Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерный технологий

Домашнее задание №2

по моделированию

Вариант 75/55

Выполнили:

Дьячков Андрей P3309

Захаркин Богдан P3309

Санкт-Петербург

2023 г.

1. **Постановка задачи и исходные данные**

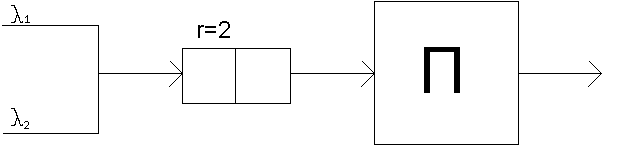
Изучение метода Марковских случайных процессов и его применение для исследования приоритетных моделей – систем массового обслуживания (СМО) с неоднородным потоком заявок.

Исходные данные:

1. Интенсивности поступления заявок 1 и 2 классов: λ1 = 0,1; λ2 = 0,2.
2. Длительности обслуживания заявок: b1 = 3; b2 = 2.

**2) Описание исследуемой системы.**

* 1 обслуживающий прибор;
* поток заявок неоднородный – два класса заявок, заявки второго класса имеют приоритет по отношению к заявкам первого класса;
* имеется один общий накопитель емкостью 2;
* дисциплина обслуживания – относительные приоритеты (ОП);
* поступившая заявка занимает свободный прибор с большим номером;
* заявка второго класса, поступающая в систему при заполненном накопителе, вытесняет из него заявку первого класса, которая теряется;
* прерванная в обслуживании заявка первого класса возвращается в общий накопитель только при наличии в нем свободных мест;



**Перечень состояний Марковского процесса для исследуемой системы**

Кодируем состояния следующим образом: (r1, r2, П),

Где П-обозначает прибор, а r1 и r2 – места в накопителе; 0 означает отсутствие заявки, 1 означает присутствие заявки первого класса, 2 – второго.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | П | r1 | r2 |
| E0 | 0 | 0 | 0 |
| E1 | 1 | 0 | 0 |
| E2 | 2 | 0 | 0 |
| E3 | 1 | 0 | 1 |
| E4 | 2 | 0 | 1 |
| E5 | 1 | 0 | 2 |
| E6 | 2 | 0 | 2 |
| E7 | 1 | 1 | 1 |
| E8 | 2 | 1 | 1 |
| E9 | 1 | 1 | 2 |
| E10 | 2 | 1 | 2 |
| E11 | 1 | 2 | 1 |
| E12 | 2 | 2 | 1 |
| E13 | 1 | 2 | 2 |
| E14 | 2 | 2 | 2 |

# Граф переходов

# Матрица интенсивностей переходов

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 0 | -λ1-λ2 | λ1 | λ2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | μ1 | -μ1-λ1-λ2 | 0 | λ1 | 0 | λ2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | μ2 | 0 | -μ1-λ1-λ2 | 0 | λ1 | 0 | λ2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | μ1 | 0 | -μ1-λ1-λ2 | 0 | 0 | 0 | λ1 | 0 | 0 | 0 | λ2 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | μ2 | 0 | 0 | -μ1-λ1-λ2 | 0 | 0 | 0 | λ1 | 0 | 0 | 0 | λ2 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | μ1 | 0 | 0 | -μ1-λ1-λ2 | 0 | 0 | 0 | λ1 | 0 | 0 | 0 | λ2 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | μ2 | 0 | 0 | 0 | -μ1-λ1-λ2 | 0 | 0 | 0 | λ1 | 0 | 0 | 0 | λ2 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | μ1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | μ2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | μ1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | μ2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | μ1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | μ2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | μ1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | μ2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

# Система уравнений для определения стационарных вероятностей

1. (λ1 + λ2) p0 = μ1p1 + μ2p2
2. (μ1 + λ1 + λ2) p1 = λ1p0 + μ1p3 + μ2p4
3. (μ2 + λ1 + λ2) p2 = λ2p0 + μ1p7 + μ2p8
4. (μ1 + λ1 + λ2) p3 = λ1p1 + μ1p7 + μ2p8
5. (μ2 + λ1 + λ2) p4 = λ1p2
6. (μ1 + λ1 + λ2) p5 = λ2p1 + μ1p9 + μ2p10 + μ1p11 + μ2p12
7. (μ2 + λ1 + λ2) p6 = λ2p2 + μ1p13 + μ2p14
8. μ1p7 = λ1p3
9. μ2p8 = λ1p4
10. μ1p9 = λ1p5
11. μ2p10 = λ1p6
12. μ1p11 = λ2p3
13. μ2p12 = λ2p4
14. μ1p13 = λ2p5
15. μ2p14 = λ2p6

# Стационарные вероятности состояний

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Код | 000 | 001 | 002 | 011 | 012 | 021 | 022 | 111 |
| Вер-ть | 0,851 | 0,045 | 0,0756 | 0,003 | 0,0116 | 0,0017 | 0,0065 | 0,0002 |
| Номер | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |  |
| Код | 112 | 121 | 122 | 211 | 212 | 221 | 222 |  |
| Вер-ть | 0,0022 | 0,0001 | 0,0013 | 0,0001 | 0,0012 | 0,0001 | 0,0004 |  |

**Результаты расчета характеристик функционирования системы**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | Класс  заявок | Расчетная формула | Значение  хар-ки |
| Нагрузка | 1 | y1 = λ1 / μ1 | 0,4000 |
| 2 | y2 = λ2 / μ2 | 0,4000 |
| Сумм. | y = y1 + y2 | 0,8000 |
| Загрузка | 1 | ρ1 = p1 + p3 + p5 + p7 + p9 + p11 + p13 | 0,0500 |
| 2 | ρ2 = p2 + p4 + p6 + p8 + p10 + p12 + p14 | 0,0988 |
| Сумм. | R = ρ1 + ρ2 | 0,1488 |
| Длина очереди | 1 | l1 =  p3 + p4 + p9 + p10 + p11 + p12 + 2p7 + 2p8 | 0,0221 |
| 2 | l2 =  p5 + p6 + p9 + p10 + p11 + p12 + 2p13 + 2p14 | 0,0119 |
| Сумм. | l = l1 + l2 | 0,0340 |
| ­­­­Число заявок | 1 | m1 =  p1 + 2p3 + p4 + p5 + 3p7 + 2p8 + 2p9 + p10 + 2p11 + p12 + p13 | 0,0723 |
| 2 | m2 =  p2 + p4 + p5 + 2p6 + p8 + p9 + 2p10 + p11 + 2p12 + 2p13 + 3p14 | 0,1107 |
| Сумм. | m = m1 + m2 | 0,1830 |
| Время ожидания | 1 | w1 = l1 / λ1’ | 0,2222 |
| 2 | w2 = l2 / λ2’ | 0,0598 |
| Сумм. | w =  w1λ1’/λ’ + w2λ2’/λ’ | 0,1140 |
| Время пребывания | 1 | u1 = m1 / λ1’ | 0,7271 |
| 2 | u2 = m2 / λ2’ | 0,5566 |
| Сумм. | u = λ1’ u1 / λ’ + λ2’ u2 / λ’ | 0,6134 |
| Вероятность потери | 1 | π1 = p7 + p8 + p9 + p10 + p11 + p12 + p13 + p14 | 0,0056 |
| 2 | π1 = p7 + p8 + p9 + p10 + p11 + p12 + p13 + p14 | 0,0056 |
| Сумм. | π = (λ1π1 + λ2π2) / (λ1 + λ2) | 0,0056 |

**Результаты варьирования параметров**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Характеристика | Класс заявок | Интенсивности потоков заявок | | | | | Ср. длительности обслуживания | | | | |
| Нагрузка | 1 | 0,050 | 0,100 | 0,150 | 0,200 | 0,250 | 0,050 | 0,066 | 0,095 | 0,174 | 1,000 |
| 2 | 0,100 | 0,500 | 0,900 | 1,300 | 1,700 | 0,100 | 0,131 | 0,192 | 0,348 | 1,984 |
| Сум. | 0,150 | 0,600 | 1,050 | 1,500 | 1,950 | 0,150 | 0,197 | 0,286 | 0,521 | 2,984 |
| Загрузка | 1 | 0,050 | 0,088 | 0,107 | 0,115 | 0,118 | 0,050 | 0,065 | 0,093 | 0,157 | 0,324 |
| 2 | 0,099 | 0,441 | 0,644 | 0,747 | 0,800 | 0,099 | 0,130 | 0,185 | 0,314 | 0,643 |
| Сум. | 0,149 | 0,529 | 0,751 | 0,862 | 0,918 | 0,149 | 0,195 | 0,277 | 0,471 | 0,968 |
| Длина  очереди | 1 | 0,022 | 0,145 | 0,248 | 0,308 | 0,340 | 0,022 | 0,037 | 0,073 | 0,196 | 0,790 |
| 2 | 0,011 | 0,241 | 0,546 | 0,786 | 0,956 | 0,012 | 0,021 | 0,043 | 0,126 | 0,762 |
| Сум. | 0,034 | 0,387 | 0,794 | 1,094 | 1,296 | 0,034 | 0,058 | 0,116 | 0,322 | 1,552 |
| Число  заявок | 1 | 0,072 | 0,234 | 0,355 | 0,423 | 0,458 | 0,072 | 0,102 | 0,166 | 0,353 | 1,114 |
| 2 | 0,112 | 0,683 | 1,190 | 1,533 | 1,757 | 0,112 | 0,151 | 0,228 | 0,439 | 1,405 |
| Сум. | 0,183 | 0,916 | 1,545 | 1,956 | 2,215 | 0,183 | 0,252 | 0,394 | 0,792 | 2,520 |
| Ср. время  ожидания | 1 | 0,022 | 0,082 | 0,116 | 0,134 | 0,145 | 0,022 | 0,037 | 0,075 | 0,217 | 2,436 |
| 2 | 0,025 | 0,109 | 0,170 | 0,211 | 0,239 | 0,025 | 0,042 | 0,089 | 0,279 | 4,699 |
| Сум. | 0,023 | 0,097 | 0,148 | 0,181 | 0,204 | 0,023 | 0,039 | 0,080 | 0,238 | 3,191 |
| Ср. время  пребывания | 1 | 0,072 | 0,132 | 0,166 | 0,184 | 0,195 | 0,072 | 0,103 | 0,170 | 0,391 | 3,436 |
| 2 | 0,225 | 0,310 | 0,370 | 0,411 | 0,439 | 0,225 | 0,305 | 0,470 | 0,973 | 8,668 |
| Сум. | 0,123 | 0,231 | 0,288 | 0,324 | 0,348 | 0,123 | 0,170 | 0,270 | 0,585 | 5,180 |
| Вероятность  потери | 1 | 0,006 | 0,118 | 0,285 | 0,425 | 0,529 | 0,006 | 0,011 | 0,028 | 0,098 | 0,676 |
| 2 | 0,006 | 0,118 | 0,285 | 0,425 | 0,529 | 0,006 | 0,011 | 0,028 | 0,098 | 0,676 |
| Сум. | 0,006 | 0,118 | 0,285 | 0,425 | 0,529 | 0,006 | 0,011 | 0,028 | 0,098 | 0,676 |
| Пропускная способность | 1 | 0,994 | 1,765 | 2,146 | 2,298 | 2,354 | 0,994 | 0,989 | 0,972 | 0,902 | 0,324 |
| 2 | 0,497 | 2,206 | 3,218 | 3,735 | 4,002 | 0,497 | 0,494 | 0,486 | 0,451 | 0,162 |
| Сум. | 1,491 | 3,971 | 5,364 | 6,033 | 6,356 | 1,491 | 1,483 | 1,458 | 1,354 | 0,486 |

**Графики зависимостей**

Нагрузка

Если увеличивать интенсивность поступления заявок или уменьшать интенсивность обслуживания, то наблюдается рост нагрузки.

|  |  |
| --- | --- |
| Загрузка | |
|  |  |
|  |  |
| При изменении λi или μi графики зависимостей загрузки возрастают. | |
| Средняя длина очереди | |
|  |  |
|  |  |
| При увеличении интенсивностей поступления заявок средняя длина очереди возрастает. | |
| Вероятность потери заявки | |
| При увеличении интенсивности или длительности обслуживания заявок увеличивается вероятность потери заявки. Т.к. мы имеем ограниченный емкостной накопитель о по достижению определенных значений, резко увеличивается вероятность потери заявки | |

**Вывод**

Изучили метод Марковских случайных процессов и применили его для исследования приоритетных моделей – систем массового обслуживания (СМО) с неоднородным потоком заявок.

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод, что увеличение интенсивности обслуживания ведет к увеличению нагрузки, загрузки, средней длины очереди и других характеристик, а при увеличении длительности обслуживания заявок мы наблюдаем резкое увеличение вероятности потери заявки, связанное с ограниченной емкостью накопителя.