в в С т н и к

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия 10 Выпуск 1 2013 Март ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА ИНФОРМАТИКА ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. ИЗДАЕТСЯ С АВГУСТА 1946 ГОДА

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Васин А. В. Определение линии раздела областей вихревых течений	3
Лебедев Д. М., Полякова Л. Н. Задача проектирования нулевой точки на квад-	
рику	11
Мирошин Р. Н. Обобщение неравенства Левина-Стечкина	18
Михеев С. Е. Об одном парадоксе в теоремах о методе Ньютона	22
Прудников И. М. Метод построения исчерпывающего множества верхних выпуклых аппроксимаций	37
Ряжских В. И., Слюсарев М. И., Попов М. И. Численное интегрирование бигармонического уравнения в квадратной области	52
Фирюлина О. С. Нахождение всех максимальных независимых множеств неориентированного графа	63
ИНФОРМАТИКА	
Буре В. М., Щербакова А. А. Применение дискриминатного анализа и метода деревьев принятия решений для диагностики офтальмологических заболева-	
ний	70
Маламанов С. Ю., Павловский В. А. Моделирование турбулентности в струйном течении с помощью гидродинамического модуля ANSYS.CFX	77



© Авторы статей, 2013

© Издательство Санкт-Петербургского университета, 2013

Медведева О. А. Задача о назначениях с возможностью обучения	85 95
ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ	
Егоров А. В., Mondié S. Критерий устойчивости линейных уравнений с одним запаздыванием в терминах матриц Ляпунова	106
ХРОНИКА	
K уржанский A . B ., $Д$ емьянов B . Φ . Международная научная конференция «Конструктивный негладкий анализ и смежные вопросы» (CNSA-2012)	116
АННОТАЦИИ	119
ABSTRACTS	123
ОТ РЕДАКЦИИ	131
CONTENTS	132

АННОТАЦИИ

УДК 519.6

 ${\rm B\,a\,c\,u\,H}$ А. В. Определение линии раздела областей вихревых течений // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 3–10.

В рамках модели Лаврентьева-Шабата об отрывных течениях обосновывается и численно моделируется зона завихренности при течении идеальной жидкости в круговой камере с выступом. Работа необходима как эталонный образец для моделирования вихревых течений в обводных галереях шлюзовых камер. Библиогр. 9 назв. Ил. 4.

Ключевые слова: идеальный поток жидкости, течения с постоянной завихренностью, гармонические функции, задача Дирихле.

УДК 539.85

Лебедев Д. М., Полякова Л. Н. **Задача проектирования нулевой точки на квадри-ку** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 11–17.

Рассматривается задача нахождения точки на квадрике, имеющей наименьшую евклидову норму. Она является классической задачей оптимизации, для которой существуют методы решения, например метод множителей Лагранжа. В работе предлагается метод ее решения. В зависимости от знака свободного члена квадратичной функции, задающей квадрику, исходная задача разбивается на две, в каждой из которых строится многочлен степени 2n и находятся его положительные корни. Построенные многочлены всегда их имеют. По ним определяются точки, лежащие на квадрике и имеющие наименьшую евклидову норму. Если рассматриваемое множество — эллипсоид, заданный с помощью квадратичной функции с отрицательным свободным членом, то метод позволяет установить точки, не только ближайшие к нулю, но и максимально удаленные от начала координат. Библиогр. 7 назв. Ил. 2.

Kлючевые слова: квадрика, евклидова норма, функция Лагранжа, положительные корни многочлена степени 2n.

УДК 519.24

Мирошин Р. Н. Обобщение неравенства Левина—Стечкина // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 18–21.

Обобщается классическое интегральное неравенство Левина—Стечкина на более широкий класс подынтегральных функций. Интеграл от произведения двух непрерывных функций, одна из которых одновершинна, а вторая выпукла, ограничивается суммой произведений линейных комбинаций первых двух моментов вышеупомянутых функций. Доказательство использует метод моментов и процесс ортогонализации для трех функций. Результат иллюстрируется тремя примерами. Библиогр. 4 назв.

Kлючевые слова: метод моментов, обобщение неравенства Левина—Стечкина, одновершинная функция, выпуклая функция.

УДК 519.853

Михеев С. Е. Об одном парадоксе в теоремах о методе Ньютона // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 22–36.

Теорема Мысовских о сходимости метода Ньютона решения нелинейного уравнения в банаховом пространстве, использующая в формулировке оценку погрешности начального приближения, требует более сильного ограничения на характерный параметр, чем аналогичная теорема Мысовских об упрощенном методе Ньютона. Так как основной метод Ньютона использует больше информации на каждом шаге, чем упрощенный (значения производной на текущих итерациях вместо ее значения в начальном приближении), эти две теоремы образуют парадокс. Было неясно, то ли такова «природа вещей» или первая теорема недостаточно сильна. В скалярном случае оказалось, что ограничение на характерный параметр, обеспечивающее сходимость основного метода, можно ослабить так, что парадокс исчезнет. Показано также, что новое ограничение на характерный параметр не может быть ослаблено. Результаты верны как для оригинальных посылок первой теоремы Мысовских, так и для продвинутой версии, где заменяется максимум второй производной рассматриваемой функции на константу Липшица ее первой производной. Библиогр. 3 назв.

Kлючевые слова: итерации, итеративный метод, сходимость, область сходимости, скорость сходимости, метод Ньютона, сплайн.

УДК 517.977

Прудников И. М. **Метод построения исчерпывающего множества верхних выпуклых аппроксимаций** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 37–51.

В работе показано, как построить экзостер для липшицевой функции f в точке x, что важно для оптимизации таких функций. Первоначально функция f модифицируется в другую функцию \tilde{f} , и для нее строится исчерпывающее множество верхних выпуклых аппроксимаций в виде выпуклых положительно однородных функций, субдифференциалы которых в нуле образуют экзостер функции \tilde{f} в точке x. Для f строится семейство пар \Im выпуклых компактных множеств, по которым определяются исчерпывающие множества верхних и нижних аппроксимаций функции f в точке x. \Im называется биэкзостером функции f в точке x. Выпуклые компактные множества, являющиеся субдифференциалами в нуле выпуклых положительно однородных функций и образующие верхний экзостер функции \tilde{f} , строятся как предельные значения усредненных интегралов от градиентов функции \tilde{f} , вычисленных на кривых из определяемого семейства, вдоль которых \tilde{f} почти всюду дифференцируема. Библиогр. 12 назв. Ил. 8.

Ключевые слова: липшицевая функция, производная по направлению, верхняя и нижняя выпуклая аппроксимация, верхний и нижний экзостеры, биэкзостер, точка экстремума, условие оптимальности.

УДК 519.635.1

Ряжских В.И., Слюсарев М.И., Попов М.И. **Численное интегрирование бигармонического уравнения в квадратной области** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 52–62.

Предложен конечно-разностный алгоритм численного решения краевой задачи для бигармонического уравнения с известной правой частью и нулевыми условиями по искомой функции и ее нормального градиента на границе квадратной области, в основу которого положены идеи метода установления. Сравнительный анализ полученных результатов подтвердил эффективность вычислительной схемы. Библиогр. 20 назв. Ил. 2. Табл. 2.

Ключевые слова: бигармоническое уравнение, метод установления, конечно-разностная схема.

УДК 519.157+519.161+519.163

 Φ и р юлина О.С. Нахождение всех максимальных независимых множеств неориентированного графа // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 63–69.

В статье представлен алгоритм поиска всех максимальных независимых множеств в неориентированном графе. Эта задача принадлежит к числу так называемых *NP-полных* задач, что означает отсутствие в настоящее время алгоритмов, решающих ее за полиномиальное

время. Несмотря на то, что предлагаемый алгоритм также не является полиномиальным, в худших случаях он находит решение быстрее, чем тривиальный алгоритм полного перебора. Каждая ветвь дерева поиска, построенного по алгоритму AllIS, соответствует уникальному максимальному независимому множеству. Приведены результаты сравнения работы рассматриваемого алгоритма и известного алгоритма Брона–Кербоша для нахождения всех максимальных независимых множеств на некотором наборе произвольных графов с различными значениями плотности. Особое внимание уделяется сравнению работы алгоритмов на разреженных графах. Библиогр. 6 назв. Ил. 2.

Kлючевые слова: максимальное независимое множество, разреженный граф, метод ветвей и границ.

УДК 519.25

Буре В. М., Щербакова А. А. **Применение** дискриминатного анализа и метода деревьев принятия решений для диагностики офтальмологических заболеваний // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 70–76.

Статья посвящена разработке алгоритма для классификации и диагностики офтальмологических заболеваний с помощью методов математической статистики. При построении математической модели классификации применялись дискриминантный анализ и метод деревьев принятия решений. Алгоритм был реализован на языке C++. Точность полученного классификатора составила 72%. Библиогр. 7 назв. Ил. 3.

Ключевые слова: дискриминантный анализ, дерево классификации, аккомодограмма, цилиарная мышца, алгоритм классификации.

УДК 535.517

Маламанов С. Ю., Павловский В. А. Моделирование турбулентности в струйном течении с помощью гидродинамического модуля ANSYS.CFX // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 77–84.

В данной работе на примере расчета затопленной струи проводится сравнительный анализ расчета характеристик турбулентных струй с помощью двух моделей, реализуемых в ANSYS.CFX. Выбор струйного течения был осознанным. К настоящему времени накоплен обширный экспериментальный материал, позволивший достаточно хорошо изучить характер этих потоков и их основные качественные закономерности. Особо отметим, что при расчетах использовались стандартные установки комплекса ANSYS. В результате проведенного моделирования получено хорошее совпадение экспериментальных и рассчитанных значений. Кроме того, подобие профилей скорости, установленные в эксперименте, хорошо подтверждено расчетом. Также расчет «подтверждает» автомодельность основного участка струи. Выполненный сравнительный анализ моделирования показывает, что K-E-модель, несмотря на ее простоту по сравнению с моделью SSG, наиболее точно количественно и качественно описывает поведение характеристик потока в струйных течениях. Библиогр. 5 назв. Ил. 10.

Ключевые слова: моделирование, модель турбулентности, модуль ANSYS.CFX, экспериментальные значения, струйное течение, автомодельность.

УДК 519.112.71

Медведева О.А. Задача о назначениях с возможностью обучения // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 85–94.

В статье рассматривается задача о назначениях с возможностью обучения претендентов, предлагаются два алгоритма для ее решения. Первый является эвристическим и предполагает повторное применение венгерского метода. В основе второго, точного, алгоритма лежит переход к двойственной задаче с последующим использованием метода Удзавы. Библиогр. 5 назв.

Ключевые слова: дискретная оптимизация, задача о назначениях, алгоритм решения, двойственная задача, метод Удзавы.

УДК 006.1+006.4

Сухомлин В. А. **Анализ международных стандартов магистерского образования в области информационных технологий** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 95–105.

Целью работы являются анализ современного состояния международных стандартов программ магистерского образования в области информационных и компьютерных технологий и определение возможных тенденций развития в этом важном секторе подготовки кадров высшей квалификации. Библиогр. 12 назв. Ил. 5.

Ключевые слова: куррикулум, магистратура, стандарты образования.

УДК 517.929.4

Егоров А. В., Mondié S. **Критерий устойчивости линейных уравнений с одним запаздыванием в терминах матриц Ляпунова** // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2013. Вып. 1. С. 106–115.

Роль известного из теории обыкновенных дифференциальных уравнений второго метода Ляпунова в случае систем с запаздыванием играет его аналог – метод функционалов Ляпунова-Красовского. Для исследования устойчивости линейных систем зачастую применяются так называемые функционалы полного типа. Эти функционалы строятся на основе специальных функциональных матриц – матриц Ляпунова. Представляет интерес решение вопроса о том, какими свойствами должна обладать матрица Ляпунова, чтобы система была устойчива. В работе 2011 г. А. В. Егорова и S. Mondié были найдены необходимые условия устойчивости для широкого класса линейных систем с запаздыванием. В данной работе доказано, что эти условия являются также достаточными для случая скалярного уравнения с одним запаздыванием. Доказательство критерия опирается на явное выражение для матрицы Ляпунова, полученное как решение специального дифференциально-разностного уравнения с граничными условиями. Библиогр. 12 назв. Ил. 1.

Ключевые слова: системы с запаздыванием, линейные системы, функционалы Ляпунова– Красовского, необходимые условия устойчивости. Vasin A. V. Determination of the line separating domains of vortical flows // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 3–10.

Vasin Andrey Vasil'evich – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, St. Petersburg State University of Water Communications. E-mail: andrejvasin@gmail.com.

In the framework of Lavrentiev-Shabat's model of separated flows a vorticity area under ideal fluid flow in a circular chamber with a ledge is proved and numerically simulated. The work has direct application to the study of the kinematic pattern of velocity distribution in bypass galleries of lock chambers. Fluid flow in a circular chamber is of vortex character, presence of a ledge leads to another area of vortex flow. The problem of gluing (pairing) of two vortex flows is a generalization of Goldshtik problem of separated vortex flows in areas with potential flow. We prove the existence of solution of generalized Goldshtik problem. The proposed proof essentially uses potential theory. The method of proof is based on approximation of problem solutions with discontinuous nonlinearity by discontinuous solutions of linear problems of Poisson equation type. The possibility of approximating by linear problems is used in the numerical implementation. In the second part of the paper the zone of flow separation in a circular chamber with a ledge is numerically simulated. The results obtained from numerical simulation are compatible with experimental measurements. Bibliogr. 9. II. 4.

Key words: ideal fluid flow, fluid with constant vorticity, harmonic functions, Dirichlet problem.

References

- 1. Lavrent'ev M. A., Shabat B. V. *Problemy gidrodinamiki i ih matematicheskie modeli* (Problems of hydrodynamics and their mathematical models). Moscow: Nauka, 1977. 408 p.
 - 2. Gol'dshtik M. A. Vihrevye potoki (Vortex flows). Novosibirsk: Nauka, 1981. 366 p.
- 3. Potapov D. K. O reshenijah zadachi Gol'dshtika (On solutions of Goldshtik problem). Sib. zhurn. vychisl. matematiki. 2012, vol. 15, no. 4, pp. 409–415.
- 4. Vajnshtejn I. I. Reshenie dvuh dual'nyh zadach o sklejke vihrevyh i potencial'nyh techenij variacionnym metodom M. A. Gol'dshtika (The decision of the two dual problems of matching the vortex and potential flows by variational method of M. A. Goldshtik). Zhurn. Sib. Federal. un-ta. Ser. Matematika i fizika. 2011, vol. 4, no. 3, pp. 320–331.
- 5. Vajnshtejn I. I., Jurovskij V. K. Ob odnoj zadache soprjazhenija vihrevyh techenij ideal'noj zhidkosti (A problem of vortex pairing ideal fluid flows). Zhurn. prikl. mehaniki i tehn. fiziki. 1976, no. 5, pp. 98–100.
- 6. Potapov D. K. Matematicheskaja model' otryvnyh techenij neszhimaemoj zhidkosti (Mathematical model of separated flow of incompressible fluid). Izv. RAEN. Ser. MMMIU. 2004, vol. 8, no. 3–4, pp. 163–170.
- 7. Potapov D. K. Nepreryvnye approksimacii zadachi Gol'dshtika (Continuous approximation of the Goldshtik problem). Matem. zametki. 2010, vol. 87, no. 2, pp. 262–266.
- 8. Potapov D. K. Bifurkacionnye zadachi dlja uravnenij jellipticheskogo tipa s razryvnymi nelinejnostjami (Bifurcation problems for elliptic equations with discontinuous nonlinearities). Matem. zametki. 2011, vol. 90, no. 2, pp. 280–284.
- 9. Vasin A. V., Timofeeva O. A. Opredelenie linii razdela oblastej s potencial'nym i vihrevym techenijami (Determination of the line separating the areas with the potential and vortex flows). Zhurn. Un-ta vodnyh kommunikacij. 2012, no. 2, pp. 8–13.

Lebedev D. M., Polyakova L. N. **The problem of projecting the origin on a quadric** // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 11–17.

 $\label{eq:continuous} Polyakova\ Lyudmila\ Nikolaevna\ -\ doctor\ of\ physical\ and\ mathematical\ sciences,\ St.\ Petersburg\ State\ University.\ E-mail:\ lnpol07@mail.ru.$

The problem of finding a point on a quadric with the least Euclidean norm is considered. This is a classical optimization problem for whose solving there exist a lot of methods, e.g., the method of Lagrange multipliers. In this paper a method for solving the stated problem is proposed. Depending on the sign of the constant term of the quadratic function defining the quadric, the original problem

is reduced to one of two types of problems, each of them constructs a polynomial of degree 2n and finds its positive roots. Such roots always exist. For the positive numbers thus constructed, the points lying on the quadric and having the smallest Euclidean norm are determined. If the given set is an ellipsoid defined by a quadratic function with a negative constant term, the method allows to determine not only the points with the minimal norm, but also the points which are the most remoted from the origin (having the maximal distance from the origin). Bibliogr. 7. Il. 2.

Key words: quadric, Euclidean norm, the Lagrange function, positive roots of a polynomial.

References

- 1. Vasil'ev F. P. Metody optimizacii (Optimization Methods). Moscow: Faktorial press, 2002, 824 p.
- 2. Suharev A.G., Timohov A.V., Fedorov V.V. *Kurs metodov optimizacii* (Course of optimization methods). Moscow: Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., 2005, 367 p.
- 3. Bertsekas D. *Uslovnaja optimizacija i metody mnozhitelej Lagranzha* (Constrained optimization and Lagrange multiplier methods). Moscow: Radio i svjaz', 1987, 400 p.
 - 4. Mishina A. P., Proskurjakov I. V. Vysshaja algebra (Higher algebra). Moscow: Fizmatgiz, 1962, 300 p.
- 5. Faddeev D.K. Lekcii po algebre (Lectures on algebra). Moscow: Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., 1984, 416 p.
- 6. Poljakova L. N. Nekotorye metody minimizacii maksimuma kvadratichnyh funkcij (Some methods of minimizing the maximum of quadratic functions). Vladikavkaz. matem. zhurn. 2006, vol. 8, no. 4, pp. 47–57.
- 7. Uteshev A. Ju., Jashina M. V. Nahozhdenie rasstojanija ot jellipsoida do ploskosti i kvadriki v \mathbb{R}^n (Computation of the distance from an ellipsoid to a plane or a quadric surface in \mathbb{R}^n). Dokl. AN. 2008, vol. 419, no. 4, pp. 471–474.

Miroshin R. N. **Generalization of Levin-Stechkin inequality** // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 18–21.

Miroshin Roman Nikolaevich – doctor of physical and mathematical sciences, professor, St. Petersburg State University. E-mail: miroshin-roman1938@yandex.ru.

The classical integral Levin-Stechkin inequality on a wider class of integrands is generalized. The integral of the two continuous functions product one of which being unimodal, but not symmetric as in Levin-Stechkin and the second one being convex, is bounded by a sum of products of linear combinations of the first two moments above functions mentioned. The proof uses the moment method and the process of orthogonalization for three functions. The result is illustrated with three examples. Bibliogr. 4.

Key words: moment method, generalization of Levin-Stechkin inequality, unimodal function, convex function.

References

- 1. Hardi G. G., Littl'vud Dzh. E., Polia G. *Neravenstva* (Inequalities). Per. s angl. V. I. Levina s dopolnenijami V. I. Levina i S. B. Stechkina. Moscow: Gos. izd-vo inostr. lit., 1948, 456 p.
- 2. Karlin S., Stadden V. *Chebyshjovskie sistemy i ih primenenie v analize i statistike* (Tchebycheff systems: with applications in analysis and statistics). Per. s angl.; pod red. S. M. Ermakova. Moscow: Nauka, 1976, 568 p.
- 3. Bejtmen G., Jerdeji A. *Vysshie transcendentnye funkcii* (Higher transcendental functions): v 2 t. Per. s angl. N. Ja. Vilenkina. Moscow: Nauka, 1966, vol. 2, 205 p.
- 4. Miroshin R. N. Prostejshaja obratnaja zadacha nelinejnoj dinamiki (The symplest return problem of nonlinear dynamics). Vestn. S.-Peterb. un-ta. Ser. 1: Matematika, mehanika, astronomija. 1996, no. 2, pp. 44–49.

Mikheev S. E. On one paradox in theorems about Newton's method // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 22–36.

 $\label{lem:mikheev} \emph{Mikheev Sergey Evgenievich} - doctor\ of\ physical\ and\ mathematical\ sciences,\ professor,\ St.\ Petersburg\ State\ University.\ E-mail:\ him2@mail.ru.$

Mysovskikh' theorem about Newton method of solving a nonlinear equation in Banach space using an estimate of initial approximation error demands stronger restriction of some characteristic parameter than in Mysovskikh' theorem about simplified Newton method. As the latter method uses

less information on each step than the basic one, i.e. a value of derivative on the regarded function in initial approach instead of the one in each current approach, two theorems form a paradox. It was not clear if it was a "nature of things" or the first theorem was not enough strong. It appeared in a scalar case that the restriction on the characteristic parameter sufficient for convergence can be weakened so that the paradox disappears. It is also shown that the new restriction cannot be weakened. The results are valid as for original assumption of the theorem and for its developed version where the maximum value of the second derivative of the considered function is replaced by Lipschitz' constant of the first derivative. Bibliogr. 3.

Key words: iteration, iterative method, convergence, domain of convergence, convergence rate, Newton's method, spline.

References

- 1. Mysovskih I. P. O shodimosti metoda L. V. Kantorovicha reshenija funkcional'nyh uravnenij i ego primenenijah (About convergence of L. V. Kantorovich' method to solve functional equations and its applications). Dokl. AN SSSR. 1950, vol. LXX, no. 4, pp. 565–568.
- 2. Miheev S. E. Metod tochnyh relaksacij (Method of exact relaxations). Vychislitel'nye tehnologii. 2006, vol. 11, no. 6, pp. 71–85.
- 3. Kantorovich L. V., Akilov G. P. Funkcional'nyj analiz (Functional analysis). Moscow: Nauka, 1977, 744 p.

Proudnikov I. M. A method of construction of exhaustive family of upper convex approximations // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 37–51.

Proudnikov Igor Mihaylovich - Senior Researcher, LG Electronics, Moscow. E-mail: pim_10@hotmail.com.

It is shown how to construct Exhausters for a Lipschitz function f at a point x which is an important problem for optimization of such functions. At first the function f is modified to some function \tilde{f} and an exhaustive set of upper convex approximations is constructed for it whose subdifferentials at zero define the upper Exhauster of the function \tilde{f} at the point x. A family \Im of convex compact set pairs for the function f is constructed. \Im is called BiExhauster of the function f at the point x. The exhaustive sets of upper and lower convex approximations of the function f at the point x are defined with the help of the set \Im . Convex compact sets from the upper Exhauster of the function \tilde{f} are constructed as limit values of average integrals from gradients of the function f along curves from a defined set of curves along which \tilde{f} is almost everywhere differentiable. Bibliogr. 12. Il. 8.

Key words: Lipschitz function, directional derivative, upper and lower convex approximations, upper and lower exhausters, BiExhauster, extremum points, extremum condition.

- 1. Pshenichnyj B. N., Danilin Ju. M. Chislennye metody i jekstremal'nye zadachi (The calculation methods and extreem problems). Moscow: Nauka, 1975, 319 p.
 - 2. Nocedal J., Wright S. J. Numerical optimization. New York: Springer, 1999, 634 p.
- 3. Clarke F. Generalized gradients and applications. Trans. Amer. Math. Soc. 1975, vol. 205, no. 2, pp. 247–262.
- 4. Pshenichnyj B. N. Vypuklyj analiz i jekstremal'nye zadachi (Convex analysis and extreem problems). Moscow: Nauka, 1980, 320 p.
- 5. Dem'janov V. F., Rubinov A. M. Jelementy kvazidifferencial'nogo ischislenija. Negladkie zadachi teorii optimizacii i upravlenija (Quasidifferential calculation. Nonsmooth problems of optimization and control theory). Leningrad: Izd-vo Leningr. un-ta, 1982, 322 p.
- 6. Dem'janov V. F., Roshhina V. A. Obobshhennye subdifferencialy i jekzostery (General subdifferentials and exhausters). Vladikavkaz. matem. zhurn. 2006, vol. 8, no. 4, pp. 19–31.
- 7. Castellani M. A Dual Representation for Proper Positively Homogeneous Functions. *Jurn. of Global Opt.* 2000, vol. 16, pp. 393–400.
- 8. Proudnikov I. M. New constructions for local approximation of Lipschitz functions. I. *Nonlinear analysis*. 2003, vol. 53, no. 3, pp. 373–390.
- 9. Proudnikov I. M. New constructions for local approximation of Lipschitz functions. II. *Nonlinear analysis*. 2007, vol. 70, no. 2, pp. 1443–1453.

- 10. Prudnikov I. M. Pravila postroenija nizhnih vypuklyh approksimacij (The rules of construction of lower convex approximations). Zhurn. vychisl. matematiki i matem. fiziki. 2003, vol. 43, no. 7, pp. 939–950.
- 11. Demyanov V. F. Exhausters of a positively homomegeneous function. *Optimization*. 1999, vol. 45, pp. 13–29.
- 12. Dem'janov V. F. *Uslovnye proizvodnye i jekzostery v negladkom analize* (Conditional derivatives and exhausters in nonsmooth analysis). *Dokl. RAN.* 1999, vol. 338, no. 6, pp. 730–733.

Ryazhskikh V. I., Slyusarev M. I., Popov M. I. **Numerical integration of a biharmonic equation in square field** // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 52–62.

Ryazhskikh Viktor Ivanovich – doctor of engineering, professor, Voronezh State University of engineering technologies. E-mail: kafym@vgta.vrn.ru.

 $Slyus arev\ Mihail\ Ivanovich\ -\ candidate\ of\ technical\ sciences,\ associate\ professor,\ Voronezh\ State\ University\ of\ the\ engineering\ technologies.\ E-mail:\ kafvm@vgta.vrn.ru.$

 $\label{eq:popoleon} \textit{Popov Mihail Ivanovich} - \text{graduate student, Voronezh State University of engineering technologies. E-mail: mihail semilov@mail.ru.}$

The finite-difference algorithm of the numerical solution of a boundary-value problem for a biharmonic equation with a known right-hand member and zero conditions on required function and its normal gradient on boundary of a square field which was found on ideas of a relaxation method is suggested. The comparative analysis of the results obtained has confirmed efficiency of a computing circuit. Bibliogr. 20. Il. 2. Tabl. 2.

Key words: biharmonic equation, relaxation method, finite-difference scheme.

- 1. Timoshenko S. P., Vojnovskij-Kriger S. *Plastiny i obolochki* (Plates and envelopes). Moscow: Nauka, 1966, 636 p.
- 2. Happel' Dzh., Brenner G. *Gidrodinamika pri malyh chislah Rejnol'dsa* (Low Reynolds numbers hydrodymics). Per. s angl. V. S. Bermana, G. V. Markova; pod red. Ju. A. Buevicha. Moscow: Mir, 1976, 630 p.
- 3. Postnov V. A., Rostovcev D. M., Suslov V. P., Kochanov Ju. P. *Stroitel'naja mehanika korablja i teorija uprugosti* (Structural mechanics of the ship and elastic theory). V 2 t. Leningrad: Sudostroenie, 1987, vol. 2, 416 p.
- 4. Sljusarev M. I., Chertov E. Ju., Rjazhskih V. I. Analiticheskoe reshenie pervoj testovoj zadachi svobodnoj konvekcii dlja konduktivno-laminarnogo rezhima (Analytical solution the first test problem of the free convection for conductive and laminar mode). Vestn. Voronezh. gos. tehn. un-ta. 2010, vol. 6, no. 7, pp. 165–167.
- 5. Tihonov A. N., Samarskij A. A. *Uravnenija matematicheskoj fiziki* (Equations of mathematical physics). Moscow: Nauka, 1977, 742 p.
- 6. Bubnov I. G. Naprjazhenija v obshivke sudov ot davlenija vody (Tension in a covering of vessels from water pressure). Morskoj sbornik. 1902, vol. 312, no. 10, pp. 119–138.
- 7. Chehov V. N., Pan A. V. Ob uluchshenii shodimosti rjadov dlja bigarmonicheskoj zadachi v prjamougol'nike (About an acceleration by powering of ranks for the biharmonic problems in a rectangle). Dinamicheskie sistemy. 2008, no. 25, pp. 135–144.
- 8. Suslov V. P., Kachanov Ju. P., Spiharenko V. N. Stroitel'naja mehanika korablja na osnove teorii uprugosti (Structural mechanics of the ship on the basis of the elastic theory). Leningrad: Sudostroenie, 1972, 720 p.
 - 9. Selvadurai A. P. Partial differention equations in mechanics 2. New York: Springer, 2004, 698 p.
- 10. Sljusarev M. I., Chertov E. Ju., Rjazhskih V. I., Boger A. A. Konduktivno-laminarnaja estestvennaja konvekcija n'jutonovskoj teplovydeljajushhej zhidkosti v kvadratnoj kaverne s postojannoj temperaturoj stenok (Conductive and laminar free convection of the Newtonian heat-generating liquid in a square cavity from a constant temperature of walls). Vestn. Voronezh. gos. un-ta. Ser. Fizika. Matematika. 2011, no. 1, pp. 214–218.
- 11. Kobel'kov G. M. O svedenii kraevoj zadachi dlja bigarmonicheskogo uravnenija k zadache tipa Stoksa (About reduction of a boundary value problem for a biharmonic equation to a problem of type of Stokes). Dokl. AN SSSR. 1985, vol. 283, no. 1, pp. 539–542.
- 12. Fletcher K. Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkostej (Computational techniquies for fluid dynamics). V 2 t. Per. s angl. A. I. Derzhavinoj; pod red. V. I. Shidlovskogo. Moscow: Mir, 1991, vol. 1, 504 p.

- 13. Algazin S. D. *Chislennye algoritmy klassicheskoj matematicheskoj fiziki* (Numerical algorithms of classical mathematical physics). Moscow: Dialog-MIFI, 2010, 240 p.
- 14. Galanin M. F., Milyutin D. S., Savenkov E. B. Development, research and application of a finite superelements method for solution biharmonical equation: preprint Inst. Appl. Math., the Russian Academy of science. Moscow, 2005, pp. 1–24.
- 15. Marchuk G. I. *Metody vychislitel'noj matematiki* (Methods of calculus mathematics). Moscow: Nauka, 1980, 535 p.
- 16. Anderson D., Tannehil Dzh., Pletcher R. Vychislitel'naja mehanika i teploobmen (Computational fluid mechanics and heat transfer). V 2 t. Per. s angl. S. V. Senina, E. Ju. Shal'mana; pod red. G. L. Podvidza. Moscow: Mir, 1990, vol. 1, 384 p.
- 17. Samarskij A. A. Vvedenie v teoriju raznostnyh shem (Introduction in the theory of difference schemes). Moscow: Nauka, 1971, 552 p.
 - 18. Trenogin A. A. Funkcional'nyj analiz (Functional analysis). Moscow: Fizmatlit, 2002, 488 p.
- 19. Ahiezer N. I., Glazman I. M. Teorija linejnyh operatorov v gil'bertovom prostranstve (The theory of the linear operators in Hilbert space). Moscow: Nauka, 1966, 544 p.
- 20. Filippov A. F., Rjaben'kij V. S. *Ob ustojchivosti raznostnyh uravnenij* (About stability of the difference equations). Moscow: Gos. izd-vo teor.-tehn. lit., 1956, 171 p.

Firyulina O. S. Finding all maximal independent sets of an undirected graph // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 63–69.

 $Firyulina\ Oxana\ Sergeevna\ -$ graduate student, St. Petersburg State University. E-mail: firyulina:oxana@mail.ru.

An algorithm of search for all maximal independent sets in an undirected graph is presented. This problem is a so-called *NP-complete* problem which means the current lack of algorithms for solving it in polynomial time. The proposed algorithm, though also not being a polynomial one, in the worst cases finds a solution faster than the trivial exhaustive algorithm. Comparison of the suggested algorithm with the known Bron-Kerbosch algorithm over a certain set of random generated graphs with different density values is made. Special attention is paid to the comparison over sparse graphs. Bibliogr. 6.

Key words: maximal independent set, sparse graph, branch and bound method.

References

- Moon J. W., Moser L. On cliques in graphs. Israel J. Math. 1965, vol. 3, pp. 23–28.
- 2. Olemskoj I. V. *Algoritm vydelenija strukturnyh osobennostej* (The algorithm for allocation of structural features). *Nikolaj Efimovich Kirin*: sb. st.; pod red. V. V. Zhuka, V. F. Kuzjutina. St. Petersburg: ASSPIN, 2003, pp. 224–251.
- 3. Olemskoj I. V. Metody integrirovanija sistem strukturno razdelennyh differencial'nyh uravnenij (The methods for the integration of systems of structurally separated differential equations). St. Petersburg: Izd-vo S.-Peterb. un-ta, 2009, 180 p.
- 4. Olemskoj I. V. Modifikacija algoritma vydelenija strukturnyh osobennostej (The modified algorithm for allocation of structural features). Vestn. S.-Peterb. un-ta. Ser. 10: Prikladnaja matematika, informatika, processy upravlenija. 2006, no. 2, pp. 55–65.
- 5. Olemskoj I. V. Javnyj metod tipa Runge–Kutty pjatogo porjadka (An explicit fifth-order Runge–Kutta method). Vychislitel'nye tehnologii. 2005, vol. 10, no. 2, pp. 87–105.
- 6. Bron C., Kerbosch J. Algorithm 457: Finding all cliques of an undirected graph. Comm. ACM. 1973, vol. 16, pp. 575–577.

Bure V. M., Shcherbakova A. A. Application of discriminant analysis and decision tree method for diagnosis of ophthalmic diseases // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 70–76.

 $Bure\ Vladimir\ Mansurovich\ -\ doctor\ of\ physical\ and\ mathematical\ sciences,\ professor,\ St.\ Petersburg\ State\ University.\ E-mail:\ vlb310154@gmail.com.$

 $Shcherbakova\ Anna\ Alekseevna\ -\ {\rm graduate\ student},\ St.\ Petersburg\ State\ University.\ E-mail:\ Shcherbakova.\ a.a@gmail.com.$

The article is devoted to the development of algorithms for classification and diagnosis of eye diseases. This task is important in practice. A classification algorithm obtained can be used in practice in future. Data were provided by St. Petersburg State Enterprise "Diagnostic center N 7 (eye)" for adults and children. The presented solution consists of several parts. A lot of preparatory work was done with the data (outliers were selected and excluded from the sample as well as the training set consisting of more than 700 observations was created). Several classification schemes were developed. Different statistical methods were used. A mixed method (discriminant analysis and classification trees were included) for each of the classification schemes was created. It provides the highest accuracy. The classification scheme with the best accuracy was selected. The resulting algorithm has been implemented in C++. The accuracy of the classifier was 72%. Thus an important practical problem has been solved which will help speed up and simplify the work of doctors. Bibliogr. 7. II. 3.

 $Key\ words$: discriminant analysis, classification trees, accomodogramma, ciliary muscule, algorithm for classification.

References

- 1. Breiman L., Friedman J. H., Olshen R. A., Stone C. T. Classification and Regression Trees. Belmont, California: Wadsworth, 1984, 368 p.
- 2. Ross Quinlan J. C
4.5: Programs for Machine learning. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann Publishers, 1993, 456 p.
- 3. Ajvazjan S. A. *Prikladnaja statistika: klassifikacija i snizhenie razmernosti* (The artofinformation processing). Moscow: Finansy i statistika, 1989, 607 p.
- 4. Bessokirnaja G. P. Statisticheskie metody i analiz dannyh (Statistical methods and data analysis). Sociologija: 4M. 2003, no. 16, pp. 25–35.
- 5. Kim Dzh. O., Mjuller Ch. U., Klekka U. R. Faktornyj, diskriminantnyj i klasternyj analiz (Factor, discriminant and cluster analysis). Per. s angl.; pod red. I. S. Enjukova. Moscow: Finansy i statistika, 1989, 215 p.
- 6. Bjujul' A., Cefel' P. SPSS: iskusstvo obrabotki informacii (SPSS Version 10. Einfuhrung in die moderne Datenanalyse unter Windows). Per. s nem.; pod red. V. E. Momota. Moscow: DiaSoft, 2005, 608 p.
- 7. Levitin A. V. Algoritmy: vvedenie v razrabotku i analiz (Algorithms: An Introduction to the design and analysis). Moscow: Vil'jams, 2006, 575 p.

Malamanov S. Y., Pavlovsky V. A. Simulation of turbulence in a jet stream with the hydrodynamic module ANSYS.CFX // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 77–84.

Malamanov Stepan Yur'evich – candidate of physical and mathematical sciences, reader, St. Petersburg State University. E-mail: stevmal@mail.ru.

 $\label{eq:local_problem} Pavlovsky\ Valeriy\ Alekseevich\ -\ doctor\ of\ physical\ and\ mathematical\ sciences,\ professor,\ St.\ Petersburg\ State\ University.\ E-mail:\ v.a.pavlovsky\ @\ gmail.com.$

In this paper, an example of calculation of a submerged jet, a comparative analysis of the calculation of the characteristics of turbulent jets, with two models. Choosing jet was conscious. To date, the extensive experimental data, allowed good enough to examine the nature of these flows and their main qualitative. We emphasize that the calculations used the default installation of an ANSYS. As a result of modeling, obtained good agreement between experimental and calculated values. In addition, the similarity of the velocity profiles established in the experiment, well proven by calculation. The same calculation "confirms" the main portion of the self-similarity of the jet. Performed a comparative analysis of simulation shows that the model of "K-E", despite its simplicity in comparison with model SSG, best quantitative and qualitative description of the behavior characteristics of the flow in the jet stream. Bibliogr. 5. II. 10.

Key words: simulation model, module ANSYS.CFX, the experimental values, the jet stream, self-similarity.

- 1. Speziale C. G., Sarkar S., Gatski T. B. Modeling the Pressure Stain Correlation of Turbulence. J. Fluid Mech. 1991, vol. 227, pp. 245–272.
- 2. Jun A. A. Teorija i praktika modelirovanija turbulentnyh techenij (The theory and practice of modeling of turbulent flows). Moscow: Knizhnyj dom «LIBROKOM», 2009, 272 p.

- 3. Wygnanski J., Fieldler H. Some measurements in the self-preserving jet. J. Fluid Mech. 1969, vol. 38, no. 3, pp. 577–612.
- 4. Rotta I. K. *Turbulentnyj pogranichnyj sloj v neszhimaemoj zhidkosti* (The turbulent boundary layer in an incompressible fluid). Per. s angl. I. D. Zheltuhina, N. A. Sergievskogo; pod red. Ju. F. Ivanjuty. Leningrad: Sudostroenie, 1967, 232 p.
- 5. Bushmarin O. N. Turbulentnaja osesimmetrichnaja struja neszhimaemoj zhidkosti, vytekajushhaja v sputnyj odnorodnyj potok toj zhe zhidkosti (Turbulent incompressible jet, resulting in a concurrent homogeneous Feed the same liquid). Trudy Leningr. politehn. in-ta im. M. I. Kalinina. 1953, no. 5, pp. 15–23.

Medvedeva O. A. The assignment problem with possibility of applicants training // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 85-94.

 $Medvedeva\ Olga\ Aleksandrovna\ -$ post-graduate student, Voronezh State University. E-mail: romashka
16. 12@mail.ru.

The assignment problem with possibility of applicants training is considered. Two decision algorithms are suggested. The first one is heuristic and assumes repetition of the Hungarian method procedure. At the basis of the second exact algorithm there lies transition to a dual problem with the subsequent use of Udzava method. Bibliogr. 5.

Key words: discrete optimisation, assignment problem, solution algorithm, dual problem, Udzava method.

References

- 1. Maljugina O. A., Medvedev S. N., Chernyshova G. D. Komplektovanie shtatov pri nalichii obuchenija (The assignment problem with training). Sistemnoe modelirovanie social'no-jekonomicheskih processov: trudy 32-j Mezhdunar. shkoly-seminara. Pod red. V. G. Grebennikova, I. N. Shhepinoj, V. N. Jejtengona. Voronezh: Izd-vo Voronezh. gos. un-ta, 2009, part III, pp. 425-427.
- 2. Burkard Rainer, Dell'Amico Mauro, Martello Silvano. Assignment problems. Printed in the United States of America. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009, 382 p.
- 3. Maljugina O. A., Chernyshova G. D. *Ispol'zovanie zadachi o naznachenijah pri reshenii problemy formirovanija shtatov* (The using of assignment problems for decision staff formation problems). *Vestn. Voronezh. qos. un-ta (fakul'tet prikl. matematiki, informatiki i mehaniki).* 2010, no. 8, pp. 141–148.
- 4. Chernyshova G. D., Bulgakova I. N. Diskretnaja optimizacija (Discrete optimization): metod. posobie k kursu "Modeli i metody diskretnoj optimizacii". Voronezh: Izd-vo Voronezh. gos. un-ta, 2007, 42 p.
- 5. Maljugina O. A., Medvedev S. N., Chernyshova G. D. Ispol'zovanie dvojstvennyh metodov dlja reshenija odnoj mnogokriterial'noj zadachi o naznachenijah (The using of dual methods for the decision one multicriteria assignment problem). Vestn. Voronezh. gos. un-ta. Ser. Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii. 2010, no. 1, pp. 31–34.

Sukhomlin V. A. The analysis of the international standards of a master's of education in the field of information technologies // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 95–105.

 $\label{lem:sukhomlin} \textit{Sukhomlin Vladimir Aleksandrovich} - \text{doctor of technical sciences, professor, Moscow State University.} \\ \text{E-mail: vladimir@sukhomlin.ru.}$

The current status of the international standards for education masters programs in information and computer technology is analyzed. The possible trends in this important sector of training highly qualified specialists. Bibliogr. 12. Il. 5.

Key words: curriculum, master, education standards.

- 1. Suhomlin V. A. Mezhdunarodnye obrazovatel'nye standarty v oblasti informacionnyh tehnologij (International educational standards in the field of information technologies). Prikl. informatika. 2012, no. 1 (37), pp. 33–54.
- 2. Graduate Software Engineering 2009 (GSwE2009). Association for Computing Machinery and Computer Society of IEEE.
 - 3. SWEBOK. URL: http://www.computer.org/portal/web/swebok, http://computingcareers.acm.org.
- 4. Bloom B. S. (ed.) Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals: Handbook I, cognitive domain. Longmans: Green, 1956, 323 p.

- 5. Crawley E. F., Malmqvist J., Ostlund S., Brodeur D. R. Rethinking Engineering Education: The CDIO Approach. New York: Springer-Verlag, 2007, 97 p.
- 6. Vsemirnaja iniciativa CDIO. Standarty (The global initiative CDIO. Standards): inform.-metod. izd. Per. s angl. i red. A. I. Chuchalina, T. S. Petrovskoj, E. S. Kuljukinoj. Tomsk: Izd-vo Tomsk. politehn. un-ta, 2011, 17 p.
- 7. Crawley E. F., Malmqvist J., Lucas W. A., Brodeur D. R. The CDIO Syllabus v2.0. An Updated Statement of Goals for Engineering Education. URL: http://www.cdio.org/files/project/file/cdio_syllabus v2.pdf.
- 8. Vsemirnaja iniciativa CDIO. Planiruemye rezul'taty obuchenija (CDIO Syllabus) (The global initiative CDIO. Planned learning outcomes (CDIO Syllabus)): inform.-metod. izd. Per. s angl. i red. A. I. Chuchalina, T. S. Petrovskoj, E. S. Kuljukinoj. Tomsk: Izd-vo Tomsk. politehn. un-ta, 2011, 22 p.
- 9. Sayrol E., Bragos R., Alarcon E. e. a. Mixed Integration of CDIO skills into Telecommunication Engineering Curricula. *Electronics and Electrical Engineering*. Kaunas: Technologija, 2010, no. 6(102), pp. 127–130.
- 10. Accreditation Board of Engineering and Technology, Criteria for Accrediting Engineering Programs: Effective for Evaluations during the 2010-2012 Accreditation Cycle, 2010. URL: http://www.abet.org. Accessed June 15, 2011.
- 11. European Commission: DG Education and Culture, The European Qualification Framework for Lifelong Learning (EQF). Luxemburg: Office for Official Publications of the European Communities, 2008, 17 p.
- 12. Malmqvist J., Wedel M. K., Enelund M. Constructive alignment (CA) for degree projects intended learning outcomes, teaching & assessment. Chalmers University of technology Gothenburg, Sweden. URL: http://www.cdio2011.dtu.dk/upload/administrationen% 20-%20101/aus/cdio/conferencemedia/papers/7_paper.pdf.

Egorov A. V., Mondié S. A stability criterion for the single delay equation in terms of the Lyapunov matrix // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2013. Issue 1. P. 106–115.

 $Egorov\ Aleksey\ Valer'evich- {\it graduate\ student}, St.\ Petersburg\ State\ University}.\ E-mail: alexey 3.1416@gmail.\ com.$

Mondié Sabine – professor at the Department of Automatic Control, CINVESTAV-IPN, Mexico. E-mail: smondie@ctrl.cinvestav.mx.

In case of delay systems the Lyapunov-Krasovskii functional approach plays the role of the second Lyapunov method for the case of ordinary differential equations. To investigate stability of linear systems the so-called complete type functionals are often applied. These functionals depend on special matrix valued functions, named the Lyapunov matrices. It is of interest to find conditions on the Lyapunov matrix guarantees the stability of the system. In the work of A. V. Egorov and S. Mondié (2011) some necessary stability conditions have been obtained for a wide class of delay linear systems. In that contribution it is proved that these necessary conditions become sufficient for the case of a scalar single delay equation. The proof of the result is based on the explicit expression for Lyapunov matrix obtained as the solution of a special difference-differential equation with boundary conditions. Bibliogr. 12. II. 1.

 $Key\ words$: delay systems, linear systems, Lyapunov-Krasovskii functionals, necessary stability conditions.

- 1. Krasovskii N. N. On the application of the second method of Lyapunov for equations with time delays. *Prikl. Mat. Meh.* 1956, vol. 20, pp. 315–327.
- 2. Repin M. Yu. Quadratic Lyapunov functionals for systems with delay. *Prikl. Mat. Meh.* 1965, vol. 29, pp. 564–566.
- 3. Infante E. F., Castelan W. B. A Liapunov functional for a matrix difference-differential equation. *J. of Differential Eq.* 1978, vol. 29, pp. 439–451.
- 4. Datko R. An algorithm for computing Liapunov functionals for some differential-difference equations. Ordinary Differential Equations. Ed. by L. Weiss. New York: Academic Press, 1972, pp. 387–398.
- Huang W. Generalization of Liapunov's theorem in a linear delay system. J. of Mathematical Analysis and Applications. 1989, vol. 142, pp. 83–94.
- 6. Kharitonov V. L., Zhabko A. P. Lyapunov-Krasovskii approach for robust stability of time delay systems. *Automatica*. 2003, vol. 39, pp. 15–20.

- 7. Kharitonov V. L., Plischke E. Lyapunov matrices for time-delay systems. Syst. & Contr. Lett. 2006, vol. 55, pp. 697–706.
- 8. Jarlebring E., Vanbiervliet J., Michiels W. Characterizing and computing the \mathcal{H}_2 norm of time-delay systems by solving the delay Lyapunov equation. *IEEE Trans. on Autom. Contr.* 2011, vol. 56(4), pp. 814–825.
- 9. Mondié S., Egorov A. Some necessary conditions for the exponential stability of one delay systems. 8th Intern. Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control. Merida, Mexico, 2011, pp. 103–108.
- 10. Mondié S. Assessing the exact stability region of the single-delay scalar equation via its Lyapunov function. *IMA J. of Math. Contr. and Inf.* 2012. URL: http://imamci.oxfordjournals.org.
 - 11. Bellman R., Cooke K. Differential difference equations. New York: Academic Press, 1963, 465 p.
- 12. Hayes N. D. Roots of the transcendental equation associated with a certain difference-differential equation. *J. London Mathem. Society.* 1950, pp. 226–232.

ОТ РЕДАКЦИИ

Подробная информация о правилах предоставления статей и порядке их рецензирования приведена в выпусках журнала за 2009 г., в вып. 1 за 2010 г. и на сайте факультета прикладной математики—процессов управления СПбГУ (e-mail: vkarelin@apmath.spbu.ru).

CONTENTS

APPLIED MATHEMATICS

Vasin A. V. Determination of the line separating domains of vortical flows	3
Lebedev D. M., Polyakova L. N. The problem of projecting the origin on a quadric .	11
Miroshin R. N. Generalization of Levin-Stechkin inequality	18
Mikheev S. E. On one paradox in theorems about Newton's method	22
Proudnikov I. M. A method of construction of exhaustive family of upper convex approximations	37
Ryazhskikh V. I., Slyusarev M. I., Popov M. I. Numerical integration of a biharmonic	
equation in square field	52
Firyulina O. S. Finding all maximal independent sets of an undirected graph	63
INFORMATICS	
Bure V. M., Shcherbakova A. A. Application of discriminant analysis and decision tree method for diagnosis of ophthalmic diseases	70
Malamanov S. Y., Pavlovsky V. A. Simulation of turbulence in a jet stream with the	10
hydrodynamic module ANSYS.CFX	77
Medvedeva O. A. The assignment problem with possibility of applicants training	85
Sukhomlin V. A. The analysis of the international standards of a master's of education in the field of information technologies	95
CONTROL PROCESSES	
Egorov A. V., Mondié S. A stability criterion for the single delay equation in terms of the Lyapunov matrix	106
CHRONICLE	
Kurshanski A. B., Demyanov V. F. International Conference "Constructive non-smooth analysis and related topics" (CNSA-2012)	116
ANNOTATIONS	119
ABSTRACTS	123
FROM EDITORIAL STAFF	131