

Домашняя работа № 2

Потоцкая Анастасия
Б8303а

27 марта 2019 г.

№6

Добавим аксиому $\lambda xy.x = \lambda xy.y$. Доказать, что тогда любые 2 терма равны.

Доказательство:

$$\forall M, N : (\lambda xy.x)MN \rightarrow_{\beta} M; (\lambda xy.y)MN \rightarrow_{\beta} N \Rightarrow M = N$$

№7

Задача: показать верность определения $\text{mult} \equiv \lambda mnfx.m(nf)x$

Решение:

$$\begin{aligned} \text{mult } \underline{m} \underline{n} &\rightarrow \lambda fx.\underline{m}(\underline{n}f)x \rightarrow \lambda fx.(\lambda fx.f^m x)(\underline{n}f)x \rightarrow \\ &\rightarrow \lambda fx.(\underline{n}f)^m x \rightarrow \lambda fx.(f^n)^m \rightarrow \lambda fx.f^{nm} x = \underline{m} \underline{n} \end{aligned}$$

№8

Задача: показать верность определения $\text{exp} \equiv \lambda mnfx.nmfx = m^n$

Решение:

$$\begin{aligned} \text{exp } \underline{m} \underline{n} &\rightarrow \lambda fx.\underline{n} \underline{m}fx \rightarrow \lambda fx.(\lambda fx.f^n x)\underline{m}fx \rightarrow \\ &\rightarrow \lambda fx.\underline{m}^n fx \rightarrow \lambda fx.f^{m^n} x = \underline{m}^n \end{aligned}$$

№9

Задача: показать, что $\underline{m} \text{succ } \underline{n} \equiv \underline{m} + \underline{n}$. Решение:

$$\text{succ } \underline{n} \rightarrow \lambda fx.f(\underline{n}fx) \rightarrow \lambda fx.f(f^n x) \equiv \lambda fx.f^{n+1} x \equiv \underline{n+1}$$

$$\begin{aligned} \underline{m} \text{succ } \underline{n} &\rightarrow \text{succ}^m \underline{n} \rightarrow \text{succ}^{m-1}(\text{succ } \underline{n}) \rightarrow \\ &\rightarrow \text{succ}^{m-1} \underline{n+1} \rightarrow \dots \rightarrow \underline{n+m} \end{aligned}$$