2 лаба отчёт

Вводные данные

$[a, b] = [0, 2]$
$\epsilon = 0.05$

$f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 - 8x + 12$

> $f'(x) = x^3 + 2x - 8$
> $f''(x) = 3x^2 + 2$

Метод половинного деления

- 1 итерация
  - Берём две точки вблизи интервала [a, b]:
    - $x_1 = \frac{0+2-0.05}{2} = 0.975$
    - $x_2 = \frac{0+2+0.05}{2} = 1.025$
  - Вычислим значения функций в этих точках
    - $y_1 = 5.37655$
    - $y_2 = 5.12658$
  - $y_1 > y_2$, следовательно:
    - $a = 0.975$
    - $[a, b] = [0.975, 2]$
- 2 итерация
  - Берём две точки вблизи интервала [a, b]:
    - $x_1 = \frac{0.975+2-0.05}{2} = 1.4625$
    - $x_2 = \frac{0.975+2+0.05}{2} = 1.5125$
  - Вычислим значения функций в этих точках
    - $y_1 = 3.58264$
    - $y_2 = 3.496$
  - $y_1 > y_2$, следовательно:
    - $a = 1.4625$
    - $[a, b] = [1.4625, 2]$
- 3 итерация

- Берём две точки вблизи интервала [a, b]:
    - $x_1 = \frac{1.4625+2-0.05}{2} = 1.70625$
    - $x_2 = \frac{1.4625+2+0.05}{2} = 1.75625$
- Вычислим значения функций в этих точках
    - $y_1 = 3.38019$
    - $y_2 = 3.41282$
- $y_2 > y_1$, следовательно:
    - $b = 1.75625$
    - $[a, b] = [1.4625, 1.75625]$

- 4 итерация
  - Берём две точки вблизи интервала [a, b]:
    - $x_1 = \frac{1.4625+1.75625-0.05}{2} = 1.58438$
    - $x_2 = \frac{1.4625+1.75625+0.05}{2} = 1.63437$
  - Вычислим значения функций в этих точках
    - $y_1 = 3.41058$
    - $y_2 = 3.37998$
  - $y_1 > y_2$, следовательно:
    - $a = 1.58438$
    - $[a, b] = [1.58438, 1.75625]$
- 5 итерация
  - Берём две точки вблизи интервала [a, b]:
    - $x_1 = \frac{1.58438+1.75625-0.05}{2} = 1.64531$
    - $x_2 = \frac{1.58438+1.75625+0.05}{2} = 1.69531$
  - Вычислим значения функций в этих точках
    - $y_1 = 3.37659$
    - $y_2 = 3.37667$
  - $y_2 > y_1$, следовательно:
    - $b = 1.69531$
    - $[a, b] = [1.58438, 1.69531]$

> требуемая точность вручную не достигнута

$x = \frac{a+b}{2}$

$f(x) = f(x)$

Точка минимума 1.63984 и приближенное значение 3.37814

Метод золотого сечения

- 1 итерация
  - Вычислим точки по формулам $x_1 = a + 0.382(b - a)$, $x_2 = a + 0.618(b - a)$:
    - $x_1 = 0 + 0.382(2 - 0) = 0.764$
    - $x_2 = 0 + 0.618(2 - 0) = 1.236$
- 1 итерация
  - $f(0.764) > f(1.236)$ или $6.55687 > 4.22316$, следовательно:
    - отрезок $[x_1; b]$ или $[0.764; 2]$
    - $x_1 = x2 = 1.236$
    - $x_2 = a + 0.618 * (b - a) = 0.764 + 0.618 * (2 - 0.764) = 1.52785$
- 2 итерация
  - $f(1.236) > f(1.52785)$ или $4.22316 > 3.4738$, следовательно:
    - отрезок $[x_1; b]$ или $[1.236; 2]$
    - $x_1 = x2 = 1.52785$
    - $x_2 = a + 0.618 * (b - a) = 1.236 + 0.618 * (2 - 1.236) = 1.70815$
- 3 итерация
  - $f(1.52785) > f(1.70815)$ или $3.4738 > 3.38093$, следовательно:
    - отрезок $[x_1; b]$ или $[1.52785; 2]$
    - $x_1 = x2 = 1.70815$
    - $x_2 = a + 0.618 * (b - a) = 1.52785 + 0.618 * (2 - 1.52785) = 1.81964$
- 4 итерация
  - $f(1.70815) < f(1.81964)$ или $3.38093 < 3.4948$, следовательно:
    - отрезок $[a; x_2]$ или $[1.52785; 1.81964]$
    - $x_2 = x_1 = 1.70815$
    - $x_1 = a + 0.382 * (b - a) = 1.52785 + 0.382 * (1.81964 - 1.52785) = 1.63931$
- 5 итерация
  - $f(1.63931) < f(1.70815)$ или $3.3783 < 3.38093$, следовательно:
    - отрезок $[a; x_2]$ или $[1.52785; 1.70815]$
    - $x_2 = x_1 = 1.63931$
    - $x_1 = a + 0.382 * (b - a) = 1.52785 + 0.382 * (1.70815 - 1.52785) = 1.59672$

> требуемая точность вручную не достигнута

$x = \frac{b+a}{2}$

$f(x) = f(\frac{b+a}{2})$

Точка минимума 1.61800 и приближенное значение 3.38731

Метод хорд

- 1 итерация
  - $\widetilde{x} = a - \frac{f'(a)}{f'(a)-f'(b)}(a-b) = 0 - \frac{-8}{-8-4} * (0-2) = 1.33333$
  - $f'(\widetilde{x}) = f'(1.33333) = -2.96296$
  - $f'(\widetilde{x}) <= 0$, следовательно $a = x$
- 2 итерация
  - $\widetilde{x} = a - \frac{f'(a)}{f'(a)-f'(b)}(a-b) = 1.33333 - \frac{-2.96296}{-2.96296-4} * (1.33333-2) = 1.61702$
  - $f'(\widetilde{x}) = f'(1.61702) = -0.53784$
  - $f'(\widetilde{x}) <= 0$, следовательно $a = x$
- 3 итерация
  - $\widetilde{x} = a - \frac{f'(a)}{f'(a)-f'(b)}(a-b) = 1.61702 - \frac{-0.53784}{-0.53784-4} * (1.61702-2) = 1.66241$
  - $f'(\widetilde{x}) = f'(1.66241) = -0.0809$
  - $f'(\widetilde{x}) <= 0$, следовательно $a = x$
- 4 итерация
  - $\widetilde{x} = a - \frac{f'(a)}{f'(a)-f'(b)}(a-b) = 1.66241 - \frac{-0.0809}{-0.0809-4} * (1.66241-2) = 1.66911$
  - $f'(\widetilde{x}) = f'(1.66911) = -0.01181$
  - $f'(\widetilde{x}) <= 0$, следовательно $a = x$
  - $|f'(\widetilde{x})| <= e$ или $0.01181 <= 0.05 \Rightarrow$ заканчиваем итерации

$x^* = \widetilde{x}$

$f^* = f(\widetilde{x})$

Точка минимума 1.66911 и приближенное значение 3.37340

Метод Ньютона

- 1 итерация
  - $x_{k+1} = x_k - \frac{f'(x_k)}{f''(x_k)} = 1 - \frac{-5}{5} = 2$
- 2 итерация

- $x_{k+1} = x_k - \frac{f'(x_k)}{f''(x_k)} = 2 - \frac{4}{14} = 1.71429$

- 3 итерация
  - $x_{k+1} = x_k - \frac{f'(x_k)}{f''(x_k)} = 1.71429 - \frac{0.46647}{10.81633} = 1.67116$
- 4 итерация
  - $x_{k+1} = x_k - \frac{f'(x_k)}{f''(x_k)} = 1.67116 - \frac{0.00949}{10.37832} = 1.67025$
  - $|f'(x_k)| <= e$, или $0.00949 <= 0.05 \Rightarrow$ заканчиваем итерации

$$x^* \approx x_k = 1.67116$$

$$f^* \approx f(x_k) = 3.37339$$

Точка минимума 1.67116 и приближенное значение 3.37339

Истинное значение