

# **Домашняя работа № 1**

Потоцкая Анастасия  
Б8303а

27 марта 2019 г.

## №1

Восстановить скобки.

1.

$$xyz(yx) = (((xy)z)(yx))$$

2.

$$\begin{aligned} (\lambda xyz.xz(yz))uvw &= (\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.(xz(yz)))))uvw = \\ &= (((((\lambda x.(\lambda y.(\lambda z.((xz)(yz)))))u)v)w) \end{aligned}$$

## №2

Выполнить подстановки

1.

$$(\lambda y.x(\lambda w.vwx))[(uv)|x] \rightarrow (\lambda y.x(\lambda w.vwx))[(uv)|x] \rightarrow (\lambda y.(uv)(\lambda w.vw(uv)))$$

2.

$$\begin{aligned} (\lambda y.x(\lambda x.x))[(\lambda y.xy)|x] &\rightarrow (\lambda y.x(\lambda z.z))[(\lambda y.xy)|x] \rightarrow \\ &\rightarrow \lambda y.(\lambda y.xy)(\lambda z.z)[(\lambda y.xy)|x] \rightarrow \lambda y.(\lambda y.xy)(\lambda z.z) \end{aligned}$$

3.

$$(y(\lambda v.vx))[(\lambda y.vy)|x] \rightarrow y(\lambda z.zx)[(\lambda y.vy)|x] \rightarrow y(\lambda z.z(\lambda y.vy))$$

4.

$$(\lambda x.zy)[(uv)|x] \rightarrow (\lambda x.zy)$$

## №3

Привести к нормальной форме

1.

$$(\lambda x.xy)(\lambda u.vuu) \rightarrow_{\beta} ((\lambda u.vuu)y) \rightarrow_{\beta} vy y$$

2.

$$(\lambda xy.yx)uv \rightarrow ((\lambda x.(\lambda y.yx))u)v \rightarrow_{\beta} (\lambda y.yu)v \rightarrow_{\beta} vu$$

3.

$$(\lambda x.x(x(yz))x)(\lambda u.uv) \rightarrow_{\beta} ((\lambda u.uv)((\lambda u.uv)(yz))(\lambda u.uv)) \rightarrow_{\beta} \\ \rightarrow_{\beta} ((\lambda u.uv)(yz)v)(\lambda u.uv) \rightarrow_{\beta} ((yz)vv)(\lambda u.uv)$$

4.

$$(\lambda x.xxy)(\lambda y.yz) \rightarrow_{\beta} (\lambda y.yz)(\lambda y.yz)y \rightarrow_{\beta} (\lambda y.yz)zy \rightarrow_{\beta} zzy$$

5.

$$(\lambda xy.xyy)(\lambda u.uyx) \rightarrow_{\alpha} (\lambda xw.xww)(\lambda u.uyx) \rightarrow_{\beta} \\ \rightarrow_{\beta} \lambda w.(\lambda u.uyz)ww \rightarrow_{\beta} \lambda w.wyzw$$

6.

$$(\lambda xyz.xz(yz))((\lambda xy.yx)u)((\lambda xy.yx)v)w \rightarrow_{\beta} \\ \rightarrow_{\beta} (\lambda yz.((\lambda xy.yx)u)z(yz))((\lambda xy.yx)v)w \rightarrow_{\beta} \\ \rightarrow_{\beta} (\lambda z.((\lambda xy.yx)u)z((\lambda xy.yx)vz))w \rightarrow_{\beta} \\ \rightarrow_{\beta} ((\lambda xy.yx)u)w((\lambda xy.yx)vw) \rightarrow_{\beta} \\ \rightarrow_{\beta} (\lambda y.yu)w((\lambda xy.yx)vw) \rightarrow_{\beta} \\ \rightarrow_{\beta} wu((\lambda xy.yx)vw) \rightarrow_{\beta} wu((\lambda xy.yv)w) \rightarrow_{\beta} wu(wv)$$

## №4

Доказать равенство  $(\lambda xyz.xzy)(\lambda xy.x) \equiv (\lambda xy.x)(\lambda x.x)$

$$(\lambda xy.x)(\lambda x.x) \rightarrow_{\beta} (\lambda y.(\lambda x.x)) \rightarrow (\lambda yx.x) \\ (\lambda xyz.xzy)(\lambda xy.x) \rightarrow_{\beta} (\lambda yz.(\lambda xy.x)zy) \rightarrow_{\beta} (\lambda yz.z) \\ (\lambda yx.x) \equiv (\lambda yz.z)$$

## №5

Рассмотрим  $M \equiv (\lambda x.xxy)(\lambda x.xxy)$ . Выполним одно бета преобразование в  $M$ .

$$(\lambda x.xxy)(\lambda x.xxy)y \equiv My$$

Пусть выполнено  $k$  бета преобразований. Тогда справедливо

$$M \xrightarrow[k \text{ раз}}{\rightarrow_{\beta} \cdots \rightarrow_{\beta}} M \underbrace{y \dots y}_{k \text{ раз}}$$

Выполним бета преобразование.

$$(\lambda x. xxy)(\lambda x. xxy)y \dots y \rightarrow (\lambda x. xxy)(\lambda x. xxy) \underbrace{y \dots y}_{k \text{ раз}} \equiv M \underbrace{y \dots y}_{k+1 \text{ раз}}$$

Получаем бесконечную последовательность бета преобразований. Следовательно, М не имеет нормальной формы.