

Files d'attente dans les aéroports canadiens

Résumé

En assurant un **contrôle pré-embarquement** (PBS) efficace, l'*Administration canadienne de la sûreté du transport aérien* (ACSTA) assure la sécurité de tous les passagers des vols quittant les aéroports canadiens, tout en maintenant un équilibre entre la taille du personnel de contrôle et le temps d'attente des passagers.

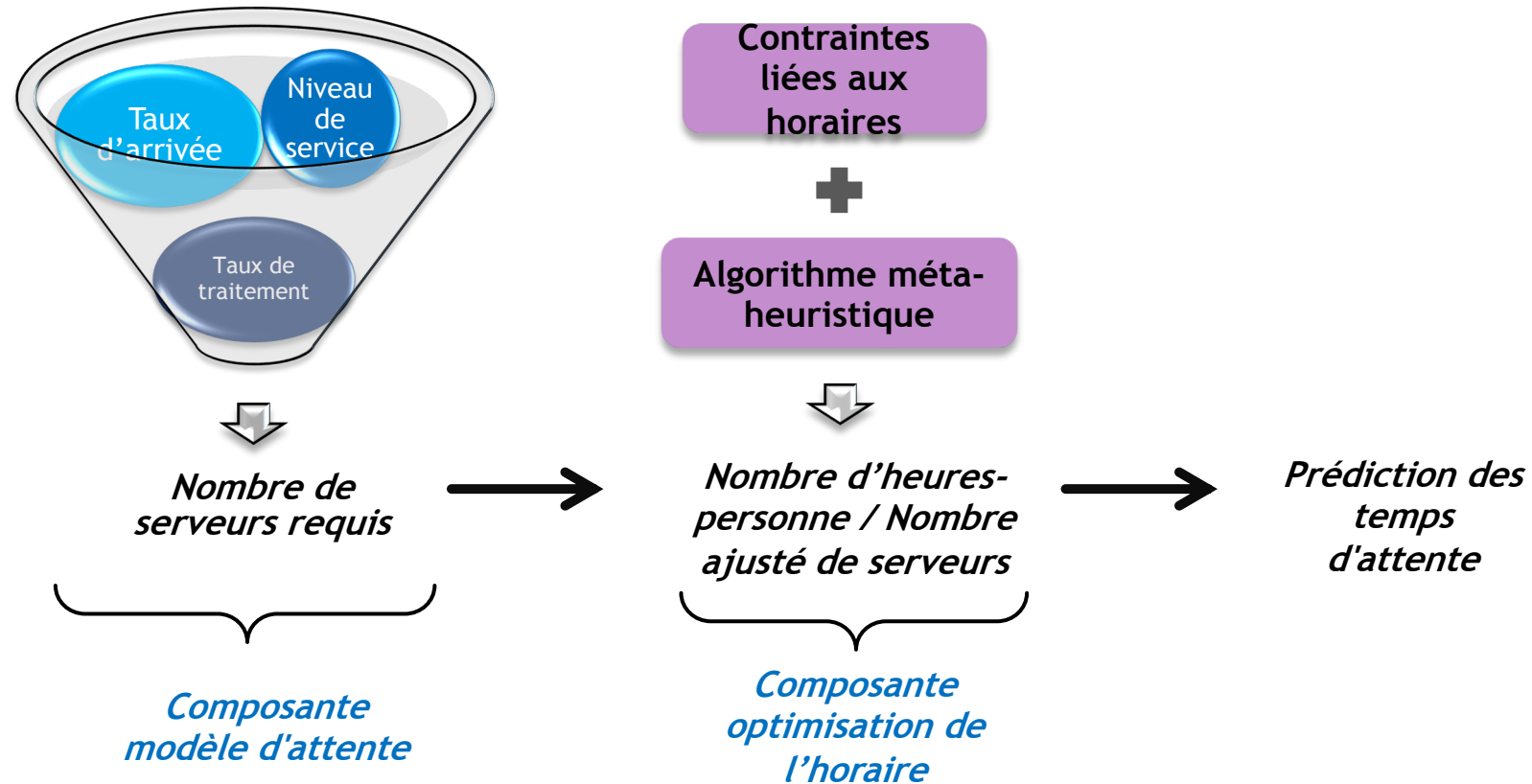
Nous utilisons la **théorie des files d'attente** afin de développer un modèle qui peut prévoir, entre autres, le nombre de serveurs nécessaires pour atteindre des niveaux de service particuliers en fonction des taux d'arrivée prévus.

Dans cette présentation, nous décrivons le modèle sous-jacent et discutons de certains de ses améliorations possibles.

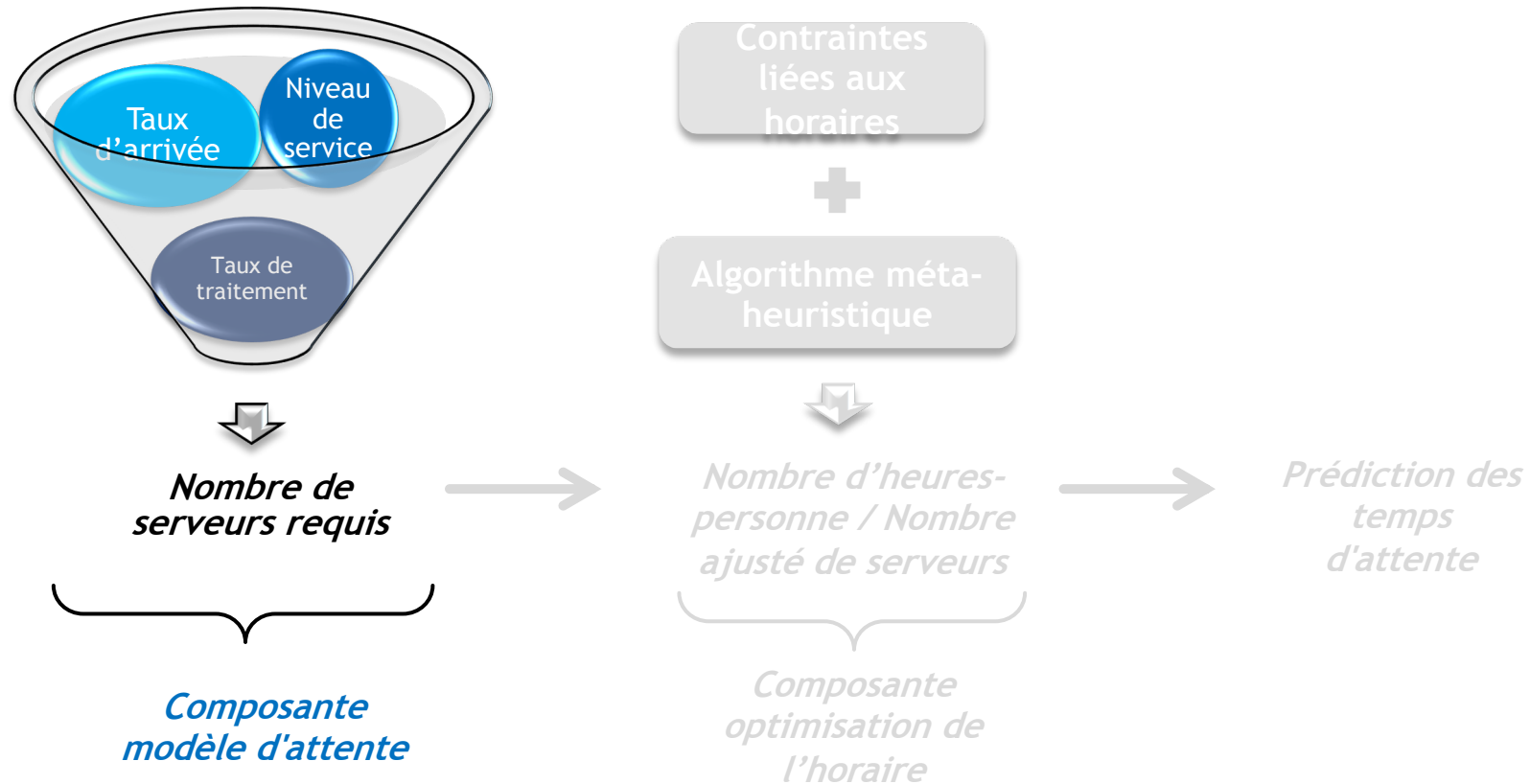
Aperçu

1. Préliminaires
2. Modèle de flux
3. Modèle de file d'attente $M/M/1$
4. Modèle de régression
5. Modèle d'écart
6. Prédiction
7. Discussion
8. Post-mortem

Le modèle d'impact sur l'attente de l'ACSTA



Focus de la présentation



Préliminaires

Objectifs

Pour chaque combinaison de point de contrôle, période, jour de la semaine, saison, utiliser les données disponibles afin de produire des estimations du:

- taux d'arrivée des passagers λ
- taux de traitement μ
- nombre de serveurs c

Calculer les courbes de niveaux de qualité de service $(p_x(x), x)$, étant donnés λ , μ , et c (i.e. le % p des passagers qui attendent moins de x minutes – QdS).

Pour chaque combinaison, prédire le nombre moyen de serveur c^* requis afin d'atteindre un niveau de QdS (p_x, x) pré-déterminé, étant donné un taux d'arrivée λ^* .

Préliminaires

Définitions

Le **processus de Poisson** est un processus stochastique dans lequel les intervalles d'arrivées sont distribués de manière exponentielle avec paramètre λ .

Système de file d'attente $M/M/c$

- les arrivées forment une file d'attente unique régie par un processus de Poisson
- les clients qui arrivent sont traités par c serveurs
- les temps de service sont répartis de manière exponentielle

Quantités diverses

- **taux d'arrivée:** le taux auquel les passagers arrivent pour le PBS (i.e. passagers par h)
- **taux de service:** taux de traitement au PBS (i.e. débit potentiel maximal)
- **nombre de serveurs:** nombre de lignes au PBS
- **niveau de service:** % des passagers attendant moins qu'un certain temps

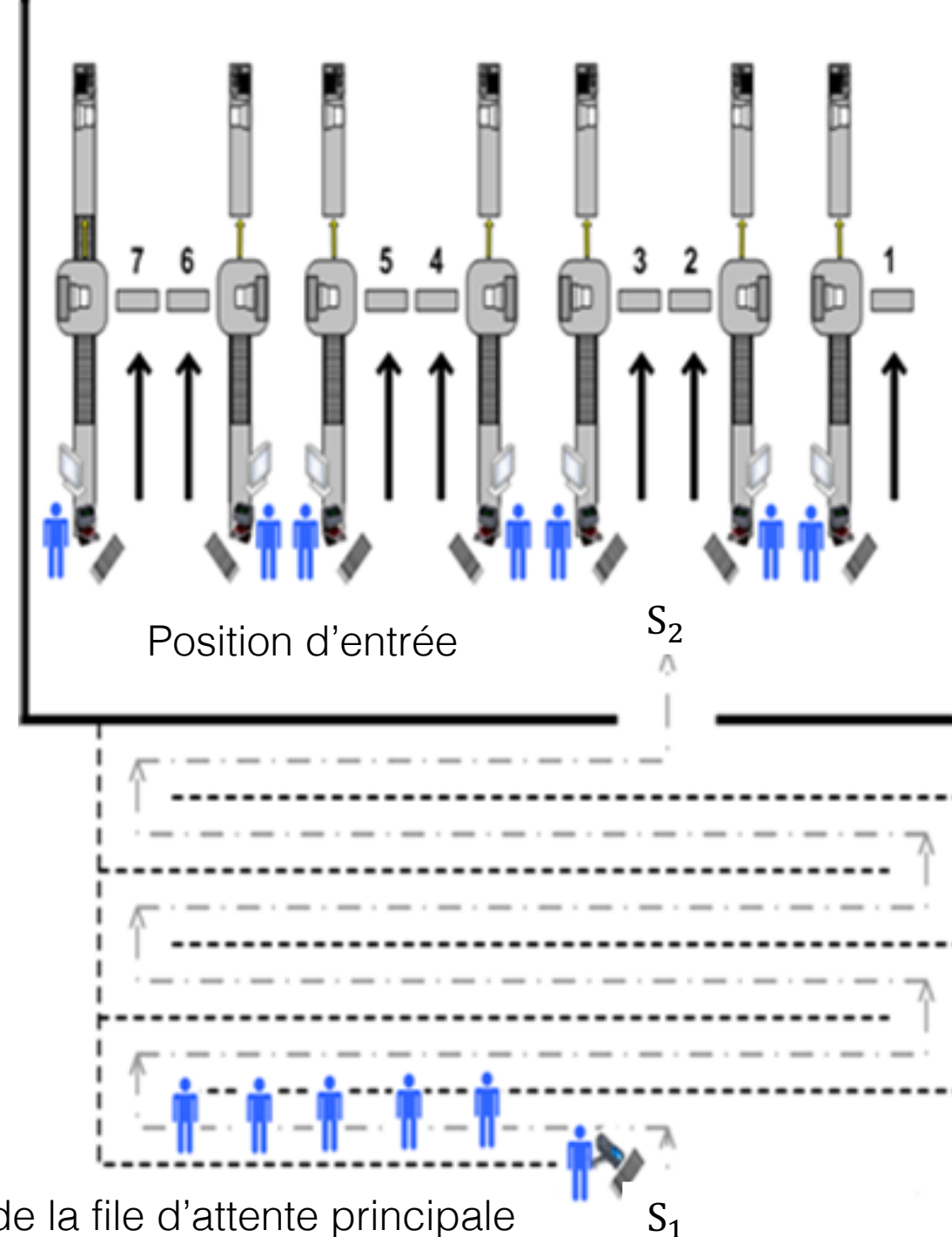
Préliminaires

Contrôle pré-embarquement (PBS)

Les passagers entrent dans la file d'attente principale, où leur carte d'embarquement peut être scannée à S_1 .

À la fin de la file d'attente principale, la carte d'embarquement des passagers est scannée à S_2 , et ces derniers sont envoyés à l'une des lignes actives pour le contrôle.

En pratique, il arrive souvent que seule la lecture à S_2 soit disponible.



Préliminaires

Sources de données disponibles

Données brutes: pour chaque passager arrivant en fin de file principale, nous avons

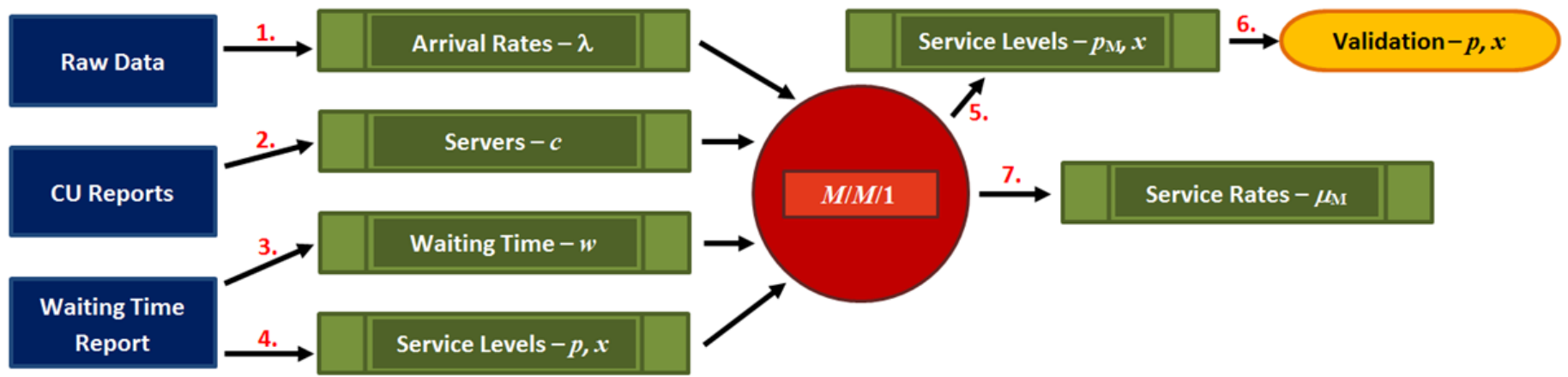
- la date
- le temps du scan lors de l'entrée dans la file d'attente principale (S_1)
- le temps du scan à la sortie de la file d'attente principale (S_2)
- le temps d'attente entre S_1 et S_2 (les passagers peuvent ne pas avoir été scannés en entrant dans la file d'attente principale).

Rapport sur l'utilisation des points de contrôle: pour chaque bloc de 15 minutes, cet ensemble de données enregistre le nombre maximum de lignes actives.

Rapport sur le temps d'attente: sous-ensemble des données brutes pour lequel S_1, S_2 sont disponibles. Les observations pour lesquelles le temps d'attente présente des anomalies ont été supprimées par l'ACSTA.

Flux de modèle I

$M/M/1$



Systeme $M/M/1$

Serveurs généralisés

Le nombre de serveurs varie avec le temps, ce qui est problématique puisque les estimations du taux de service avec $M/M/c$ dépendent du # de serveurs actifs:

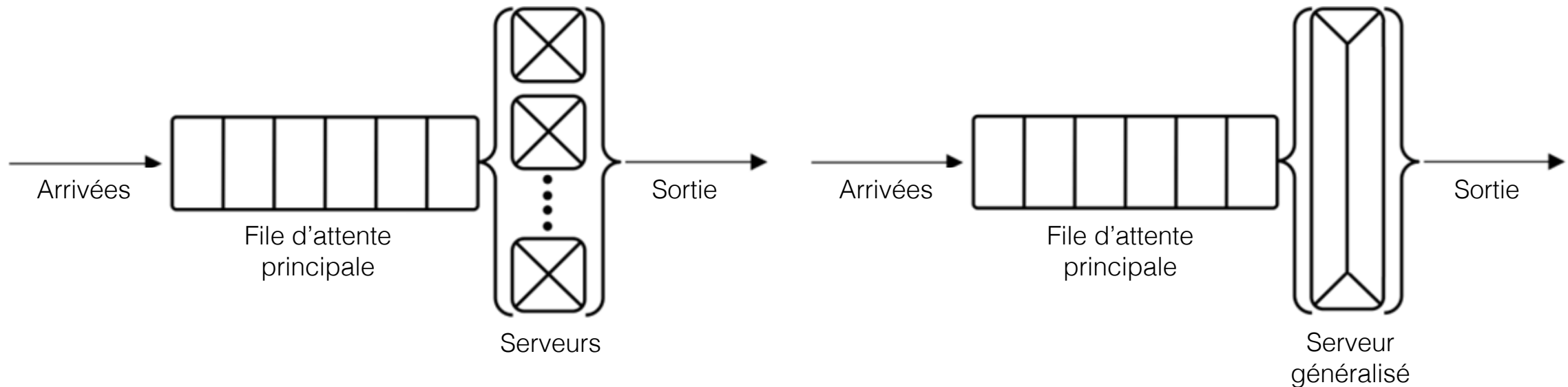
- il y a des moments où tous les serveurs sont occupés
- d'autres lorsqu'un certain nombre de serveurs ouverts sont inactifs
- le nombre de serveurs ouverts est fonction de la politique de vacances (difficile à modéliser)

On peut contourner ce problème (sans invoquer les modèles de vacances):

- $M/M/c$: système $M/M/1$ où les serveurs sont masqués par un serveur généralisé
- les taux de service peuvent être estimés indépendamment du nombre de serveurs
- thms principaux toujours valides avec $c = 1$; quantités connexes faciles à calculer

Systeme $M/M/1$

Serveurs généralisés



Cependant, la théorie des systèmes $M/M/1$ n'est pas suffisante pour récupérer le nombre de serveurs: il faut trouver un **lien entre** λ , μ et c .

Système $M/M/1$

Combinaisons et “grappes”

On regroupe les données en “grappes” présentant des propriétés similaires (c-à-d des **propriétés pouvant être caractérisées par un même processus de Poisson**):

- ceci permet d'estimer correctement les paramètres du modèle (taux d'arrivée, taux de traitement, etc.)

Le choix de la taille appropriée de la “grappe” repose sur la recherche d'un point d'équilibre entre deux extrêmes:

- si les “grappes” couvrent une période trop longue, l'hypothèse d'un unique processus de Poisson pourrait ne pas être valide;
- si les “grappes” couvrent une période trop courte, il est peu probable qu'elles présentent le comportement statistique du processus.

Système $M/M/1$

Combinaisons et “grappes”

Analyse préliminaire de la précision du modèle reposant sur:

- le **point de contrôle**;
- les **tendances hebdomadaires** (jour de la semaine vs. jour ouvrable/fin de semaine);
- les **tendances saisonnières** (saison vs. mois), et
- les **tendances journalières** (période de 2 heures vs. période de 4 heures).

La combinaison de grappes qui a produit les résultats les plus encourageants en matière de files d'attente par rapport aux données actuelles était la suivante:

point de contrôle, jour ouvrable/fin de semaine, saison, période de 4 heures.

Systeme $M/M/1$

Taux d'arrivée moyen

Certaines cartes d'embarquement ne sont pas scannées à S_1 . Par conséquent, les données ne peuvent pas être utilisées pour calculer les taux d'arrivée des "grappes".

La file d'attente $S_1 - S_2$ est un processus de naissance et de mort: l'état du système ne peut passer que de n à $n + 1$ (si un passager entre à S_1) ou de m à $m - 1$ (si un passager sort à S_2).

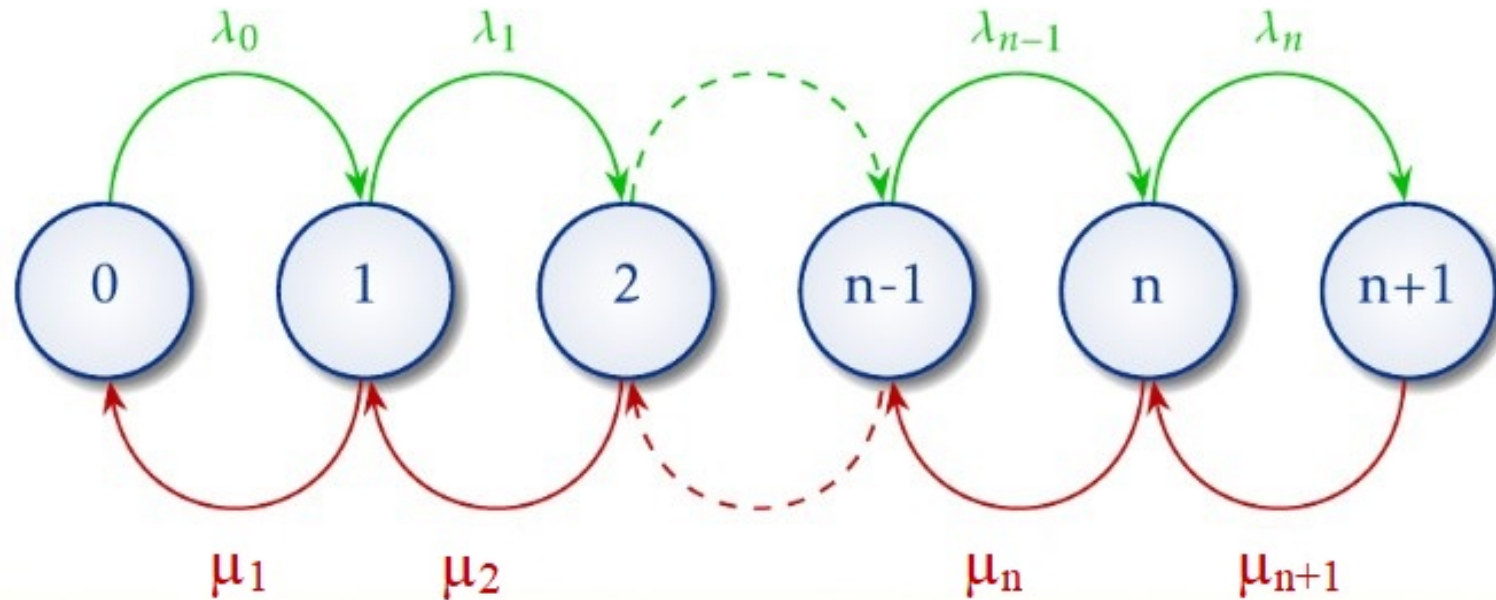
Le THÉORÈME DE BURKE nous permet de calculer le taux d'arrivée même lorsqu'il manque plusieurs observations à S_1 :

Dans un système $M/M/c$ de régime stable, si les entrées suivent un processus de Poisson de paramètre $\lambda < \mu c$, il en est de même du processus de sorties.

Systeme $M/M/1$

Taux d'arrivée moyen

Les entrées à S_1 quittent toutes la file à S_2 ; les fluctuations à la sortie ont donc les mêmes propriétés statistiques que celles à S_1 : on estime les taux d'arrivées des "grappes" à l'aide des sorties à S_2 .



Système $M/M/1$

Taux d'arrivée moyen

Soit $N(t)$ le nombre d'arrivées dans une “grappe” après t unités de temps. Alors:

- $N(t)$ est un **processus de décompte** ... (cela va de soit ✓)
- dont les incréments sont **indépendants** et **stationnaires**, (les “grappes” ✓)
- le nombre d'arrivées dans n'importe quel intervalle de durée t suit une distribution de **Poisson** dont la moyenne est λt , c'est-à-dire que pour tout $s, t \geq 0$, nous avons

$$P[N(t + s) - N(s) = n] = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}, \quad n = 0, 1, \dots$$

(c'est le cas lorsque les **intervalles d'arrivée** sont iid et suivent une exponentielle ayant le même taux λ ; une analyse préliminaire de S_2 suggère que c'est une hypothèse raisonnable ✓).

On peut en conclure que, dans chaque “grappe”, les arrivées suivent un processus de Poisson homogène (en gros).

Illustration

Taux d'arrivée moyen

Cluster			# of Hours	Count	Avg Arrival Rate
	Week day	0:00 4:00	260	844	0.055
		4:00 8:00	260	129,069	8.274
		8:00 12:00	260	97,949	6.279
		12:00 16:00	260	84,548	5.420
		16:00 20:00	260	78,964	5.062
		20:00 0:00	260	33,061	2.119
	Week-end	0:00 4:00	104	1,076	0.172
		4:00 8:00	104	39,674	6.358
		8:00 12:00	104	31,200	5.000
		12:00 16:00	104	26,136	4.188
		16:00 20:00	104	28,129	4.508
		20:00 0:00	104	10,013	1.605

Système $M/M/1$

Nombre moyen de serveurs

Le nombre de serveurs actifs peut être ajusté à tout moment au cours de chaque période, afin de **tenir compte des fluctuations des arrivées**.

Les rapports d'utilisation enregistrent le **nombre maximal** de serveurs actifs simultanément pendant un bloc de 15 minutes.

Les écarts entre les nombres réels et les valeurs déclarées sont assez faibles, en raison de la courte durée des blocs.

Les données ne sont pas disponibles sur des échelles de temps plus petites.

La moyenne est calculée sur l'ensemble des blocs dans chaque “grappe”.

Illustration

Nombre moyen de serveurs

Cluster			Avg # of Servers	Distribution of # of Active Servers								
				0	1	2	3	4	5	6	7	8
	Week day	0:00 4:00	0.14	86.7%	13.0%	0.3%	-	-	-	-	-	-
		4:00 8:00	5.38	-	7.6%	11.3%	4.4%	5.6%	11.3%	21.3%	20.4%	18.1%
		8:00 12:00	4.63	-	-	0.9%	10.3%	35.2%	33.6%	19.0%	1.0%	0.1%
		12:00 16:00	4.19	-	-	3.1%	21.9%	37.6%	27.8%	9.2%	0.4%	-
		16:00 20:00	3.78	-	-	17.7%	30.7%	22.3%	17.6%	9.2%	2.5%	-
		20:00 0:00	0.58	49.4%	42.9%	7.5%	0.2%	-	-	-	-	-
	Week-end	0:00 4:00	0.21	82.5%	13.9%	3.6%	-	-	-	-	-	-
		4:00 8:00	4.56	-	1.9%	9.4%	10.1%	20.7%	32.2%	18.8%	7.0%	-
		8:00 12:00	3.92	-	-	1.0%	31.3%	46.6%	18.0%	2.4%	0.7%	-
		12:00 16:00	3.41	-	-	6.3%	51.9%	36.8%	4.6%	0.5%	0.0%	-
		16:00 20:00	3.60	-	0.7%	17.5%	38.2%	18.8%	15.6%	8.2%	0.5%	0.5%
		20:00 0:00	1.47	0.2%	56.3%	39.7%	3.8%	-	-	-	-	-

Systeme $M/M/1$

Temps d'attente moyen

Les données sur les temps d'attente ne sont pas toutes disponibles – si les données de S_1 sont **représentatives de l'ensemble des données brutes**, la distribution des temps d'attente "réels" peut être estimée à partir de ce sous-ensemble:

- comme les données complètes sont inaccessibles, la validation est ... Difficile.

Parmi les raisons possibles pour lesquelles une observation peut ne pas être incluse dans le rapport sur les temps d'attente, on peut citer

1. il y a un scan à S_1 , mais le temps d'attente calculé $w = S_2 - S_1$ est une anomalie;
2. il n'y a pas de scan à S_1 parce que le scanner a été submergé par le trafic entrant, ou
3. file d'attente vide et les passagers sont pris en charge immédiatement, conduisant à $w = 0$.

Systeme $M/M/1$

Temps d'attente moyen

La 3e raison introduit un biais aux prédictions QdS (dans le régime des petits temps d'attente)... si un grand nombre d'observations sont supprimées pour cette raison.

Il y a une autre défi: il est possible d'entrer dans la file d'attente pendant une période correspondant à une “grappe” et d'en sortir pendant une période correspondant à une autre “grappe”.

Par exemple, si une “grappe” termine à midi, et que la suivante commence à midi, il se peut qu'une passagère arrive à S_1 à 11:50 et sorte à S_2 à 12:05.

Par convention, le temps d'attente w est associé à la “grappe” correspondant à S_2 .

Illustration

Temps d'attente moyen

Cluster			Count	Avg Wait	Performance					
					5m	10m	15m	20m	25m	30m
	Week day	0:00 4:00	-	-	-	-	-	-	-	-
		4:00 8:00	50,132	6.564	57.1%	79.0%	88.7%	93.5%	96.6%	98.8%
		8:00 12:00	43,033	4.466	68.9%	89.2%	96.5%	99.5%	99.8%	99.9%
		12:00 16:00	32,380	5.374	64.1%	81.8%	92.6%	97.6%	99.3%	99.9%
		16:00 20:00	29,279	5.373	68.0%	81.8%	90.9%	95.8%	97.8%	99.1%
		20:00 0:00	4,511	2.975	86.3%	96.7%	99.9%	100%	100%	100%
	Week-end	0:00 4:00	204	3.992	70.6%	99.5%	100%	100%	100%	100%
		4:00 8:00	14,450	4.520	68.4%	86.4%	96.8%	99.3%	100%	100%
		8:00 12:00	12,638	3.317	82.3%	95.0%	96.8%	98.2%	99.7%	100%
		12:00 16:00	11,938	3.043	83.0%	95.6%	98.5%	99.9%	100%	100%
		16:00 20:00	8,625	5.247	60.5%	80.6%	94.3%	98.9%	100%	100%
		20:00 0:00	1,529	2.382	88.9%	100%	100%	100%	100%	100%

Systeme $M/M/1$

Taux de service

Soit W_q le temps d'attente dans la file. La probabilité d'attendre moins de x unités est

propre à
 $M/M/1$

$$p(x) = P(W_q \leq x) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} e^{-(\mu-\lambda)x} \quad \text{et} \quad \overline{W_q} = \frac{\rho}{\mu-\lambda} = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}.$$

Si le taux d'arrivée λ est connu et que le temps d'attente moyen $\overline{W_q}$ peut aussi se calculer d'une autre manière, alors on récupère le taux de traitement μ par:

$$\hat{\mu}_M = \frac{\overline{W_q}\lambda + \sqrt{(\overline{W_q}\lambda)^2 + 4\overline{W_q}\lambda}}{2\overline{W_q}}$$

Les niveaux de QdS sont ainsi $\hat{p}_M(x) = 1 - \frac{\lambda}{\hat{\mu}_M} e^{-(\hat{\mu}_M-\lambda)x} \in (0,1)$, lorsque $\lambda < \hat{\mu}_M$.

Illustration

Qualité de service – prévisions – $M/M/1$

Cluster			Est Serv Rate	Est ρ	Estimated Performance (M/M/1)					
					5m	10m	15m	20m	25m	30m
	Week day	0:00 4:00	-	-	-	-	-	-	-	-
		4:00 8:00	8.423	0.982	53.5%	78.0%	89.6%	95.1%	97.7%	98.9%
		8:00 12:00	6.495	0.967	67.2%	88.9%	96.2%	98.7%	99.6%	99.9%
		12:00 16:00	5.600	0.968	60.7%	84.0%	93.5%	97.4%	98.9%	99.6%
		16:00 20:00	5.242	0.966	60.7%	84.0%	93.5%	97.3%	98.9%	99.6%
		20:00 0:00	2.414	0.878	79.9%	95.4%	98.9%	99.8%	99.9%	100.0%
	Week-end	0:00 4:00	0.311	0.554	72.3%	86.2%	93.1%	96.5%	98.3%	99.1%
		4:00 8:00	6.572	0.967	66.8%	88.6%	96.1%	98.7%	99.5%	99.8%
		8:00 12:00	5.285	0.946	77.3%	94.5%	98.7%	99.7%	99.9%	100.0%
		12:00 16:00	4.495	0.932	79.8%	95.6%	99.1%	99.8%	100.0%	100.0%
		16:00 20:00	4.691	0.961	61.5%	84.6%	93.8%	97.5%	99.0%	99.6%
		20:00 0:00	1.950	0.823	85.4%	97.4%	99.5%	99.9%	100.0%	100.0%

Systeme $M/M/1$

Validation

Cette relation ne tient pas si l'hypothèse générale $M/M/1$ n'est pas valide.

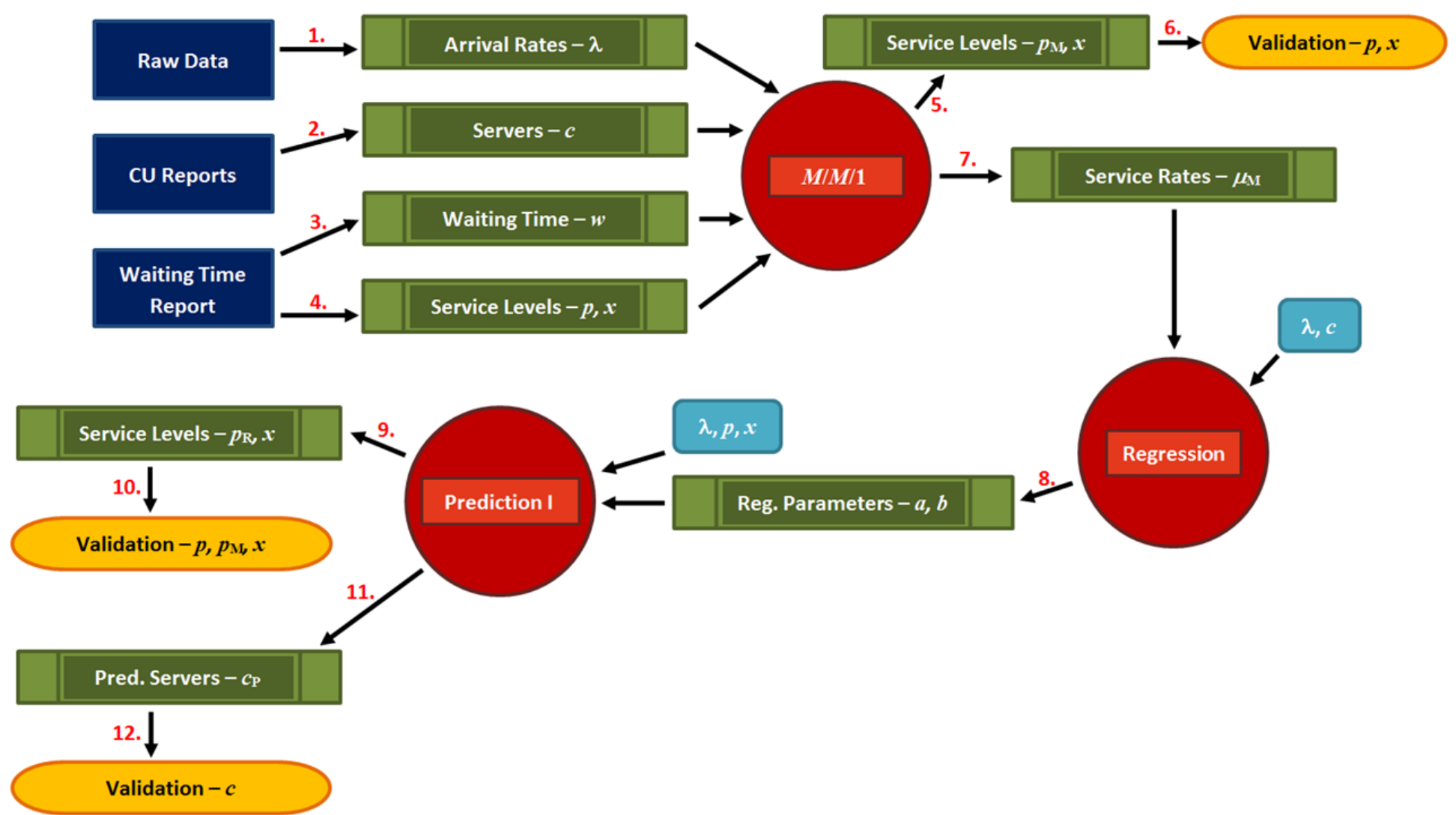
À ce stade, la façon la plus simple de valider est de comparer les temps d'attente engendrés par le modèle à ceux des données empiriques: les estimés $(\hat{p}_{M,x}, x)$ sont-ils “près” des estimés empiriques (p_x, x) ?

Une analyse préliminaire démontre que même si l'hypothèse générale $M/M/1$ n'est pas tout à fait valide, le modèle donne quand même des prédictions acceptables au niveau des points de contrôle.

Mais on ne peut toujours pas extraire le nombre de serveurs c sans poser des hypothèses supplémentaires.

Flux de modèle II

Régression



Modèle de régression

Le lien entre λ , μ , et c

L'hypothèse de régression est simple: à un niveau trimestriel, μ (le taux moyen de traitement des “grappes”) est une fonction du

- nombre de serveurs actifs c qui se cachent sous le serveur généralisé, et
- taux d'arrivée moyen λ .

Sous sa forme la plus simple, cette relation pourrait être: $\mu = \mu(\lambda, c) = ac + b\lambda$. Est-il raisonnable de s'attendre à ce que les observations trimestrielles $\left(\frac{\lambda}{c}, \frac{\hat{\mu}_M}{c}\right)$, pondérées par le nombre d'arrivées, se retrouvent sur une même ligne?

Qu'est-ce que cela voudrait dire du point de vue de l'ACSTA?

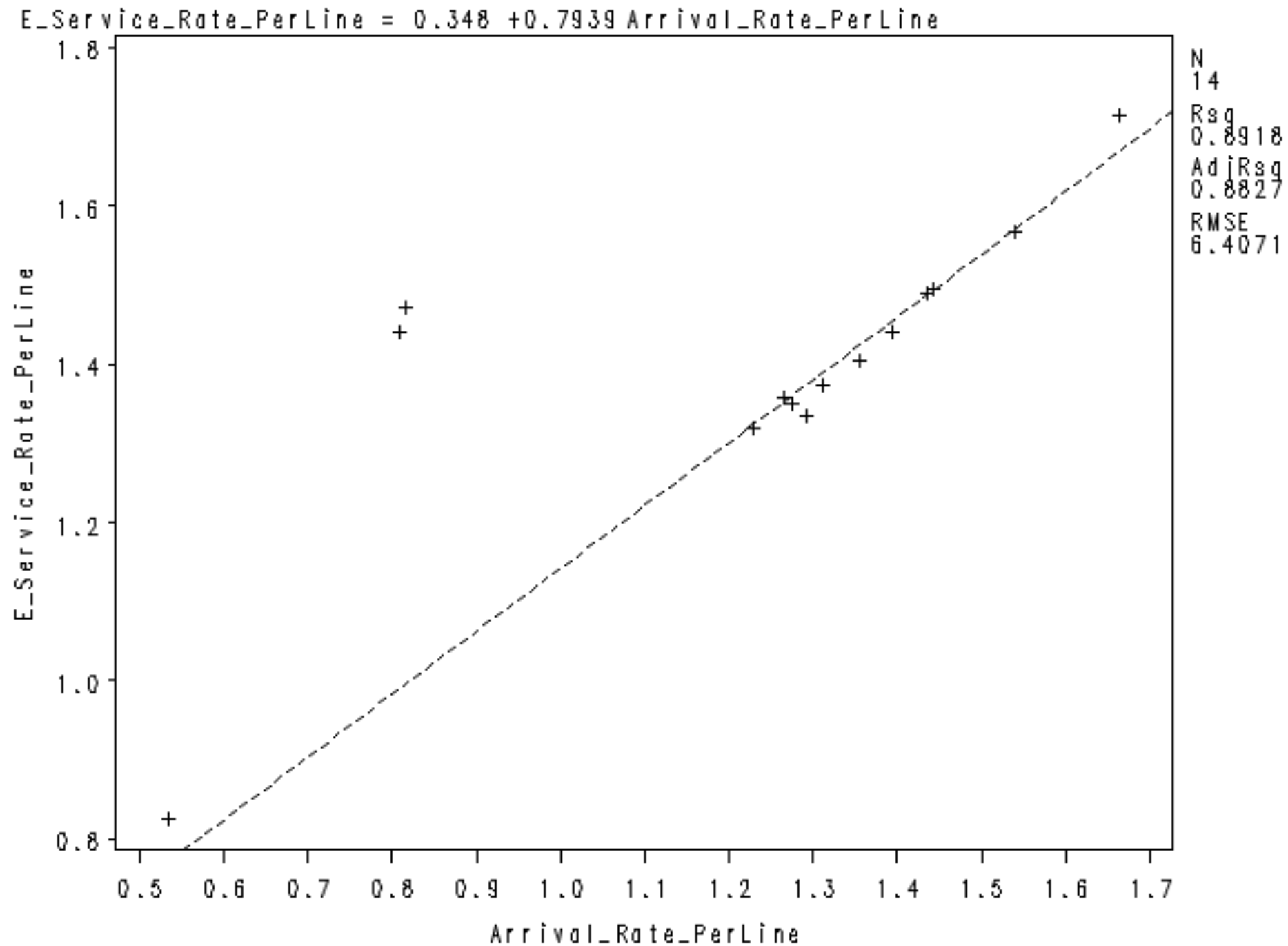
Illustration

Régression

Cluster			Avg # of Servers	Arrival Rate	Est Serv Rate	Arr Rate / Server	Serv Rate / Server
	Week day	0:00 4:00	0.14	0.055	0.000	0.405	0.000
		4:00 8:00	5.38	8.274	8.423	1.539	1.567
		8:00 12:00	4.63	6.279	6.495	1.356	1.403
		12:00 16:00	4.19	5.420	5.600	1.292	1.335
		16:00 20:00	3.78	5.062	5.242	1.341	1.388
		20:00 0:00	1.58	2.119	2.414	1.337	1.524
	Week-end	0:00 4:00	0.21	0.172	0.311	0.815	1.471
		4:00 8:00	4.56	6.358	6.572	1.394	1.441
		8:00 12:00	3.92	5.000	5.285	1.276	1.349
		12:00 16:00	3.41	4.188	4.495	1.228	1.318
		16:00 20:00	3.60	4.508	4.691	1.253	1.304
		20:00 0:00	1.47	1.605	1.950	1.091	1.326

Illustration

Régression



Modèle de régression

Taux de service et niveaux de performance

Les **estimés du taux de service** sont obtenus par l'entremise de la droite de régression $\hat{\mu}_R = \hat{a}c + \hat{b}\lambda$, avec des paramètres de régression optimaux \hat{a}, \hat{b} (estimations trimestrielles).

Tant que $\lambda < \hat{\mu}_R$, les courbes de QdS $(\hat{p}_R(x), x)$ prennent la forme

$$\hat{p}_R(x) = 1 - \frac{\lambda}{\hat{a}c + \hat{b}\lambda} e^{-(\hat{a}c + \hat{b}\lambda - \lambda)x}$$

Hypothèses supplémentaires:

- à chaque trimestre, le modèle linéaire est adéquat
- le taux de service à une composante trimestrielle.

Illustration

Qualité de service – prévisions – $M/M/1$ + régression

Cluster				Class	Reg Serv Rate	Reg ρ	Estimated Performance (M/M/1 + Reg)					
							5m	10m	15m	20m	25m	30m
	Week day	0:00	4:00	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		4:00	8:00	1.5	8.264	1.001	-	-	-	-	-	-
		8:00	12:00	1.4	6.591	0.953	80.0%	95.8%	99.1%	99.8%	100%	100%
		12:00	16:00	1.3	5.804	0.934	86.3%	98.0%	99.7%	100%	100%	100%
		16:00	20:00	1.3	5.338	0.948	76.2%	94.0%	98.5%	99.6%	99.9%	100%
		20:00	0:00	1.3	2.237	0.947	47.5%	70.9%	83.9%	91.1%	95.1%	97.3%
	Week-end	0:00	4:00	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		4:00	8:00	1.4	6.600	0.963	71.3%	91.4%	97.4%	99.2%	99.8%	99.9%
		8:00	12:00	1.3	5.383	0.929	86.3%	98.0%	99.7%	100%	100%	100%
		12:00	16:00	1.2	4.584	0.914	87.4%	98.3%	99.8%	100%	100%	100%
		16:00	20:00	1.3	4.892	0.922	86.5%	98.0%	99.7%	100%	100%	100%
		20:00	0:00	1.1	1.852	0.867	74.8%	92.7%	97.9%	99.4%	99.8%	99.9%

Modèle de régression

Nombre moyen de serveurs prédit

1. On commence avec $p = 1 - \frac{\lambda}{ac+b\lambda} e^{-(ac+b\lambda-\lambda)x}$, où $p, \frac{\lambda}{ac+b\lambda} \in (0,1)$;
2. On réarrange les termes $\Rightarrow (ac + b\lambda)e^{(ac+b\lambda)x} = \frac{\lambda}{1-p} e^{\lambda x}$;
3. On multiplie des deux côtés par $x \Rightarrow (ac + b\lambda)xe^{(ac+b\lambda)x} = \frac{\lambda x}{1-p} e^{\lambda x}$;
4. On pose $y = (ac + b\lambda)x$ et $z = \frac{\lambda x}{1-p} e^{\lambda x} \Rightarrow ye^y = z$;
5. On résoud pour $y \Rightarrow (ac + b\lambda)x = y = W_0(z) = W_0\left(\frac{\lambda x}{1-p} e^{\lambda x}\right)$, où W_0 est la fonction de Lambert, et
6. On résoud pour $c \Rightarrow c_R = \frac{1}{ax} \left[W_0\left(\frac{\lambda x}{1-p} e^{\lambda x}\right) - b\lambda x \right]$.

La “réalité” de la situation requiert de plus $c \in [0, \# \text{ maximal de serveurs}]$

Illustration

Nombre moyen de serveurs prédit

Cluster			Actual # Servers	Pred # Servers
	Week day	0:00 4:00	0.136	-
		4:00 8:00	5.375	5.643
		8:00 12:00	4.629	4.474
		12:00 16:00	4.193	3.829
		16:00 20:00	3.775	3.572
		20:00 0:00	1.585	2.198
	Week-end	0:00 4:00	0.212	-
		4:00 8:00	4.560	4.535
		8:00 12:00	3.918	3.650
		12:00 16:00	3.411	3.205
		16:00 20:00	3.599	3.264
		20:00 0:00	1.471	1.701

Modèle de régression

Validation

Ces relations ne tiennent pas si les hypothèses combinées **$M/M/1$ + régression** ne sont pas valides.

On peut toujours comparer les estimés $(\hat{p}_{M,x}, x)$ aux estimés empiriques (p_x, x) .

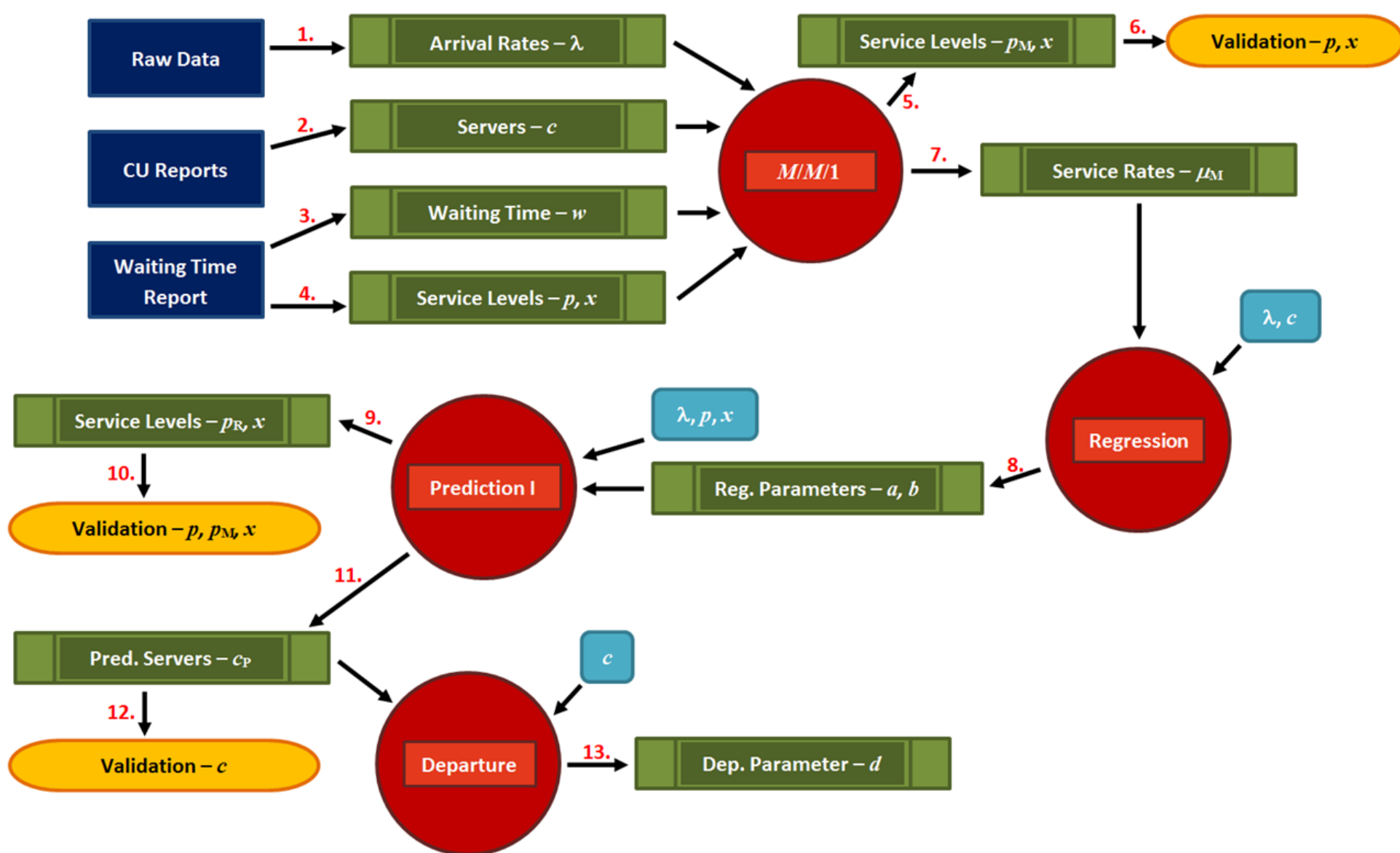
On peut aussi comparer les # moyen de serveurs prédit c_R et empirique c .

Les hypothèses combinées sont un peu moins valides que l'hypothèse $M/M/1$ par elle-même, mais les estimés de QdS à la hauteur des trimestres et des points de contrôle demeurent adéquats (la fonction $\mu = \mu(\lambda, c)$ ajoute une certaine incertitude).

Avantage: on peut désormais prédire le nombre de serveurs actifs c .

Flux de modèle III

Écart



Modèle d'écart

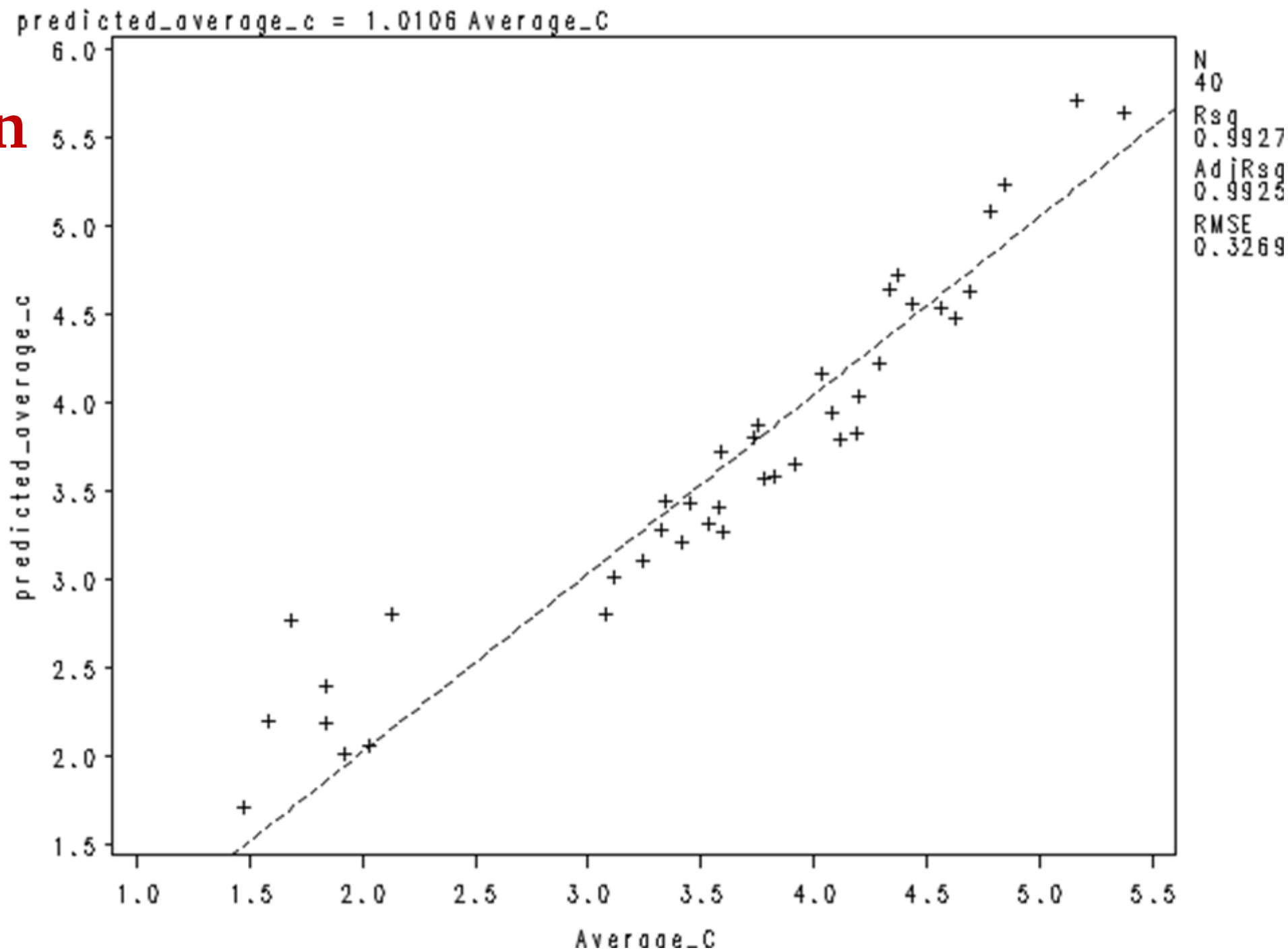
Nombre de serveurs: prédictions vs. données empiriques

Pour tout point de contrôle, trimestre, et “grappe”, on peut comparer le nombre moyen empirique de serveurs actifs c (information connue par l'ACSTA) avec sa valeur de prédiction c_R , étant donnés le taux d'arrivée moyen λ et le niveau empirique de QdS (p, x) .

On présente les données pour chaque grappe sous forme de graphique de c_R envers c , ce qui suggère l'existence d'un lien $c = \hat{d}c_R$, où \hat{d} est le coefficient de régression du **paramètre d'écart d associé au point de contrôle**.

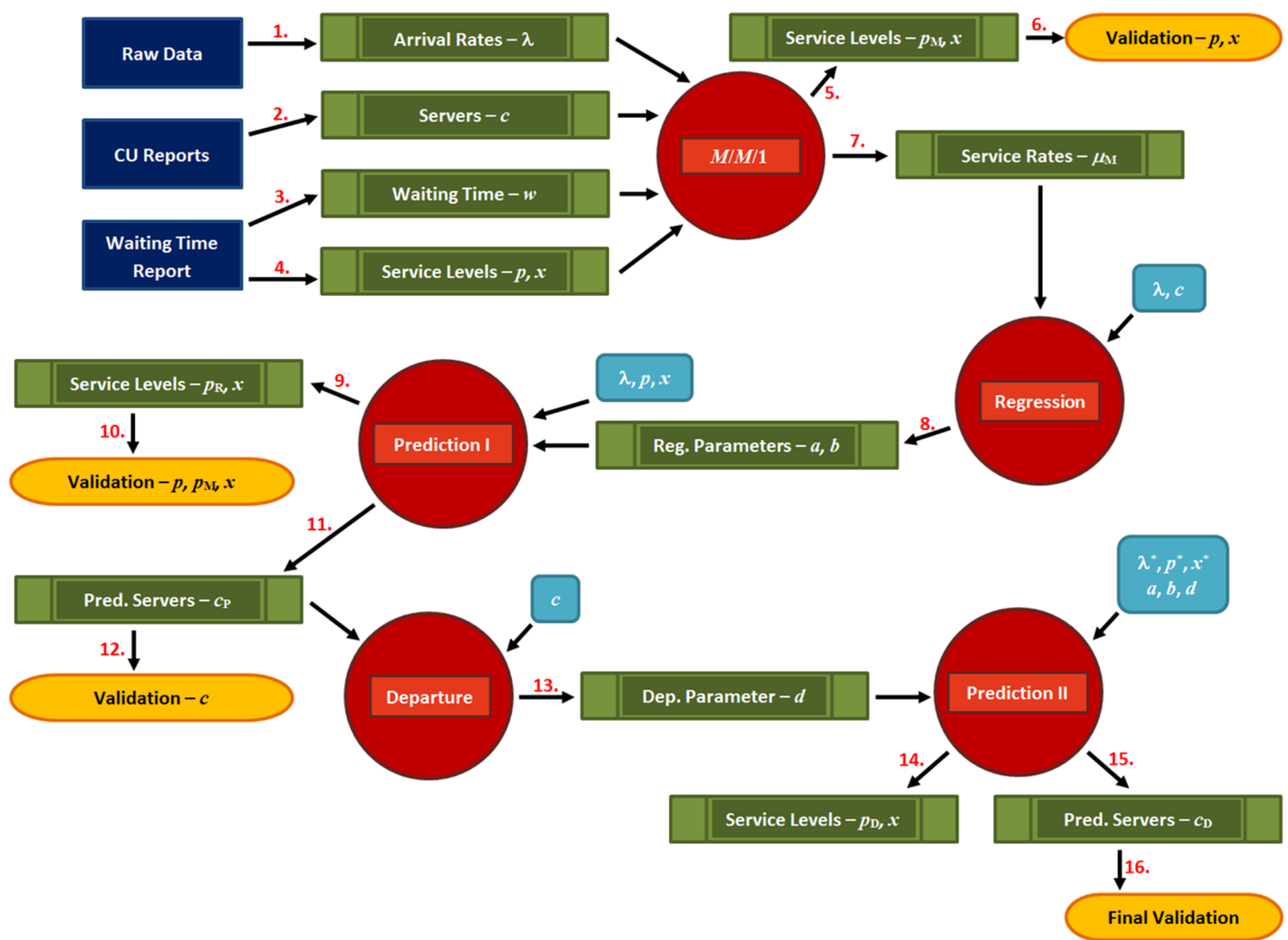
Si $d \approx 1$ pour la plupart des points de contrôle, le modèle combiné devient plus crédible.

Illustration Écart



Flux de modèle IV

Prédictions finales



Modèle combiné

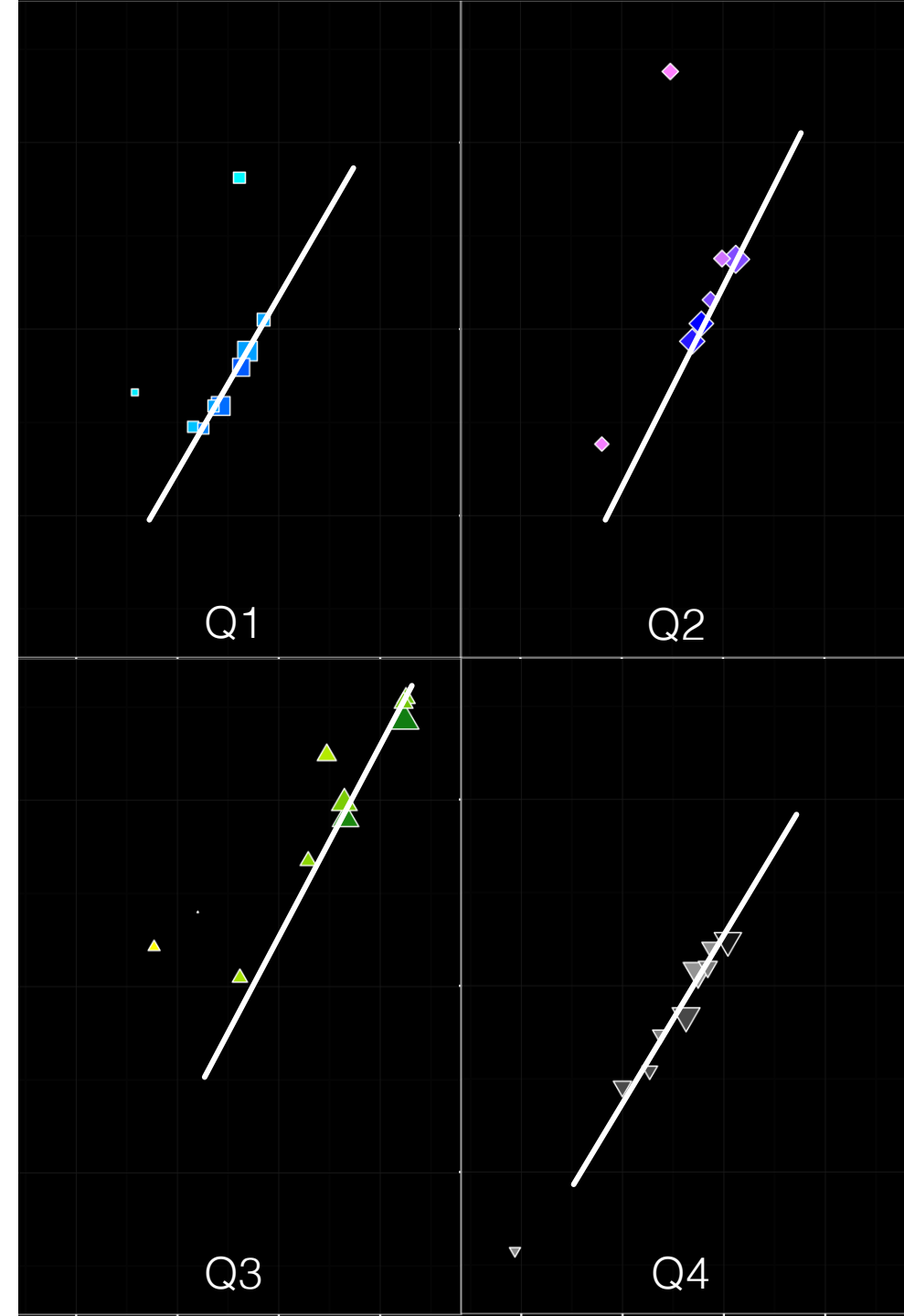
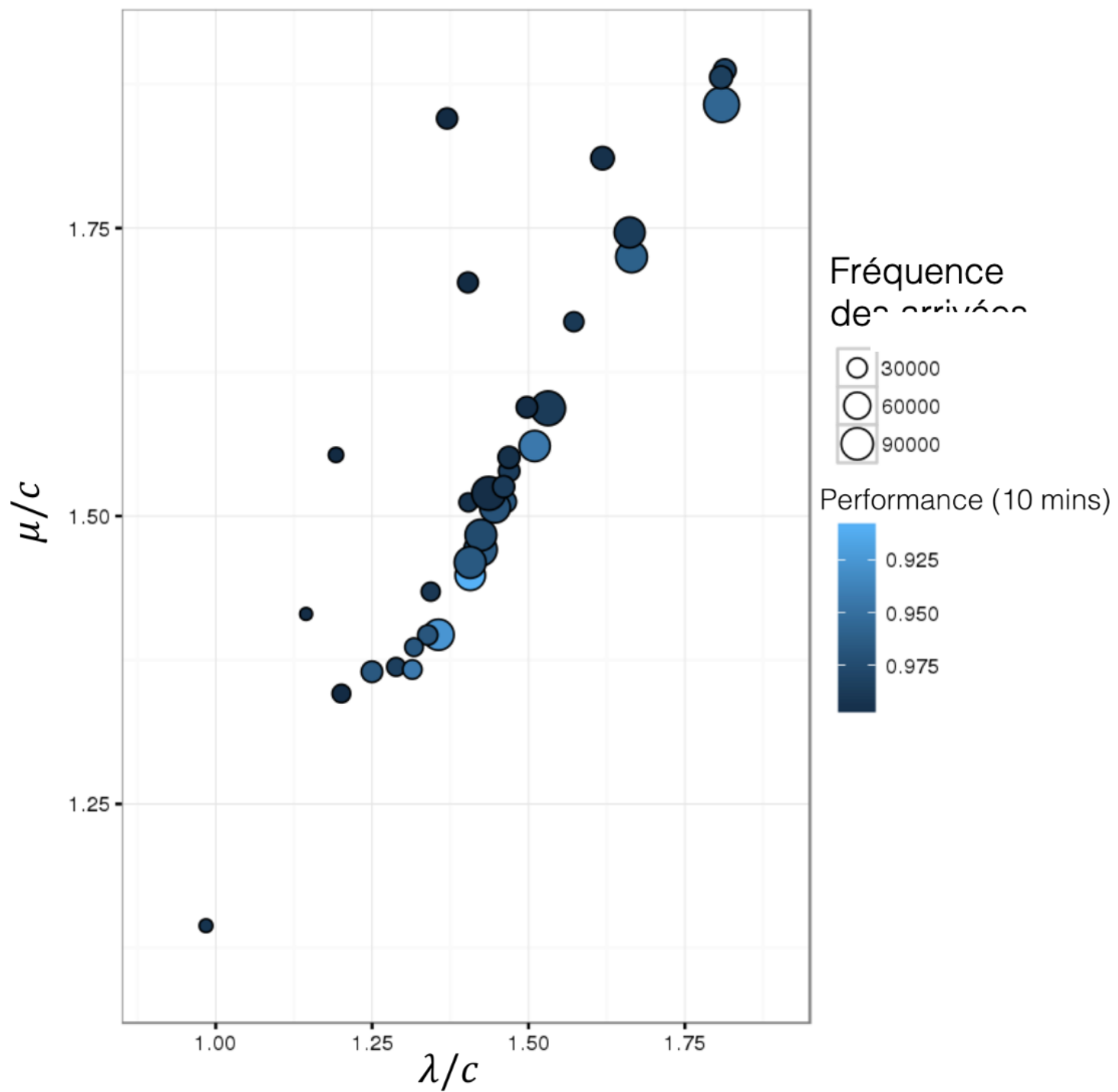
Prédictions finales et validation

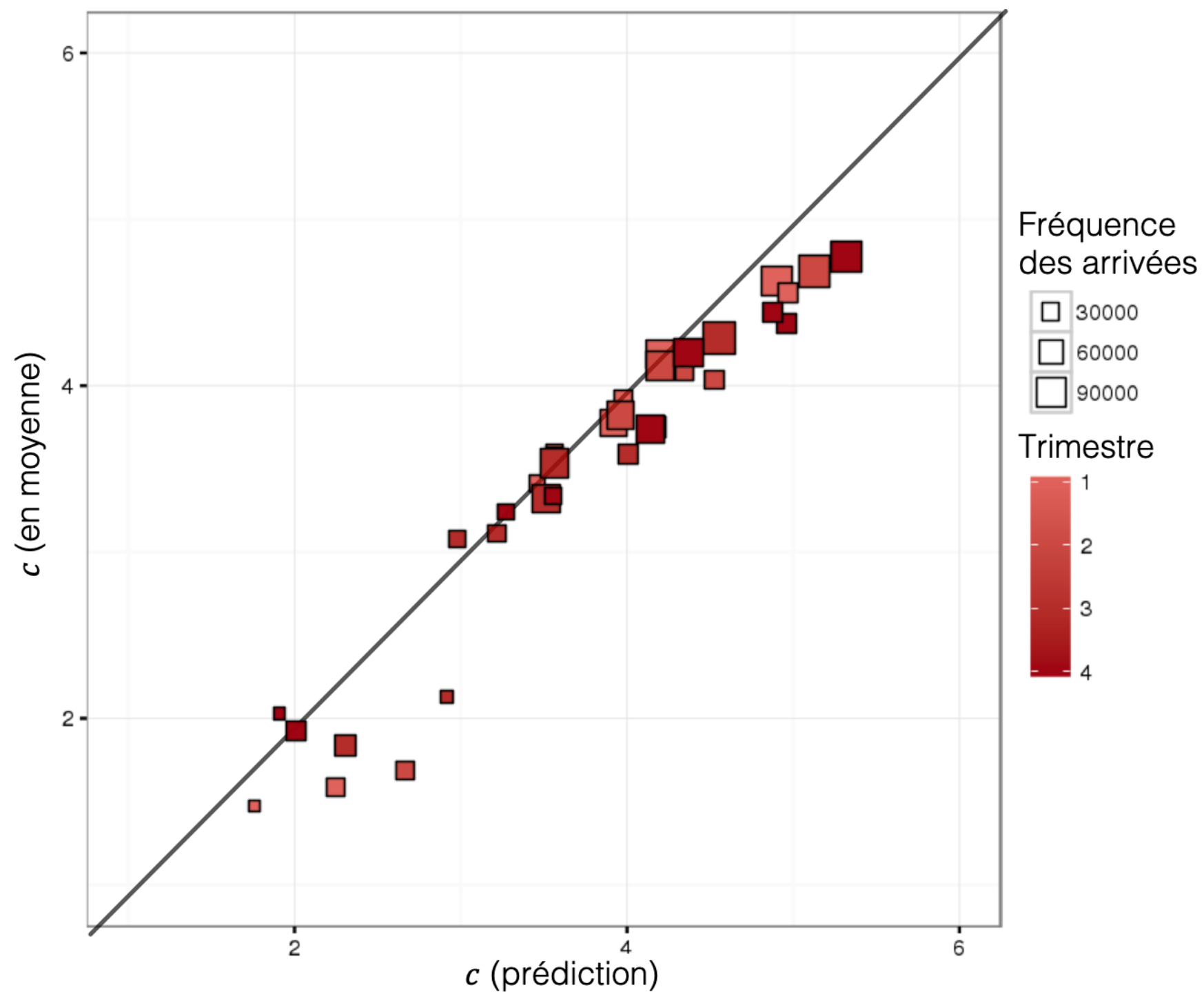
Étant donnés un taux d'arrivée moyen λ , un seuil requis de QdS (p, x) , et des paramètres de point de contrôle (a, b, d) , le nombre moyen de serveurs actifs est

$$c_D = d \cdot c_R = \frac{d}{ax} \left[W_0 \left(\frac{\lambda x}{1-p} e^{\lambda x} \right) - b\lambda x \right]$$

Il n'est pas très logique de comparer la valeur prédite c_D avec le nombre réel de serveurs c des données historiques car la prédiction ne dépend pas seulement

- sur le taux d'arrivée prévu (qui sera probablement différent du taux historique),
- mais aussi sur le niveau de qualité de service atteint (pour lequel une prévision indépendante n'est pas disponible).





Discussion

Précision et problèmes éventuels

Le modèle **$M/M/1$** par lui-même donne les meilleures prédictions de niveaux de QdS, mais les meilleures prédictions quant au nombre moyen de serveur actifs sont données par le modèle d'**écart**.

Il est inévitable qu'il y ait une certaine perte d'informations en raison de la nécessité d'hypothèses de simplification.

Des **problèmes éventuels** pourraient affecter la précision du modèle:

- Les processus d'arrivée sous-jacents est de Poisson (en gros), les distributions des temps d'attente sont conditionnellement exponentielles pour chaque groupe (en gros); dépendement de la distance entre le processus théorique et les données empiriques, l'hypothèse **$M/M/1$** n'est peut-être pas appropriée.

Discussion

Précision et problèmes éventuels

Des **problèmes éventuels** pourraient affecter la précision du modèle (cont.):

- Les distributions des temps d'attente peuvent être fortement biaisées en raison de l'absence de scans à S_1 ; il n'y a pas moyen de facilement vérifier si les scans à S_1 sont représentatifs.
- La politique de vacances des serveurs est inconnue, et peut ne pas être uniformément respectée/appliquée.
- Le c réel n'est pas égal au nombre maximum de lignes actives dans un bloc de 15 minutes.
- Les taux de service semblent dépendre d'autres facteurs, pas seulement de c et de λ .

Discussion

Perfectionnements et recommandations

Différentes formes fonctionnelles $\mu = \mu(\lambda, c)$

Modèle construit sur la base de deux années de données au lieu d'une seule

Nombre de “grappes”

Approche de système de file d'attente vs. simulation (des scans manquants à S_1)

Post-mortem

Les clients étaient mathématiciens: ils savaient ce qu'ils voulaient et avaient une assez bonne idée de la manière de l'obtenir.

Les clients auraient pu faire le travail eux-mêmes, mais ils n'étaient pas pris au sérieux par les partenaires non techniques.

Une autre approche (la simulation) avait été utilisée et n'avait pas donné de résultats utiles, ce qui a suscité un certain scepticisme de la part des partenaires.

Nous avons pu les aider à trouver une erreur de collecte de données grâce à une analyse préliminaire, ce qui nous a permis de solidifier nos lettres de noblesse.

Le modèle étaient toujours utilisé en 2018; il est plus performant au niveau national qu'au niveau des aéroports.