MAT2777 – Exercices et questions à choix multiples II

(pas de réponses pour ceux-ci)

Supposons que Jean et Tom soient assis dans une classe contenant 9 élèves au total. Un professeur divise au hasard ces 9 élèves en deux groupes : Le groupe I avec 4 élèves, le groupe II avec 5 élèves.

(a) Quelle est la probabilité que Jean fasse partie du groupe I ?

(b) Si Jean fait partie du groupe I, quelle est la probabilité que Tom fasse également partie du groupe I ?

(c) Quelle est la probabilité que Jean et Tom fassent partie du même groupe ?

2. Dans un certain groupe de personnes ayant deux parents de sexe opposé, on a constaté que 42% d'entre elles ont un père alcoolique, 8% d'entre elles ont une mère alcoolique et 48% d'entre elles ont au moins un parent alcoolique. Si l'on choisit au hasard un individu dans ce groupe, quelle est la probabilité que :

(a) l'individu sélectionné a deux parents alcooliques ?

(b) l'individu sélectionné a une mère alcoolique mais il/elle n'a pas de père alcoolique ?

(c) l'individu sélectionné a une mère alcoolique, s'il/elle a un père alcoolique ?

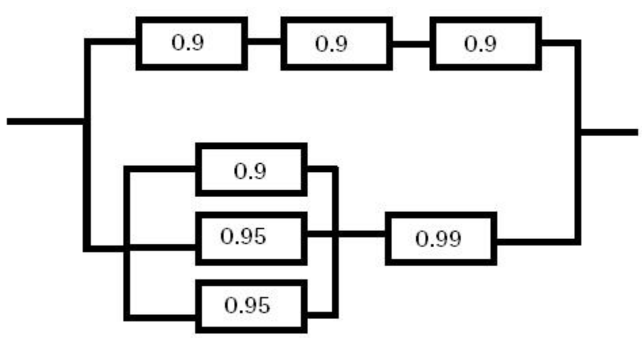
(d) l'individu sélectionné a une mère alcoolique, s'il n'a pas un père alcoolique ?

3. Supposons que l'entreprise A fabrique 75% de toutes les machines électrocardiographiques du marché, l'entreprise B en fabrique 20% et l'entreprise C les 5% restants. Les machines électrocardiographes fabriquées par l'entreprise A sont défectueuses à 4%, les machines de l'entreprise B sont défectueuses à 5%, tandis que les machines de l'entreprise C sont défectueuses à 8%.

(a) Si une machine d'électrocardiographie choisie au hasard est testée et s'avère être défectueuse. Trouvez la probabilité qu'il ait été fabriqué par la entreprise A.

(b) Supposons que nous choisissions au hasard un appareil d'électrocardiographie sur le marché. Trouvez la probabilité qu'il ait été fabriqué par la entreprise A et qu'il ne soit pas défectueux.

4. Le circuit suivant ne fonctionne que s'il existe un chemin de dispositifs fonctionnels de gauche à droite. La probabilité que chaque dispositif fonctionne est indiquée sur le graphique. Supposons que les dispositifs tombent en panne de manière indépendante. Quelle est la probabilité que le circuit fonctionne ?



5. Soit X une v.a. discrète. Le tableau suivant montre ses valeurs possibles x et les probabilités associées $P(X = x) = f(x)$.

x	-1	0	1	3
$f(x)$	2/8	3/8	2/8	1/8

(a) Vérifiez que $f(x)$ est une fonction de masse de probabilité.

(b) Calculez $P(X < 1)$, $P(X \leq 1)$, et $P(X < 0.5 \text{ou } X > 2)$.

(c) Trouvez la fonction de distribution cumulative de X.

(d) Calculez la moyenne et la variance de X.

6. Environ 1% d'un certain type d'ampoule tombe en panne pendant un test de 24 heures. On suppose que les défaillances sont indépendantes. Considérons une enseigne composée de 10 ampoules de ce type. Soit X le nombre d'ampoules qui tombent en panne pendant le test de 24 heures.

(a) Quelle loi suit X ?

(b) Quelle est la probabilité que l'enseigne brûle pendant la totalité du test de 24 heures sans qu'aucune ampoule ne tombe en panne ?

(c) Quelle est la probabilité que l'enseigne perde au moins 3 ampoules pendant le test de 24 heures ?

(d) Quelle est la probabilité que l'enseigne perde au moins 2 et au plus 4 ampoules pendant le test ?

7. Les échantillons d'eau des rivières européennes sont sélectionnés un par un. Chaque échantillon a une probabilité indépendante de 3% de se révéler positif aux efflorescences algales.

(a) Quelle est la probabilité que le 7ème échantillon soit le premier à être testé positif aux efflorescences algales ?

(b) Soit T_2 le nombre d'échantillons nécessaires pour obtenir 2 tests positifs aux efflorescences algales. Quelle loi suit T_2 ? Quelle est l'espérance et l'écart-type de T_2 ?

(c) Quelle est la probabilité que le 5e échantillon soit le deuxième à obtenir un test positif aux efflorescences algales ?

8. Supposons qu'un certain type de bande magnétique contienne, en moyenne, 2 défauts par 100 mètres, selon un procédé de Poisson.

(a) Quelle est la probabilité que les 100 prochains mètres de bande contiennent x défauts, où $x = 0, 1, \dots$?

(b) Quelle est l'espérance et l'écart-type du nombre de défauts par 100m ?

(c) Quelle est l'espérance du nombre de défauts dans les 300 prochains mètres de bande ?

(d) Quelle est la probabilité qu'il y ait plus de 2 défauts entre les mètres 20 et 75 ?

9. La durée de vie d'une pièce spécifique suit une loi exponentielle dont l'espérance est de 3.2 années.

(a) Quelle est la probabilité que l'une de ces pièces demeure opérationnelle pendant plus de 4.4 ans ?

(b) Quelle est la probabilité qu'une de ces pièces demeure opérationnelle entre 3 et 9 mois ?

(c) Si l'une de ces pièces est toujours opérationnelle après 3 ans, quelle est la probabilité qu'elle le soit pendant encore 2 ans ?

10. Supposons que le nombre de voitures passant à un certain point d'une route par minute entre 8h et 10h un dimanche matin suive une loi de Poisson avec paramètre $\lambda = 5$. Une inspectrice de la circulation est arrivée à l'endroit indiqué pendant la période susmentionnée. Elle note le temps d'attente W_1 avant que la prochaine voiture passe à cet endroit.

(a) Quelle loi suit W_1 ? Quelles sont son espérance et sa variance ?

(b) Quelle est la probabilité qu'elle doive attendre plus d'une minute avant la prochaine voiture ?

(c) Quelle est la probabilité qu'elle doive attendre plus d'une minute avant que deux voitures passent ?

11. Les plaques de fer doivent avoir une certaine épaisseur, mais chaque plaque produite sera légèrement différente des autres en raison des propriétés du matériau et des incertitudes liées au comportement des machines qui les fabriquent. Soit X l'épaisseur en mm des plaques produites par une machine donnée. En utilisant le réglage par défaut de la machine, X suit une loi normale de moyenne 10mm et d'écart-type 0.02mm.

(a) Quel est le pourcentage de plaques dont l'épaisseur devrait être inférieure à 9.97mm ?

(b) Quel est le pourcentage de plaques dont l'épaisseur devrait être supérieure à 10.05mm ?

(c) Quel est le pourcentage de plaques dont l'épaisseur devrait s'écarter de plus de 0.03mm de 10.00mm ?

(d) Trouvez $c > 0$ qui garantit que 5% des plaques devraient avoir une déviation d'épaisseur d'au plus c mm par rapport à 10.00mm ?

(e) Étant donné le c trouvé dans la partie (d), quel est le pourcentage de plaques dont on s'attend à ce que l'épaisseur dévie de plus de c mm par rapport à 10.00mm si un léger réglage de la machine fait passer l'espérance de X à 10.01mm ?

12. Une entreprise fabrique des résistances. La résistance moyenne de ces résistances est de 1000 ohms et l'écart-type est de 200 ohms. On prélève 50 résistances au hasard sur la chaîne de montage. Calculez la probabilité approximative que la résistance moyenne de ces 50 résistances soit $\geq$ à 1005 ohms.

13. La durée de vie d'une ampoule de 75 watts suit une loi normale de moyenne μ heures et de variance σ^2. À partir d'un échantillon aléatoire de 20 ampoules, on obtient une moyenne d'échantillon de 1014 heures un écart-type d'échantillon de 25 heures.

(a) Calculez un intervalle de confiance à environ 95% de μ.

(b) Supposons que $\sigma = 25$ heures. Nous voulons construire un intervalle de confiance à 95% pour μ avec une longueur d'intervalle ne dépassant pas 9 heures. Déterminez la taille d'échantillon requise.

14. La résistance moyenne à la rupture d'un certain type de fibre doit être supérieure à 200 psi. L'expérience passée a montré que nous pouvons supposer que la résistance à la rupture est normalement distribuée avec un écart-type $\sigma = 4.5$ psi. Un échantillon de 8 fibres s'est rompu aux pressions suivantes (en psi) :

$$210.206, 198, 202, 201, 198, 199, 205.$$

(a) Formulez des hypothèses nulle et alternative afin de vérifier que ce type de fibre est acceptable.

(b) Calculez une statistique de test pour vérifier les hypothèses de la partie (a).

(c) En fonction de la valeur de la statistique de test de la partie (a) : (i) donnez la conclusion à $\alpha = 5\%$; (ii) donnez la conclusion à $\alpha = 10\%$.

(d) Supposez qu'un échantillon de 30 fibres ait donné une rupture moyenne de $\bar{x} = 202.375$ psi. Pour ce nouvel échantillon, calculez une statistique de test pour vérifier les hypothèses de la partie (a) et donnez la conclusion à $\alpha = 5\%$.

15. Supposons que la fonction de densité de la durée de vie (en semaines) d'une certaine pièce soit

$$f(x) = \frac{3x^2}{(400)^3}, \quad 0 \leq x < 400.$$

(a) Calculez la probabilité qu'une pièce tombe en panne avant 200 semaines.

(b) Calculez la durée de vie moyenne d'une pièce et l'écart-type de la durée de vie d'une pièce.

(c) Supposez que nous choisissions $n = 50$ pièces au hasard. Calculez la probabilité approximativement que la durée de vie moyenne de ces 50 pièces soit inférieure à 275 semaines ?

16. L'ensemencement des nuages est étudié depuis plusieurs décennies en tant que procédure de modification du temps. On enregistre les précipitations (en acre-pieds) de 20 nuages sélectionnés au hasard et ensemencés avec du nitrate d'argent. Nous affichons les données dans un ordre croissant ci-dessous :

18	18.8	19.8	21.2	21.8	22.3	23.4
24.7	25	26.7	26.9	27.1	27.1	27.9
29.2	30.7	31.6	31.8	31.9	34.8	

(a) Calculez la moyenne et l'écart-type de l'échantillon.

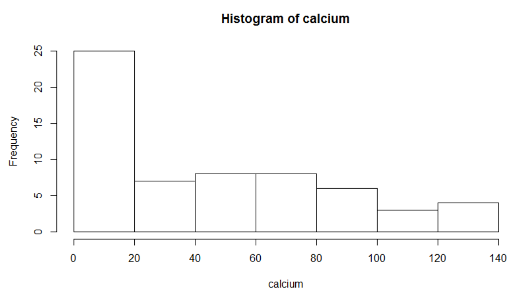
(b) Trouvez le premier, le deuxième, et le troisième quartile de l'échantillon.

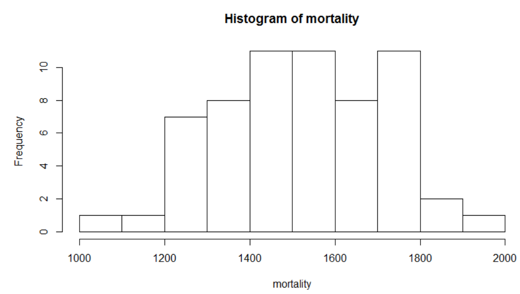
(c) Y a-t-il des valeurs aberrantes dans cet ensemble de données ? (Expliquez)

17. Dans le cadre d'une enquête sur les causes environnementales des maladies, on recueille des données sur le taux de mortalité annuel (décès par 100,000 personnes) pour les hommes dans 61 grandes villes d'Angleterre et du Pays de Galles. En outre, la concentration de calcium de l'eau potable (en parties par million, ppm) a été enregistrée. Ci-dessous, nous fournissons quelques statistiques descriptives pour les deux variables (mortalité et concentration en calcium).

```
> summary(calcium)
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
   5.00   14.00   39.00   47.18   75.00  138.00
> summary(mortality)
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
   1096    1379    1555    1524    1668    1987
```

Voici les histogrammes des deux variables.

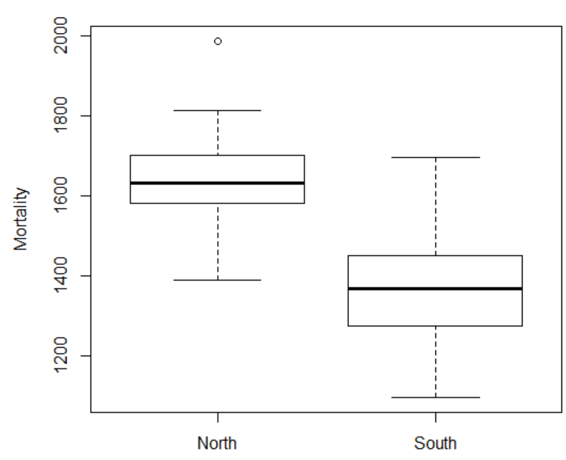




(a) Pour chaque variable (concentration de calcium et la mortalité), décrivez la forme de sa loi.

(b) Pour chaque variable, y a-t-il des valeurs aberrantes dans l'échantillon ? (Expliquez.)

(c) Supposons que les villes de l'échantillon se trouvent au sud ou au nord de Derby. Pour décrire la mortalité en fonction de la région, nous produisons les boxplots côte à côte suivants.



Répondez aux questions suivantes en vous basant sur les boxplots ci-dessus.

(i) Quelle région (Nord ou Sud) possède la ville avec la plus grande mortalité ?

(ii) Dans quelle région (Nord ou Sud) se trouve la ville ayant la plus faible mortalité ?

(iii) En termes de tendance centrale, quelle région a une mortalité plus élevée ?

(iv) La mortalité est-elle plus dispersée au Nord ou au Sud ?

18. De nombreux étudiants de l'Université d'Ottawa parlent couramment le français et l'anglais. Cependant, certains étudiants ne maîtrisent que l'anglais et d'autres ne maîtrisent que le français. Par ailleurs, tous les étudiants de l'Université d'Ottawa parlent couramment le français ou l'anglais. Supposons que nous choisissions au hasard un étudiant de l'université. Soit A l'événement où l'étudiant est **uniquement** à l'aise en anglais et soit B l'événement où l'étudiant est **uniquement** à l'aise en français. Laquelle des affirmations suivantes est **incorrecte** ?

(a) $P(A|B) = P(B|A)$ **(b)** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ **(c)** $P(A^c \cap B) = P(B)$
(d) A et B sont mutuellement exclusifs. **(e)** A et B sont indépendants.

19. Une étude est menée sur les employés masculins âgés de 50 à 64 ans travaillant dans une usine chimique. Ils sont répartis en trois groupes d'âge comme suit : 30% ont entre 50 et 54 ans, 40% ont entre 55 et 59 ans, et 30% ont entre 60 et 64 ans. Les taux de mortalité annuels nationaux pour les employés masculins travaillant dans des conditions similaires sont : 5% chez les hommes de 50 à 54 ans, 7% chez les hommes de 55 à 59 ans, et 13% chez les hommes de 60 à 64 ans. Si l'un des travailleurs de l'usine est décédé au cours de l'année, quelle est la probabilité que cet homme fasse partie de la tranche d'âge 55-59 ans ?

20. 20. Soit X une v.a. discrète avec la f.m.p. suivante $f_X(x)$. Calculez $P(X - E[X] < 0.5)$.

x	0	1	2	3	4
$f_X(x)$	0.05	0.25	0.33	0.09	0.28

21. Le nombre d'accidents de voiture dans une région suit un procédé de Poisson avec un taux de 2 accidents par semaine. Nous avons observé un accident de voiture au cours de la première semaine. Quelle est la probabilité que nous observions au plus un accident de voiture dans les 3 jours suivants ?

22. Soit X une v.a. discrète de moyenne $\mu_X = 12.5$ et de variance $\sigma_X^2 = 0.36$. Soit $Y = -2X + 30$. Trouvez la moyenne et l'écart-type de Y.

23. Soit X une v.a. discrète avec support $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Sa fonction de répartition est $F_X(x)$. Calculez $E[X]$.

x	0	1	2	3	4
$F_X(x)$	0.2	0.3	0.4	0.8	1

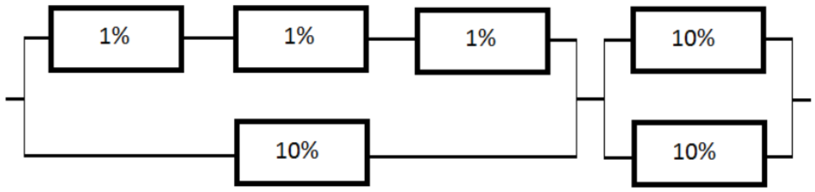
24. Supposons qu'il y ait 14 garçons et 6 filles dans une classe. Un enseignant sélectionne au hasard 5 élèves de la classe sans remise. Quelle est la probabilité que le groupe contienne exactement 2 filles ?

25. Un drone est testé avant d'être commercialisé auprès du grand public. Les résultats des tests effectués sur 250 échantillons indépendants sont présentés ci-dessous :

	Défaut de conduite	Aucun défaut de conduite
Défaut de propulsion	15	30
Aucun défaut de propulsion	35	170

Supposons que ces proportions relatives soient parfaitement représentatives du produit (et de ses défauts) en dehors de l'échantillon. En supposant que les défauts se produisent de manière indépendante, quelle est la probabilité que chacun des 4 drones achetés par un individu présente au moins un défauts ?

26. Le système suivant ne fonctionne que s'il existe un chemin de dispositifs fonctionnels du point d'entrée le plus à gauche au point de sortie le plus à droite.



La probabilité de défaillance de chaque dispositif est indiquée dans le diagramme ci-dessus. En supposant l'indépendance des défaillances des différents dispositifs, quelle est la probabilité que le système fonctionne ?

27. La santé publique d'Ottawa recueille des échantillons d'eau de plage tous les jours pendant l'été. Un avis d'interdiction de baignade est émis si le niveau de bactéries dans l'eau est trop élevé. Supposons qu'un jour choisi au hasard, la plage de Mooney's Bay est sécuritaire pour la baignade avec une probabilité de 0.9452. Quelle est la probabilité qu'un avis d'interdiction de baignade soit émis pour la plage de Mooney's Bay au moins deux fois au cours des 5 prochaines années le 15 juillet ?

28. Une chaîne de montage produit une pièce automobile spécifique. Les pièces sont échantillonnées indépendamment une par une et leur conformité est testée. Historiquement, 10% des pièces ont été trouvées non conformes. Quelle est la probabilité que la 6ième pièce échantillonnée soit la 3ème pièce trouvée non conforme ?

29. Soit X et Y une v.a. discrète avec une fonction de masse de probabilité conjointe $f_{X,Y}(x, y)$.

x	y	$f_{XY}(x, y)$
0	0	1/12
0	2	3/12
1	1	1/12
1	2	4/12
2	0	2/12
2	2	1/12

Calculez $P(X + Y \geq 2)$.

30. Considérons un jeu ordinaire de 52 cartes (13 cartes – 2 à 10, valet, reine, roi, et as de chaque sorte ; 2 sortes par couleur – carreau, coeur sont rouges ; trèfle, pique sont noirs). Le paquet est mélangé et une carte est choisie au hasard. Considérons les événements suivants :

1. A : la carte est rouge ;
2. B : la carte est un valet, une reine, ou un roi de carreau ;
3. C : la carte est un as.

Quel valeur prend $P((A \cap B^c) \cup C)$?

31. Dans une usine, les machines 1, 2 et 3 produisent des vis de même longueur, avec respectivement 2%, 1% et 3% de vis défectueuses. Sur la production totale de vis dans l'usine, les machines en produisent respectivement 35%, 25% et 40%. Si une vis est choisie au hasard parmi toutes les vis produites en une journée et qu'elle s'avère être défectueuse, quelle est la probabilité qu'elle ait été produite par la machine 3 ?

32. Supposons que la probabilité de germination d'une graine de betterave soit de 70%. Si nous plantons 12 graines et que nous pouvons supposer que la germination d'une graine est indépendante d'une autre, quelle est la probabilité que 10 graines ou moins germinent ?

33. Supposons que les arrivées de petits avions à un aéroport puissent être modélisées par un procédé de Poisson avec un taux de 2 avions par heure. Quelle est la probabilité que l'on doive attendre au moins 3 heures pour l'arrivée de 3 avions ?

34. Soit X une v.a. suivant une loi normale de moyenne 14 et de variance 4. Déterminez la valeur de c telle que $P(X - 2 < c) = 0.95$.

35. Soit la f.m.p. conjointe de deux v.a. discrètes X, Y :

$$f(x, y) = \frac{xy^2}{30}, \quad x = 1, 2, 3 \text{ et } y = 1, 2.$$

Calculez $\mathrm{E}[X + Y]$.

36. La concentration de nicotine a été mesurée dans un échantillon aléatoire de 40 cigares. Les données sont affichées ci-dessous, du plus petit au plus grand :

```
72, 85, 110,124,137,140,147,151,158,163,164,165,167,168,169,169,170,174,175,175,
179,179,182,185,186,188,190,192,193,197,203,208,209,211,217,228,231,237,246,256.
```

Trouvez les valeurs aberrantes (de tous les types) dans cet ensemble de données.

37. Un nouveau type de flash électronique dure en moyenne $\mu = 5000$ heures avec un écart-type de $\sigma = 500$ heures. Un ingénieur de contrôle de la qualité sélectionne un échantillon aléatoire de 100 flashs. Quelle est la probabilité que la durée de vie moyenne de ces 100 flashs soit supérieure à 4928 heures ?

38. Un fabricant de rondelles de hockey affirme que son procédé produit des rondelles d'un poids moyen de 163 grammes et d'un écart-type de 5 grammes. Un échantillon aléatoire de n rondelles est recueilli. On prévoit d'utiliser la moyenne de l'échantillon $\bar{X}$ pour estimer la moyenne de la population. Déterminez la taille minimale de l'échantillon n afin que $P(|\bar{X} - 163| < 3) = 0.95$.

39. Deux candidats (A et B) se présentent aux élections. Dans un sondage effectué au près de 150 électeurs choisis au hasard, 70 soutiennent A et 80 soutiennent B. Fournissez un intervalle de confiance du taux de soutien réel du candidat A dans la population, à environ 99%.

40. La résistance à la traction des cordes de manille suit une loi normale. Un échantillon aléatoire de 16 cordes de manille a une résistance moyenne de 4450 kg et un écart-type de 115 kg. Supposons que nous voulions tester si la résistance moyenne des cordes est inférieure à 4500 kg. À un niveau de signification $\alpha = 0.05$, la valeur de la statistique de test et la conclusion pour ce test sont :

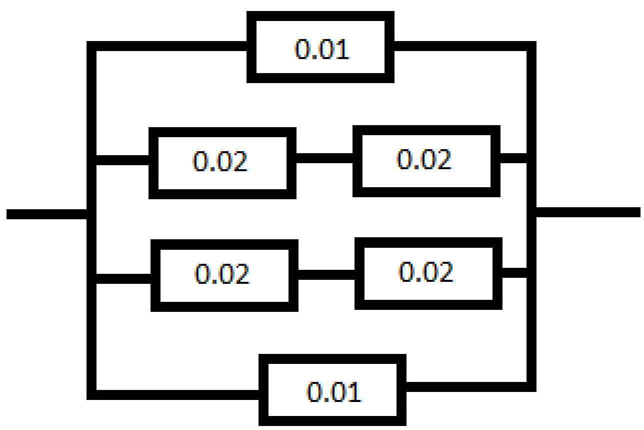
(a) -1.739; ne pas rejeter H_0 **(b)** -1.739; rejeter H_0 **(c)** -1.753; ne pas rejeter H_0
(d) -1.753; rejeter H_0 **(e)** 1.739; rejeter H_0

41. Vingt-quatre filles de 9e et 10e années sont soumises à un programme d'entraînement. Leur temps pour un sprint de 40 yards est enregistré avant et après leur participation à un programme d'entraînement. Les différences entre le temps avant l'entraînement et le temps après l'entraînement de ces 24 filles sont mesurées, de sorte que les valeurs de différence positives représentent une amélioration du temps du sprint de 40 yards. Supposons que les valeurs de ces différences suivent une loi normale et qu'elles aient une moyenne de 0.079 min et un écart-type de 0.255 min. Nous effectuons un test statistique pour vérifier si ce programme d'entraînement peut réduire le temps moyen d'arrivée du sprint de 40 yards. Quelle est l'étendue de la valeur$-p$ pour ce test ?

(a) $(0, 0.025)$ **(b)** $(0.025, 0.05)$ **(c)** $(0.05, 0.1)$ **(d)** $(0.1, 0.15)$ **(e)** $(0.15, 0.2)$

42. Trois prix (recherche, enseignement, service) seront décernés à 18 étudiants diplômés d'un département de mathématiques. Supposons que chaque étudiant puisse recevoir au maximum un prix. Combien de façons différentes y a-t-il de décerner les prix ?

43. Le circuit suivant ne fonctionne que s'il existe un chemin de dispositifs fonctionnels de gauche à droite. Supposons que les dispositifs tombent en panne indépendamment et que la probabilité d'***échec*** de chaque dispositif est telle qu'indiquée. Quelle est la probabilité que le circuit ***ne fonctionne pas*** ?



44. Dans un groupe, il y a deux élèves de sexe masculin et deux élèves de sexe féminin. On choisit au hasard deux étudiants de ce groupe sans remise. Soit X le nombre d'étudiants de sexe masculin parmi les deux étudiants sélectionnés. Soit $F(x)$ la f.r.c. de X et $f(x)$ la f.m.p. de X. Laquelle des affirmations suivantes est incorrecte ?

(a) $F(x) > 0$ lorsque $x = 0$
(b) $f(x) > 0$ lorsque $x = 0$
(c) $F(x) = 0$ lorsque $x = 3$
(d) $f(x) = 0$ lorsque $x = 3$
(e) $f(x) = F(x)$ lorsque $x < 0$

45. Dans un procédé de fabrication, on sait que 1% des produits sont défectueux. Supposons que les produits soient fabriqués un par un de manière indépendante. Quelle est la probabilité que le 3ème produit soit le premier produit défectueux ?

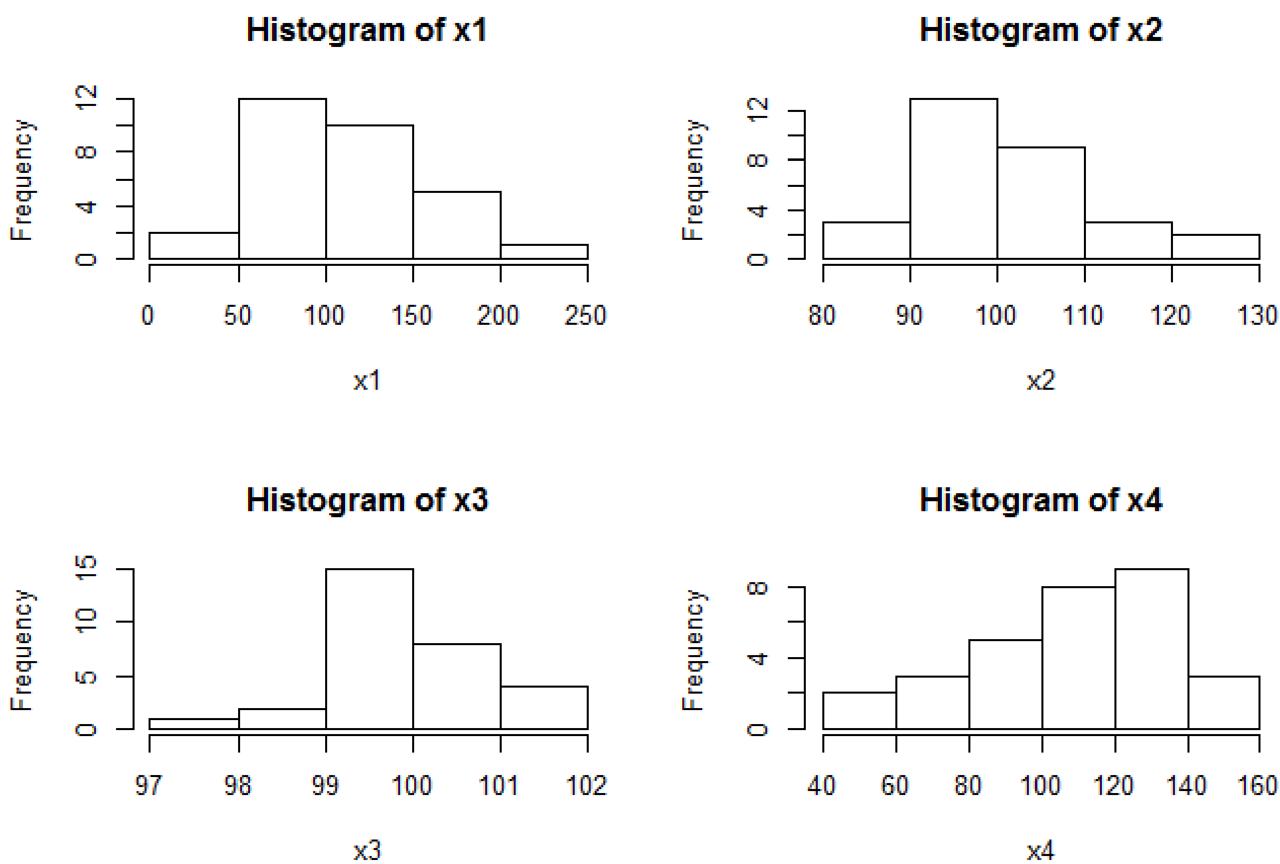
46.La fonction de densité de probabilité d'une v.a. X est donnée par

$$f(x) = k\,x^3, \quad 0 < x < 1.$$

Calculez la probabilité que X soit compris entre 1/4 et 3/4.

(a) 0.3125 **(b)** 0.0781 **(c)** 0.9267 **(d)** 0.4523 **(e)** 0.625

47. La variable aléatoire X_i mesure la vitesse d'un véhicule au moment d'un accident sur 4 autoroutes: $i = 1, 2, 3, 4$. Voici les histogrammes de X_i pour 30 accidents par autoroute:



Pour ces variables, les écarts types de l'échantillon sont donnés ci-dessous dans un ordre croissant :

$$1.0 \quad 10.5 \quad 27.2 \quad 48.5.$$

Identifiez l'écart-type d'échantillon de chaque variable.

(a) $s_{x_1} = \ 1.0$; $s_{x_2} = 48.5$; $s_{x_3} = 27.2$; $s_{x_4} = 10.5$.
(b) $s_{x_1} = 48.5$; $s_{x_2} = \ 1.0$; $s_{x_3} = 27.2$; $s_{x_4} = 10.5$.
(c) $s_{x_1} = 27.2$; $s_{x_2} = 10.5$; $s_{x_3} = \ 1.0$; $s_{x_4} = 48.5$.
(d) $s_{x_1} = 48.5$; $s_{x_2} = 10.5$; $s_{x_3} = \ 1.0$; $s_{x_4} = 27.2$.
(e) $s_{x_1} = 10.5$; $s_{x_2} = \ 1.0$; $s_{x_3} = 48.5$; $s_{x_4} = 27.2$.

48. Parmi les 2046 voitures fabriquées par l'entreprise A en 1999, 56 présentaient un problème au niveau du système de freinage. Supposons que l'on veuille savoir si le taux de défectuosité du système de freinage pour ce type de voiture est inférieur à 4%. Formulez l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative. Calculez la valeur p pour ce test.

(a) $H_0 : p = 0.04$ vs. $H_1 : p > 0.04$. $\text{valeur} - p = 0.9982$.
(b) $H_0 : p = 0.04$ vs. $H_1 : p < 0.04$. $\text{valeur} - p = 0.0036$.
(c) $H_0 : p = 0.04$ vs. $H_1 : p < 0.04$. $\text{valeur} - p = 0.0018$.
(d) $H_0 : p = 0.04$ vs. $H_1 : p \neq 0.04$. $\text{valeur} - p = 0.0036$.
(e) $H_0 : p = 0.04$ vs. $H_1 : p < 0.04$. $\text{valeur} - p = 0.0155$.

49. La pression artérielle X et le taux de calcium Y ont été mesurés sur un échantillon aléatoire de 38 personnes. Sur la base de ces données, la droite de régression estimée est donnée par :

$$\widehat{y} = -2.2 + 1.725x.$$

Les écarts types des échantillons sont $s_x = 0.35$ et $s_y = 1,667$. Trouvez la corrélation entre les variables X et Y.

50. Soient A et B deux événements tels que $P(A) > 0$ et $P(B) > 0$. Laquelle des affirmations suivantes est **fausse**?

(a) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
(b) $A^c \cap B$ et $A \cap B^c$ sont mutuellement exclusifs.
(c) $P(A|B) + P(A^c|B) = 1$
(d) Si $P(A \cap B) = 0$, alors A et B sont indépendants.
(e) Si A et B sont indépendants, alors $P(A|B) = P(A)$.

51. Il faut environ 10 ans à un arbre de Noël pour pousser jusqu'à une taille prête à être coupée. Nous voulons estimer la hauteur moyenne μ d'un arbre de Noël de 4 ans qui a été cultivé à partir d'une semence. Supposons que ces hauteurs suivent une loi normale. Un échantillon de 20 arbres a une hauteur moyenne de 25,25 cm et un écart-type de 4.5 cm. Cet échantillon produit un intervalle de confiance de μ de longueur 2.673. Déterminez le niveau de confiance de cet I.C.

52. Selon une enquête nationale menée par Statistique Canada, le poids moyen à la naissance au Canada est de 3.4 kg. Un médecin souhaite obtenir des preuves pour l'hypothèse selon laquelle les mères urbaines mettent au monde des bébés dont le poids à la naissance est supérieur à 3.4 kg. Elle effectue un test statistique basé sur 125 nouveau-nés urbains canadiens dont l'écart-type est de 0.78 kg. Supposons que la valeur$-p$ de ce test soit de 0.0158. Quel est le poids moyen (en kg) de ces 125 nouveau-nés urbains canadiens ?

53. Le poids moyen d'un nouveau-né en Amérique du Nord est de 120 onces (oz). Nous voulons tester l'hypothèse selon laquelle les mères ayant un faible statut socio-économique ont des bébés dont le poids à la naissance est inférieur à 120 oz. Soit μ le poids moyen d'un nouveau-né dont la mère a un faible statut socio-économique. Mettez en place un test d'hypothèses et expliquez quand une erreur de type I ou une erreur de type II se produit en choisissant l'affirmation correcte dans la liste ci-dessous.

(a) $H_0 : \mu = 120$ vs. $H_1 : \mu < 120$. Une erreur de type II se produit lorsque nous concluons que le poids moyen d'un nouveau-né dont la mère a un statut socio-économique faible est inférieur à 120 oz, alors que ce n'est pas le cas.
(b) $H_0 : \mu = 120$ vs. $H_1 : \mu < 120$. Une erreur de type I se produit lorsque nous concluons que le poids moyen d'un nouveau-né dont la mère a un statut socio-économique faible est inférieur à 120 oz, alors que ce n'est pas le cas.
(c) $H_0 : \mu \geq 120$ vs. $H_1 : \mu < 120$. Une erreur de type I se produit lorsque nous concluons que le poids moyen d'un nouveau-né dont la mère a un statut socio-économique faible est inférieur à 120 oz, alors que ce n'est pas le cas.
(d) $H_0 : \mu \geq 120$ vs. $H_1 : \mu < 120$. Une erreur de type II se produit lorsque nous concluons que le poids moyen d'un nouveau-né dont la mère a un statut socio-économique faible est de 120 oz, mais qu'en fait ce poids est inférieur à 120 oz.
(e) $H_0 : \mu = 120$ vs. $H_1 : \mu < 120$. Une erreur de type I se produit lorsque nous concluons que le poids moyen d'un nouveau-né dont la mère a un statut socio-économique faible est de 120 oz, mais qu'en fait ce poids est inférieur à 120 oz.

54. Une entreprise produit des bouteilles de jus d'orange d'un volume d'environ 2 litres chacune. Une machine remplit la moitié de chaque bouteille avec du concentré, et une autre machine remplit l'autre moitié avec de l'eau. Supposez que les deux machines fonctionnent indépendamment. Le volume (en litres) de concentré versé par la première machine suit une loi normale avec une moyenne de 0.98 et une variance de 0.0009. Le volume d'eau (en litres) versé par la deuxième machine suit une loi normale avec une moyenne de 1.02 et une variance de 0.0016. Une bouteille de jus d'orange produite par cette entreprise est donc un mélange d'eau et de concentré. Quelle est la probabilité qu'une bouteille contienne plus de 1.98 litre de jus ?