

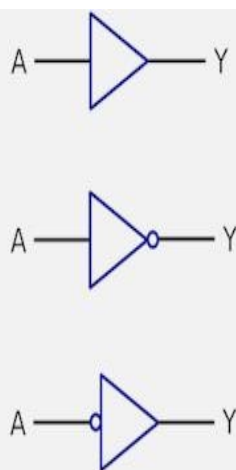
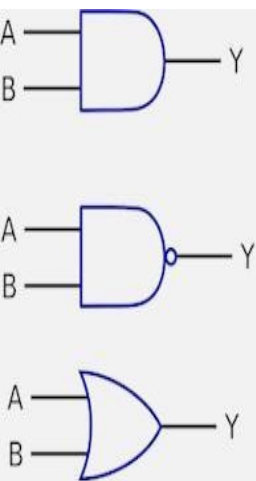
第4章 逻辑与证明

崔金华

邮箱:jhcui@hust.edu.cn

主页: <https://csjhcui.github.io/>

办公地址:华中科技大学南一楼东406 室



致谢:课件主要参考《Discrete Mathematics and its application》(Seventh Edition) Kenneth H. Rosen 和《离散数学》(第2版) 屈婉玲,耿素云,张立昂版本的相关课件,特此致谢!!!

Contents

提纲

4

命题逻辑及其应用

Propositional Logic and Its Applications

5

命题等价式

Propositional Equivalences

6

谓词和量词和嵌套量词

Predicates and Quantifiers and Nested Quantifiers

7

推理规则

Rules of Inference

8

证明导论

Introduction to Proofs

$\neg \quad \wedge \quad \vee \quad \rightarrow \quad \leftrightarrow$

T F

1 0

第4.1节 命题逻辑

Section 4.1: Propositional Logic

我们将学到的知识

□命题的概念

□复合命题

- 非、合取、析取、异或
- 蕴含
- 逆命题, 逆否命题, 反命题
- 双向蕴含

□真值表

4.1.1 命题

□ 定义:**命题**是一个陈述语句(陈述事实的语句), 它或者为真或者为假, 但不能不真不假.

□ 举例:

- 月亮是由绿色的奶酪组成的.
- 华盛顿特区是美国的首都.
- 加拿大的首都是多伦多.
- $1 + 0 = 1$
- $0 + 0 = 2$

4.1.1 命题

□ 举例(不是命题):

- 坐下!
- 现在几点?
- $x + 1 = 2$
- $x + y = z$

4.1.2 命题逻辑

□构造命题

- 命题变元: p, q, r, s, \dots
- 如果一个命题是真命题, 它的真值为真, 用 T 表示; 如果它是假命题, 它的真值为假, 用 F 表示.
- 复合命题: 由一个或者多个命题用逻辑运算组合而来的新命题
 - 非/否 \neg
 - 合取 \wedge
 - 析取 \vee
 - 蕴含 \rightarrow
 - 双向蕴含 \leftrightarrow

4.1.2 非命题

□ 命题 p 的**非命题**(否定命题)表示为 $\neg p$, 它的真值表为:

p	$\neg p$
T	F
F	T

□ 举例: p 表示 “地球是圆的”, 那么 $\neg p$ 表示 “并非地球是圆的” 或者更简单地表述 “地球不是圆的”

4.1.2 合取命题

□ p 和 q 的**合取命题**表示为 $p \wedge q$, 它的真值表为:

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

□ 举例: p 表示“我在家.” q 表示“今天在下雨.” 那么 $p \wedge q$ 则表示“我在家并且今天在下雨.”

4.1.2 析取命题

□ p 和 q 的**析取命题**表示为 $p \vee q$, 它的真值表为:

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

□ 举例: p 表示“我在家.” q 表示“今天在下雨.” 那么 $p \vee q$ 则表示“我在家, 或者今天在下雨.”

4.1.2 异或命题

□ 在自然语言中“或”字有两种不同的含义:

- **“兼或”** - 在句子 “Students who have taken CS202 or Math120 may take this class” 中, 我们假设学生需要先完成至少一个先导课, 但是也可以两门先导课都参加过. 这表示析取($p \vee q$). 要想 $p \vee q$ 为真, 那么至少其中一个, 或者两个都为真.
- **“异或”** - 在句子 “Soup or salad comes with this entrée,” 我们不希望开胃小菜同时有汤、沙拉. 这表示异或($p \oplus q$), p 和 q 中至少有一个为真, 但不能同时为真. 它的真值表如下:

p	q	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

4.1.3 蕴含命题

□ 如果 p 和 q 是命题, 那么 $p \rightarrow q$ 表示**条件语句**或者蕴含命题, 读作 “如果 p , 那么 q ”, 它的真值表为:

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

真推出假, 条件语句才为假

□ 举例: p 表示 “我在家.” q 表示 “今天在下雨.” 那么 $p \rightarrow q$ 则表示 “如果我在家, 那么今天在下雨.”

4.1.3 蕴含命题

- 在 $p \rightarrow q$ 中, p 是假设(前提), q 是结论(推论).
- 在 $p \rightarrow q$ 中, 前提和结论之间不需要有关联. $p \rightarrow q$ 的真值仅仅与 p , q 的真值有关系.
- 蕴含命题可能在中文表示不通顺, 但在命题逻辑中表示真.
 - “如果月亮由绿色的奶酪组成, 那么我比比尔.盖茨更富有.”
 - “如果月亮由绿色的奶酪组成, 那么我得靠救济生活.”
 - “如果 $1+1=3$, 那么你奶奶穿着军靴.”

4.1.3 蕴含命题

□ 为了便于理解条件语句的真值表, 可以将条件语句想象为义务或合同.

- “如果我当选了, 那么我将减税.”
 - 只有在该政治家当选了但却没有减税的情况下, 选民才能说政治家违背了竞选诺言.
- “如果你在期末考试得了满分, 那么你的成绩将被评定为A.”
 - 你得到满分, 教授没有给你A, 你才会有受骗的感觉. 在这儿对应了条件语句中 p 为真, q 为假时, $p \rightarrow q$ 的真值为假的情况.