ВЕСТНИК САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

СЕРИЯ 10
ПРИКЛАДНАЯ
МАТЕМАТИКА
ИНФОРМАТИКА
ПРОЦЕССЫ
УПРАВЛЕНИЯ

выпуск з

СЕНТЯБРЬ

2007

Научно-теоретический журнал Издается с августа 1946 года

СОДЕРЖАНИЕ

Прикладная математика

Byль $B.$ $B.$ Оптимизация алгоритма Заупе для фрактального кодирования изображений	3
Гасратов М. Г. Математическая модель управления материальными запасами в случае	
ценовой конкуренции	9
Житкова Е. М., Колесин И. Д. Задача организации экстренной профилактики групп	
риска	18
Завадский С. В. Структурно-параметрическая оптимизация в задаче стабилизации	
плазмы	22
поля пучка заряженных частиц	30
$Kривовичев \ \Gamma. \ B., \ Tрегубов \ B. \ \Pi.$ Математическое моделирование биологической по-	
движности одноклеточных организмов	45
Новоселов В. С. Об особом оптимальном по расходу топлива управлении в центральном	
гравитационном поле	54
Осипков Л. П. Точки либрации для задачи Бока	62
Полякова Л. Н. Непрерывные методы безусловной минимизации гиподифференцируе-	
мых функций	71
Смирнов В. Н., Егоров Н. В. Моделирование детектора гравитационных взаимодейст-	
вий	82 89
$Xumpos\ \Gamma.\ M.\ O$ полиномах с заданными определителями Гурвица и об одном представлении решения матричного уравнения Ляпунова	97
Информатика	
Еловков Д. Д. Высокоуровневый Haskell Java интерфейс	105



\mathcal{A} еми do 66 A . M ., K 6 um κ 0 A . H . Алгоритм решения граничной задачи для нелинейной	
управляемой системы с учетом случайных возмущений	115
Тихомиров О. Г. Устойчивость однородных нестационарных систем обыкновенных диф-	
ференциальных уравнений	123
Рефераты	130

ГЛАВНАЯ РЕДКОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Главный редактор Л. А. Вербицкая Заместители главного редактора: Н. М. Кропачев, И. А. Горлинский

Члены редколлегии: А. Ю. Дворниченко, В. В. Дмитриев, С. Г. Инге-Вечтомов, А. Г. Морачевский, Ю. В. Перов, Т. Н. Пескова, С. В. Петров, Л. А. Петросян, Н. В. Расков, В. Т. Рязанов, Р. В. Светлов, В. Г. Тимофеев, П. Е. Товстик

Ответственный секретарь С. П. Заикин

Редакционная коллегия серии:

Л. А. Петросян (отв. редактор), Д. А. Овсянников (зам. отв. редактора),

С. В. Чистяков (зам. отв. редактора), И. Л. Братчиков, Е. И. Веремей,

Ю. М. Даль, В. Ф. Демьянов, О. И. Дривотин, А. П. Жабко,

 $A.\ M.\ Kамачкин,\ B.\ B.\ Kарелин$ (секретарь), $\Gamma.\ A.\ Леонов,\ B.\ C.\ Новоселов,\ A.\ H.\ Терехов,\ B.\ A.\ Тузов,\ B.\ Л.\ Харитонов$

Редактор Э. А. Горелик Техн. редактор А. В. Борщева Верстка Р. С. Колеватова

Номер подготовлен в $\mathcal{A}_{\mathcal{M}}\mathcal{S}$ -IATEX

На наш журнал можно подписаться по каталогу «Газеты и журналы» «Агентства "Роспечать"». Подписной индекс 36429

Подписано в печать 14.06.2007. Формат 70×100 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,64. Уч.-изд. л. 11,0. Тираж 300 экз. Заказ N

Адрес редакции: 199004, С.-Петербург, В. О., 6-я линия, д. 11/21, комн. 319. Телефоны: 328-96-17 (доб. 1026), 325-26-04; тел./факс 328-44-22; E-mail: vesty@unipress.ru. http://vesty.unipress.ru.

Типография Издательства СПбГУ. 199061, С.-Петербург, Средний пр., 41.

- 3. Красовский Н. Н. Об устойчивости по первому приближению // Прикл. математика и механика. 1955. Т. 19, № 5. С. 516−530.
 - 4. Зубов В. И. Устойчивость движения. М.: Высшая школа, 1973. 272 с.
- 5. Александров А. Ю. Устойчивость движений неавтономных динамических систем. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2004. 183 с.
- 6. $Tuxomupos~O.~\Gamma.$ Оценка области асимптотической устойчивости эргодических однородных систем //Труды XXXIV конференции «Процессы управления и устойчивость». СПб., 2003. С. 250–252.
- 7. $\mathit{Mumponoльский}\ \mathit{IO}.\ \mathit{A}.$ Метод усреднения в нелинейной механике. Киев: Наукова думка, 1971. 440 с.

Статья рекомендована к печати членом редколлегии проф. А. П. Жабко.

Статья принята к печати 22 февраля 2007 г.

РЕФЕРАТЫ

УДК 681.3

В уль В. В. Оптимизация алгоритма Заупе для фрактального кодирования изображений // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 3–8.

Предложена оптимизация алгоритма Заупе фрактального кодирования изображений, основанная на использовании хэш-таблиц. Приведены экспериментальные результаты, показывающие существенное повышение скорости кодирования при несущественном снижении качества закодированного изображения. Библиогр. 9 назв. Табл. 2.

УДК 517.978

 Γ а с р а т о в М. Г. Математическая модель управления материальными запасами в случае ценовой конкуренции // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 9–17.

Разработана математическая модель управления материальными запасами в случае ценовой конкуренции между несколькими фирмами на рынке сбыта. Задача решается на двух уровнях: внутренняя неигровая задача, внешняя игровая задача. Внутренняя задача — это задача оптимизации логистических процессов на основе релаксационного метода регулирования запасов, внешняя — задача нахождения равновесной ситуации (ценовых стратегий) по Нэшу. Выведены необходимые и достаточные условия существования равновесной ситуации. Найдены равновесные ценовые стратегии. Даны формулы для определения оптимальных стратегий управления в логистических процессах (внутренней задачи). Библиогр. 8 назв.

УДК 519.7

Житкова Е. М., Колесин И. Д. Задача организации экстренной профилактики групп риска // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 18-21.

Формализован процесс организации очереди на вакцинацию n групп риска в условиях начинающейся эпидемии. Сформулирована задача дискретного программирования, минимизирующая число заразившихся в ожидании очереди. Предложен способ решения и приведен пример. Библиогр. 8 назв. Табл. 1.

УДК 519.71

Завадский С. В. Структурно-параметрическая оптимизация в задаче стабилизации плазмы // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 22–29.

Предлагается структурно-параметрическая оптимизация регулятора тока и формы плазмы в токамаке ITER. В рамках этого подхода проводится оптимизация переходных процессов полной замкнутой системы управления положением плазмы, когда рассматривается полноразмерный объект управления,

замкнутый регулятором пониженной размерности. В качестве интегрального критерия качества выступает функционал, заданный на динамике огибающей траекторий объекта, что позволяет оптимизировать переходный процесс, возмущенный не одним, а целым множеством начальных возмущений. Библиогр. 11 назв. Ил. 4.

УДК 517.558

Козынченко В. А. **Аналитические и численные алгоритмы вычисления кулоновского поля пучка заряженных частиц** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 30-44.

Рассматриваются математические модели пучков заряженных частиц, которые можно использовать для учета собственного поля пучка. Предлагается моделировать функцию плотности заряда пучка аналитической функцией. На основе данного подхода получено аналитическое решение уравнения Пуассона. Получены аналитические и численные алгоритмы вычисления собственного поля пучка заряженных частиц. Библиогр. 11 назв.

УДК 517.958:57+531/534:57

Кривовичев Г. В., Трегубов В. П. **Математическое моделирование биологической подвижности одноклеточных организмов** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 45–53.

Настоящая работа посвящена построению механической и математической моделей реснички. Движения реснички рассматриваются как частный случай биологической подвижности. Модели служат для проверки гипотез о механизме формирования гребковых движений, при этом внимание уделяется только механическим аспектам проблемы. Библиогр. 15 назв. Ил. 5.

УДК 531.01:629.78

Новоселов В. С. Об особом оптимальном по расходу топлива управлении в центральном гравитационном поле // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 54–61.

Применяются методы аналитической динамики к исследованию оптимального по расходу топлива особого управления в центральном гравитационном поле. Анализируется выполнение необходимого условия оптимизации второго порядка для двух частных решений. Рассмотрены иллюстративные примеры. Библиогр. 7 назв.

УДК 524.4+524.6-32-55

Осипков Л. П. **Точки либрации для задачи Вока** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 62–70.

Задача Бока состоит в изучении орбит под совместным действием приливных галактических сил и притяжения скопления, движущегося по круговой орбите. Известная задача Хилла получается как частный случай задачи Бока, когда и галактика, и скопление рассматриваются как точечные массы. Найдено уравнение для нахождения точек либрации этой задачи. Очевидно, одной из них является центр скопления. Получено условие ее устойчивости. Другие точки либрации могут лежать только на прямой, соединяющей центры скопления и галактики, и располагаются симметрично относительно центра скопления. Определены условия их устойчивости. В качестве примера рассмотрена модель скопления Шустера—Пламмера. Получено условие устойчивости ее центра. Найдено, что для этой модели существует только одна пара симметричных точек либрации, являющихся неустойчивыми. Другим рассмотренным примером является сферическая модель Идлиса, имеющая конечный радиус. Получены условие устойчивости ее центра и условие существования симметричных точек либрации внутри скопления. Библиогр. 20 назв.

УДК 519.3

 Π оля кова Π . Н. Непрерывные методы безусловной минимизации гиподифференцируемых функций // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 71–81.

Рассматриваются два метода минимизации непрерывно гиподифференцируемых функций на всем евклидовом пространстве \mathbb{R}^n . В обоих методах направление спуска находится в результате проектирования нулевой точки на напрерывный гиподифференциал. Шаговые множители выбираются либо из условия Армихо, либо из одномерной минимизации целевой функции вдоль направления спуска. Доказываются теоремы сходимости. Выводятся формулы для определения направления спуска для минимизации функции максимума и суммы модулей непрерывно дифференцируемых функций. Библиогр. 3 назв.

УДК 537.533

Смирнов В. Н., Егоров Н. В. Моделирование детектора гравитационных взаимодействий // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 82–88.

Описаны элементы модели детектора гравитационных взаимодействий, используемого для исследования волновых процессов, в первую очередь гравитационных волн. Предпринята попытка их интерпретации и анализа. Библиогр. 5 назв. Ил. 3.

УДК 533.9.621.039.6

С у х о в Е. В. Моделирование полоидальной системы электрических контуров для автоматизации эксперимента на токамаке Гутта // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 89–96.

Рассматривается вопрос моделирования полоидальной электромагнитной системы токамака Гутта, особенностью которого является энергетическая система, построенная на базе конденсаторных батарей. Данная проблема актуальна не только с точки зрения автоматизации экспериментального процесса, но и для расчета различных законов управления. Система, описывающая эволюцию токов в индуктивно связанных активных и пассивных контурах, будет иметь кусочно-постоянные коэффициенты, изменяющиеся лишь в точках переключения. Изменение коэффициентов в таких точках будет подчинено сценарию разряда и конструктивным особенностям установки. Библиогр. 5 назв. Ил. 4.

УЛК 62.501.12:512.622:512.643.4

Хитров Г. М. О полиномах с заданными определителями Гурвица и об одном представлении решения матричного уравнения Ляпунова // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 97–104.

Приведены доказательства теорем 1 и 2, опубликованных ранее автором (Докл. АН СССР. 1990. Т. 313, № 1. С. 24–26) без доказательства. Кроме того, доказана эквивалентность положительности определителей Гурвица характеристического полинома матрицы соответствующим свойствам решения матричного уравнения Ляпунова (теорема 3). Доказательство проведено без обращения к условиям расположения корней характеристического многочлена на комплексной плоскости. Библиогр. 5 назв.

УДК 004.43+519.683

 $\rm E$ ловков Д. Д. Высокоуровневый Haskell Java интерфейс // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 105–114.

Построен высокоуровневый механизм для обращений к виртуальной машине Java из Haskell программы. Java вызовы представлены в виде вычислений в специальной монаде. Предложен способ вызова функций с переменным числом аргументов естественным образом, как обычных Haskell функций. Библиогр. 6 назв.

УДК 517.977

Демидова А. М., Квитко А. Н. **Алгоритм решения граничной задачи для нелинейной управляемой системы с учетом случайных возмущений** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 115–122.

Предложен алгоритм построения управляющих функций, при которых решение нелинейной управляемой системы переходит из заданного начального состояния как в произвольную фиксированную, так и в сколь угодно малую окрестность конечного состояния с учетом случайных возмущений и ограничений на фазовые координаты и управление. Получен критерий выбора множества конечных состояний и границы изменения случайных возмущений, гарантирующих существование решения поставленной задачи. Библиогр. 11 назв.

УДК 517.9

Тихомиров О. Г. **Устойчивость однородных нестационарных систем обыкновенных дифференциальных уравнений** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2007. Вып. 3. С. 123–130.

Рассматривается система однородных нестационарных дифференциальных уравнений с возмущенными правыми частями. Установлены условия, при которых нулевое решение данной системы будет асимптотически устойчивым по Ляпунову. Доказана соответствующая теорема. Приведен иллюстративный пример. Библиогр. 7 назв.

CONTENTS

Wool V. V. Optimization of Saupe fractal images encoding algorithm	
Gasratov M. G. Mathematical model of Inventory Management in case of price competition.	(
Zhitkova E. M., Kolesin I. D. Problem of organization of emergency preventive measures for	18
risk groups	22
of a charged particle beam	3(
Krivovichev G. V., Tregoubov V. P. Mathematical modelling of protozoa motility	45
Novoselov V. S. On singular fuel-optimal control in a central gravitational field	54
Ossipkov L. P. Libration points for Bok's problem	62
Polyakova L. N. Continuous methods of unconstrained minimization of hypodifferentiable	
functions	7: 8: 8:
Chitrov G. M. About polynoms with given Hurwitz determinants and about one representation of Lapunov matrix equation solution.	97
Informatics	
Elovkov D. D. A high-level Haskell Java interface	105
Control processes	
Demidova A. M., Kvitko A. N. The algorithm of the boundary problem solution for a non-linear controlable system taking into account random disturbance	115
Tikhomirov O. G. Stability of systems of homogeneous nonautonomous differential equations.	123
Papers	130