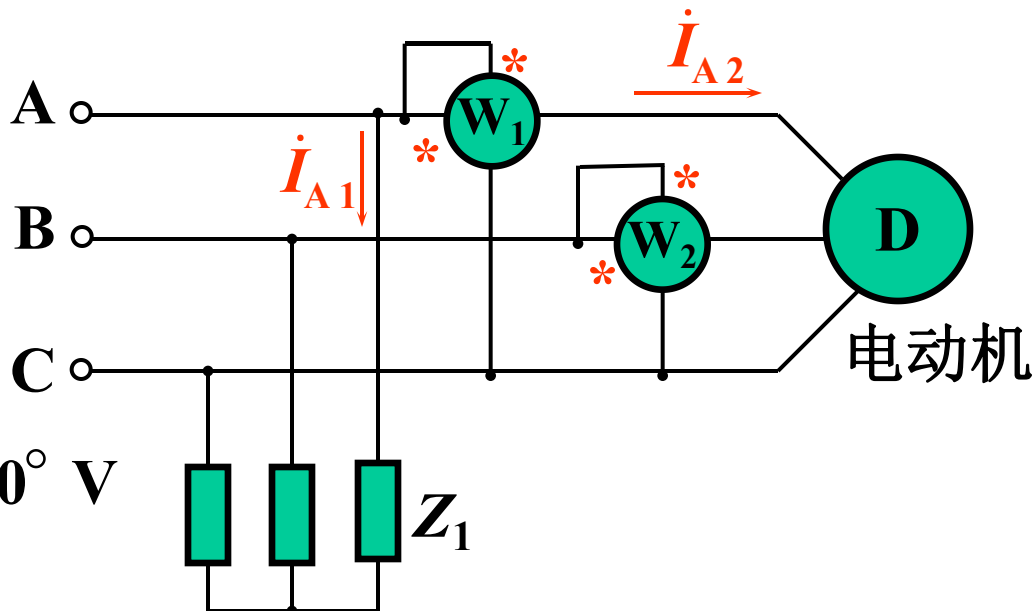
$$\begin{aligned}\dot{U}_{AC} &= -\dot{U}_{CA} = -380\angle 150^\circ \text{ V} \\ &= 380\angle -30^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

$$\dot{I}_{B2} = 3.23\angle -156.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{BC} = 380\angle -90^\circ \text{ V}$$

表W₂的读数P₂

$$P_2 = U_{BC} I_{B2} \cos \varphi_2 = 380 \times 3.23 \cos(-156.9^\circ + 90^\circ) = 481.6 \text{ W}$$



表W₁的读数P₁

$$\begin{aligned}P_1 &= U_{AC} I_{A2} \cos \varphi_1 \\ &= 380 \times 3.23 \cos(-30^\circ + 36.9^\circ) \\ &= 1218.5 \text{ W}\end{aligned}$$

作业

- 12.3节： 12-8
- 12.4节： 12-20
- 12.5节： 12-26
- 12.6节： 12-28
- 综合： 12-34