

矩阵世界

矩阵分解

对应章节

(在 Linear Algebra for Everyone 中)

矩阵 ($m \times n$)

1.4 $A = CR$

行秩 = 列秩

$A = U\Sigma V^T$ 7.1

SVD: 单位正交基底 U, V

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

方阵 ($n \times n$)

可逆

$\det(A) \neq 0, \text{ all } \lambda \neq 0$

奇异

$\exists \lambda = 0, \det(A) = 0$

4.4 $A = QR$

格拉姆-施密特

三角化

$A = LU$ 2.3

U 有一个零行

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

可对角化

6.2 $A = X\Lambda X^{-1}$

对角化

$A = XJX^{-1}$ A7

J = 约旦型

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

A5 正规

$A^T A = A A^T$

可通过正交矩阵对角化

$A = Q\Lambda Q^T$

2.4 对称

$S = S^T, \text{ 所有 } \lambda \text{ 都是实数}$

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

6.3 半正定

$\text{all } \lambda \geq 0, \text{ all } A^T A$

$S = Q\Lambda Q^T$ 6.3

$S = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

正交

4.4

$Q^{-1} = Q^T$
 $\text{all } |\lambda| = 1$

$Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

置换
 I 的置换

$\text{all } \lambda \text{ are roots of } 1$

2.4

投影

$P^2 = P = P^T, \lambda = 1 \text{ or } 0$

I O

对角

$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}$

$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$

正定

$\text{all } \lambda > 0$

所有 A 的伪逆

$A^{-1} = V\Sigma^{-1}U^T$

$A^+ = V\Sigma^+U^T$ 3.5, 7.4

