Домашняя работа № 4

Потоцкая Анастасия
Б8303а

26 марта 2019 г.

№15

Построить решение для уравнения для fact и проверить его.

$$\mathrm{fact} \equiv Y(\lambda gn.\, \mathrm{if}(\mathrm{iszero?}\, n)\underline{1}(\mathrm{mult}\, n(g(\mathrm{pre}\, n))))$$

по свойству оператора $Y: YF = F(YF)$

$$(\lambda gn.\, \mathrm{if}(\mathrm{iszero?}\, n)\underline{1}(\mathrm{mult}\, n(g(\mathrm{pre}\, n))))(Y(\lambda gn.\, \mathrm{if}(\mathrm{iszero?}\, n)\underline{1}(\mathrm{mult}\, n(g(\mathrm{pre}\, n))))) \to$$
$$\lambda n.\, \mathrm{if}(\mathrm{iszero?}\, n)\underline{1}(\mathrm{mult}\, nY(\lambda gn.\, \mathrm{if}(\mathrm{iszero?}\, n)\underline{1}(\mathrm{mult}\, n(g(\mathrm{pre}\, n))))) \to$$
$$\lambda n.\, \mathrm{if}(\mathrm{iszero?}\, n)\underline{1}(\mathrm{mult}\, n(\mathrm{fact}(\mathrm{pre}\, n)))$$

№16

Доказать, что терм $\Theta = AA$, где $A = \lambda xy.y(xxy)$ есть комбинатор неподвижной точки.

$$\Theta F \equiv AAF \to (\lambda xy.y(xxy))(\lambda xy.y(xxy))F \to$$

$$\to F((\lambda xy.y(xxy))(\lambda xy.y(xxy))F) \to F(AAF) \equiv F(\Theta F)$$

Доказано, что терм Θ есть комбинатор неподвижной точки.

№17

Определены ли термы:

1. $Y \equiv \lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx))$
   $Y \to \lambda f.f((\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx)))$ - HNF. Терм определен.

2. $Y\, \mathrm{not} \equiv (\lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx)))\, \mathrm{not}$

$$Y\, \mathrm{not} \to (\lambda x.\, \mathrm{not}(xx))(\lambda x.\, \mathrm{not}(xx)) \to$$

$$\to \mathrm{not}((\lambda x.\, \mathrm{not}(xx))(\lambda x.\, \mathrm{not}(xx))) \to$$

$$\to (\lambda x.\, \mathrm{if}\, x\, \mathrm{false}\, \mathrm{true})((\lambda x.\, \mathrm{not}(xx))(\lambda x.\, \mathrm{not}(xx))) \to$$

$$\to \mathrm{if}((\lambda x.\, \mathrm{not}(xx))(\lambda x.\, \mathrm{not}(xx)))\, \mathrm{false}\, \mathrm{true} \to$$

$$\to ((\lambda x.\, \mathrm{not}(xx))(\lambda x.\, \mathrm{not}(xx)))\, \mathrm{false}\, \mathrm{true} \to$$

$$\to Y\, \mathrm{not}\, \mathrm{false}\, \mathrm{true}$$

   После normal order reduction пришли к тому же уравнению. Значит $Y\, \mathrm{not}$ не имеет HNF. Терм не определен.

3. $K \equiv \; lmdxy.x$
   Терм в HNF.Терм определен.

4. $YI \equiv (\lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx)))(\lambda x.x)$

$$YI \to (\lambda x.(\lambda x.x)(xx))(\lambda x.(\lambda x.x)(xx)) \to$$

$$\to (\lambda x.(xx))(\lambda x.(xx)) \equiv \Omega$$

   Ω не имеет HNF. Терм не определен.

5. $x\Omega \equiv \lambda.x\Omega$ - HNF. Терм определен.

6. $YK \equiv (\lambda f.(\lambda x.f(xx))(\lambda x.f(xx)))(\lambda xy.x)$

$$YK \to (\lambda x.(\lambda xy.x)(\underline{xx}))\underline{(\lambda x.(\lambda xy.x)(xx))} \to$$

$$\to (\lambda xy.x)((\lambda x.(\lambda xy.x)(xx))(\lambda x.(\lambda xy.x)(xx))) \to$$
$$\to \lambda y.((\lambda x.(\lambda xy.x)(xx))(\lambda x.(\lambda xy.x)(xx))) \to \lambda y.YK$$

   После normal order reduction пришли к тому же уравнению. Значит YK не имеет HNF. Терм не определен.

7. $\underline{n} \equiv \lambda fx.f^n x \equiv \lambda fx.f(f(\ldots f(fx)))$ - HNF. Терм определен.