вестник

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Серия 10 Выпуск 3 2012 Сентябрь ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА ИНФОРМАТИКА ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. ИЗДАЕТСЯ С АВГУСТА 1946 ГОДА

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Аргучинцев А. В., Поплевко В. П. Оптимизация процесса ректификации в колонне	3
Береславский Э. Н., Лихачева Н. В. Математическое моделирование фильтрации	
из каналов и оросителей	10
E йбоженко Д. А. Приближенный алгоритм S^* для задачи Штейнера на евклидовых ориентированных графах	23
Захаров А. О. Сужение множества Парето на основе замкнутой информации	
о нечетком отношении предпочтения лица, принимающего решение	33
Козынченко В. А. Моделирование взаимодействия в неоднородном аксиально-	
симметричном пучке заряженных частиц	48
Переварюха А. Ю. Образование локально-несвязной границы областей притяже-	
ния аттракторов в модели биосистемы	59
Полякова Л. Н. Некоторые свойства опорной функции выпуклого множества	
на выпуклом конусе.	70
ИНФОРМАТИКА	
Pайк $A. B., Егоров H. B., Бедрина M. E. Моделирование потенциалов межмоле-$	
купариого размиольйстрия	70



© Авторы статей, 2012

© Издательство Санкт-Петербургского университета, 2012

Розов А. К., Царапкин А. Н. Метод обратной индукции в задачах обнаружения	
спонтанно возникающих явлений	88
Ряжских А. В. Гидродинамический начальный участок при течении высоковяз-	
кой ньютоновской жидкости в круглой трубе	98
<i>Юдин И. П., Перепелкин Е. Е.</i> Использование параллельных вычислений на графических процессорах при исследовании пропускной способности канала	
транспортировки пучка ионов с учетом пространственного заряда	103
ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ	
Срочко В. А. Экстремальные режимы управления в задаче оптимизации процесса	
терапии	113
АННОТАЦИИ	120
SUMMARIES	125
ОТ РЕДАКЦИИ	127

УДК 517.977

Аргучинцев А. В., Поплевко В. П. Оптимизация процесса ректификации в колонне // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 3–9.

Исследована прикладная задача оптимального управления химическим реактором. Рассмотрен процесс ректификации в насадочной колонне. Он предназначен для получения из многокомпонентной смеси продуктов с заданной концентрацией. Математическая модель процесса ректификации представляет собой систему гиперболических уравнений первого порядка. Граничные условия системы определяются из управляемых систем обыкновенных дифференциальных уравнений с гладкими управляющими функциями. Для данной задачи получены необходимые условия оптимальности. Они основаны на применении специальных вариаций допустимых управлений, сохраняющих гладкость управляющих воздействий и обеспечивающих выполнение поточечных и/или интегральных ограничений. Предложен численный метод улучшения. Приведены результаты расчетов, иллюстрирующие эффективность метода. Библиогр. 3 назв. Табл. 1.

Ключевые слова: ректификация, управление потоком, гладкое управление, численный метод.

УДК 532.546

Береславский Э. Н., Лихачева Н. В. Математическое моделирование фильтрации из каналов и оросителей // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 10–22.

Рассматриваются некоторые схемы фильтрационных течений из каналов и оросителей ирригационных систем через почвенный слой, подстилаемый нижележащим хорошо проницаемым напорным водоносным горизонтом или водонепроницаемым основанием. Для их изучения формулируются и с применением метода П. Я. Полубариновой-Кочиной решаются смешанные краевые многопараметрические задачи теории аналитических функций. На базе этих моделей разработаны алгоритмы расчета размеров зоны насыщения в ситуациях, когда при фильтрации приходится оценивать совместное влияние на картину движения таких важных фильтрационных факторов как подпор со стороны нижележащего напорного водоносного горизонта или непроницаемого основания, форма поперечного сечения русла источника питания и уровень воды в нем, капиллярность грунта и испарение со свободной поверхности грунтовых вод. Результаты расчетов для всех схем фильтрации сопоставляются при одинаковых фильтрационных параметрах в зависимости как от формы русла источников питания (канал или ороситель), так и от вида основания почвенного слоя (сильнопроницаемый напорный водоносный горизонт или водоупор). Библиогр. 30 назв. Ил. 5. Табл. 4.

Ключевые слова: фильтрация, грунтовые воды, подземные воды, канал, ороситель, капиллярность грунта, испарение (инфильтрация) со свободной поверхности, комплексная скорость течения, метод П. Я. Полубариновой-Кочиной, конформные отображения, линейные уравнения класса Фукса.

УДК 519.176

Ейбоженко Д. А. Приближенный алгоритм S^* для задачи Штейнера на евклидовых ориентированных графах // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 23–32.

В работе рассматривается задача Штейнера на евклидовых ориентированных графах, т. е. таких, каждая вершина которых обладает евклидовыми координатами, а длины дуг определяются евклидовым расстоянием между их конечными вершинами. Задача формулируется

следующим образом. Имея граф G(M,N) с заданной на дугах фунцией $d:N\to\mathbb{R}_+$, такой, что $d(j)=\sqrt{(x_{\mathrm{beg}j}-x_{\mathrm{end}j})^2+(y_{\mathrm{beg}j}-y_{\mathrm{end}j})^2}$, начальную вершину $b\in M$, множество терминальных вершин $E\subset M$, необходимо найти наименьший подграф G, содержащий пути от b до всех вершин из E. Задача Штейнера является NP-сложной. В работе предложен эвристический алгоритм, учитывающий взаимное расположение вершин графа для построения дерева Штейнера. Он основан на алгоритме динамического программирования, дающего точное решение. Его суть состоит в том, чтобы некоторым образом ограничить набор подмножеств терминальных вершин, для которых решается подзадача в методе динамического программирования, так, чтобы общее их число было ограничено полиномом от числа терминалов. (В исходном алгоритме рассматриваются всевозможные подмножества терминалов, т. е. всего 2^n .) Представлены три разных способа ограничения множества терминальных подмножеств, доказывается полиномиальность алгоритма при таких ограничениях, приводится сравнение их эффективности и точности решения между собой, а также с другими известными приближенными методами. Библиогр. 10 назв. Ил. 1. Табл. 4.

Ключевые слова: задача Штейнера, NP-полные задачи, динамическое программирование, эвристический алгоритм, евклидов граф.

УДК 519.859

Захаров А.О. Сужение множества Парето на основе замкнутой информации о нечетком отношении предпочтения лица, принимающего решение // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 33–47.

Рассматривается аксиоматический подход сужения множества Парето, обобщенный на случай нечеткого отношения предпочтения. Модель многокритериального выбора составляют: множество возможных решений, заданный на нем векторный критерий и нечеткое отношение предпочтения лица, принимающего решение, причем множество выбираемых решений также является нечетким. Для сужения множества компромиссов используется так называемая нечеткая замкнутая информация. Установлено условие, при котором допустимо применение данного рода информации в процессе принятия решений. Для случая трех критериев получены теоремы, показывающие, каким образом построить нечеткое множество, которое является верхней оценкой для неизвестного нечеткого множества выбираемых векторов и, кроме того, собственным подмножеством исходного множества Парето. Для построения такой оценки необходимо решить четыре специальные многокритериальные задачи с четким отношением предпочтения. В итоге полученные результаты обобщают предыдущие, где отношение предпочтения и множество выбираемых векторов являются четкими. Приведен числовой пример использования нечеткой замкнутой информации в процессе принятия решений. Библиогр. 8 назв.

Ключевые слова: многокритериальная задача выбора, множество Парето, нечеткое отношение предпочтения, аксиоматический подход сужения множества Парето.

УДК 517.558

Козынченко В. А. Моделирование взаимодействия в неоднородном аксиальносимметричном пучке заряженных частиц // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 48–58.

Рассматривается математическая модель аксиально-симметричного неоднородного пучка заряженных частиц. Предлагается моделировать пучок набором кольцевых заряженных цилиндров, находящихся в круглой металлической трубе постоянного радиуса. Предлагается моделировать функцию плотности заряда пучка аналитической функцией. В результате решения краевой задачи для уравнения Пуассона получены аналитические соотношения для напряженности кулоновского поля пучка заряженных частиц. Библиогр. 7 назв.

Ключевые слова: математическое моделирование, ускорители заряженных частиц, пучки заряженных частиц, кулоновское поле заряженных пучков, расчет внутреннего поля пучков.

УДК 681.3.06

Переварюха А.Ю. Образование локально-несвязной границы областей притяжения аттракторов в модели биосистемы // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 59–69.

В работе анализируются математические модели, предлагавшиеся для моделирования динамики популяций как диссипативные динамические системы. Рассматриваются различные нелинейные явления помимо известного сценария перехода к хаосу через каскад бифуркаций, такие как режим перемежаемости, субдукция и внутренний кризис странного аттрактора. Описываются условия возникновения и влияние эффектов на интерпретацию результатов моделирования. Разрабатывается модель динамики возобновляющихся биоресурсов, обладающая возможностью притяжения траектории к двум аттракторам. Граница областей притяжения аттракторов в динамической системе на основе новой зависимости не образует непрерывного подмножества в фазовом пространстве, а обладает фрактальной структурой в соответствии с введенным в работе для данного эффекта определением. Получены значения параметров в разработанной динамической системе, при которых обнаружен режим перемежаемости, связанный с тем, что при приближении траектории к одной из неустойчивых неподвижных точек движение становится очень медленным и почти регулярным. Выход траектории из окрестности неустойчивой точки сопровождается резкими хаотическими всплесками. Наблюдается данная перемежаемость при наличии в фазовом пространстве непритягивающего хаотического множества, следовательно, для этой модели реализуется редкий подвид хаотического движения, ранее не описанный в литературе. Дана математическая интерпретация с применением динамической системы сценария стремительного снижения численности популяций лососевых Канады и деградации запасов осетровых рыб. Показано, что после снижения численности популяция переходит в режим флуктуаций с опасной для ее сохранения амплитудой, не имеющих определенного периодического характера. Благодаря примененному методу, включающему реализацию непрерывно-дискретного представления модельного времени в вычислительной среде, получена перспективная возможность исследовать нетривиальные виды динамики траектории динамических систем и резкие метаморфозы. Библиогр. 33 назв.

Kлючевые слова: границы областей притяжения аттракторов, моделирование динамики популяций.

УДК 539.85

Полякова Л. Н. Некоторые свойства опорной функции выпуклого множества на выпуклом конусе // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 70–78.

Понятие опорной функции выпуклого множества является одним из ключевых в выпуклом анализе. Оно было введено немецким математиком Г. Минковским в конце XIX в. В работе рассматриваются свойства опорных функций, заданных на замкнутом выпуклом конусе. Для выпуклого компактного множества вводится понятие образующего множества относительно этого конуса. Изучаются свойства данного множества. Выводятся условия, при которых опорные функции двух множеств на конусе будут равны. Приводятся рисунки, иллюстрирующие такие свойства. Библиогр. 5 назв. Ил. 5.

Ключевые слова: положительно однородная выпуклая функция, опорная функция, субдифференциал выпуклой функции, сопряженный конус.

УДК 539.193

Райк А. В., Егоров Н. В., Бедрина М. Е. Моделирование потенциалов межмоле-кулярного взаимодействия // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 79–87.

Вычислены потенциалы межмолекулярного взаимодействия молекулы воды с поверхностью (100) кристаллов MgO и ZnO. В качестве расчетных методов исследования применялись квантово-механический метод B3LYP/6-31G, косвенно учитывающий корреляцию электронов,

и метод атом-атомных потенциалов. Потенциалы взаимодействия воды с поверхностью аппроксимированы аналитической функцией Букингема. Проведено сравнение результатов, полученных с помощью аналитических расчетов и применения нелинейного метода наименьших квадратов Левенберга-Марквардта. Аналитический вид потенциалов может быть использован в статистических методах Монте-Карло и молекулярной динамики для исследования распределения большого числа молекул над поверхностью с учетом изменения температуры. Библиогр. 8 назв. Ил. 4. Табл. 2.

Ключевые слова: квантовая механика, DFT, параллельные вычисления, потенциалы межмолекулярного взаимодействия, адсорбция.

УДК 681.516.7.015.2

Розов А. К., Царапкин А. Н. Метод обратной индукции в задачах обнаружения спонтанно возникающих явлений // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 88–97.

Статья посвящена обнаружению разладки — изменения в случайный момент времени вероятностных характеристик наблюдаемых воздействий. Такое происходит при статистическом контроле поштучно выпускаемой продукции, определении момента выхода за пределы допусков параметров аппаратуры при хранении, в задачах обнаружения сигналов, появляющихся в случайный момент времени. В таких случаях требуется решить вопрос о том, в какой момент следует объявлять тревогу о происшедшей разладке, но так, чтобы по возможности избежать ложной тревоги и чтобы время запаздывания в обнаружении было бы минимальным. Отмечается, что с помощью положений теории оптимальной остановки можно получить результат, не просто превосходящий уже полученные, а такой, который для заданных условий будет лучше всех возможных. Это решение связывается с достижением наибольшего значения выигрыша. Библиогр. 7 назв. Ил. 1. Табл. 2.

Ключевые слова: метод обратной индукции, задачи обнаружения спонтанно возникающих явлений, выигрыш.

УДК 530.1 (075.8)

Ряжских А. В. Гидродинамический начальный участок при течении высоковязкой ньютоновской жидкости в круглой трубе // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 98–102.

Общая задача идентификации начального участка в круглой трубе при ламинарном течении высоковязкой жидкости в рамках представления о «ползущем течении» сведена к двумерному уравнению Пуассона в цилиндрических координатах, решение которого получено классическим методом применения конечного интегрального преобразования Ханкеля. Установлена зависимость между перепадом давления и скоростью движения жидкости, коррелирующая с известными результатами. Из условия 1%-го отклонения аксиальной скорости в центре трубы от полностью развитого течения определена длина гидродинамического участка. Найденный коэффициент длины гидродинамического участка практически совпадает с экспериментально-теоретическими результатами Шиллера, Эккерта и Мак-Компаса. Библиогр. 9 назв.

Ключевые слова: ньютоновские жидкости, гидродинамический начальный участок, уравнения Навье–Стокса.

УДК 519.6:621.38

Юдин И.П., Перепелкин Е.Е. Использование параллельных вычислений на графических процессорах при исследовании пропускной способности канала транспортировки пучка ионов с учетом пространственного заряда // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 103–112.

В работе для математического моделирования динамики заряженных частиц пучка с объемным зарядом в ускорителе-синхротроне использовано новое направление вычислительного

эксперимента: осуществлять расчеты не на центральном процессоре СРU, а на графическом процессоре GPU видеокарты. Приведена математическая постановка поставленной задачи. Описаны алгоритмы ее решения в методе частицы-в-ячейках, а также программная реализация этих алгоритмов. Рассчитана динамика пучков заряженных частиц с учетом пространственного заряда для медицинского синхротрона на графическом процессоре GPU видеокарты NVIDIA Tesla C1060, который дал ускорение задачи от 60 до 90 раз в зависимости от параметров установки. Данная работа выполнена в рамках проекта ЛФВЭ ОИЯИ (г. Дубна) «Разработка и создание узлов ускорителя для адронной терапии». Проведено компьютерное моделирование линии транспортировки пучка от источника ионов углерода с интенсивностью от 25 до 100 мA до RFQ структуры. Для расчета подобных систем был создан вариант программы CBDA с вычислениями на GPU. Настоящее исследование позволяет сделать вывод, что вычислительную мощность видеокарты можно направить, кроме расчета высокоинтенсивных пучков с большими плотностями, и на расчеты других требующих огромных вычислительных мощностей эффектов, таких как с учетом эффекта гало, эффектов при решении проблемы оптимизации, для которой необходимо многократное решение однотипных задач. Библиогр. 10 назв. Ил. 4.

Ключевые слова: распределенные вычисления на графических процессорах, математическое моделирование, численные методы, пучок ионов углерода, канал инжекции синхротрона.

УДК 517.977

Срочко В. А. Экстремальные режимы управления в задаче оптимизации процесса терапии // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. 2012. Вып. 3. С. 113–119.

В работе рассматриваются задачи оптимизации процесса химиотерапии на основе известной модели динамики численности клеток злокачественной опухоли. Анализ и решение возникающих задач оптимального управления проводятся с позиций принципа максимума Понтрягина. Изучаются две постановки задач оптимизации: со свободным правым концом и с терминальным ограничением типа равенства. Методика решения связана с комбинацией режимов управления, которые возникают из условия максимума функции Понтрягина. При этом параметры состыковки (точки переключения) находятся по формулам, которые обеспечивают свойства допустимости (терминальное ограничение) и экстремальности (принцип максимума) для конструируемого управления. Полученные результаты состоят в следующем: 1) в рамках данной модели развития онкологического заболевания предложены нестандартные стратегии лечения, соответствующие особым управлениям и магистральным участкам фазовой траектории; 2) в задаче с терминальным ограничением построен новый режим терапевтического воздействия по схеме «максимум » промежуточная фаза » максимум». Библиогр. 4 назв.

Ключевые слова: задача оптимального управления, принцип максимума, экстремальные процессы.

Arguchintsev A. V., Poplevko V. P. Optimization of fractionization process in a tower // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 3–9.

A process of fractionization in a tower is considered. This process is described by a system of first-order partial differential equations. A necessary optimality condition is given for the optimal control problem in a class of smooth admissible controls with point-wise or integral restrictions. The numerical experiment is carried out.

Key words: fractionization, flows control, smooth control, numerical method.

Bereslavskiy E. N., Likhacheva N. V. Mathematical modeling of filtration from canals and sprinklers // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 10–22.

In the framework of plane steady filtration of incompressible fluid by Darcy's law some schemes of filtration flows from canals and irrigation canals through the soil layer underlain by well permeable confined aquifer or an impermeable base are considered. For their study mixed boundary value multiparametric problems of analytic function theory are formulated and solved by using P. Ya. Polubarinova-Cochina's method. Based on these models, algorithms for calculating saturation zone sizes are developed in those cases when under the filtration it is necessary to estimate combined influence of such important factors as seepage back pressure from the underlying confined aquifer or confining bed, the bed cross-sectional shape of power supplies and water levels in it, capillarity and evaporation of soil (infiltration) from the free surface of ground water on the motion pattern. The results of calculations for all the schemes of flow are compared with the same filter parameters.

Key words: filtration, ground water, canal, irrigation, soil capillarity, evaporation (infiltration) from the free surface, the complex flow velocity method P. Y. Polubarinova-Cochina, conformal mapping, linear equations of Fuchs class.

Eibozhenko D. A. Approximation algorithm S^* for Steiner problem in Euclidean directed graphs // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 23–32.

Steiner tree problem in directed graphs is the most general in family of Steiner tree problems. Given a graph G(M, N), specified root b in M and subset E of M, the task is to find minimum-cost arborescence at G, rooted at b and spanning all vertices in E. Many practical problems can be formalized using Euclidean graph. A new method using data of vertices position on plane for constructing approximation solution is presented. The theorem of polynomial computational complexity of the method is provided. The comparison against other well-known approximation methods is shown.

Key words: Steiner tree problem, NP-hard, dynamic programming, heuristic algorithm, Euclidean graph.

Zakharov A. O. Reduction of the Pareto set based on closed information about fuzzy DM's preference relation // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 33–47.

The Pareto set reduction axiomatic approach generalized on a fuzzy preference relation case is considered. So-called fuzzy closed information is used in this paper to reduce the compromise set. It is shown how to construct a fuzzy set, which is an upper estimate for the unknown fuzzy set of selected vectors. The results obtained generalize previous states, where preference relation and selected vectors are crisp. Numerical illustration of using fuzzy closed information in decision process is given.

Key words: multicriteria choice problem, the Pareto set, fuzzy preference relation, the Pareto set reduction axiomatic approach.

 $Kozynchenko\ V.\ A.\$ Modeling of Coulomb interaction in an axially symmetric inhomogeneous beam of charged particles // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 48–58.

A mathematical model of an axially symmetric inhomogeneous beam of charged particles is considered. It is proposed to represent a beam as a set of charged hollow cylinders being in the circular metal tube of a constant radius. It is proposed to simulate the function of the beam charge density by an analytical function. By solving a boundary value problem for the Poisson equation the analytical formulas for intensity of the electrostatic field of a charged particle beam are obtained.

Key words: mathematical modeling, accelerators of the charged particles, bunches of the charged particles, Kulon field of the charged bunches, calculation of an internal field of bunches.

Perevarukha A. Yu. Creation of locally disconnected basin boundary of attractors in population dynamics model // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 59–69.

Nonlinear dynamic system used for simulation of fish population with application of computing tools is analyzed. Such phenomena as rout to chaos by way of period doubling cascade, intermittency, subduction, interior crisis of strange attractor are considered. New stock-recruitment models are developed which have ability to move one of two existing attractors. Basin boundaries of a hybrid-time model becomes fractal-like which is reduced to chaotic transient behavior.

Key words: basin boundaries of attractors, modeling of population dynamics.

Polyakova L. N. Some properties of the support function of a convex set on a convex cone // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 70–78.

The concept of the support function of a convex set is one of the key ones in convex analysis. It was introduced by German mathematician H. Minkowski at the end of the 19th century. In this paper the properties of support functions on a closed convex cone are considered. For a convex compact set the concept of forming a set with respect to this cone is introduced. The properties of this set are studied. Conditions under which support functions of the two sets on the cone are equal are derived. Some drawings illustrate these properties.

Key words: positively homogeneous convex function, support function, subdifferential of a convex function, conjugate cone.

Raik A. V., Egorov N. V., Bedrina M. E. Modelling intermolecular interaction potentials // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 79–87.

Potentials of intermolecular interaction of a molecule of water with MgO and ZnO crystals (100) surface were calculated. The B3LYP/6-31G quantum mechanics method, which takes into account electron correlation, and the atom-atom potential method were used for calculations. Potentials of the water molecule interaction with the surface were approximated by the Buckingham analytic function. Analytical calculations were compared with the results obtained using the Levenberg-Marquardt method for non-linear least squares. Analytical expressions of potentials can be used to carry out statistical calculations using Monte-Carlo and molecular dynamics methods, which allow analyzing large numbers of molecules at a surface taking into account temperature changes.

 $Key\ words$: quantum mechanics, DFT, parallel computing, intermolecular interaction potentials, adsorption.

Rozov A. K., Tsarapkin A. N. Method of backward induction for using optimal stopping rules // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 88–97.

Method of backward induction for using optimal stopping rules. It is shown how a backward

induction method allows to use optimal stopping rules to maximize gains (loss mitigation) in the systems of detecting spontaneous phenomena.

Key words: method of inverse induction, optimal stopping rules.

Ryazhskikh A. V. Hydrodynamic initial section in the flow of very viscous Newtonian fluid in a circular tube // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 98–102.

The general problem of identification of an initial section of a round pipe on the assumption of laminar flow of high-viscosity liquid and within the limits of representation about creeping flow is reduced to two-dimensional Poisson equation in the cylindrical coordinates which solution is obtained by a classical method of applying finite integral Hankel transform. The relation between differential pressure and fluid velocity is established which is correlated with already known results. From the condition of 1% deviation of the axial velocity in the center of the pipe from the fully developed flow the length of a hydrodynamic section is defined. The coefficient of the length of a hydrodynamic section which has been found in the given research, practically coincides with experimentally-theoretical results which are obtained by Schiller, Ekkert and Mak-Kompas.

Key words: newtonian fluid, hydrodynamic initial section, Navier-Stokes equations.

Yudin I. P., Perepelkin E. E. Use of parallel calculations one graphic processors for investigation of throughput of the transport channel for an ion beam with the space charge // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 103–112.

The calculations of the dynamics of charged particles with the space charge for the medical synchrotron, were made at the GPU grafic card NVIDIA Tesla C1060. For the calculation of such systems a new variant of the program CBDA with calculations on GPU has been created (updated). Computer simulation of a beam transport line from the carbon ion source with the intensity from 25 mA up to 100 mA to RFQ structure was performed.

 $\mathit{Key words}$: distributed computing on graphics processors, numerical methods, carbon ion beam, injection channel to synchrotron.

Srochko V. A. Extremal controls in the optimization problem for therapy process // Vestnik St. Petersburg University. Ser. 10. 2012. Issue 3. P. 113–119.

The problems of optimal control for a chemotherapy process based on a well-known dynamic model are considered. The solution method is related to combining the control modes that appear according to the Pontryagin maximum principle. Extreme procedures of control with special sections that amplify the known strategies of therapy within the given model are constructed.

Key words: optimal control problem, maximum principle, extremal processes.

ОТ РЕДАКЦИИ

Подробная информация о правилах предоставления статей и порядке их рецензирования приведена в выпусках журнала за 2009 г., в вып. 1 за 2010 г. и на сайте факультета прикладной математики–процессов управления СПбГУ (e-mail: vkarelin@apmath.spbu.ru).

CONTENTS

APPLIED MATHEMATICS

Arguchintsev A. V., Poplevko V. P. Optimization of fractionization process in a tower Bereslavskiy E.N., Likhacheva N. V. Mathematical modeling of filtration from canals	3
and sprinklers	10
Eibozhenko D. A. Approximation algorithm S^* for Steiner problem in Euclidean directed graphs	23
Zakharov A. O. Reduction of the Pareto set based on closed information about fuzzy DM's preference relation	33
Kozynchenko V. A. Modeling of Coulomb interaction in an axially symmetric inhomogeneous beam of charged particles	48
Perevarukha A. Yu. Creation of locally disconnected basin boundary of attractors in population dynamics model	59
Polyakova L. N. Some properties of the support function of a convex set on a convex cone	70
INFORMATICS	
Raik A. V., Egorov N. V., Bedrina M. E. Modelling intermolecular interaction potentials	79
Rozov A. K., Tsarapkin A. N. Method of backward induction for using optimal stopping rules	88
Ryazhskikh A. V. Hydrodynamic initial section in the flow of very viscous Newtonian fluid in a circular tube	98 103
CONTROL PROCESSES	
Srochko V. A. Extremal controls in the optimization problem for therapy process	113
ANNOTATIONS	120
SUMMARIES	125
FROM EDITORIAL STAFF	127