

Autor: Krzysztof Barczak

# Metody numeryczne w technice

(kierunek Matematyka)

## Projekt 2

### Metoda Adamsa-Bashfortha

Napisać procedurę realizującą algorytm trzy krokowej metody Adamsa-Bashfortha

(argumenty:  $f$ ,  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $b$ ,  $n$ ).

Zminimalizować liczbę obliczeń funkcji  $f$ . Jako metodę startową wykorzystać metodę Rungego-Kutty rzędu trzeciego.

Korzystając z napisanej procedury wyznaczyć rozwiązanie przybliżone zagadnienia początkowego:

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt[3]{\frac{y(x)}{x^2}}, & x \in [1, 50], \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

Obliczenia wykonać dla 10, 20 i 50 kroków.

Na wspólnym rysunku wykreślić rozwiązanie dokładne oraz uzyskane rozwiązania przybliżone.

Wykreślić także, na jednym rysunku, błędy uzyskanych rozwiązań przybliżonych.

---

## Rozwiązanie

### Metoda Rungego-Kutty rzędu trzeciego - kod procedury

Wejście:

$f = f(x, y)$  - funkcja;

$x_0, y_0$  - wartości;

$n$  - liczba kroków;

$h$  - długość kroku.

Wyjście:

$(x_i, y_i)$  dla  $i = 0, 1, \dots, n$  - punkty.

```

In[*]:= Clear[metodaRK3];
metodaRK3[f_, x0_, y0_, h_, n_] :=
Module[{yValues, xValues, xNext = x0, yNext = y0, k1, k2, k3},

  xValues = {x0};
  yValues = {y0};

  Do[
    k1 = f[xNext, yNext];
    k2 = f[xNext +  $\frac{h}{2}$ , yNext +  $\frac{h k1}{2}$ ];
    xNext = xNext + h;
    xValues = Append[xValues, xNext];
    k3 = f[xNext, yNext - h k1 + 2 h k2];
    yNext = yNext + 1 / 6 h (k1 + 4 k2 + k3);
    yValues = Append[yValues, yNext],
    {i, 0, n - 1}];

  Return[Transpose[{xValues, yValues}]]
]

```

## Metoda Adamsa-Bashforth - kod procedury

Wejście:

- f - funkcja  $f(x, y)$ ,
- $x_0, y_0$  - wartości  $x_0, y_0$ ,
- b - koniec przedziału,
- n - liczba kroków.

Wyjście:

- punkty  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ .

```

In[*]:= Clear[metodaAB];
metodaAB[f_, x0_, y0_, b_, m_] :=
Module[{h =  $\frac{b - x0}{m}$ , xi, k = 3, yi, fi, bki, temp = 0},
  xi = Table[x0 + i h, {i, 1, k - 1}];
  xi = Prepend[xi, x0];

  (* Wartości yi dla i = 1, ..., k-1 wyznaczone z użyciem metodaRK3 *)
  yi = metodaRK3[f, x0, y0, h, k - 1][[All, 2]];
  fi = Table[f[xi[[i]], yi[[i]]], {i, 1, k}];

  bki = N[{ $\frac{23}{12}$ ,  $-\frac{16}{12}$ ,  $\frac{5}{12}$ });

  Do[
    temp = yi[[n - 1]] + h  $\sum_{i=1}^k$  bki[[i]] f[xi[[n - i]], yi[[n - i]]];
    yi = Append[yi, temp];
    xi = Append[xi, xi[[n - 1]] + h];
    fi = Append[fi, f[xi[[n]], yi[[n]]]],
    {n, k + 1, m + 1}];

  Return[Transpose[{xi, yi}]]
]

```

## Rozwiązanie zagadnienia początkowego

```

In[*]:= Clear[f, x0, y0, b, n];

f[x_, y_] :=  $\sqrt[3]{\frac{y}{x^2}}$ ;

x0 = 1.; y0 = 1.; b = 50.;
przyblizone10 = metodaAB[f, x0, y0, b, 10];
przyblizone20 = metodaAB[f, x0, y0, b, 20];
przyblizone50 = metodaAB[f, x0, y0, b, 50];

dokladne = DSolve[{y'[x] ==  $\left(\frac{y[x]}{x^2}\right)^{(1/3)}$ , y[1] == 1}, y[x], x][[1, 1, 2]];

In[*]:= przyblizoneWykres10 =
  ListPlot[przyblizone10, PlotLegends -> {"n=10"}, PlotStyle -> Blue];
przyblizoneWykres20 =
  ListPlot[przyblizone20, PlotLegends -> {"n=20"}, PlotStyle -> Orange];
przyblizoneWykres50 =
  ListPlot[przyblizone50, PlotLegends -> {"n=50"}, PlotStyle -> Purple];
dokladneWykres =
  Plot[dokladne, {x, 1, 50}, PlotLegends -> {"dokładne"}, PlotStyle -> LightPurple];

```

```

In[*]:= Clear[h, n, wartosci];
h = {  $\frac{b - x0}{10}$ ,  $\frac{b - x0}{20}$ ,  $\frac{b - x0}{50}$  };
n = {10, 20, 50};
wartosci = Table[dokladne /. {x → xw}, {i, 1, 3}, {xw, x0, x0 + h[[i]] * n[[i]], h[[i]]}];

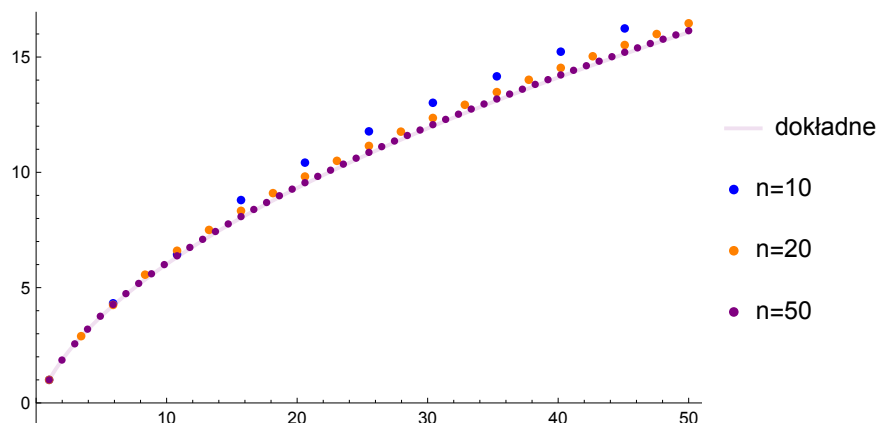
In[*]:= bledy10 = Table[{przyblizone10[[i, 1]], Abs[przyblizone10[[i, 2]] - wartosci[[1, i]]]},
  {i, Length[przyblizone10]}];
bledy20 = Table[{przyblizone20[[i, 1]], Abs[przyblizone20[[i, 2]] - wartosci[[2, i]]]},
  {i, Length[przyblizone20]}];
bledy50 = Table[{przyblizone50[[i, 1]], Abs[przyblizone50[[i, 2]] - wartosci[[3, i]]]},
  {i, Length[przyblizone50]}];

In[*]:= bledyWykres10 = ListPlot[bledy10, Joined → True,
  PlotLegends → {"n=10"}, PlotStyle → {Blue, Thickness[0.005]}];
bledyWykres20 = ListPlot[bledy20, Joined → True,
  PlotLegends → {"n=20"}, PlotStyle → {Orange, Thickness[0.005]}];
bledyWykres50 = ListPlot[bledy50, Joined → True,
  PlotLegends → {"n=50"}, PlotStyle → {Purple, Thickness[0.005]}];

In[*]:= Show[dokladneWykres, przyblizoneWykres10,
  przyblizoneWykres20, przyblizoneWykres50]
Show[bledyWykres10, bledyWykres20, bledyWykres50]

```

Out[\*]=



Out[\*]=

