2 лаба отчёт

Вводные данные

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - sin(x)$
$[a, b] = [0, 1]$
$\epsilon = 0.03$

Метод половинного деления

- 1 итерация
  - Берём две точки вблизи интервала [a, b]:
    - $x_1 = (0 + 1 - 0.03)/2 = 0.485$
    - $x_2 = (0 + 1 + 0.03)/2 = 0.515$
  - Вычислим значения функций в этих точках
    - $y_1 = -0.3486$
    - $y_2 = -0.35992$
  - $y_1 > y_2$, следовательно:
    - $a = 0.485$
    - $[a, b] = [0.485, 1]$
- 2 итерация
  - Берём две точки вблизи интервала [a, b]:
    - $x_1 = (0.485 + 1 - 0.03)/2 = 0.7275$
    - $x_2 = (0.485 + 1 + 0.03)/2 = 0.7575$
  - Вычислим значения функций в этих точках
    - $y_1 = -0.40038$
    - $y_2 = -0.4002$
  - $y_2 > y_1$, следовательно:
    - $b = 0.7575$
    - $[a, b] = [0.485, 0.7575]$
- 3 итерация
  - Берём две точки вблизи интервала [a, b]:
    - $x_1 = (0.485 + 0.7575 - 0.03)/2 = 0.60625$

        - $x_2 = (0.485 + 0.7575 + 0.03)/2 = 0.63625$
    - Вычислим значения функций в этих точках
        - $y_1 = -0.38602$
        - $y_2 = -0.39178$
    - $y_1 > y_2$, следовательно:
        - $a = 0.60625$
        - $[a, b] = [0.60625, 0.7575]$
- 4 итерация
    - Берём две точки вблизи интервала [a, b]:
        - $x_1 = (0.60625 + 0.75750 - 0.03)/2 = 0.66687$
        - $x_2 = (0.60625 + 0.75750 + 0.03)/2 = 0.69688$
    - Вычислим значения функций в этих точках
        - $y_1 = -0.39617$
        - $y_2 = -0.39901$
    - $y_1 > y_2$, следовательно:
        - $a = 0.66687$
        - $[a, b] = [0.66687, 0.7575]$
- 5 итерация
    - Берём две точки вблизи интервала [a, b]:
        - $x_1 = (0.66687 + 0.7575 - 0.03)/2 = 0.69719$
        - $x_2 = (0.66687 + 0.7575 + 0.03)/2 = 0.72719$
    - Вычислим значения функций в этих точках
        - $y_1 = -0.39903$
        - $y_2 = -0.40037$
    - $y_1 > y_2$, следовательно:
        - $a = 0.69719$
        - $[a, b] = [0.69719, 0.7575]$

$$x = \frac{a+b}{2}$$

$$f(x) = f(x)$$

Точка минимума 0.72735 и приближенное значение −0.40037

Метод золотого сечения

- 1 итерация
  - Вычислим точки по формулам $x_1 = a + 0.382(b-a)$, $x_2 = a + 0.618(b-a)$:
    - $x_1 = 0 + 0.382(1-0) = 0.382$
    - $x_2 = 0 + 0.618(1-0) = 0.618$
- 2 итерация
  - $f(0.382) > f(0.618)$ или $-0.29982 > -0.38844$, следовательно:
    - отрезок $[x_1; b]$ или $[0.382; 1]$
    - $x1 = x2 = 0.618$
    - $x2 = a + 0.618 * (b-a) = 0.382 + 0.618 * (1 - 0.382) = 0.76392$
- 3 итерация
  - $f(0.618) > f(0.76392)$ или $-0.38844 > -0.39997$, следовательно:
    - отрезок $[x_1; b]$ или $[0.618; 1]$
    - $x1 = x2 = 0.76392$
    - $x2 = a + 0.618 * (b-a) = 0.618 + 0.618 * (1 - 0.618) = 0.85408$
- 4 итерация
  - $f(0.76392) < f(0.85408)$ или $-0.39997 < -0.38924$, следовательно:
    - отрезок $[a; x_2]$ или $[0.618; 0.85408]$
    - $x2 = x1 = 0.76392$
    - $x1 = a + 0.382 * (b-a) = 0.618 + 0.382 * (0.85408 - 0.618) = 0.70818$
- 5 итерация
  - $f(0.70818) > f(0.76392)$ или $-0.39969 > -0.39997$, следовательно:
    - отрезок $[x_1; b]$ или $[0.70818; 0.85408]$
    - $x1 = x2 = 0.76392$
    - $x2 = a + 0.618 * (b-a) = 0.70818 + 0.618 * (0.85408 - 0.70818) = 0.79834$

$$x = \frac{b+a}{2}$$

$$f(x) = f(\frac{b+a}{2})$$

Точка минимума 0.78113 и приближенное значение -0.399

Метод хорд

- 1 итерация

- $\widetilde{x} = a - \frac{f'(a)}{f'(a) - f'(b)}(a - b) = 0.00000 - \frac{-1.00000}{-1.00000 - 0.45970}(0.00000 - 1.00000) = 0.54030$
- $f'(\widetilde{x}) = f'(0.54030) = -0.31725$
- $f'(\widetilde{x}) <= 0$, следовательно $a = x$

- 2 итерация
  - $\widetilde{x} = a - \frac{f'(a)}{f'(a) - f'(b)}(a - b) = 0.54030 - -0.31725/(-0.31725 - 0.45970) * (0.54030 - 1.00000) = 0.78868$
  - $f'(\widetilde{x}) = f'(0.78868) = 0.08389$
  - $f'(\widetilde{x}) > 0$, следовательно $b = x$
- 3 итерация
  - $\widetilde{x} = a - \frac{f'(a)}{f'(a) - f'(b)}(a - b) = 0.54030 - -0.31725/(-0.31725 - 0.08389) * (0.54030 - 0.78868) = 0.76784$
  - $f'(\widetilde{x}) = f'(0.76784) = 0.04843$
  - $f'(\widetilde{x}) > 0$, следовательно $b = x$
- 4 итерация
  - $\widetilde{x} = a - \frac{f'(a)}{f'(a) - f'(b)}(a - b) = 0.54030 - -0.31725/(-0.31725 - 0.04843) * (0.54030 - 0.76784) = 0.75682$
  - $f'(\widetilde{x}) = f'(0.75682) = 0.02980$
  - $f'(\widetilde{x}) > 0$, следовательно $b = x$
  - $|f'(\widetilde{x})| <= e$ или $0.02980 <= 0.03 \Rightarrow$ заканчиваем итерации

$x^* = \widetilde{x}$

$f^* = f(\widetilde{x})$

Точка минимума 0.75682 и приближенное значение -0.40022

Метод Ньютона

- 1 итерация
  - $x_1 = 1.00000$
  - $f'(x_1) = 0.45970$
  - $f''(x_1) = 1.84147$
  - $x_2 = 0.75036$
- 2 итерация

- $x_2 = 0.75036$
- $f'(x_2) = 0.01892$
- $f''(x_2) = 1.68190$
- $|f'(x)| <= e$ или $0.01892 <= 0.03 \Rightarrow$ заканчиваем итерации

Точка минимума 0.75036 и приближенное значение -0.40038
