

Równanie przewodnictwa cieplnego

Projekt 2

Kod programu

```
In[*]:= Clear[cieplo];
cieplo[a_, b_, n_, m_, tg_, f_, u0_, ua_, ub_, u_] :=
Module[{zmienne, wskazniki, h =  $\frac{b-a}{n-1}$ , k =  $\frac{tg}{m-1}$ , w, eq, expr, const, neweq,
  macierz, wyrazyWolne, xi, tj, fij, rozwiazanie, matrix, solution, dummy,
  wykres, bledy, rozwiazanieWykres, bledyWykres, bledyWykresPlot},
  w = { $\alpha k$ ,  $-(2 \alpha k + h^2)$ ,  $h^2$ ,  $-k h^2$ };

  (* Siatki *)
  xi = Table[a + (i - 1) * h, {i, n}]; tj = Table[(j - 1) * k, {j, m}];

  (* Wartości funkcji f w węzłach siatki *)
  fij = Table[f[xi[[i]], tj[[j]]], {i, n}, {j, m}];

  (* Wartości znane z warunków *)
  rozwiazanie = Table[ui,j, {i, n}, {j, m}];
  Do[rozwiazanie[[i, 1]] = u0[xi[[i]]], {i, 1, n}];
  Do[rozwiazanie[[1, j]] = ua[tj[[j]]], {j, 1, m}];
  Do[rozwiazanie[[n, j]] = ub[tj[[j]]], {j, 1, m}];

  (* Budowa układu równań *)
  macierz = Table[eq = w[[1]] * rozwiazanie[[i - 1, j]] + w[[2]] * rozwiazanie[[i, j]] +
    w[[1]] * rozwiazanie[[i + 1, j]] + w[[3]] * rozwiazanie[[i, j - 1]] = w[[4]] * fij[[i, j]],
    {i, 2, n - 1}, {j, 2, m}];
  expr = eq /. Equal -> Subtract;
  const = expr /. Map[# -> 0 &, Variables[expr]];
  neweq = expr - const == -const, {i, 2, n - 1}, {j, 2, m}];
  macierz = Flatten[macierz];

  wskazniki = Sort[DeleteDuplicates[Flatten[Table[
    {{i - 1, j}, {i, j}, {i + 1, j}, {i, j - 1}}, {i, 2, n - 1}, {j, 2, m}], 2]]];
  zmienne = Sort[DeleteDuplicates[
    Flatten[Table[{ui-1,j, ui,j, ui+1,j, ui,j-1}, {i, 2, n - 1}, {j, 2, m}], 2]]];
```

```

(* Rozdzielenie zmiennych od wyrazów wolnych *)
matrix = Table[0, {nm - n - 2 m + 2}];
wyrazyWolne = Table[0, {nm - n - 2 m + 2}];
Do[matrix[[i]] = macierz[[i, 1]];
  wyrazyWolne[[i]] = macierz[[i, 2]], {i, nm - n - 2 m + 2}];

(* Wyciągnięcie macierzy współczynników *)
matrix = Normal@CoefficientArrays[matrix, zmienne][[2]];

(* Rozwiązanie *)
solution = LinearSolve[matrix, wyrazyWolne];

dummy = Table[0, {n}, {m}];
Do[
  dummy[[i][1], i[[2]]] = solution[[Position[wskazniki, i][[1, 1]], {i, wskazniki}]];

Do[rozwiazanie[[i, j]] = dummy[[i, j]], {i, 2, n - 1}, {j, 2, m}];

(* Tworzenie wykresu *)
wykres = Table[{xi[[i]], tj[[j]], rozwiazanie[[i, j]]}, {i, n}, {j, m}];
dummy = {};
Do[dummy = Append[dummy, wykres[[i, j]], {i, n}, {j, m}];
rozwiazanieWykres = ListPointPlot3D[dummy, PlotTheme -> "Business"];

(* Błędy *)
bledy = Table[
  {xi[[i]], tj[[j]], Abs[rozwiazanie[[i, j]] - u[xi[[i]], tj[[j]]]}], {i, n}, {j, m}];
bledyWykres = {};
Do[bledyWykres = Append[bledyWykres, bledy[[i, j]], {i, n}, {j, m}];
bledyWykresPlot =
  ListPlot3D[bledyWykres, PlotTheme -> "Business", PlotStyle -> 96];

Return[{Show[Plot3D[u[x, t], {x, a, b}, {t, 0, tg}, PlotStyle -> Green],
  rozwiazanieWykres], bledyWykresPlot}]
]

```

Testowanie

```
In[*]:=  $\alpha = 1/9$ ; a = 0.; b =  $\pi$ ;  
tg = 2;  
n = 35; m = 55; fun[x_, t_] :=  $\frac{x t}{10}$ ;  
u0[x_] := 1 + Sin[3 x]; ub[t_] :=  $1 + \frac{\pi t^2}{20}$ ;  
ua[t_] := 1;  
u[x_, t_] := Exp[-t] Sin[3 x] +  $\frac{x t^2}{20}$  + 1;  
cieplo[ $\alpha$ , a, b, n, m, tg, fun, u0, ua, ub, u]
```

Out[]=

