Bài 1:

1. Nêu các bước cơ bản của vận trù học.
2. Trình bày mô hình của bài toán lập kế hoạch sản xuất với tài nguyên hạn chế.
3. Trình bày mô hình của bài toán vận tải.
4. Nêu các hàm mục tiêu và các ràng buộc cho bài toán vận tải.
5. Nêu các loại bài toán tối ưu.
6. Nêu các phương pháp chính để giải bài toán tối ưu.

Bài 2:

1. Nêu sự khác nhau giữa bài toán P và NP.
2. Ví dụ các bài toán cho lớp bài toán NP-Đầy đủ và NP-Khó.
3. Sự khác nhau giữa giải thuật xấp xỉ và giải thuật heuristics?*
    a. Xấp xỉ có cận đúng trong mọi trường hợp còn heuristic thì không
4. Phân tích độ phức tạp của thuật toán và kiểm định thuật toán cho bài toán người giao hàng.
5. Phân tích độ phức tạp của thuật toán và kiểm định thuật toán cho bài toán tô màu đồ thị.
6. Nêu ví dụ của một thuật toán xấp xỉ và chứng minh sự xấp xỉ đó.
7. Nêu lược đồ phương pháp heuristics cấu trúc.
8. Nêu thuật toán láng giềng gần nhất.
9. Nêu một quy tắc heuristics cho bài toán tô màu đồ thị. Ví dụ phương pháp trên một đồ thị bất kỳ.
10. Nêu tính chất của phương pháp heuristics cấu trúc.
11. Nêu tư tưởng phương pháp tìm kiếm địa phương.
12. Nêu lược đồ GRASP.

Bài 3:

1. Các bước cơ bản để giải một bài toán bằng phương pháp di truyền.
2. Trình bày lược đồ thuật toán di chuyền.
3. Nêu ý nghĩa của hàm đánh giá (fitness function).
4. Nêu các điểm mạnh và yếu của giải thuật di truyền.

Bài 4:

1. Nêu lược đồ giải thuật đàn kiến.
2. Các công việc chính để áp dụng giải thuật đàn kiến cho bài toán cụ thể.
3. Nêu ưu nhược điểm của giải thuật đàn kiến.
    a. Nhược điểm: mô phỏng đàn kiến tốn chi phí tính toán. Khó hội tụ. Đặc trưng về cách xây dựng giải thuật nên không phải bài toán nào cũng áp dụng được dễ dàng.
4. Nêu sự khách nhau giữa hệ kiến AS và hệ kiến MMAS.
    a. Trong slide

Bài 5:

1. Nêu tư tưởng của phương pháp nhánh cận
2. Nêu hai cơ chế trong phương pháp nhánh cận.
3. Nêu ý nghĩa và các tìm cận trên/cận dưới cho bài toán cực tiểu hóa.

Bài 6:

1. Nêu phương pháp đồ thị để giải bài toán tối ưu tuyến tính.

2. Nêu tính chất hình học của bài toán tuyến tính.
    a. Lời giải là một miền tạo bởi các đường thẳng.
    b. Tại sao đa giác lồi? Khi nào là hình đóng, khi nào là miền giới hạn
    c. Các điểm không cùng hàm mục tiêu sẽ nằm trên 1 đường gọi là đường đồng mức.
    d. Một đỉnh mà là local optimum của các đỉnh còn lại thì cũng là local optimum của toàn bài
3. Nêu phương pháp đơn hình để giải bài toán tối ưu tuyến tính.

Bài 7:

1. Nêu phương pháp đường dốc và ví dụ minh họa.
2. Nêu phương pháp Monte-carlo và ví dụ minh họa.
3. Nêu các tìm pareto cho bài toán đa mục tiêu.
4. Cách chuyển bài toán từ có ràng buộc về không ràng buộc.

Bài 1:

1. Nêu các bước cơ bản của vận trù học.
    a. Bước 1: Xác định bài toán
    b. Bước 2: Quan sát hệ thống
    c. Bước 3: Xây dựng mô hình toán học
    d. Bước 4: Lựa chọn giải pháp phù hợp
    e. Bước 5: Biểu Diễn kết quả và kết luận
    f. Bước 6: Triển khai và đánh giá
2. Trình bày mô hình của bài toán lập kế hoạch sản xuất với tài nguyên hạn chế.

- Một xí nghiệp có thể sản xuất n loại sản phẩm p_1, ... p_n từ m loại nguyên liệu M_1,... M_m. Biết rằng để sản xuất một đơn vị sản phẩm p_i (i = 1, ..., n) ta cần dùng a_{ji} đơn vị vật liệu M_j (j = 1, ..., m) và thu được c_i tiền lãi.
- Hãy xác định phương án sản xuất có lãi nhiều nhất nếu nguyên liện M_j chỉ có dự trữ b_j (j = 1, ..., m).

- Gọi x_i là lượng sản phẩm p_i được sản xuất, khi đó $x_i \geq 0$ (i = 1, ..., n) ta cần tìm các x_i để cho tổng tiền lãi lớn nhất.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \to \max$$

- Với các điều kiện hạn chế về tài nguyên.

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} x_i \leq b_j; \quad j = 1, \ldots, m$$
$$x_i \geq 0; \quad i = 1, \ldots, n.$$

- Trong thực tế sản phẩm có thể là số nguyên (cái, kiện hàng) thì bài toán thuộc tối ưu tổ hợp.

dung.nghiem@vnu.edu.vn

3. Nêu các hàm mục tiêu và các ràng buộc cho bài toán vận tải.

- Gọi x_{ji} là lượng hàng từ A_i đến B_j, bài toán là
- Tìm x_{ji} (j = 1,2,..., m; i = 1,2,..., n) sao cho $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ji}x_{ji} \rightarrow \min$
- Với các điều kiện

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ji} \le a_i; \quad i = 1,2,\dots,n$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} \ge b_j; \quad j = 1,2,\dots,m$$

$$x_{ji} \ge 0 \quad i = 1,\dots,n; \quad j = 1,\dots,m$$

- Trong thực tế có thể yêu cầu lượng hàng từ các kho tới các điểu tiêu thụ là số nguyên (bao, kiện hàng) thì bài toán thuộc tối ưu tổ hợp.

4. Nêu các loại bài toán tối ưu.

- ***Quy hoạch tuyến tính***

Nếu hàm mục tiêu và các hàm ràng buộc là tuyến tính và $X = R^n$ thì ta gọi là bài toán quy hoạch tuyến tính. Các bài toán còn lại gọi là phi tuyến.

- ***Quy hoạch lồi***

Bài toán gọi là quy hoạch lồi nếu hàm mục tiêu là hàm lồi và miền ràng buộc là tập lồi. Trong số các bài toán quy hoạch phi tuyến, có một đặc biệt quan trọng là quy hoạch lồi.

- ***Quy hoạch tham số***

Nếu các hệ số trong hàm mục tiêu hoặc hàm ràng buộc có phụ thuộc vào tham số thì gọi là quy hoạch tham số.

- ***Quy hoạch động***

Nếu các đối tượng trong bài toán được xét gồm nhiều giai đoạn (nói riêng là quá trình phát triển theo thời gian) thì gọi là bài toán quy hoạch động.

- ***Quy hoạch đa mục tiêu***

Nếu trên miền được xét ta khảo sát đồng thời nhiều hàm mục tiêu thì gọi là quy hoạch đa mục tiêu.

5. Nêu các phương pháp chính để giải bài toán tối ưu.

Tối ưu tổ hợp	Tối ưu liên tục

• Các phương pháp xấp xỉ
• Các phương pháp heuristics:
  • Heuristic cấu trúc
  • Tìm kiếm địa phương
• Các phương pháp metaheurisics:
  • GA (Genetic Algorithms)
  • ACO (Ant Colony Optimization)
  • Memetic algorithm
• Phương pháp nhánh cận
	• Quy hoạch tuyến tính
	  • Phương pháp đồ thị
	  • Phương pháp đơn hình
	• Quy hoạch phi tuyến
	  • Phương pháp đường dốc
	  • Phương pháp Monte Carlo
	  • Phương pháp nhánh cận

24

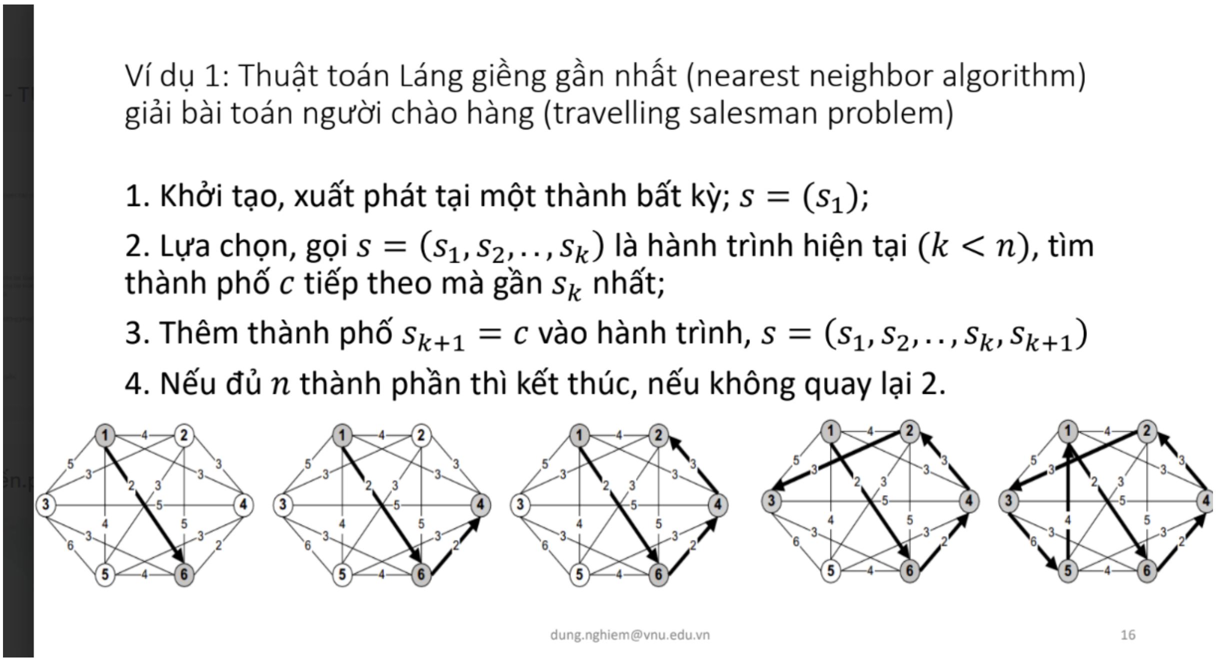
Bài 2:

1. Nêu sự khác nhau giữa bài toán P và NP.

- P là lớp các bài toán giải được bằng ***thuật toán đơn định*** trong ***thời gian đa thức***.
- NP là lớp tất cả các bài toán giải được bằng ***thuật toán không đơn định*** trong ***thời gian đa thức***. Theo cách khác, NP là lớp các bài toán có thể kiểm định (verifiable) được một xác thực (certificate) trong thời gian đa thức.

All Problems

2. Ví dụ các bài toán cho lớp bài toán NP-Đầy đủ và NP-Khó.
    a. NP-Đầy đủ:
    - Bài toán tập đỉnh độc lập
    - Clique
    - Bài toán tô màu đồ thị
    - Chu trình Hamilton
    b. NP-Hard
    - Bài toán người bán hàng - tsp
    - Cây Steiner nhỏ nhất
    - Bài toán xếp ba lô
3. Sự khác nhau giữa giải thuật xấp xỉ và giải thuật heuristics?*
    a. Xấp xỉ có cận đúng trong mọi trường hợp còn heuristic thì không
4. Phân tích độ phức tạp của thuật toán và kiểm định thuật toán cho bài toán người giao hàng.
    a. Sử dụng thuật toán láng giềng gần nhất (Nearest Neighbor) với độ phức tạp O(n^2):
    - Bước 1: Chọn ngẫu nhiên 1 điểm bắt đầu.
    - Bước 2: Tiếp đến chọn điểm có khoảng cách ngắn nhất so với điểm trước đó.
    - Bước 3: Tiếp tục lặp lại bước 2 với với các điểm chưa được đi đến cho đến khi quay trở lại điểm xuất phát ở bước 1.

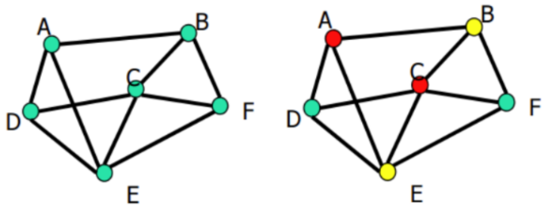


5. Phân tích độ phức tạp của thuật toán và kiểm định thuật toán cho bài toán tô màu đồ thị.

Ví dụ 2: Bài toán tô màu đồ thị

Quy tắc heuristic 1: Chọn đỉnh có bậc lớn nhất, tô bằng màu nhỏ nhất thỏa mãn.

Quy tắc heuristic 2: Chọn đỉnh có nhiều màu liên thuộc nhất, tô bằng màu nhỏ nhất thỏa mãn.



Giải thuật tham lam giải bài tô màu đồ thị có độ phức tạp O(V+E)

6. Nêu ví dụ của một thuật toán xấp xỉ và chứng minh sự xấp xỉ đó.
7. Nêu lược đồ phương pháp heuristics cấu trúc.

Heuristic cấu trúc - Constructive heuristic

- Bài toán TƯTH ứng với một bộ ba (S, f, Ω), trong đó S là tập hữu hạn trạng thái (lời giải tiềm năng hay phương án), f là hàm mục tiêu xác định trên S, còn Ω là tập các ràng buộc. Phương án $s = (s_1, \ldots, s_n)$, trong đó $s_i \in C_i$
- Lời giải của bài toán TƯTH được xây dựng theo cách mở rộng tuần tự, mở rộng không quay lui. Từ thành phần khởi tạo trong tập C_1, bằng cách thêm vào các thành phần mới theo phương thức ngẫu nhiên hay tất định dựa trên các quy tắc heuristic đã chọn.
- Các quy tắc heuristic thường được xây dựng dựa trên các kết quả phân tích toán học hoặc kinh nghiệm.

Procedure Heuristic cấu trúc;

Begin

  s ← chọn c_1 trong C_1;

  while (chưa xây dựng xong lời giải) do

    $\boxed{c_i \leftarrow \textbf{GreedyComponent}(s, C_i);}$

    s ← s ^ c_i;

  end-while

  Đưa ra lời giải s;

End;

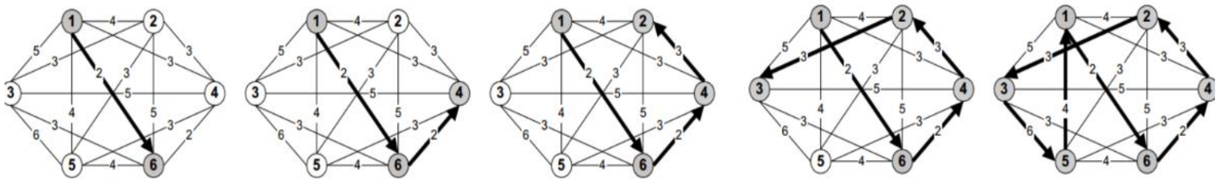
dung.nghiem@vnu.edu.vn

15

8. Nêu thuật toán láng giềng gần nhất.

Ví dụ 1: Thuật toán Láng giềng gần nhất (nearest neighbor algorithm) giải bài toán người chào hàng (travelling salesman problem)

1. Khởi tạo, xuất phát tại một thành bất kỳ; $s = (s_1)$;
2. Lựa chọn, gọi $s = (s_1, s_2, .., s_k)$ là hành trình hiện tại ($k < n$), tìm thành phố c tiếp theo mà gần s_k nhất;
3. Thêm thành phố $s_{k+1} = c$ vào hành trình, $s = (s_1, s_2, .., s_k, s_{k+1})$
4. Nếu đủ n thành phần thì kết thúc, nếu không quay lại 2.



dung.nghiem@vnu.edu.vn 16

1. Chọn một nút bất kỳ làm nút xuất phát và đây là nút hiện hành
2. Đánh dấu nút hiện hành là đã được đi qua
3. Tìm một nút chưa đi qua có khoảng cách đến nút hiện hành là ngắn nhất, đánh dấu nút này là nút hiện hành mới
4. Nếu chưa đi qua tất cả các nút thì quay lại bước 2

Thứ tự mà các nút được đi qua chính là kết quả của thuật toán.

9. Nêu một quy tắc heuristics cho bài toán tô màu đồ thị. Ví dụ phương pháp trên một đồ thị bất kỳ.
    - Xuất phát với một điểm có bậc lớn nhất, tô màu điểm đó với các điểm kề với nó màu đầu tiên.
    - Tiếp tục chọn điểm có bậc lớn nhất khác (ngoại trừ đỉnh trước đó đã chọn) tô màu điểm đó với các điểm kề với nó màu tiếp theo.
    - Tiếp tục các bước trên cho đến khi đánh dấu được tất cả các điểm.
10. Nêu tính chất của phương pháp heuristics cấu trúc.

Nhận xét về phương pháp Heuristic cấu trúc

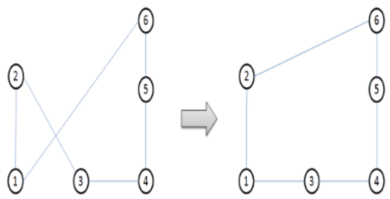
- Heuristic cấu trúc thông dụng, giải quyết cho nhiều bài toán khác nhau.
- Heuristic cấu trúc chạy nhanh, không ước lượng được độ tốt của lời giải như thuật toán xấp xỉ.
- Quy tắc heuristic quyết định chất lượng lời giải.
- Heuristic cấu trúc dùng để xây dựng lời giải ban đầu cho các phương pháp khác.

11. Nêu tư tưởng phương pháp tìm kiếm địa phương.

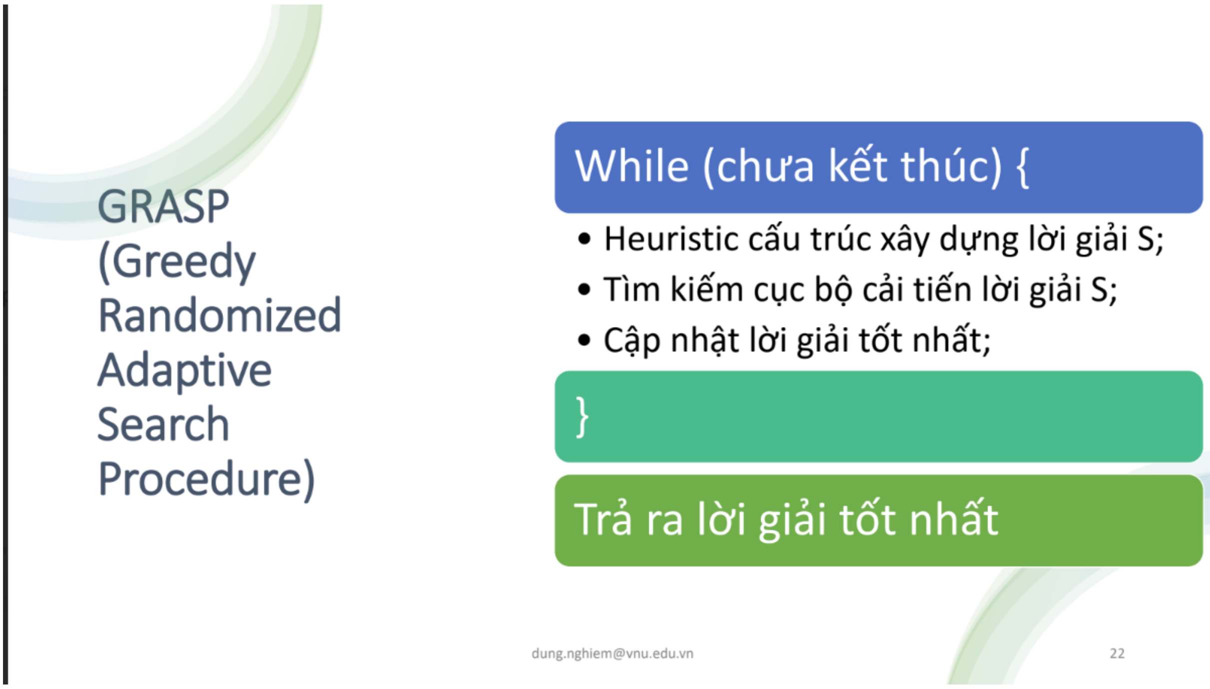
Tìm kiếm địa phương (local search)

- Các tên gọi khác nhau: Tìm kiếm cục bộ, leo đồi.
- Bắt đầu từ một phương án chấp nhận được, lặp lại bước cải tiến lời giải nhờ các thay đổi cục bộ.
- Xác định được *cấu trúc lân cận* của mỗi phương án (lời giải) đang xét, tức là những phương án chấp nhận được, gần với nó nhất, nhờ thay đổi một số thành phần.
- Lân cận k-*thay đổi*, tức là *lân cận* bao gồm các phương án chấp nhận được khác với phương án đang xét nhờ thay đổi nhiều nhất k thành phần.

  Ví dụ: Lân cận *2-thay đổi* của một lời giải s trong bài toán TSP bao gồm tất cả các lời giải s' có thể nhận được từ s bằng cách đổi hai cạnh.
- Dựa theo hai chiến lược: Chiến lược *tốt nhất* và chiến lược *tốt hơn*.

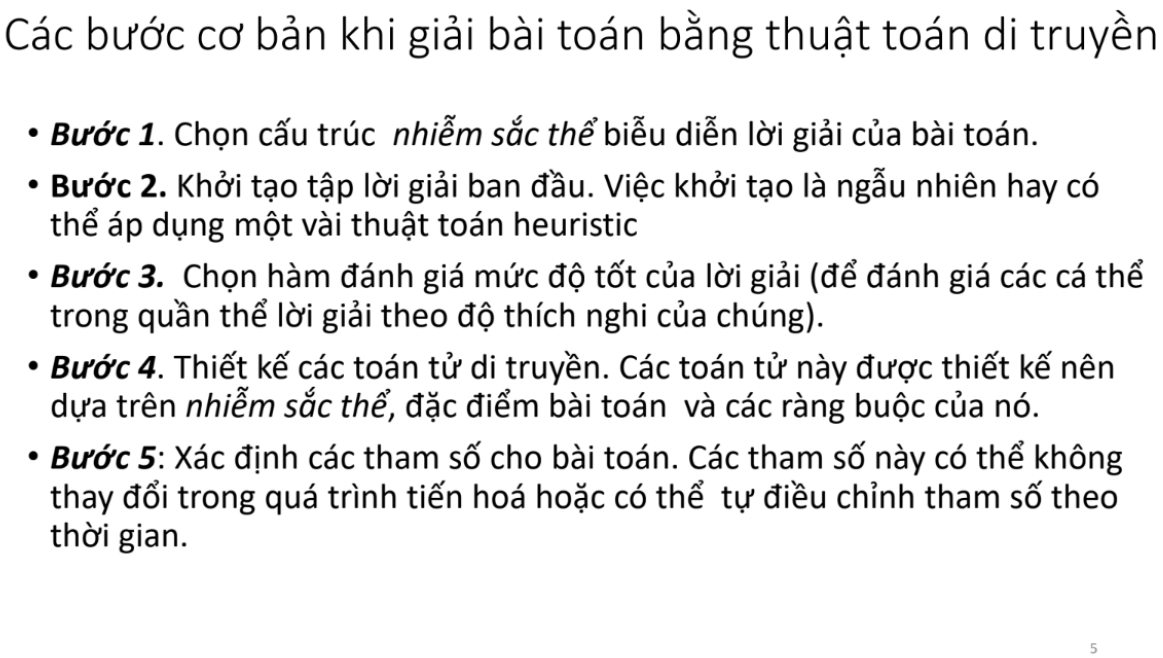


12. Nêu lược đồ GRASP.



Bài 3:

1. Các bước cơ bản để giải một bài toán bằng phương pháp di truyền.



2. Trình bày lược đồ thuật toán di chuyền.

Lược đồ thuật toán

$t \leftarrow 0;$
Khởi tạo quần thể $P(t)$;
while (chưa kết thúc){
    Chọn lọc $Q(t)$ từ $P(t)$; // nhờ bánh xe xổ số
    Tái tạo $P(t+1)$ từ $Q(t)$;
    Đánh giá $P(t+1)$ và chọn lọc cá thể tốt nhất;
    $t \leftarrow t+1;$
}

4

3. Nêu ý nghĩa của hàm đánh giá (fitness function).
   Được sử dụng để đánh giá mức độ tương thích hoặc chất lượng của các cá thể trong quần thể dựa trên yếu tố mục tiêu cần tối ưu.
4. Nêu các điểm mạnh và yếu của giải thuật di truyền.

Nhận xét thuật toán di truyền

- Các kết quả nghiên cứu , đánh giá về sự hội tụ của GA còn rất nghèo, chỉ mới ở mức chứng minh sự hội tụ theo xác suất tới lời giải tối ưu của bài toán.
- Tuy nhiên, về mặt thực hành, giải thuật di truyền vẫn là một giải thuật được ưa thích để giải các bài toán khó trong thực tế và cho lời giải đủ tốt.
- Đặc biệt GA tỏ ra rất hiệu quả đối với các bài toán mà hàm mục tiêu phức tạp, có nhiều cực trị địa phương và không trơn. Đối với các bài toán đã có phương pháp giải tốt bằng phương pháp truyền thống thì GA vẫn kém hiệu quả hơn.

Bài 4:

1. Nêu lược đồ giải thuật đàn kiến.

Lược đồ thuật toán

Procedure Thuật toán ACO;

Begin

Khởi tạo tham số, ma trận mùi, khởi tạo m con kiến;

repeat

for $k = 1$ **to** m **do**

Kiến k xây dựng lời giải;

end-for

Cập nhật mùi;

Cập nhật lời giải tốt nhất;

until (Điều kiện kết thúc);

Đưa ra lời giải tốt nhất;

End;

2. Các công việc chính để áp dụng giải thuật đàn kiến cho bài toán cụ thể.

Các công việc chính khi áp dụng ACO giải bài toán

1) *Xây dựng đồ thị cấu trúc thích hợp*. Việc xây dựng đồ thị cấu trúc để tìm được lời giải cho bài toán theo thủ tục tuần tự không khó. Khó khăn chính là với các bài toán cỡ lớn, không gian tìm kiếm quá rộng, đòi hỏi ta sử dụng các ràng buộc Ω một cách hợp lý để giảm miền tìm kiếm của kiến.

2) *Chọn thông tin heuristic*. Thông tin heuristic tốt sẽ tăng hiệu quả thuật toán. Tuy nhiên, trong nhiều bài toán không có thông tin này thì có thể đánh giá chúng như nhau. Khi đó, ban đầu thuật toán chỉ đơn thuần chạy theo phương thức tìm kiếm ngẫu nhiên, vết mùi thể hiện định hướng của học tăng cường và thuật toán vẫn thực hiện được.

3) *Chọn quy tắc cập nhật mùi*. Quy tắc cập nhật mùi thể hiện chiến lược học của thuật toán. Trong khi đồ thị cấu trúc và thông tin heuristic phụ thuộc vào bài toán cụ thể, quy tắc cập nhật mùi lại là yếu tố phổ dụng và thường dùng để đặt tên cho thuật toán.

3. Nêu ưu nhược điểm của giải thuật đàn kiến.

Nhận xét chung về các thuật toán ACO

Nhờ kết hợp thông tin heuristic, thông tin học tăng cường và mô phỏng hoạt động của đàn kiến, các thuật toán ACO có các ưu điểm:

1) Việc tìm kiếm ngẫu nhiên dựa trên các thông tin heuristic trở nên linh hoạt và mềm dẻo trên miền rộng hơn so với các phương pháp heuristic đã có. Do đó, cho ta lời giải tốt hơn và có thể tìm được lời giải tối ưu.

2) Học tăng cường thông qua thông tin về cường độ vết mùi cho phép từng bước thu hẹp không gian tìm kiếm, mà vẫn không loại bỏ các lời giải tốt, do đó nâng cao chất lượng thuật toán.

8

a. Nhược điểm: mô phỏng đàn kiến tốn chi phí tính toán. Khó hội tụ. Đặc trưng về cách xây dựng giải thuật nên không phải bài toán nào cũng áp dụng được dễ dàng.

4. Nêu sự khách nhau giữa hệ kiến AS và hệ kiến MMAS.

Thuật toán MMAS (Max-Min Ant System) do Stutzle và Hoos đề xuất năm 2000 với bốn điểm thay đổi so với AS.

1) Tăng cường khai thác lời giải tốt nhất tìm được: các cạnh thuộc vào lời giải I-best hoặc G-best được cập nhật mùi. Điều này có thể dẫn đến hiện tượng tắc nghẽn: tất cả các kiến sẽ cùng đi một hành trình, bởi vì lượng mùi trên các cạnh thuộc hành trình tốt được cập nhật quá nhiều, mặc dù hành trình này không phải là hành trình tối ưu.

2) Khắc phục nhược điểm trong thay đổi thứ nhất, MMAS đã đưa ra miền giới hạn cho vết mùi: vết mùi sẽ bị hạn chế trong khoảng $[\tau_{min}, \tau_{max}]$.

3) Vết mùi ban đầu được khởi tạo bằng τ_{max} và hệ số bay hơi nhỏ nhằm tăng cường khám phá trong giai đoạn đầu.

4) Vết mùi sẽ được khởi tạo lại khi có hiện tượng tắc nghẽn hoặc không tìm được lời giải tốt hơn sau một số bước.

Bài 5:

1. Nêu tư tưởng của phương pháp nhánh cận

Phương pháp nhánh cận

Sử dụng tư tưởng chia để trị:

- Phân nhánh (branching): Chia miền lời giải thành các miền con cho đến khi đủ nhỏ.

- Tìm cận (bounding): Đưa ra cận tốt nhất cho một miền đang xét.

- Cắt nhánh (cuting): Nếu cận tốt nhất không thể là lời giải tối ưu, bỏ qua nhánh này.

2. Nêu hai cơ chế trong phương pháp nhánh cận.

Điều kiện cần

Cần 2 cơ chế:

+ Cơ chế phân nhánh

+ Cơ chế tạo ra cận.

3. Nêu ý nghĩa và các tìm cận trên/cận dưới cho bài toán cực tiểu hóa.

Cận trên/dưới

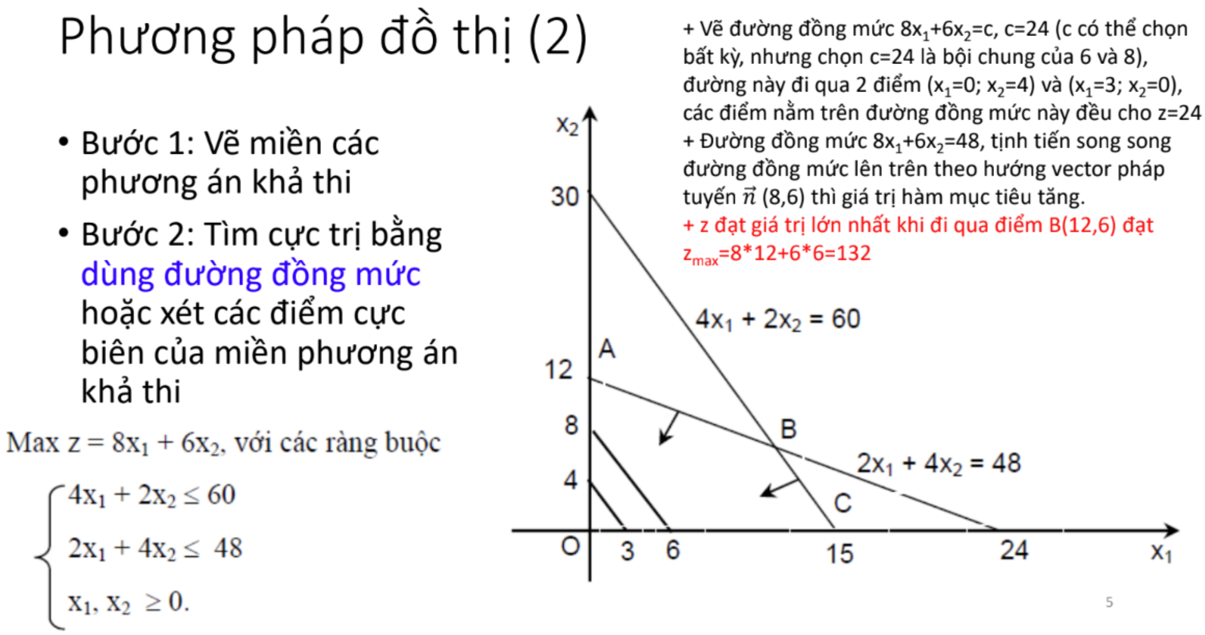
Với một bài toán tối thiểu hóa:

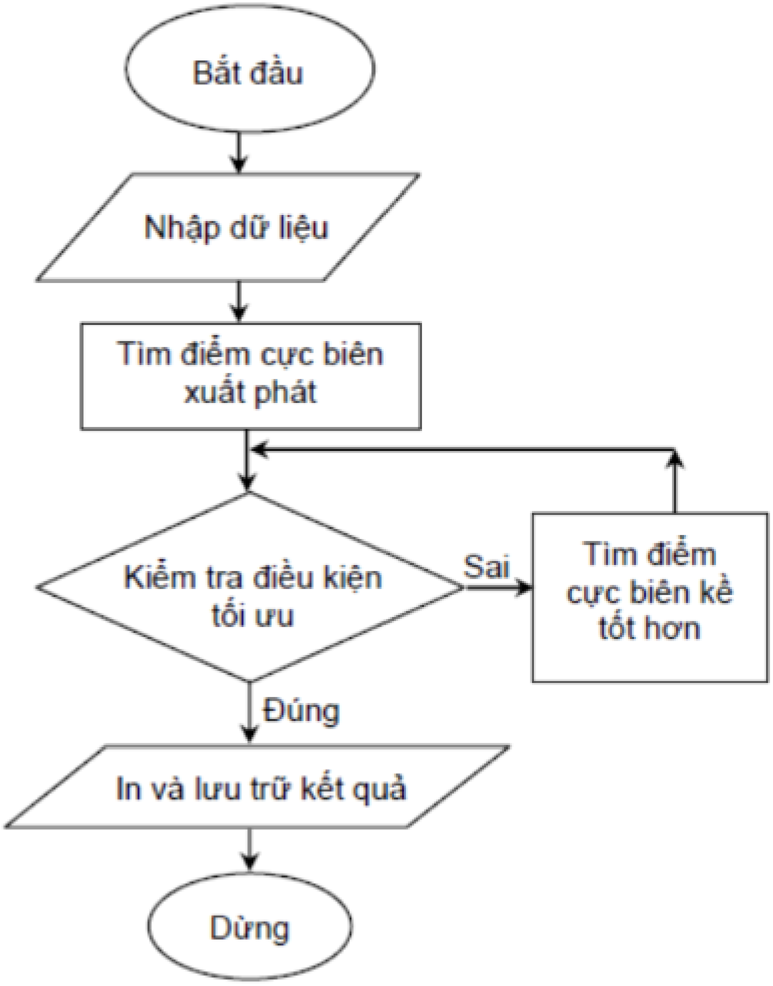
• Cận trên: Thông qua việc tìm một lời giải bằng thuật toán như tham lam hoặc xác định trong lúc tìm kiếm (là lời giải tốt nhất hiện có).

• Cận dưới: Thông qua việc nới lỏng ràng buộc hoặc thay hàm mục tiêu (đảm bảo $f(x) \geq g(x)$).

Bài 6:

1. Nêu phương pháp đồ thị để giải bài toán tối ưu tuyến tính.





2. Nêu tính chất hình học của bài toán tuyến tính.
    a. Lời giải là một miền tạo bởi các đường thẳng.
    b. Tại sao đa giác lồi? Khi nào là hình đóng, khi nào là miền giới hạn
    c. Các điểm không cùng hàm mục tiêu sẽ nằm trên 1 đường gọi là đường đồng mức.
    d. Một đỉnh mà là local optimum của các đỉnh còn lại thì cũng là local optimum của toàn bài
3. Nêu phương pháp đơn hình để giải bài toán tối ưu tuyến tính.

Bài 7:

1. Nêu phương pháp đường dốc và ví dụ minh họa.

Phương pháp Gradient (đường dốc nhất)

Phương pháp Gradient là phương pháp phổ thông, đơn giản và dễ ứng dụng giải bài toán phi tuyến tính không ràng buộc.

Xét bài toán cực trị không điều kiện: $\min\{f(x)|x \in R^n\}$

d là vector hướng giảm của hàm f tại x nếu $\exists\delta > 0$ sao cho $f(x+\lambda d) < f(x), \forall\lambda \in (0,\delta)$

Bước 1: Chon trước $\alpha > 0$ và ε $(0 < \varepsilon < 1)$, lấy xấp xỉ ban đầu $x_0 \in R^n$ tùy ý

Bước 2: Xây dựng dãy $x_k \in R^n$; $k = 1,2,\dots,$

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k f'(x_k) \text{ với } \alpha_k > 0$$

Trong đó α_k được chọn như sau: Nếu $f\left(x_k - \alpha f'(x)\right) < f(x_k) - \varepsilon\|f'(x_k)\|^2$ thì $a_k = \alpha$, ngược lại giảm α (chẳng hạn nhân α với $\lambda \in (0,1)$), lặp cho tới khi thỏa mãn.

Thuật toán kết thúc khi $\|f'(x_k)\|^2$ đủ bé.

Phương pháp Gradient (đường dốc nhất)

$$\min \mathrm{f(x)} = \mathrm{x}_1^2 + 25\mathrm{x}_2^2$$

Chọn $x_0 = \begin{bmatrix}0.5\\0.5\end{bmatrix}, \alpha = 0.01$

$f'(x) = \begin{bmatrix}2x_1\\50x_2\end{bmatrix}$; $f'(x_0) = \begin{bmatrix}1\\25\end{bmatrix}$

$x_1 = x_0 - \alpha f'(x_0) = \begin{bmatrix}0.5\\0.5\end{bmatrix} - 0.01\begin{bmatrix}1\\25\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.49\\0.25\end{bmatrix}$;

...

2. Nêu phương pháp Monte-carlo và ví dụ minh họa.

Phương pháp monte-carlo (1)

Bài toán quy hoạch mà hàm mục tiêu phức tạp, không cho được dưới dạng hiển trên một miền giới nội D nào đó thì các phương pháp đã nêu không dùng được. Khi đó phương pháp monte-carlo là một phương pháp có hiệu quả.

$\max\{f(x)|x \in D\}; D \in R^n$

Trong đó f là hàm liên tục, D là miền giới nội trong R^n: $D \subset \prod_{i=1}^{n}[a_i, b_i]$

17

Phương pháp monte-carlo (2)

Tạo một tập đủ lớn n véc tơ ngẫu nhiên có phân bố đều trên D và chọn véc tơ có hàm mục tiêu lớn nhất để làm lời giải gần đúng. Với số bước lặp N cho trước, thuật toán thực hiện như sau.

- *Bước 1*. Khởi tạo $j = 0$; $f = m$ đủ nhỏ.
- *Bước 2*. Với mỗi $i = 1, .., n$ tạo số ngẫu nhiên $r_i \in [0,1]$, tính $y_i = a_i + ri(b_i - a_i)$ và xác định $y = (y_1, \dots, y_n)$.
- *Bước 3*. Kiểm tra nếu y thuộc D thì tăng j:=j+1 và sang bước 4, nếu không thuộc D thì trở lại bước 2.
- *Bước 4*. Tính $f(y)$, nếu $f(y) > f$ thì gán $x = y$ và $f = f(y)$
- *Bước 5*. Kiểm tra điều kiện kết thúc $j = N$, nếu đúng thi in kết quả x và f tương ứng, chưa đúng thì trở lại bước 2.

18

3. Nêu các tìm pareto cho bài toán đa mục tiêu.

Tối ưu đa mục tiêu (2)

Cách 1: Đưa các mục tiêu thứ yếu vào điều kiện buộc

Ví dụ: Ta cần tìm cực đại của f_1 và f_2

- Theo cách này, ta chọn hàm mục tiêu f_1 mà ta cho là quan trọng nhất và xét bài toán $f_1(x) \rightarrow max$. Ta tìm ra được $x_0, f_2(x_0) = c$.
- Xét tiếp bài toán $f_1(x) \rightarrow max$

với các điều kiện $\begin{cases} f_2(x) > c + \varepsilon \\ x \in D \end{cases}$

21

Tối ưu đa mục tiêu (3)

Cách 1: Đưa các mục tiêu thứ yếu vào điều kiện buộc

Theo cách này, ta chọn hàm mục tiêu f_j mà ta cho là quan trọng nhất và xét bài toán $f_j(x) \rightarrow max$

với các điều kiện $\begin{cases} f_i(x) \geq c, \forall i \neq j \\ x \in X \end{cases}$

Cách 2: Chọn trọng số ưu tiên

Chọn $p_1, p_2, \ldots, p_k$ tương ứng với k hàm mục tiêu sao cho $p_i > 0$ và $p_1 + p_2 + \cdots + p_k = 1$ (độ lớn của ρ_i phụ thuộc vào mức độ quan trọng của hàm mục tiêu f_i)

Đi giải bài toán $\max\left\{\sum_{i=1}^{k} \rho_i f_i(x) \middle/ x \in X\right\}$

22

4. Cách chuyển bài toán từ có ràng buộc về không ràng buộc.