

《离散数学二》第五次作业

1. a) 找到包含两个连续 0 或两个连续 1 的长度为  $n$  的三元字符串的数量的递推关系。三元字符串指仅包含 0、1、2 的字符串。  
b) 初始条件是什么？  
c) 计算有多少长度为 3 的三元字符串包含两个连续的 0 或两个连续的 1，并写出这些字符串；另计算有多少长度为 6 的这样的字符串？。(30 分)
2. 请给出如下递推关系的通解： $a_n = 7a_{n-1} - 16a_{n-2} + 12a_{n-3} + n4^n$ ，初始条件为： $a_0 = -2, a_1 = 0, a_2 = 5$ ；再通过该递推式和通解，验证 $a_3$ 的值。  
(20分)
3. 找到当  $n = 2^k$  时， $f(n)$ 的通解，其中  $f$  满足递推关系  $f(n) = 8f(n/2) + n^2$ ，且  $f(1) = 1$ 。(10 分)
4. 使用生成函数方法给出递推式  $a_k = 3a_{k-1} + 4^{k-1}$  的通解，其中初始条件  $a_0 = 1$ 。(20 分)
5. 利用容斥原理求解下述问题 (20 分)

Find the number of solutions of the equation  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17$ , where  $x_i, i = 1, 2, 3, 4$ , are nonnegative integers such that  $x_1 \leq 3, x_2 \leq 4, x_3 \leq 5$ , and  $x_4 \leq 8$ .