3 лаба отчёт

Алгоритм

Шаг 1. Задать начальную (первую) точку x_1, величину шага по оси X $\Delta\mathrm{x} > 0$, ϵ - малое положительное значение, характеризующее точность.

Шаг 2. Вычислить вторую точку: $x_2 = x_1 + \Delta\mathrm{x}$.

Шаг 3. Вычислить значения функции в точках $f(x_1)$ и $f(x_2)$.

Шаг 4. Сравнить точки $f(x_1)$ и $f(x_2)$:
а) если $f(x_1) > f(x_2)$, положить $x_3 = x_1 + 2\Delta\mathrm{x}$
б) если $f(x_1) \leq f(x_2)$, положить $x_3 = x_1 - \Delta\mathrm{x}$

Шаг 5. Вычислить $f(x_3)$

Шаг 6. Найти $F_{min} = min\{f_1, f_2, f_3\}$, $x_{min} = x_i$;.

Шаг 7. По точкам x_1, x_2, x_3 вычислить точку минимума квадратичного интерполяционного полинома
и величину функции f(x).

$$x = \frac{(x_2^2 - x_3^2)f_1 + (x_3^2 - x_3^2)f_2 + (x_1^2 - x_2^2)f_3}{2((x_2 - x_3)f_1 + (x_3 - x_1)f_2 + (x_1 - x_2)f_3}$$

Если знаменатель в формуле для x на некоторой итерации обращается в ноль, то результатом итерации является прямая. В этом случае рекомендуется обозначить $\mathrm{x}_1 = \mathrm{x}$ и перейти к шагу 2.

Шаг 8. Проверить выполнение условий окончания расчета:

$$|\frac{F_{min} - f(x)}{f(x)}| < \epsilon; \qquad |\frac{x_{min} - x}{x}| < eps$$

а) если оба условия выполняются, закончить поиск $\mathrm{x}^* = \mathrm{x}$;
б) если хотя бы одно из условий не выполняется и x принадлежит $[1; x_3]$, выбрать наименьшую точку (x_{min} или x) и две точки по обе стороны от нее. Обозначить эти точки в обычном порядке и перейти к шагу 6;
в) если хотя бы одно из условий не выполняется $[1; 3]$, то положить точку $\mathrm{x}_1 = \mathrm{x}$ и перейти к шагу 2.

Данные

$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 - 8x + 12$
$x = 1$
$\Delta x = 0.3$
$\epsilon = 0.0001$

Вычисления

Итерация 1

Шаг 2. Вычисляем вторую точку: $x_2 = x_1 + \Delta x = 1 + 0.3 = 1.3$
Шаг 3. Вычисляем значения функции в точках: $f(x_1) = 5.25$, $f(x_2) = 4.00403$
Шаг 4а. Поскольку $f(x_1) > f(x_2)$, положим $x_3 = x_1 + 2\Delta x = 1.6$
Шаг 5. Вычисляем $f(x_3) = 3.3984$
Шаг 6. Минимальное значение $F_{min} = \min\{f(x_1), f(x_2), f(x_3)\} = 3.3984$ при $x_{min} = 1.6$
Шаг 7. Вычисляем точку минимума квадратичного полинома:

$$x = \frac{(1.69 - 2.56)5.25 + (2.56 - 1)4.00403 + (1 - 1.69)3.3984}{2(1.3 - 1.6)5.25 + (1.6 - 1)4.00403 + (1 - 1.3)3.3984} = 1.73373$$

Шаг 7. Вычисляем значение функции в найденной точке $f(x) = 3.39472$

Итерация 2

Шаг 2. Вычисляем вторую точку: $x_2 = x_1 + \Delta x = 1.73373 + 0.30000 = 2.03373$
Шаг 3. Вычисляем значения функции в точках: $f(x_1) = 3.39472$, $f(x_2) = 4.14297$
Шаг 4б. Поскольку $f(x_1) \leq f(x_2)$, положим $x_3 = x_1 - \Delta x = 1.43373$
Шаг 5. Вычисляем $f(x_3) = 3.64209$
Шаг 6. Минимальное значение $F_{min} = \min\{f(x_1), f(x_2), f(x_3)\} = 3.39472$ при $x_{min} = 1.73373$
Шаг 7. Вычисляем точку минимума квадратичного полинома:

$$x = \frac{(4.13606 - 2.05559)3.39472 + (2.05559 - 3.00583)4.14297 + (3.00583 - 4.13606)3.64209}{2(2.03373 - 1.43373)3.39472 + (1.43373 - 1.73373)4.14297 + (1.73373 - 2.03373)3.64209} = 1.65827$$

Шаг 7. Вычисляем значение функции в найденной точке $f(x) = 3.37413$

Итерация 3

Шаг 2. Вычисляем вторую точку: $x_2 = x_1 + \Delta x = 1.65827 + 0.3 = 1.95827$
Шаг 3. Вычисляем значения функции в точках: $f(x_1) = 3.37413$, $f(x_2) = 3.84512$
Шаг 4б. Поскольку $f(x_1) \leq f(x_2)$, положим $x_3 = x_1 - \Delta x = 1.35827$
Шаг 5. Вычисляем $f(x_3) = 3.82965$
Шаг 6. Минимальное значение $F_{min} = \min\{f(x_1), f(x_2), f(x_3)\} = 3.37413$ при $x_{min} = 1.65827$
Шаг 7. Вычисляем точку минимума квадратичного полинома:

$$x = \frac{(3.83482 - 1.8449)3.37413 + (1.8449 - 2.74986)3.84512 + (2.74986 - 3.83482)3.82965}{2(1.95827 - 1.35827)3.37413 + (1.35827 - 1.65827)3.84512 + (1.65827 - 1.95827)3.82965} = 1.65576$$

Шаг 7. Вычисляем значение функции в найденной точке $f(x) = 3.37447$

Значения, полученные руками

x = 1.65576
f(x) = 3.37447

Значения, полученные программой

x = 1.65577
f(x) = 3.37447

Истинное значение (согласно Desmos)

x = 1.67024
f(x) = 3.37339