Дальневосточный федеральный университет

Школа естественных наук

Лабораторная работа №1 по дифференциальным уравнениям

Потоцкая Анастасия Б8203а

В лабораторной работе использовалась система компьютерной алгебры wxMaxima.

1.

$$yln(y) + xy' = 0$$

$$\frac{dy}{yln(y)} = -\frac{dx}{x}$$

Тип: дифференциальное уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными

Общее решение:

$$-\ln\left(\ln\left(y\right)\right) = \ln\left(x\right) + C$$

Команды вводимые в wxMaxima:

```
ode2('diff(y, x) * x + y * log(y) = 0, y, x);
method;
plotdf(-y*log(y)/x, [x, 0.1, 100], [y, 0.1, 100]);
```

2.

$$y' = \frac{x+2y}{2x-y}$$

$$(2x-y)dy - (x+2y)dx = 0$$

Тип: однородное дифференциальное уравнение 1-го порядка

Общее решение:

$$\frac{4\arctan\left(\frac{x}{y}\right) + \ln\left(y^2+x^2\right)}{10} = C$$

Команды вводимые в wxMaxima

```
ode2('diff(y, x) = (x+2*y)/(2*x-y), y, x);
method;
plotdf((x+2*y)/(2*x-y), [x, -10, 10], [y, -10, 10]);
```

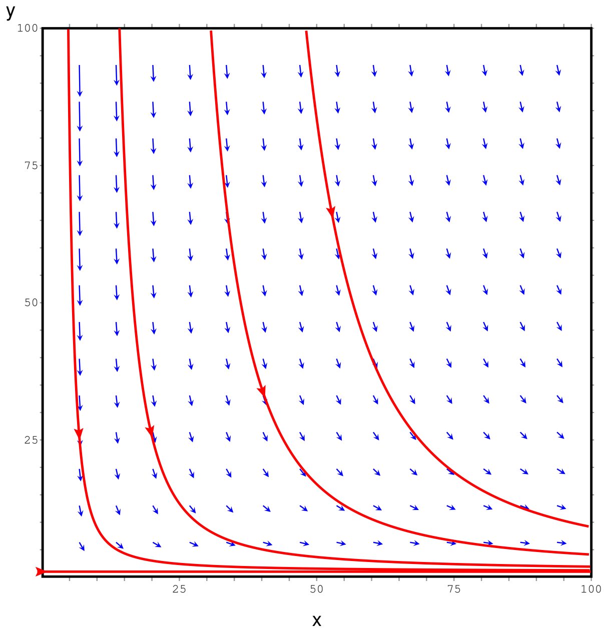

Рис. 1: Векторное поле уравнения $yln(y) + xy' = 0$

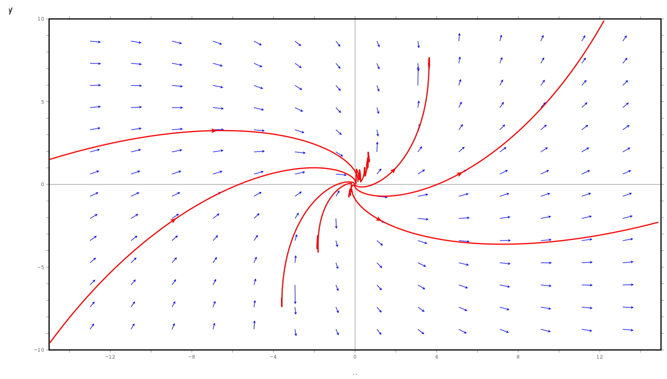

Рис. 2: Векторное поле уравнения $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$

3.

$$y' = \frac{x + 4y - 5}{6x - y - 5}$$

$$(6x - y - 5)dy - (x + 4y - 5)dx = 0$$

Тип: Обобщенное однородное дифференциальное уравнение 1-го порядка

Решение: Найти общее решение, которое выражается в элементарных функциях, не удалось

Команды вводимые в wxMaxima

```
ode2('diff(y, x) = (x + 4 * y - 5)/(6*x - y - 5) , y, x);
```

```
method;
plotdf((x+4*y-5)/(6*x-y- 5), [x, 0, 10], [y, -10, 10]);
```

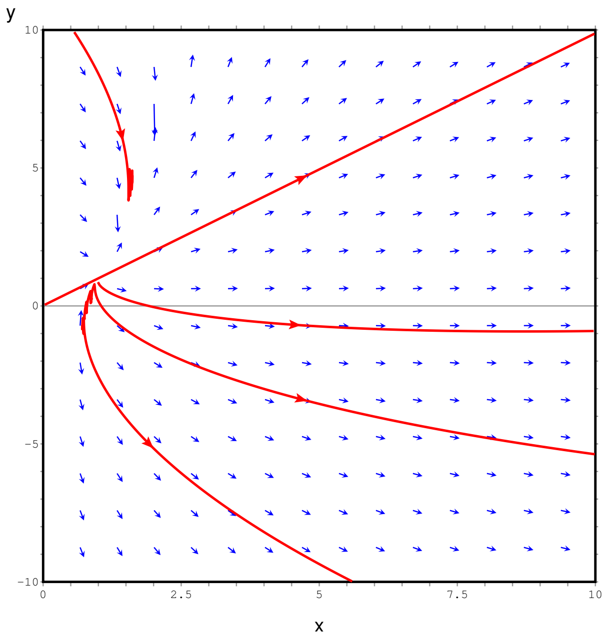

Рис. 3: Векторное поле уравнения $y' = \frac{x+4y-5}{6x-y-5}$

4.

$$y' + \frac{2}{x}y = x^2; \quad y(1) = -\frac{5}{6}$$

$$y' + \frac{2}{x}y = x^2$$

Тип: линейное дифференциальное уравнение 1-го порядка

Общее решение:

$$y = -2y\ln(x) + \frac{x^3}{3} + C$$

Частное решение

$$y = -\frac{-773 - 216x^3 + 1296y(\ln(x) - \ln(-\frac{5}{6}))}{648}$$

Команды вводимые в wxMaxima

```
'diff(y, x)+(2 * y)/(x)=x*x;
ode2(%, y, x);
method;
```

```
ic1(%, x=-5/6, y=1);
plotdf(x*x - (2 * y) / (x), [trajectory_at ,-0.833333333, 1]);
```

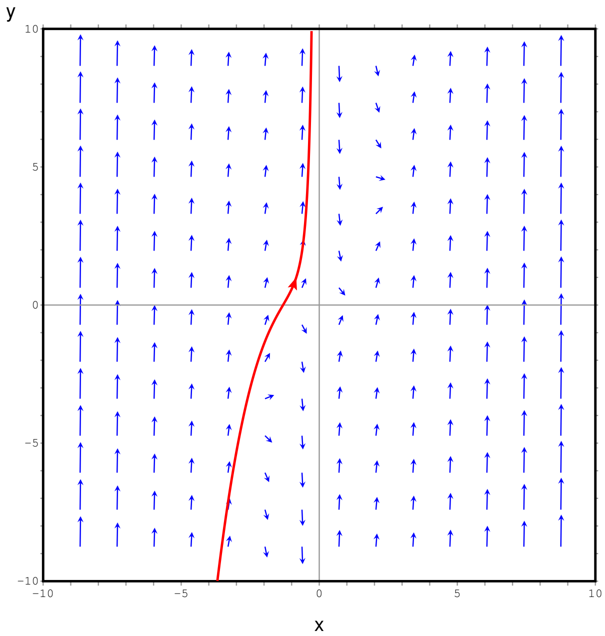

Рис. 4: Векторное поле уравнения $y' + \frac{2}{x}y = x^2$

5.

$$(xy + \sqrt{y})dy + y^2 dx = 0; \quad y(-\frac{1}{2}) = 4$$

$$y^2 x' + xy + \sqrt{y} = 0$$

Тип: линейное относительно x дифференциальное уравнение 1-го порядка

Общее решение:

$$xy + 2\sqrt{y} = C$$

Частное решение:

$$xy + 2\sqrt{y} = 2$$

Команды вводимые в wxMaxima

```
'diff(y, x) = - (y^2) / (x*y + y^(1/2));
ode2(%, y, x);
method;
ic1(%, x=-0.5, y=4);
plotdf(- (y^2) / (x*y + y^(1/2)), [trajectory_at,-0.50001, 4],[y,2,20],[x,-10,10]);
```

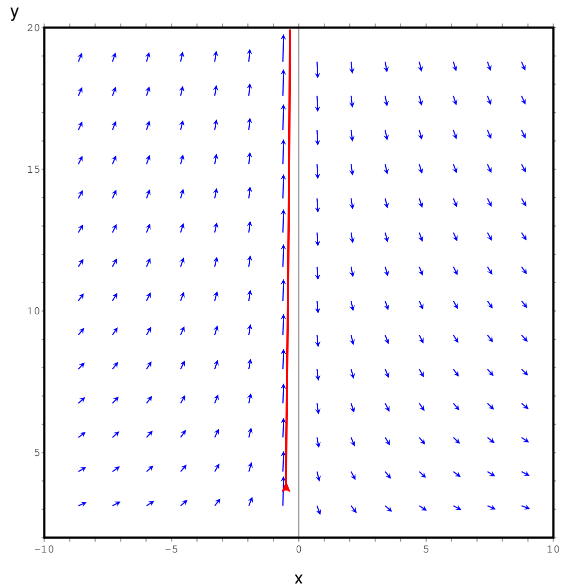

Рис. 5: Векторное поле уравнения $(xy + \sqrt{y})dy + y^2 dx = 0$

6.

$$3(xy' + y) = xy^2; \quad y(1) = 3$$

$$3y' + 3\frac{y}{x} = y^2$$

Тип: уравнение Бернулли

Общее решение:

$$y = \frac{1}{x(C - \frac{\ln(x)}{3})}$$

Частное решение:

$$y = -\frac{3}{x\ln x - x}$$

Команды вводимые в wxMaxima

```
ode2('diff(y(x), x) = y(x)^2 / 3 - y(x) / x, y(x), x);
```

```
method;

ic1(%, y(x) = 3, x = 1);

plotdf((y^2)/ 3 - y/x, [trajectory_at, 1, 3], [y, -10,  10], [x, 0, 20]);
```

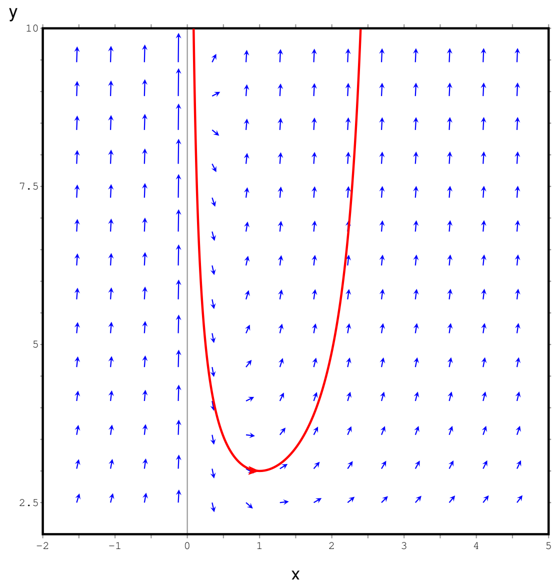

Рис. 6: Векторное поле уравнения $3(xy' + y) = xy^2$

7.

$$(y^2 + y\sec^2 x)dx + (2xy + \operatorname{tg} x)dy = 0$$

$$\frac{\partial(y^2 + y\sec^2 x)}{\partial y} = 2y + \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\partial(2xy + \operatorname{tg} x)}{\partial x}$$

Тип:

$$(y^2 + y\sec^2 x)dx + (2xy + \operatorname{tg} x)dy = 0$$

Следовательно, уравнение в полных дифференциалах

Решение: Найти общее решение, которое выражается в элементарных функциях, не удалось

Команды вводимые в wxMaxima:

```
(y*y+y/(cos(x)*cos(x)))=-(2*x*y+tan(x))*'diff(y, x);
load('contrib_ode);
contrib_ode(%, y, x);
method;
plotdf(-(y*y+y/(cos(x)*cos(x)))/(2*x*y+tan(x)));
```

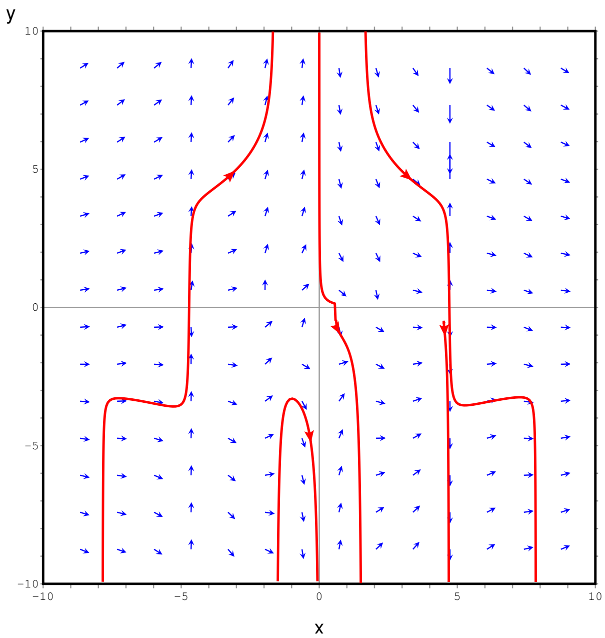

Рис. 7: Векторное поле уравнения $(y^2 + y\sec^2 x)dx + (2xy + \operatorname{tg} x)dy = 0$

8.

$$y' = \frac{2x}{3y}; \quad M(1,1)$$

$$3ydy = 2xdx$$

Тип: дифференциальное уравнение 1-го порядка с разделяющимися переменными

Общее решение

$$\frac{3y^2}{4} = \frac{x^2}{2} + C$$

Частное решение:

$$\frac{3y^2}{4} = \frac{1+2x^2}{4}$$

Команды вводимые в wxMaxima

```
ode2('diff(y,x)=(2*x)/(3*y) , y, x);
method;
ic1(%, x=1, y=1);
plotdf((2*x)/(3*y), [trajectory_at, 1, 1]);
```

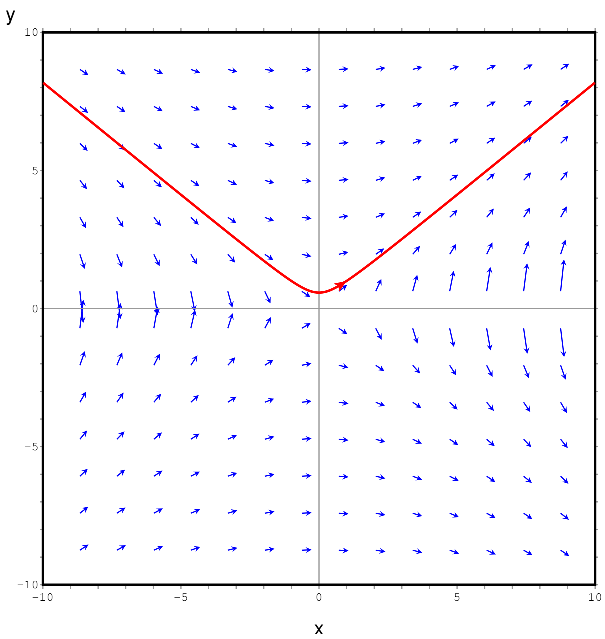

Рис. 8: Векторное поле уравнения $y' = \frac{2x}{3y}$