Министерство образования Республики Беларусь

Белорусский государственный педагогический университет
имени Максима Танка

ТВОРЧЕСТВО СТУДЕНТОВ И ШКОЛЬНИКОВ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ И МЕТОДЫ ЕГО РАЗВИТИЯ

Материалы 44-го Международного научного семинара
преподавателей математики и информатики
университетов и педагогических вузов

г. Минск, 25–27 сентября 2025 г.

*Научное электронное издание
локального распространения*

Минск

БГПУ
2025

ISBN 978-985-29-0658-6

УДК 51(082)
ББК 74.262.21(082)
Т81

Т81 **Творчество** студентов и школьников в области математики и информатики и методы его развития : материалы 44-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов, г. Минск, 25–27 сентября 2025 г. / Белорус. гос. пед. ун-т им. Максима Танка ; редкол.: А. Г. Мордкович, А. В. Ястребов, И. Е. Малова. – Минск : БГПУ, 2025.
ISBN 978-985-29-0658-6.

В сборник включены статьи участников 44-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов по актуальным проблемам математического образования и образования в области информатики.

Адресуется преподавателям учреждений общего среднего, среднего специального, высшего и дополнительного образования, аспирантам, магистрантам, студентам и слушателям учреждений, обеспечивающих повышение квалификации и переподготовку педагогических кадров.

Минимальные системные требования:
Операционная система Windows 98 и выше Процессор Pentium III, RAM 32 Mb (ОЗУ), HDD 250 Mb
Видеоадаптер с разрешением 800×600, 256-цветов,
32 Mb видеопамяти, DVD-ROM, мышь

Программное обеспечение: Adobe Acrobat Reader

Издается в авторской редакции

Ответственный за выпуск *Л. Л. Тухолко*
Дизайн обложки *А. М. Романович*

Дата подписания к использованию 24.09.2025. 12,5 Mb. Тираж 5 электрон. экз. Заказ 396.

Исполнение: учреждение образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка».
Ул. Советская, 18, 220030, Минск. https://bspu.by

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

НАПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЯ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ В БЕЛОРУССКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ ПЕДАГОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ ИМЕНИ МАКСИМА ТАНКА

А. И. Жук, д. пед. н., профессор, ректор,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
rector@bspu.by

Аннотация. Представлен опыт системной работы по развитию творческих способностей обучающихся в области математики и информатики в Белорусском государственном педагогическом университете имени Максима Танка; охарактеризованы направления этой работы.

Ключевые слова: развитие творчества, подготовка учителя, физико-математическое образование, образование в области информатики.

DIRECTIONS FOR THE DEVELOPMENT OF STUDENTS' CREATIVE CAPACITY IN THE FIELD OF MATHEMATICS AND INFORMATICS AT THE BELARUSIAN STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY NAMED AFTER MAXIM TANK

A. I. Zhuk, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Rector,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Belarus
rector@bspu.by

Annotation. The experience of systematic work on the development of students' creativity in the field of mathematics and computer science at the Maxim Tank Belarusian State Pedagogical University is presented; the directions of this work are described.

Keywords: development of creative capacity, teacher training, physical and mathematical education, informatics education.

Развитие творческих способностей обучающихся является одной из ключевых задач современного школьного образования, так как именно креативное мышление включено в четвёрку ключевых навыков XXI века, определяемых так называемой концепцией «4К»: критическое мышление (Critical Thinking), креативность (Creativity), коммуникация (Communication) и коллаборация (Collaboration, или командная работа). Эти ключевые компетенции востребованы в любой профессии, а для учителя значимость владения ими многократно возрастает, так как образовательный процесс предполагает не только их применение педагогом, но и обеспечение овладения этими компетенциями учащимися. Именно эти компетенции были заложены в основу Концепции развития педагогического образования в Республике Беларусь на 2021–2025 годы [3]. Особая роль в развитии креативности принадлежит математике и информатике, поскольку освоение данных дисциплин ориентировано на поиск решения различных задач, в том числе нестандартных.

Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка (далее – БГПУ) создаёт условия для развития творческих способностей обучающихся в области математики и информатики для разных категорий обучающихся: преподавателей университета, студентов, учащихся школ и учителей-практиков. Например, в 2021 году для преподавателей БГПУ был организован трёхнедельный онлайн-семинар «Педагогическое образование XXI века: новые вызовы и решения», спикерами которого стали авторитетные представители таких стран-лидеров в развитии физико-математического и информационного образования как Сингапур, Китай, Южная Корея.

Для преподавателей и студентов БГПУ организуются зарубежные командировки в страны, обладающие уникальным опытом физико-математического и информационного образования. Так в 2024 году декан физико-математического факультета БГПУ (далее – ФМФ) А. А. Францкевич в ходе форума «2024 China-Belarus Expert Bilateral Exchange Event» («Двухсторонний обмен экспертами между Китаем и Беларусью 2024») изучал опыт Китая, представители которого являются лидерами Международных математических олимпиад школьников (IMO). В том же году А. А. Францкевич возглавлял команду Республики Беларусь на финальном этапе международных соревнований по робототехнике и программированию в олимпийском стиле «FIRST Global Challenge 2024» в Афинах. В 2022 году студент ФМФ В. С. Миналто обучался по программе академической мобильности в ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет» Российской Федерации.

Лучшие образовательные идеи разных стран в развитии творческих способностей анализируются, апробируются и закрепляются на уровне нормативных документов, учебно-методических материалов и образовательной практики Республики Беларусь. Так, основные образовательные идеи Сингапура (наставничество, вовлечение в исследовательскую деятельность, усиление практической подготовки, проблемно-ориентированное обучение, его связь с окружающим миром и технологиями, обучение лидерству) нашли отражение в Образовательном стандарте высшего образования для специальности 6-05-0113-04 Физико-математическое образование и учебных планах для различных предметных областей по этой специальности, которые разрабатывались в БГПУ. В числе включенных в них универсальных компетенций – владение основами исследовательской деятельности, решение профессиональных задач на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

Принцип, озвученный коллегами из Сингапура: «Позвольте мне учиться по-другому, чтобы я мог учить по-другому» – реализован в модуле «Проектирование индивидуальных образовательных траекторий обучающихся» учебных планов специальности 6-05-0113-04 Физико-математическое образование для предметных областей «Математика и информатика», «Математика и физика», «Физика и информатика» «Информатика (профилизация Английский язык)» [5]. Этот модуль позволяет студентам IV курса выбрать учебные дисциплины в соответствии с их образовательными потребностями и научиться самим проектировать образовательные траектории учащихся. Студентам предлагаются для выбора следующие учебные дисциплины: «Решение олимпиадных задач по математике / физике / информатике», «Методика профильного обучения математике / физике / информатике», «Формирование функциональной грамотности при обучении математике / физике / информатике» [2], «Организация исследовательской работы по математике / физике / информатике», «STEM-технологии в образовании».

Развитию творческих способностей будущих педагогов способствует непрерывная педагогическая практика. В соответствии с указанными выше учебными планами, учебная практика студентов начинается уже с первого курса, как ознакомительная. На втором курсе она предполагает осуществление проектной деятельности с реализацией фрагментов уроков. На третьем курсе осуществляется продолжительная педагогическая практика (6 недель), предполагающая осуществление учебно-воспитательной деятельности на II ступени общего среднего образования, а для наиболее подготовленных студентов – ещё и проведение констатирующего этапа педагогического эксперимента по выполняемой теме исследования. На четвёртом курсе практика включает два этапа: педагогическая на III ступени общего среднего образования и преддипломная, предполагающие соответственно выполнение поискового этапа педагогического эксперимента и апробацию материалов дипломной работы.

Базами педагогической практики студентов ФМФ являются лучшие учреждения общего среднего образования г. Минска, обладающие кадровым составом высокого уровня. 20% этих учреждений реализуют образовательную программу для профильных классов и групп педагогической направленности на III ступени общего среднего образования (далее – педагогических классов). Отметим, что осуществление обучения в педагогических классах началось в Республике Беларусь по инициативе БГПУ в 2015 году как базовой ступени вхождения школьников в педагогическую профессию. В настоящее время сформировано более 900 педагогических классов и групп, в которых обучаются более 8,5 тыс. учащихся. За весь период на ФМФ обучалось 137 выпускников педагогических классов, а сегодня на факультете обучается – 55.

Активное взаимодействие учреждений высшего и среднего образования открывает широкие возможности для развития творческих способностей будущих педагогов и школьников. Со стороны БГПУ соответствующая работа ведётся по следующим направлениям:

– обеспечение учителей научными основами управления процессом обучения, объясняющими суть происходящих в образовании процессов, механизмы инноваций и раскрывающими современные идеи создания новых технологий (авторские семинары; популярные лекции преподавателей);

– помощь в теоретическом обосновании и описании авторских методик и сложившихся в практике технологий обучения (консультации по линии «Научной лавки» БГПУ);

– предоставление возможностей для внедрения методического опыта в ходе мастер-классов для студентов, участия в научно-практических конференциях и семинарах («Педагогический марафон» во время Декады студенческой науки; «Неделя педагогического опыта на ФМФ» на осенних каникулах; факультетские конференции для профессорско-преподавательского состава и студентов);

– организация и проведение конкурсов и олимпиад, занятий по подготовке к олимпиадам (заключительный этап республиканского конкурса «Учитель года», олимпиады для школьников и студентов по математике, физике и информатике; «Школа юных математиков», «Школа юных информатиков»);

– партнёрство преподавателей ФМФ и учителей в совместных исследованиях и образовательных проектах (научные темы, реализуемые на кафедрах и филиалах кафедр ФМФ; совместные доклады и публикации);

– планирование обеспечения ФМФ научно-педагогическими кадрами, способными создавать и творчески реализовывать инновационные образовательные технологии (участники студенческого научного общества (СНО), студенческих научно-исследовательских лабораторий (СНИЛ));

– разработка учебно-методического обеспечения образовательного процесса (преподаватели ФМФ – авторы учебно-методических комплексов, действующих в Республике Беларусь, по математике, информатике и методикам обучения этим учебным предметам).

Студенты и молодые преподаватели ФМФ являются победителями конкурсов и олимпиад международного и республиканского уровня. Так, в 2024 году преподаватель кафедры математики и методики преподавания математики Е. В. Ворушило-Звежинская была удостоена диплома призёра V Международного конкурса молодых преподавателей системы непрерывного педагогического образования стран СНГ «Педагогическое начало – 2024», который проходил в Москве. На Республиканской студенческой олимпиаде по математике студенты ФМФ получили сразу три диплома. Кроме того, студентов и магистрантов ФМФ приглашают в состав жюри областного этапа Республиканской олимпиады по математике для учащихся учреждений общего среднего образования. Ежегодно студенты и аспиранты ФМФ становятся стипендиатами специального фонда Президента Республики Беларусь по социальной поддержке одаренных учащихся и студентов.

Развитие творческих способностей студентов осуществляется как на учебных занятиях (при выполнении компетентностно-ориентированных заданий и учебных проектов), так и во внеаудиторной деятельности – на занятиях СНИЛ и СНО, а также в ходе выполнения индивидуальных проектов. Лучшие участники СНИЛ и СНО получают грантовую поддержку Министерства образования и Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований. Уникальный опыт организации научно-исследовательской деятельности профессорско-преподавательского состава (ППС) и студентов ФМФ в 2023 году рассматривался на Совете БГПУ. Системная работа по развитию творческих способностей студентов позволила омолодить кадровый состав факультета и обеспечить ежегодное поступление выпускников ФМФ в магистратуру и аспирантуру.

Продуктами творческой деятельности студентов и магистрантов являются учебно-методические материалы, электронные средства обучения, видеоуроки, которые публикуются и находятся в открытом доступе. Так, высокую оценку пользователей сети Интернет получил проект по разработке видеоуроков «Будущие педагоги – детям!», который стартовал в первые дни ковидного периода в 2019 году и обеспечил методическую поддержку образовательного процесса в общеобразовательных школах.

БГПУ предоставляет возможности и для развития творческих способностей студентов в сфере информационной деятельности в соответствии с положениями Концепции цифровой трансформации образования Республики Беларусь на 2019–2025 годы [4]. С этой целью осуществляется комплекс мер по совершенствованию Республиканской информационно-образовательной среды. В 2017 году в БГПУ открыт Республиканский ресурсный центр образовательной робототехники, на базе которого ведётся подготовка студентов, магистрантов и слушателей повышения квалификации по программам, связанным с освоением технологий использования инструментов электронного обучения, образовательной робототехники и искусственного интеллекта в образовательном процессе [1]. Рассматривая новые информационные технологии как мощный инструмент, расширяющий педагогические возможности учителя, мы стремимся обучать студентов применению этих технологий грамотно и этично – в качестве средства креативного решения проблемных задач, а не способа «уйти» от необходимости их решения.

Таким образом, развитие творческих способностей студентов в области математики и информатики является неотъемлемой частью системной научно-методической работы БГПУ, которая осуществляется по следующим направлениям: использование прогрессивных и инновационных идей, их апробация и закрепление в нормативно-методических документах и образовательной практике; обеспечение возможностей для сотрудничества на международном и республиканском уровнях с учреждениями высшего, среднего и послевузовского образования; организация и проведение мотивирующих (конкурсных) мероприятий для ППС, студентов, учащихся и учителей; стимулирование творческой аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающихся; совершенствование информационно-образовательной среды.

Список литературы

1. Жук, А. И. Технологии использования инструментов искусственного интеллекта в образовательном процессе / А. И. Жук, А. А. Францкевич // Адукацыя і выхаванне. – 2025. – № 6. – С. 5–18.
2. Жук, А. И. Функциональная грамотность обучающихся / А. И. Жук, О. Л. Жук [и др.]. – Мн. : Аверсэв. – 2025. – 240 с.
3. Концепция развития педагогического образования в Республике Беларусь на 2021–2025 годы : Приказ Министра обр. Респ. Беларусь от 13 мая 2021 г. № 366. // Национальный образовательный портал. URL: https://www.adu.by/images/2021/06/koncepcija-razvitija-pedagogicheskogo-obrazovanija.pdf (дата обращения: 23.06.2025).
4. Концепция цифровой трансформации образования Республики Беларусь на 2019–2025 годы. – Минск: Министерство образования РБ, 2019. – 18 с. – URL: https://crit.bspu.by/wp-content/uploads/2021/08/concept.pdf (дата обращения: 30.05.2025).
5. Примерные учебные планы по специальности 6-05-0113-04 (по предметным областям) / Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка // Республиканский портал проектов образовательных стандартов высшего образования. – URL: https://edustandart.by/component/jak2filter/?Itemid=119&theme=proekty&category_id=1,2,3,4,5,6,7,9,10,11,12,13,14,15,16,17&xf_1[0]=2&xf_20[0]=2&xf_21[0]=2&xf_18[0]=7 (дата обращения 30.05.2025).

ПРОИСХОЖДЕНИЕ КОНЦЕПЦИИ «МОДЕЛИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ»

А. В. Ястребов, д. пед. н., профессор,
Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского,
Ярославль, Россия
e-mail: alexander.yastrebov47@gmail.com

Аннотация. Полное и подробное изложение концепции, заявленной в названии, сделано в книгах [1, 2]. В данной статье описано *происхождение* концепции, которое ранее не излагалось. Речь идет о серии рассуждений, которые, в конце концов, позволили сформулировать основные положения концепции.
Ключевые слова: исследовательская деятельность, учебный процесс, моделирование.

ON THE ORIGIN OF THE CONCEPTION «TEACHING MATHEMATICS AS A MODEL OF RESEARCH»

A. V. Yastrebov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinskii,
Yaroslavl, Russia
e-mail: alexander.yastrebov47@gmail.com

Annotation. A complete exposition of the conception is presented in the books [1, 2]. At the present paper, we will describe *the origin* of the conception, which was not presented in the past. We will describe the author’s reasoning, which lead us to the main statements of the conception.
Key words: research, teaching, modelling.

В 1989 г. автор этих строк был экстренно командирован на Кубу в качестве научного консультанта кафедры алгебры и геометрии Высшего педагогического института г. Пинар-дель-Рио. Экстренность командировки и несовершенство бюрократической системы привели к тому, что командируемый не был проинструктирован ни о целях, ни о содержании его будущей работы. Все решения пришлось принимать на месте на основе поступающей информации, поэтому автор позволит себе писать далее от первого лица.

Прежде всего, выяснилось, что мне предстоит обучать не студентов, а преподавателей кафедры. Кроме того, обнаружились противоречивые свойства подготовки преподавателей: зная большое количество математических фактов, они довольно плохо знали математику. Причина состояла в наличии серьезных ментальных барьеров в восприятии ими различных разделов математики. Наконец, оказалось, что книжный фонд крайне изношен и грозит исчезновением в течение немногих лет. В этих условиях было принято решение *обучить преподавателей технологии написания учебных пособий.*

Далее последовала серия парадоксальных рассуждений: будучи формально неверными или неполными, они содержали в себе рациональные фрагменты, из которых постепенно выкристаллизовывалась концепция. Отдаю оценку рассуждений на суд читателя.

Первое впечатление состояло в том, что писать пособия просто. Действительно, содержание пособия предопределено программой или стандартом, формулировки определений и теорем давно стали каноническими, а доказательства отшлифованы временем, поэтому потенциальному автору остается простое действие – скрупулезно изложить известные науке факты. Увы, такое рассуждение не объясняло ни трудностей написания хорошего учебника, ни необходимости периодического обновления учебников, ни многого другого.

Второе рассуждение носило личностный характер: *учебник* автора должен помогать его *преподаванию*, а преподавание невольно отражает его *исследования*. Так возникла третья итерация, то есть вопрос о том, каковы базовые свойства исследовательской деятельности в области математики. Другими словами, нужно было понять, как занимались математикой её создатели, например, Фалес, Евклид, Ньютон, Лейбниц, Кардано, Гаусс, Вейерштрасс, Лобачевский, Гильберт, Колмогоров… Все они жили в разные века и тысячелетия, в разных странах и на разных континентах, говорили на разных языках и принадлежали разным культурам, имели разные социальные статусы и цели и, главное, *исследовали разные объекты*. На первый взгляд, они имели крайне мало общего, однако по какой-то причине они все стали характеризоваться как математики. По-видимому, существовали какие-то фундаментальные, неотъемлемые, имманентные свойства их творчества и результатов, которые не зависели ни от чего: ни от исторического периода, ни от конкретного объекта исследования, ни от глубины исследований... Когда *и если* такие свойства будут найдены, именно их и следует выявлять в процессе обучения математике. Это была первая здравая мысль будущей концепции.

Биографии классиков были недоступны на Кубе, а трудности синтеза разнотипных биографий очевидны, поэтому пришлось совершить «подмену» и анализировать мой личный процесс обучения в аспирантуре и последующую защиту диссертации. Полгода аспирантуры и год армии ушли на поиск научной задачи, последующие два года ушли на получение математических теорем, а последние полгода – на оформление текста диссертации. Затем началась реформа ВАКа 1975 года, которая отсрочила защиту на три года.

Итак, в 1975 г. за душой у меня были четыре года труда, напряженного, интересного, разнообразного, поучительного, такого труда, который сделал меня другим человеком. На руках была диссертация объёмом 106 страниц и неясные перспективы. Серьезные (и горестные) размышления о том времени неожиданно привели к пониманию того, что моя личная ситуация хорошо описана в … Большой Советской Энциклопедии: «Наука – сфера человеческой *деятельности*, функцией которой является выработка и теоретическая систематизация объективных *знаний* о действительности… Понятие науки включает в себя как *деятельность* по получению нового знания, так и *результат* этой деятельности – сумму полученных к данному моменту научных знаний».

Выделенные курсивом слова цитаты говорят о ***деятельностно-продуктивном дуализме математики*** (ДПД). Развернутую формулировку можно найти в [2, раздел 2.3]. Так было найдено первое из имманентных свойств математики, о которых говорилось двумя абзацами выше. Не менее важна педагогическая рекомендация, вытекающая из свойства математики как науки: *обучение математике должно быть ориентировано, причём одновременно и в равной мере, как на передачу системы математических знаний, так и на формирование умений и навыков деятельности внутри математики.*

Обнаруженное свойство математики подсказало, что направлением дальнейшей работы может стать поиск *других* дуалистических свойств математики. Они нашлись сравнительно просто в работах классиков. Так, Дж. фон Нейман писал о том, что существует два типа движущих идей современной математики: идеи естественнонаучного, эмпирического происхождения и теоретические идеи, появившиеся внутри математики. Такая точка зрения говорит об ***эмпирико-теоретическом дуализме математики*** (ЭТД) [2, раздел 2.3]. В дополнение к этому А. Пуанкаре писал о том, что природа умозаключения в математике является одновременно и индуктивной, и дедуктивной. Интуиция, основанная на индуктивных умозаключениях, служит средством первичного получения результата, а логика, основанная на дедукции, служит средством его строгого обоснования [2, раздел 2.3]. Так мы пришли к ***индуктивно-дедуктивному дуализму математики*** (ИДД).

Еще одно фундаментальное свойство описывает взаимодействие науки под названием «математика» и представителя этой науки – учёного-математика. Мы говорим о том, что математике присущ ***личностно-социальный дуализм*** (ЛСД). Его суть состоит в том, что имеют место несколько дополняющих друг друга фактов: (а) каждый математический результат изобретается *лично* тем или иным конкретным математиком; (б) математика может существовать только благодаря наличию особого социального института – *научного сообщества;* (в) изобретённый результат становится фактом науки только в результате его *принятия* научным сообществом; (г) процесс принятия нового результата включает в себя *обмен информацией* о содержании нового результата и различные виды экспертных оценок.

В дополнение к системе дуалистических свойств математики укажем на свойства ещё двух объектов: персоны исследователя и области исследований.

Во-первых, работе математика присуще свойство, которое мы назовём ***уникальностью научной деятельности*** (УНД)**.** Суть его проста: математик решает уникальную, единственную в своём роде задачу, предназначенную только ему. Мотивом к длительному и большому усилию, которого требует научная работа, является сочетание общезначимости предполагаемого результата и того факта, что результат будет преподнесён человечеству лично его изобретателем.

Во-вторых, в каждый момент времени наука занимается только тем, что интересно здесь и сейчас, то есть вводит в обиход и исследует новые объекты, выявляет неизвестные свойства известных объектов и т. п. Как следствие, необходимо отобразить в учебных курсах ***содержание математических исследований*** (СМИ), ведущихся в настоящее время или проведённых в прошлом.

Итак, выявлено шесть свойств, которые относятся к науке под названием «математика» и к деятельности представителя этой науки под названием «математик». При всей абстрактности сформулированных положений они позволяют дать ряд педагогических рекомендаций по организации учебного процесса. Приведем их.

1) Целесообразно предлагать студентам такие задания, в процессе выполнения которых они смогут сделать некоторые *самостоятельные* выводы (ДПД).

2) Целесообразно формулировать задания таким образом, чтобы при их выполнении приходилось делать *как индуктивные, так и дедуктивные* умозаключения (ИДД).

3) Целесообразно распределять задания между частями академической группы с целью получения каждой микрогруппой таких утверждений, которые будут служить предметом *информационного обмена* (ЛСД).

4) Целесообразно добиваться максимально возможной *персонализации* заданий (УНД).

5) Целесообразно адаптировать важные математические теоремы и/или этапы их доказательства до уровня учебных задач. Тем самым *содержание реальных математических исследований* (СМИ) будет отражено в учебном процессе.

6) В практике преподавания уже давно существует традиция, которая состоит в выявлении *естественнонаучного происхождения* некоторых важных математических понятий: производной, интеграла, дифференциального уравнения. Целесообразно усилить эту традицию путём рассмотрения задач, приводящих к понятию системы линейных уравнений, понятию группы и т. д. (ЭТД).

В книгах [1, 2] приведены многочисленные педагогические сценарии, которые позволяют реализовать сделанные рекомендации на основе разнотипного и разноуровневого математического материала. Здесь мы приведем пример сценария, который выявляет взаимосвязи между простыми понятиями функционально-графической линии школьного курса, реализуя при этом сделанные выше рекомендации.

Сценарий. Трем микрогруппам (МКГ), независимым друг от друга, предлагается следующее задание. «Рассмотрите в совокупности группу функций и найдите их общее свойство. Вычислите производные этих функций и выясните, обладают ли они каким-либо общим свойством. Сформулируйте гипотезу и докажите её истинность.»

МКГ-1. Функции $\frac{1}{x},\ x^3,\ \sin x, \operatorname{sh} x,\ \operatorname{sgn} x$;

МКГ-2. Функции $x^2,\ \frac{1}{x^4},\ \cos x,\ |x|,\ \Delta(x)$;

МКГ-3. Функции $\cos x,\ \operatorname{tg} 2x,\ \sin 3x,\ const,\ \{x\}$.

Методологический компонент задания наиболее интересен. Действительно, МКГ-1 обнаруживает, что все предложенные функции являются нечетными, а все вычисленные производные – четными. Естественно предположить, что производная нечетной функции (если она существует) является четной, что на поверку оказывается истинным. Тем самым иллюстрируются ИДД и ДПД математики. Другие микрогруппы получают другие теоремы того же типа и уровня сложности, так что возникает база для обмена полученными результатами. Так иллюстрируется ЛСД математики.

Лингвистический компонент задания состоит в рассмотрении шести глаголов, участвующих в её формулировке, которые означают шесть различных умственных действий. Доказательство, столь характерное для математики, стоит последним в списке и в данной задаче является отнюдь не самым трудным.

Технический компонент задания состоит в наличии «неудобных» для дифференцирования неэлементарных функций $\operatorname{sgn} x$, $\Delta(x)$, $\{x\}$ и $|x|$. Если действовать по определению, то мы получим производные функций, заданные словесно:

$$\operatorname{sgn}' x = \Delta'(x) = \begin{bmatrix} 0, \text{ если } x > 0, \\ 0, \text{ если } x < 0; \end{bmatrix} \quad \{x\}' = 1, \text{если } x \notin \mathbb{Z}; \quad |x|' = \begin{bmatrix} 1, \text{если } x > 0, \\ -1, \text{если } x < 0. \end{bmatrix}$$

Между тем, эти же производные можно задать аналитически:

$$\operatorname{sgn}' x = \Delta'(x) = \frac{0}{x}; \quad \{x\}' = \frac{\sin \pi x}{\sin \pi x}; \quad |x|' = \frac{x}{|x|} = \frac{|x|}{x}.$$

Так неожиданно обнаруживается, что производная неэлементарной функции может оказаться элементарной, то есть что дифференцирование «упрощает» функцию.

Педагогический компонент задания выявляется в процессе анализа сценария работы с ним в терминах компетентностного подхода к преподаванию. Можно показать, что этот сценарий участвует в формировании целого ряда ключевых компетенций из популярного списка А. В. Хуторского: коммуникативной, учебно-познавательной, информационной, социально-трудовой и компетенции личного самосовершенствования.

Автор убежден в том, что канонический материал учебных курсов может быть дидактически обработан таким образом, что реализация полученных сценариев позволит моделировать в учебном процессе многие свойства исследовательской работы.

Список литературы

1. Ястребов, А. В. Исследовательское обучение математике в школе / А. В. Ястребов. – М. : МЦНМО, 2022. – 176 с.

2. Ястребов, А. В. Обучение математике в вузе как модель научных исследований / А. В. Ястребов. – М. : МЦНМО, 2023. – 337 с.

РОЛЬ ДИАЛОГОВЫХ ВИДЕОЛЕКЦИЙ В РАЗВИТИИ МЕТОДИЧЕСКОГО ТВОРЧЕСТВА СТУДЕНТОВ

И. Е. Малова, д. пед. н., профессор,
Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского,
Брянск, Россия,
Южный математический институт Владикавказского научного центра РАН,
Владикавказ, Россия
e-mail: mira44@yandex.ru

Аннотация. Раскрыты особенности диалоговых видеолекций по методике обучения учащихся; обосновано, почему эти особенности способствуют методическому творчеству будущих учителей; представлены методические решения, которые не использовались в традиционном формате лекций.

Ключевые слова: методическая подготовка учителя математики, информатики, физики, базовые методики обучения математике, информатике, физике.

THE ROLE OF DIALOG VIDEO LECTURES IN THE DEVELOPMENT OF STUDENTS' METHODICAL CREATIVITY

I. E. Malova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Bryansk State Academician I. G. Petrovski University,
Bryansk, Russia,
Southern Mathematical Institute of the Vladikavkaz Scientific Center
of the Russian Academy of Sciences,
Vladikavkaz, Russia
e-mail: mira44@yandex.ru

Annotation. The features of dialog video lectures on the teaching methods of pupils are revealed; it is substantiated why these features contribute to the methodical creativity of future teachers; methodical solutions that were not used in the traditional lecture format are presented.

Keywords: methodical training of mathematics teachers, methods of teaching mathematics, methods of teaching computer science, methods of teaching physics.

Развитие цифровых технологий и расширение возможностей их использования внесли изменения и в сферу образования. Появилась возможность изучать новое не только в аудитории, но и за её пределами, например, работая с видеозаписями лекций.

Не случайно создание учебных видеолекций стало дидактической проблемой.

Для решения проблемы проводился анализ видеолекций, представленных на сайтах различных вузов страны. Так, в работе [5] проведён анализ 94 курсов, в работе [3] – 100 видеолекций, Ю. Е. Шабалин [4] исследовал порталы различных вузов.

В результате проведённого анализа были выделены преимущества (временная и географическая мобильность и др.) и недостатки (пассивность зрителей/слушателей и др.) видеолекций, обозначены их цели, сформулированы требования к объёму учебных видеолекций, представлены некоторые приёмы активизации внимания студентов и организации их самостоятельной работы.

Исследователи Сургутского государственного университета [1] изучали мнение студентов о видеолекциях, ими было выявлено противоречие между тем, что студентов привлекают такие видеолекции, в которых отражено самое главное, и оно изложено коротко, и невозможностью таких лекций развивать критическое мышление, обеспечивать глубокое понимание материала и его применение. Это противоречие согласуется с выводом О. В. Москаленко [3], что в просмотренных видеолекциях наименее успешно реализована обучающая функция видеолекций. Не случайно и в работе [2] поднимается вопрос о необходимости исследования содержания видеолекций, чтобы они становились учебными.

В 2024 году преподавателям Брянского государственного университета было предложено создать видеолекции для Федерального портала «Моё образование» (https://online.edu.ru/public/promo).

Возникли вопросы-проблемы, решение которых отражено в особенностях, созданных нами видеолекций.

Во-первых, *по какой тематике должен быть лекционный материал*? Остановились на том, что это должен быть модуль, посвященный базовым методикам обучения, так как считаем, что именно эти методики необходимы каждому учителю на каждом уроке, значит, они составляют основу методической подготовки будущего учителя. У нас имелся опыт переноса базовых методик обучения математике на обучение информатике и физике, поэтому модуль лекций мы назвали «Базовые методики обучения математике, информатике, физике».

Во-вторых, *как в видеолекции сохранить диалоговый характер*, который был в аудиторном формате лекций? Решено было, что лекции будут читать два методиста с меняющимися ролями в зависимости от содержания. Удалось продемонстрировать диалоги: «преподаватель-студент», «методист-методист», «учитель-ученик». В отличие от видеолекций, которые анализировались в представленных источниках, видеолекции в предложенном нами формате – это анимационные слайды с закадровыми голосами методистов, а не запись лектора у доски. Предложенный формат можно назвать бинарной лекцией, лекцией-визуализацией.

В-третьих, *какой должна быть структура видеолекций*? Было решено в каждой лекции выделять три части: анонсирующую новую и/или обобщающую предыдущие лекции; теоретическую часть с реализацией теории на примерах трёх учебных предметов; часть, в которой представлены студенческие проекты.

Выделенные особенности созданных видеолекций способствуют развитию методического творчества студентов по следующим причинам.

Во-первых, любое методическое творчество должно опираться на закономерности обучения, эти закономерности отражены в базовых методиках обучения математике, информатике, физике.

Во-вторых, содержание слайдов компьютерных презентаций так организовано, чтобы ведущая роль в диалогах была отведена студентам. В одних случаях предполагается составление студентами вопросов, в других – подбор аргументов, проведение анализа текста или ситуации и др. Эти действия являются важными составляющими творческой деятельности. А сравнение своих вариантов решения с теми, которые представлены на слайдах, способствует развитию творческого мышления.

В-третьих, демонстрация творческих методических проектов других студентов вселяет уверенность в собственных силах.

Создание видеолекций оказалось творческим делом и для их авторов.

Творчество проявилось в разработке содержания лекций, их структуры, способов обсуждения всех материалов. Родились новые методические решения:

1) созданы вопросы анализа фрагментов урока для этапов введения и усвоения определения, алгоритма, теоремы, этапов работы над задачей;

2) составлены списки приёмов, которые демонстрировались при обсуждении содержания лекций;

3) разработан закадровый диалог двух методистов по всем базовым методикам обучения математике, информатике, физике.

Кроме того, были поставлены вопросы, потребовавшие консультаций со специалистами в области методики обучения информатике, методики обучения физике. Эти вопросы связаны с тем, что многим понятиям в этих учебных предметах не даются определения, значит, трудно организовать обучение распознаванию этих понятий среди других, трудным оказалось выделение в школьных учебниках способов обоснования утверждений.

Созданные видеолекции обладают указанными другими исследователями преимуществами, а также дополнительными.

Во-первых, появилась возможность расширить содержание закадровыми обсуждениями, приёмами, студенческими проектами.

Во-вторых, удалось показать одни и те же закономерности обучения учащихся для трёх учебных предметов, обозначить проблемы в реализации отдельных положений базовых методик, сформулировать вопросы, которые требуют дополнительных исследований.

Надеемся, что нам удалось создать видеолекции обучающего характера, активизирующие познавательную и рефлексивную деятельность студентов.

Соблюдено и требование к объёму и навигации по материалам видеолекции – запись каждой лекции представлена как набор отдельных файлов, позволяющий студентам выбирать нужные файлы по их названиям.

Предложены следующие рекомендации студентам по работе с материалами видеолекций:

1. Зафиксировать список вопросов, ответы на которые учителю нужно знать наизусть (такой список дается на слайде, следующим за объявлением темы лекции).

2. Отражать в своих записях ответы на эти вопросы лекции (эти ответы представлены в теоретической части лекции).

3. Участвовать в диалогах, при необходимости останавливать просмотр, чтобы потом сравнить свой ответ с прозвучавшим ответом или мнением.

4. Полезно вести методическую копилку, в которой отражать методические прёмы и их назначение, вести каталог тем школьного курса, для которых в лекциях представлены методические решения.

Список литературы

1. Зуев, В. И. Видеолекции как неотъемлимая составная часть электронного обучения / В. И. Зуев, Г. Х. Гатауллина, Е. П. Куркина // Вестник Марийского государственного университета. – 2009. – № 3. – С. 68–70.
2. Вариясова, Е. В. Видеолекция как пример внедрения цифровых технологий в образовательный процесс вуза / Е. В. Вариясова, Е. А. Иванова, В. В. Карнюшина // Вестник НВГУ. – 2021. – № 1 (53). – С.116–123.
3. Москаленко, О. В. Видеолекция как современный метод преподавания психологии в вузе / О. В. Москаленко // Акмеология. – 2016. – №3 (59).– С. 153–157.
4. Шабалин, Ю. Е. Создание учебных видеолекций как дидактическая проблема / Ю. Е. Шабалин // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2012. – №5 (8). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sozdanie-uchebnyh-videolektsiy-kak-didakticheskaya-problema (дата обращения: 21.03.2025).
5. Шестерина, А. М. Видеолекции как компонент вузовского образования / А. М. Шестерина, Д. А. Стерликов // Ученые записки НовГУ. – 2024. – № 2 (53). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/videolektsii-kak-komponent-vuzovskogo-obrazovaniya (дата обращения: 21.03.2025).

РЕАЛИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ПОДХОДА ПРИ ПОСТРОЕНИИ ТЕОРИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ КОНСТРУКТИВНО-ЛОГИЧЕСКОГО МЕТОДА

Л. Л. Тухолко, к. пед. н., доцент,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: tukholko_liudmila@mail.ru

Аннотация. Показано применение конструктивно-логического метода к реализации исследовательского подхода для построения теории обучения математике; описана реверсивная технология планирования тем исследований по методике обучения математике, способствующая раннему включению студентов в научную деятельность.

Ключевые слова: исследовательский подход, теория обучения математике, методы построения теории, конструктивно-логический метод, реверсивная технология.

IMPLEMENTATION OF THE RESEARCH APPROACH WHEN BUILDING A THEORY OF TEACHING MATHEMATICS BASED ON THE CONSTRUCTIVE-LOGICAL METHOD

L. L. Tukholko, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Belarus
e-mail: tukholko_liudmila@mail.ru

Annotation. The article describes the features of using the constructive-logical method in the implementation of a research approach to the construction of the theory of teaching mathematics; describes the reverse technology of long-term planning of research topics on the methodology of teaching mathematics, contributing to the early involvement of students in scientific activities.

Keywords: research approach, theory of teaching mathematics, methods of theory construction, constructive-logical method, reversible technology.

В ряде научных публикаций отмечена тенденция: «Научные исследования постепенно трансформируются в расследования» [1, с. 97] – и уточняется, что «исследование (*research*) направлено на проникновение вглубь изучаемого процесса (явления) и формирование на этой основе нового и, как правило, относительно универсального знания. Расследование же (*investigation*) направлено на поверхностное осмысление фактов и генерирование выводов, имеющих значение лишь в контексте данного момента и данных обстоятельств» [1, с. 96–97]. Объективный характер этих изменений и необходимость сохранять культуру научной работы с обширной, объективной информацией, грамотного оформления и представления результатов, требуют поиска методов, мотивирующих к проведению исследований. Наивысшей формой организации научного знания является теория, соответственно, актуален и поиск новых методов построения теории.

В соответствии с определением научной теории из монографии [2] под *теорией обучения математике* будем понимать логически упорядоченное множество истинных высказываний об этом явлении (обучение математике – взаимодействие учителя и учащихся, направленное на овладение учащимися содержанием общего среднего математического образования под руководством учителя). Разработка *теории обучения математике* может осуществляться учёным для обоснования найденных закономерностей или приведения в систему имеющихся научных знаний об обучении математике. Теорию обучения математике в своём сознании может строить и обучающийся (студент педвуза, слушатель курсов повышения квалификации), который упорядочивает теоретические знания в систему на основе нового учебного материала и изучаемых источников информации. Учёный строит научную теорию, а обучающийся – учебную теорию. Качество теории зависит как от подхода к организации научной или учебной работы, так и от метода построения теории.

Исследовательский подход имеет следующие проявления: проникновение в суть объекта познания; тщательный обзор фактов по источникам информации и их обобщение; построение модели; сбор, анализ и интерпретация данных, полученных с помощью созданной модели; формулирование, аргументация и представление выводов. Такой подход, в отличие от других, раскрывая процедуру работы с данными, облегчает формирование представлений об эмпирическом объекте – «исходном пункте для движения мысли» [2, с. 128] при построении теории (под эмпирическим объектом понимается совокупность абстрактных объектов, обладающих некоторыми общими свойствами, о которых у субъекта есть обобщённые знания). Далее осуществляется построение теории, но известные методы её построения (генетический, гипотетико-дедуктивный, аксиоматический) скорее характеризуют логику получения новых утверждений теории на основе исходных, не проясняя перехода от эмпирического знания к теоретическому.

Мы предлагаем устранить имеющийся пробел в знаниях о построении теории путём применения *конструктивно-логического метода,* суть которого состоит в дополнении аксиоматического метода построения теории до-логическим (подготовительным) этапом, проясняющим процедуру проектирования системы аксиом и объясняющим их назначение.

На до-логическом этапе конструктивно-логического метода построения теории реализуются следующие действия: выбор объекта познания – эмпирического объекта; выбор контекста, в котором задаётся объект познания; описание основных элементов контекста путём идеализации свойств объекта познания так, чтобы их система позволяла однозначно определять элементы этого объекта; выбор предмета познания (свойств элементов объекта познания); описание объектов, связывающих основные элементы контекста для создания конструкций, отражающих свойства элементов объекта познания; установление отношений между основными элементами контекста и соотношений с элементами других множеств;

фиксирование этих отношений в аксиомах, упорядочение аксиом в систему [3]. Описанный метод применим как для построения научной, так и учебной теории в том случае, если элементы эмпирического объекта, выбранного в качестве объекта познания, можно представить в виде конструкций, состоящих из основных элементов контекста.

При построении теории обучения математике в качестве *объекта познания* выбирается *процесс обучения математике*. Его можно представить как совокупность следующих взаимосвязанных видов деятельности: учебно-воспитательной деятельности учителя, учебно-познавательной деятельности учащегося, процесса изучения математики. Последний процесс тоже можно рассматривать как совокупность взаимосвязанных учебной, познавательной, преобразовательной видов деятельности учащегося в области математики.

Контекстом, в котором задаётся объект познания, является процесс базового и среднего математического образования, который может быть сужен до рассмотрения обучения на одной ступени (в одном классе, по материалу одной темы). *Основными элементами контекста* являются действия руководителя, действия исполнителя и их взаимодействие по управлению процессами, связанными с изучением учащимися математики. Предметом познания являются свойства объекта познания, который задаётся основными элементами. Для создания конструкций, проявляющих свойства объекта познания, используются связующие элементы – компоненты методической системы обучения математике (цели, содержание, методы, средства, формы). На основе анализа этих конструкций выявляются и фиксируются в аксиомах (принципах обучения) отношения между основными элементами контекста и связывающими их элементами. Далее для построения логически организованного множества истинных высказываний о процессе обучения математике используется аксиоматический метод построения теории.

Таким образом, реализация исследовательского подхода при построении теории обучения математике на основе конструктивно-логического метода включает следующие этапы: 1) формирование обобщённых представлений о совокупности видов деятельности, составляющих процесс обучения математике, направленный на решение определённой проблемы (выделение эмпирического объекта); 2) до-логическое проектирование системы аксиом (принципов такого обучения); 3) формулирование системы аксиом, логическое упорядочение известных истинных высказываний и логический вывод новых высказываний об обучении математике для решения определённой проблемы.

Важным условием реализации исследовательского подхода при построении научной теории обучения математике является выявление актуальной методической проблемы, что трудно для молодых учёных и требует участия наставников. Весомый теоретический результат по решению значимой проблемы сложно получить за короткое время. Вероятность разработки полноценной теории и методики обучения математике за три года обучения в аспирантуре возрастает, если исследование начнётся ещё в студенческие годы, например, с курсовой работы. Для реализации исследовательского подхода к организации долгосрочной научной работы студентов необходим механизм, позволяющий осуществлять перспективное планирование тем научных исследований.

Традиционно процесс планирования тем научных исследований для обучающихся, проявивших интерес и способности к методическим исследованиям, движется от тем их учебных проектов к теме курсовой, затем дипломной работы и далее к темам магистерской и кандидатской диссертаций. Процесс планирования тем исследований в логике *реверсивной технологии*, предлагаемой нами (реверсивный – обеспечивающий возможность движения чего-либо в направлении, противоположном начальному), подготавливает обратное движение исследовательской мысли. *Реверсивная технология перспективного планирования тем* *исследований по методике обучения математике* [4] состоит в следующем: за основу берётся актуальная тема кандидатской диссертации; затем продумываются элементы диссертации, соответствующие уровням магистерской, дипломной и курсовой работ; названия курсовых работ варьируются около выбранной темы и в формулировках тем учебных проектов по дисциплинам; темы учебных проектов, курсовых работ и задания к ним предлагаются всем желающим студентам трёх первых курсов; далее работа ведётся с теми, кто всерьёз заинтересовался предложенной темой, самостоятельно выполнив задания по ней на творческом уровне.

Реализация перспективного планирования предполагает, что на уровне курсовой работы студент в ходе анализа литературы и констатирующего эксперимента под руководством преподавателя выявит некоторую проблему образовательного процесса обучения математике в школе, наметит и апробирует способы её решения; при выполнении дипломной работы обоснует их целесообразность, разработает и апробирует средства обучения; в магистерской диссертации предложит и апробирует соответствующую методику обучения математике, позволяющую решить проблему; в кандидатской диссертации разработает теоретические основы обучения по этой методике и обоснует её эффективность в эксперименте. Наиболее способные соискатели учёной степени кандидата педагогических наук могут построить теорию обучения математике, реализующую решение определённой проблемы, что подтверждает опыт работы по этой технологии в Белорусском государственном педагогическом университете имени Максима Танка.

Итак, исследовательский подход при построении теории обучения математике может быть реализован на основе конструктивно-логического метода, состоящего в формировании обобщённых представлений об эмпирическом объекте – процессе обучения математике, направленном на решение определённой проблемы, – и его компонентах; выполнении дологических действий по проектированию системы аксиом (принципов такого обучения); формулировании системы аксиом, логическом упорядочении известных истинных высказываний и логическом выводе новых высказываний об обучении математике, позволяющем решить определённую проблему. Раннему включению студентов в деятельность по решению методических проблем способствует применение реверсивной технологии перспективного планирования тем исследований по методике обучения математике, состоящей в движении процесса планирования от темы кандидатской диссертации к тематике курсовых исследований и учебных проектов.

Список литературы

1. Балацкий, Е. В. Смена научно-поисковой парадигмы: расследования против исследований / Е. В. Балацкий // Управление наукой и наукометрия. 2008. – № 4. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/smena-nauchno-poiskovoy-paradigmy-rassledovaniya-protiv-icsledovaniy (дата обращения: 21.07.2025).

Лебедев, С. А. Современная философия науки : монография / С. А. Лебедев. – М. : Проспект, 2024. – 312 с.

Тухолко, Л. Л. Применение конструктивно-логического метода для построения Евклидовой геометрии и теории обучения математике / Л. Л. Тухолко // Матэматыка і фізіка, 2025. – № 2 (156). – С. 3–14.

Тухолко, Л. Л. Реализация реверсивной технологии планирования методических исследований по математике в Белорусском государственном педагогическом университете имени Максима Танка / Л. Л. Тухолко // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе : материалы Междунар. науч.-практич. интернет-конф., г. Москва, 22–26 апреля 2024 г. / под ред. Л. Л. Босовой. [Электронное издание сетевого распространения]. – М. : МПГУ, 2024. – С. 337–340.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТРЕНД В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ЦИФРОВУЮ ЭПОХУ

В. А. Тестов, д. пед. н., к. ф.-м. н., профессор,
Вологодский государственный университет,
Вологда, Россия,
Р. А. Попков, к. ф.-м. н., доцент,
Национальный исследовательский университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия
vladafan@inbox.ru, rpopkov@itmo.ru

Аннотация. Показано, что в цифровую эпоху в математике все заметнее развиваются экспериментальные направления. Все актуальнее становится внедрение в обучение математике экспериментальных, исследовательских методов. Необходимо обновлять содержание математических курсов и методы их преподавания, отдавая предпочтение исследовательскому обучению и применению систем компьютерной математики.

Ключевые слова: математизация знаний, экспериментальные методы, исследовательское обучение, системы компьютерной алгебры.

EXPERIMENTAL TRENDS IN TEACHING MATHEMATICS IN THE DIGITAL AGE

V. A. Testov, Doctor of Pedagogical Sciences,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Vologda State University,
Vologda, Russia,
R. A. Popkov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
National research. ITMO University,
Saint Petersburg, Russia,
vladafan@inbox.ru, rpopkov@itmo.ru

Annotation. It is shown that experimental trends are developing more and more noticeably in mathematics in the digital age. The introduction of experimental mathematics methods into the educational process is becoming increasingly relevant. It is necessary to update the content of mathematical courses and their teaching methods, giving preference to research training and the use of computer mathematics systems.

Keywords: knowledge mathematization, experimental methods, research training, computer algebra systems.

Процесс цифровизации науки и образования возник не только с появлением новых компьютерных технологий, но и в связи с началом нового этапа математизации знаний, с возникновением таких математизированных областей знаний, как искусственный интеллектт (ИИ), большие данные, нейросети и т. д. Информатизация общества стремительно ускоряется, происходит «революция искусственного интеллекта», по своему масштабу сопоставимая с предыдущими информационными революциями. Для перехода к цифровизации потребовалось достижение математикой некоторого нового, более высокого уровня развития. Все это свидетельствует о необходимости рассматривать математизацию знаний как фундамент процесса цифровизации [4].

Необходимо заметить, что на протяжении всей истории развития математики её основные результаты были получены сначала с помощью экспериментов и индуктивных рассуждений. Но затем математика превратилась в теоретическую науку, основанную на аксиоматическом методе, особенно в период с конца XIX и по 60-е годы XX века. Аксиоматическое мышление оказало существенное влияние на развитие всей математики, которая стала образцом использования в науке точных понятий и логических рассуждений. Такое понимание математики проникло и в школьные, и вузовские математические курсы. Такие курсы приобрели в основном теоретический характер, а авторы пособий и учебников по математике стремились все логически обосновать и доказать. Однако во многих случаях логическую стройность они были вынуждены заменить псевдострогостью.

Но начиная с 70-х годов XX века идеи аксиоматической парадигмы в математике стали уступать место другим направлениям, которые ближе к практике и экспериментам. В настоящее время характерной чертой математических исследований становится взаимодействие в них различных экспериментальных и теоретических методов.

С появлением современных компьютеров и программных средств для обработки математических данных существенно увеличились возможности проведения экспериментов с математическими объектами, заменяющими реальные натурные эксперименты. Всё актуальнее становится внедрение методов экспериментальной математики не только в научные исследования, но и в образовательный процесс. В цифровом обществе становится все более очевидным, что учащиеся должны быть освобождены от необходимости вручную выполнять сложные преобразования, запоминать большой объём информации, что необходимо больше внимания уделять развитию навыков творческого мышления. Многие учителя предприняли шаги по обновлению методов обучения математике в соответствии с новой парадигмой, стремясь усилить экспериментальную составляющую и использовать с этой целью системы компьютерной математики. Подавляющее большинство из этих попыток относилось к курсу геометрии с использованием систем динамической геометрии: «GeoGebra», «1С: Математический конструктор» и других, причем, как для школьников, так и для студентов – будущих учителей. Теперь приходит пора широкого применения компьютерных средств не только в геометрии, но и алгебре, и математическом анализе.

В цифровую эпоху новое звучание получила и проблема формирования математического мышления у школьников и студентов [3]. Хотя эта проблема давно стоит перед исследователями, но пути её решения все время совершенствуются. В настоящее время решение этой проблемы исследователи все больше связывают с возможностями искусственного интеллекта, современных компьютеров и систем компьютерной математики.

Исследования показывают, что эффективность обучения математике зависит не только от глубины и прочности овладения обучающимися знаниями, умениями и навыками, но и в значительной степени от развития их математического мышления, от уровня их готовности к исследовательским и творческим действиям, причем не только в области математики. Основной целью математического образования, как отмечал В. И. Арнольд, должно быть воспитание умения математически исследовать явления реального мира.

Приходит осознание того, что целью обучения математике, прежде всего, должно быть понимание идей, заложенных в основных объектах, теоремах и формулах, а также формирование готовности к исследованиям. Ключевым в обучении математике должно являться обучение математическим методам рассуждения. Это включает в себя не только построение доказательств, примеров и контрпримеров к утверждениям, но и само осмысление введенных понятий, внимательный анализ уже построенных примеров, выдвижение гипотез, впоследствии подвергаемых проверке. В той мере, в какой математика является естественной наукой, ей присущи эксперименты. Естественно перепоручить выполнение экспериментов, если это возможно, компьютеру.

Но если взглянуть на классические школьные и вузовские математические дисциплины, то можно увидеть накопившиеся недостатки. Прежде всего, это проявляется в консерватизме как при выборе содержания, так и в способах его представления. Основное содержание этих дисциплин не обновлялось не только в школьном курсе, но и во многих вузах более полувека. Многие преподаватели математических кафедр не стремятся к обновлению своих курсов. Основные математические курсы (алгебры, математического анализа) пытаются перестроить лишь отдельные энтузиасты. В результате студенты вынуждены вручную решать, например, системы линейных уравнений с помощью метода Крамера, теряют много времени на вычисление интегралов, на решение дифференциальных уравнений, хотя, используя компьютер, все это можно сделать намного быстрее. Студентам и школьникам зачастую предлагается большое количество бессмысленных вычислительно-синтаксических задач, которые не представляют собой никаких значимых идей.

Современные системы компьютерной алгебры предоставляют замечательную возможность проведения формальных вычислений и различных экспериментов. Эти системы не требуют от человека владения глубокими программистскими навыками, а их команды близки естественному языку [1]. С нашей точки зрения, использование систем компьютерной алгебры полезно внедрять еще в школе или с самых первых дней пребывания в вузе [2].

Представляется разумным сосредоточиться на задачах, с которыми учащиеся сталкиваются в школе и которые предоставляют хорошие примеры для будущих абстрактных понятий. В частности, одним из таких вариантов являются задачи по теории чисел. Они являются одними из самых сложных задач на ЕГЭ, поэтому учащиеся имеют к ним, с одной стороны, интерес, а с другой – некоторый страх. Сам восторг, испытываемый от того, сколь эффективно система компьютерной алгебры решает сложную задачу, является мотивирующим для дальнейшего изучения математики. Ведь сразу возникает вопрос, *как* она это делает? И здесь мы возвращаемся к тому, о чём сказали чуть выше – к *пониманию* идей. Разумеется, это может потребовать изменений в привычных математических курсах, выбрасыванию явной архаики и добавления чего-то нового. Например, необходимо большее внимание к конечным объектам. Студенты на знакомых задачах знакомятся с синтаксисом систем компьютерной алгебры, основными командами, что впоследствии облегчает использование этих систем для работы уже с новым объектами. Выбор конкретной системы компьютерной алгебры является делом вкуса и привычки. Мы советуем обратить внимание на систему *SageMath.* Она бесплатная и свободно распространяемая, реально богатая возможностями и продолжающаяся развиваться, её синтаксис подобен языку *Python*. Приведём несколько примеров (после знака # в *Sage* приводится комментарий).

1. Определите, сколькими нулями оканчивается число 2025!.

Данная задача является поводом вспомнить основную теорему арифметики и *понять* благодаря чему на конце числа получаются нули. Как эту задачу решить в *Sage*? Разумеется, не нужно выводить само это число на экран и считать нули вручную. Систему нужно спрашивать именно то, что мы хотим узнать – это важный навык при работе, и стоит сразу приучать к нему студентов.

```
sage: n = factorial(2025) # мы не выводим на экран само число!
sage: str_n = str(n) # преобразовываем числа в строку
sage: len(str_n) # длина строки
    5819
sage: str_n.rstrip('0') # удаление из строки нулей на конце
sage: len(str_n) – len(str_n.rstrip('0'))
    505
```

2. Числа 2^{2025} и 5^{2025} выписаны одно за другим в десятичной записи. Сколько всего цифр выписано? Здесь уместно сначала рассмотреть частные случаи с маленькими степенями и сформулировать гипотезу. *Sage* позволяет её проверить.

```
sage: a = 2^2025; b = 5^2025
sage: str_a = str(a);  str_b = str(b)
sage: len(str_a + str_b)
      2026
```

3. Какой остаток получится при делении числа $\underbrace{2025\,2025\ldots2025}_{100}$ на 133?

Для решения этой задачи можно организовать цикл, но есть способ проще.

```
sage: str_n = '2025' * 100 # создаём строку из ста блоков 2025
sage: n = Integer(str_n) # преобразовываем строку в целое число
sage: mod(n,133) # получаем остаток
      30
```

В этой задаче вполне уместно провести небольшое исследование и составить таблицу остатков в зависимости от количества блоков, например, от 1 до 100. Более того, учащиеся могут провести эксперименты даже для ещё не решённых задач.

Таким образом, все более очевидной становится необходимость учета новых тенденций в обучении математике: уделение большего внимания развитию средств математического мышления, внедрение исследовательских и экспериментальных методов, а также систем компьютерной алгебры в учебные курсы математики. Эксперименты в системах компьютерной алгебры при правильном использовании «накачивают» ум и гипотезами, и примерами, и конструкциями.

Список литературы

1. Попков, Р. А. Алгебра vs компьютерная алгебра в контексте массового математического образования / Р. А. Попков, М. А. Москаленко, А. В. Табиева, М. В. Матвеева // Современное профессиональное образование. – 2024. –№ 3. – С. 50–53.

2. Тестов, В. А., Исследовательское обучение математике и системы компьютерной алгебры / В. А. Тестов, Р. А. Попков //Вестник Сыктывкарского университета. – Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. – 2024. – Вып. 4 (53). – С. 52−68. URL: https://doi.org/10.34130/1992-2752_2024_4_52 (дата обращения 22.03.2025).

3. Тестов, В. А. Формирование структур математического мышления при обучении математике в цифровую эру / В. А. Тестов // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2025. – № 3 (март). – С. 204–217.

4. Тестов, В. А. Цифровизация науки и образования как результат синергии процессов информатизации и математизации / В. А. Тестов //Педагогическая информатика. – 2024. – № 2. – С. 111–120.

СИНГУЛЯРНЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИХ РОЛЬ В РАЗВИТИИ ТВОРЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ

В. Г. Ермаков, д. пед. н., к. ф.-м. н., доцент,
Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины,
Гомель, Беларусь
e-mail: vgermakov@gmail.com

Аннотация. Проблема развития творческого потенциала учащихся в процессе обучения математике и пути её решения рассмотрены в статье в двух крайних случаях – в регулярном

учебном процессе и в условиях кризисных обострений образовательного процесса, порождаемых, в частности, понятиями высокого уровня абстрактности.
Ключевые слова: математическое образование, творческий потенциал учащихся, сингулярные методы обучения.

SINGULAR METHODS OF TEACHING MATHEMATICS AND THEIR ROLE IN DEVELOPING THE CREATIVE POTENTIAL OF SCHOOLCHILDREN AND STUDENTS

V. G. Ermakov, Doctor of Pedagogical Sciences,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Francisk Skorina Gomel State University,
Gomel, Belarus
e-mail: vgermakov@gmail.com
*Annotation***.** The problem of developing students' creative potential in the process of learning mathematics and possible ways to address it are examined in this article through two extreme cases: in the context of regular educational activities and under crisis-related tensions in the educational process caused, in particular, by concepts of a high level of abstraction.
Keywords: mathematical education, creative potential of students, singular teaching methods.

Согласно теории поэтапного формирования профессионального творчества, построенной Н. Н. Нечаевым, «творчество не связано непосредственно с родом, видом профессии, а выражает наличие психологического противоречия между возможностями человека и требованиями задачи» [5, с. 42]. Так как каждый человек может оказаться в ситуации, когда его наличных возможностей недостаточно для преодоления разрыва между тем, что есть, и тем, что должно быть, то с психологической точки зрения творчество присуще всем, однако рассматривать его необходимо относительно каждого отдельного индивида. Учитывая огромный объём и сложную структуру математических знаний, накопленных в течение многих столетий, актуальность и возможности развития творческого потенциала учащихся в системе математического образования неисчислимо велики, но велики и препятствия, возникающие на пути формирования этого потенциала.

Сложный баланс между возможностями и препятствиями на этом пути можно оценить, обратившись к истории математики. Так, Ван дер Варден на основе системного анализа клинописных источников доказал высокий уровень развития математики в Вавилоне и Египте, но особенно ценным является его описание вклада в математику Фалеса (600 лет до н.э.). По его словам, «нам теперь известно, что математика начинается не с Фалеса, а по меньшей мере за 1200 лет до него, в Вавилоне» [1, с. 123]. Во время Фалеса египетская и вавилонская математика давно уже были мертвыми знаниями, Фалес же получил заслуженную славу того, кто дал логическое построение геометрии и ввел доказательство в геометрию. Хорошо известно, насколько мощным был подъем математики в Древней Греции, в том числе, благодаря этому достижению Фалеса, но заметим, он взялся за «распредмечивание» – ни много ни мало – всей вавилонской математики. Очевидно, с задачей такой сложности мало кто еще мог бы справиться. Отсюда следует, что «разрыв между тем, что есть, и тем, что должно быть» запустит творческую деятельность только при условии его досягаемости для индивида, в противном случае эффект может быть противоположным. Поэтому дозировка величины разрывов должна стать постоянной заботой системы образования.

Во времена Древней Греции названная дозировка в педагогических целях действительно осуществлялась и весьма тонко. Так, отметив меняющийся уровень строгости изложения в «Началах» Евклида, Ван дер Варден пришел к заключению о том, что Евклид не был великим математиком, а свою славу заслужил благодаря своему исключительному педагогическому дарованию. Дидактические достоинства его геометрии проявились, например, в том, что «трудную теорию пропорций по Евдоксу он откладывает до V книги «Начал», а важнейшие темы школьной геометрии излагает в книгах I–IV без пропорций!» [1, с. 269]. Эти четыре книги доступны широкому кругу учеников, а доступность более трудных вопросов обеспечивается дополнительной подготовкой. Отсюда следует, что педагогическая составляющая бурного развития математики в Древней Греции была весьма значительной, при этом в центре событий находилась текущая подстройка уровня трудности заданий, которая должна была стимулировать развитие мышления, но так, чтобы мысль не останавливалась.

Еще один знаковый момент в истории математики древнего мира связан с открытием несоизмеримости стороны и диагонали квадрата. Из-за того, что выразить их соотношение при помощи рациональных чисел нельзя, а других чисел математики того времени не знали, возник запрет на использование чисел в описании геометрических объектов. Пришлось прибегнуть к пропорциям, однако, «чтобы получать результаты этим в высшей степени сложным методом, нужно было еще обладать математическим гением» [1, с. 360]. Греки нашли выход в устной передаче сведений, но, когда в силу ряда причин уменьшилось число математиков-гениев, учащиеся перед непреодолимым для них препятствием оставались без должной помощи, теряли интерес к математике, а без носителей этого знания произошел закат европейской математики, продлившийся более тысячи лет. Заметим, одной из внутренних причин заката стала частная математическая проблема, остроту которой не удается сгладить простым способом. В этой особой точке материала учащимся нужна активная, корректирующая, развивающая помощь педагога. Такого рода особые (сингулярные) методы обучения, слабо формализуемые и используемые в кризисной ситуации, уместно выделить в отдельный (второй) контур управления образовательным процессом. В настоящее время поводов для перехода к двухконтурному управлению много. Ради сжатия растущих объёмов сведений идеал Аристотеля отброшен, начала дедуктивных систем перестали быть самоочевидными истинами, ими становятся ключевые теоремы, превращенные в определения и вводимые без обоснований и мотивировок. В статье «Математика с человеческим лицом» В. И. Арнольд отметил: «Психологические трудности, к которым это приводит читателя, почти непреодолимы для нормального человека». Очевидно, уровень абстрактности этих понятий будет расти и дальше, а с ним будет расти и угроза выученной беспомощности учащихся. При этом в соответствии с давней традицией применения аксиоматического метода обучения время на пропедевтику таких понятий не отводят вовсе.

Андре Фуше в книге «Педагогика математики» отметил поразительное и длящееся на протяжении всей истории педагогики математики чередование двух противоположных методов – догматического и эвристического. В одном случае усилия педагога направляются на развитие индивида при помощи эвристического метода, не считаясь с затраченным временем, в другом случае они направлены на потребности общества в сохранении накапливаемых знаний и опыта, тогда ради экономии времени используют догматический метод, а нужды индивида игнорируют. Начала современных аксиоматических теорий как раз и демонстрируют, что вследствие бурного развития математики эти чередования в конечном счете привели учащихся к тупику.

Способы разрешения этой ситуации рассмотрим на примере курса «Общая топология», в которой двухтысячелетняя предыстория развития её исходных понятий отброшена, а студенты должны подняться на эту вершину за нулевое время. Ввиду этих ограничений полноценную пропедевтику данных понятий можно осуществить только при высокой активности самих студентов. Для восполнения пропусков между ступенями любой оптимальной, но неизбежно разреженной пропедевтической лестницы студентам потребуется высокий уровень самодеятельности и весь их творческий потенциал. Принципиальный момент в проектировании выхода из данного тупика состоит в том, что разрывы между уровнем развития этих качеств, на который студенты уже вышли, и уровнем, который им необходим, очень велики, но при удачной дозировке величины разрывов на каждом шаге движения по лестнице трудностей требуемые качества как раз и будут развиваться. Особая сложность в этом деле заключается в необходимости текущую дозировку величины разрывов выстраивать адресно – по отношению к каждому отдельно взятому студенту. Поэтому на данном этапе обучения педагог должен вступить в прямой контакт со студентами, например, в рамках контрольных мероприятий, проводимых в устной форме, в режиме активной оппозиции их ответам и с ориентацией на выявление пробелов в подготовке студентов с целью тут же и помочь в их устранении. Возможности переключения ведущей функции текущего контроля с регистрирующей на формирующую и развивающую описаны в статье [2]. М. Г. Ярошевский, характеризуя роль Сократа в возникновении «педагогики творчества», написал: «Если он и действует по программе, заданной лидером-руководителем в системе определенных вопросов, то его ответ – не производное эрудиции, а истинное творчество, открытие нового» (цит. по [5, с. 81]). Еще одно требование, вытекающее из задачи освоения сложного понятия, состоит в том, чтобы каждую ступень пропедевтической лестницы студенты осваивали с максимальным качеством. Тогда их самооценка и уровень притязаний будут расти, учебный процесс ускорится, это позволит наверстать время, потраченное на корректирующее обучение, и получить длительные позитивные эффекты. К этому следует добавить, что сингулярные методы обучения, разработанные для решения задач предельной сложности, важны и сами по себе и могут применяться широко.

Не менее серьезным источником угнетения творческого потенциала учащегося является накопление случайных сбоев на длинных цепях взаимосвязанного материала. Он проявляется, в частности, в резком обострении проблемы школьной и вузовской неуспешности. Поэтому наряду с импульсными методами корректирующего обучения вблизи понятий высокого уровня абстрактности нужны стохастические методы развития творческого потенциала учащихся. Различных методов решения этой задачи очень много, конкретный личный вклад в эту общую копилку представлен в статье [3]. Авторская концепция индивидуально-командных турниров как адаптивной системы педагогической коррекции содержит условия, при которых дозировку величины разрыва, доступного учащемуся, они осуществляют сами. Это стимулирует развитие их рефлексии, как необходимой основы становления субъектом учебной деятельности.

Важные ориентиры в решении проблемы развития творческого потенциала студентов на высшей ступени образования Н. Н. Нечаев указал в теории поэтапного формирования профессионального творчества, острая потребность в которой возникла из-за ситуации, когда система подготовки архитекторов стала массовой и студенты начинали специальное обучение «с профессионального нуля» [5, с. 59]. Заметим, здесь речь тоже идет о кризисном обострении образовательного процесса, для разрешения которого понадобилось ввести три промежуточных стадии подготовки – от самой несамостоятельной и максимально контролируемой педагогом до высшего уровня творчества – творчества не интуитивно-случайного, а сознательно-необходимого – «свободной деятельности со знанием дела» (Ф. Энгельс) [5, с. 84].

В заключение сформулируем обоснованное в монографии [4] и подтверждаемое в практической работе на всех ступенях образования положение о том, что переход на двухконтурное управление образовательными процессами, в котором один контур направлен прежде всего на развитие учащихся и укрепление их творческого потенциала, позволит обеспечивать динамическую устойчивость и эффективность образовательного процесса несмотря на противодействие деструктивных факторов. Там же указаны пути подготовки педагогов к более сложным моделям управления и организационные возможности последипломной поддержки их антикризисного творчества.

Список литературы

1. Ван дер Варден, Б. Л. Пробуждающаяся наука: Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции / Б. Л. Ван дер Варден. – пер. с голланд. И. Н. Веселовского. – М.: Физматгиз, 1959. – 460 с.

2. Ермаков, В. Г. Авторская операционализация метода зачетов и его применение к решению проблемы школьной неуспешности / В. Г. Ермаков // Красноярское образование: вектор развития. – 2022. – № 5. – С. 112–120.

3. Ермаков, В. Г. Авторские индивидуально-командные турниры как адаптивная система педагогической коррекции / В. Г. Ермаков // Информатизация образования и методика электронного обучения: Материалы II Международной научной конференции (г. Красноярск, 25-28 сентября 2018 г.). В 2 ч. Ч.1 / под общ. ред. М. В. Носкова. – Красноярск: СФУ, 2018. – С. 153–157.

4. Ермаков, В. Г. Педагогическая теория устойчивости: методологические очерки : монография. В 2-х т. / Под ред. д.ф.н. Н. В. Гусевой. – Усть-Каменогорск, 2023. – 551 с.

5. Нечаев, Н. Н. Профессионализм как основа профессиональной мобильности: Материалы к пятому заседанию методологического семинара 8 февраля 2005 г. – М. : Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2005. – 92 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫХ ЛЕКЦИЙ ДЛЯ МУЗЕЯ ЗАНИМАТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ СЕВЕРНОГО (АРКТИЧЕСКОГО) ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА

М. В. Шабанова, д. пед. н., профессор,
М. А. Павлова, к. пед. н., доцент,
А. Ю. Курохтина, студент,
Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова,
Архангельск, Россия
e-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru,
m.pavlova@narfu.ru, kurokhtina.02@mail.ru

Аннотация. Музей занимательной математики Северного (Арктического) федерального университета имени М. В. Ломоносова (САФУ) создан в 2023 году. Экспозиции музея создаются и пополняются силами школьников и студентов в рамках проектно-исследовательской деятельности, учебных и производственных практик. Основным направлением деятельности музея является популяризация математики. В статье описаны методические особенности организации и проведения студентами научно-популярных лекций для школьников, посвященных вопросам истории математики с использованием музейных экспонатов и экспозиций. Представлены три тематических цикла лекций: история одного открытия, путешествие в прошлое математики, математика вчера, сегодня, завтра.

Ключевые слова: музейная педагогика, история математики, методическая подготовка будущего учителя математики, популяризация науки.

METHOD LOCAL FEATURES OF DESIGNING POPULAR SCIENCE LECTURES FOR THE ENGAGING MATHEMATICS MUSEUM OF NORTHERN (ARCTIC) FEDERAL UNIVERSITY NAMED AFTER M. V. LOMONOSOV

M. V. Shabanova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
M. A. Pavlova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
A. Y. Kurokhtina, Student,
Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov,
Arkchangelsk, Russia
e-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru,
m.pavlova@narfu.ru, kurokhtina.02@mail.ru
Annotation. The Entertaining Mathematics Museum of Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov (NARFU) was established in 2023. The museum's expositions are created and replenished by schoolchildren and students within the framework of design and research activities, educational and production practices. The main activity of the museum is the popularization of mathematics. The article describes the methodological features of the organization and conduct by students of popular science lectures for schoolchildren on the history of mathematics using museum exhibits and expositions. Three thematic lecture cycles are presented: the story of a discovery, a journey into the past of mathematics, mathematics yesterday, today, tomorrow.
Keywords: museum pedagogy, history of mathematics, methodological training of future mathematics teachers, popularization of science.

Хорошо известно, что доля выпускников педагогических направлений подготовки, работающих по специальности, полученной в вузе, очень невелика, несмотря на высокую востребованность педагогических кадров. Основной причиной ухода из профессии сразу после завершения вуза является неадекватный профессиональным интересам и намерениям абитуриента выбор им направления подготовки. Одним из способов решения данной проблемы для будущих специалистов в области математики и математического образования является вовлечение школьников и студентов в молодежное движение по созданию и организации работы музея занимательной математики при вузе.

Данный способ реализуется в Северном (Арктическом) федеральном университете имени М. В. Ломоносова. Он стартовал в рамках проекта «Сетевая образовательная площадка «Креативная математика – от прототипа до объекта музейной экспозиции» (ПФКИ-22-1-005591), поддержанного Президентским фондом культурных инициатив. За два года реализации проекта силами студентов университета, учащихся колледжей и общеобразовательных организаций города Архангельска была создана стартовая экспозиция музея, включившая 30 экспонатов. Каждый экспонат представлен постером, рассказывающим об истории постановки и решении математической проблемы, оборудованием для экспериментирования с вещественными и компьютерными динамическими моделями. Описание и фотографии экспонатов, составивших первую экспозицию музея, можно найти на официальном сайте проекта [2]. Силами школьников и студентов регулярно проводятся экскурсии для организованных групп посетителей.

Проект успешно завершен, но музей живет и развивается. Для сбора новых идей и вовлечения в движение создателей музейных экспонатов обучающихся общеобразовательных школ и организаций среднего профессионального образования в 2022 году запущен ежегодный открытый конкурс «Экспонат для музея занимательной математики» [3].

Сегодня одной из актуальных задач развития музея является расширение спектра оказываемых им образовательных услуг. Решение этой задачи осуществляется силами студентов университета – будущими учителями математики. В связи с этим в программу обучения студентов направлений подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (математика и информатика) и 44.04.01 «Педагогическое образование» (программа Математическое образование) включены задания на проведение экскурсий, кружковых занятий, мастер-классов на базе музея, с задачами развития музея связаны тематики курсовых проектов и выпускных квалификационных работ.

В своем докладе мы хотели бы остановиться на задаче разработки и проведения музейных научно-популярных лекций для обучающихся основной школы, посвященных вопросам истории математики. Данная задача возникла в связи с включением ФГОС ООО 2021 требования обеспечить формирование в процессе обучения математике «умений описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки, приводить примеры математических открытий и их авторов в отечественной и всемирной истории» [4, с. 81].

Подготовка студентов к деятельности по созданию сценариев таких занятий потребовала выявления методических особенностей проектирования таких занятий. Теоретической основой этой работы выступили достижения музейной педагогики, использованные при реализации проекта Департамента образования и науки города Москвы «Урок в музее» [5].

Нами было выделено три направления разработки сценариев музейных занятий, отличающихся своеобразием содержания историко-научных данных. В рамках каждого направления разработан и реализован сценарий модельного занятия. Апробированы разные формы их организации.

– «*История одного открытия*» – занятия, содержание которых строится вокруг одного научного факта, и раскрывает перед учащимися историю его появления в науке, вклад ученых в его открытие и включение в систему научных знаний (модельный сценарий № 1 – научно-популярная лекция на тему «Проблема правильной раскраски географических карт», посвященная истории поиска доказательства гипотезы о 4-х красках).

– «*Путешествие в прошлое математики*» – занятие, содержание которого строится вокруг одной исторической эпохи и национальных особенностей развития математики, раскрывает перед учащимися своеобразие научных проблем решаемых учеными того периода, идей их решения, концепций и методов, применяемых математиками прошлого (модельный сценарий № 2 – иммерсивный спектакль-лекция, посвященная истории японской математики эпохи Эдо «Васан»).

– «*Математика и математическое образование: вчера, сегодня, завтра*» – занятие, позволяющее представить историю развития разделов математики, отдельных математических понятий, методов, подходов к постановке и решению задач в их историческом развитии и выдвинуть гипотезы о направлениях будущих изменений (модельный сценарий № 3 – урок-состязание «Мост ослов», посвящённый сравнительному анализу способов доказательства теоремы Пифагора, представленных в старинных, старых и современных учебниках геометрии, выбору способа доказательства, который подойдет будущим ученикам).

Сформулированы основные принципы проектирования музейных занятий, посвященных истории математики: *интерактивного взаимодействия с музейными* *экспонатами или экспозицией музея; содержательной ориентации на Федеральную рабочую программу* по предмету «Математика»; *приоритета «истории из первых рук»*.

В отличие от традиционных музеев сохраняющего типа (художественный, краеведческий, исторический) музей занимательной математики изначально создавался как музей, в котором экспонаты можно и нужно трогать руками. Так что выдвижение принципа *интерактивного взаимодействия с музейными экспонатами или экспозицией музея* в ходе проведения музейного занятия является естественным. Проектирование таких занятий начинается с поиска ответа на вопрос «Почему данное занятие должно проводиться в музее, а не в школе?» Ответом на него является включение музейного экспоната или целостной музейной экспозиции в систему средств обучения. Для модельного занятия № 1 таким средством стал экспонат «Теорема четырёх красок», позволяющий моделировать географические карты и раскрашивать их. Для модельного занятия № 2 – экспозиция «Японский дворик», отдельное помещение, декорированное в японском стиле и представляющее уникальные направления работы японских математиков. Для модельного занятия № 3 – экспозиция «Игротека», включающая множество сходных по устройству экспонатов, но иллюстрирующих разные теоремы и формулы.

Принцип содержательной ориентации на Федеральную рабочую программу (ФРП) по предмету «Математика» определяется необходимостью проектирования музейных занятий с опорой на потребности в реализации ФРП учителей математики, которые организуют участие своих учеников в мероприятиях, предлагаемых музеем, а также на возможности самих школьников, определяемые их уровнем математической подготовки. Таким образом, модельное занятие № 1 отнесено нами к курсу «Вероятность и статистика», 7 класс, к теме «Графы». Модельное занятие № 2 ориентировано на курс «Геометрии 7–9 классов», причем допускает варьирование класса и темы, а также проведение его в разновозрастной группе при минимальном изменении сценария. Модельное занятие № 3 отнесено нами к курсу Геометрии 8 класса, к теме «Теорема Пифагора».

Принцип приоритета «истории из первых рук» реализуется за счет включения в учебные материалы музейного занятия оцифрованных первоисточников историко-научных данных. Так в учебные материалы модельного занятия № 1 включены фрагменты письма Де-Моргана Гамильтону от 23.10.1852, статей А. Б. Кемпе, 1879 г., П. Д. Хивуд 1890 г., К. Аррель и В. Хакен, 1976 г., Н. Робертсон и др. 1997 г. На модельном занятии № 2 учащимся представляется оцифрованная коллекция Сангаку до и после реставрации, а также математический журнал «Сагнаку», в котором публикуются результаты математической реконструкции Сангаку. Для проведения модельного занятия № 3 использованы страницы старинных учебников математики из коллекции Н. И. Мерлиной.

Для оценки эффективности модельных занятий использовались многоуровневые тесты достижений, составленные с использованием таксономии В. П. Беспалько [1], а также анкеты удовлетворенности. Апробация показала, что музейные занятия, посвященные истории математики, вызывают живейший интерес как у учителей математики, так и у самих школьников. В целом предложенные сценарии работают на формирование умений оперировать историко-научными сведениями, на уровне требований ФГОС ООО. Апробация позволила также определить условия проведения музейных занятий, при которых их эффективность будет выше. Одним из них является включение в группы участников занятий ассистентов из числа студентов.

Список литературы

1. Беспалько, Б. В. Слагаемые педагогической технологии / Б. В. Беспалько. – М., 1989. – 192 с.

2. Музей занимательной математики: страница официального сайта // URL: https://mzm.narfu.ru/ (дата обращения 11.06.2025).

3. Открытый областной конкурс «Экспонат для музея занимательной математики» // URL: https://narfu.ru/hsitas/prof/eksponat-dlya-muzeya/ (дата обращения 11.06.2025).
4. Приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 N 1897 (ред. от 31.12.2015) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (Зарегистрировано в Минюсте России 01.02.2011 №19644) // URL: https://sh40-uyar-r04.gosweb.gosuslugi.ru/netcat_files/30/41/Prikaz_FGOS_osnovnogo_obschego_obrazovaniya.pdf (дата обращения: 11.06.2025)
5. «Урок в музее»: проект единого образовательного пространства музея и школы / Сост. М. Мацкевич. – М., 2016. – 110 с.

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ ОЛИМПИАДНОГО ДВИЖЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ В РЕСПУБЛИКЕ БЕЛАРУСЬ

Д. Ф. Базылев, к. ф.-м. н., доцент,
Белорусский государственный университет,
Минск, Республика Беларусь
e-mail: dimsd160@gmail.com

Аннотация. Выделены, охарактеризованы и проиллюстрированы примерами основные тенденции развития олимпиадного движения по математике в Республике Беларусь.
Ключевые слова: олимпиады по математике, обучение математике.

MODERN TRENDS IN THE DEVELOPMENT OF THE OLYMPIC MOVEMENT IN MATHEMATICS IN THE REPUBLIC OF BELARUS

D. F. Bazyleu, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Belarusian State University,
Minsk, Republic of Belarus
e-mail: dimsd160@gmail.com

Annotation. The main trends in the development of the Olympiad movement in mathematics in the Republic of Belarus are highlighted, characterized and illustrated with examples.
Keywords: math Olympiads, teaching mathematics.

Олимпиадное движение является одной из составляющих национальной системы общего среднего и высшего образования в Республике Беларусь. Победители заключительного этапа республиканской олимпиады, получившие дипломы I, II и III степени поощряются специальным фондом Президента Республики Беларусь по социальной поддержке одаренных учащихся и студентов. Из числа победителей заключительного этапа республиканской олимпиады по математике для школьников (как правило, это 6 учащихся X–XI классов) формируется национальная команда для участия в международной математической олимпиаде (IMO). Выделим основные тенденции развития олимпиадного движения по математике в Беларуси.

1. *Расширение спектра олимпиад, в которых участвуют школьники*. Традиционно в Беларуси для учащихся VIII–XI классов проводится республиканская олимпиада по математике. Первый этап – в учреждениях образования; второй – районный (городской), а также в учреждениях общего среднего образования областного подчинения; третий – областной, а также Минский городской и в учреждениях высшего образования, реализующих образовательную программу среднего образования (в Лицее Белорусского государственного университета); четвертый – заключительный [1]. Ежегодно с 1992 года команда Беларуси

участвует в IMO. Кроме того, белорусские школьники участвуют в олимпиадах по математике для учащихся младших классов, математическом конкурсе «Кенгуру», Международном математическом Турнире городов, Международной Жаутыковской олимпиаде по математике, Международной олимпиаде по математике и информатике имени Аль-Хорезми, Европейской олимпиаде по математике для девушек (EGMO), различных интернет-олимпиадах. Количество математических соревнований постоянно увеличивается.

2. *Подключение к процессу олимпиадной подготовки специалистов различного профиля, в частности психологов.* Для того, чтобы помочь учащимся получить как можно более высокие результаты, ведётся командная работа педагогов, тренеров, психологов и многих других специалистов. Иногда участники соревнований не могут преодолеть психологический барьер. В подтверждение этого приведём пример.

На международной олимпиаде по математике в 2023 году в Японии была предложена задача 1.

Задача 1 (IMO, 2023). Пусть n - натуральное число. *Японский треугольник* состоит из $1+2+...+n$ одинаковых кругов, выложенных в форме равностороннего треугольника так, что для каждого $i=1, 2, ..., n$ ряд с номером i состоит ровно из i кругов, в точности один из которых покрашен в красный цвет. *Путем ниндзя* в японском треугольнике называется последовательность из n кругов, построенная следующим образом: начинаем с круга в ряде 1 и затем поочередно спускаемся вниз, переходя от круга к одному из двух кругов непосредственно под ним, пока не дойдем до ряда n. На рисунке 1 приведен пример японского треугольника для $n=6$, а также пути ниндзя, содержащего два красных круга. Найдите наибольшее число k, зависящее от n, такое, что в любом японском треугольнике существует путь ниндзя, содержащий хотя бы k красных кругов [5].

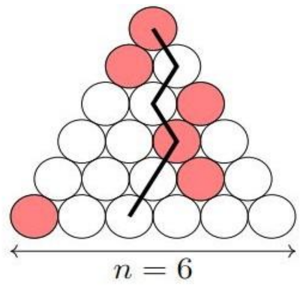


Рисунок 1

Решение этой задачи непростое и ответ нетривиальный: $k=[\log_2 n]+1$. Через год на международной математической олимпиаде в Великобритании была предложена задача 2.

Задача 2 (IMO, 2024). Улитка Турбо находится в верхнем ряду таблицы с 2024 строками и 2023 столбцами и хочет добраться до нижнего ряда. Однако в игре есть 2022 скрытых жука, по одному в каждой строке, за исключением первой и последней, причем в любом столбце нет двух жуков одновременно. Улитка делает серию попыток перейти от первой строки к последней. При каждой попытке она выбирает для начала любую ячейку в первом ряду, затем совершает серию перемещений из клетки в соседнюю клетку, имеющую общую сторону (улитке разрешается вернуться к ранее посещенной ячейке). Если улитка достигает ячейки с жуком, её попытка заканчивается, и она переносится обратно в первый ряд, чтобы начать новую попытку. Жуки не перемещаются между попытками, и улитка запоминает, есть ли жук в каждой клетке, которую она посетила. Если улитка достигнет любой ячейки в последнем ряду, её попытка завершается, улитка выигрывает. Найдите наименьшее целое число n, чтобы у улитки была стратегия, гарантирующая ей возможность добраться до нижнего ряда не более чем за n попыток, независимо от того, где будут размещены жуки [6].

Естественно предположить, что поскольку два года подряд предлагают похожие по постановке задачи, то вторая задача должна быть сложнее первой. Многие участники IMO 2024 искали сложные пути решения, использовали увесистый математический аппарат, а решение оказалось таким, что его можно объяснить учащимся младших классов (ответ: $n = 3$). Некоторые участники из команд-фаворитов, таких как Китай, Южная Корея, не справились с решением, так как не смогли преодолеть именно психологический, а не математический барьер. Участники сборной Беларуси успешно справились с этой задачей (пять человек из шести получили максимальный балл). В результате команда завоевала четыре золотые и две бронзовые медали, что принесло ей 5-е общекомандное место среди 108 стран. Это лучшее выступление за всю историю Беларуси. Ближайший похожий результат был в 1999 году, когда сборная Беларуси завоевала три золотые и три серебряные медали.

3. *Использование в подготовке к олимпиадам обобщений классических математических результатов.* Ряд олимпиадных задач, используемых для подготовки учащихся к олимпиадам, является обобщением известных утверждений. Например, в планиметрии известна формула Эйлера, выражающая расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей треугольника через радиусы этих окружностей: $OI^2 = R^2 - 2Rr$ (рисунок 2).

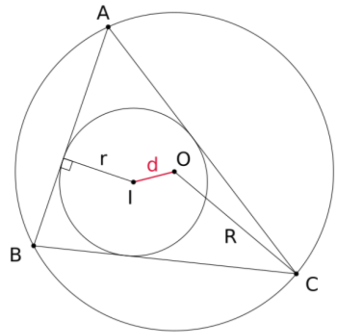


Рисунок 2

Теорема Фусса является обобщением формулы Эйлера для бицентрических четырехугольников (рисунок 3): «Пусть $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке O и радиусом R, а также описан около окружности с центром в точке I и радиусом r, тогда $OI^2 = R^2 + r^2 - r\sqrt{4R^2 + r^2}$ «.

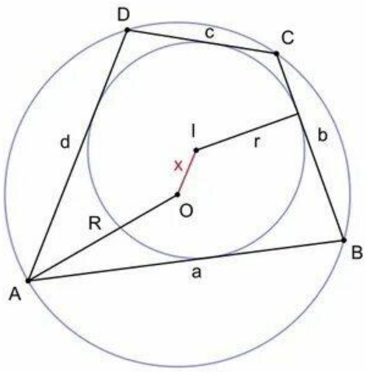


Рисунок 3

Этот факт можно доказать, используя классический поризм Понселе: «Пусть многоугольник $A_1A_2...A_n$ вписан в окружность C и описан около окружности G. На окружности C взяты точки B_1, B_2 так, что отрезок B_1B_2 касается окружности G. Тогда существует многоугольник $B_1B_2...B_n$, который вписан в окружность C и описан около окружности G».

Принимая во внимание теорему Понселе, очевидно, что формулу Фусса достаточно доказать для дельтоида (рисунок 4), тогда она будет справедлива и для любого четырехугольника.

Для бицентрических четырехугольников формулу Эйлера можно обобщить еще и так, как это сделано в задаче 3, решение которой вызывает затруднения даже у медалистов IMO.

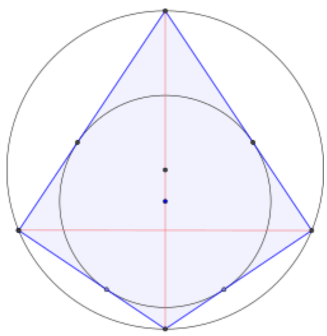


Рисунок 4

Задача 3. Пусть четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром в точке O и радиусом R, а также описан около окружности с центром в точке I и радиусом r, тогда $OI^2 = R^2 - 2Rr + r(2r - r_1 - r_2)$, где $r_1, r_2 -$ радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABC и ADC [4].

Аналогичные примеры можно привести и по алгебре. Например, в задачах 4 и 5 предлагается доказать вариации классических неравенств: Коши-Буняковского и неравенства между средним арифметическим и средним геометрическим [3].

Задача 4. Пусть $C = (a_1^2 + ... + a_n^2)(b_1^2 + ... + b_n^2) - (a_1b_1 + ...a_nb_n)^2$, где $a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_n$ — некоторые натуральные числа ($n > 1$). 1) Докажите, что если $C < n - 1$, то $C = 0$. 2) Докажите, что для любого натурального значения n существуют натуральные числа $a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_n$, такие, что $C = n - 1$.

Задача 5. Пусть $d_1, \ldots, d_n$ – все натуральные делители натурального числа m. Докажите, что $d_1 + \ldots + d_n - n\sqrt[n]{d_1 \cdot \ldots \cdot d_n} \geq \left(\sqrt{m} - 1\right)^2$.

4. *Включение в программу подготовки школьников к олимпиадам вопросов вузовской программы.* Условия задач международных математических олимпиад для школьников, как правило, не выходят за рамки школьной программы, но их решение зачастую требует использования терминов и фактов вузовской программы, например, комплексных чисел (они в белорусской школе не изучаются), символов Лежандра и Якоби, двойного отношения точек. Примером тому является решение задачи 6, которое во многом опирается на способ нахождения автоморфизмов поля действительных чисел и поля комплексных чисел.

Задача 6 (IMO, 2002). Функция f определена на множестве действительных чисел и принимает значения в этом множестве. Известно, что $(f(x)+f(y))\cdot(f(z)+f(t)) = f(xy-zt)+f(xt+yz)$ для любых действительных чисел *x, y, z, t*. Найдите все такие функции f [2].

С целью расширения математического кругозора учащихся в программу их подготовки к олимпиадам включаются вопросы вузовской программы и используются задачи студенческих международных олимпиад (IMC). Например, решение задачи 7 опирается на знание теории комплексных чисел.

Задача 7 (IMC, 2008). Докажите, что если многочлен $x^{2n}+x^n+1$ делится на многочлен $x^{2m}-x^m+1$ ($m, n \in \boldsymbol{N}$), то многочлен $x^{2n}+x^n+1$ делится также на многочлен $x^{2m}+x^m+1$ [3].

Стоит отметить, что ряд студенческих олимпиадных задач можно решить и в рамках школьной программы, но с использованием знаний материала университетской программы они решаются проще. Примером является задача 8.

Задача 8. Пусть правильный многоугольник $A_1A_2...A_{14}$ вписан в окружность с радиусом 1. Докажите, что $\dfrac{1}{\sqrt[3]{A_1A_2}} - \dfrac{1}{\sqrt[3]{A_1A_4}} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{A_1A_6}} = \sqrt[3]{3\sqrt[3]{7}-4}$.

5. *Повышение требований к качеству олимпиадных задач.* Формирование навыков решения олимпиадных задач требует большого количества задач по каждой теме, определенной программой подготовки, причем это должны быть задачи, имеющие оригинальную и нестандартную постановку. Например, в задаче 9 областью определения функции является множество точек плоскости, а множеством её значений – множество действительных чисел.

Задача 9. Пусть f – функция, которая каждой точке плоскости ставит в соответствие некоторое действительное число, причем для любого треугольника *ABC* выполнено следующее условие: если $f(A) \leq f(B) \leq f(C)$, то $f(A) - f(B) + f(C) = f(H)$, где H – ортоцентр треугольника *ABC*, т. е. точка пересечения высот этого треугольника. Найдите все такие функции *f*.

Правилом хорошего тона при составлении задач для математических олимпиад и для подготовки к ним считается краткость и элегантность условия задачи в сочетании с нестандартностью и глубиной её решения. Примером может служить задача 10, которая кажется довольно простой и может быть решена с использованием простейших фактов, связанных с суммами углов треугольника и многоугольника, но даже при $n = 3$ является сложной для школьников. Эта задача была представлена на международной математической олимпиаде IMO-1991 [7], а её решение в общем случае является еще более сложной задачей.

Задача 10. Внутри выпуклого многоугольника $A_1 \ldots A_n$ взята точка M. Докажите, что по крайней мере один из углов $MA_1A_2, MA_2A_3, \ldots, MA_{n-1}A_n, MA_nA_1$ не превосходит $\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}$ [3].

Таким образом, в развитии олимпиадного движения по математике в Беларуси можно выделить следующие тенденции: расширение спектра олимпиад, в которых участвуют школьники; подключение к процессу олимпиадной подготовки специалистов различного профиля, в частности психологов; использование в подготовке к олимпиадам обобщений классических математических результатов, вопросов вузовской программы; повышение требований к качеству олимпиадных математических задач.

Список литературы

1. Об утверждении инструкции о порядке проведения республиканской олимпиады по учебным предметам: Постановление Министерства образования Республики Беларусь от 20 нояб. 2003 г. № 73 // Министерство образования Республики Беларусь. URL: https://edu.gov.by/urovni-obrazovaniya/srenee-obr/srenee-obr/informatsiya/respublikanskaya-olimpiada-po-uchebnym-predmetam/index.php?sphrase_id=529199 (дата обращения: 15.06.2025).

2. Агаханов, Н. Х. Математика. Международные олимпиады / Н. Х. Агаханов, П. А. Кожевников, Д. А. Терешин. – М. : Просвещение, 2010. – 127 с.

3. Базылев, Д. Ф. Олимпиадные задачи по математике / Д. Ф. Базылев. – М.: ЛИБРОКОМ, 2010. – 184 с.

4. Базылев, Д. Ф. О некоторых метрических свойствах вписанных и описанных четырехугольников / Д. Ф. Базылев // Матэматыка. Праблемы выкладання. – 2013. – № 5. – С. 59–64.

5. Базылев, Д. Ф. LXIV Международная математическая олимпиада / Д. Ф. Базылев // Матэматыка і фізіка. – 2024. – № 1. – С. 43–50.

6. Базылев, Д. Ф. LXV Международная математическая олимпиада / Д. Ф. Базылев // Матэматыка і фізіка. – 2025. – № 1. – С. 44–49.

7. Фомин, А. А. Международные математические олимпиады / А. А. Фомин, Г. М. Кузнецова. – М. : Дрофа, 1998. – 160 с.

ИНТЕГРАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЙ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ В ПОДГОТОВКУ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ

А. А. Францкевич, к. пед. н., доцент,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: frantskevich@bspu.by

Аннотация. Представлен опыт БГПУ по системной интеграции технологий искусственного интеллекта (ИИ) в процесс подготовки будущих педагогов. Описывается комплексный подход, который охватывает не только внедрение таких генеративных сервисов, как ChatGPT и YandexGPT, но и формирование у студентов и преподавателей цифровой компетентности, включающей этические и правовые аспекты использования ИИ. Автор подчеркивает, что ключевой задачей является не просто освоение технических инструментов, а трансформация роли учителя от транслятора знаний к фасилитатору и тьютору, способному критически и этически применять ИИ в учебном процессе. Результаты внедрения программ повышения квалификации подтверждают, что такой подход способствует развитию у педагогов готовности к инновациям и адаптации к вызовам цифровой эпохи.

Ключевые слова: цифровая трансформация, искусственный интеллект, подготовка педагогов, цифровая зрелость, генеративный ИИ, цифровая педагогика.

INTEGRATION OF INTELLIGENT SYSTEMS TECHNOLOGIES IN THE PREPARATION OF FUTURE TEACHERS

A. A. Frantskevich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Belarus
e-mail: frantskevich@bspu.by
Annotation. The article analyzes the experience of BSPU in integrating AI technologies into the training of future teachers. It discusses an integrated approach that includes not only the use of generative AI services like ChatGPT and YandexGPT, but also the development of digital skills among students and educators, as well as the ethical and legal considerations involved in using AI. The author emphasizes that it is not enough to simply master technical skills; instead, teachers need to transform their role from a mere knowledge transmitter to a facilitator who can critically and ethically use AI in education. The article cites the results of professional development programs that show this approach leads to increased teacher innovation and adaptability in the face of digital challenges.
Keywords: digital transformation, artificial intelligence, teacher training, digital maturity, generative AI, digital pedagogy.

Международный научный семинар «Творчество студентов и школьников в области математики и информатики и методы его развития» проходит в контексте глобальных трансформаций, затрагивающих не только технологические сферы, но и сущностные основания образовательной деятельности. Современное образование, как фундамент устойчивого и инклюзивного развития общества, должно не только оперативно отвечать на вызовы времени, но и опережать их, становясь катализатором позитивных изменений.

В условиях стремительного развития цифровых и интеллектуальных технологий особенно актуальной становится модернизация системы подготовки будущих учителей. Одним из стратегически важных направлений этой модернизации выступает интеграция технологий искусственного интеллекта (ИИ) в образовательный процесс и формирование цифровой компетентности будущих педагогов как необходимого условия их профессиональной состоятельности в изменяющемся мире.

Цифровизация образования – это не просто техническое обновление, а глубокое переосмысление целей, содержания и форм педагогического взаимодействия. На смену традиционной парадигме трансляции знаний приходит модель совместного конструирования знаний [5], в которой активно применяются технологии цифровой педагогической инженерии – проектирование и внедрение цифровых решений, адаптированных под образовательные задачи.

В соответствии с Концепцией цифровой трансформации образования Республики Беларусь на 2019–2025 годы [6] приоритетными направлениями определены развитие цифровой инфраструктуры учреждений образования, внедрение интеллектуальных систем поддержки обучения и принятия решений, а также автоматизация управления образовательными процессами. Эти меры должны обеспечить создание гибкой и адаптивной образовательной среды, отвечающей вызовам цифровой эпохи.

Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка (БГПУ), ведущий вуз Беларуси в области педагогического образования, реализует системный подход к интеграции интеллектуальных технологий в подготовку будущих педагогов. Университет формирует цифровую образовательную экосистему, включающую облачные платформы, адаптивные среды и генеративные ИИ-инструменты, что соответствует задачам XXI века.

С 2023 года в БГПУ формируется комплексный подход к внедрению технологий ИИ в образовательное пространство. Его особенность заключается в сочетании апробации цифровых инструментов с одновременным формированием культуры педагогического взаимодействия, изначально ориентированной на использование ИИ в обучении и научной работе. Такой подход позволяет рассматривать внедрение ИИ не как набор разрозненных практик, а как целостную модель взаимодействия всех участников образовательного процесса [1].

В учебном процессе активно применяются генеративные ИИ-сервисы — ChatGPT, YandexGPT, MagicSchool AI, NeuroStart, SberAI и другие [4]. Например, Студенты физико-математического факультета применяют NeuroStart для создания индивидуальных задач с разным уровнем сложности, а будущие филологи используют SberAI для анализа структуры текста и поиска стилистических приёмов в художественных произведениях. Это позволяет студентам и преподавателям использовать ИИ как средство поддержки анализа, моделирования, генерации учебных и исследовательских материалов.

Образовательные модули, внедрённые в рамках учебных курсов и факультативной подготовки, включают следующие содержательные блоки:

– основы инженерии запросов (prompt engineering);
– этические и правовые аспекты взаимодействия с ИИ (цифровая этика);
– критический анализ и верификация контента, сгенерированного ИИ;
– проектирование учебных занятий с интеграцией ИИ-инструментов.

С 2025 года в университете реализуется программа повышения квалификации «Технологии использования инструментов искусственного интеллекта в образовательном процессе» [2], ориентированная на педагогов учреждений общего и профессионального образования. Обучение по данной программе не сводится лишь к освоению конкретных инструментов определенных программ, доступных сегодня в интернете – как на бесплатной, так и на платной основе. Важно то, что в образовательный процесс курса включено обсуждение морально-этических аспектов использования искусственного интеллекта [7], вопросов авторского права и определения принадлежности результата при создании работ с его применением [8, 9]. Одновременно формируются практические навыки работы с такими инструментами, а также выстраивается механизм взаимодействия преподавателя и обучающегося при их использовании. В частности, уточняется способ установления, какая часть задания выполнена обучающимся самостоятельно, а какая с использованием искусственного интеллекта.

Завершающим этапом обучения становится разработка индивидуального методического проекта, направленного на интеграцию инструментов искусственного интеллекта в профессиональную деятельность педагога. Итогом работы является публичная презентация проекта и получение экспертной оценки от представителей профессорско-преподавательского состава физико-математического факультета БГПУ. Например, учителя математики и информатики И. А. Крикун (ГУО «Гусевицкая средняя школа») и В. Ю. Кравчук (ГУО «Средняя школа № 78 г. Минска») представили проект «Сумма углов треугольника: основы геометрии». В нем демонстрируется доказательство одноимённой теоремы с использованием визуализации и анимации, сгенерированных ИИ. А преподавателем Волковысского колледжа учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы» Ю. М. Севко, к защите представлен проект «Скелет головы человека», который будет использован для подготовки будущих художников. В проекте использованы 3D-моделирование и элементы анатомической визуализации.

Обучение по данной программе уже прошли более 50 специалистов из различных регионов Республики Беларусь. Согласно результатам итогового анкетирования, 95% участников отметили рост интереса к цифровым образовательным практикам, а более 70% приступили к разработке и апробации собственных методических решений, основанных на применении ИИ. Полученные результаты подтверждают высокую адаптивность педагогов к новым цифровым вызовам, а также демонстрируют потенциал ИИ как инструмента трансформации образовательной среды.

В БГПУ интегральная модель подготовки будущих учителей направлена на формирование цифровой грамотности педагогов нового поколения и основана на следующих принципах:

1. *Интеграции гуманитарного и технологического знания*, заключающейся в рассмотрении цифровой грамотности как элемента профессиональной культуры современного педагога и предполагающей осознание социальной, правовой и этической ответственности в цифровом обществе, а также понимание влияния технологий на когнитивные процессы, коммуникацию и поведение учащихся.

2. *Осознанного освоения технологий искусственного интеллекта,* предполагающего понимание алгоритмической природы и принципов функционирования ИИ, а также учет вопросов кибербезопасности и цифровой психологии, что формирует у будущего педагога целостное представление о возможностях и рисках применения технологий в обучении.

3. *Цифровой педагогической инженерии*, выражающейся в проектном и гибком конструировании образовательного процесса с использованием цифровых платформ, генеративных моделей ИИ, дополненной и виртуальной реальности, а также в создании цифровых дидактических средств и адаптивных образовательных траекторий. Педагоги учатся не просто использовать готовые решения, но и проектировать их, адаптируя под конкретные учебные задачи и индивидуальные потребности учеников.

Ключевым элементом формируемой модели является переосмысление роли педагога в цифровую эпоху: от транслятора знаний к фасилитатору, тьютору и медиатору, способствующему осознанной навигации обучающихся в информационно-образовательной среде. При этом грамотность понимается не только как владение инструментами и технологиями, но и как элемент культурной компетенции, включающий критическое отношение к информации, уважение к ценностям и нормам общества. В этом контексте цифровая компетентность педагога определяется не только уровнем технической подготовки [3], но и способностью к этически взвешенному и педагогически обоснованному использованию ИИ в учебной деятельности.

В статье [2] подчёркивается, что ИИ следует рассматривать не как альтернативу учителю, а как его интеллектуального партнёра, расширяющего педагогический инструментарий. Подготовка к сотрудничеству с ИИ требует развития таких метакомпетенций, как способность мыслить критически, креативность, самостоятельность и способность к педагогической рефлексии. Именно они становятся основой для формирования нового типа педагога, способного не только адаптироваться к цифровым изменениям, но и выступать инициатором инноваций в образовании.

Таким образом, опыт БГПУ демонстрирует, что интеграция технологий искусственного интеллекта в подготовку будущих педагогов требует комплексного подхода, объединяющего развитие цифровой компетентности, метакомпетенций и педагогической культуры. Формируемая модель подготовки позволяет переосмыслить роль учителя в цифровую эпоху, превращая его из транслятора знаний в фасилитатора, тьютора и медиатора образовательного процесса, способного критически и этически использовать ИИ. Практические результаты внедрения программ повышения квалификации и учебных модулей подтверждают, что совместное освоение цифровых инструментов и педагогической рефлексии способствует формированию инновационно ориентированных педагогов, готовых активно реагировать на вызовы современного образования и становиться инициаторами позитивных изменений в цифровой образовательной среде.

Список литературы

1. Дрейцер, С. И. Использование технологий искусственного интеллекта при разработке учебных диалогов для обучения будущих педагогов с помощью онлайн-симуляций / С. И. Дрейцер // Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». – 2024. – № 2 (68). – С. 151–165.

2. Жук, А. И. Технологии использования инструментов искусственного интеллекта в образовательном процессе / А. И. Жук, А. А. Францкевич // Адукацыя і выхаванне. – 2025. – № 6. – С. 5–18.

3. Крутиков, М. А. Формирование цифровой компетентности будущих учителей в процессе профессиональной подготовки / М. А. Крутиков //Современные проблемы науки и образования. – 2020. – №. 6. – С. 92–92.

4. Методические рекомендации по использованию ИИ в учреждениях образования Республики Беларусь. – Минск : Министерство образования РБ, 2025. – 21 с. – URL: https://adu.by/images /2025/07/09/1455_08_07_2025_IMP_II.pdf (дата обращения: 30.07.2025).

5. Токтарова, В. И. Цифровая педагогика: интерпретационный и содержательный анализ / В. И. Токтарова, А. Е. Шпак //Цифровая гуманитаристика и технологии в образовании (DHTE 2020). – 2020. – С. 28–33.

6. Концепция цифровой трансформации образования Республики Беларусь на 2019–2025 годы. – Минск: Министерство образования РБ, 2019. – 18 с. – URL: https://crit.bspu.by/wp-content/uploads/2021/08/concept.pdf (дата обращения: 30.07.2025).

7. Искусственный интеллект в образовании: Изменение темпов обучения. Аналитическая записка ИИТО ЮНЕСКО / Стивен Даггэн; ред. С. Ю. Князева; пер. с англ.: А. В. Паршакова. – Москва : Институт ЮНЕСКО по информационным технологиям в образовании, 2020. – 45 с.

8. Этические аспекты искусственного интеллекта // UNESCO. Искусственный интеллект. – URL: https://www.unesco.org/ru/artificial-intelligence/recommendation-ethics (дата обращения: 12.01.2025)

9. Бахтеев, Д. В. Искусственный интеллект: этико-правовые основы : монография / Д. В. Бахтеев. − Москва : Проспект, 2021. – 176 с.

СЕКЦИЯ 1. МАТЕМАТИКА И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В УЧРЕЖДЕНИЯХ ОБЩЕГО СРЕДНЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ПРИМЕНЕНИЕ ФРЕЙМОВОГО ПОДХОДА К ОБУЧЕНИЮ ШКОЛЬНИКОВ ДОКАЗАТЕЛЬНЫМ РАССУЖДЕНИЯМ НА ПРОПЕДЕВТИЧЕСКОМ УРОВНЕ

А. А. Арефьева, аспирант,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: anna.arefevaa@bk.ru

Аннотация. Представлены трактовки понятий фрейма и фреймового подхода, показана возможность использования фреймового подхода в обучении доказательным рассуждениям в курсе математики 5–6-х классов на пропедевтическом уровне.

Ключевые слова: доказательные рассуждения, фреймовый подход, пропедевтика, уровни обучения доказательству.

APPLICATION OF THE FRAME APPROACH TO TEACHING EVIDENCE-BASED REASONING TO SCHOOLCHILDREN AT THE PROPEDEUTIC LEVEL

A. A. Arefyeva, Postgraduate Student,
Moscow Pedagogical State University,
Moscow, Russia
e-mail: anna.arefevaa@bk.ru

Annotation. The interpretations of the concepts of a frame and the frame approach are presented, and the possibility of using the frame approach in teaching evidence-based reasoning in the 5th–6th grade mathematics course at a propaedeutic level is demonstrated.

Keywords: evidence-based reasoning, frame approach, propaedeutics, levels of teaching proof.

Обучение доказательным рассуждениям является одной из основных задач математического образования, что подтверждено как исследователями, так и положениями нормативных и методических документов.

В. А. Далингер отмечает, что «умения проводить доказательные рассуждения входят в число основных интеллектуальных умений» [3]. А. В. Погорелов определяет главную задачу обучения геометрии в школе – «научить учащегося логически рассуждать, аргументировать свои утверждения, доказывать» [6].

В кодификаторе основного государственного экзамена (ОГЭ) по математике выделены требования к предметным результатам базового уровня: умение оперировать понятием «доказательство»; проводить доказательства математических утверждений. В контрольно-измерительных материалах (КИМ) ОГЭ (задание № 24) от учащихся требуется проведение доказательства. Анализ результатов этого экзамена свидетельствует о значительных трудностях, которые ежегодно испытывают учащиеся при его выполнении. Так, в 2023 году лишь 10,88% выпускников успешно справились с заданием № 24 [5]. В 2024 и 2025 годах обучающиеся также демонстрируют низкие показатели.

Пропедевтика обучения доказательным рассуждениям может способствовать повышению этих результатов. Формирование умений проводить доказательные рассуждения возможно начать еще на уроках математики в 5–6-х классах. Это поможет сформировать прочную основу для дальнейшего обучения, что подтверждено исследованиями В. А. Далингера [3] и Г. И. Саранцева [7]. Г. И. Саранцев выделил пять уровней обучения доказательству (таблица 1).

Таблица 1 – Уровни обучения доказательству по Г. И. Саранцеву

№	*Название уровня обучения доказательству*	*Этап обучения (класс)*
1	Формирование потребности в логических обоснованиях. Формирование умения выполнять дедуктивные выводы	5–6-е классы
2	Обучение эвристическим приёмам и их применению. Обучение выполнению цепочки логических шагов	6–7-е классы
3	Обучение самостоятельному разбору готового доказательства. Формирование умения выделять идею доказательства	8 класс
4	Обучение использованию методов научного познания. Самостоятельное доказательство	7–8-е классы
5	Обучение умению опровергать доказательства	9–11-е классы

Отметим, что первый уровень является пропедевтическим, так как реализуется в 5–6-х классах, когда учащиеся ещё не приступили к изучению систематических курсов.

Одним из перспективных подходов к обучению доказательным рассуждениям, в том числе на пропедевтическом уровне, может стать фреймовый подход, который нашел применение в обучении различным школьным предметам.

Р. В. Гурина рассматривает фреймовый подход к организации знаний при обучении физике [2] и выделяет наиболее типичные процедуры фреймирования знаний: фрейм как идеальная картинка; фрейм как рамка (пространственная или временная рамка); фрейм как сценарий; фрейм как модель, схема; фрейм как структура данных для представления стереотипной ситуации. Т. Н. Колодочка под фреймовой педагогической технологией понимает «изучение учебного материала, структурированного определённым образом в специально организованной периодической временной последовательности» [4].

Э. Г. Гельфман и М. А. Холодная определяют фрейм как когнитивную схему и предлагают следующую трактовку этого понятия: «фрейм – форма организации и хранения прошлого опыта, которая позволяет активно включать его в решение возникающих проблем» [1, с. 180]. «Фрейм – это форма хранения стереотипных знаний о некотором классе ситуаций: его «каркас» характеризуют устойчивые, всегда имеющие место отношения между элементами объекта или ситуации, а «узлы» (или слоты) этого каркаса – вариативные детали данного объекта или ситуации» [1, с. 183]. Э. Г. Гельфман, М. А. Холодная также обращают внимание на то, что «формированию фреймов способствуют тексты, содержащие вопросы, позволяющие выделить инвариантные и вариативные характеристики математических объектов» [1, с. 184]. Подхода, представленного этими авторами, мы и будем придерживаться.

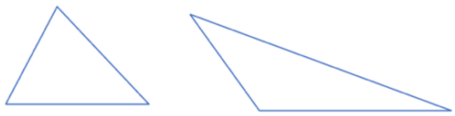
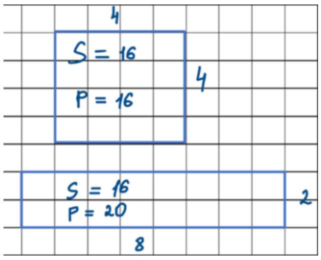
Приведем пример использования фреймов на пропедевтическом уровне обучения доказательству в курсе математики 5–6-х классов.

Первый фрейм (задание 1) предназначен *для формирования потребности в логических обоснованиях*. Он является фреймом – временной динамической рамкой. При заполнении фрейма названия столбцов не изменяются, добавляются строки с новыми утверждениями.

Задание 1. Проверьте, верны ли утверждения. Заполните фрейм.

Приведем уже выполненное задание – заполненный фрейм (таблица 2).

Таблица 2 – Фрейм к заданию 1

№	*Утверждение*	*Интуиция (да/нет)*	*Рассуждение*	*Вывод*
1	Все прямоугольники являются квадратами	Нет	У квадрата все стороны равны, а у произвольного прямоугольника равны только противоположные стороны, значит, не все прямоугольники являются квадратами	Неверно
2	Сумма углов тупоугольного треугольника больше суммы углов остроугольного треугольника	Да	Измерим углы каждого из треугольников и найдём их сумму.  Получим, что суммы углов этих треугольников равны	Неверно
3	Если фигуры имеют равную площадь, то они имеют равный периметр	Да	 	Неверно
4	Треугольник может иметь два прямых угла	Нет		Неверно

Такой фрейм можно использовать в дальнейшем при подготовке к решению задания № 19 ОГЭ по математике. Столбцы «Утверждение», «Рассуждение» и «Вывод» оставим без изменений, столбец «Интуиция» заменим на столбец «Теоретическое обоснование».

Следующий фрейм (задание 2) предлагаем использовать при *формировании умения выполнять дедуктивные выводы.* Он является фреймом – схемой, в которой инвариантной частью является структура фрейма: условие в центре, от которого идут цепочки следствий. Вариативная часть – формулировка условия и выводы из него.

Задание 2. Сделайте все возможные выводы из условия. Заполните фрейм.

Условие. За 3 минуты колесо тепловоза сделало 900 оборотов. Диаметр колеса равен 150 см.

Фрейм может быть заполнен следующим образом (рисунок 1).

Фреймы дают учащимся чёткую структуру для рассуждений. Эта схема проста за счёт своей универсальности и повторяемости, что со временем позволяет учащимся осваивать её и создавать фреймы самостоятельно. Кроме того, они помогают определить отправную точку рассуждений и конечную цель.

Фреймы универсальны: одна схема подходит для разных заданий. Например, фрейм-схема «для формирования умения выполнять дедуктивные выводы» будет полезна для поиска решения любой задачи. Видоизмененный фрейм, представленный в задании 1, можно использовать при введении понятий, выполнении логико-математического анализа теоремы (построении обратной, противоположной и контрапозитивной теорем и определении их истинности).

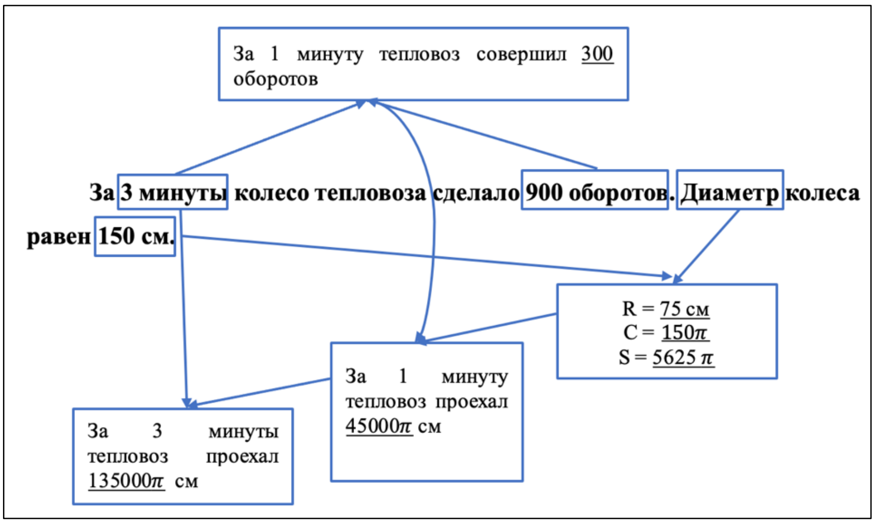


Рисунок 1 – Фрейм для обучения выполнению дедуктивных выводов

Многие цифровые образовательные ресурсы (включая библиотеку Московской электронной школы) используют шаблоны для заполнения ответов, но фреймы эффективнее – они не просто требуют вписать ответ, а учат рассуждать.

Список литературы

1. Гельфман, Э. Г. Психодидактика школьного учебника: Интеллектуальное воспитание обучающихся / Э. Г. Гельфман, М. А. Холодная. – СПб. : Питер, 2006. – 384 с.

2. Гурина, Р. В. Фреймовое представление знаний: [монография] / Р. В. Гурина. – М. : Нар. образование: НИИ шк. технологий, 2005. – 175 с.

3. Далингер, В. А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений: кн. для учителя / В. А. Далингер. – М. : Просвещение, 2006. – 256 с.

4. Колодочка, Т. Н. Фреймовое обучение как педагогическая технология: дис. … канд. пед. наук: 13.00.01 / Т. Н Колодочка ; Шуйский гос. пед. ун-т. – Шуя, 2004. – 211 с.

5. Московский центр качества образования. Результаты ГИА-2023 и планируемые изменения КИМ ОГЭ 2024 года по предмету «Математика». URL: http://rcoi.mcko.ru (дата обращения: 20.06.2025).

6. Погорелов, А. В. Элементарная геометрия / А. В. Погорелов. – М. : Наука, 1972. – 208 с.

7. Саранцев, Г. И. Обучение математическим доказательствам в школе: кн. для учителя / Г. И. Саранцев. – М. : Просвещение, 2000. – 173 с.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КВИЗ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ УЧЕБНОЙ МОТИВАЦИИ СТАРШЕКЛАССНИКОВ

Е. В. Армеева, учитель математики,
МБОУ городского округа «Город Архангельск» «Средняя школа № 14 с углублённым изучением отдельных предметов имени Я. И. Лейцингера»,
Архангельск, Россия
Е. В. Басина, учитель математики,
МОУ «Новодвинская гимназия»,
Новодвинск, Россия
e-mail: a7enka@yandex.ru, evbasina@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются принципы организации математических квизов во внеурочной деятельности старшеклассников. Квизы служат для повышения учебной

мотивации, активизации познавательной деятельности. Приведены примеры математических задач, прошедшие апробацию.
Ключевые слова: квиз, учебная мотивация, внеурочная деятельность, требования к вопросам квиза, образцы задач.

MATHEMATICS QUIZ AS A MEANS OF ENHANCING ACADEMIC MOTIVATION OF HIGH SCHOOL STUDENTS

E. V. Armeeva, Mathematics Teacher,
Municipal Educational Institution Urban District «Arkhangelsk city» «Secondary School No. 14 with Advanced Study of Certain Subjects named after Y. I. Leitzinger»,
Arkhangelsk, Russia
E. V. Basina, Mathematics Teacher,
Municipal Educational Institution «Novodvinsk Gymnasium»,
Novodvinsk, Russia
e-mail: a7enka@yandex.ru; evbasina@yandex.ru
Abstract. The article examines the principles of organizing mathematics quizzes as part of extracurricular activities for high school students. Quizzes are used to enhance academic motivation and stimulate cognitive activity. Examples of mathematical problems that have been tested in practice are provided.
*Keywords***:** quiz, academic motivation, extracurricular activity, quiz question requirements, samples of mathematics problems.

Каждый школьный учитель сталкивается с проблемой поиска эффективных способов повышения учебной мотивации, активизации познавательной деятельности. Федеральный государственный образовательный стандарт Российской Федерации ориентирован на формирование функциональной грамотности, практических навыков, межпредметных связей. Внедрение игровых элементов в образовательный процесс способствует формированию интереса к изучаемому предмету. Развитие интеллектуальных и творческих способностей детей, популяризация точных наук как отраслей научного знания – одна из главных целей внеурочной деятельности учителей математики.

Одной из форм такой работы являются математические квизы. Термин впервые появился в 1781 году и стал использоваться в обиходе как эпитет для обозначения странного или неординарного человека. Спустя немного времени слово стали употреблять для обозначения процесса игры, получения удовольствия от соревнований. В русском языке аналогом этого слова является «викторина» [3, с. 3].

Разработке цикла математических квизов была посвящена деятельность творческой группы педагогов города Архангельска и Архангельской области [1, 2]. Задачи этих мероприятий: формирование навыков коллективной работы, так как совместная работа над заданиями способствует созданию дружеской атмосферы и укреплению социальных связей; развитие критического мышления, так как решение математических задач требует логического мышления, анализа информации и умения находить нестандартные подходы; мотивация к самообразованию и умению видеть математические закономерности в окружающем мире, в различных направлениях науки и техники.

Математический квиз является командной игрой. Участники команды – старшеклассники в количестве 4–8 человек, оптимальное число игроков – 5. Каждой группе нужно выбрать капитана, который будет вносить ответы игроков в бланк. Капитану команды должны быть присущи коммуникабельность и способность грамотно организовать обсуждение вопросов квиза. Игра состоит из нескольких туров. Каждый состоит из вопросов, на которые нужно дать ответ в течение ограниченного времени. После каждого тура бланки собираются, озвучиваются правильные ответы и предварительные результаты.

Требования к вопросам туров.

1. Наличие ситуационной значимости контекста: все вопросы, представленные в проводимом квизе, соответствуют теме, отраженной в названии игры.

Рисунок 1

2. Наличие неопределенности в способах решения задачи: процесс решения носит нешаблонный характер, алгоритмы решения не представлены в школьных учебниках (рисунок 2).

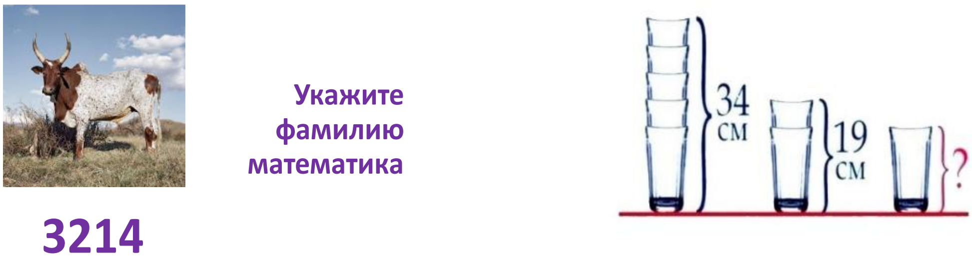


Рисунок 2

3. Доступность уровня сложности для решения в короткий промежуток времени: правила игры ограничивают время решения от нескольких секунд до двух минут, что заставляет участников команды быть более сконцентрированными и нацеленными на результат.

Нельзя обойтись и без юмора, поэтому в одной из игр был тур «Научный бред». Участникам было необходимо «перевести» пословицу с научного языка.

1) Условием выживания биологической особи является её перемещение по криволинейной замкнутой траектории. (Хочешь жить – умей вертеться.)

2) Объективным показателем IQ является способность оценить преимущество кругового движения перед прямолинейным движением по вертикали. (Умный в гору не пойдет, умный гору обойдет.)

3) Определенная численность коллектива наставников молодежи имеет характерные негативные стороны, омонимичные некоторому физическому недостатку воспитанников. (У семи нянек дитя без глазу.)

4) Положительные эмоции, испытываемые в процессе пассивного перемещения, являются желательной предпосылкой эмоционального комфорта, сопровождающего реализацию активной двигательной функции. (Любишь кататься – люби и саночки возить.)

5) Стоимость доставки крупного рогатого скота значительно превышает стоимость груза. (За морем телушка – полушка, да рубль перевоз.)

4. Четкость и понятность вопроса, однозначность ответа: задачи не могут иметь несколько вариантов ответов; ответ должен быть представлен числом, словом или словосочетанием.

Тур «Сколькометр» позволяет задать вопросы из биологии, литературы, географии и т. п.

1) Сколько серий в фильме «Семнадцать мгновений весны»?

2) Сколько человек изображено на картине В. Г. Перова «Тройка»?

3) Сколько букв в латинском алфавите?

4) Сколько раз передается эстафетная палочка в беге 4×100 м?

5) Сколько континентов на Земле?

6) Сколько стран начинается на букву «Ц»?

7) Сколько глав в Конституции Российской Федерации?

8) Сколько пар ног у насекомых?

Таким образом, данный формат математической игры оказался востребованным всеми его участниками. Во-первых, квиз заинтересовал учителей: было получено множество положительных отзывов от руководителей команд, в результате был проведен специальный квиз, в котором участвовали только учителя. Во-вторых, отмечен рост заинтересованности детей: если в первой игре принимало участие 6 команд, то в течение двух лет число команд выросло до двадцати трех. Это объясняется яркой эмоциональностью игр, что ведет к повышению мотивации. В-третьих, отмечена заинтересованность родителей: по многочисленным просьбам были проведены квизы в формате «Семейная игра» (родители + дети) и «Игра для родителей». «Очень интересно!», «Познавательно!», «Мы с удовольствием придём ещё!» – такие отзывы мы получили. Анкетирование среди пятидесяти пяти учителей и пятнадцати родителей показало, что такая форма работы очень эффективна: интерес к математике растет не только у ребят, но и у всей семьи, повышается мотивация к хорошей учебе.

Список литературы

1. Завершился сезон математических игр для школьников (Фоторепортаж с официального сайта МОУ «Гимназия» г. Новодвинск) : [сайт]. – URL: http://новгимназия.рф/2025/05/01/ (дата обращения: 24.06.2025).

2. Математический квиз «Битва умов» (Репортаж с официальной группы в ВК МБОУ №14) : [сайт]. – URL: https://vk.com/school14_arh (дата обращения 24.06.2025).

3. Тимофеева, Е. С. Организация и особенности проведения квизов / Е. С. Тимофеева // Образовательная социальная сеть : [сайт]. – URL: https://nsportal.ru/npo-spo/obrazovanie-i-pedagogika/library/2022/11/18/organizatsiya-i-osobennosti-provedeniya-kvizov (дата обращения: 14.06.2025).

МОДЕЛЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ДОСТИЖЕНИЯ ЛИЧНОСТНЫХ И МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ШКОЛЬНИКАМИ ПРИ ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ В 7–9-х КЛАССАХ

Е. В. Безенкова, преподаватель,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь, Россия
email: elena-bezenkova@yandex.ru

Аннотация. Представлена модель включения элементов истории математики в процесс обучения геометрии школьников 7–9-х классов. Описаны целевой, организационно-содержательный, технологический и критериально-оценочный блоки модели. Дано наглядное изображение состава и структуры моделируемого процесса.

Ключевые слова: модель, методика обучения геометрии, история математики.

A MODEL FOR USING MATERIALS FROM THE HISTORY OF MATHEMATICS TO ACHIEVE PERSONAL AND METASUBJECT RESULTS FOR STUDENTS WHEN TEACHING GEOMETRY IN GRADES 7–9

E. V. Bezenkova, Lecturer,
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
Perm, Russia
email: elena-bezenkova@yandex.ru

Annotation. A model of the inclusion of elements of the history of mathematics in the process of teaching geometry to schoolchildren in grades 7–9 is presented. The target, organizational, substantive, technological, and criterion-evaluation blocks of the model are described. A visual representation of the composition and structure of the modeled process is given.

Keywords: model, methodology of teaching geometry, history of mathematics.

Для общего понимания сути организации процесса применения материалов по истории математики с целью формирования личностных и метапредметных компетенций у учащихся 7–9-х классов при изучении геометрии целесообразно использовать метод моделирования. Этот подход универсален и широко применяется для исследования различных явлений и процессов в самых разных областях человеческой деятельности. Моделирование представляет собой интегративный метод, поскольку сочетает в себе как эмпирические, так и теоретические компоненты. Как отмечал А. И. Богатырев, данный метод позволяет соединить экспериментальные исследования с построением логических схем и научных абстракций.

Следуя определению А. И. Богатырева, модель можно рассматривать как систему знаков, отражающую ключевые характеристики оригинальной системы и обеспечивающую визуализацию изучаемого процесса [2]. При конструировании модели были приняты во внимание такие критерии, как ингерентность, адекватность и простота, что необходимо для соответствия модели её функциональному назначению [5].

Ингерентность модели обеспечивается её полной интеграцией в образовательную среду, для которой она предназначена. При этом происходит не только адаптация модели к условиям среды, но и обратное влияние среды на модель. Адекватность подразумевает соответствие поставленным целям, а именно, достижение учащимися 7–9-х классов личностных и метапредметных результатов с помощью материалов истории математики в процессе освоения геометрии. Простота модели выражается в акценте на наиболее значимых характеристиках моделируемого процесса, что способствует её доступности и понятности для пользователей.

В качестве методологической базы предлагаемой модели выбран системный подход. Под системой понимается «совокупность взаимосвязанных элементов, выделенных по определенным признакам, объединенных общей целью функционирования и управления, и взаимодействующих с окружающей средой как единое целое» [3]. Характеристики системы определяются совокупностью её элементов, связей и отношений, которые выступают системообразующими.

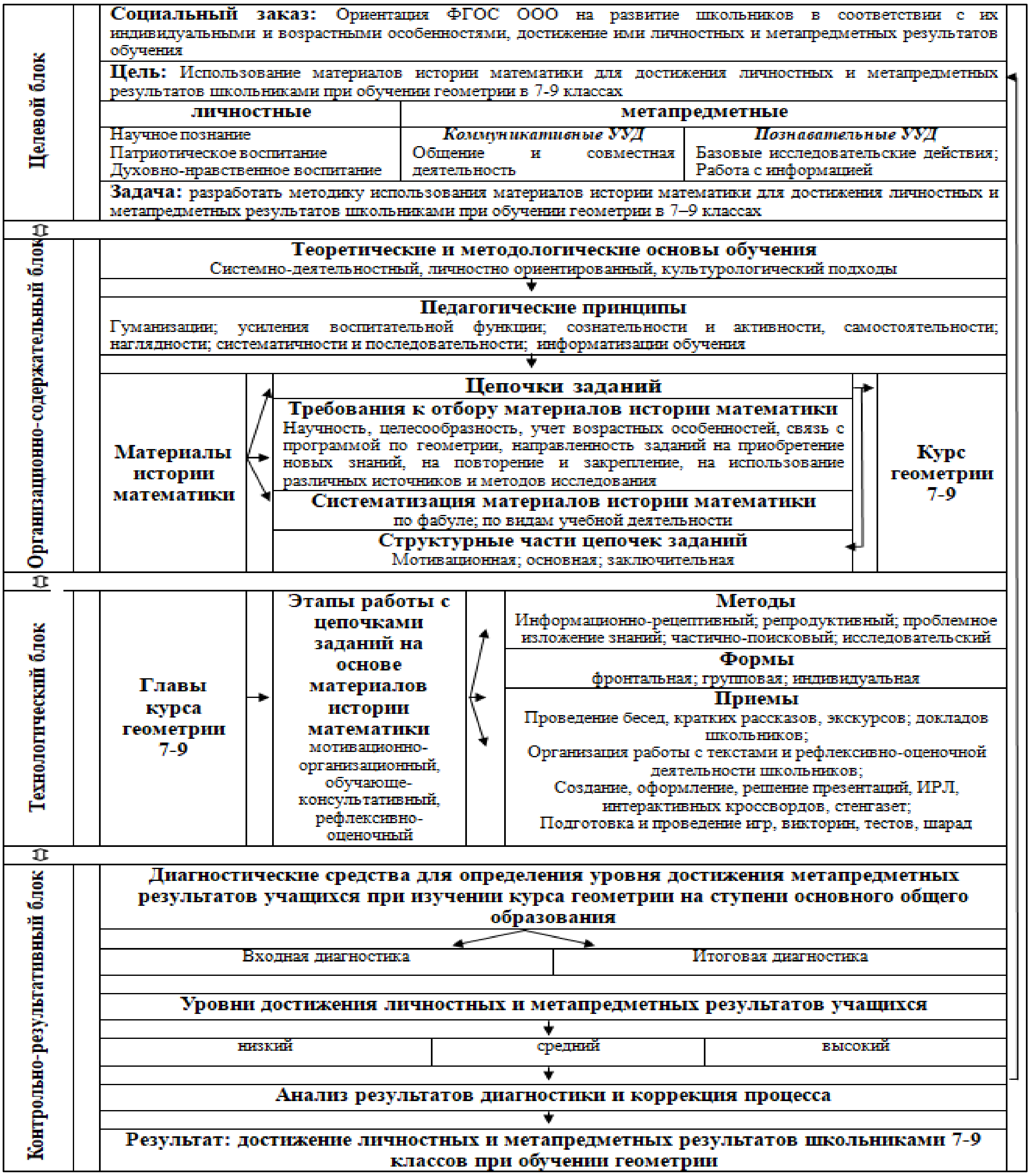


Рисунок 1 – Структурно-функциональная модель процесса использования элементов истории математики для достижения личностных и метапредметных результатов школьниками при обучении геометрии в 7-9 классах

Для визуализации структуры и состава моделируемого процесса применяется графический метод. В разработанной модели отражена традиционная для отечественной педагогики структура педагогического процесса, включающая целевой, организационно-содержательный, технологический и критериально-оценочный компоненты. Эти взаимосвязанные элементы функционируют как единая система (рисунок 1).

Целевой блок модели отражает подсистему, включающую социальный заказ, цель и задачи. Социальный заказ – это ожидания общества, связанные с удовлетворением образовательных потребностей. В нашем случае – это достижение школьниками личностных и метапредметных результатов обучения, представленных в ФГОС. Цель модели – использование материалов истории математики для достижения личностных и метапредметных результатов школьниками при обучении геометрии в 7–9-х классах. Ключевые результаты: развитие научного мышления, патриотизма, нравственности, а также коммуникативных и познавательных умений. Для этого необходимо разработать методику применения материалов истории математики на уроках геометрии.

Организационно-содержательный блок модели включает в себя теоретические и методологические основы обучения (системно-деятельностный, личностно ориентированный, культурологический подходы), принципы, отражающие основные требования к организации и проведению педагогического процесса (гуманизации; усиления воспитательной функции; сознательности и активности, самостоятельности; наглядности; систематичности и последовательности; информатизации обучения), взаимосвязь материалов истории математики с главами курса геометрии 7–9 посредством цепочек заданий. В цепочках заданий на основе материалов истории математики выделены три структурные части (мотивационная, основная, заключительная), учтены требования к отбору материала (научность, целесообразность, учет возрастных особенностей, связь с программой по геометрии, направленность заданий на приобретение новых знаний, на повторение и закрепление, на использование различных источников и методов исследования) и систематизированы задания по фабуле и по видам учебной деятельности.

Технологический блок рассматриваемой модели демонстрирует сопровождение каждой главы курса геометрии в 7–9-х классах поэтапной работой (мотивационно-организационный, обучающе-консультативный, рефлексивно-оценочный этапы) с цепочками заданий на основе материалов истории математики. Данный блок содержит, кроме того, описание методов, форм и приёмов работы с историческим материалом.

Концепция методов обучения, согласно И. Я. Лернеру и М. Н. Скаткину, представляет собой систему целенаправленных действий педагога по организации познавательной и практической активности учащихся, обеспечивающей успешное освоение материала [4]. В работе используется классификация методов обучения по характеру познавательной деятельности (информационно-рецептивный, репродуктивный, проблемного изложения, частично-поисковый, исследовательский), что способствует формированию у школьников различных видов познавательной активности. Процесс использования материалов истории математики для достижения личностных и метапредметных результатов школьниками при обучении геометрии в 7–9-х классах реализуется через такие формы обучения, как фронтальная, групповая, индивидуальная работа. Среди методических приёмов, используемых учителем, выделим проведение бесед, кратких рассказов, экскурсов, докладов школьников; организацию работы с текстами и рефлексивно-оценочной деятельности школьников; создание, оформление, решение презентаций, интерактивных рабочих листов, интерактивных кроссвордов, стенгазет; подготовку и проведение игр, викторин, тестов, шарад [1].

Контрольно-результативный блок модели представлен уровнями достижения личностных и метапредметных результатов учащихся основной школы, диагностическим инструментарием, анализом достижений и коррекцией процесса в случае необходимости. Обратим внимание, что мы измеряли два разных вида результатов (личностные и метапредметные), поэтому привлекали к работе классных руководителей и команду психологов.

На основе описанной модели нами разработана методика использования элементов истории математики для достижения личностных и метапредметных результатов школьников при обучении геометрии в 7–9-х классах, эффективность которой доказана экспериментально с привлечением методов математической статистики.

Список литературы

1. Безенкова, Е. В. Использование заданий с элементами истории математики в процессе обучения геометрии в 7–9-х классах / Е. В. Безенкова // Математическая подготовка в школе и вузе: содержание и технологии : Материалы 43-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Сыктывкар, 26–28 сентября 2024 г. / Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина. – Сыктывкар, 2024. – С. 271–275.
2. Богатырев, А. И. Теоретические основы педагогического моделирования: сущность и эффективность / А. И. Богатырев, И. М. Устинова. – URL: http://www.rusnauka.com/SND/Pedagogica/2_bogatyrev%20a.i..doc.htm (дата обращения: 12.06.2025).
3. Ковалева, Г. И. Теория и практика обучения будущих учителей математики конструированию систем задач : монография / Г. И. Ковалева. – Волгоград : Перемена, 2012. – 214 с.
4. Лернер, И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – М. : Педагогика, 1981. – 184 с.
5. Новиков, А. М. Построение образовательных моделей. Как строится образовательная модель? / А. М. Новиков, Д. А. Новиков // Инновационные проекты и программы в образовании. – 2010. – № 1. – С. 3–9.

О РОЛИ ИНСТРУМЕНТОВ И СРЕДСТВ В РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ

Е. А. Богданова, к. пед. н., доцент,
П. С. Богданов, к. ф.-м. н.,
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С. П. Королева,
С. Н. Богданов, к. ф.-м. н., доцент,
Самарский филиал Московского городского педагогического университета,
Самара, Россия
e-mail: bogdanovaea2014@gmail.com, poulsmb@rambler.ru,
bogdanovsan@rambler.ru

Аннотация. В данной статье показано, что выбор инструментов и средств, используемых при решении практико-ориентированных метрических задач с «неопределенными исходными данными», существенно влияет на построение математической модели.

Ключевые слова: практико-ориентированные задачи, инструменты и средства, технологии виртуальной реальности.

ON THE ROLE OF TOOLS AND MEANS IN GEOMETRIC PRACTICE-ORIENTED PROBLEMS SOLVING

E. A. Bogdanova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
P. S. Bogdanov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Samara National Research University named after academician S. P. Korolev,
S. N. Bogdanov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate professor,
Samara Branch of the Moscow City University
Samara, Russia
e-mail: bogdanovaea2014@gmail.com, poulsmb@rambler.ru,
bogdanovsan@rambler.ru

Annotation. This article shows that the choice of tools and means used in solving practice-oriented metric problems with “uncertain initial data” significantly affects the construction of a mathematical model.

Keywords: practice-oriented problems, tools and means, virtual reality technologies.

Одним из важнейших направлений совершенствования школьного математического образования является формирование функциональной математической грамотности учащихся, которая включает в себя умения по использованию математических знаний для решения разнообразных задач межпредметного и практико-ориентированного содержания. В таких задачах значительную роль играют геометрические знания, приобретенные школьниками во время учебы. О необходимости обучения решению практико-ориентированных задач в курсе школьной геометрии сказано и в Федеральном государственном стандарте общего среднего образования, где утверждается, что требования к предметным результатам освоения математики должны отражать применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения задач с практическим содержанием, а также указывается на необходимость сформировать у обучающихся умения моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат [7]. Эти умения лежат в основе решения любой практико-ориентированной задачи.

В соответствии с определением, данным М. В. Егуповой в работе [4], геометрической практико-ориентированной задачей будем называть задачу, основанную на содержательной модели реального объекта или процесса, математическая модель которого может быть построена с использованием средств геометрии.

Практико-ориентированные геометрические задачи чрезвычайно разнообразны как по содержанию, так и по уровню сложности. Например, такие задачи есть в контрольно-измерительных материалах ОГЭ и базового ЕГЭ. Практико-ориентированные задачи имеются в небольшом количестве в стандартных школьных учебниках геометрии, например, учебнике Л. С. Атанасяна [5]. Аналогичные задания используются при проведении олимпиад [6]. В задачах из перечисленных источников чаще всего математическая модель уже задана в условии, поэтому для получения верного ответа учащимся необходимо лишь использовать известные им математические факты. Такие задачи в основном носят метрический характер, а числовые значения величин, от которых отталкивается решение задачи, как правило, приведены в её формулировке.

С точки зрения формирования прикладных умений учащихся гораздо более интересны задачи, в условии которых не указано, какие конкретные величины можно использовать для их решения. Поэтому математическая модель таких задач определяется неоднозначно. Практико-ориентированные геометрические задания подобного типа можно найти, например, в серии пособий для 7–9-х классов авторов Ю. А. Глазкова, М. В. Егуповой [1–3].

Большинство реальных практических заданий геометрического характера относятся либо к конструктивным задачам, связанным с построением фигур по заданным условиям, либо к метрическим задачам, в которых требуется найти значение некоторой геометрической величины. Как правило, в реальности при решении таких заданий используются некоторые инструменты. Поэтому вариативность решения в практико-ориентированных задачах, в частности, может достигаться за счет выбора инструментов и средств, задействованных в них. Под инструментами и средствами будем понимать материальные или виртуальные объекты, которые используются в решении практической задачи, связанной с применением геометрии в реальной ситуации. Например, обычный шнур с колышками может применяться для построения на местности отрезка, прямого угла, окружности, эллипса, равностороннего треугольника и т. д. 3D-принтер является средством воспроизведения некоторой материальной пространственной фигуры, которую нужно построить согласно условиям задачи.

От выбора инструментов и средств существенно зависит математическая модель, используемая в решении задачи. Так, инструменты, позволяющие производить замеры линейных или угловых величин, играют важнейшую роль при решении метрических практических задач. Продемонстрируем это на примере.

Задача 1. На ровном участке земли стоят столбы линии электропередач, которые располагаются по прямой на одном и том же расстоянии друг от друга. У друзей – Коли, Саши и Пети – имеется доступ лишь к трем столбам, которые на рисунке 1 обозначены *A*, *B* и *C*, при этом между двумя соседними столбами имеются некоторые препятствия, не позволяющие напрямую замерить расстояние между ними. Друзьям необходимо найти расстояние между двумя соседними столбами. Как они могут решить стоящую перед ними задачу?

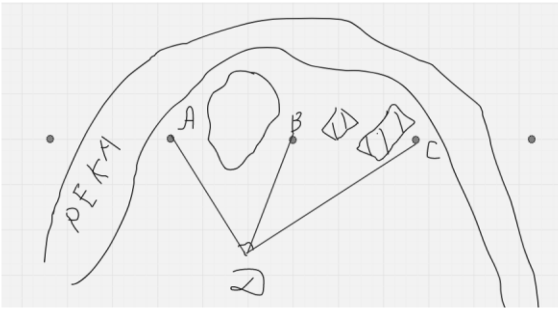


Рисунок 1

Решение. 1) Пусть в распоряжении друзей имеется рулетка и подручные средства: веревка (шнур), колышки. На веревке отмеряем последовательно отрезки длиной 3 м, 4 м и 5 м, на концах которых завязываем узлы. Начало отрезка длиной 3 м и конец отрезка длиной 5 м связываем одним узлом. Каждый из трех друзей берется за один узел, и они натягивают отрезки веревки так, что получается прямоугольный треугольник. Затем они выбирают на местности такое положение этого треугольника, чтобы один катет был направлен на основание столба *A*, а другой катет на основание столба *C*. Тогда расстояние от вершины прямого угла до основания столба *B* будет искомым, так как медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы. Это расстояние уже можно замерить рулеткой.

2) Пусть в распоряжении друзей имеется рулетка и инструмент или прибор, позволяющий измерять углы на местности.

В этом случае, находясь в произвольной точке *D*, из которой видны основания столбов *A* и *B*, замеряем угол *ADB*, затем рулеткой измеряем расстояния *AD* и *DB*, и по теореме косинусов вычисляем искомое расстояние *AB*.

Приведенные различные решения рассмотренной задачи демонстрируют существенное влияние применяемых инструментов на ход её решения. На наш взгляд, перечисление разрешенных к использованию инструментов усиливает практический смысл задачи. В таких задачах значительно сокращается неопределенность в построении математической модели, и поэтому их более удобно использовать в классно-урочной форме организации занятий и на олимпиадах. Задачи же с незаданным инструментарием более пригодны для осуществления исследовательской деятельности учащихся, поскольку, чем больше степень неопределенности задачи, тем больше простора для исследований.

Тем не менее, и для конкретной совокупности инструментов и средств возможно создание нескольких математических моделей для решения данной практической задачи, поскольку одни и те же инструменты позволяют замерять значения различных геометрических величин. Например, используя набор инструментов и средств из первого решения рассмотренной выше задачи, можно найти расстояния от произвольной точки *D* до столбов *A*, *B*, *C* и для вычисления *AC*, а значит, и *AB*, применить теорему о том, что сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.

Таким образом, построение различных математических моделей для решения практико-ориентированных метрических задач с «неопределенными исходными данными» можно осуществлять по следующей схеме: сначала определяемся с инструментами и средствами, затем с измеряемыми с их помощью величинами, значения которых позволят однозначно решить задачу.

Все рассмотренные решения сформулированной выше задачи можно назвать «теоретическими», поскольку при этом ни один инструмент реально не использовался. Для решения метрических практических задач в условиях, максимально приближенных к реальным, необходимо использовать конкретные числовые значения измеряемых величин, которые должны быть получены экспериментально. Для этого не обязательно задействовать специальные приборы, можно воспользоваться программами виртуальной реальности. Технологии виртуальной реальности позволяют моделировать объекты окружающей действительности, а также процессы их взаимодействия при затруднениях в проведении реального практического опыта с ними. Ясно, что групповой выход в виртуальную реальность сопряжен с временными и другими затратами, а для целого класса вообще не реален. Но необходимые замеры в виртуальной реальности с применением электронных инструментов может делать один учащийся, а все остальные должны произвести расчеты.

В целом, инструментарий и средства играют ключевую роль в практико-ориентированном обучении и решении геометрических задач, помогая обучающимся развивать свои навыки и применять теоретические знания на практике.

Список литературы

1. Глазков, Ю. А. Тренажер по геометрии: 7 класс. К учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» / Ю. А. Глазков, М. В. Егупова. – М. : Экзамен, 2019. – 80 с.

2. Глазков, Ю. А. Тренажер по геометрии: 8 класс. К учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» / Ю. А. Глазков, М. В. Егупова. – М. : Экзамен, 2019. 80 с.

3. Глазков, Ю. А. Тренажер по геометрии: 9 класс. Кучебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» / Ю. А. Глазков, М. В. Егупова. – М. : Экзамен, 2021. – 78 с.

4. Егупова, М. В. Практико-ориентированное обучение математике в школе: проблемы и перспективы научных исследований // Наука и школа. – 2022. – № 4. – С. 85–95.

5. Математика. Геометрия: 7–9-е классы : базовый уровень : учебник / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутусов, С. Б. Кадомцев [и др.]. – М. : Просвещение, 2023. – 416 с.

6. Олимпиада школьников «Шаг в будущее». Профиль: математика. Заключительный этап. 2021. 10 класс. Вариант 1. URL: https://rsr-olymp.ru/upload/files/tasks//168/2021/23219714-tasks-math-10-final-21-22.pdf (дата обращения 11.06.2025).

7. Федеральный государственный стандарт общего среднего образования. URL: https: //fgos.ru/fgos/fgos-soo (дата обращения 06.06.2025).

ЭСТЕТИЧЕСКОЕ ВОСПИТАНИЕ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Л. И. Боженкова, д. пед. н., профессор,
Мордовский государственный педагогический университет имени М. Е. Евсевьева,
Саранск, Россия
e-mail: krasel1@yandex.ru

Аннотация. Дана трактовка понятия «эстетическое воспитание в обучении математике», которое рассматривается с учётом эстетики математического мышления (Вейль), а также с позиций межпредметных связей математики и искусства. Показана связь направлений эстетического воспитания с результатами освоения математики.

Ключевые слова: эстетическое, красота математики, математическое мышление, эстетическое воспитание, виды деятельности, результаты освоения математики.

AESTHETIC EDUCATION AND THE PLANNED RESULTS OF TEACHING TO MATHEMATICS

L. I. Bozhenkova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Mordovian State Pedagogical University,
Saransk, Russia
e-mail: krasel1@yandex.ru

Abstract. The interpretation of the concept of «aesthetic education in teaching maths» is given, which is considered in the context of the aesthetics of mathematical thinking (Weil) and from the perspective of interdisciplinary connections between maths and art. The connection of the directions of aesthetic education with the results of mastering maths is shown.

Keywords: aesthetic, beauty of mathematics, mathematical thinking, aesthetic education, types of activities, results of mastering mathematics.

Эстетическое воспитание является одним из направлений воспитательной деятельности, согласно обновлённому ФГОС ОО, где даны целевые установки, конкретизирующиеся в ФРП «Математика». Указывается, что личностные результаты освоения программы по математике на всех уровнях в направлении эстетического воспитания (ЭВ) характеризуются «способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве» [10, п. 147.3.1]. Отмечается, что изучение математики способствует ЭВ учащихся. Очевидно, что для достижения результатов освоения математики в контексте ЭВ учащихся, необходимы детализация приведённых требований, основанных на базовых понятиях эстетики, и установление связей её важнейших категорий с содержанием и процессом обучения математике.

Исходная категория науки эстетики – «эстетический» (чувствующий), войдя в систему философских понятий (XVIII в., А. Г. Баумгартен), определила её название и «специфику её предмета во всех проявлениях эстетического: чувство; отношение; вкус; идеал; ценность; искусство как вид специфически эстетической деятельности» [11, с. 422]. Эстетика рассматривается как «философская наука о сущности общечеловеческих ценностей, их рождении, бытии, восприятии и оценке, о наиболее общих принципах эстетического освоения мира в процессе любой деятельности человека» [6, с. 12]. Эстетическая деятельность рассматривается, во-первых, как специфический вид практически-духовной деятельности (создание произведений искусства). Во-вторых, это духовная деятельность, включающая эстетические созерцание, восприятие, суждение и пр. [11, с. 75]. Вторая сторона эстетической деятельности особенно важна в решении задачи ЭВ учащихся в обучении математике. Эстетической мерой совершенства предметов и явлений, их ценностным значением для человека является красота. Философское понятие красоты до сих пор не получило однозначной трактовки, что объясняется сложностью этого феномена. Можно говорить о красоте определённого факта, объекта, явления, теории и др.

В красоте математики особенным образом преломляются фундаментальные законы бытия: цельность, структурность, симметрия, ритм и их внешние проявления: выразительность, формальная завершенность, ясность [11]. По мнению шотландского философа XVIII в. Ф. Хатчесона красота математики характеризуется тремя параметрами [1]: единством в многообразии (использование одной и той же теории, методов в разных разделах математики); всеобщность научных истин; обретение неочевидной истины (факт решения какой-либо сложной математической задачи).

Эстетическую составляющую науки математики отмечают учёные-математики, имея в виду особенности математического познания. Так, А. Пуанкаре отмечал, что элементы математики расположены в такой гармонии, которая удовлетворяет и эстетическим потребностям, и помогает уму – поддерживает, направляет его [9]. Г. Вейль говорил о математике и математизации, что, «аналогично мифотворчеству, языку и музыке, математика принадлежит к числу изначальных проявлений активности человека, в которой «живёт стремление к созиданию форм духа и выражается мировая гармония» [4, с. 340].

По Вейлю, математический способ мышления характеризуется точностью математического языка; использованием абстракции, в результате которой «интуитивная картина должна уступать место знаковой модели», что определяет конструктивный характер математики [4, с. 12]. Аксиоматический метод также отнесён Вейлем к математическому способу мышления, причём этот метод является конструктивизмом на уровне математических суждений, т. к. они строятся в соответствии с комбинациями логических правил. Р. Курант отмечал, что «математика содержит в себе черты волевой деятельности, умозрительного рассуждения, стремления к эстетическому совершенству» [5, с. 20].

Обобщая взгляды на эстетику математики, представленные в истории школьной математики, в работах математиков и методистов XX в., А. В. Волошинова, И. Г. Зенкевича, Г. Пидоу и др., а также результаты собственных исследований этой проблемы, Г. И. Саранцев выделил характеристики понятия «красота математики». Это – соответствие математического объекта его стандартному стереотипному образу; порядок, логическая строгость; простота; универсальное использование этого объекта в различных разделах математики; оригинальность, неожиданность [8]. Кроме скрытой внутренней красоты существует внешняя сторона эстетики математики – её связь с искусством, раскрытие которой требует специальной деятельности, направленной на выявление и присвоение эстетического потенциала математики – эстетическое воспитание. Проблеме ЭВ в обучении математике посвящён ряд диссертационных исследований, проведённых до введения ФГОС ОО (Н. В. Гусева, О. В. Черник и др.).

В педагогике ЭВ трактуется, как «организации разнообразной художественно-эстетической деятельности учащихся, направленной на формирование у них способностей полноценного восприятия и правильного понимания прекрасного в искусстве и жизни, на выработку эстетических понятий, вкусов и идеалов» [7, с. 395]. Необходимость ЭВ обсуждается в учебниках по эстетике, даются определения ЭВ, содержательно соотносимые с его трактовкой в педагогике [6, 11]. Отмечается, что ЭВ каждого человека должно осуществляться, «с самого раннего возраста» [6, с. 131].

В результате анализа и обобщения всего вышесказанного, с учётом собственных исследований [2, 3], *эстетическое воспитание в обучении математике трактуется как* такое воспитание, *в процессе* которого обогащается опыт понимания учащимся красоты науки математики, включающей эстетику математического мышления, роли математики в искусстве, а его *результатом* является эстетическое отношение к собственной деятельности, в том числе, к учебно-познавательной, и к собственному поведению. В соответствии с этой трактовкой, с учётом особенностей математического познания, специфики эстетической деятельности выявлены направления ЭВ учащихся в обучении математике (таблица).

Таблица – Взаимосвязь направлений ЭВ в обучении математике с результатами её освоения

Эстетика математического мышления	*Эстетика в контексте связи математики и искусства*	
I. *Характеристики:* точность математического языка; создание математических конструкций; аксиоматика	**II.** *На уровне видов деятельности:* включение эстетической духовной деятельности в процесс обучения математике	**III.** *На уровне содержания:* иллюстрация использования математических теорий и понятий в искусстве
1) эстетика математической речи (устной и письменной); 2) построение абстрактных математических конструкций и моделей; 3) использование мыслительных операций; 4) использование индукции и дедуктивного метода в изучении математики	Использование произведений живописи и архитектуры для открытия учебной информации и применения знаний: а) анализ проблемных учебных ситуаций; моделирование и конструирование; в) подготовка сообщений; г) создание образовательных продуктов	Теория пропорций; степени чисел 2 и 3. Золотое сечение. Теория перспективы. Среднее арифметическое и среднее гармоническое. Симметрия; подобие. Многогранники; круглые тела. Фракталы
Метапредметные, предметные, личностные результаты освоения ФРП ОО «Математика»		
Преимущественно – познавательные логические, регулятивные	Преимущественно – базовые исследовательские, регулятивные, коммуникативные	Преимущественно – работа с информацией, коммуникативные

Эстетическое воспитание в обучении математике рассматривается через целевую, содержательную и процессуальную составляющие процесса обучения. Целевая составляющая задаётся установкой ФГОС ОО на достижение личностных результатов посредством осуществления ЭВ, а также его процесс и результат вносят свой вклад в достижение предметных и метапредметных результатов (таблица). Содержательная составляющая представлена содержанием математики и объектами искусства, которые используются в качестве иллюстраций. Процессуальная составляющая обеспечивается умениями саморегуляции, которые используются в обучении математике в рамках первого направления при открытии новой учебной информации и применении знаний, поэтому ученики, преимущественно, используют познавательные логические УУД [2, 3]. При этом возникновению эстетических чувств способствуют средства самой математики и возможность управления собственной деятельностью с помощью интеллектуальных умений: ученики получают удовольствие от успешной математической деятельности при изучении учебной информации.

В рамках второго направления ЭВ применяются формы организации деятельности учащихся, способствующие включению ученика в активную поисковую деятельность, что предполагает использование исследовательских УУД. На уроках задействованы репродукции произведений искусства, использование которых служит одним из способов реконструкции содержания обучения математике. Учащиеся строят математические и учебные модели, используя соответствующие приёмы саморегуляции. Формой организации учебной деятельности являются деловые игры, поэтому используются коммуникативные (общение, устная и письменная речь) и регулятивные УУД [3]. В соответствии с третьим направлением ЭВ учащихся важным является подбор таких иллюстраций, объектов, которые позволяют выявить используемую математическую базу. Важное значение здесь имеют практико-ориентированные задачи. Формы организации и методы обучения зависят в данном случае от сложности изученной математической теории и от её применимости к объекту исследования [3]. На уроках математики, организованных в контексте связи математики и искусства, актуализируются эстетические способности субъектов деятельности: эстетическое созерцание репродукции, объекта; образное мышление; продуктивное воображение; опережающая эмоциональная оценка объекта в проблемной ситуации [6, 11]. Итогом достаточно продолжительного процесса ЭВ является перенос полученных эстетических способностей человека на любую деятельность и поведение, понимание не только красоты математики, но и принятие прекрасного, отвержение безобразного, низменного, то есть личностное развитие.

Список литературы

1. Абрамов, М. А. Шотландская философия века Просвещения / М .А. Абрамов. – М., 2000. – 353 с.
2. Боженкова, Л. И. Методика формирования УУД при обучении геометрии / Л. И. Боженкова. – 5-е изд. – М. : Лаборатория знаний, 2024. – 208 с.
3. Боженкова, Л. И. Теоретические основы интеллектуального воспитания учащихся в обучении геометрии: Монография / Л. И. Боженкова. – Омск : Изд-во ОмГПУ, 2002. – 206 с.
4. Вейль, Г. Математическое мышление / Г. Вейль: – М. : Наука, 1989. – 400 с.
5. Курант, Р. Что такое математика? Р. Курант, Г. Роббинс. – М. : МЦНМО, 2004. – 568 с.
6. Никитина, И. П. Эстетика: учебник для вузов / И. П. Никитина. – М. : Изд-во Юрайт, 2012. – 676 с.
7. Педагогика : учеб. для студ. высш. учеб. заведений / В. А. Сластёнин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; под ред. В. А. Сластёнина. – М. : Изд-во «Академия», 2006. – 576 с.
8. Саранцев, Г. И. Эстетическая мотивация в обучении математике / Г. И. Саранцев. – ПО РАО, Мордовский пед. ин-т. – Саранск, 2003. – 136 с.
9. Тяпкин А. А., Шибанов А. С. Пуанкаре. – М. : Молодая гвардия, 1982. – 415 с.
10. Федеральная образовательная программа ООО ФРП »Математика». – URL: https: //sudact.ru/law/prikaz-minprosveshcheniia-rossii-2022-n-370/ (Дата обращения 18.03.2025).
11. Эстетика: Словарь / Под общ. ред. А. А. Беляева. – М. : Политиздат, 1989. – 447 с.

РАБОТА С УЧЕБНЫМ ТЕКСТОМ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В 5–8-х КЛАССАХ

И. Н. Власова, к. пед. н., доцент,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь, Россия
e-mail: vlasova@pspu.ru

Аннотация. В статье представлен один из подходов к формированию функциональной грамотности на уроках математики – работа с текстом в учебнике. Описаны основные типы заданий и прёмы работы с информацией, систематическое использование которых способствует не только формированию читательской и математической грамотности, но и повышению качества математического образования.
Ключевые слова: учебный текст, функциональная грамотность, работа с информацией, методика обучения математике.

WORKING WITH EDUCATIONAL TEXT AS A MEANS OF FORMING FUNCTIONAL LITERACY IN TEACHING MATHEMATICS IN GRADES 5-8

I. N. Vlasova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
Perm, Russia
e-mail: vlasova@pspu.ru

Abstract. The article presents one of the approaches to the formation of functional literacy in mathematics lessons – working with text in a textbook. The main types of tasks and techniques for working with information are described, the systematic use of which contributes not only to the formation of reading and mathematical literacy, but also to improving the quality mathematical education.
Keywords: educational text, functional literacy, working with information, mathematics teaching methods.

В обновленной версии стандартов второго поколения (2022 г.) в метапредметных результатах выделена группа умений по работе с информацией. Задача современного учителя в новых условиях работы заключается в такой организации деятельности обучающихся, которая способствует формированию качеств личности, связанных с самообразованием, – поиск и интерпретация информации, её оценивание и проверка на достоверность, выбор адекватных средств поиска и преобразования необходимых сведений.

Практика работы в общеобразовательной средней школе, результаты диагностических работ по формированию метапредметных результатов, а также функциональной грамотности у обучающихся 5–8-х классов показывают невысокий уровень владения умениями по работе с информацией – поиск необходимых данных в смешанных и составных текстах, соотнесение данных из текста и другой формы представления информации, применение правил/алгоритмов/описаний для решения типовой задачи, интеграция и интерпретация информации. Работа с учебным текстом, особенно математике, требует особого подхода и приёмов работы на уроке. Важно учитывать следующие особенности:

– пятиклассники впервые встречаются со смешанным текстом в учебнике, который содержит не только словесное описание основных и вспомогательных теоретических сведений, но и решение типовых заданий, исторические сведения, графическую или другую схематическую запись;

– объём учебного текста по теме занимает до 3–4 страниц;

– в методических рекомендациях для учителя практически отсутствуют пояснения по использованию материала из учебных текстов с целью достижения не только предметных результатов, но умений по работе с информацией.

Анализ типовых заданий по математической грамотности из открытого банка заданий федерального института педагогических измерений показал, что задания по функциональной грамотности имеют следующие особенности:

– задания представлены как смешанный текст, причем часть информации может находиться на картинке/схеме и не дублируется в самом тексте задания;

– достаточно большой объём текста задания (для 5–6-х классов – до 900 слов; для 7–8-х классов – до 1000 слов) по сравнению с заданиями из учебников по математике;

– задания связаны не только с непосредственным жизненным опытом школьника и учитывают изученное предметное содержание, но и могут относиться к другим областям знаний – географии, биологии, химии, физике, обществознанию;

– задания разноуровневые и проверяют следующие группы умений: находить и извлекать информацию; интегрировать и интерпретировать информацию; оценивать содержание и форму текста, использовать информацию из текста в практической задаче или оценке ситуации [2].

При этом в методических рекомендациях по использованию в учебном процессе заданий по функциональной грамотности достаточно подробно описаны общая характеристика разноуровневых заданий и причины затруднений, которые возникают у школьников при работе со смешанными текстами. Однако советов и рекомендаций как можно применять и составлять подобные задания по учебному тексту из учебника и включать их в урок не дается.

Группой преподавателей пермского педагогического университета в рамках выполнения государственного задания Министерства просвещения было проведено исследование по описанию методического инструментария и оценке его эффективности для формирования функциональной грамотности у обучающихся разных возрастов (KPZU-2025-0007 «Организационно-методические условия формирования функциональной грамотности при обучении русскому языку в странах Юга Африки»; 2021–2023 «Условия развития функциональной грамотности среди обучающихся в рамках реализации образовательных программ общего образования»). Разработанный методический инструментарий согласовал предметные, метапредметные результаты и качества, которые характеризуют функциональную грамотность выпускника начальной и основной школы. В основу разработки инструментария были положены: деятельностный подход; метапредметная координация и межпредметная интеграция; типология заданий: на знание; на применение; на рассуждение в ситуации определенности; на рассуждение в ситуации неопределенности.

Апробация результатов исследования проходила в школах Центра инновационного опыта ПГГПУ, где одна из пилотных площадок определила проблему по работе с учебными текстами в 5–8-х классах как при обучении математике, так и при изучении других учебных предметов (физики, русского языка, географии). Анализ педагогического опыта показал, что чаще всего учителя используют следующие прёмы работы с текстом: нахождение информации в тексте для ответа на поставленный вопрос; чтение фрагмента текста и выделение главной информации; составление конспекта по фрагменту текста; чтение всего текста и устное изложение прочитанного в полном или сжатом виде.

Опрос учителей математики также включал вопросы: «Сколько обучающихся читают текст на уроке и вне урока?»; «Сколько обучающихся могут выделить разные части текста (правило, описание решения и др.)?»; «Сколько обучающихся могут применить прочитанное для выполнения подобного задания?». Результаты опроса представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты опроса учителей математики

Вопрос	*Пяти-, шестиклассники*	*семиклассники*	*восьмиклассники*
Читают …?	75 % / 30 %	63 % / 20 %	58 % / 18 %
Выделить части…?	56%	43 %	40 %
Применить…?	54 %	42 %	34 %

Анализ ответов на вопросы показал, что обучающиеся испытывают затруднения с чтением текста и применением информации из него даже на уроке под руководством учителя, а потому во внеурочных условиях чаще всего не открывают учебник, так как «всё равно не понятно». Такие результаты позволили сделать вывод, что учителю на уроках математики необходимо применять и другие прёмы работы с текстом, которые направлены на формирование функциональной грамотности.

В ходе работы инновационных площадок на базе пилотных школ в Пермском крае под руководством участников исследовательской группы были определены действия, связанные с читательской деятельностью, и описаны соответствующие прёмы работы с текстом учебника на уроках математики.

Первая группа действий опирается на содержание самого текста – умение школьника извлекать информацию из текста, устанавливать «недостающую информацию» между авторскими высказываниями. Так, например, в учебнике 5-го класса в теме «Окружность, круг, шар, цилиндр» имеется следующий фрагмент текста: «Расстояние между концами ножек циркуля было постоянным, поэтому *все точки окружности удалены от её центра на одинаковое расстояние* r, которое называют радиусом окружности (круга). **Радиусом** называют также и отрезок OM …. Отрезок KM соединяет две точки окружности K и M и проходит через её центр O. Его называют **диаметром** окружности (круга). *Диаметр окружности вдвое больше её радиуса*» [1, с. 6.].

Так как понятия «окружность», «радиус окружности», «диаметр окружности» являются ключевыми в данной теме и будут применяться для решения большого количества задач, в том числе на итоговой аттестации в 5–6-х классах, то необходимо обратить особое внимание на эту информацию и предложить обучающимся заполнить таблицу по этому фрагменту (таблица 2).

Таблица 2 – Краткая информация по фрагменту текста учебника

Понятие	*Рисунок*	*Что называется…?*
Окружность		
Радиус		Радиусом называется …
Диаметр		

На рисунках важно выделить данный элемент, а в определении понятия подчеркнуть видовые отличия. Также целесообразно уточнить у обучающихся, почему автор выделяет некоторую информацию курсивом, что это означает (например, про диаметр), как можно символически записать данное отношение, внести его в таблицу. Можно предложить задание на выбор верного утверждения, которое соответствует содержанию текста: а) радиус – это длина любого отрезка от центра до точки на окружности; б) чтобы найти радиус, надо диаметр разделить пополам; в) длина диаметра – это удвоенное произведение длины радиуса; г) радиус – это равные отрезки, конец которых лежит на окружности.

Это типовые задания на нахождение информации в тексте и также такие задания относятся к заданиям «на знания» в работах по диагностике функциональной грамотности. Они могут иметь различную степень определенности: от «Определите по тексту/рисунку конкретное явление или понятие» и до более трудного для учащегося, где ответ на вопрос содержится в тексте в синонимическом виде: «Запишите верные равенства по рисунку» или «С какими отрезками «связано» понятие «окружность»?».

В ходе исследования были также определены прёмы работы с учебным текстом по формированию и развитию таких действий как:

– интеграция или объединение информации из текста (текстов) как связывание отдельных предложений или абзацев составных текстов;

– интерпретация или толкование как извлечение из учебного текста такой информации, которая не сообщается напрямую; требуется установить связь между высказываниями и определить теоретическое обоснование для этой связи, выявить причинно-следственные связи;

– установление связи текстовой и внетекстовой информации;

– применение информации из текста для решения математических учебно-познавательных или учебно-практических задач;

– осмысление и оценка текста с целью определения значения информации для решения определенной учебной или математической задачи, обоснования суждения.

Внедрение разработанных дидактических материалов и результаты промежуточной диагностики функциональной грамотности при обучении математике показали положительную динамику в достижении предметных и метапредметных результатов обучения в основной школе.

Список литературы

1. Математика. 5 класс. Учебник в двух частях. Часть 2. / Н. Я. Виленкин , В. И. Жохов, А. С.Чесноков [и др.]. – М. : Просвещение, 2023. – 174 с.

2. Методические рекомендации по использованию в учебном процессе банка заданий для оценки читательской грамотности обучающихся. – М., 2022. – 90 с.

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ УЧЕБНЫХ ЗАДАНИЙ ПО ПЛАНИМЕТРИИ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ПОИСКОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Е. В. Ворушило-Звежинская, аспирант, преподаватель,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: katerinazvezhinskaya@gmail.com

Аннотация. Описана методика построения системы учебных заданий по планиметрии для развития поисковой деятельности учащихся, разработанная с учётом структуры процесса этой деятельности на основе метода пересечения ключевых геометрических конструкций.

Ключевые слова: обучение геометрии, поисковая деятельность, структура поисковой деятельности, ключевые геометрические конструкции.

THE METHODIC OF BUILDING A SYSTEM OF STUDY TASKS ON PLANIMETRY FOR THE DEVELOPMENT OF STUDENTS' SEARCH ACTIVITY

E. V. Vorushilo-Zvezhinskaya, Postgraduate Student, Lecturer,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Belarus
e-mail: katerinazvezhinskaya@gmail.com

Annotation. The method of constructing a system of educational tasks on planimetry for the development of students' search activity is described. This methodic into account the structure of the process of this activity and based on the method of intersection of key geometric constructions.

Keywords: teaching geometry, search activity, structure of search activity, key geometric constructions.

Развитие *поисковой деятельности* учащихся, состоящей в осуществлении поиска скрытой информации, требующейся для решения проблемы [1], – важная метапредметная задача обучения геометрии [5], предполагающая необходимость создания условий для расширения содержания этой деятельности, обогащения средствами реализации, ускоряющими и совершенствующими её результаты, развития поисковых умений и навыков [2]. Поскольку изучение курса планиметрии связано с поиском геометрических фигур и конфигураций, способов решения задач, формулировок определений понятий, доказательств утверждений, то важно использовать его возможности для развития поисковой деятельности учащихся. Для этого необходимы специальные задания, обеспечивающие систематическое включение учащихся в процесс поиска и управление им. Предлагаемая методика построения системы таких заданий предполагает использование *метода конструирования* [4], состоящего в выборе, расположении и соединении учебных заданий так, чтобы выполнялись следующие *требования*:

– обязательность наличия заданий для формирования знаний о структуре процесса поиска на различном учебном материале, а также для ознакомления с источниками информации и приёмами поиска при решении геометрических задач;

– упорядоченность заданий в соответствии с логикой изложения учебного материала с соблюдением принципа возрастания уровня сложности заданий в пределах каждой темы;

– востребованность результатов предыдущих заданий для выполнения последующих.

Структура процесса поиска следующая: «1) формирование субъектом представлений об объекте поиска и искомой информации о нём (предмете поиска); 2) определение носителей информации, формулирование поискового запроса; 3) выбор источников информации и методов её поиска; 4) анализ источников информации, уточнение поискового запроса и извлечение информации; 5) оформление результатов поиска, синтез выводов о предмете поиска; 6) проверка достоверности результатов поиска и их оценка» [1, с. 14].

Объектами поиска при обучении геометрии могут быть не только геометрические фигуры и конфигурации, но и их графические модели, утверждения о свойствах геометрических объектов и отношениях между ними. Предметом поиска могут быть: значения величин, характеризующих эти объекты; конструктивные свойства этих объектов или их графических моделей; формулировки определений понятий и утверждений; доказательства утверждений. Источниками информации при решении задач планиметрии могут служить ключевые «геометрические конструкции, свойства которых известны и позволяют открывать свойства геометрических фигур и связи между ними» [4, с. 71]. Одним из приёмов поиска решения планиметрических задач является *приём пересечения ключевых* *геометрических конструкций*, состоящий в объединении конструкций этого вида, которые связывают данные элементы так, чтобы объект поиска можно было представить как их пересечение.

Разработка системы учебных заданий по планиметрии для развития поисковой деятельности учащихся предполагает выполнение следующих действий: выявить ключевые геометрические конструкции и составить задания для ознакомления с ними; создать задания для ознакомления со структурой процесса поиска и приёмом пересечения ключевых геометрических конструкций; составить задания для организации поисковых процессов при изучении определений понятий, формулировок и доказательств утверждений, при решении задач, требующие комплексного применения различных ключевых геометрических конструкций; упорядочить разработанные задания в систему, отвечающую указанным выше требованиям.

Один из приёмов выявления ключевых геометрических конструкций и примеры заданий для ознакомления с ними описаны нами в статье [3]; в статье [1] рассмотрен пример задания для организации поиска формулировки описания понятия. Здесь акцентируется внимание на разработке заданий для ознакомления со структурой процесса поиска и приёмом пересечения ключевых геометрических конструкций. Рассмотрим пример *задания*, в котором в соответствии с этой структурой предъявляется система вопросов для задачи 1. Полагаем известными ключевые геометрические конструкции по теме «Углы, образованные хордами, секущими и касательными». В скобках даны верные ответы.

Задание. Прочитайте формулировку задачи 1 и найдите её решение, отвечая на вопросы блоков I (для поиска графической модели геометрической конструкции, заданной в условии) и II (для поиска значения искомой величины).

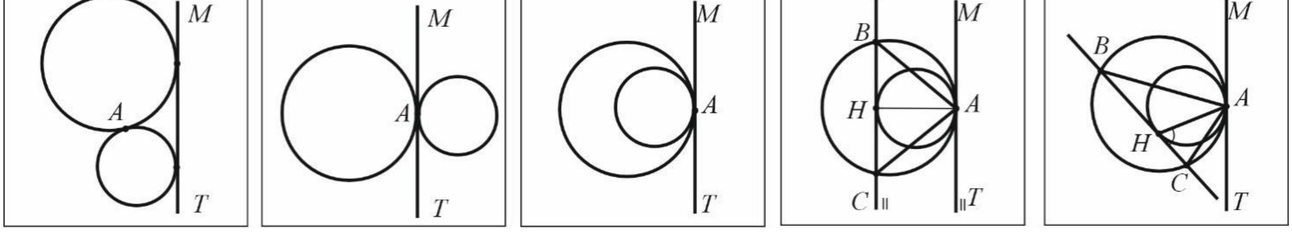
Задача 1. Две окружности разных радиусов имеют общую касательную *TM* и лежат по одну сторону от неё, *A* – точка касания окружностей. В окружность большего радиуса вписан треугольник *ABC* так, что сторона *BC* касается меньшей окружности в точке *H*. Найдите угол между прямыми *BA* и *TM*, если $\angle AHC = 70°$, а угол между прямыми *AC* и *TM* равен 30°.

I. *Начните решение с поиска чертежа, который верно отображает геометрическую конструкцию, заданную условием задачи, то есть с её графической модели.*

1) *Что является объектом поиска?* (Графическая модель данной геометрической конструкции). *Что является предметом поиска?* (Взаимное расположение графических элементов (точек, линий), изображающих данные геометрические фигуры).

2) *Откуда можно узнать информацию о том, как изображаются элементы данной геометрической конструкции?* (Из условия задачи, текста учебного пособия, иллюстраций к нему, а также из перечня ключевых геометрических конструкций). *Какой поисковый запрос можно сформулировать?* (Как изобразить две окружности, имеющие общую касательную?)

3) *Какие ключевые геометрические конструкции, связывающие две касающиеся окружности и их общую касательную, вам известны?* (Они изображены на рисунках 1, *а* – *в*). *Как выбрать из них подходящую?* (Путём перебора и соотнесения с данными задачи).

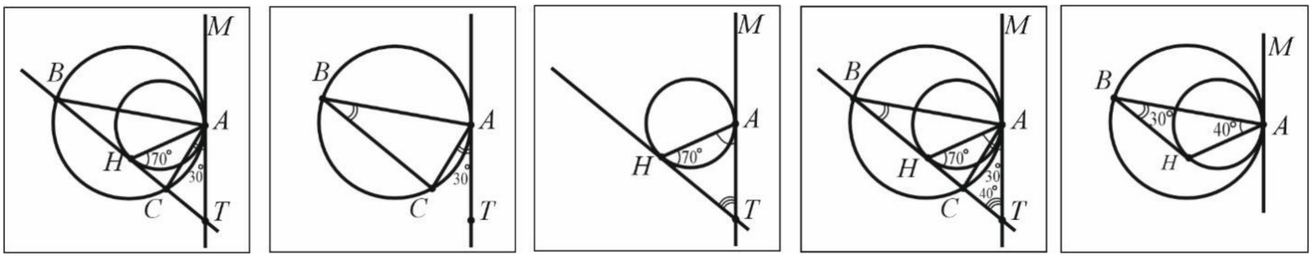


а) *б)* *в)* *г)* *д)*

Рисунок 1 – Претенденты на роль графической модели по условию задачи 1

4) *Соотнесите выполненные вами рисунки с данными задачи и дополните их необходимыми элементами.* (Рисунки 1, *а*, *б* не подходят, так как не соответствуют данным. Дополним рисунок 1, *в* изображением прямой *ВС*. Она не может располагаться параллельно прямой *ТМ*, как изображено на рисунке 1, *г*, так как это противоречит условию $\angle AHC = 70°$. Изменив положение прямой *ВС*, получим рисунок 1, *д*).

5) *Оформите чертёж в тетради и проверьте его соответствие всем данным.* (На рисунке 2, *а* вид изображённых углов соответствует их градусным мерам).



а) *б)* *в)* *г)* *д)*

Рисунок 2 – Иллюстрации к решению задачи 1 и формулировке задачи 2

II. *Выполните поиск угла между прямой ВА и касательной ТМ.*

1) *Что является объектом поиска?* (Угол между прямой *ВА* и касательной *ТМ*). *Что является предметом поиска?* (Градусная мера угла *МАВ* – меньшего из углов, образованных прямыми *ВА* и *ТМ*).

2) *Откуда можно узнать информацию о градусной мере углов, образованных касательной и секущей/хордой?* (Из свойств ключевых геометрических конструкций, включающих эти углы). *Элементом каких ключевых геометрических конструкций является угол МАВ?* (Например, конструкций, состоящих из следующих элементов: треугольника *АВТ*, его внутренних углов *АВТ, АТВ* и внешнего угла *МАВ*; большей окружности, касательной *АМ*, хорды *АВ*, угла *МАВ* и вписанного угла *АСВ*). *Сформулируйте поисковые запросы для этих конструкций.* (Найти градусную меру внешнего угла треугольника *АВТ*. Найти угол между касательной *АМ* и хордой *АВ*).

3) *Какие из рассмотренных геометрических конструкций могут служить источниками информации?* (Без дополнительных вычислений – никакие, так как заданных элементов недостаточно для использования фактов: $\angle ABT = \angle ABT + \angle ATB$; $\angle MAB = \angle ACB$). *С какими ключевыми геометрическими конструкциями пересекается исходная геометрическая конструкция?* (Например, с ключевыми конструкциями, состоящими из элементов: *а*) большей окружности, касательной *ТА*, хорды *АС*, вписанного угла *АВС* и известного угла *САТ*; $\angle ABC = \angle CAT = 30°$, рисунок 2, *б*) меньшей окружности, касательных *ТН* и *ТА*, угла *АТН* и известного угла *АНТ*; $\angle ATH = 180° - 2\angle AHT = 180° - 2 \cdot 70° = 40°$, рисунок 2, *в*).

4) *Объедините найденные ключевые геометрические конструкции и проанализируйте полученную конструкцию.* (Искомый угол *МАВ* входит в их пересечение, его градусная мера может быть найдена как сумма градусных мер углов *АВС* и *АНТ*).

5) *Оформите решение. Как обосновать, что полученный результат – верный?* (Обосновать каждый шаг решения, решить задачу другим способом. Ответ: 70°).

Ключевые геометрические конструкции можно использовать для составления задач, требующих осуществления поисковой деятельности. Например, удалив часть конструкции, изображённой на рисунке 2, *г* и полученной путём объединения двух ключевых конструкций (рисунок 2, *б*, *в*), можно составить задачу 2, требующую построения дополнительных элементов (рисунок 2, *д*). Указанный приём составления задач назовём *приёмом удаления элемента из объединения ключевых геометрических конструкций.*

Задача 2. Две окружности разных радиусов, имеющие точку касания *А*, лежат по одну сторону от их общей касательной *АМ*. Вершины *В* и *Н* треугольника *АВН* лежат на этих окружностях так, что прямая *ВН* является касательной к окружности меньшего радиуса. Найдите угол между прямыми *ВА* и *АМ*, если $\angle ABH = 30°$, $\angle BAH = 40°$.

Итак, согласно предложенной методике разработка системы учебных заданий по планиметрии, развивающих поисковую деятельность учащихся, предполагает выполнение следующих действий: выявить ключевые геометрические конструкции и составить задания для ознакомления с ними; разработать задания для формирования представлений о структуре процесса поиска и приёме пересечения ключевых геометрических конструкций; создать задания для организации поисковых процессов при изучении определений понятий, формулировок и доказательств утверждений, при решении задач, требующих комплексного применения различных ключевых геометрических конструкций; упорядочить разработанные задания.

Список литературы

1. Ворушило-Звежинская, Е. В. Структура процессов поиска и поисковой деятельности учащихся при обучении планиметрии / Е. В. Ворушило-Звежинская // Матэматыка і фізіка. – 2025. – № 4 (158). – С. 8–21.
2. Немов, Р. С. Психология : учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений : В 3 кн. / Р. С. Немов. – 4-е изд. – М. : ВЛАДОС, 2003. – Кн. 1 : Общие основы психологии. – 688 с.
3. Тухолко, Л. Л. Обучение поиску решения планиметрических задач с использованием геометрических конструкций / Л. Л. Тухолко, Е. В. Ворушило-Звежинская // Матэматыка і фізіка, 2024. – №3. – С. 3–19.
4. Тухолко, Л. Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии : монография / Л. Л. Тухолко. – Мн. : БГПУ, 2019. – 246 с. URL: https://elib.bspu.by/handle/doc/61919 (дата обращения: 14.05.2025).
5. Учебная программа по учебному предмету «Математика» для IX класса учреждений образования, реализующих образовательные программы общего среднего образования с русским языком обучения и воспитания [Электронный ресурс] // Национальный образовательный портал. – URL: https://adu.by/images/2023/08/matem/up_mat_9_rus_1.docx (дата обращения: 29.06.2025).

О ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СТАТИСТИКИ В УЧЕБНОМ КУРСЕ «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

Т. А. Гаваза, к. пед. н.,
Псковский государственный университет,
Псков, Россия
e-mail: gavaza@pskgu.ru

Аннотация. Описан опыт преподавания элементов описательной статистики на базовом уровне для учащихся 7-х классов. Описаны причины возникновения трудностей при изучении статистики, пути их преодоления. Представлена последовательность изучения основных понятий статистики, темы уроков, методические рекомендации.

Ключевые слова: новый учебный курс, анализ данных, элементы описательной статистики, методические рекомендации.

ABOUT THE SEQUENCE OF STUDYING THE ELEMENTS OF STATISTICS IN THE TRAINING COURSE «PROBABILITY AND STATISTICS»

T. A. Gavaza, Candidate of Pedagogical Sciences,
Pskov State University,
Pskov, Russia
e-mail: gavaza@pskgu.ru

Abstract. The experience of teaching elements of descriptive statistics at a basic level for 7th grade students is described. The reasons for difficulties in studying statistics and ways to overcome them are described. The article presents the sequence of studying the basic concepts of statistics, lesson topics and methodological recommendations.

Keywords: new course, data analysis, elements of descriptive statistics, methodological recommendations.

В настоящее время согласно Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования, утвержденному 31 мая 2021 года [6] в предмете «Математика» предусмотрены три отдельных учебных курса: «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика». Этому нововведению предшествовал практически 20-летний опыт интеграции разделов теории вероятностей и математической статистики и устоявшегося школьного курса математики. Казалось бы, у учителей математики была возможность за это время привыкнуть к наличию стохастической линии, необходимости её преподавать, накопить опыт преподавания. Однако, как и двадцать лет назад, учителя испытывают страх перед новым учебным курсом.

Этот страх вызван недостаточной уверенностью в глубине своих знаний и в практических навыках по решению вероятностно-статистических задач. Содержание курса, заявленного в Федеральных рабочих программах по учебному предмету «Математика» для 7–9-х классов [7] выходит за рамки классического определения вероятности, простейших статистических расчетов, простейших комбинаторных задач. Неуверенность связана с недостаточным представлением о связях между содержательно-методическими линиями: «Представление данных и описательная статистика», «Вероятность», «Элементы комбинаторики», «Введение в теорию графов», что непосредственно влияет на умение представить логику изучения вероятностных и статистических понятий с 7-го по 9-й класс и дальше, на разработку и проведение уроков, на методику обучения и соответственно результаты обучения. В настоящий момент имеются учебные пособия по новому курсу [2, 4] и методические рекомендации для учителя [3, 5], однако их недостаточно. В связи с этим в статье представлено описание возможного варианта прохождения учебного курса для 7-го класса, в частности статистической линии, на основе анализа школьных учебных пособий и методических рекомендаций для учителей, опыта преподавания автором теории вероятностей и математической статистики в вузе и школе.

Анализ Федеральной рабочей программы [7] показал, что учебный курс с 7-го по 9-й класс начинается с изучения или повторения элементов описательной статистики. Обоснование данного подхода было представлено еще в 2009 году в методических рекомендациях «О теории вероятностей и статистике в школьном курсе» [1]. Положительные моменты, на которые обращали внимание авторы, были следующие: «материал описательной статистики (таблицы и диаграммы) прост для освоения в 7-м классе, при обсуждении реальных статистических данных хорошо иллюстрируется само понятие случайной изменчивости окружающего нас мира, у учителей на простом материале есть возможность повторить и закрепить ряд тем, пройденных в школьном курсе ранее (скажем, проценты)» [1, с. 4]. Нельзя не согласиться с приведенными выше аргументами, однако опыт преподавания в школе показал, что материал описательной статистики не является простым для обучающихся. С чем это связано?

Во-первых, с отсутствием понимания учащимися того, что, изучая элементы статистики, они изучают математику. Это обусловлено тем, что при проведении анализа данных математических расчетов может быть немного.

Во-вторых, это недостаточный уровень графической культуры, который проявляется в неумении обучающимися грамотно, быстро и аккуратно строить таблицы и графики с использованием чертёжных инструментов.

В-третьих, недостаточный уровень развития вычислительных навыков, понимания и вычисления процентов, умения пользоваться калькулятором и/или электронными таблицами, читать, записывать и использовать формулы для расчетов.

Результат логико-дидактического анализа ранее изученного математического материала позволяет описать, на какие основные знания и умения, полученные в 5–6-х классах, необходимо опираться учителю, приступающему к преподаванию описательной статистики в 7 классе:

1) числа и действия с ними (особое внимание необходимо обратить на дроби, понятие пропорции, проценты, правила округления числа, масштаб);

2) угол, величина угла, использование транспортира для построения и измерения угла;

3) формулы, запись формулы, вычисление с использованием формулы;

4) построение числовой прямой, прямоугольной системы координат, координат точки, точек по координатам; использование масштаба для построения системы координат, диаграмм;

5) вычисления на калькуляторе;

6) построение циркулем, линейкой.

Согласно Федеральной рабочей программе [7] в 7-м классе темы курса «Вероятность и статистика» изучаются в следующей последовательности: «Представление данных», «Описательная статистика», «Случайная изменчивость», «Введение в теорию графов», «Вероятность и частота случайного эксперимента».

Первые три темы непосредственно связаны с формированием статистической культуры учащихся, а именно умением поводить анализ данных и получать необходимую информацию о каком-либо объекте или процессе на основе полученных данных. В связи с этим, изучение статистики рекомендуется начать с формирования у учащихся представления о том, что такое данные, как они связаны с информацией. Дальнейшее изучение элементов статистики рекомендуется непосредственно связать с этапами статистического исследования: сбор данных и их упорядочивание при помощи таблиц, визуализация данных при помощи диаграмм (столбчатых, круговых, линейчатых), расчет статистических показателей: структурных (мода и медиана), обобщающего (среднее значение), вариации (размах).

Учитывая уровень подготовленности, возраст, особенности учащихся данные понятия необходимо вводить на элементарном уровне, с использованием достаточного количества примеров реальных статистических данных, привлечением учащихся к их сбору. Однако при этом рекомендуется использовать обозначения статистических показателей и формулы, знакомя тем самым учащихся с языком математики, развивая их математическую культуру. Формирование навыка вычисления показателя по формуле рекомендуется проводить по схеме: запись обозначения статистического показателя – формула в общем виде – подстановка значений – результат. В ходе данной работы происходит знакомство учащихся с математическими моделями, развивается математическая грамотность, как компонент функциональной грамотности.При обучении учащихся 7-го класса основам статистики на основе опыта преподавания в вузе дисциплин «Анализ данных», «Теория вероятностей и математическая статистика» для будущих учителей математики, методических рекомендаций к учебным пособиям была разработана следующая последовательность и тематика уроков:

Тема: Представление данных.

Урок 1. Данные и информация.

Уроки 2–4. Табличный анализ данных. Таблицы.

Уроки 5–6. Графический анализ данных. Диаграммы.

Уроки 7–8. Повторяющиеся данные. Частоты в массиве данных.

Уроки 9 –10. Группировка данных и гистограммы.

Тема: Описательная статистика.

Уроки 1–2. Среднее арифметическое. Среднее арифметическое и частоты.

Урок 3. Обозначения в статистике. Свойства среднего арифметического.

Уроки 4–5. Мода, медиана и среднее значение.

Урок 6. Наибольшее и наименьшее значение. Размах.

Уроки 7. Статистический практикум.

Тема: Случайная изменчивость.

Уроки 1–2. Урок-обсуждение.

Урок 3. Урок-практикум. Выборка и случайная изменчивость.

Урок 4. Урок-конференция. Статистка в моей жизни.

При проведении уроков положительный результат могут дать следующие формы работы учащихся:

1. Составление вместе учителем опорного конспекта теоретического материала, изучаемого на уроке (уроки первой и второй тем).

2. В качестве домашнего задания поиск и конспектирование ответов на вопросы из учебника (урок-обсуждение).

3. Сбор и обработка статистических данных по тематике, связанной с самими учащимися, использование данных, связанных с регионом проживания (урок-конференция).

4. Выполнение расчетных заданий в паре.

5. Использование калькулятора при проведении проверочных работ.

На основе наблюдений, проведенных во время уроков, анализа предметных результатов обучения элементам статистики можно сделать следующие выводы: у учащихся необходимо сформировать представление, что статистика – это тоже математика, которая непосредственно применяется для описания процессов в окружающем мире; при введении новых понятий и методов необходимо учитывать уровень подготовки учащихся, сохраняя при этом всю строгость и красоту математических формул и методов; изучение элементов статистики способствует развитию функциональной грамотности учащихся, достижению личностных и метапредметных результатов обучения.

Список литературы

1. Бунимович, Е. А. О теории вероятностей и статистике в школьном курсе (методические рекомендации) / Е. А. Бунимович, Ю. Н. Тюрин [и др.] // Математика в школе. – № 7, 2009. – С. 3–13.

2. Высоцкий, И. Р. Математика. Вероятность и статистика: 7–9-е классы: базовый уровень: учебное пособие / И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. – М. : Просвещение, 2024. – 240 с.

3. Высоцкий, И. Р. Математика. Вероятность и статистика: 7–9-е классы: базовый уровень: методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике / И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко. – М. : Просвещение, 2023. – 38 с.

4. Мордкович, А. Г. Математика. Алгебра. Вероятность и статистика: 7-й класс: базовый уровень: учебное пособие: в 2-х ч. / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов [и др.] – М. : Просвещение, 2024. – 167 с.

5. Мордкович, А. Г. Алгебра. Вероятность и статистика: 7-й класс: базовый уровень: методическое пособие / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов [и др.]/ – М.: Просвещение, 2024. – 80 с.

6. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2024/03/prikaz-ministerstva-prosveshheniya-rossijskoj-federaczii-%E2%84%96-110-ot-19.02.2024.pdf (дата обращения 19.03.2025).

7. Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика» базовый уровень. – URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/06/05_frp_matematika-5-9-klassy_baza_17062025_itog-na-sajt.pdf (дата обращения 19.03.2025).

ТВОРЧЕСТВО УЧАЩИХСЯ КАК ЕСТЕСТВЕННЫЙ ВАРИАНТ ИЗУЧЕНИЯ ЧИСЕЛ

Э. Г. Гельфман, д. пед. н., профессор,
Л. Н. Демидова, старший преподаватель,
А. Г. Подстригич, к. пед. н., доцент,
Томский государственный педагогический университет,
Томск, Россия
e-mail: mina.gelfman@yandex.ru, i923728@mail.ru,
anpodstrigich@mail.ru

Аннотация. Творчество учащихся рассматривается на примере обучения математике в качестве естественного варианта изучения чисел, способствующего созданию творческой образовательной среды с условиями для индивидуализации обучения математике, осуществления интеллектуального выбора, проявления интеллектуальной инициативы и собственного познавательного стиля, для обогащения умственного опыта ученика, анализа ошибок и преодоления психологической инерции мышления, рождения новых смыслов и включения индивидуальных возможностей у педагогов и обучающихся. При этом творчество является инструментом по анализу и построению учебного текста как полифункциональной психодидактической системы [4].
Ключевые слова: учебные тексты, математика, творческая среда обучения, интеллектуальная инициатива, анализ ошибок, инерция мышления, творческий потенциал, самореализация.

STUDENTS' CREATIVITY AS A NATURAL OPTION STUDYING NUMBERS

E. G. Gelfman, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
L. N. Demidova, Senior Lecturer,
A. G. Podstrigich, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Tomsk State Pedagogical University,
Tomsk, Russia
e-mail: mina.gelfman@yandex.ru, i923728@mail.ru,
anpodstrigich@mail.ru
Annotation. Student creativity is considered on the example of teaching mathematics as a natural variant of studying numbers, which contributes to the creation of a creative educational environment with conditions for individualizing mathematics teaching, making intellectual choices, showing

intellectual initiative and one's own cognitive style, enriching the student's mental experience, analyzing mistakes and overcoming the psychological inertia of thinking, generating new meanings, and enabling individual opportunities for teachers and students. At the same time, creativity is a tool for analyzing and constructing an educational text as a multifunctional psychodidactic system [4].
Keywords: educational texts, mathematics, creative learning environment, intellectual initiative, error analysis, inertia of thinking, creative potential, self-realization.

Способность к творчеству – это врожденное качество человека? Оно присуще всем или только некоторым? Абрахам Маслоу (1908–1970), известный как основатель гуманистической психологии, утверждал, что одной из естественных потребностей человека является его потребность в самоактуализации, самовыражении. Обнаружение своих способностей, своего потенциала к созданию чего-то своего – субъективного или объективно нового, то есть творческое начало, легко заметить у людей в раннем детском возрасте. А вот развитие творческих (и не только) способностей зависит от среды жизни человека: если ребенок жил в среде, где не говорили, он не сможет говорить; если его все время носили на руках, он не сможет ходить. Большинство исследователей признают роль среды как важнейшего фактора проявления и развития творческих способностей в любых областях человеческой деятельности: науке, искусстве, образовании, организации быта, отношений между людьми.

Особенно актуально создание творческой атмосферы во время познавательного процесса в школьные годы. Для развития творчества необходимо выстраивать развивающую учебно-исследовательскую среду, обогащая учебное содержание образами и метафорами, на которых видны глубокие предметные и межпредметные взаимосвязи и смыслы, обучая приёмам и способам, которые помогают постигать и исследовать, формируя способности удивляться, догадываться и познавать, умения сотрудничать, находить решения в нестандартных проблемных (задачных) ситуациях, задавать правильные вопросы и находить на них ответы, при этом воспитывая трудолюбие и любовь к познанию, нацеленность на самостоятельное открытие нового, формируя интересы и ценности, в том числе и через развитие таких когнитивных способностей, как внимание, восприятие, научение, запоминание, мышление.

Приведем примеры учебных текстов, приёмов (возможностей, условий) для проявления и развития творческих способностей школьников из проекта «Математика. Психология. Интеллект» (МПИ-проект).

Так, при изучении рациональных чисел герой книги [3] Иван Царевич отправляется *один* из своего царства в другое, где живет Елена Прекрасная, и где люди пользуются неведомыми Ивану числами вида 3/4, 9/2, 7/7 и т. п. Герою придется самостоятельно, без наставника разобраться с тем, что обозначается этими числами, почему они имеют такое название, как их складывать, умножать, а затем сравнивать между собой и со «своими» – позиционными – числами. Иван Царевич, возможно, не семи пядей во лбу, но не боится нового, с виду непонятного, использует свой внутренний потенциал и решает не только утилитарные задачи: «Сколько будет?», «Что больше?», но и включается порой в решение задач за рамками школьной программы: «А каких чисел больше, Ивановых или Елениных?», «А где они нужнее? Удобнее?», «Сколько рациональных чисел между двумя любыми?». К тому же и в новой области Иван хочет перед собой и окружением не сплоховать да перед Еленой Прекрасной достойно выглядеть, другими словами, в условиях «от проблемы к проблеме» он открывает и развивает свои способности, то есть самореализуется.

Новые знания в учебной книге «Про обыкновенные дроби» появляются перед учеником не как данность, то есть информация, которую надо запомнить, а как цепочка вопросов-проблем, адресованных лично изучающему, будь то школьник 6-го класса или Иван Царевич. Есть над чем думать: предположить, проверить, ошибиться, обосновать и составить самому себе «памятную грамотку». Не все ученики и не на все вопросы прореагируют, но вопросы заданы (см. «*Вопросник*» [3, с. 162]).

Само обучение математике – обязательному школьному предмету – предоставляет возможность каждому ученику (как Ивану Царевичу) проявить свой творческий потенциал, развить свои способности к созданию своего, только ему присущего (будь это рисунок, «грамотка», вопрос, вариант контрольной работы), то есть в терминах А. Маслоу, самоактуализироваться и самореализоваться (сначала на уроках математики, а потом и в любой области человеческой деятельности).

В книгах МПИ-проекта учащимся предоставляется возможность осуществлять выбор в процессе обучения. Они могут выбрать способы и последовательность обучения. Это создает условия для творческого подхода к обучению.

Так, например, в книге для учителя и ученика «Квадратные уравнения» [1] в первом её параграфе простая задача о размерах цветника привела к квадратному уравнению. Для его решения предлагается формула, взятая из справочника. То есть сразу учащиеся получают образец решения уравнений. Этот фактор может повлиять на выбор познавательной позиции учащихся. Поэтому авторы задают вопрос: «А что дальше?». Учащимся предлагаются несколько маршрутов изучения. Один из них: перейти от параграфа 1 к главе 3, которая посвящена решению задач. Если в ходе изучения главы 3 покажется, что надо изменить свой план и познакомиться с параграфом 6, где рассматриваются подходы, позволяющие упростить вычисление корней квадратного уравнения, или параграф 13 «Используем квадратные уравнения при решении уравнений других видов», – всё это возможно.

Как говорят, у творчества есть враг – это страх допустить ошибку. В связи с этим рассмотрим, каким образом в МПИ-проекте организована работа, которая создает среду, позволяющую ученику быть уверенным, что ничего страшного нет в том, что он заблуждается, допускает ошибки.

Так, например, в книге для учащихся 6-го класса «Делимость чисел» [2] описывается следующая ситуация. Один из героев сообщает, что на 4 делятся только такие многозначные числа, которые оканчиваются двумя нулями и никакие другие не делятся. Другой персонаж на это некорректное высказывание реагирует следующим образом: «Простите, мистер Холмс, но разве это верно?», и между героями происходит следующий диалог:

– Что именно?
– Мне кажется, что мой кузен умеет делить на 4 и другие числа.
– Очень может быть.

И учащиеся вместе с героями опровергают высказанную в начале гипотезу и приводят примеры чисел, например, 336, 572, которые делятся на 4, но не оканчиваются двумя нулями. Таким образом, обсуждение возникшего заблуждения приводит к тому, что учащиеся переключаются на поиск правильного ответа и анализ природы самой задачи. Начинается исследовательская работа, учащиеся приходят к выводу о делимости суммы и учатся обосновывать этот вывод. Далее получают новые признаки делимости, разрабатывают способ доказательства уже известных им признаков делимости. То есть анализ ошибочной гипотезы стал поводом для организации исследовательской работы учащихся и получения новых результатов. При этом выстраивается диалог между героями, который является примером того, как люди встречаются с новой проблемой и вместе пытаются прийти к её решению, при этом они могут ошибаться, выдвигать гипотезы, опровергать их, обобщать полученные результаты.

Еще один пример развития у учащихся умения работать с ошибками: выявить собственные ошибки, их причины, предупреждать появление ошибок.

Многие учащиеся допускают ошибки при делении натуральных чисел и с трудом объясняют их причины. Это становится одной из причин их формального отношения к освоению операции деления десятичных дробей, возникновения страха перед этим действием. В связи с этим в текстах МПИ-проекта применяется обогащающее поэтапное повторение деления натуральных чисел с параллельным переходом к дробям.

Это дает возможность учащимся принять активное участие в организации переноса. Кроме того, специальные тексты помогают учащимся быть увереннее в подборе цифр в частном, в выборе способов самоконтроля. Они анализируют и обобщают типичные ошибки при делении натуральных чисел, обсуждают причины их появления. Такая работа помогает им попасть в комфортный творческий режим работы. Следует отметить, что в текстах обсуждается не только конкретная ошибка, а то, что важно понять суть ошибки. Воспитывается терпеливое и уважительное отношение к ошибкам других.

Было приведено несколько примеров учебных текстов МПИ-проекта. В целом, в МПИ осуществляется подход, который способствует развитию у учащихся умений искать и разрабатывать альтернативные способы решений, управлять своей учебной деятельностью, реализовывать творческий и рефлексивный подходы к познавательной деятельности, создает условия для развития и проявления творческого потенциала учащихся.

Список литературы

1. Гельфман, Э. Г. Квадратные уравнения. Книга для ученика и учителя. 8–10 классы / Э. Г. Гельфман, Н. Б. Лобаненко [и др.] – М. : ИЛЕКСА, 2025. – 272 с.
2. Гельфман, Э. Г. Математика: учебная книга и практикум для 6 класса: в 2 ч. Ч. 1: Делимость чисел / Э. Г. Гельфман, С. Я. Гриншпон [и др.] – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 184 с.
3. Гельфман, Э. Г. Про обыкновенные дроби: Учебное пособие по математике / Э. Г. Гельфман, Е. И. Жилина [и др.]. – Томск : Издательство ТГПУ, 2018. – 192 с.
4. Гельфман, Э. Г. Психодидактика школьного учебника: учебное пособие для вузов / Э. Г. Гельфман, М. А. Холодная. – М. : Издательство Юрайт, 2019. – 328 с.

О РЕШЕНИИ РАЦИОНАЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВ

И. Э. Гриншпон, к. ф.-м. н., доцент,
Томский университет систем управления и радиоэлектроники,
Я. С. Гриншпон, к. ф.-м. н., доцент,
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Томск, Россия
e-mail: irina-grinshpon@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности изучения рациональных неравенств и формирования навыков по их решению в школьном курсе математики. Выделены типичные ошибки, характерные для учащихся при решении неравенств. Сформулированы предложения по повышению уровня владения навыками решения неравенств.

Ключевые слова: методика обучения математике, рациональные неравенства, метод интервалов.

ON SOLVING RATIONAL INEQUALITIES

I. E. Grinshpon, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Tomsk University of Control System and Radioelectronics,
Ya. S. Grinshpon, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,

National Research Tomsk State University,
Tomsk, Russia
e-mail: irina-grinshpon@yandex.ru
Absract. The article discusses the features of studying rational inequalities and learning the skills to solve them in the school mathematics course. It is identified the typical errors which are characteristic for students in solving inequalities. Suggestions are formulated to improve the mastery level of the skills to solve inequalities.
Keywords: methods of teaching mathematics, rational inequalities, sign chart method.

Одним из основных понятий школьного курса алгебры является понятие переменной величины, которое входит практически во все основные изучаемые в алгебре математические объекты (выражения, тождества, функции, уравнения, неравенства). К осознанию смысла этого весьма непростого абстрактного понятия учащиеся должны постепенно приходить при работе с перечисленными выше объектами разных типов (целые алгебраические, дробно-рациональные, иррациональные, тригонометрические, показательные, логарифмические).

Среди этих объектов наибольшую трудность у учащихся, как правило, вызывают неравенства. Действительно, навык решения неравенств наиболее комплексный, для успешного его освоения даже на базовом уровне требуется уверенное владение остальными навыками: преобразование выражений (в том числе с применением тождеств) для сведения неравенств к каноническому виду (то есть к виду, когда в правой части неравенства записано число 0, а левая часть разложена на множители), построение эскизов графиков функций (метод парабол), решение уравнений для нахождения нулей числителя и знаменателя в методе интервалов.

Неудивительно, что именно решение неравенств, как правило, вызывает наибольшие затруднения у учащихся. Опыт авторов по диагностике пробелов в школьных знаниях и умениях первокурсников путем проведения входного тестирования [1] показывает, что у значительного числа выпускников школ не сформированы на должном уровне навыки решения алгебраических неравенств (тем более, они неспособны решать неравенства других типов, большинство из которых сводится к алгебраическим). При этом почти у всех студентов есть общие поверхностные представления о том, как решаются неравенства. Такими обрывочными несистемными знаниями они нахватались при подготовке к сдаче ЕГЭ через различные интернет-ресурсы: неравенство (показательное, логарифмическое или смешанного типа) входит в контрольно-измерительные материалы профильного ЕГЭ по математике (задание 15).

Перечислим ошибки, наиболее часто встречающие у учащихся при решении неравенств, и приведем примеры, в которых возникают данные ошибки.

1. Решение неравенств по алгоритмам решения уравнений (с заменой знака «равно» на знаки решаемого неравенства): например, неравенство $x^2 - 4 > 0$ ошибочно преобразуют к виду $x > \pm 2$ (на вопрос о смысле этой записи – больше обоих чисел или большего какого-либо одного из них – ответить не могут), а неравенство $\frac{2}{x} < 1$ – к виду $x > 2$ (объясняя этот переход свойством пропорции).

2. Умножение обеих частей неравенства на общий знаменатель с учетом условия отличия его от нуля (частный случай предыдущей ошибки): например, для неравенства $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} \leq 1$ записывают ограничения $x \neq \pm 2$ и, домножая на $x^2 - 4$, приходят к верному на всей прямой неравенству $x^2 \geq 0$, откуда делают ошибочный вывод, что $x \in \mathrm{R} \backslash \{\pm 2\}$.

3. Сохранение знака неравенства при умножении обеих частей на отрицательное число (или определение знаков функции, полученной после деления уравнения на отрицательное число): например, для неравенства $4x - 2x^2 > 0$, ищут нули функции, решая уравнения $4x - 2x^2 = 0$, обе части которого делят на (-2), и далее на промежутках числовой оси определяют знаки выражения $x^2 - 2x$.

4. Отбрасывание квадратичных множителей с отрицательным дискриминантом (с некорректным пояснением «у этих выражений нет решений»): например, тот факт, что левая часть неравенства $\frac{x-x^2-2}{3x-x^2-2} \geq 0$ не имеет нулей функции, одну часть учащихся вводит в полный ступор (они не понимают, как решать далее), а другая часть продолжает решать, определяя на промежутках знаки только знаменателя.

5. Сокращение дроби на переменный множитель без учета расширения области определения функции (привычка находить ОДЗ вместе с нулями функции после упрощения левой части неравенства приводит здесь к приобретению постороннего решения): например, в неравенстве $\frac{2x^2-21x+10}{x^2-13x+30} \geq 1$ сокращение дроби на $(x-10)$ упрощает его решение, но из полученного множества значений необходимо исключить $x = 10$.

6. Применение правила знакочередования без учета кратности корней и знака на крайнем правом промежутке (часто на этом промежутке не задумываясь ставят знак «+»): например, в неравенстве $(2-x)(x^2-x-2) < 0$ на правых промежутках $(2; +\infty)$ и $(-1; 2)$ должны стоять знаки «–».

7. Потеря изолированных точек при записи множества решений нестрогого неравенства: например, ответ на неравенство $x^2(x-1) \geq 0$ имеет вид $x \in \{0\} \cup [1; +\infty)$.

8. Применение неверного утверждения «квадрат всегда положителен»: например, считают, что неравенство $(x^2-1)^2 > 0$ справедливо на всей числовой прямой, хотя, на самом деле, оно не выполняется при $x = \pm 1$.

Интересно отметить, что при решении простейших неравенств (вида $x^2 - 4 > 0$ или $\frac{2}{x} < 1$) ошибки возникают даже чаще, чем при решении более громоздких аналогичных неравенств (вида $x^2 - x - 2 > 0$ или $\frac{2}{x} < x + 1$). Это связано с попытками учащихся избежать применения долгого метода интервалов в тех случаях, где пример выглядит простым и его решение, по их мнению, можно увидеть методом «пристального взгляда».

Все приведенные выше примеры указывают на то, что при изучении данной темы нужно обращать внимание не только на стандартные шаблонные ситуации (числитель и знаменатель раскладываются на линейные множители, все старшие коэффициенты положительны, отсутствуют кратные корни), но и на специфику особых ситуаций. Отработка навыков решения рациональных неравенств требует и от учителя, и от ученика вдумчивого отношения к каждому шагу решения, внимательности и аккуратности, умения ориентироваться в разнообразии возможных ситуаций.

Проанализируем, как изучаются неравенства в школе. Понятия «неравенство с переменной» и «множество решений неравенства» вводятся в 8-ом классе на примере линейных неравенств (метод алгебраических преобразований) и простейших квадратных неравенств (метод парабол). В 9-ом классе после повторения методов, изученных ранее, переходят к рациональным неравенствам (метод сведения к совокупности двух систем и метод интервалов). При этом изложение метода интервалов проводится весьма поверхностно, путем разбора нескольких примеров. И только в учебниках углубленного уровня подробно разбираются дробно-рациональные неравенства и корректно и аргументировано выводится метод интервалов (включая рассмотрение случая кратных корней, при котором может нарушаться правило знакочередования). В 10-ом и 11-ом классах изучение показательных и логарифмических неравенств, а также исследование монотонности дифференцируемых функций на основе определения знаков их производной, уже не сопровождается повторением методов решения алгебраических неравенств (видимо, предполагается, что учащиеся хорошо усвоили их в основной школе).

Для устранения пробелов в решении алгебраических неравенств можно использовать следующие идеи (везде далее символ «$*$» заменяет один из знаков « >», «<», «≥», «≤»).

1) Начать рассмотрение неравенств с одной переменной с изучения классов неравенств конкретного вида, допускающих решение без графических чертежей, с подчеркиванием отличий от решения похожих уравнений: $ax + b * 0$ (линейные); $(ax + b)^2 * 0$; $x^2 * a$; $\frac{a}{x} * b$.

2) Например, в ходе рассмотрения неравенств $x^2 > 4$ и $x^2 > -4$ (второе из них справедливо при всех действительных значениях x), выводится общая схема решения неравенства $x^2 > a$. Первое неравенство решается для неотрицательных x, а затем можно заметить, что при противоположных значениях x левая часть не меняется и, записав неравенство в виде $(-x)^2 > 4$, применить уже изученное ранее правило решения; далее, получив $-x > 2$, сделать вывод, что $x < -2$, и объединить решения.

3) Четко классифицировать базовые типы неравенств по методу их решения: чисто алгебраически можно решать только неравенства из предыдущего пункта, любое другое рациональное неравенство обязательно сопровождаем чертежом (либо эскиз графика функции, либо числовая прямая с указанием знаков функции на разных промежутках).

4) Изложение метода парабол предварить заданиями, в которых для заданного графика функции $y = f(x)$ (произвольная кусочно-непрерывная кривая, необязательно парабола) требуется решить неравенство вида $f(x) * c$. Далее можно отработать графический метод не только на квадратных неравенствах $ax^2 + bx + c * 0$, но и неравенствах вида $a\sqrt{x+b} + c * 0$ и $\frac{a}{x+b} + c * 0$.

5) При первоначальном знакомстве с методом интервалов классифицировать различные случаи: а) все множители линейные и различные; б) множители линейные, но среди ни есть одинаковые (наличие кратных корней); в) среди множителей есть квадратные с отрицательным дискриминантом.

6) После разбора нескольких соответствующих примеров, решаемых методом интервалов, обсудить взаимосвязь между знаками старших коэффициентов множителей, на которые разложена функция, и знаком функции на самом правом промежутке.

7) Отдельное внимание обратить на особые случаи: а) множество решений неравенства содержит изолированные точки; б) из множества решений неравенства исключены изолированные точки. Можно попросить учащихся самостоятельно составить такие неравенства (например, решение которого имеет вид объединения трёх промежутков и двух изолированных точек или вид промежутка, из которого исключены две точки).

8) В формулировке условий на применение метода интервалов необходимо обратить внимание на слова «дробь **может** менять знак». Для определения знаков рациональной дроби на промежутках, на которые нули числителя и знаменателя разделяют числовую прямую, удобно разложить числитель и знаменатель на линейные и квадратичные множители, не имеющие действительных корней. Согласно основной теореме алгебры многочленов такое разложение возможно.

В заключение отметим, что психологами установлено, что допущенная учащимся и вовремя неисправленная ошибка обладает известной устойчивостью и с большим трудом изживается при дальнейшем обучении. В связи с этим целесообразно уже с первого занятия указывать на совпадения и различия в методах решения уравнений и неравенств. Полезно на уроках анализировать ошибки, допущенные при выполнении заданий на решение неравенств, и вскрывать причины их возникновения. Наблюдения и предложения, изложенные в этой статье, могут способствовать улучшению ситуации в усвоении навыков решения неравенств.

Список литературы

1. Гриншпон, И. Э. Пробелы в школьных знаниях и навыках у первокурсников: диагностика и способы решения / И. Э. Гриншпон, Я. С. Гриншпон // Материалы VIII Международной конференции «Математика, её приложения и математическое образование», г. Улан-Удэ, Байкал, 26 июня, 1 июля 2023 г.. – Улан-Удэ : Изд-во ВСГУТУ, 2023. – С. 75–78.

ОРГАНИЗАЦИЯ ТВОРЧЕСКИХ РАБОТ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ТЕМЕ «ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ»

Ю. К. Джуманиязова, независимый исследователь, учитель математики,
Национальный педагогический университет Узбекистана им. Низами,
Школа № 300 Сергелийского района,
Ташкент, Узбекистан
e-mail: yulduz26051981@gmail.com

Аннотация. В данной работе раскрываются пути развития творческой активности учащихся в процессе преподавания темы «Линейная функция» по предмету алгебра в общеобразовательной школе. Описан опыт использования технологии лепбука, через которую организуются творческие проекты, способствующие развитию у школьников навыков самостоятельного мышления, решения проблем, дизайна и презентации. Результаты исследования показывают, что творческий подход способствует повышению эффективности обучения.

Ключевые слова: линейная функция, технология «Лепбук», творческое задание, паспорт проекта.

ORGANIZATION OF STUDENTS' CREATIVE WORK WHEN TEACHING THE TOPIC «LINEAR FUNCTION»

Yu. K. Jumaniyazova, Independent Researcher, Mathematics Teacher,
Uzbekistan National Pedagogical University named after Nizami,
Mathematics teacher of School No. 300 of Sergeli District,
Tashkent, Uzbekistan
email: yulduz26051981@gmail.com

Abstract. This work reveals the ways of developing students' creative activity in the process of teaching the topic «Linear Function» in the subject of algebra in general education schools. The experience of using lapbook technology has been described, through which creative projects are organized that contribute to the development of students' independent thinking, problem-solving, design, and presentation skills. The research results show that a creative approach contributes to increased learning effectiveness.

Keywords: linear function, lapbook technology, creative task, project passport.

Современное образование требует от учащихся не только теоретических знаний, но и практических навыков, способности к самостоятельному мышлению, творческому подходу и критической оценке. Особенно в математике глубокое понимание содержания достигается путем изучения тем, связанных с реальной жизнью. С этой целью была организована творческая проектная работа «Давайте творить» по теме «Линейная функция» для учащихся 7-го класса, основанная на технологии «Лепбук».

Основные задачи проекта определены следующим образом:

– обеспечить глубокое усвоение каждым учащимся тем раздела «Линейная функция»;

– развивать у учащихся навыки критического мышления и решения жизненных проблем;

– сформировать умения пользоваться технологическими средствами;

– повысить уверенность учащихся в собственных силах;

– научить работать самостоятельно и в сотрудничестве с командой.

Основой организации творческой деятельности послужил «Паспорт проекта», включающий следующие компоненты:

1. Участники проекта.
2. Тема проекта.
3. Актуальность.
4. Объект исследования.
5. Цель проекта.
6. Этапы реализации проекта (подготовительный, теоретический, практический).
7. Описание исследовательского этапа.
8. Продукт проекта.
9. Перспективы проекта.

Лепбук – это творческая и учебная тетрадь в виде брошюры, содержащая графики, заметки, тесты, интерактивные вкладки и диаграммы. Учащиеся использовали цветную бумагу, графики, конверты и электронные ресурсы (PowerPoint, Pinterest, GeoGebra, QR-ссылки на видео), создавая как бумажные, так и цифровые версии.

Тема «Линейная функция» изложена в учебнике [1], в 5-м разделе. На изучение данной темы по учебной программе отведено 9 часов. Согласно учебнику изучение темы заканчивается проектной работой по построению графика функции с помощью электронных таблиц MS Excel [1, с. 128]. В данной проектной работе учащимся предлагается изменить цвет графика, координаты, размер шрифта и другие параметры.

Мы в рамках нашей исследовательской работы предложили учащимся другую проектную работу, в виде создания лепбука под названием «Давайте творить». В ходе изучения темы «Линейная функция» учащимся экспериментальной группы была подробно представлена информация о лепбуке, технологии «Лепбук», паспорте проекта и организации творческих заданий. На этой основе учащиеся были разделены на группы по интересам учащихся. Учащиеся в процессе освоения теоретического и практического материала темы дополнительно собирали необходимые источники для выполнения проектного задания.

На заключительном уроке (9-й урок), учащиеся, работая в малых группах, реализовали собственный проект по созданию лепбука под названием «Давайте творить». Каждая малая группа выразила свои творческие идеи в одном общем проектном продукте. Кроме того, каждая группа дополнительно заполняла отчетный лист:

Название нашего проекта: ____________________.

Какие функции мы использовали: ____________________.

Как мы строили графики: ________________________.

Чему мы научились лучше всего в этом проекте: __________________________.

Какую жизненную проблему отражает наш проект: ___________________________.

В рамках проекта каждая группа учащихся изучила практическое применение линейной функции и, применив творческий подход, создала лепбуки в следующих формах: «Домик», «Дерево», «Кинолента», «Книжечка», «Колесо обозрения», «Коробочка», «Цепочка слов», «Сундук».

Каждая группа визуально, аналитически и графически осветила выбранную тему.

Лепбуки, подготовленные в рамках проекта «Давайте творить», были оценены по содержанию, эстетике и презентации на основе 8 критериев, всего на 40 баллов (таблица)

Таблица – Критерии для оценки лепбуков, подготовленных учащимися

№	*Критерий*	*Баллы*
1	Раскрытие темы	5
2	Математическая точность	5
3	Точность графиков	5
4	Креативность и дизайн	5
5	Участие и сотрудничество в группе	5
6	Участие в презентации	5
7	Связь проекта с реальной жизнью	5
8	Выражение самостоятельного мышления	5
	Итого	40

Формы отчётности:

– групповая презентация – каждая группа представляет и объясняет свой лепбук;

– оценка преподавателя – проводится на основе специального оценочного листа;

– рефлексия – каждый ученик письменно отвечает на вопросы: «Чему я научился(лась)?», «Какие проблемы мы решили?», «Что бы я сделал(а) по-другому?»;

– выставка – готовые лепбуки выставляются в классной комнате;

– фоторепортаж – учитель фотографирует процесс выполнения и защиты проекта и прилагает фото к отчету.

Результаты проекта определены на основе критериев, указанных в таблице. Информация о баллах, полученных учащимися в группах, представлена на рисунке 1.

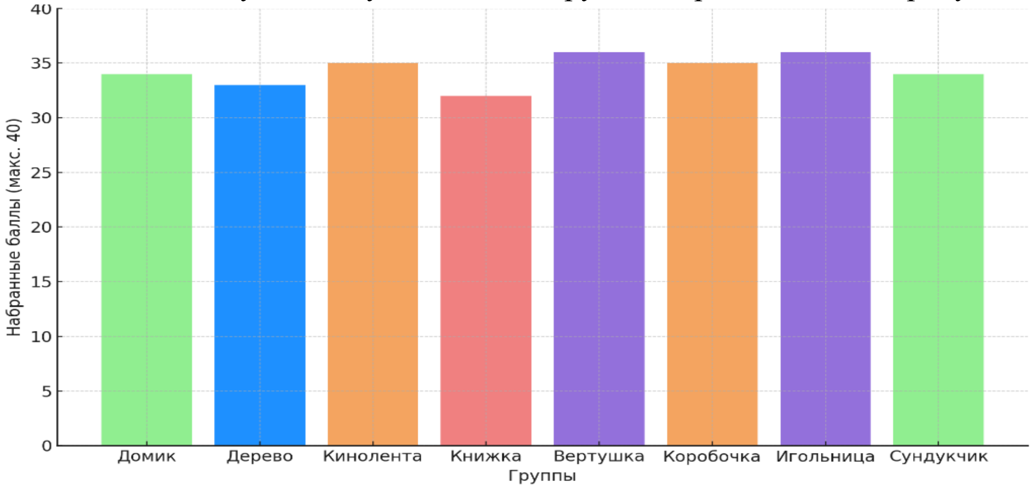


Рисунок 1 – Результаты выполнения проекта с использованием технологии лепбука

В качестве экспериментальной группы был выбран 7 «Ф» класс школы № 300 Сергелийского района города Ташкента. В этом классе использовалась технология «Лепбук», а также рабочая тетрадь по теме «Линейная функция» [2]. Контрольную группу составили учащиеся 7 «Б» класса, которые выполняли задания согласно учебнику: строили графики линейной функции с помощью электронной таблицы MS Excel, изменяли цвет графика, параметры линейной функции, размер шрифта. Уровень математической подготовки учащихся на начало эксперимента был одинаковым.

Результаты проверочной работы по итогам изучения темы «Линейная функция» показали, что в процессе проектной деятельности учащиеся экспериментальной группы лучше усвоили материал темы. Кроме того, результаты выполнения проекта с использованием технологии лепбука, представленные на рисунке 1, свидетельствуют о том, что применение этой технологии способствует развитию креативности учащихся, навыков визуализации реальных процессов с помощью графиков функции, умению работать в команде.

Заключение. Креативный проект, основанный на технологии «Лепбук», способствует не только улучшению понимания учебного материала, но и развитию навыков графического моделирования, дизайна, презентации, командного взаимодействия и креативности учащихся в рамках STEM-подхода. Учащиеся осознали значение линейной функции в реальной жизни и получили возможность выразить её визуально.

Список литературы

1. Алгебра. 7 класс: учебник / А. Акмалов [и др.]. – Ташкент: Республиканский центр образования, 2022. – 192 с.

2. Джуманиезова, Ю. К. «Рабочая тетрадь по алгебре (Линейная функция)». – Ташкент: Ideal poligraph MCHJ, 2023. – 64 с.

О ПОНЯТИИ «ФУНКЦИЯ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ: ОТ ТЕОРИИ К ПРАКТИКЕ

Л. Н. Евелина, к. пед. н., доцент,
О. М. Кечина, к. физ.-мат. н.,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail: evelina.evelina-ln@yandex.ru, omka-83@mail.ru

Аннотация. Обобщены сведения о функции в школьном курсе математики и рассмотрены особенности их усвоения на разных этапах обучения. Авторы уделяют внимание как вопросам теории, так и практическим приложениям.

Ключевые слова: функциональная линия в школьном курсе математики, виды и свойства функций.

ABOUT THE CONCEPT OF «FUNCTION» IN THE SCHOOL MATHEMATICS COURSE: FROM THEORY TO PRACTICE

L. N. Evelina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
O. M. Kechina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia
e-mail: evelina.evelina-ln@yandex.ru; omka-83@mail.ru

Annotation. The information about the function in the school mathematics course is summarized and the features of their assimilation at different stages of learning are considered. The authors pay attention to both theoretical and practical applications.

Keywords: functional line in the school mathematics course, types and properties of functions.

Понятие «функция» является одной из фундаментальных теоретических основ не только школьного курса математики, но и всего научного объёма математических знаний. Впервые термин «функция» был введён в научную сферу в XVII веке и сразу стал обрастать различными новыми понятиями, с ним связанными и расширяющими область их применения. Трудности при введении понятия функции связаны с понятиями непрерывности и бесконечности, что оказалось затруднительно описать математическим языком с помощью символов. Практически все явления природы и процессы в науке и обществе становятся доступными для исследования с помощью функций. Мир постоянно меняется, и эти изменения более актуальны и понятны для изучения через функциональный аппарат.

Обращаясь к школьному курсу математики, необходимо отметить, что здесь ограничиваемся понятием функции одной переменной, при этом последовательность введения функциональной терминологии повторяет в сокращённом варианте логику введения функций в науке: сначала школьники проходят пропедевтический этап, на котором постепенно усваивают понятие зависимости (выражения) одной переменной от значений входящих переменных, наблюдают с помощью графиков и рисунков характер зависимости; затем начинается формальный этап, состоящий из двух частей – сначала вводят определение функции, рассматривают различные зависимости (линейная, квадратичная и другие) с выявлением их свойств и их иллюстрацией на графиках, а затем переходят к изучению функций с производной и первообразной, в результате чего у школьников появляется возможность описать поведение функции в любой её точке [1].

Знание теоретических основ функциональной модели в школьном курсе математики является обязательным для овладения навыками их освоения и применения [6, 7]. Поэтому каждый учитель должен понимать всю ответственность в грамотном представлении теории на уроках, в организации учебно-познавательной деятельности школьников с акцентом на самостоятельное усвоение всех существенных и несущественных свойств, в подборе задач как для индивидуального решения, так и обсуждения плана действий в совместной деятельности. Все содержательные и деятельностные аспекты в изучении темы должны быть тщательно продуманы, особенно на начальном этапе знакомства со всеми понятиями, чтобы в дальнейшем осознанность в их применении не стала препятствием адекватного составления функциональной модели и её представления в различных ситуациях.

Каковы же основные методические направления в усвоении функциональной линии в школьном курсе математики? Прежде всего, это само понятие функции, в котором отражена зависимость между элементами двух множеств (эта зависимость может быть различной, но обязательно каждому значению переменной из одного множества соответствует не более одного значения из другого множества) [3]. При этом сами множества могут быть конечными или бесконечными, непрерывными или разрывными, ограниченными или неограниченными. Учителю необходимо представить примеры всех изучаемых в школе функциональных зависимостей. Будет уместно привести примеры их воплощения в реальной жизни через графическую иллюстрацию [9]. Далее очень важно грамотное усвоение всех вводимых свойств также с их наглядной иллюстрацией графиками. Важно не только видеть изучаемые свойства на графиках и читать их, но и оперировать ими в символическом представлении. Практика работы со студентами – будущими учителями математики – показывает, что именно аналитические рассуждения вызывают наибольшие трудности, что связано с недостаточным их усвоением на уроках математики в школе. Основными изучаемыми в школьном курсе свойствами являются: чётность (нечётность); периодичность; монотонность; нули функции; знакопостоянство; наличие точек экстремума; наибольшие и наименьшие значения; наличие точек перегиба; асимптоты. При этом сначала школьники узнают о свойствах основных элементарных функций, изучение которых происходит в 7–9-х классах на отведённых для каждой из них уроках [7]. Как обобщение изученных на данном этапе функций целесообразно предлагать учащимся построить и описать свойства заданной функции на основе полученных с помощью элементарных преобразований графиков основной функции (сдвиг, растяжение (сжатие), симметрия относительно прямой или точки). Помимо построения графиков, уместно предлагать задачи, где график функции становится средством решения, например, уравнения или неравенства или их системы, задачи с практическим сюжетом [2, 4, 5].

Следующий этап – изучение функций с помощью аппарата дифференциального исчисления, позволяющего исследовать поведение функции в каждой точке области её определения [6]. Здесь становится доступным изучение более сложных функциональных зависимостей, исследование их свойств и построение графиков. Практические задачи тоже становятся более разнообразными. На основе исследования свойств функции и построения с их помощью графика можно решать сложные задачи с параметрами, нестандартные комбинированные уравнения или неравенства и их системы [5].

Начальный этап введения формальных сведений о функции требует от учителя тщательного подбора упражнений на усвоение существенных свойств и варьирование несущественных. Как правило, авторы учебников предлагают подобные задания в теоретической части учебника и среди первых заданий к содержанию учебного материала. При этом учитель должен понимать их значимость для учащихся, и на этом этапе целесообразно формулировать как можно больше требований к задаче по данным в ней условиям, а не стремиться рассмотреть как можно больше однотипных задач, чтобы ученики увидели различные возможные ситуации и извлекли для себя варианты их исследования. По мере расширения сведений о функциях важно соблюдать в обучении принципы преемственности, систематичности, последовательности, научности, сознательности. Однако на этапе обобщения и систематизации учебного материала не следует предлагать ученикам уже рассмотренные ранее задания, если только не стоит вопрос об отыскании различных способов их решения. Здесь становятся целесообразными нестандартные задачи, при решении которых достаточно усвоенных теоретических сведений.

Приведём примеры таких задач на применение свойств функций.

1. *Решите неравенства: а)* $log_3(5x+8) < -3x-2$*; б)* $\sqrt{x-1} + x \geq \frac{3}{x-1}$. Используется свойство монотонности функций в левой и правой частях неравенств.

2. *Решите уравнение:* $2^{-\cos x} = log_{\pi} x + log_x \pi$. Применяются: ограниченность функции косинуса, монотонность показательной функции, свойство взаимно обратных выражений.

3. *Найдите все значения параметра* a*, при которых корни уравнения* $(a^2-1)x^2 + (2a+1)x - 3 = 0$ *имеют разные знаки и лежат по разные стороны от числа* 1. Используются свойства и график квадратичной функции.

4. *Найдите все значения параметра* b*, при которых уравнение* $b^2x^2 - btg(cosx) + 1 = 0$ *имеет единственное решение.* Используется свойство чётности функции в левой части уравнения.

При решении следующих оптимизационных прикладных задач применяется алгоритм нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции с помощью производной.

5. *Найдите наибольшее значение периметра прямоугольника со сторонами, параллельными осям координат, и с диагональю ОМ, где О – начало координат, а М – точка на графике функции* $y = 9\,ln(11-2x) + 2x$*, где* $2{,}2 \leq x \leq 3{,}3$.

6. *Требуется огородить забором прямоугольный участок площадью* 294 *м² и разделить этот участок забором на две равные части. При каких линейных размерах участка длина всего забора окажется наименьшей?*

7. *Предприятие получило заказ на изготовление солнечных батарей в форме прямоугольных пластин площадью* 72 *дм². Каждая батарея должна состоять из шести одинаковых элементов прямоугольной формы, расположенных в два ряда (по три элемента в ряд). Для соединения соседних элементов используется шов со специальным покрытием. Определите размеры элемента батареи, при которых общая длина всех соединительных швов будет минимальной. В ответе также укажите минимальное значение общей длины соединительных швов.*

При решении следующих двух задач применяется геометрический смысл производной функции в точке.

8. *На графике функции* $y = x^3 - 3x^2 + 2$ *найти все такие точки, в которых касательная, проведённая к графику, параллельна прямой* $y = 3x - 2$.

9. *Найдите площадь фигуры, ограниченной линией* $y = \frac{x+1}{x-1}$*, касательной к ней в точке* M (2; 3)*, и прямой* $x = 4$.

Усвоение различных существенных свойств функциональной модели происходит сначала на этапе изучения теоретического материала, а затем наступает осознание и несущественных свойств при решении разнообразных практических задач, тем самым достигается свободное владение всем аппаратом.

Список литературы

1. Евелина, Л. Н. О роли функции в подготовке учителя математики в условиях вузовского обучения / Л. Н. Евелина, О. М. Кечина // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования: сборник тезисов докладов междунар. научн. конф., Елец, 20 – 22 сент. 2024 г./ Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина. – Елец:, 2024. С. 117–122.

2. Евелина, Л. Н. О роли графика в профессиональной подготовке учителя математики / Л. Н. Евелина, О. М. Кечина // Современные проблемы математики и математического образования: сборник научн. статей Междунар. научн. конф. «75 Герценовские чтения» / Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена; под ред. В. В. Орлова и М. Я. Якубсона. – Спб.: РГПУ им. А. И. Герцена, 2022. – С. 78–85.

3. Мордкович, А. Г. Беседы с учителями математики : Учебно-методическое пособие / А Г Мордкович. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Оникс 21 век; Мир и Образование, 2005. – 336 с.

4. Новиков, А. Д. О методике исследования функций в школе и вузе в контексте фундаментализации математического образования / А. Д. Новиков // Вестник Ленинградского государственного университета им. А. С. Пушкина. – СПб. : Ленинградский государственный университет им. А. С. Пушкина. – 2010. –Т. 3, № 2. – С. 34–44.

5. Свойства функций при решении нестандартных уравнений и неравенств: методическая разработка по курсам элементарной математики и методики преподавания математики / Н. С. Новичкова, Л. К. Садыкова. – Самара: Изд-во СГПУ, 2005. – 90 с.

6. Федеральная рабочая программа среднего общего образования. Математика (базовый / углубленный уровень) (для 10–11 классов образовательных организаций). ФГБОУ Институт стратегии развития образования. – М., 2023. – 65 с.

7. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (углубленный уровень) (для 7–9 классов образовательных организаций). ФГБОУ Институт стратегии развития образования. – М., 2023. – 101 с.

8. Цукарь, А. Я. Изучение функций в VII классе с помощью средств образного характера / А. Я. Цукарь // Математика в школе. – 2000. – № 4. – С. 20–27.

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ РАЗВИТИЯ КОМБИНАТОРНОГО МЫШЛЕНИЯ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Е. А. Еленская, магистр, учитель начальных классов,
ГУО «Средняя школа № 25 г. Могилева»,
Могилев, Беларусь
e-mail: lena-elenskaya@mail.ru
Аннотация. В статье показано применение мультимедийных технологий в качестве средства развития комбинаторного мышления у младших школьников. Приведены примеры задач из электронного средства обучения «Комбинаторика для младших школьников».
Ключевые слова: методические аспекты, мультимедийные технологии, комбинаторное мышление, младшие школьники, математика.

METHODICAL ASPECTS OF USING MULTIMEDIA TECHNOLOGIES FOR DEVELOPING COMBINATORIAL THINKING IN PRIMARY SCHOOL CHILDREN WHEN STUDYING MATHEMATICS

E. A. Yelenskaya, Master, Primary school Teacher,
State Educational Institution «Secondary school No. 25 of Mogilev»,
Mogilev, Belarus
e-mail: lena-elenskaya@mail.ru
Abstract. The article shows the use of multimedia technologies as a means of developing combinatorial thinking in primary school students. Examples of tasks from the electronic learning tool «Combinatorics for Primary School Students» are given.
Keywords: methodological aspects, multimedia technologies, combinatorial thinking, primary school students, mathematics.

Математика учит школьников не только четко следовать правилам и законам, но и искать новые подходы к решению задач, мыслить гибко, нестандартно и критически. Включение в уроки комбинаторных, логических и нестандартных заданий позволяет в полной мере раскрыть развивающий потенциал математики, расширить математические знания учеников и научить их видеть и понимать простые закономерности в окружающем мире.

В процессе обучения математике недостаточно научить ребенка быстро считать и заучивать большой объём информации. Важно еще развивать его мышление – способность осознанно воспринимать мир, решать задачи и абстрагироваться от конкретных ситуаций, выявлять новые характеристики быстро меняющейся действительности, понимать вероятностный характер случайных событий, находить различные способы решения появляющихся жизненных проблем. Необходимо целенаправленно формировать у учащихся навыки самостоятельного поиска и критического анализа математической информации. Такие качества мышления как изменчивость, вариативность, гибкость, согласованность характерны для комбинаторного стиля мышления, которое чаще всего характеризуется как мыслительный процесс, построенный на способности решения комбинаторных задач, другими словами, на способности выбора различных вариантов разрешения одной и той же задачи при конкретных обстоятельствах [1].

Комбинаторное мышление охватывает мотивацию, практические действия, знания, а также элементы абстрактного и образного мышления, что демонстрирует его глубокую связь с логикой. Данный вид мышления является важным компонентом когнитивного процесса, который упрощает понимание комплексных систем и взаимодействий, формируя базу для дальнейшего личностного и профессионального роста. Развитие комбинаторного мышления – это не спонтанный процесс. Его необходимо целенаправленно формировать, начиная с младшего школьного возраста, применяя специальные методы, прёмы и средства обучения.

Следует отметить, что в последние годы на всех уровнях общего среднего образования, включая начальное образование, широкое распространение получили мультимедийные технологии, позволяющие интегрировать в компьютерной среде текст, звук, видеоизображение, графику и анимацию. Применение данных технологий на уроках математики в I–IV классах позволяет организовать одновременно детей, обладающих различными возможностями и способностями; активизировать познавательную деятельность учащихся; индивидуально подойти к ученику, применяя разноуровневые задания; усилить образовательные эффекты; повысить качество усвоения материала; осуществить дифференцированный подход к учащимся с разным уровнем готовности к обучению; проводить уроки на высоком эстетическом уровне (музыка, анимация); развивать умение учащихся ориентироваться в информационных потоках окружающего мира; овладевать практическими способами работы с информацией; перейти от объяснительно-иллюстрированного способа обучения к деятельностному, при котором ребенок становится активным субъектом учебной деятельности.

С помощью мультимедийных технологий было разработано электронное средство обучения (ЭСО) «*Комбинаторика для младших школьников*», которое знакомит учащихся с основными методами решения комбинаторных задач, содержит занимательные элементы (игры, ребусы, кроссворды, мультипликационные фильмы) и др. Разработанное ЭСО можно использовать на различных этапах урока математики.

В качестве примера рассмотрим раздел «Задачи», который предлагает интерактивный способ изучения комбинаторных задач. Учащиеся знакомятся с тремя методами решения комбинаторных задач: метод перебора, графический метод и табличный метод. Для отработки каждого метода ученику нужно самостоятельно решить три задачи. Кликнув на стрелку, он может ознакомиться с подробным решением задачи. Для получения подсказки, можно нажать на «лампочку» и ознакомиться с инструкцией по решению аналогичной задачи.

Ученику, решившему комбинаторную задачу из учебного пособия по математике, учитель может предложить для закрепления аналогичную задачу из ЭСО. Рассмотрим методику работы на примере следующей задачи.

Задача. В кружок бального танца записались Петя, Коля, Витя, Таня, Оля, Наташа, Света. Сколько танцевальных пар можно образовать?

Учитель спрашивает у учащихся:

– О ком говорится в задаче? (О детях.)

– Что они сделали? (записались в кружок бальных танцев.)

– Как зовут ребят? (Петя, Коля, Витя, Таня, Оля, Наташа, Света.)

– Сколько ребят должно быть в танцевальной паре? (Двое, один мальчик и одна девочка.)

– Назовите вопрос задачи. (Сколько различных танцевальных пар могут образоваться?)

После обсуждения условия задачи учитель предлагает ученикам заполнить таблицу для наглядного представления возможных пар. Таблица должна содержать 5 столбцов и 4 строки. Имена ребят обозначаются первыми буквами: П (Петя), К (Коля), В (Витя), Т (Таня), О (Оля), Н (Наташа), С (Света). Ученики должны заполнить таблицу, чтобы найти все возможные комбинации пар и ответить на вопрос задачи. Если все учащиеся решили задачу правильно и получили в ответе, что различных пар можно составить 12, то учитель предлагает им в ЭСО нажать на стрелку, чтобы ознакомиться с решением задачи, потом ученики проверяют правильность составления таблицы, нажав на кнопку «таблица» (рисунок 1). Если учащиеся допустили ошибки, тогда учитель подробно разбирает решение задачи вместе с учениками.

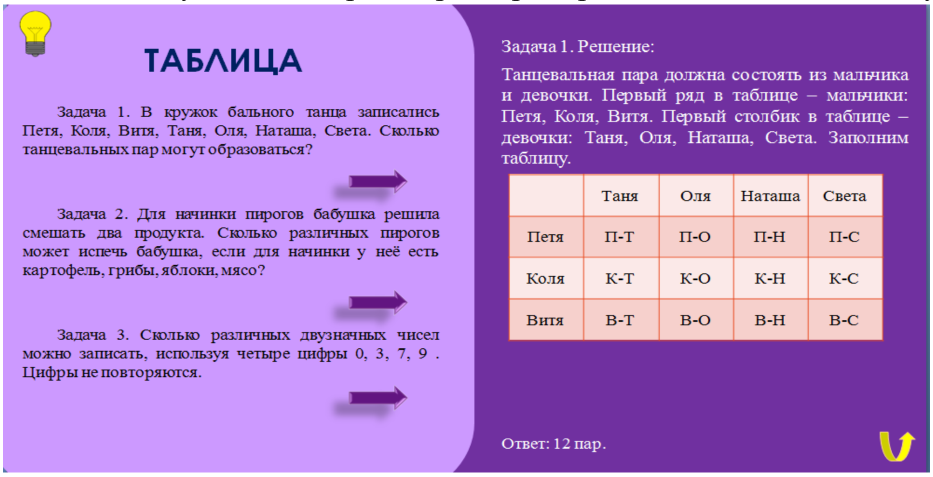


Рисунок 1 – Слайды из раздела «Задачи» ЭСО «Комбинаторика для младших школьников»

Применение ЭСО позволяет реализовать дифференцированный подход, предлагая ученикам, успешно решившим задачу, индивидуальную работу. В качестве дополнительного задания можно предложить школьникам решить аналогичную задачу из ЭСО, но уже другим методом, например методом «дерево возможных вариантов» (рисунок 2).

Рисунок 2 – Слайд из раздела «Задачи» ЭСО «Комбинаторика для младших школьников»

ЭСО «Комбинаторика для младших школьников» предоставляет учителю эффективный инструмент для обучения младших школьников решению комбинаторных задач, что способствует развитию у них комбинаторного мышления. Вместо одной задачи учитель может на уроке продемонстрировать 3–4, познакомить с разными методами решения. Эксперимент, проведенный во 2 «Г» классе средней школы № 25 г. Могилева, подтвердил эффективность применения ЭСО в учебном процессе. Анкетирование показало, что ЭСО вызывает у учащихся интерес, они активно вовлекаются в процесс решения комбинаторных задач и часто справляются с ними самостоятельно. Более того, возможность использования мультфильмов для самостоятельного составления условий задач стимулирует творческое мышление учащихся.

Таким образом, использование мультимедийных технологий позволяет учителю более продуктивно организовать на уроке математики практическую работу, сократить время на объяснение решения комбинаторной задачи, повысить интерес школьников к изучению комбинаторики.

Список литературы

1. Комбинаторное мышление // 4brain. – URL: https://4brain.ru/blog/%D0%BA%D0%BE%D0%BC%D0%B1%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%BE%D0%B5-%D0%BC%D1%8B%D1%88%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5/ (дата обращения: 28.06.2025).

2. Рудакова, А. Н. Применение мультимедиа на уроке / А. Н. Рудакова // ИНФОУРОК. – URL: https://infourok.ru/primenenie-multimedia-na-uroke-1049657.html (дата обращения: 20.06.2025).

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ ПО ИТОГАМ ЕГЭ 2025 ГОДА И ПУТИ ПРЕОДОЛЕНИЯ ЗАТРУДНЕНИЙ УЧАЩИХСЯ

Ю. А. Еловикова, к. ф.-м. н, доцент,
Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского,
Россия, Брянск
e-mail: elov77@yandex.ru

Аннотация. В статье анализируются типичные ошибки выпускников при решении задач единого государственного экзамена по математике в 2025 году, предлагаются методические пути преодоления затруднений учащихся.

Ключевые слова: единый государственный экзамен, типичные ошибки в задачах ЕГЭ, пути преодоления затруднений.

ANALYSIS OF THE RESULTS OF MATHEMATICS TEACHING BASED ON THE RESULTS OF THE 2025 UNIFIED STATE EXAM AND WAYS TO OVERCOME STUDENTS' DIFFICULTIES

I. A. Elovikova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Bryansk State Academician I. G. Petrovski University,
Russia, Bryansk
e-mail: elov77@yandex.ru

Abstract. The article analyzes typical mistakes made by graduates when solving problems on the Unified State Mathematics Exam in 2025, and suggests methodological approaches to overcome students' difficulties.

Keywords: Unified State Exam, typical mistakes in Unified State Exam tasks, ways to overcome difficulties.

Общепринятой практикой во многих странах мира стало завершение ключевых этапов школьного образования единой итоговой аттестацией в той или иной форме. В России для оценки результатов освоения программ среднего общего образования самой распространённой формой итоговой аттестации является единый государственный экзамен (ЕГЭ) [2]. Результаты ЕГЭ позволяют не только эффективно провести приёмную кампанию в высшие учебные заведения, но и проанализировать проблемы, возникшие у выпускников при решении экзаменационных заданий. Это позволяет наметить направления совершенствования методики обучения предмету в школе.

В данной статье представлен анализ результатов ЕГЭ по профильной математике в 2025-м году в Брянской области и предложены методические пути преодоления затруднений учащихся при решении задач из программы экзамена. Анализ основан на данных, полученных при проверке экзаменационных работ участников экзамена экспертами предметной комиссии Брянской области, а также на статистике ответов на экзаменационные задания в 2025 г., предоставленной Федеральным институтом педагогических измерений (ФИПИ). Основное внимание уделено результатам решения задач курса алгебры и начал анализа с развернутой записью ответа.

Экзаменационный вариант содержал *семь тестовых заданий базового уровня*. Участники экзамена справились с ними достаточно успешно (средний процент правильно решивших базовые задания колеблется в пределах 79,8% – 96,6%).

Следующие *пять тестовых задач* имели *повышенный уровень сложности*. Для заданий этого уровня, по оценкам ФИПИ, средний процент успешных решений ниже 15%, что свидетельствует об определённых проблемах в обучении. В 2025-м году в Брянской области указанные задания решены в среднем значительно лучше этого уровня.

Остановимся подробнее на нескольких *заданиях с развёрнутым ответом*, имеющих *повышенный уровень сложности*. Ответы учащихся на эти задания эксперты могли подробно проанализировать с точки зрения наличия и типов ошибок, применяемых методов решения, способов оформления и т. п.

Рассмотрим результаты решения заданий 13, 15 и 16, которые встречаются в экзаменационных работах чаще всего. Из всех заданий с развернутым ответом, решение этих задач наиболее алгоритмизировано. В ходе обучения и подготовки к экзамену вместе с учащимися можно сформулировать ряд правил, обеспечивающих успешность решения. В связи с этим, особенно важно совершенствовать методику работы с этими заданиями, предупреждать типичные ошибки, упомянутые далее.

Задание 13. *а*) Решите уравнение $2-2\cos\left(\pi-2x\right)+\sqrt{8}\cos x=\sqrt{6}+\sqrt{12}\cos x$. *б*) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\frac{9\pi}{2}\right]$.

В среднем успешность решения этого задания составила 36,2%. Большое количество ошибок в данном задании, как и в предыдущие годы, допущено при группировке и разложении на множители выражений с тригонометрическими функциями и иррациональностями. В связи с этим при обучении необходимо уделять внимание тождественным преобразованиям смешанных выражений, содержащих как рациональные, так и иррациональные, тригонометрические функции, показательную и логарифмическую функции. Умение применять к таким выражениям формулы сокращенного умножения, методы разложения на множители и сокращения дробей требует отдельной отработки в ходе изучения соответствующих разделов математики.

При решении простейших тригонометрических уравнений серии решений зачастую записывались с помощью обратных тригонометрических функций ($x = \pm\ \mathrm{arccos}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi k,\ k\in Z$), но на следующем этапе значение этих функций были вычислены неверно, без соблюдения множества значений аркфункций (ошибочное решение: $x = \pm\ \frac{5\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z$). Если при этом множество корней уравнения оказывалось верным, подобное оформление эксперт расценивал как недочет без снижения оценки. Однако, при обучении следует акцентировать внимание на корректном вычислении значений аркфункций.

В случаях, когда решение сводилось к квадратному уравнению с иррациональными коэффициентами, участники экзамена испытывали сложности при преобразовании иррациональных выражений (неверно вычисляли дискриминант, не могли представить его в виде полного квадрата, ошибались при вычислении корней). Для уверенной работы с иррациональностями требуется уделять достаточное внимание этой теме как в средней школе при изучении квадратного корня, так и в старших классах при изучении корня степени *n*. Прёмы работы с корнями целесообразно периодически повторять в старших классах несмотря на то, что старшеклассники при преобразованиях зачастую предпочитают перейти от корня к дробной рациональной степени и использовать далее свойства степеней.

При отборе корней по тригонометрической окружности типичной ошибкой является неверное указание корней, принадлежащих заданной дуге, несоответствие записанных корней и их обозначений на окружности (или отсутствие обозначений), неверное или отсутствующее выделение дуги, соответствующей отрезку. При отборе корней методом перебора не рассматриваются значения параметра, при которых корень выходит за границы промежутка. При отборе корней с помощью неравенств самыми распространенными являются вычислительные ошибки. Учителю необходимо акцентировать внимание на требованиях, предъявляемых к различным способам отбора корней, ввиду отсутствия соответствующих алгоритмов во многих учебниках.

Задание 15. Решите неравенство $\dfrac{3\cdot 27^x - 9^{x+1} + 3^{x+2} - 3}{50x^2 - 30x + 4{,}5} \geq 0$.

Успешность решения этого неравенства в среднем 23,1%. С учетом того, что неравенство смешанное и не совсем типично для массового решения в общеобразовательных классах, этот показатель можно считать приёмлемым. Однако, есть ряд ошибок и недочетов в экзаменационных работах, вызывающих настороженность и требующих корректировки.

Чаще всего участники экзамена использовали для решения метод интервалов. Хаотичное оформление решения и отсутствие существенных этапов в некоторых работах свидетельствует о том, что шаги метода интервалов для функции произвольного вида авторы этих работ знают нечетко. Несмотря на то, что шаги метода интервалов в ряде учебников не выделены явно, учителю целесообразно сформулировать их для учеников, причем в наиболее общем виде (для работы не только с рациональными функциями). Следует также четко сформулировать правило чередования знаков рациональной функции, если ученики планируют использовать чередование.

Для разложения числителя на множители часто применялась замена переменной вида $t = 3^x$, но знаменатель дроби через эту величину выразить затруднительно. В ряде работ выпускники пытались применить метод интервалов к функции, содержащей две переменные, что невозможно согласно идее метода. Вообще, введение новой переменной в неравенствах требует отдельной отработки: после замены переменной следует решить до конца неравенство с ней и только затем, ориентируясь на множество значений новой переменной, с помощью систем и совокупностей простейших неравенств найти множество значений исходной переменной.

Другой недостаток, встречавшийся во многих работах, это безосновательное отбрасывание знаменателя дроби и решение неравенства только для числителя. Поскольку знаменатель представляет собой полный квадрат, это преобразование было равносильным (при учёте ОДЗ), но в решениях выпускников зачастую отсутствовало преобразование знаменателя и исследование его знака.

При решении неравенств повышенной сложности эффективным приёмом является опора на теоремы о равносильных преобразованиях уравнений и неравенств. В ходе обучения, на наш взгляд, стоит отказаться от интуитивных действий «отбросить», «не обращать внимание» по отношению к некоторому множителю, числителю, знаменателю дроби. Вместо этого следует применять равносильные преобразования умножения, деления обеих частей неравенства на выражение постоянного знака.

Задание 16. 15 декабря 2026 года планируется взять кредит размером *A* миллионов рублей на срок 60 месяцев. Условия возврата кредита таковы: 1 числа каждого месяца сумма долга возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца; с 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга; 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца; к 15 декабря 2031 года долг должен быть полностью погашен. Чему равно A, если общая сумма платежей в 2027 году составит 2508 тысяч рублей?

Это задание требовало грамотной работы с единицами измерения уже на этапе составления математической модели (уравнения). По условию, сумма кредита измеряется в млн. руб, а сумма платежей – в тыс. руб. Многие участники экзамена получали неверную математическую модель – уравнение, в котором в одной части присутствуют величины, измеряемые в млн. руб, а в другой части – величины в тыс. руб.

Другие типичные ошибки – рассмотрение суммы платежей не за 2027 год, а за другой период или за весь срок выплаты кредита, вычислительные ошибки.

Анализируя опыт последних лет, можно предположить, что успешность решения задач на кредит и вклад повышается в случае «стандартных» моделей (равные платежи, небольшое количество платежных периодов). Любое усложнение схемы кредитования или вклада приводит к ошибкам по причине попытки применить «стандартную» модель в «нестандартном» случае. Поэтому, помимо моделирования стандартных схем с равномерным уменьшением долга и равными платежами, следует при обучении рассматривать ситуации с заданным произвольно уменьшением долга (например, с помощью таблицы остатков долга или с помощью словесного описания) и заданным произвольно изменением платежей, уделяя особое внимание приёмам смыслового чтения при анализе условия. Для упрощения суммирования величин полезно провести работу по распознаванию арифметических прогрессий и применению формулы суммы членов прогрессии. Если процентная ставка представляет собой десятичную дробь и требуется возведение в степень (например, $1{,}25^3$) следует порекомендовать учащимся перейти к работе с обыкновенными дробями для уменьшения трудоемкости вычислений.

В завершение отметим важность умения выпускников обосновывать свои выводы, вести аргументированное доказательство выдвинутой гипотезы. Сформированность этих умений оценивается во всех задачах с развернутым ответом, рассмотренных в данной статье, и в еще большей степени – в задачах 14, 17, 19 на геометрическое и алгебраическое доказательство. Зачастую ошибки при решении этих задач возникают не по причине недостаточных математических знаний, а в связи с нарушением логики рассуждений. Проблеме предотвращения логических ошибок в задачах на доказательство из программы ЕГЭ посвящена статья [1].

Список литературы

1. Еловикова Ю.А. Анализ ошибок при решении задачи ЕГЭ высокого уровня сложности // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы: материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2023. – С. 248–251.

2. Приказ Минпросвещения России, Рособрнадзора № 233/552 от 04.04.2023 г. «Об утверждении Порядка проведения ГИА по образовательным программам среднего общего образования» [Электронный ресурс] / ФГБНУ ФИПИ: официальный сайт. URL: https://fipi.ru/ege/normativno-pravovye-dokumenty (дата обращения 01.06.2025).

ФОРМИРОВАНИЕ САМОРЕГУЛЯЦИИ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ТЕОРЕМ

А. С. Землянский, аспирант,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: zemlianskii.as18@physics.msu.ru
Аннотация. В настоящей статье конкретизируется работа структурно-функциональных звеньев процесса саморегуляции, предложенных О. А. Конопкиным, направленная на формирование у школьников саморегуляции. В качестве примера рассматривается доказательство теоремы сложения вероятностей. Рассматриваются методические приёмы в рамках деятельности такого вида.
Ключевые слова: саморегуляция деятельности, доказательство теорем теории вероятностей, теорема сложения вероятностей.

FORMING SELF-REGULATION IN STUDENTS WHILE PROVING PROBABILITY THEOREMES

A. S. Zemlyansky, Postgraduate Student,
Moscow Pedagogical State University,
Moscow, Russia
e-mail: zemlianskii.as18@physics.msu.ru
Annotation. This article elaborates on the work of the structural-functional components of the self-regulation process proposed by O.A. Konopkin, aimed at developing self-regulation in school students. As an example, the proof of the addition theorem of probability is examined. Methodological techniques within this type of activity are also discussed.
Keywords: self-regulation of activity, proof of probability theorems, the addition theorem of probability.

Одним из требований к результатам обучения, устанавливаемых Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования [5], является готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни. Достижение указанных целей невозможно без умения личности самостоятельно регулировать собственную деятельность. По определению, данному О. А. Конопкиным, саморегуляция – «системно-организованный процесс внутренней психической активности человека по инициации, построению, поддержанию и управлению разными видами и формами произвольной активности, непосредственно реализующей достижение принимаемых человеком целей» [3]. Саморегуляция считается высшим модусом активности и самостоятельности человека. Таким образом, стандарт предусматривает формирование саморегуляции в процессе обучения каждому предмету, в том числе и математике. На сегодняшний день довольно подробно рассмотрена проблема формирования саморегуляции школьников при обучении алгебре и геометрии, например, в работах [1, 2], однако данный вопрос в контексте обучения теории вероятностей практически не изучен. С 1 сентября 2023 года предмет «Вероятность и статистика» стал обязательным в российских школах. Возникает противоречие между требованиями стандарта к личностным и метапредметным результатам обучения и недостаточным количеством теоретических исследований, посвящённых формированию саморегуляции при обучении данному предмету.

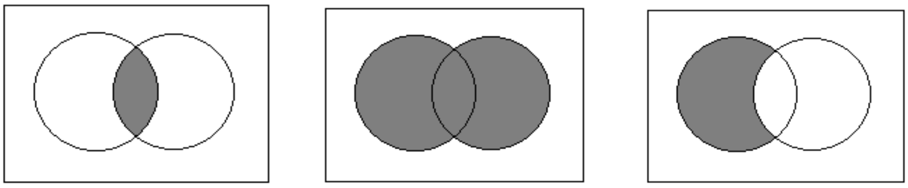
На уроках математики формирование саморегуляции школьников может происходить при обучении понятиям, доказательствам теорем и решению задач.

В структуре саморегуляции О. А. Конопкин [4] выделяет следующие функциональные звенья: цель деятельности, субъективная модель значимых условий, программа исполнительских действий, система субъективных критериев достижения цели, контроль и оценка реальных результатов, решение о коррекции системы. Рассмотрим работу всех вышеперечисленных структурно-функциональных звеньев на примере доказательства теоремы о сложении вероятностей.

Предполагаемая *цель деятельности:* найти в некотором стохастическом эксперименте вероятность события $D = A \cup B$, если у событий A и B есть непустое пересечение $C = A \cap B$ и вероятности $P(A)$, $P(B)$ и $P(C)$ известны.

Учащиеся могут составить *модель значимых условий* при помощи учителя, отвечая на предлагаемые им вопросы. Можно ли для вычисления $P(D)$ воспользоваться формулой $P(D) = P(A) + P(B)$? (Предполагаемый ответ: нет, нельзя, поскольку события A и B не являются несовместными.) Можно ли с помощью событий A, B, C, D выделить несовместные? (Можно ввести событие $A_1 = A \cap \overline{C}$, при этом пары событий A_1 и C, а также A_1 и B являются несовместными.) Можно ли выполнить графическую интерпретацию? Таким образом, в *модель значимых условий* можно включить пары событий A_1 и C, A_1 и B, а также правило сложения вероятности несовместных событий.

Разработаем *программу исполнительских действий:* введём событие $A_1 = A \cap \overline{C}$ заметим, что события A_1 и C, а также A_1 и B несовместны. Затем выполним графическую интерпретацию стохастического эксперимента (рисунок 1).



а) *б)* *в)*

Рисунок 1 – Иллюстрация к доказательству теоремы сложения. На рисунке *а)* серым цветом выделено событие *C*, на рисунке *б)* – событие *D*, на рисунке *с)* – событие A_1

После применим дважды правило сложения вероятности несовместных событий, в результате чего получим систему уравнений:

$$\begin{cases} P(A) = P(A_1) + P(C), \\ P(D) = P(A_1) + P(B). \end{cases}$$

На данном этапе доказательства учащиеся могут провести *оценку результатов.* Они замечают, что в обоих равенствах фигурирует вероятность события $P(A_1)$, что может указывать на целесообразность использования данного факта в дальнейших рассуждениях.

Возникает новая *цель деятельности:* исследовать полученную ранее систему уравнений с учётом сделанного наблюдения.

Вновь моделируем условия. Учитель спрашивает у учеников, какие способы решения систем линейных уравнений им известны. (Предполагаемый ответ: выразить вероятность $P(A_1)$ из первого уравнения и подставить во второе). Таким образом, в *модель значимых условий* вводим метод подстановки для решения систем уравнений.

Составим для данного этапа доказательства *программу исполнительских действий.* Выражаем $P(A_1)$ из первого уравнения полученной ранее системы:

$P(A_1) = P(A) - P(C)$.

Далее выполняем подстановку во второе уравнение системы:

$P(D) = P(A) - P(C) + P(B)$.

Или же $P(A \cup B) = P(\text{A}) - P(A \cap B) + P(B)$.

Обратимся к *системе субъектных критериев достижения цели.* Выражение для вероятности события $P\ (A \cup B)$, которое требовалось получить, найдено. Однако, перед тем как объявить теорему доказанной, необходимо выполнить *контроль* проведённых рассуждений. Для этого учитель предлагает обратиться к поясняющему рисунку и интерпретировать вероятность случайного события как площадь фигуры. При попытке найти вероятность искомого события как сумму $P(A)$ и $P(B)$ учащиеся замечают, что пересечение учитывается дважды. Следовательно, нужно один раз провести вычитание. Выполнив все вышеперечисленные действия, учащиеся получат ту же формулу и убедятся в истинности предыдущих рассуждений. Теорема доказана.

После проведения доказательства данной теоремы на уроке учитель может провести опрос среди учеников: было ли рассмотренное доказательство с опорой на структурно-функциональные звенья саморегуляции понятным? В качестве домашнего задания ученикам может быть предложено самостоятельно перечислить последовательность собственных действий в процессе саморегуляции, после чего с опорой на сформулированное предписание доказать теорему о вероятности трёх несовместных событий. Для трех совместных событий примерный ход рассуждений учащегося может быть таким.

Цель деятельности: требуется найти вероятность события $H = A \cup B\ \cup C$, если у событий A, B и C есть непустое пересечение $D = A \cap B \cap C$, при этом известны вероятности $P(A)$, $P(B)$ и $P(C)$, а также $P(A \cap C), P(B \cap C)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cap B \cap C)$.

При составлении *модели значимых условий* учащийся будет *прогнозировать*, что предполагаемая формула будет похожа на ту, что была получена на уроке, поэтому будет *планировать* выполнить графическую интерпретацию условия, на основе которой будет выделять пары несовместных событий, для которых он будет применять уже известное ему правило. Вдобавок, учащийся будет считать целесообразным использовать при доказательстве результат теоремы, изученной на уроке, а именно получить систему из двух уравнений и впоследствии её решить.

Тогда *программа исполнительских действий учащегося* может иметь следующий вид: введём события $a = A\ \cap \overline{B \cup C}, b = B\ \cap \overline{A \cup C}, c = C\ \cap \overline{A \cup C}, d = A \cup B \cup C, e = A \cap C \cap \bar{d}$, $f = A \cap B \cap \bar{d}, g = B \cap C \cap \bar{d}$. При этом отметим, что все события $a - g$ несовместны, кроме того, несовместными являются пары следующих событий: a и $B\ \cup C$, сумма которых равна H, a и $e \cup d \cup f$, сумма которых равна A, f и d, сумма которых равна $A \cap B$. Выполним графическую интерпретацию стохастического эксперимента (рисунок 2).

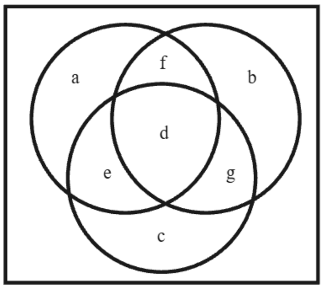


Рисунок 2 – Иллюстрация к доказательству теоремы сложения трёх несовместных событий

На рисунке 2 малыми латинскими буквами обозначены следующие события: $a = A\ \cap \overline{B \cup C}$, $b = B\ \cap \overline{A \cup C}$, $c = C\ \cap \overline{A \cup C}$, $d = A \cup B \cup C$, $e = \text{A} \cap C \cap \bar{d}$, $f = A \cap B \cap \bar{d}$, $g = B \cap C \cap \bar{d}$.

По аналогии с теоремой суммы двух событий получим систему:

$$\begin{cases} P(H) = P(a) + P(B \cup C), \\ P(A) = P(a) + P(A \cap C) + P(f). \end{cases}$$

Выразим $P(a)$ из первого уравнения полученной системы и выполним подстановку во второе уравнение, дополнительно учитывая, что $P(f) = P(A \cap B) - P(d)$. В результате получим:

$$P(H) = P(A) - P(A \cap C) - P(A \cap B) + P(d) + P(B) + P(C) - P(B \cap C).$$

Вероятность получена, можно ли убедиться в истинности? Да, можно, ведь $P(H) = P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) + P(f) + P(g) = P(a \cup e \cup d \cup f) + P(b \cup f \cup d \cup g) + P(c \cup e \cup d \cup g) - P(e \cup d) - P(f \cup d) - P(g \cup d) + P(d)$. Полученные выражения аналогичны, значит, всё правильно.

Выполнив самостоятельное доказательство с использованием данной схемы-предписания, учащиеся отмечают, что такой приём обучения способствует более сознательному освоению учебной информации, а значит, его можно будет успешно применять и в своей будущей деятельности, не только учебно-познавательной.

Список литературы

1. Беребердина, С. П. Обогащение регуляторного опыта учащихся 7–9 классов в обучении алгебре: дисс. канд. пед. наук: 13.00.02 / С. П. Беребердина; Моск. гор. пед. ун-т. – М : МПГУ, 2018. – 203 с.

2. Боженкова, Л. И. Методическая система обучения геометрии, ориентированная на интеллектуальное воспитание учащихся общеобразовательной школы: дисс. докт. пед. наук: 13.00.02 / Л. И. Боженкова; Моск. гор. пед. ун-т. – М. : МПГУ, 2007. – 424 с.

3. Конопкин, О. А. Психическая саморегуляция произвольной активности человека / Вопросы психологии. – 1995. –№ 1. – С. 5–12.

4. Конопкин, О. А. Психологические механизмы регуляции деятельности / Предисл. В. И. Моросановой. – М. : ЛЕНАНД, 2011. – 320 с.

5. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (Зарегистрирован 05.07.2021 № 64101) с изменениями от 17.08.2022.

О КУРСЕ «ОЛИМПИАДНАЯ МАТЕМАТИКА» ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 4–5-х КЛАССОВ

С. П. Зубова, к. пед. н., доцент,

Л. В. Лысогорова, к. пед. н., доцент,

Самарский государственный социально-педагогический университет,

Самара, Россия

e-mail: zubova@pgsga.ru, lysogorova@pgsga.ru

Аннотация. Курс «Олимпиадная математика» для обучающихся 4–5-х классов направлен на развитие логического и нестандартного мышления, а также на подготовку к математическим олимпиадам и конкурсам. Особое внимание уделяется разбору олимпиадных заданий.

Ключевые слова: олимпиадная математика, нестандартные задачи, логическое мышление, подготовка к олимпиадам, математические конкурсы, развитие математических способностей.

ABOUT THE OLYMPIAD MATHEMATICS COURSE FOR STUDENTS IN GRADES 4-5

S. P. Zubova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
L. V. Lysogorova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia
e-mail: zubova@pgsga.ru, lysogorova@pgsga.ru
Annotation. The Olympiad Mathematics course for students in grades 4-5 is aimed at developing logical and non-standard thinking, as well as preparing for mathematical Olympiads and competitions. Special attention is paid to the analysis of Olympiad tasks.
Keywords: Olympiad mathematics, non-standard tasks, logical thinking, preparation for Olympiads, mathematical competitions, development of mathematical abilities.

Математические олимпиады в настоящее время являются мощным средством раскрытия талантов и способностей школьников. Участие в них позволяет ребенку мобилизовать все свои регулятивные качества, мыслительные способности для получения результата. В то же время такая мобилизация возможна только в том случае, если он имеет определенный опыт выполнения олимпиадных заданий и самоорганизации в процессе участия в соревновании. Кроме того, для решения олимпиадных задач требуется владение не только математическими знаниями, но и базовыми логическими умениями. Это означает, что для участия в олимпиаде необходима специальная подготовка, в процессе которой должны быть созданы условия для приобретения всех названных качеств.

Именно поэтому нами был разработан курс «Олимпиадная математика» для обучающихся 4–5-х классов, который проводился на базе Центра для одаренных детей в городе Самара. Он рассчитан на 36 часов (для 4 и 5 классов отдельно), занятия велись для обучающихся школ города 1 раз в неделю по 2 урока с ноября по апрель.

Курс предусматривает проведение трех олимпиад (входная, промежуточная и итоговая олимпиады) с последующим разбором заданий. Содержание курса определялось с учетом содержания начального курса математики (для четвероклассников), курса математики для 5 класса (для пятиклассников) и степени подготовленности обучающихся, которая выявлялась по результатам входной олимпиады. Многолетний опыт авторов по созданию олимпиадных заданий и проверке результатов их выполнения дает возможность утверждать о типичности допускаемых учащимися ошибок и причин их возникновения при выполнении заданий математических олимпиад. Обозначим наиболее распространенные ошибки.

Ошибки при выполнении комбинаторных заданий из раздела «Нумерация многозначных чисел». Приведем пример такого задания.

Задание 1. Составьте все возможные пятизначные числа, если известно, что:

– сумма цифр в числе не более 10,

– количество единиц четвертого разряда больше количества единиц третьего разряда,

– количество единиц первого класса в 10 раз больше количества единиц второго класса.

При выполнении этого задания четвероклассники часто смешивают понятия «разряд» и «класс», не находят все возможные числа с такими свойствами или не все данные свойства чисел учитывают. Возможными причинами таких ошибок являются несформированные понятия класса и разряда для десятичной записи натуральных чисел и, соответственно, неумение определять в них количество единиц разрядов и классов; неумение абстрагироваться от уже найденных чисел для поиска новых; неумение оперировать одновременно всеми данными условиями при составлении чисел; невнимательное прочтение условий.

В курсе «Олимпиадная математика» предусмотрены задания, направленные на устранение этих причин. Так, уже на первых занятиях обучающимся предлагаются задания на построение моделей многозначного числа (например, используются символы □, △, ❍, где размер символов, их форма или цвет являются носителями свойств класса или разряда. Так, в модели шестизначного числа □△❍□△❍ форма фигуры выступает показателем разряда, а её размер – показателем класса: единицы одинаковых разрядов каждого класса имеют одинаковую форму, а единицы разрядов в каждом классе – одинаковый размер). Модели могут быть разными, но обязательно они должны быть составлены и прокомментированы обучающимися.

Еще один вид заданий по нумерации – логический диктант. При его выполнении требуется установить истинность или ложность суждений относительно данного ряда многозначных чисел. Приведём пример соответствующего задания.

Задание 2. Даны числа: 234004, 1234234, 432043, 836749, 96234328, 1000000, 89677889. Прочитайте утверждения и поставьте знак «+» в кружке против каждого истинного утверждения.

– Все числа являются натуральными числами.

– Среди этих чисел есть ровно две пары чисел, имеющих одинаковое количество единиц первого разряда.

– Среди этих чисел есть ровно два числа, имеющих одинаковое количество единиц второго класса.

– Самое большое число здесь – последнее.

– Самое большое число единиц первого класса имеет последнее число.

– В четвертом числе в два раза больше сотен тысяч, чем в третьем числе.

– Сумма первого и третьего чисел больше, чем предпоследнее число.

Ошибки в вычислениях. К сожалению, практика показывает, что абсолютное большинство обучающихся даже при вычислениях в пределах 100 используют прёмы письменного вычисления (столбиком), что негативно влияет на формирование гибкости мышления, поскольку такие вычисления всегда выполняются строго по алгоритму и не предполагают поиск рациональных способов, а также препятствуют развитию такого свойства интеллекта, как умение одновременно оперировать большим количеством данных (все промежуточные данные при письменных вычислениях записываются, а не запоминаются). Поэтому в разработанном нами курсе предусмотрено изучение теоретических основ и практическое применение приёмов рациональных устных вычислений. На каждом третьем занятии обучающиеся выполняют так называемые «Минивычислялки», в которых нужно при вычислениях использовать изученные рациональные прёмы действий. Приведём пример такого задания.

Задание 3. Вычислите рациональным способом

$35 \cdot 5 \cdot 54 \cdot 2$	$225 \cdot 24$	$1495 : 15$	$2255 : 5$
$158 \cdot 12 + 142 \cdot 20 + 8 \cdot 158$	$45 \cdot 11$	$199 + 528 + 98$	$38 \cdot 5.$

Результаты оцениваются следующим образом: 1 балл за каждый верный ответ плюс 2 балла за рациональность способа нахождения каждого значения выражения. Итого максимально – 10 баллов. В течение курса результативность выполнения обычно повышается (в среднем, с 4,3 до 8,5 баллов), что говорит о постепенном овладении обучающимися рациональными приёмами вычислений. Косвенное подтверждение этого факта –

в высказываниях ребят о том, что они и в школе на уроках тоже начинают использовать эти прёмы.

Отметим, что используются возможности всех заданий, не только вычислительных, для формирования рациональности мышления обучающихся (при решении любых арифметических задач учитель предлагает найти разные способы решения, сравнить их, найти более удобный).

Ошибки при решении арифметических текстовых задач. Начальный курс математики построен так, что обучающиеся последовательно знакомятся с разными типами текстовых задач, причем, заданий, направленных на сравнение этих типов и на обобщение способов решения, очень мало. Возможно, этим фактом определяется традиционное «проседание» результатов решения задач на выпускных проверочных работах. Если типичные задачи ещё как-то решаются, то при решении задач, несколько отличающихся от типичных, у обучающихся возникают значительные затруднения. Поэтому в курсе «Олимпиадная математика» предусмотрено выполнение исследований уже решенных задач с целью выявления других логических оснований условия (ЛОУ), выявления новых связей между данными величинами в задаче, обобщения способа рассуждений при решении задач. Очень часто для этого используются задачи с обобщёнными данными. Приведем пример такой задачи.

Задача. Кот Матроскин разливал молоко и простоквашу в одинаковые кувшины. За неделю он разлил ■ литров молока в ▽ кувшинов. Сколько кувшинов понадобится для ▲ литров простокваши? В ответе укажите, как изменится ответ задачи, если данное ■ увеличить в 2 раза.

Эта задача (если бы в ней были представлены конкретные числовые данные) является типичной задачей для третьего класса на нахождение четвертого пропорционального. Однако практика показывает, что её решают правильно менее половины обучающихся даже 4 класса. При разборе решения оказалось, что никто из обучающихся не составил краткую запись. Её составление вместе с учителем обеспечило верное решение многими школьниками. На вопрос: «Почему сразу не составили краткую запись к задаче?» многие ответили, что в школе они почти никогда её не составляют. Этот факт приводит нас к выводу о том, что учителя, стремясь как можно больше решить с обучающимися задач на уроке, не организуют поиск решения и его последующее исследование.

Поэтому мы предлагаем на наших занятиях не просто решить задачу (в данном случае составить выражение по её решению), а ответить еще на ряд вопросов.

– Подставьте свои данные вместо символов и решите получившуюся задачу.

– Как изменить данные задачи, чтобы она решалась двумя способами? (В 4 классе обучающиеся могут в задачах делить числа только нацело.)

– Что еще можно узнать из данных задачи? (Поиск новых связей между данными задачи.)

– Какие данные и как нужно изменить в задаче, чтобы ответ увеличился в 3 раза? Предложите разные варианты.

– В краткой записи изменили величины на «скорость, время, расстояние». Составьте по новой краткой записи задачу и решите её. Решения задач сравните. Какой вывод можно сделать? А теперь замените величины на «цена, количество, стоимость» и составьте новую задачу. Что можно сказать о её решении?

– Составьте задачи, обратные данной. Сколько таких задач можно составить? Почему?

Приведена лишь часть вопросов, которые направлены на исследование решения задачи. Для каждой задачи, предлагаемой на курсе, вопросы будут различаться.

Ошибки при решении уравнений. В начальном курсе математики по учебнику М. И. Моро предусмотрено решение лишь простых уравнений вида $x + 37 = 56$ (или $75 : x = 8 + 7$) на основе взаимосвязи между компонентами и результатом действия. Такое упрощенное содержание не способствует развитию способности «направлять мысль на обратный ход». [1]. Для восполнения этого пробела мы предлагаем обучающимся задания следующего типа: корнем уравнения $(y - \blacktriangledown) : 3 = 2 + \Delta$ является число 22. Решите уравнение: $(x - \blacktriangledown) : 3 - \Delta = 3$.

Это задание может быть выполнено в том случае, если обучающийся умеет сравнивать объекты для выявления общих признаков и знает о взаимосвязи между компонентами и результатом действий вычитания и деления, а также понимает характер зависимости изменения результата вычитания от изменения уменьшаемого при неизменном вычитаемом. Но для того, чтобы названные элементы знаний применить, необходимо во втором уравнении «вернуться» к вычитаемому: $(x - \blacktriangledown) : 3 = 3 + \Delta$. Получившееся новое уравнение легче сравнивать с данным.

Похожие задания обучающимся предлагаются несколько раз за курс. Итоговая олимпиада показала, что все выпускники курса овладели способом выполнения таких заданий.

Кроме приведенных заданий в течение всего курса обучающиеся учатся решать комбинаторные задачи (с помощью перебора вариантов, упорядочивая поиск), логические задачи (с помощью построения таблиц или графов), задания, для решения которых требуется выполнить перевод из одних единиц величин в другие и т. п.

Обучение на курсе позволяет ученикам приобрести опыт участия в олимпиадах, проявления воли к победе, самоорганизации, поиска способов действий в нестандартной ситуации. Итоговые олимпиады показывают значительное повышение уровня умения выполнять олимпиадные задания.

Список литературы

1. Крутецкий, В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий. – М. : Просвещение, 1998. – 416 с.

2. Лысогорова, Л. В. Математические олимпиады как средство реализации требований ФГОС к результатам обучения / Л. В. Лысогорова, С. П. Зубова // Детство как антропологический, культурологический, психолого-педагогический феномен : Материалы VIII Международной научной конференции, в рамках проекта «А.З.Б.У.К.А. детства». –. Самара, 2023. – С. 100–105.

УСЛОВИЯ ВЛИЯНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ЗАДАНИЙ НА СТАНОВЛЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ КУЛЬТУРЫ ШКОЛЬНИКОВ

О. А. Ивашова, к. пед. н., доцент,
Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
email: oaivashova@yandex.ru

Аннотация. В статье указаны два условия, при которых исследовательские задания влияют на становление подлинной вычислительной культуры. Общие положения проиллюстрированы примерами заданий, удовлетворяющих и не удовлетворяющих выделенным условиям. Приведены определения исследовательской деятельности, исследовательских заданий, вычислительной культуры младших школьников.

Ключевые слова: исследовательская деятельность, исследовательские задания, виды культуры, вычислительная культура, математическая грамотность.

CONDITIONS OF INFLUENCE OF RESEARCH TASKS ON THE FORMATION OF COMPUTING CULTURE OF SCHOOLCHILDREN

O. A. Ivashova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
A. I. Herzen State Pedagogical University of Russia,
Saint Petersburg, Russia
email: oaivashova@yandex.ru

Annotation. The article specifies two conditions under which research tasks influence the development of a genuine computational culture. General provisions are illustrated with examples of tasks that satisfy and do not satisfy the identified conditions. Definitions of research activities, research tasks, and computational culture are given. Key words.

Keywords. Research activities, research tasks, types of culture, computational culture, mathematical literacy.

Достижение математической грамотности входит в цели школьного образования. Она является ступенью к овладению математической культурой, а исследовательская деятельность выступает в качестве одного из необходимых условий для этого [3]. Под учебной исследовательской деятельностью младших школьников понимается их активная, целенаправленная творческая учебно-познавательная деятельность, ориентированная на открытие нового для учащихся знания об объекте исследования, способе или средстве деятельности, осуществляемая под руководством учителя (или другого взрослого), с постепенным повышением самостоятельности учащихся. Главным продуктом этой деятельности является развитие самого ученика [4, с. 35].

Для приобщения к подлинной культуре это условие не является достаточным. Содержание и направленность исследовательских заданий, наличие и характер выводов после их решения, установление связей между ними влияют на то, какую культуру впитывают и развивают школьники.

Исследовательская деятельность давно используется в отечественном образовании с разной интенсивностью. В советской школе она сначала активно реализовывалась на этапе поиска новых путей отечественного образования (1918–1932 гг.), когда математика, как и другие предметы, не изучалась отдельно, а обслуживала рассмотрение трех комплексных тем «Природа», «Труд», «Общество». Затем исследовательская деятельность осуществлялась учениками в виде проблемного обучения. В последние годы она законодательно стала неотъемлемой частью школьного образования.

В начальном математическом образовании исследовательская деятельность реализуется, в основном, через исследовательские задания. Таковыми можно считать задания, которые одновременно соответствуют двум условиям [4, с. 36]:

– содержат для ученика проблему,
– их решение удовлетворяет одному из требований:
  а) включает не менее двух этапов исследовательской деятельности,
  б) направлено на формирование какого-либо исследовательского умения,
  в) предполагает применение одного из методов научного исследования.

В приведенном определении есть элемент субъективности: задание на одном этапе обучения может представлять проблему и быть для ученика исследовательским, а на другом – нет, если аналогичные задания учитель будет регулярно включать в работу.

Вычислительную культуру (ВК) младших школьников можно рассматривать как процесс и как результат. Подробный анализ этого понятия дан автором в работе [3].

Под ВК как процессом «мы понимаем такую их полноценную учебную деятельность на межпредметном содержании, которая направлена на осмысленное овладение вычислительными знаниями и умениями, в том числе, общекультурного характера (включая прогнозирование, моделирование, поиск рациональных решений, перенос в другие ситуации, анализ и интерпретацию результатов); которая развивает личность (учебно-познавательную мотивацию, мышление, опыт творческой, в том числе исследовательской деятельности) и организована с учетом необходимой обществу культуры и применением современных ИКТ» [3, с. 158].

Одной из характеристик ВК является умение решать исследовательские задания.

Как известно, по характеру влияния на личность ученика исследователи (С. Г. Кара-Мурза, А. Г. Асмолов) выделяют два принципиально отличных вида культуры: 1) подлинная, «университетская», «культура достоинства»; 2) массовая, «мозаичная», «культура полезности». Первый вид призван формировать действительно свободных людей, а второй – людей, которыми легко манипулировать [1, 5]. Во многих странах для решения этих задач существует два типа школ – элитная и массовая [5]. Ученики школ обоих типов проявляют определенную познавательную активность, решают исследовательские задачи, но они принципиально отличаются друг от друга по абстрактности исследуемых объектов, обобщенности выводов, наличию связей.

Первое условие, при котором выполнение исследовательских заданий влияет на становление подлинной вычислительной культуры – их направленность на исследование абстрактных понятий и объектов, обобщение при исследовании конкретных предметов.

Вспоминая историю 100-летней давности, отметим, что в Проекте примерного плана занятий по математике на первой ступени единой трудовой школы-коммуны [6], принятого в 1918 г., указано, что педагогам главное не обучать детей, а искать жизненные проблемы, к которым можно применить математику, и организовывать самостоятельную работу детей по их решению. «Математика должна широко раскинуть корни и находить пищу всюду, где есть строгая закономерность между явлениями, поддающаяся количественному анализу» [6, с. 43]. Математику рассматривали в связи с работами на кухне, на огороде, в жизни школы, поселка и т. п. Математические вопросы носили конкретный характер, не предполагали каких-либо обобщений, отсутствовала арифметическая теория, система знаний.

Приведем пример задания из задачника для второго года обучения 1926 г. [2], которое не удовлетворяет первому условию становления подлинной культуры.

Дети для опыта взяли на пробу сотню граммов посевного овса и отобрали все примеси; их оказалось 14 граммов. Сколько отобранных семян после удаления примеси будет в 5, 10, 7 сотнях граммов? Проделайте такой же опыт с семенами овса вашего хозяйства и на основании полученных данных составьте свою задачу.

Задание носит экспериментальный исследовательский характер, скорее, с точки зрения не математики, а предмета «Окружающий мир». Оно демонстрирует связь математики с жизнью, но не дает оснований для математических обобщений, поскольку пропорциональная зависимость в этот период обучения не рассматривалась. С точки зрения изучения арифметики в первой части задания дети тренируются во внетабличном умножении, во второй части дети учатся взвешивать предметы и составлять задачи, что полезно, но не является исследованием.

И в прошлом, и в настоящем пособия по математике нередко включают задания, направленные на несложное исследование конкретных предметов из реальной жизни, которое не выводит на новые свойства абстрактных математических объектов, на математические обобщения.

Приведем свой пример задания для второго класса, удовлетворяющего первому условию.

Догадайтесь, как «зашифровали» равенства в каждом столбике:

71 + 3 = 74	76 + 7 = 83
75 + 2 = 77	74 + 8 = 82
7□ + □ = 7□	7□ + □ = 8□

Составьте и запишите по два равенства в каждый столбик:

3□ + □ = 3□	3□ + □ = 4□

Чем отличаются равенства первого и второго столбиков?

При анализе числовых равенств в этом задании ученики должны понять суть абстрагирования – есть или нет переход через десяток, соответственно в столбике слева сумма единиц должна быть меньше 10, а в столбике справа – больше или равна 10. Затем ученикам предлагается выполнить обратный переход – от абстрактного к конкретному, и дополнить вторую пару равенств несколькими способами.

При выполнении таких заданий ученик приобретает опыт исследования абстрактных объектов, за счет чего глубже проникает в их суть.

Второе условие, при котором выполнение исследовательских заданий влияет на становление подлинной вычислительной культуры – их использование для систематизации знаний, установление содержательных взаимосвязей между объектами исследования, включение результатов исследования в систему знаний.

Приведем свой пример такого задания на вычислительном содержании третьего класса.

Разбейте выражения на группы разными способами (в том числе, по способу вычисления).

1) 90 : 10	2) 90 : 2	3) 90 : 3	4) 90 : 30	5) 90 : 5	6) 90 : 45
7) 90 : 6	8) 90 : 1	9) 90 : 15	10) 90 : 18	11) 90 : 90	12) 90 : 9

Самый простой внешний признак разбиения на две группы – по количеству цифр в записи делителя (деление на однозначное число или на двузначное). Эти же две группы будут по количеству цифр в записи частного.

Разбиение по способу вычисления позволяет систематизировать общие прёмы деления в пределах 100, не являющиеся табличными. Частные можно разбить на группы по теоретической основе вычислительных приёмов: 1) деление двузначного на двузначное и деление на 1 – на знании связей результатов и компонентов действий; 2) случаи 90 : 3 и 90 : 9 основаны на знании нумерации; 3) 90 : 2, 90 : 5, 90 : 6 – опираются на знание свойства деления суммы на число. Если же дети знакомы с частными приёмами вычислений, можно разбить на две группы – в одной использовать общие прёмы, а в другой – частный приём деления на 5 (90 : 5 = 90 : 10 · 2 = 9 · 2 = 18).

Если исследовательские задания направлены на отдельные разрозненные вопросы, между которыми не установлены содержательные связи, то они мало способствуют приобщению младших школьников к подлинной культуре.

Названные в статье условия влияния исследовательских заданий на становление подлинной ВК младших школьников реализованы автором статьи в учебниках математики и пособиях для школы, в других публикациях и электронных ресурсах.

Список литературы

1. Асмолов, А. Г. Образование России в эпоху коммуникаций: от культуры полезности – к культуре достоинства / А. Г. Асмолов // Российская школа и интернет : Сб. пленар. докладов Всероссийской науч.-практ. конф, 18-19 сент., Санкт-петербург. – СПб., 2001. – С. 38–45.

2. Зенченко, С. В. Жизнь и знание в числах / С. В. Зенченко, В. Л. Эменов . Сборник арифметических задач для деревенской школы. Второй год обучения. – 11 изд. – М., Л. : Государственное издательство, 1926. – 92 с.

3. Ивашова, О. А. Вычислительная культура младших школьников: междисциплинарный подход / О. А. Ивашова // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. – 2012. – № 145. – С. 151–162. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=17804131 (дата обращения 15.04.2025).

4. Ивашова, О. А. Роль исследовательской деятельности в достижении личностных результатов образования / О. А. Ивашова // Герценовские чтения. – 2022. –Т. 13, № 2. – С. 35–40. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49594889 (дата обращения 15.04.2025).

5. Кара-Мурза, С. Г. Потерянный разум. Интеллигенция на пепелище России / С. Г. Кара-Мурза. – М. : Эксмо, 2012. – 752 с.

6. Проект примерного плана занятий по математике на первой ступени единой трудовой школы–коммуны // Математика в школе. – 1918. – № 1. – С. 38–42.

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ НА РАЗРЕЗАНИЕ

С. В. Костин, учитель математики, старший преподаватель,
ГБОУ г. Москвы «Школа № 1788»,
Российский технологический университет МИРЭА,
Москва, Россия
e-mail: kostinsv77@mail.ru

Аннотация. Отмечена важность задач на разрезание как средства интеллектуального развития детей. Предложено более активно использовать задачи на разрезание в курсе математики 5–6-х классов.

Ключевые слова: преподавание математики, задачи на разрезание.

FUN CUTTING PROBLEM

S. V. Kostin, Senior Lecturer, Mathematics Teacher
Moscow State Budgetary Educational Institution «School No. 1788»,
Russian Technological University MIREA,
Moscow, Russia
e-mail: kostinsv77@mail.ru

Annotation. The importance of cutting tasks as a means of intellectual development of children is noted. It is proposed to use cutting tasks more actively, especially for grades 5–6.

Keywords: teaching mathematics, cutting problems.

Задачи на разрезание – традиционный и многими любимый раздел занимательной и олимпиадной математики. Задачи по этой теме есть и в классической «Математической шкатулке» Ф. Ф. Нагибина и Е. С. Канина [14], и в неоднократно переиздававшейся книге А. В. Спивака [13], и во многих других книгах. И. В. Ященко как-то остроумно заметил, что при решении этих задач все равны – и профессор, и ученик начальных классов.

Вне всякого сомнения, задачи на разрезание развивают геометрическую зоркость, наблюдательность, изобретательность и, если угодно, нешаблонность мышления. Думается, что 5–6-е классы школы – это оптимальное (во всех смыслах) время и место для использования таких задач.

Листая один из учебников математики для 6-го класса, автор данной статьи обратил внимание на понятие «поворотная ось симметрии» (речь шла о кубе и о том, что его большая диагональ не является осью симметрии, а является поворотной осью симметрии третьего порядка). Не хочется здесь никого критиковать (написание учебника математики для 5-х и 6-х классов школы – архисложное дело), но все-таки хотелось бы высказать мнение, что в этом возрасте (11–12 лет) детей (мы говорим о рядовых детях рядовой школы) несколько рано «нагружать» подобными понятиями. По нашему мнению, детям этого возраста было бы значительно полезнее порешать занимательные и олимпиадные задачи разных типов, в частности, задачи на разрезание.

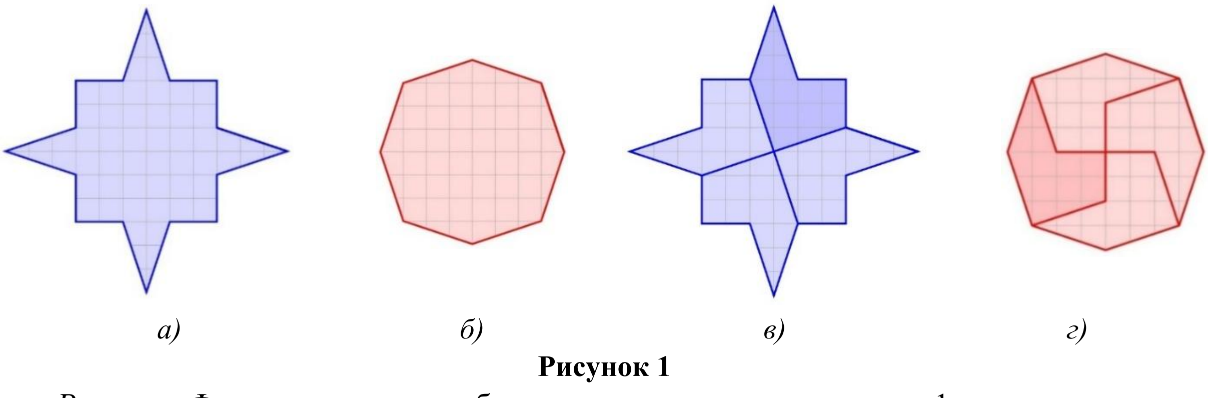
Надо еще учитывать и тот факт, что в существующих реалиях учебник математики вполне может быть (во всяком случае, в некоторых семьях) единственной математической книгой, имеющейся в семье. Поэтому особенно важно, чтобы эта книга избегала излишнего теоретизирования и в то же время была достаточно дружелюбной по отношению к ученику, предлагая ему наряду с задачами на обыкновенные и десятичные дроби, а также с текстовыми задачами с различными фабулами (на движение, работу и т. д.) также определенное количество посильных занимательных и олимпиадных задач.

Это прекрасно понимали педагоги прошлого. Не случайно Н. Я. Виленкин с коллегами не ограничились написанием учебника математики [1] (55-летнему юбилею этого учебника была посвящена наша статья [10]), а написали также книги [2, 15].

В настоящее время представляется целесообразным больше занимательных и олимпиадных задач включать непосредственно в основной текст учебника, а не в различные приложения к нему, поскольку эти приложения, как правило, труднодоступны для большинства учеников.

После этого краткого вступления мы хотели бы привести несколько задач на разрезание, которые, по нашему мнению, были бы вполне уместны в учебнике математики для 5 или 6 класса. Все задачи составлены автором данной статьи и ранее публиковались в журналах «Квант» и «Квантик». Отметим, что статью можно рассматривать как продолжение статей автора [3–12].

Задача 1. Разрезать фигуру, изображённую на рисунке 1, *а* на четыре равные части и из этих частей сложить фигуру, изображённую на рисунке 1, *б*.



а) *б)* *в)* *г)*

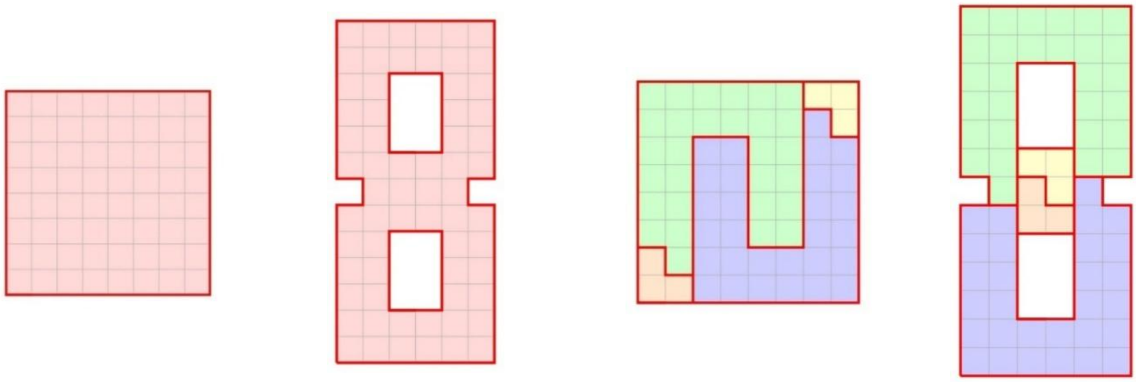
Рисунок 1

Решение. Фигура, выделенная более темным цветом на рисунке 1, *в*, с помощью сдвига (параллельного переноса) переходит в фигуру, выделенную более темным цветом на рисунке 1, *г*.

Замечание. Задача 1 была опубликована в номере 12 журнала «Квант» за 1991 год в рубрике «Квант для младших школьников». Это первая опубликованная задача автора статьи. В моем архиве бережно хранится напечатанное на пишущей машинке письмо члена редакционного совета журнала «Квант» Анатолия Павловича Савина, в котором он сообщил мне, что задача принимается к печати.

Задача 2. Пьеро решил поздравить с 8 Марта Мальвину, и, кроме новой песни, сочинил для нее задачу: разрезать квадрат 8×8 (рисунок 2, *а*) на четыре (не обязательно одинаковые) части и сложить из этих частей фигуру в виде цифры 8 (рисунок 2, *б*). Мальвине помог решить эту задачу Буратино. А справитесь ли Вы с задачей Пьеро?

Решение. Фигуры, выделенные на рисунках 2, *б* и 2, *в* одинаковым цветом, переходят друг в друга с помощью сдвига (параллельного переноса).



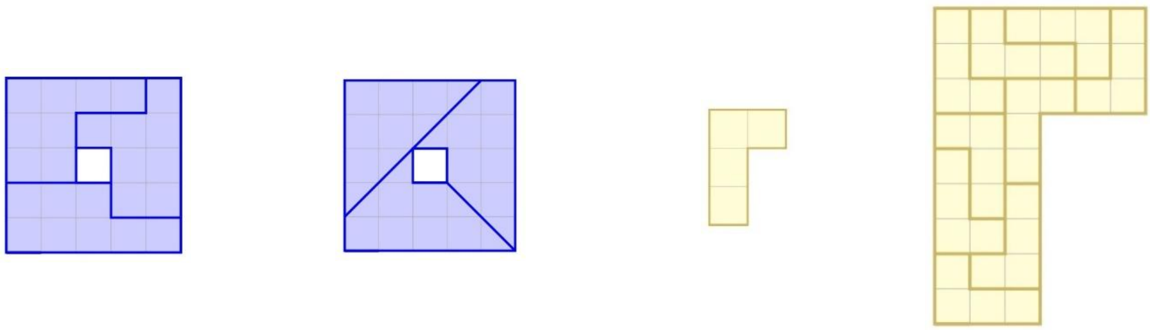
а) *б)* *в)* *г)*

Рисунок 2

Замечание. Задача 2 была опубликована в номере 5 журнала «Квантик» за 2023 год в рубрике «Наш Конкурс».

Задача 3. Разрежьте квадрат 5×5, в центре которого вырезано отверстие 1×1, на три фигуры с равными периметрами и равными площадями.

Решение представлено на рисунках 3, *а* и 3, *б*. Говоря о данной задаче, можно обсудить с учениками (на математическом кружке) формулу Пика. На рис. 3, *а* на границу каждой фигуры попадают 14 узлов сетки, а внутрь 2 узла. На рис. 3, *б* на границу каждой фигуры попадают 12 узлов сетки, а внутрь 3 узла. В любом случае площадь получается равной 8.



а) *б)* *в)* *г)*

Рисунок 3

Замечание. Задача 3 была опубликована в номере 9 журнала «Квантик» за 2018 год в рубрике «Наш Конкурс».

Задача 4. Когда Глебу исполнилось 9 лет, папа задал ему хитрую математическую задачу: разрезать фигуру в виде первой буквы его имени (рисунок 3, *в*) на 9 равных частей. Помогите Глебу справиться с этой задачей.

Решение. Надо догадаться увеличить фигуру в три раза. После этого задача достаточно легко решается (рисунок 3, *г*).

Замечание. Задача 4 была опубликована в номере 7 журнала «Квантик» за 2025 год в рубрике «Наш Конкурс».

Пожалуй, мы ограничимся этими четырьмя задачами. Количество задач на разрезание неисчерпаемо. Многие из них являются настоящими математическими жемчужинами.

Думается, что эти задачи можно и нужно использовать (особенно в учебниках математики для 5-х и 6-х классов), для того чтобы увлечь детей математикой.

Автор надеется, что данная статья заинтересовала читателей, и будет очень благодарен за любые комментарии и замечания по затронутым нами вопросам.

Список литературы

1. Виленкин, Н. Я. Математика. 4 класс : пробный учебник / Н. Я. Виленкин, К. И. Нешков [и др.]. – М. : Просвещение, 1968. – 304 с.

2. Депман, И. Я. За страницами учебника математики : пособие для учащихся 5–6 классов / И. Я. Депман, Н. Я. Виленкин. – М.: Просвещение, 1989. – 288 с.

3. Костин, С. В. Задача о новогодней ёлочке / С .В. Костин // Математика в школе. – 2025. – № 2. – С. 74–77.

4. Костин, С. В. Занимательные задачи в курсе математики 5–6 классов / С .В. Костин // Математическая подготовка в школе и вузе: содержание и технологии: материалы 43-го междунар. науч. семинара преподават. матем. и информат. ун-тов и пед. вузов, г. Сыктывкар, 26–28 сентября 2024 г. / Сыктывкарский гос. ун-т имени Питирима Сорокина. – Сыктывкар, 2024. – С. 322–325.

5. Костин, С. В. Математические задачи с номером года (2023 год). Условия задач 1–65 / С .В. Костин // Математическое образование. – 2023. – № 4 (108). – С. 39–49.

6. Костин, С. В. Математические задачи с палиндромами / С .В. Костин // Преподавание математики в школах и вузах: проблемы содержания, технологии и методики: сб. статей VIII всероссийской науч.-практ. конф., г. Глазов, 6–7 декабря 2024 г. / Глазовский гос. инж.-пед. ун-т имени В. Г. Короленко. – Глазов, 2025. – С. 64–71.

7. Костин, С. В. Несколько замечаний об учебнике математики для 5–6 классов / С .В. Костин // Становление учителя будущего в пространстве дополнительного профессионального образования : материалы конф., г. Волгоград, 11 февраля 2020 г. / Волгоградская гос. академия последипломного образования. – Волгоград, 2020. – 528 с. 164.

8. Костин, С. В. Нестандартные решения математических задач в работах школьников и студентов / С .В. Костин // Математическое образование в школе и вузе: опыт, проблемы, перспективы (MATHEDU’2021): материалы X междунар. науч.-практ. конф., г. Казань, 22–28 марта 2021 г. / Казанский федеральный ун-т. – Казань 2021. – С. 86–92.

9. Костин, С. В. Об использовании задач по теории графов для интеллектуального развития учащихся / С .В. Костин // Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи: материалы всероссийской науч.-практ. конф., г. Майкоп, 8–10 октября 2015 г. / Адыгейский гос. ун-т. – Майкоп, 2015. – С. 58–63.

10. Костин, С. В. Об одной задаче практической направленности из школьного учебника математики / С .В. Костин // Математика в школе. – 2024. – № 8. – С. 74–77.

11. Костин, С. В. Об убедительных и неубедительных решениях математических задач // Наука и школа. 2015. № 5. С. 151–155.

12. Костин, С. В. Чем меньше, тем лучше! / С .В. Костин // Математика для школьников. – 2023. – № 4. – С. 11, 20.

13. Спивак, А. В. Тысяча и одна задача по математике: учебное пособие для 5–7 классов / А. В. Спивак. – М.: Просвещение, 2024. – 206 с.

14. Нагибин, Ф. Ф. Математическая шкатулка / Ф. Ф. Нагибин, Е. С. Канин. – М.: Дрофа, 2006. – 270 с.

15. Чесноков, А. С. Внеклассная работа по математике в 4–5 классах / А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд [и др.] ; под ред. С. И. Шварцбурда. – М. : Просвещение, 1974. – 191 с.

СИСТЕМА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ШКОЛЕ № 1568 ГОРОДА МОСКВЫ

В. В. Кочагин, к. пед. н., доцент, учитель математики
Московский городской педагогический университет,
ГБОУ «Школа № 1568 имени Пабло Неруды»,
Москва, Россия
e-mail: KochaginV@yandex.ru
Аннотация. Описана система обучения математике в школе, позволившая добиться высоких результатов учеников.
Ключевые слова: система обучения математике, проекты Московского образования.

SYSTEM OF MATHEMATICAL EDUCATION IN SCHOOL No. 1568 OF MOSCOW

V. V. Kochagin, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Mathematics Teacher
Moscow City Pedagogical University,
Moscow State Budgetary Educational Institution «Pablo Neruda School No. 1568»,
Moscow, Russia
e-mail: KochaginV@yandex.ru
Annotation. The system of teaching mathematics in school, which allowed achieving high results among schoolchildren.
Keywords: mathematics teaching system, Moscow education projects.

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение города Москвы «Школа № 1568 имени Пабло Неруды» образовалась в июле 2013 года путём слияния физико-математического лицея № 1568, школы с углубленным изучением испанского языка № 1237 имени Пабло Неруды, общеобразовательных школ № 307 и № 233, восьми дошкольных учреждений, и сейчас представляет собой крупный образовательный комплекс.

С 2012 года школа № 1568 становится обладателем Гранта Мэра Москвы I степени, 13 лет подряд.

Статья посвящена системе математического образования в корпусе физико-математического направления.

Цель математического образования в школе № 1568 г. Москвы – создание системы математического образования, направленной на комплексное развитие личности обучающихся.

Работа в классах с углублённым изучением математики требует от учителя высокого профессионализма и владения разнообразными методами обучения. В своей работе мы уделяем особое внимание: развитию логики, детально анализируя ошибки каждого, и обучению работе в команде, чтобы ученик понимал, что есть другие способы решения, и уважал мнение другого ученика.

Кадровый состав учителей математики. В формировании личности школьника важна роль учителя. В физико-математическом корпусе в 5–11 классах работают 12 учителей математики, из них 8 экспертов ЕГЭ, 2 эксперта ОГЭ, 3 кандидата педагогических наук. Средний возраст учителей математики – 49,5 лет.

Поступление в 5-ый класс. Вступительные испытания в школу № 1568 состоят из 3 этапов (2 этапа по математике и работа по русскому языку). Первый этап отборочный, состоит из 10 письменных задач, которые надо решить за час: 7 задач с кратким ответом, 3 задачи с развернутым ответом. Например, в 2025 году предлагалось следующую задачу с развернутым ответом.

Задача 1. Из города А в город Б по шоссе выехал автобус со скоростью 48 км/ч. За два часа автобус проезжает ровно треть расстояния между городами. По этому же шоссе через 3 часа после выезда автобуса из города Б в город А выехал автомобиль со скоростью 65 км/ч. Сколько километров останется проехать автомобилю до города А, когда автобус доедет до города Б? (Ответ: 28 км).

Второй этап – это устный экзамен по математике, где предлагается решить 4 задачи и сдать свое решение устно комиссии. Критерии решения задач следующие:

– 3 балла – решение задания полностью обосновано, и ученик пояснил все шаги решения с первой попытки, при этом получен правильный ответ;

– 2 балла – решение задания полностью обосновано, и ученик пояснил все шаги решения со второй попытки, при этом получен правильный ответ;

– 0 баллов – во всех других случаях.

Например, в 2025 году задача № 4 была следующей.

Задача 2. При подготовке к олимпиаде ученик должен был решить 100 различных заданий. За правильно решённое задание он получает 4 балла, а за отсутствие решения или неверное решение задачи с него снимается 1 балл. Сколько заданий он решил правильно, если всего он накопил 240 баллов? (Ответ: 68 задач).

Дифференцированный подход в обучении. В обучении математике мы используем дифференцированный подход: разделяем обучающихся на группы по учебным достижениям, привлекая психологов.

Совместно с ГАОУ дополнительного профессионального образования г. Москвы «Центр педагогического мастерства» (ЦПМ) в школе с 5-го класса создана система кружков по олимпиадной математике. В начале 5-го класса по результатам внутренней устной олимпиады отбирают 3 группы учеников по 15 человек, с которыми работают преподаватели ЦПМ. В этих группах ведется рейтинг по количеству решенных задач. Решения задач сдают устно, в домашнем задании – 1 задача, которая должна быть записана с подробными обоснованиями. Когда все задачи по теме решены, то разбор всех заданий осуществляет преподаватель. Каждые 2 месяца в 5-ом классе производится добор 1–2 учеников в эти группы по результатам письменной работы. 1–2 ученика, занимающие последние места в рейтинге, перестают посещать кружок, но имеют право на следующем отборе вновь поступить. В 6-ом классе по результатам рейтинга формируются 2 группы. В 7-ом классе формируется олимпиадный класс по результатам олимпиадных достижений. Основу его составляют ученики двух олимпиадных групп. В таблице 1 представлен фрагмент учебного плана и олимпиады, рекомендуемые для участия обучающихся.

Для оценки качества подготовки обучающихся два раза в год проводится промежуточная аттестация.

Таблица 1 – Фрагмент учебного плана 7–11 классов

Класс	*Учебный план*	*Внеурочная деятельность*	*Дополнительное образование*	*Перечень Олимпиад*
7	5 ч алгебры и 3 ч геометрии, 1 ч вероятности и статистики, деление на группы	2 ч	4 ч в олимпиадном классе	ВсОШ, Турнир Архимеда, Математический праздник

Продолжение таблицы 1

8	5 ч алгебры и 3 ч геометрии, 1 ч вероятности и статистики, деление на группы	2 ч	4 ч в олимпиадном классе	ВсОШ, МОШ, Олимпиада Эйлера
9–11	5 ч алгебры и 3 ч геометрии, 1 ч вероятности и статистики, деление на группы	2 ч	4 ч в олимпиадном классе	ВсОШ, МОШ, Турнир городов, перечневые олимпиады

Участие школы в городских проектах. С 2022 года школа № 1568 участвует в проекте «Московский математический класс».

Проект «*Московский математический класс*» направлен на повышение качества математического образования школьников [3]. Для успешного обучения детей в математических классах разработан универсальный учебный план 7–11-ых классов, в который включены разнообразные программы и курсы внеурочной деятельности (элективные курсы, кружки, мастер-классы и т. д.).

Отбор учеников осуществляется с учетом индивидуальных достижений за последние 3 года во Всероссийской олимпиаде школьников, Московской олимпиаде школьников, Турнире городов и иных олимпиад, перечень которых объявляется школой заранее.

Ежегодно школа, наравне с другими школами Москвы, проходит отбор в этот проект. Одним из критериев участия в проекте является наличие не менее 25 дипломов призеров и победителей регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников и заключительного этапа Московской олимпиады школьников по предметам «Математика», «Физика», «Информатика», «Экономика», «Биология», «Астрономия», не менее 2 дипломов заключительного этапа по предмету «Математика» и не менее 2 дипломов заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников по предмету «Математика», «Физика», «Информатика».

При этом не менее 15 обучающихся должны набрать не менее 80 баллов на ЕГЭ по предметам «Математика», «Физика», «Информатика», «Биология».

Сложившая система математического образования показала свою эффективность. В таблице 2 представлены результаты участия обучающихся в олимпиадах по математике за последние два года.

Таблица 2 – Результаты участия обучающихся в олимпиадах по математике

Учебный год	*Московская олимпиада школьников*		*Региональный этап ВсОШ*	
	Призер	*Победитель*	*Призер*	*Победитель*
2023/2024	48	1	12	2
2024/2025	42	3	26	3

Результаты учащихся 9-ых классов в ОГЭ по математике и 11-ых классов в профильном ЕГЭ по математике представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты ОГЭ и ЕГЭ по математике (профильный уровень)

Учебный год	*Средний балл ОГЭ*	*Средний балл ЕГЭ*
2023/2024 год	29,2 из 31	90,8 из 100
2024/2025 год	29,1 из 31	90,6 из 100

Система математического образования, созданная в Государственном бюджетном общеобразовательном учреждении города Москвы «Школа № 1568 имени Пабло Неруды» показала свою эффективность. В школе налажено взаимодействие преподавателей основного и дополнительного образования, что позволяет оперативно реагировать на изменяющиеся требования по повышению качества математического и естественно-научного образования. Несмотря на смену поколений учителей математики, сохранены традиции фундаментального углубленного изучения математики и современных подходов к обучению, требующих дифференциации и персонализации обучения. Методические подходы к обучению математике на углубленном уровне, разработанные и реализованные в школе № 1568, представлены в статьях [1, 2, 4].

Список литературы

1. Кочагин, В. В. Задачи по геометрии, содержащие несколько требований / В. В. Кочагин // Задачи по геометрии. Дополняем школьный учебник: методическое пособие / М. Н. Кочагина, С. М. Даниелян, В. В. Кочагин [и др.]. – Москва: Московский городской педагогический университет, 2024. – С. 43–54.
2. Крачковский, С. Замена пирамиды на равновеликую / С. Крачковский // Математика. – 2024. – № 7.– С. 36–43.
3. Приказ Департамента образования и науки города Москвы от 01.07.2022 № 568 «Об утверждении стандарта городского образовательного проекта «Московские математические классы«.
4. Смирнова, И. В. Геометрические конструкции как средство обучения геометрии учащихся на углубленном уровне / И. В. Смирнова // Наука в мегаполисе Science in a Megapolis. – 2025. – № 5(73). URL: https://mgpu-media.ru/issues/issue-73/innovatsionnye-obrazovatelnye-tekhnologii/geometricheskie-konstruktsii-kak-sredstvo-obucheniya-geometrii-uchashchikhsya-na-uglublennom-urovne.html (дата обращения 30.06.2025).

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЁМЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ГРАФЫ» НА УРОКАХ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКЕ В 7-ом КЛАССЕ

М. А. Кравченко, учитель математики,
МБОУ «Гимназия №7 имени Героя России С. В. Василёва»,
И. С. Баранович, учитель математики,
МАОУ «Гимназия №1»,
Брянск, Россия
e-mail: masha.kravch@mail.ru, baranovitch.irina@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются приёмы интерактивного обучения, реализуемые авторами при изучении темы «Графы» в 7 классе для вовлечения учащихся в познавательную деятельность, развития их аналитических способностей и формирования универсальных учебных действий.

Ключевые слова: интерактивные прёмы, графы, универсальные учебные действия.

METHODOLOGICAL TECHNIQUES FOR STUDYING THE TOPIC «GRAPHS» IN PROBABILITY THEORY AND STATISTICS LESSONS IN THE 7th GRADE

M. A. Kravchenko, Mathematics Teacher,
Municipal Budgetary Educational Institution «Gymnasium No. 7
named after Hero of Russia S.V. Vasilev»,
I. S. Baranovich, Mathematics Teacher,
Municipal Budgetary Educational Institution «Gymnasium No. 1»,
Bryansk, Russia
e-mail: masha.kravch@mail.ru, baranovitch.irina@yandex.ru

Abstract. The article discusses the interactive learning techniques implemented by the authors when studying the topic «Graphs» in the 7th grade to involve students in cognitive activity, develop their analytical abilities and form universal learning actions.
Keywords: interactive techniques, graphs, universal educational actions.

Изучение темы «Графы» в 7-м классе представляет важный этап в формировании математических навыков учащихся. Графы являются не только абстрактными математическими структурами, но и инструментом, который находит применение в различных областях знаний, таких как информатика, социология и статистика. В пособии [1] можно найти задания для работы с учащимися по этой теме, в статье [2] представлен обзор интерактивных методов обучения с примерами их применения на практических занятиях по теории вероятностей, рассматриваются различные формы взаимодействия на уроке и типы интерактивности. В данной статье представлен авторский набор приёмов интерактивного обучения, которые можно использовать при изучении темы «Графы».

Рассмотрим приём «Чемоданчик знаний». Для его реализации изготавливается набор карточек в форме чемодана с задачами и примерами по предмету из банка заданий для Всероссийской проверочной работы (ВПР). Задания записываются внутри «чемодана», который фиксируется скрепкой (рисунок 1, *а*). Карточки имеют несколько вариантов заданий. После выполнения заданий проводится взаимопроверка, результаты которой отображаются на экране (рисунок 1, б). Этот приём способствует активному вовлечению учащихся в процесс обучения и развитию навыков самоконтроля. Он может применяться на различных этапах урока.

а) *б)*

Рисунок 1 – Материалы для реализации приёма «Чемоданчик знаний»

Для постановки темы урока мы применяем приём «Интеграция предметов», который позволяет учащимся самостоятельно её сформулировать. Так, при изучении темы «Графы» учащимся предлагаются портреты известных личностей в истории России – Льва Николаевича Толстого, Григория Григорьевича Орлова и Александра Васильевича Суворова. Учащиеся отгадывают имена этих личностей и вспоминают их общий титул, который является омонимом математического термина «граф» (рисунок 2). Этот приём способствует развитию таких универсальных учебных действий (УУД), как умение анализировать и делать выводы, устанавливать причинно-следственные связи, а также способствует формированию умения работать с информацией и самостоятельно определять тему урока.

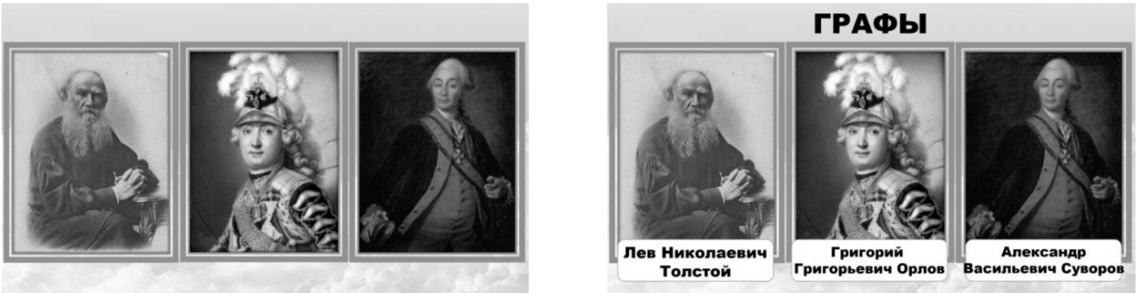


Рисунок 2 – Материалы для организации постановка темы урока

Приём «Интеграция предметов» можно реализовать не только на этапе постановки темы урока, но и на этапе мотивации её изучения. Для демонстрации практического значения темы «Графы» можно предложить учащимся рассмотреть, например, схемы транспортных связей, молекул, исторических родословных древ и сети Интернет (рисунок 3). Такая реализация приёма помогает развивать у учащихся умение видеть возможности применения нового для них понятия в различных контекстах.

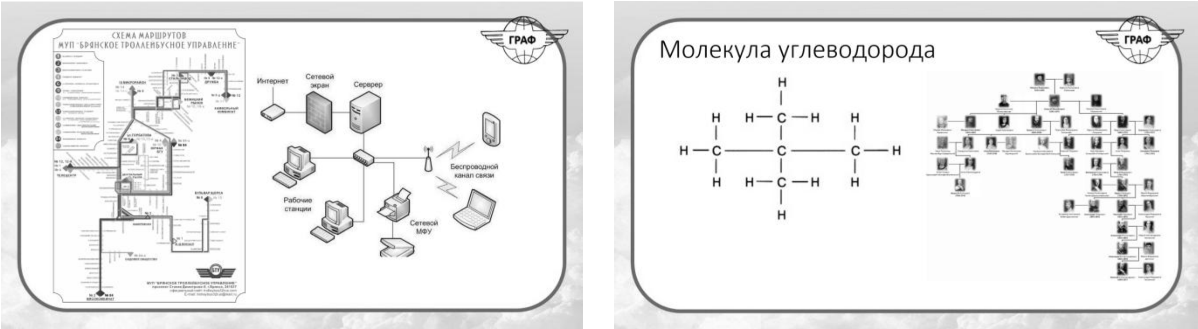


Рисунок 3 – Материалы для демонстрации практического значения темы «Графы»

Для усиления мотивации к изучению темы «Графы» можно использовать приём «Визуализация с помощью реальных предметов». Учащимся можно предложить следующее задание: «Свяжите лентами с магнитными флажками четыре магазина на схеме аэропорта так, чтобы все входы были соединены друг с другом». Выполнение такого задания стимулирует развитие аналитических способностей учащихся посредством визуализации рассуждений и помогает лучше понять структуру графа для того, чтобы сформулировать определение этого понятия.

Для визуальной организации изученного материала о графах можно использовать приём «Кластеризации». Для его реализации теоретический материал оформляется в кластеры путём выделения ключевых понятий и связей между ними. Это помогает учащимся лучше усвоить материал и видеть общую картину.

Тренировочные упражнения по изучаемой теме можно совместить с «физкультминуткой». На экране демонстрируются различные графы с отмеченными вершинами (рисунок 4). Если вершины графа четные, учащиеся встают со своих мест, а если нечётные – остаются сидеть. Этот приём помогает не только разрядить атмосферу в классе, улучшить концентрацию учащихся, но и способствует закреплению материала.

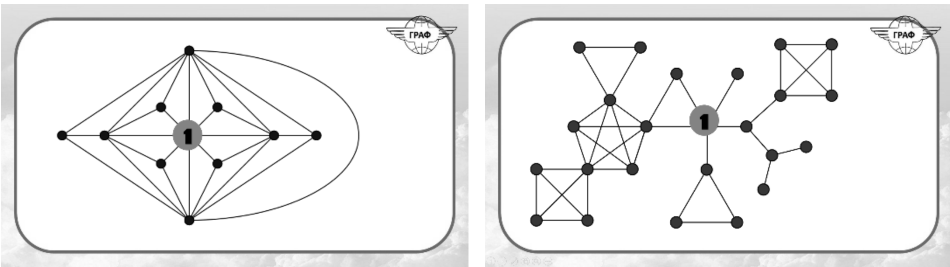


Рисунок 4 – Материалы для организации физкультминутки при изучении темы «Графы»

Кроме перечисленных приёмов мы используем приём «Исторической реконструкции». Он предполагает создание с помощью нейросети видеоматериалов, в которых представлена информация о значимых исторических личностях или событиях. При изучении темы «Графы» используется «оживший» портрет Леонарда Эйлера и его рассказ о Кёнингсбергских мостах (рисунок 5).

Рисунок 5 – Материалы для реализации приёма «Исторической реконструкции»

При правильной реализации рассмотренные приёмы способствуют формированию при изучении темы «Графы» следующих видов УУД:

– познавательные УУД: развитие умения анализировать и интерпретировать историческую информацию, устанавливать причинно-следственные связи, а также умение выделять главное и делать выводы на основе полученных данных;

– регулятивные УУД: планирование собственной учебной деятельности при работе с предложенными материалами, контроль понимания и осмысления информации;

– коммуникативные УУД: развитие навыков совместного обсуждения и обмена мнениями по изучаемой теме, умение аргументированно выражать свою точку зрения, слушать и учитывать мнение других участников учебного процесса.

В результате применения рассмотренных интерактивных приёмов урок становится более увлекательным и эффективным. Учащиеся не только лучше усваивают материал, но и развивают навыки критического мышления, работы в команде и самостоятельного поиска знаний. Такие методические приёмы делают обучение более интересным и полезным для учащихся.

Список литературы

1. Артемьева, С. В. Элементы комбинаторики и теории вероятностей : практикум по решению задач / С. В. Артемьева, Т. С. Курьякова. – 2-е изд., испр. и доп. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2008. – 125 с.

2. Болотюк, Л. А. Применение интерактивных методов обучения на практических занятиях по теории вероятностей и эконометрике / Л. А. Болотюк, А. М. Сокольникова, Е. А. Швед // Вестник евразийской науки. – 2013. – № 3. – С. 13–25.

ОЗНАКОМЛЕНИЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ЭЛЕМЕНТАМИ МЕТРОЛОГИИ И РАЗВИТИЕ ИХ АНАЛИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Е. П. Кузнецова, к. пед. н., доцент,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: elenapav@tut.by

Аннотация. Акцентируется необходимость формирования у школьников представлений об элементах метрологии, о различиях величин и процедур их измерения, а также о реальных размерах объектов окружающей среды. Раскрыты приёмы развития аналитического мышления обучающихся при изучении геометрических величин.

Ключевые слова: элементы метрологии; величины, шкалы и измерения; представления обучающихся о размерах реальных объектов; формирование аналитического мышления.

INTRODUCING STUDENTS TO THE FUNDAMENTALS OF METROLOGY AND FOSTERING THE DEVELOPMENT OF THEIR ANALYTICAL SKILLS

E. P. Kuznetsova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Belarus
e-mail: elenapav@tut.by
Abstract. The need to develop students' understanding of metrology elements, differences in quantities and measurement procedures, and the actual sizes of environmental objects is emphasized. Techniques for developing students' analytical thinking when studying geometric quantities are revealed.
Keywords: elements of metrology; quantities, scales, and measurements; students' perceptions of real-world object sizes; development of analytical thinking.

Искусственный интеллект о сути запрошенного понятия выдаёт обзор: «Аналитическое мышление – это способность критически оценивать информацию, разбивать сложные проблемы на части, выявлять взаимосвязи и делать обоснованные выводы; оно характеризуется логическим подходом, вниманием к деталям, поиском причинно-следственных связей и стремлением к объективности». В научных публикациях оно трактуется как способность человека к анализу информации для принятия решений, а в статье [2, с. 227] подчёркнуто, что «наиболее эффективным в плане развития аналитического мышления являются реальные практики», побуждающие учащихся к исследовательской деятельности. При изучении геометрических величин полезно ознакомление с принятой в метрологии классификацией величин (рисунок 1).

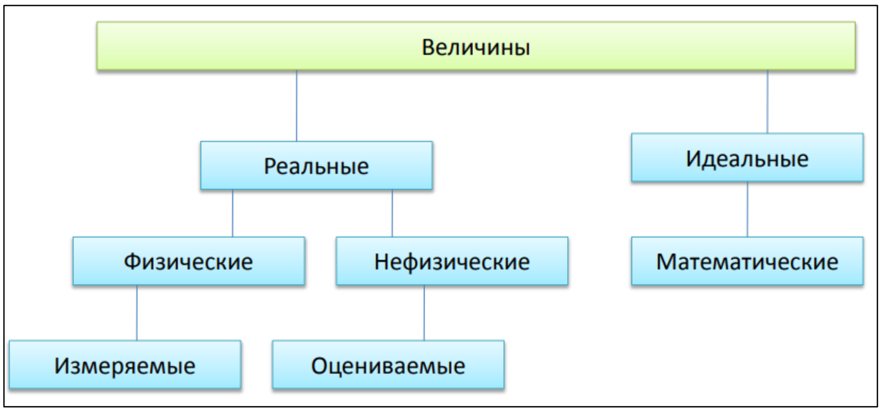


Рисунок 1 – Классификации величин из пособия [1, с. 16] по метрологии

Суть классификации величин (рисунок 1) воспринимается всеми как понятная, поскольку в ней использована общеизвестная терминология. Однако опрос, проведённый в марте 2025 года среди студентов физико-математического факультета БГПУ с помощью гугл-формы, разработанной дипломницей И. И. Соломаненко, не показал 100% умений различать виды величин. В содержание опроса для 57 студентов вошли 3 задания.

Задание 1. Наука метрология изучает величины и их измерение. Величины в метрологии делят на реальные и идеальные. По данному списку укажите номера тех величин, которые можно отнести к **реальным**: 1) *площадь треугольника*; 2) *объём комнаты*; 3) *температура тела*; 4) *градусная мера угла*; 5) *твёрдость минерала*; 6) *уровень знаний по алгебре*; 7) *температура воздуха*; 8) *настроение человека*; 9) *длина стороны ромба*; 10) *масса тела человека*. (Правильный ответ: 2, 3, 5–8, 10.)

Задание 2. Среди реальных величин в метрологии выделяют физические и нефизические. По списку из задания 1 укажите номера тех величин, которые относятся к **нефизическим**. (Правильный ответ: 5, 6, 8. *Пояснение*: твёрдость минерала оценивается по порядковой шкале Мооса, инструмент для измерения отсутствует.)

Задание 3. По списку из задания 1 укажите номера тех реальных величин, которые относятся к **измеряемым**. (Правильный ответ: 2, 3, 7, 10.)

Верных ответов на задание 1 было 63,9%, на задание 2 – 46,8%, на задание 3 – 81,7%. Из 57 участников только 3 человека (5,3%) усомнились в качестве своих ответов и захотели их уточнить. Итоги опроса показали, что у большинства студентов имеются интуитивные представления о различиях между величинами и процедурами их измерения, но полного понимания этих отличий при обучении в школе не сформировалось, и актуальность этой проблемы для самих обучающихся не очевидна. Логичен вывод о целесообразности ознакомления будущих учителей математики, физики и других дисциплин с элементами метрологии, с информацией о четырёх разных шкалах (отношений, интервалов, порядка, номинаций) и разных процедурах получения значений для идеальных и реальных величин (вычислении, измерении, оценивании).

Приведём пример в подкрепление актуальности проблем, связанных с величинами. Исследование, выполненное на факультете начального образования БГПУ в 2022 году, показало, что из 74 опрошенных студентов 96 % смогли вычислить площадь прямоугольника по формуле $S = ab$, но только 15% смогли обосновать применение формулы, пояснив, почему нужно выполнить умножение значений длин сторон [6]. Эти результаты согласуются с теорией Р. Скемпа [7] о дифференциации в обучении математике двух видов понимания – реляционного (понимание правил) и инструментального (знание правил). Одной из причин невысокого уровня понимания применяемых формул и правил является доминирование в школьной практике обучения математике ориентации педагогов на инструментальное понимание в ущерб реляционному.

Геометрические величины, представленные понятиями «градусная (радианная) мера угла», «длина отрезка», «площадь многоугольника/геометрической фигуры», «объём многогранника/геометрического тела» являются самыми знакомыми величинами и для школьников, и для студентов. В систематическом курсе геометрии определение каждой из этих конкретных величин может быть дано в двух вариантах: 1) конструктивное определение через описание процедуры измерения посредством сравнения фигуры (носителя этой величины) с другой фигурой (носителем единицы измеряемой величины) или с её частью; 2) дескриптивное неявное определение через формулирование системы аксиом этой величины.

Для идеальных математических величин, к которым относятся геометрические величины, возможен неограниченный процесс измерения за счёт наличия в математике предельных переходов при мысленной реализации в конструктивном определении двух видов абстракции (потенциальной бесконечности и актуальной бесконечности). Дескриптивное определение отдельной геометрической величины представляет собой набор аксиом, которое можно формулировать следующим образом: каждой фигуре соответствует положительная (или неотрицательная) величина, обладающая рядом свойств (инвариантность, аддитивность, нормированность). Формулы площади фигур, объёма тел, обоснованные с помощью этих аксиом, – результаты теоретических процедур измерения идеальных величин для абстрактных математических объектов, которые логично трактовать как точное вычисление этих геометрических величин.

Проблемой понимания идеальности геометрической величины как характеристики абстрактного математического объекта является то, что на пропедевтическом этапе (в начальной школе и в V–VI классах) смысл этих понятий связывается только с процедурами реальных измерений величин для физических моделей геометрических фигур (изображённых на бумаге углов и отрезков, моделей прямоугольников и т. п.). Их измерения проводятся с помощью материальных инструментов со шкалами (линейка и транспортир для длин отрезков и градусных мер углов) или инструмента без шкалы (палетки для площадей фигур). Неслучайно большинство обучающихся позже в VII–XI классах не замечают отличий между идеальными величинами математических объектов и физическими величинами с теми же названиями для реальных объектов. Не усвоены многими и правила оформления записей при использовании формулы площади объекта по данным, измеренным с помощью инструментов (в этом случае вместо знака «=» в записи формулы должен использоваться знак «≈», а для числового значения результата – ещё и правила округления, чтобы не появлялись ошибочные записи типа $S_{окна} = 2{,}35 + 0{,}42964 = 2{,}77964$ (м^2) или $S_{окна} \approx 2{,}35 + 0{,}42964 \approx 2{,}77964$ (м^2)).

В одном из советов по развитию аналитического мышления рекомендуется подвергать сомнению поступающую информацию. Полезно, например, проверять числовые данные в условиях текстовых практико-ориентированных задач из учебных пособий, несоответствие действительности которых порой не замечают ни их авторы, ни педагоги. Так, в задании пособия [3, с. 15] некорректно указана высота 38 м для памятника на площади Победы в Минске, поскольку общая высота этого монумента составляет 41 метр (обелиск – 38 м и изображение ордена Победы – 3 м).

В статье [4] нами приведён ещё один пример задания из пособия [3, с. 25] (рисунок 2), проиллюстрированного изображением объектов, размеры которых явно нереальны, но и учащиеся, и учителя, ежегодно выполняя вычисления с этими данными, не обращают внимания на их абсурдность (на высоту ступеней более 70 см, при строительной норме до 18 см, на размеры ящика, который не войдёт в стандартные двери, на крутизну лестницы, – её угол наклона для жилых помещений допускается в пределах 27–38°).

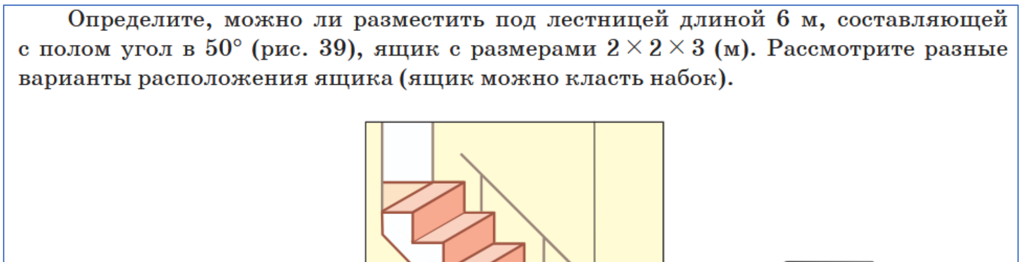

Определите, можно ли разместить под лестницей длиной 6 м, составляющей с полом угол в 50° (рис. 39), ящик с размерами 2 × 2 × 3 (м). Рассмотрите разные варианты расположения ящика (ящик можно класть набок).

Рисунок 2 – Задание с иллюстрациями из пособия [3, с. 25]

Назовём довольно распространённые пробелы обучающихся в знаниях, связанные с измерениями длин и мер углов, с определениями их единиц измерения, с отсутствием представлений о размерах реальных объектов окружающей их среды. Так, будущие учителя не могут сформулировать определение носителей единиц измерения углов (1 градус и 1 радиан), не могут описать варианты реальных явлений и объектов, задающих расстояние в 1 метр. Многим не удаётся соотнести метрические данные об объекте с его графической моделью: на изображении тупого угла отмечают меру 87°; угол, подписанный на чертеже 30°, выглядит как 45° и т. п. Учащиеся не могут показать длину (или расстояние), приближённо равную 1 дм, им трудно, оказывается, представить размеры куба с объёмом 1 литр, начертить от руки угол в 60° или 120°. Большинство из обучающихся не умеют использовать знания о своём росте, длине своего шага, длине стопы, ширине ладони для прикидки размеров окружающих предметов. Кроме того, игнорирование читателями абсурдных данных в условиях задач нередко связано с отсутствием у них опорных знаний о средних размерах объектов окружающего пространства, например: расстояние между этажами обычного жилого дома – 3 м, высота стола – 75 см, высота табурета – 45 см.

Привычка тренировать аналитическое мышление может помочь расширению кругозора обучающихся. Так, желание проверить информацию задания пособия [3, с. 19] о дорожном знаке «Крутой подъём 12%» (хотя бы потому, что подъём, соответствующий 12% и изображённый на чертеже из этого пособия, не выглядит крутым) приводит пытливых читателей к знакомству с порядковыми шкалами уклонов, которые разработаны для разных видов земной поверхности [5]. Из открытых источников можно узнать, что в большинстве таких шкал склон называют крутым при угле уклона 15–35°. По расчётам градусная мера угла, соответствующая крутизне 12%, то есть значению тангенса 0,12, составляет примерно 6°50' и входит в промежуток 4–8°, что по многим шкалам уклонов обозначает «пологий склон». А вот угол 50°, под которым наклонена лестница на рисунке 2, характеризует по некоторым шкалам уклонов «обрывистый» или даже «сильно обрывистый склон» [5, с. 46].

Таким образом, ознакомление обучающихся с элементами метрологии доступно в школьном курсе математики при изучении геометрических величин и практике реальных измерений, что способствует развитию аналитического мышления учащихся, а, следовательно, и формированию у них критического мышления.

Список литературы

1. Антонюк, Е. М. Основы метрологии, стандартизации и сертификации / Е. М. Антонюк. – URL: https://etu.ru/assets/files/Faculty-Fibs/Vvedenie-v-specialnost/Antonyuk.pdf (дата обращения: 22.06.2025).

2. Иванова, И. В. Решение задач развития научно-технического потенциала подрастающего поколения / И. В. Иванова, Н. Г. Иванов // Вестник Томского государственного университета. – 2019. – № 443. – С. 225–235.

3. Казаков, В. В. Геометрия: учебное пособие для 9-го класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения / В. В. Казаков. – Минск: Народная асвета, 2019. – 191 с.

4. Кузнецова, Е. П. Приём формирования критического мышления школьников посредством анализа метрических данных в практико-ориентированных задачах / Е. П. Кузнецова, И. И. Соломаненко // Матэматыка і фізіка. – 2024. – № 3. – С. 27–34.

5. Осипов, С. В. Шкалы уклонов земной поверхности и способы их разработки / С. В. Осипов // Вестник ВГУ, Серия: География. Геоэкология. – 2016. – №3. – С. 45–50.

6. Урбан, М. А. Проблема понимания в обучении математике: теория Р. Скемпа и школьная практика / М. А. Урбан //Матэматыка і фізіка. – 2022. – № 3. – С. 3–9.

7. Skemp, R. Relational Understanding and Instrumental Understanding / R. Skemp. — URL: http://www.skemp.org.uk/ (date of access: 25.06.2025).

ЗАДАНИЯ ДЛЯ НЕФОРМАЛЬНОГО УСВОЕНИЯ УЧАЩИМИСЯ VII КЛАССОВ СУЩЕСТВЕННЫХ СВОЙСТВ ПОНЯТИЯ «ФУНКЦИЯ»

Ю. А. Лаппалайнен, преподаватель, магистр,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: lapp.yu.an@gmail.com

Аннотация. Акцентируется необходимость чёткого выделения существенных свойств понятия «функция», фиксируемых определением; характеризуются эти свойства и приводятся примеры заданий для их усвоения, которые могут быть выполнены учащимися VII класса.

Ключевые слова: функциональная зависимость, функция, область определения функции, методика обучения математике.

TASKS FOR INFORMAL LEARNING OF THE ESSENTIAL PROPERTIES OF THE CONCEPT OF «FUNCTION» BY SEVENTH GRADE STUDENTS

Y. A. Lappalainen, Lecturer, Master,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank
Minsk, Belarus
e-mail: lapp.yu.an@gmail.com

Annotation. The need for a clear identification of the essential properties of the concept of «function», fixed by the definition, is emphasized; these properties are characterized and examples of tasks for their assimilation that can be performed by seventh grade students are given.

Keywords: functional dependence, function, domain of function definition, mathematics teaching methodology.

Функциональные понятия играют значимую роль в усвоении содержания школьного курса математики. Владение ими востребовано и при освоении образовательных программ системы высшего образования, однако результаты централизованного экзамена (ЦЭ) в Республике Беларусь [2] подтверждают наличие существенных пробелов в знаниях о функциях у значительной части выпускников. Одной из причин сложившейся ситуации является формальное усвоение обучающимися определения понятия функции, то есть его запоминание без понимания сути. В Беларуси это можно объяснить тем, что в действующем учебном пособии [1] существенные свойства понятия функции охарактеризованы недостаточно полно. В IX классе это описание уточняется, но система заданий, акцентирующая значимость каждого из свойств, не предлагается. Выделим существенные свойства понятия «функция» и рассмотрим разработанную нами систему заданий для их усвоения.

В учебном пособии [1] дано следующее описание (не определение, так как используется не определённое ранее понятие «зависимость»): «Зависимость между двумя переменными, при которой каждому значению одной переменной соответствует единственное значение другой переменной, называется функциональной зависимостью или функцией» [1, с. 207]. В этом описании акцентируются два существенных свойства: 1) наличие правила, связывающего элементы двух множеств; 2) единственность значения зависимой переменной, соответствующего независимой переменной. Необходимость указания множества, которому принадлежат значения независимой переменной, не подчёркивается.

Для формирования у учащихся понимания значимости этого свойства сначала необходимо организовать работу по усвоению первого свойства – это наличие правила, связывающего элементы двух множеств. С этой целью на этапе знакомства с понятием функции можно использовать задание 1.

Задание 1. Для каждой пары множеств X и Y выясните, существует ли правило (явное или неявное), по которому элементу множества X ставится в соответствие элемент (или элементы) из множества Y.

а) X – города на континенте; Y – страны этого континента.

б) X – даты рождения учащихся; Y – длины имён этих учащихся.

в) X – длины сторон квадратов; Y – периметры этих квадратов.

г) X – точки координатной плоскости; Y – ординаты этих точек.

д) X – даты календаря; Y – данные о средней температуре в Минске на эти даты.

е) X – названия книг в библиотеке; Y – цвета обложек этих книг.

Выполнение данного задания способствует пониманию того факта, что не для каждой пары множеств существует правило, позволяющее установить соответствие между их элементами. Кроме того, это задание подготавливает учащихся к пониманию необходимости конкретизации информации о множестве, для элементов которого устанавливается соответствие. В курсе алгебры это множество называют областью определения функции или множеством значений независимой переменной. Область определения функции – это её существенное свойство, которое должно быть зафиксировано в определении. Для организации работы по усвоению этого свойства на этапе, когда учащиеся ещё не владеют знаниями об алгебраических функциях, можно использовать задание 2.

Задание 2. Интернет-магазин меняет правила начисления бонусов. Согласно старой системе: 1 бонус равен 5% от стоимости любого заказа. Теперь по новой системе: а) 1 бонус равен 5% от стоимости заказа, если она превышает 50 руб.; б) 1 бонус равен 10 рублям за каждую вторую покупку свыше 50 рублей; в) 1 бонус равен 15% за повторную покупку в течение месяца. От чего зависит количество бонусов? Вычислите для случаев а) – в) количество бонусов, полученных футболистом Василием из 7 «А» класса, трижды за месяц купившим кеды по цене 75 рублей; 40 рублей и 50 рублей.

Выполнение этого задания показывает учащимся, что не формула расчёта бонусов определяет соответствие между стоимостью покупки и количеством начисленных бонусов, а правило их начисления. Кроме того, одно и то же правило даёт различные результаты в зависимости от стоимости покупки. Подобные задания помогают подвести учащихся к пониманию необходимости характеризовать при задании функции то множество, которому принадлежат независимые переменные.

Работу над осмыслением значимости указания на область определения функции важно продолжать и при изучении алгебраических функций. Например, при изучении темы «Линейная функция» учащимся может быть предложено задание 3.

Задание 3. «Функция задана формулой $y = 2x$. Изобразите её график, если известно, что её областью определения является: а) множество натуральных чисел; б) множество целых чисел; в) любые числа». Это задание показывает, что одна и та же формула при изменении множества, из которого выбираются значения независимой переменной, задаёт разные функции. Последний пункт задания мотивирует введение множества действительных чисел, так как только при такой области определения данная формула задаёт линейную функцию, графиком которой является прямая.

Ещё одно существенное свойство понятия «функция» – единственность значения, соответствующего каждому значению независимой переменной – может быть осмыслено в ходе анализа функциональных зависимостей и тех зависимостей, которые не являются функциональными. Зависимость между элементами двух множеств называют функциональной, если каждому элементу одного множества соответствует единственный элемент другого множества.

Задание 4. Выберите из предложенных зависимостей функциональные: а) зависимость между учеником и классом, в котором он учится; б) зависимость между классом и учениками, которые в нём учатся. Обоснуйте ответ».

Это задание позволяет продемонстрировать учащимся, что при изменении направления связи между двумя множествами может произойти изменение свойства единственности элемента одного множества, соответствующего элементу второго множества. Важно привести примеры, когда однозначность соблюдается в обоих направлениях, например, зависимость между человеком и его идентификационным номером.

Важно помочь учащимся понять, что объём понятия «функция» больше объёма понятия «функциональная зависимость», которое отражает причинно-следственные связи. Так, зависимость между годом и объёмом продаж компании отражает функциональную связь, однако изменение года само по себе не является причиной изменения продаж – это фиксация парных данных, закреплённых правилом (например, таблицей). Но в случае зависимости пути от времени (при постоянной скорости) именно изменение времени вызывает изменение пройденного пути, что представляет собой причинно-следственную связь, описываемую функцией.

Таким образом, в школьном курсе математики важно акцентировать внимание учащихся на том, что при определении функции абстрагируются от природы (в том числе причинности) и механизма связи, фиксируя лишь следующие свойства: 1) наличие правила, связывающего элементы двух множеств; 2) указание на множество, из которого выбираются значения независимой переменной; 3) единственность значения зависимой переменной для каждой независимой переменной. Для обеспечения понимания этих свойств необходимы задания, позволяющие проанализировать их на примерах и контрпримерах ещё до изучения алгебраических функций.

Список литературы

1. Арефьева, И. Г. Алгебра : учеб. пособие для 7 кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обуч. / И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко. – 2-е изд., испр. и дополн. – Минск : Народная асвета, 2022. – 312 с.

2. ЦЭ: матэматыка. Первый шаг к успеху на экзамене – анализ условия задания // Настаўніцкая газета. – 6 снежня 2024. – №. 93 (8955). – С. 21–23.

СОДЕРЖАНИЕ ВОСПИТЫВАЮЩЕГО КОНТЕНТА В ТЕМАТИЧЕСКОМ ПЛАНИРОВАНИИ ПРОГРАММЫ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА» В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

М. В. Легович, заместитель директора по научно-методической работе,
ГБПОУ «Челябинский профессиональный колледж»,
Челябинск, Россия
margo2012@mail.ru

Аннотация: В статье рассматривается внедрение воспитывающего контента в программу дисциплины «Математика» в контексте новой образовательной парадигмы, акцентирующей внимание на формировании личностных качеств студентов. Описывается важность

интеграции воспитательных аспектов в учебный процесс и возможности, которые открывает математика для развития критического мышления, эмоционального интеллекта и социальной ответственности.
Ключевые слова: воспитывающий контент, межпредметные связи, методические рекомендации, образовательные проекты.

UPKEEP OF EDUCATIONAL CONTENT IN THE THEMATIC PLANNING OF THE GENERAL DISCIPLINE PROGRAM «MATHEMATICS» IN THE PROFESSIONAL EDUCATION SYSTEM

M. V. Legovich, Deputy Director for Scientific and Methodological Work,
Chelyabinsk Professional College,
Chelyabinsk, Russia
margo2012@mail.ru
Annotation: The article discusses the implementation of educational content in the «Mathematics» discipline program in the context of a new educational paradigm that focuses on the development of students' personal qualities. It describes the importance of integrating educational aspects into the learning process and the opportunities that mathematics offers for developing critical thinking, emotional intelligence, and social responsibility.
Keywords: educational content, interdisciplinary connections, methodological recommendations, educational projects

Современное образование в России вступает в новую эру, акцентируя внимание не только на академических знаниях, но и на воспитании целостной личности. Это требует интеграции воспитательного контента в учебные программы, в том числе и в дисциплину «Математика». Математика, как универсальный язык науки, может стать мощным инструментом для воспитания молодежи, формируя необходимые личностные качества. Сегодня в нашей стране выстраивается единая система воспитания, и без образования, естественно, она выстраиваться не может. С усилением воспитательной составляющей образовательного процесса формирование воспитывающего контента по общеобразовательным дисциплинам на сегодняшний день является актуальной задачей.

Воспитывающий контент в образовательных программах среднего профессионального образования дополняет академическое обучение и направлен он на формирование у студентов личностных качеств, ценностных ориентиров и социально значимых установок на *основе традиционных российских духовно-нравственных и культурных ценностей*.

Под воспитывающим контентом также понимаются учебные материалы, методы обучения и формы взаимодействия между преподавателями и студентами. Есть два вида воспитывающего контента. Первый – контент, заложенный в учебную литературу в соответствии с ФГОС. Второй вид – это дополнительный контент, усиливающий официальные источники.

Инициативной группой методических объединений и Челябинским институтом развития профессионального образования была разработана форма информационной карты воспитывающего контента для общеобразовательных дисциплин. В соответствии с представленной картой рекомендуется подбирать материал для воспитывающего контента в рамках определенных направлений воспитательной работы и в рамках общих компетенций из ФГОС СПО, которые относятся к выбранному направлению воспитательной работы.

На уроках реализация воспитывающего контента рекомендуется в рамках таких позиций как «люди, события, факты и познавательные задания».

При внедрении воспитывающего контента на уроках математики можно рассмотреть несколько направлений:

1. *Исторический контекст.* Изучение истории математики, биографий великих математиков, таких как Архимед или Лобачевский, может помочь студентам осознать вклад науки в развитие человечества и вызвать уважение к научным достижениям.

2. *Проблемы современности*: Применение математических знаний в решении социальных и экономических проблем, например, анализ статистики по экологии или демографии, может вызвать у студентов интерес к изучению практических аспектов математики и формировать у них чувство ответственности за будущее общества.

3. *Психологические аспекты*. Внедрение ситуационных задач, требующих командной работы и сотрудничества, может развивать у студентов навыки коллективного мышления и эмоционального интеллекта.

4. *Этические дилеммы*. Разработка математических задач, связанных с этическими аспектами (например, задачи по распределению ресурсов), способствует формированию у студентов ценностных ориентиров и социально значимых установок.

Интеграция воспитывающего контента в тематическое планирование дисциплины «Математика» требует от преподавателя творческого подхода и умения видеть потенциал воспитательного воздействия в каждой теме. Важно не просто добавить отдельные факты или задачи, а создать систему, в которой математические знания органично переплетаются с воспитательными целями. Это может включать в себя разработку специальных образовательных проектов, направленных на решение конкретных социальных проблем или на изучение культурного наследия.

Например, проект, посвященный анализу статистических данных о распространении заболеваний в регионе, может не только углубить знания студентов в области математической статистики, но и повысить их осведомленность о проблемах здравоохранения и стимулировать к здоровому образу жизни. Или проект, посвященный изучению математических принципов, лежащих в основе архитектуры исторических зданий, может способствовать развитию чувства патриотизма и уважения к культурному наследию.

Рассмотрим пример воспитывающего контента для конкретного раздела школьного курса математики «Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функции» [3].

Люди, которые внесли вклад в развитие раздела «Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функция». Изучение степеней и корней уходит корнями в древность. Архимед, например, использовал понятие степени для представления очень больших чисел, пытаясь подсчитать количество песчинок, необходимых для заполнения Вселенной. Вклад Леонарда Эйлера в развитие теории степенных и логарифмических функций неоценим. Именно он ввел обозначение для основания натурального логарифма, а также установил связь между показательной функцией и тригонометрическими функциями через формулу Эйлера, имеющую огромное значение в математике и физике. Вспоминая уроженца Челябинской области, академика Сергея Львовича Соболева, нельзя не отметить его вклад в математику, в частности, в теорию обобщённых функций. Хотя его работы напрямую не касаются элементарных степенных или логарифмических функций, они являются фундаментом для более сложных математических моделей, используемых в инженерии и физике, в том числе и в расчетах, где необходимы навыки работы со степенями и корнями. Понимание этих базовых концепций – отправная точка для изучения более сложных областей, которыми занимался Соболев [1].

События и достижения способствующих развитию разделов математики, связанных со степенями, корнями, степенными, показательными и логарифмическими функциями. Открытие логарифмов Джоном Непером в начале XVII века стало настоящей революцией в вычислительной математике. Логарифмы позволили существенно упростить сложные вычисления, заменив умножение и деление сложением и вычитанием, что было особенно важно для астрономов и мореплавателей. Изобретение логарифмической линейки, основанной на свойствах логарифмов, значительно ускорило расчеты в инженерии и науке на протяжении нескольких столетий, до появления электронных калькуляторов. Челябинская область – индустриальный регион, где математика играет важную роль в развитии промышленности. События, связанные с модернизацией металлургических предприятий, разработкой новых материалов, требуют точных расчетов, где знание степеней и корней необходимо для определения оптимальных параметров технологических процессов. Например, при расчете прочности конструкций или оптимизации работы двигателей используются математические модели, основанные на степенных функциях [2].

Факторы развития разделов математики, связанных со степенями, корнями и соответствующими функциями. Скорость роста экспоненциальной функции поражает воображение. Легенда о шахматной доске и зёрнах, где за каждую следующую клетку количество зёрен удваивается, наглядно демонстрирует экспоненциальный рост. Если на первую клетку положить одно зерно, то на 64-й клетке окажется число зёрен, которое значительно превышает все запасы зерна на Земле. Этот пример позволяет понять, как быстро может увеличиваться численность населения или распространяться информация в социальных сетях. Челябинская область богата природными ресурсами. Геологи, работающие в регионе, используют степенные и логарифмические функции при анализе данных сейсморазведки для определения глубины залегания полезных ископаемых. Также эти функции необходимы для оценки скорости химических реакций, протекающих в горных породах.

Познавательные задания раздела «Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функции». Рассмотрите задачу о радиоактивном распаде, где количество вещества уменьшается экспоненциально. Подумайте, как знание о периоде полураспада позволяет определить возраст древних артефактов методом радиоуглеродного анализа. Предложите учащимся исследовать, как использование степенных функций помогает в расчетах объёмов водохранилищ Челябинской области. Например, можно рассмотреть Шершневское водохранилище, обеспечивающее питьевой водой Челябинск. Используя данные о форме водоема (которые можно упрощенно представить в виде геометрических фигур) и глубине, ученики могут применить знания о степенях и корнях для оценки его объёма. Это задание не только закрепит математические знания, но и повысит экологическую осознанность, подчеркнув важность рационального использования водных ресурсов региона. Предложите ученикам придумать свои примеры из жизни, где встречаются степенные, показательные и логарифмические функции, например, в расчете сложных процентов по вкладам или в моделировании распространения эпидемий [4].

В заключение следует отметить, что внедрение воспитывающего контента в программу дисциплины «Математика» является сложной, но крайне важной задачей. Она требует от преподавателей не только глубоких знаний математики, но и понимания целей и задач воспитания, а также умения использовать разнообразные методы и формы обучения. Только в этом случае математика сможет стать не только инструментом для решения практических задач, но и средством формирования целостной, социально ответственной личности.

Список литературы

1. Отечественные историки математики. Биобиблиографический справочник / Авторы-составители Г. И. Синкевич, Г. М. Полотовский. – СПб. : Издательский дом «Петрополис», 2025. –530 с.
2. Гильмуллин, М. Ф. История математики: Учебное пособие / М. Ф. Гильмуллин. – Екатеринбург: Ridero, 2018. – 456 с.
3. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход: учебник для среднего профессионального образования / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2024. –340 с.
4. Смирнова, И. М. Геометрические задачи с практическим содержанием: Учебное пособие / И. С. Смирнова, В. А. Смирнов. – М. : МЦНМО, 2010. –136 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПСИХОЛОГИИ ПРОЦЕССА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

В. В. Липилина, к. пед. н., доцент,
Тольяттинский государственный университет,
Тольятти, Россия
e-mail: lipil@rambler.ru

Аннотация. В статье охарактеризованы ключевые аспекты, влияющие на успешность овладения навыками решения задач с параметрами, значимых для развития логического и критического мышления учащихся, их творческих способностей и уверенности в своих математических знаниях.

Ключевые слова: методика обучения решению задач с параметрами, психологические аспекты процесса решения задач, поиск нестандартных решений.

RESEARCH OF PSYCHOLOGY OF PROBLEM' SOLVING PROCESS WITH PARAMETERS IN HIGH SCHOOL MATHEMATICS COURSE

V. V. Lipilina, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Togliatti State University,
Togliatti, Russia
e-mail: lipil@rambler.ru

Annotation. The article describes the key aspects that influence the success of mastering the skills of solving problems with parameters that are important for the development of logical and critical thinking of students, their creative abilities and confidence in their mathematical knowledge.

Keywords: methods of teaching problem solving with parameters, psychological aspects of the problem' solving process, search for non-standard solutions.

В современном образовательном пространстве важным является акцент на развитии личности каждого ученика. Математика занимает особое место в этом процессе, поскольку она не только развивает логическое мышление, но и способствует формированию творческого подхода к решению проблем. Одной из специализированных областей алгебры являются задачи с параметрами, которые представляют собой уникальный инструмент для изучения различных аспектов психологии учащихся. Глубина идей задач с параметрами позволяет выявлять категорию учащихся, которые в дальнейшем могут связать свою жизнь с точными науками. Исследование данной темы позволит оценить, как работа с такими задачами влияет на умственное развитие школьников и как психологические аспекты, связанные с решением этих задач, могут быть использованы для повышения их учебных результатов.

Задачи с параметрами, обладающие развивающим характером, имеющие богатый общекультурный потенциал, стали объектом изучения многих математиков и методистов. В книгах таких авторов как М. И. Башмаков, В. В. Вавилов, М. А. Галицкий, В. И. Голубев, А. М. Гольдман, Г. В. Дорофеев, Л. И. Звавич, В. К. Марков, И. И. Мельников, В. В. Мирошин, В. И. Моденов, П. С. Моденов, А. Г. Мордкович, С. И. Новоселов, С. Н. Олехник, П. И. Пасиченко, М. К. Потапов, Н. Х. Розов, И. Н. Сергеев, С. А. Тынянкин, И. Ф. Шарыгин, Г. А. Ястребинецкий и многих других рассмотрен широкий класс задач с параметрами и различные методы их решения.

Задачи с параметрами в современной системе школьного математического образования пронизывают практически весь курс школьной математики. Учителя в некоторой степени избегают этих задач в своей практике и поэтому школьники неохотно приступают к решению таких задач, часто боятся их. Но на любом вступительном экзамене в ведущий вуз страны, проверяющем математическую подготовку на достаточно высоком уровне, имеются задачи такого вида. Обязательно присутствуют задачи с параметрами в тестах Единого государственного экзамена по математике [2] и это замечательно, в то время как в учебных пособиях и тестах для абитуриентов, например, Германии, Канады, задачи с параметрами не являются столь многоуровневыми, исследовательскими, они соответствуют среднему уровню сложности.

Задачи с параметрами [1, 3–6] представляют собой особый класс математических задач, требующих от учащихся: развитого логического мышления, умения проводить самостоятельные логические построения, способности к анализу и синтезу, гибкости мышления, умения обобщать и формулировать гипотезы, адаптироваться к изменениям условий, навыков исследовательской деятельности, что является важным не только в математике, но и в жизни.

Процесс решения задач с параметрами включает в себя множество психологических аспектов, которые имеют значение для образования и учения. Эти аспекты условно можно разделить на несколько категорий.

Когнитивные аспекты решения задач связаны с процессами восприятия, памяти и умственной активности учащихся. Исследования показывают, что учащиеся, которые обладают высокими когнитивными способностями, демонстрируют более высокий уровень успешности в решении задач с параметрами. Когнитивная нагрузка, возникающая во время решения задач, может быть как положительной, так и отрицательной. Положительная когнитивная нагрузка способствует глубокому пониманию и удерживанию информации, тогда как отрицательная может приводить к фрустрации и снижению мотивации. Уважение к психологическим особенностям каждого учащегося позволяет педагогам оптимизировать учебные процессы, чтобы минимизировать негативное влияние чрезмерной когнитивной нагрузки.

Эмоциональные аспекты также играют важную роль в процессе решения задач с параметрами. Учебный процесс, особенно в математике, может вызывать у учащихся различные эмоции: от уверенности до страха перед неудачами. Эти эмоции могут значительно влиять на успехи учеников в учебе. Негативные эмоции, такие как страх перед ошибкой или неуверенность в своих силах, могут блокировать способность учащихся решать задачи. В этом контексте важно создавать безопасные и поддерживающие условия для обучения. Напротив, положительные эмоции, такие как интерес и увлеченность задачами, могут значительно повысить мотивацию учащихся.

Опыт показывает, что учащиеся, преодолевшие страх перед решением задач с параметрами, увлекаются их красотой, разнообразием условий, приёмов и способов решения. Это способствует формированию ученической мотивации, эффективное решение задач формирует чувство гордости и удовлетворения от достижения результата, что в дальнейшем способствует укреплению самостоятельности учащихся.

Следует также учитывать социальные аспекты решения задач. Работа в группах или парах помогает учащимся не только делиться своими знаниями, но и развивать социальные навыки. Дискуссии, возникающие в процессе группового решения задач с параметрами, могут укреплять когнитивное восприятие материала. Учащиеся, объясняя свои подходы к решению задач другим, углубляют собственное понимание темы, учатся уважать мнение других, оспаривать и отстаивать свои идеи. Включение социальных аспектов способствует созданию интегративного подхода в обучении.

Приведем примеры задач с параметром, позволяющих помочь учащимся преодолеть страх перед решением задач этого вида.

Задача 1. При каком значении a графики функций $3x + 5y = 10$ и $2x + ay = 6$ пересекаются в точке, принадлежащей оси ординат?

Решение. Функция $3x + 5y = 10$ является линейной, её график – прямая, не параллельная оси Oy. Найдём точку пересечения этой прямой с осью Oy. Для этого подставим в уравнение рассматриваемой функции значение $x = 0$. Получим $y = 2$. Точка $(0; 2)$ – единственная точка на оси Oy, через которую проходит график функции $3x + 5y = 10$. Согласно условию задачи график функции $2x + ay = 6$ также проходит через эту точку, подставим её координаты в уравнение, задающее вторую функцию. Получим $2 \cdot 0 + a \cdot 2 = 6$, откуда находим $a = 3$.

Ответ: $a = 3$

Задача 2. Найдите все значения параметра a, при которых имеет ровно два решения система уравнений

$$\begin{cases} (x + a - 6)^2 + (y - a)^2 = 18, \\ \sqrt{x^2 + (y-6)^2} + \sqrt{(x-6)^2 + y^2} = 6\sqrt{2}. \end{cases}$$

Решение. Первое уравнение системы задает семейство окружностей с радиусом $R=3\sqrt{2}$ и с центром $O\ (6 – a; a)$. Левая часть второго уравнения представляет собой сумму расстояний от точки $M\ (x; y)$ до точек $A\ (0; 6)$ и $B\ (6; 0)$: $MA= \sqrt{x^2 + (y-6)^2}$, $MB = \sqrt{(x-6)^2 + y^2}$. Заметим, что правая часть уравнения равна значению длины отрезка AB. Действительно, $AB = \sqrt{(6-0)^2 + (0-6)^2} = 6\sqrt{2}$. Равенство возможно, если $M \in AB$.

Переформулируем условие задачи на геометрический язык: найти все такие значения параметра a, при которых отрезок AB и окружность с центром в точке $O\ (6 – a; a)$ и радиусом $R=3\sqrt{2}$ имеют ровно две точки пересечения.

Точки A и B лежат на прямой $y = –x + 6$, значит, точки отрезка AB имеют координаты $(x; -x + 6)$. Заметим, что все возможные центры семейства окружностей также лежат на этой прямой, а радиус окружности вдвое меньше отрезка AB. Две общие точки отрезка и окружности возможны только в случае, если центр окружности лежит в середине отрезка AB – в точке с координатами $(3; 3)$, тогда окружность имеет две общие точки с отрезком – это сами точки A и B (рисунок 1). Во всех других случаях окружность пересекает отрезок в одной точке, либо не пересекает вовсе.

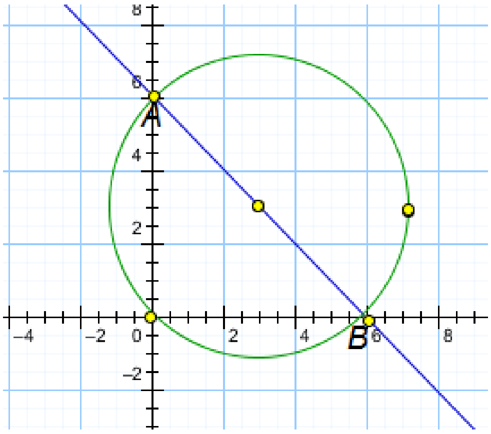


Рисунок 1

Таким образом, при $a = 3$ система уравнений имеет ровно два решения.

Ответ. $a = 3$.

Создание условий, при которых учащиеся могут развиваться как личности, имеет огромное значение для формирования успешных и уверенных в себе специалистов в будущем. Задачи с параметром имеют для этого значительный потенциал.

Список литературы

1. Азаров, А. И. Методы решения задач с параметрами. Математика для старшеклассников / А. И. Азаров, А. С. Барвенов, В. С. Федосенко. – . Мн.: Аверсэв, 2003. – 272 с.
2. Высоцкий, В. С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ / В. С. Высоцкий. – М.: Научный мир, 2011. – 316 с.
3. Козко, А. И. Задачи с параметром и другие сложные задачи / А. И. Козко,В. Г. Чирский. – М.: МЦНМО, 2007. – 296 с.
4. Липилина, В. В. Сборник задач и другие материалы математических турниров и олимпиад / В. В. Липилина. – Оренбург: ОГУ, 2008. – 415 с.
5. Максютин, А. А. Задачный подход в обучении математике : монография / А. А. Максютин, Г. А. Клековкин. – М.; Самара : СФ ГОУ ВПО МГПУ, 2009. – 184 с.
6. Шевкин, А. В. Задачи с параметром: Линейные уравнения и их системы / А. В. Шевкин // Серия «Математика. Проверь себя». – М.: Русское слово – учебная книга», 2003. – 32 с.

ОБУЧЕНИЕ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ, СВОДЯЩИХСЯ К ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

Н. И. Лобанова, к. пед. н.,
Центр внешкольной работы г. Зеленокумска, Советского района,
Зеленокумск, Ставропольский край, Россия,
В. Д. Селютин, д. пед. н., профессор,
Орловский государственный университет имени И. С. Тургенева,
Орёл, Россия
e-mail: lobantchik@yandex.ru, selutin_v_d@mail.ru

Аннотация. В статье показывается, как включение элементов дифференциальных уравнений в программу по математике может способствовать более глубокому пониманию физических законов и развитию у школьников навыков решения физических задач. Такой подход повышает мотивацию к изучению математики и развивает навыки, необходимые для дальнейшего обучения в научных областях. Это инвестиция в будущее поколение учёных и инженеров.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, методика обучения решению физических задач, школьники.

TEACHING SCHOOLCHILDREN TO SOLVE PHYSICAL PROBLEMS THAT REDUCE TO DIFFERENTIAL EQUATIONS

N. I. Lobanova, Candidate of Pedagogical Sciences,
Center for extracurricular activities in Zelenokumsk,
Sovetsky district, Zelenokumsk, Stavropol Territory, Russia,
V. D. Selyutin, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
I. S. Turgeniv Oryol State University,
Orel, Russia
e-mail: lobantchik@yandex.ru, selutin_v_d@mail.ru
Annotation. The article shows how the inclusion of elements of differential equations in the mathematics curriculum can contribute to a deeper understanding of physical laws and the development of students' skills in solving physics problems. This approach increases motivation to study mathematics and develops the skills necessary for further study in scientific fields. This is an investment in the future generation of scientists and engineers.
Keywords: differential equations, methods of teaching solving physical problems, schoolchildren.

Физика и математика – две неразрывно связанные дисциплины. Физические законы часто выражаются математическими формулами, а математические инструменты позволяют анализировать и предсказывать физические явления. Однако, в школьной программе некоторые разделы этих предметов часто преподаются изолированно, что может затруднить понимание взаимосвязи между ними. В частности, использование дифференциальных уравнений, мощного инструмента математического анализа, часто остаётся за рамками школьного курса физики, хотя они позволяют решать широкий спектр физических задач [2, 3].

В этой статье мы рассмотрим, как можно интегрировать изучение дифференциальных уравнений в занятия по математике, чтобы помочь школьникам лучше понимать и решать физические задачи.

Почему дифференциальные уравнения важны для физики?

Дифференциальные уравнения описывают взаимосвязь между функцией и её производными. В физике это означает, что они описывают, как физическая величина (например, положение, скорость, температура) изменяется во времени или пространстве. Многие фундаментальные законы физики, такие как второй закон Ньютона, закон радиоактивного распада, закон охлаждения Ньютона, выражаются в форме дифференциальных уравнений.

Использование дифференциальных уравнений позволяет:

– *более точно моделировать физические процессы*: в отличие от упрощённых формул, которые часто используются в школьной физике, дифференциальные уравнения позволяют учитывать изменяющиеся условия и более сложные зависимости;

– *решать задачи, которые невозможно решить другими методами*: многие задачи, связанные с движением с переменным ускорением, колебаниями, теплопередачей и другими сложными явлениями, требуют использования дифференциальных уравнений [1, 2];

– *углубить понимание физических законов*: решение дифференциальных уравнений позволяет увидеть, как физические законы проявляются в конкретных ситуациях и как различные параметры влияют на поведение системы.

– *развить навыки математического моделирования*: использование дифференциальных уравнений для решения физических задач развивает навыки построения математических моделей, анализа результатов и интерпретации их в физическом контексте [4].

Как интегрировать дифференциальные уравнения в занятия по математике?

Внедрение дифференциальных уравнений в школьную программу требует продуманного подхода. Вот несколько идей.

- *Начать с простых примеров*: начать с простых дифференциальных уравнений первого порядка, которые можно решить аналитически. Например, уравнение, описывающее радиоактивный распад или закон охлаждения Ньютона.
- *Использовать физические задачи в качестве мотивации*: представлять дифференциальные уравнения не как абстрактные математические объекты, а как инструменты для решения конкретных физических задач. Например, предложить задачу о движении тела под действием силы сопротивления воздуха, которая пропорциональна скорости.
- *Визуализировать решения*: использовать графики и анимации, чтобы показать, как решения дифференциальных уравнений соответствуют физическим процессам. Это поможет школьникам лучше понять смысл полученных результатов.
- *Использовать компьютерное моделирование*: существуют различные программные пакеты, которые позволяют решать дифференциальные уравнения численно и визуализировать результаты. Это позволяет исследовать более сложные задачи, которые невозможно решить аналитически [1].
- *Связывать с другими темами математики*: подчёркивать связь дифференциальных уравнений с другими темами математики, такими как производные, интегралы, функции и графики.
- *Предлагать проектные работы*: предложить школьникам выполнить проектные работы, в которых они будут использовать дифференциальные уравнения для моделирования реальных физических явлений.

Примеры задач, которые можно решить с помощью дифференциальных уравнений [1].

- *Колебания маятника*: описать движение маятника с учётом силы трения. Это приводит к дифференциальному уравнению второго порядка, которое можно решить численно или приближённо.
- *Радиоактивный распад*: определить количество радиоактивного вещества, оставшегося через определённое время, используя закон радиоактивного распада, который выражается дифференциальным уравнением первого порядка.
- *Закон охлаждения Ньютона*: рассчитать время, необходимое для охлаждения тела до определённой температуры, используя закон охлаждения Ньютона, который также выражается дифференциальным уравнением первого порядка.
- *Движение заряженной частицы в магнитном поле*: описать траекторию заряженной частицы, движущейся в однородном магнитном поле. Это приводит к системе дифференциальных уравнений второго порядка.
- *Рост популяции*: моделировать рост популяции с учётом различных факторов, таких как рождаемость, смертность и конкуренция. Это приводит к дифференциальным уравнениям, описывающим динамику популяции.
- *Распространение тепла*: описать распространение тепла в стержне или пластине, используя уравнение теплопроводности, которое является дифференциальным уравнением

в частных производных. (Этот пример может быть более сложным и подходить для продвинутых школьников).

- *Движение тела под действием силы сопротивления воздуха*: рассмотреть движение тела, брошенного вертикально вверх, учитывая силу сопротивления воздуха, пропорциональную скорости. Это приводит к дифференциальному уравнению первого порядка, которое можно решить аналитически.

Преимущества включения дифференциальных уравнений в программу по математике для школьников.

– *Повышение мотивации к изучению математики*: когда школьники видят, как математика применяется для решения реальных физических задач, они становятся более мотивированными к её изучению.

– *Углубление понимания физики*: использование дифференциальных уравнений позволяет школьникам лучше понимать физические законы и их применение.

– *Развитие навыков математического моделирования*: школьники учатся строить математические модели физических явлений, анализировать результаты и интерпретировать их в физическом контексте.

– *Подготовка к дальнейшему обучению*: знание дифференциальных уравнений является важным преимуществом для школьников, планирующих изучать физику, инженерию или другие научные дисциплины в университете.

Трудности и пути их преодоления.

- *Недостаточная математическая подготовка*: школьники могут испытывать трудности с пониманием концепций, связанных с производными и интегралами. Необходимо уделить достаточно времени повторению и закреплению этих понятий.
- *Сложность решения дифференциальных уравнений*: некоторые дифференциальные уравнения могут быть сложными для решения аналитически. В этом случае можно использовать численные методы или компьютерное моделирование.
- *Нехватка времени*: включение дифференциальных уравнений в программу может потребовать дополнительного времени. Необходимо тщательно планировать занятия и выбирать задачи, которые соответствуют уровню подготовки школьников.
- *Отсутствие ресурсов*: необходимы учебные материалы и программное обеспечение, которые позволяют решать дифференциальные уравнения и визуализировать результаты.

Заключение. Интеграция изучения дифференциальных уравнений в занятия по математике может значительно улучшить понимание физики и развить навыки математического моделирования у школьников. Хотя это требует дополнительных усилий и ресурсов, преимущества такого подхода очевидны. Это позволит школьникам увидеть взаимосвязь между математикой и физикой, повысить их мотивацию к обучению и подготовить к дальнейшему изучению научных дисциплин. Важно начинать с простых примеров, использовать физические задачи в качестве мотивации и визуализировать решения, чтобы сделать этот процесс более доступным и интересным для школьников.

Список литературы

1. Лобанова, Н. И. Изучение старшеклассниками дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования как средство формирования целостной картины мира Дисс. … кандидата пед. / Н. И. Лобанова; Орлов. гос. ун-т им. И.С. Тургенева. – Орёл, 2024. – 230 с.

2. Лобанова, Н. И. Элементы теории дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования / Н. И. Лобанова // Интернет-журнал «Мир науки». –2016. – Том 4, № 6. – URL: http://mir-nauki.com/PDF/32PDMN616.pdf (дата обращения 27.06.2025).

3. Родионов, М. А. Дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных : учебное пособие / М. А. Родионов, Н. Н. Яремко, А. В. Везденева. – Пенза, 2008. – 144 с.
4. Шукурова, Ш, Н. Применение дифференциальных уравнений в физических науках / Ш. Н. Шукурова // Символ науки. – 2023. – №12. – С. 1–2.

БАРИЦЕНТРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ

К. С. Малинникова, студент,
М. А. Степанова, к. ф.-м. н., доцент,
Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: ksunik1ksunik@gmail.com, ratkebug@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается суть барицентрического метода решения планиметрических задач как метода геометрии масс; выделены этапы решения задач барицентрическим методом; представлены группы планиметрических задач, решение которых упрощается при применении барицентрического метода; обоснована возможность организации факультативного курса для учащихся 9 классов.
Ключевые слова: барицентрические координаты, барицентрический метод, планиметрическая задача.

BARYCENTRIC COORDINATES IN SCHOOL GEOMETRY COURSE

K. S. Malinnikova, Student
M. A. Stepanova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
A. I. Herzen State Pedagogical University of Russia,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: ksunik1ksunik@gmail.com, ratkebug@yandex.ru

Abstract. The essence of the barycentric method for solving planimetric problems as a method of mass geometry is considered; there are highlighted the stages of solving problems using the barycentric method; groups of planimetric problems, the solution of which is simplified when using the barycentric method, are given in the article; the author justifies the possibility of organizing an optional course for 9th grade students.
Keywords: barycentric coordinates, barycentric method, planimetric problem.

В рамках дипломного исследования по теме «Барицентрические координаты в евклидовом пространстве», проводимого на факультете математики РГПУ им. А. И. Герцена, мы обратили внимание на приложение барицентрических координат в различных областях науки и техники (многомерная и проективная геометрии, вычислительная математика, компьютерная графика и физическое моделирование, химия и генетика и т. д.) и к решению геометрических задач различного уровня сложности.

В своем развитии барицентрические координаты и барицентрический метод прошли несколько ступеней: *начало идеи барицентрического метода (метода масс)* (Архимед, III век до н.э.), *формализация центра масс* (XVIII в., Жозеф-Луи Лагранж), *геометрическая интерпретация* (XIX в., Август Фердинанд Мебиус), *расширение на многомерные пространства* (с XX века по настоящее время).

Барицентрические координаты определяются с точки зрения геометрии масс [1] и аффинной геометрии [3].

С точки зрения геометрии масс суть барицентрических координат определяется массами, которыми наделяются материальные точки.

Для того чтобы с помощью понятия центра масс решать геометрические задачи, вводится точный математический смысл понятия центра масс с помощью геометрических терминов:

- если точке A поставлено в соответствие число m (называемое массой точки), то говорят, что задана материальная точка mA (m не обязательно положительно);
- центром масс материальных точек m_nA_n называется такая точка M, для которой выполняется векторное равенство $m_1\overrightarrow{MA_1} + m_2\overrightarrow{MA_2} + \dots + m_n\overrightarrow{MA_n} = \vec{0}$ (возможна иная запись: $M = c(m_1A_1,\ m_2A_2, \dots m_nA_n)$, где центр масс $M -$ взвешенное среднее c материальных точек m_iA_i, где $i = 1, 2, \dots, n$);
- *правило рычага:* в случае двух точек A_1 и A_2 с массами m_1 и m_2 их центр масс делит отрезок $A_1\,A_2$ в отношении $m_1 : m_2$;
- для любой системы материальных точек с ненулевой суммарной массой центр масс существует и определяется этими точками однозначно;
- *теорема о группировке масс:* если часть материальных точек заменить точкой, расположенной в их центре масс и имеющей ненулевую массу, равную сумме масс этих точек, то центр масс всех точек не изменяется.

Рассмотрим задачу [1], решение которой основано на геометрии масс.

Задача. На сторонах AB и BC треугольника ABC расположены точки M и N соответственно, причем $AM{:}MB = 3{:}5$, $BN{:}NC = 1{:}4$. Прямые CM и AN пересекаются в точке O. Найдите отношения $AO{:}ON, CO{:}OM$ (рисунок 1).

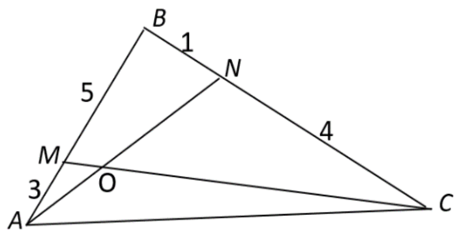


Рисунок 1

Решение.

1. Поместим массу $m_2 \neq 0$ в вершину B треугольника ΔABC.

2. Определим массы m_1 и m_3 соответственно для вершин A и C из условий $M = c(m_1A, m_2B)$, $N = c(m_2B, m_3C)$. Согласно правилу рычага имеем: $m_2 = 4m_3, 3m_1 = 5m_2$.

3. Пусть $m_2 = 12$. Тогда $m_3 = 3, m_1 = 20$. Массы точек M и N соответственно 32 и 15.

4. Найдем необходимые отношения, определив массу точки O:

- для отрезка AN: $O = c(20A, 15N)$, то есть $AO{:}ON = 15{:}20 = 3{:}4$;
- для отрезка CM: $O = c(3C, 32M)$, то есть $CO{:}OM = 32{:}3$.

Ответ: $3{:}4$; $32{:}3$.

Барицентрические координаты с точки зрения аффинной геометрии – это способ представления произвольной точки M в n-мерном аффинном пространстве относительно заданного набора (n +1) базисных точек общего положения $A_0, A_1, \dots, A_n$.

$$M = \lambda_0A_0 + \lambda_1A_1 + \dots + \lambda_nA_n,\ \text{где}\ \lambda_0 + \lambda_1 + \dots + \lambda_n = 1$$

В качестве базисных точек в двумерном пространстве могут быть приняты вершины треугольника.

Пример.

Точки A_0 (1,0,0), A_1(0,1,0), A_2(0,0,1) – точки общего положения (не лежат на одной прямой) в аффинном двумерном пространстве (рисунок 2).

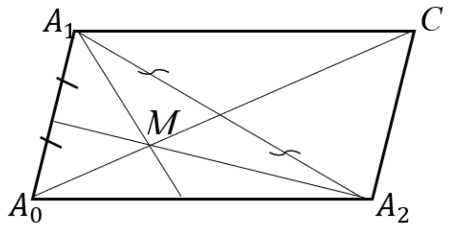


Рисунок 2

- Точка M – центр тяжести треугольника $A_0A_1A_2$, тогда $M = \frac{1}{3}A_0 + \frac{1}{3}A_1 + \frac{1}{3}A_2$.
- Точка C – вершина параллелограмма $A_0A_1A_2C$, тогда $C = -A_0 + A_1 + A_2$.

Для использования барицентрического метода в решении геометрических задач необходимо выполнить следующие действия:

1. Определить искомую величину как материальную точку.
2. Выбрать базисные точки с фиксированными барицентрическими координатами (наделённые массами), относительно которых будет рассматриваться материальная точка (вершины фигуры, объекты, участвующие в задаче и т. д.).
3. Сделать вывод о количестве координат материальной точки.
4. Найти барицентрические координаты искомой материальной точки согласно условию задачи.
5. Решить задачу на языке барицентрических координат.
6. Записать ответ на геометрическом языке.

Анализ учебной литературы [1, 2, 6] позволил выделить следующие группы планиметрических задач, решение которых упрощается при использовании барицентрического метода.

Барицентрические координаты как отношение длин отрезков

Группа 1. Задачи на определение барицентрических координат точки по её геометрическому описанию (например, пересечения высот остроугольного треугольника; середины отрезка; точки пересечения прямых и т. д.).

Группа 2. Задачи на нахождение расстояний между точками (например, точкой пересечения медиан треугольника и центром вписанной в него окружности; между центрами вписанной и вневписанной окружностей и т. д.).

Группа 3. Задачи на нахождение отношений длин отрезков.

Группа 4. Задачи на доказательство (например, принадлежности точки прямой; отрезку; контуру треугольника; лучу; углу и т. д.; принадлежности четырех точек одной прямой; принадлежности нескольких прямых одной точке (прямые пересекаются в одной точке); факта, что барицентрические координаты точки (центра описанной окружности, центра вписанной окружности и т. д.) имеют вид заданных формул).

Барицентрические координаты как отношение площадей

Группа 1. Задачи на нахождение барицентрических координат точки, если известны: углы базисного треугольника (например, центра описанной окружности и т. д.);
стороны базисного треугольника; площади треугольников, составляющих базисный треугольник (например, базисный ΔABC, P – точка внутри треугольника, составляющие треугольники $\Delta ABP, \Delta BCP, \Delta ACP$).

Группа 2. Задачи на нахождение площади фигуры (площади треугольника, площади фигуры, ограниченной данными прямыми).

Уравнение линий в барицентрических координатах

Группа 1. Задачи на нахождение барицентрических координат точки М относительно «нового» базисного треугольника, если известны её барицентрические координаты относительно «старого» базисного треугольника.

Группа 2. Задачи на составление уравнений: прямой, проходящей через две точки, заданные барицентрическими координатами; окружности, описанной около базисного треугольника.

Группа 3. Задачи на определение взаимного расположения фигур.

Группа 4. Задачи на нахождение площадей фигур, составляя уравнения прямых.

Требования в задачах выделенных групп определяют следующие умения и знания учащихся, формируемые у них в процессе изучения курса геометрии 7–9 класса: нахождение длины отрезка (расстояния между точками), нахождение отношения длин отрезков, решение треугольников, нахождение площадей фигур, определение координат точки, изображение точки по заданным координатам, написание уравнений линий и т. д.

Таким образом, нам представляется возможным организация факультативного курса «Барицентрические координаты в решении планиметрических задач» в первом полугодии 9-го класса в классах с углубленным изучением математики, который будет направлен на знакомство обучающихся с новым для них методом решения планиметрических задач; углубление и расширение предметных и межпредметных знаний и умений учащихся; подготовку учащихся к олимпиадам; формирование их познавательного интереса.

Список литературы

1. Балк, М. Б.Геометрия масс / М. Б. Балк, В. Г. Болтянский. – Москва : Наука, 1987. – 160 с.

2. Понарин, Я. И. Основные метрические задачи планиметрии в барицентрических координатах / Я. П. Понарин // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Выпуск 4. – Киров: Изд-во Вят. гос. пед. ун-та, 2002. – С. 114–132.

3. Степанова, М. А. Барицентрическая система координат. Барицентрическая группа / М. А. Степанова // Современные проблемы математики и математического образования: Герценовские чтения, 77: сборник научных трудов Международной научной конференции, Санкт-Петербург, 16–18 апреля 2024 г. / Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена. – Санкт-Петербург, 2024. – С. 356–360.

4. Степанова, М. А. Барицентрические координаты на плоскости // Математика для школьников. – 2024.– № 4 – С. 8–15.

5. Степанова, М. А. Применение барицентрических комбинаций точек в теории выпуклых многогранников // Методика преподавания в современной школе: актуальные проблемы и инновационные решения: материалы II Российско-узбекской научно-практической конференции, Ташкент, 15–16 ноября 2024 года, РГПУ им. А. И. Герцена, 2024. – С. 263–268.

6. Эвнин, А. Ю. Метод масс в задачах / А. Ю. Эвнин // Математическое образование. – 2015. – Выпуск 1. – С. 27–47.

ФОРМИРОВАНИЕ ЦЕННОСТЕЙ И РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Г. С. Микаелян, д. пед. н, к. ф-м. н., профессор,
Армянский государственный педагогический университет им. Х. Абовяна,
Ереван, Армения
e-mail: h.s.mikaelian@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается проблема развития творческих способностей учащихся через формирование ценностей. Приведены примеры упражнений по темам курса математики, направленные на формирование моральных, эстетических и других ценностей.

Ключевые слова: ценности, творчество, процесс обучения математике.

FORMATION OF VALUES AND DEVELOPMENT OF CREATIVE ABILITIES OF STUDENTS IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS

G. S. Mikaelyan, doctor of Pedagogical Sciences,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, professor,
Armenian State Pedagogical University named after Kh. Abovyan,
Yerevan, Republic of Armenia
e-mail: h.s.mikaelian@gmail.com
Annotation. The paper examines the problem of developing students' creative abilities through the formation of values. Examples of exercises on mathematics course topics aimed at the formation of moral, aesthetic and other values are given.
Keywords: values, creativity, the process of learning mathematics.

Творчество является результатом творческой деятельности, но обычно отождествляется с ней. Мы также не будем различать эти понятия. Существуют разные подходы к определению творчества, например, в психологическом словаре оно описывается следующим образом: «Творчество (или творческая деятельность) – всякая практическая или теоретическая деятельность человека, в которой возникают новые (по крайней мере для субъекта деятельности) результаты (знания, решения, способы действия, материальные продукты)» [1]. С этой точки зрения всякую человеческую деятельность можно считать в той или иной мере творческой, поскольку, как отмечает Гераклит: «Нельзя войти дважды в одну и ту же реку», то есть ни одно явление невозможно повторить абсолютно, так как всё изменяется. Из приведённого описания следует, что творчество может относиться ко всем областям человеческой деятельности. Естественно, нас интересуют возможности творческой деятельности учащихся в процессе обучения математике.

Роль ценностей и ценностных ориентаций в жизни человека также хорошо известна, а формирование системы ценностей учащегося является одной из основных проблем, стоящих перед современной школой. Возможности процесса обучения математике в этом направлении велики [2]. Однако, помимо решения аксиологических и воспитательных задач, математические материалы, направленные на формирование ценностей, обладают и большим потенциалом для развития творческих способностей учащихся.

Как творчество и творческая деятельность, так и ценности, ценностная оценка, ценностный подход к вещам и явлениям могут внести значительный вклад в активизацию такой важной мотивационной эмоции у обучающихся, как интерес. Действительно, как отмечает Кэрол Изард, «изменения, одушевлённость и новизна объекта являются важнейшими факторами активизации интереса» [8, с. 107–109].

В процессе обучения математике решение проблемы обычно осуществляется с помощью упражнений и задач. Следует отметить, что упражнения и задачи школьной математики имеют стандартные методы решения, что оставляет малое место для нового, требующего креативности, тем более такому неопытному субъекту познания, как учащийся. Может показаться, что вопрос решается путём применения прикладных задач в области естественнонаучных дисциплин, как отмечают авторы работы [3]. Однако прикладные задачи такого рода имеют стандартные методы решения посредством моделирования с использованием математических формул, их реализация, как правило, оставляет мало места для новизны, воображения и творчества.

Иная картина в случае использования в сюжетах задач ценностей. Ценностная оценка вещей и явлений, определение и оценка прекрасного и безобразного, возвышенного и низменного, добра и зла, справедливого и несправедливого, хорошего и плохого требует качественно новых подходов. Это требует новой отправной точки мышления, а также даёт учащимся необходимый опыт оценки и ценностного отношения ко многим вещам и явлениям. При этом давать оценки прекрасному, справедливому и другим ценностям легче и приятнее, чем делать открытия относительно количественных различий, размеров и форм вещей и явлений, что также свидетельствует о мотивирующем потенциале ценностного подхода, являющегося одним из факторов, порождающих интерес.

Также общеизвестно, что процесс обучения математике может создавать замечательные возможности для формирования ценностей и ценностных ориентаций. Ниже приведены примеры упражнений по формированию ценностей, направленных на развитие творческих способностей учащихся, которые в основном взяты из авторских учебников [4–6], написанных в разные годы для средних школ и педагогических вузов (специальность «Математика»). Отметим, что в последних изданиях учебников алгебры для VII–IX классов упражнения такого характера включены в рубрику «Оценка, ценность». Эффективность предлагаемых упражнений в активизации интересов учащихся и развитии их творческих способностей подтверждается учителями, практикующими обучение алгебре по указанным учебникам.

Моральные ценности. Моральные ценности составляют важную часть ценностной системы личности, их формирование является одной из главных задач воспитания. Выполнение этой задачи в системе общеобразовательной школы в основном осуществляется в процессе преподавания литературы, истории и других гуманитарных дисциплин, где при необходимости можно обратиться к героям художественных произведений или историческим личностям, обладающими теми или иными моральными качествами. Математика не имеет возможности использования такого образного подхода; тем не менее она обладает большим потенциалом формирования моральных ценностей [7–9].

Однако, математические материалы, в частности, задачи с нравственным содержанием сюжетов, обладают также и потенциалом по развитию творческих способностей учащихся. Вот примеры подобных задач, в которых творчество проявляется в обнаружении и приведении своих вариантов других подобных ситуаций.

«№ 41. Где бы вы поставили запятую? a) любить не надо ненавидеть; b) стрелять не надо прощать» [4].

«№ 530. Выясните, какой принцип справедливости выполняется: перестановочный или распределительный: a) когда ученик распределяет свое время между выполнением домашних заданий по разным предметам; b) когда ученик получает внимание, поощрение, выговор или похвалу от учителя?» [10].

Аналогичную возможность предоставляют задачи раздела, посвящённого алгебре логики. Вот пример такого упражнения из учебника алгебры для VIII класса.

«№ 13. Истинно или ложно суждение? a) друг моего друга – мой друг; b) враг моего врага – мой враг; c) что посеешь, то и пожнёшь; d) каждый человек имеет друга» [5].

Эстетические ценности. Потенциал процесса обучения математике в формировании эстетических ценностей, возможно, больше, чем других. Проблема подробно рассматривалась многими авторами, обобщение результатов которых частично можно рассмотреть в работе [9]. А об источниках упражнений, направленных на развитие творческих способностей учащихся, упоминалось выше. Приведём примеры.

«№ 33. Математический объект, понятие, теорема, свойство, доказательство, задача, решение задачи считаются красивыми, если они наделены определенной характеристикой. Такие характеристики или признаки красоты были впервые предложены шотландским философом Фрэнсисом Хатчесоном в XVIII веке. Ф. Хатчесон предложил три таких признака: единство многообразия, общность и познание неочевидной истины. Какое единство многообразия выражает понятие: a) студент; b) мальчик; c) мать; d) солдат; e) x; f) 1; g) $x - y$; h) $x + 0 = x$?» [6].

«№ 37. Единство многообразия – это хорошо или плохо: a) в жизни; b) в армянском языке; c) в спорте; d) в математике?» [6].

«№ 203. Является ли теорема Безу неочевидной истиной?» [6].

«№ 501. Как мы применяем признак сведения сложного к простому при решении рациональных неравенств: a) используя равносильность (эквивалентность) неравенств; b) используя метод интервалов?» [6].

Совмещённые ценности. В некоторых задачах эстетические ценности сочетаются с моральными ценностями. Вот примеры.

«№ 83. Укажите утверждения, обладающие общностью: a) ученик должен быть добросовестным; b) надо уважать старших; c) надо любить свою родину; d) золотое правило нравственного поведения: поступай с другими так, как ты хотел бы, чтобы они поступали с тобой; e) не поступай с другими так, как ты не хотел бы, чтобы они поступали с тобой. А соблюдаешь ли ты золотое правило нравственного поведения?» [6].

«№ 107. Хорошо или плохо знание неочевидной истины: a) в жизни; b) в армянском языке; c) в математике; d) в спорте?» [6].

Психические ценности. Процесс обучения математике также имеет большой потенциал для формирования внимания, памяти, воображения, волевых качеств, мышления и других психических процессов. Приведём примеры заданий, которые могут быть направлены на развитие психических ценностей и творческих способностей учащихся.

«№ 426. Концентрация внимания – это направление всего внимания на объект или деятельность, которой человек в данный момент занят. Концентрация внимания характеризуется разными степенями. Чем интереснее, важнее, сложнее и значимее деятельность, тем выше степень фокусировки и внимания к ней. Какие этапы процесса изучения алгебры требуют более высокого уровня концентрации внимания: изучение определений, формулирование свойств, доказательство свойств, понимание задач и решение задач? Расположите по порядку. А чем руководствоваться? Своей интуицией!» [6].

«№ 456. Целеустремлённость – это осознанное и активное направление деятельности человека на достижение определённой цели или результата. a) Может ли решение математических задач сделать ученика целеустремлённым? b) Как стать целеустремлённым, занимаясь математикой?» [6].

Национальные ценности. Приведём примеры упражнений, направленных на формирование национальных ценностей, которые также имеют потенциал для развития творческих способностей учащихся.

«№ 23. Назовите ценности, которые может принимать местоимение «он»: a) он был чемпионом мира по шахматам; b) он был армянским царем, c) он был армянским маршалом СССР» [4].

Подводя итог**,** отметим, что ядро ценностно-ориентированного обучения составляют **Общечеловеческие ценности.** Важно находить возможности при обучении математике приобщать учащихся к этим ценностям.

Список литературы

1. Большой психологический словарь / под. ред. Б. Г. Мещеряков, В. П. Зинченко. – 3-е изд., дополн. и перераб. – СПб : Прайм-ЕВРОЗНАК, 2006. – 672 с.

2. Затуллина, Т. В. Организация творческой деятельности на уроках математики в основной школе. – Вестник совета молодых учёных и специалистов Челябинской области. – 2019.– Т. 3, № 4 (27).

3. Крайнева, С. В. Психологические особенности процесса решения прикладных естественнонаучных задач / С. В. Крайнева, О. Р. Шефер // Психология обучения. – 2018. – № 6. – С. 139–145.

4. Микаелян, Г. С. Алгебра 7, Учебник для средней школы. (на арм. яз.). – Ереван : Эдит Принт, 2006.

5. Микаелян, Г. С. Алгебра 8, Учебник для средней школы. (на арм. яз.). – Ереван : Эдит Принт, 2007.

6. Микаелян Г. С. Алгебра 9, Учебник для средней школы. (на арм. яз.), Ереван : Арег, 2025.

7. Хусаинова, З. И. Проектирование творческой деятельности учащихся как технология гуманитарно-ориентированного обучения математике: Дис... канд. пед. наук. – 2001

8. Izard, K. E. Psychology of Emotions. –S.-P., 1999.

9. Mikaelian, H. S. Value guidelines teaching mathematics in the context of information education. Информатизация образованияи методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании, Материалы IV Международной научной конференции, ЧАСТЬ 1, Красноярск, 6–9 октября 2020 г. – С. 424–431.

ПРОЕКТНАЯ ЗАДАЧА И ГРУППОВОЙ ПРОЕКТ КАК СРЕДСТВА ДОСТИЖЕНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Е. О. Новикова, старший преподаватель,
ГАУ ДПО «Институт развития образования пермского края»,
Пермь, Россия
e-mail: neo-cub@iro.perm.ru

Аннотация. В статье отражено преимущество использования проектной деятельности через разные формы – проектную задачу, групповой проект, которые реализуются средствами визуализации информации для достижения метапредметных результатов при обучении математике в основной школе.
Ключевые слова: Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, Федеральная образовательная программа основного общего образования, метапредметные результаты, универсальные учебные действия, проектная задача, групповой проект, схема, диаграмма.

PROJECT TASK AND GROUP PROJECT AS A MEANS OF ACHIEVING METASUBJECT LEARNING OUTCOMES IN MATHEMATICS

E. O. Novikova, Senior Lecturer,
Institute for Education Development of the Perm Territory,
Perm, Russia
e-mail: neo-cub@iro.perm.ru
Annotation. The article reflects the advantage of using project activities in different forms: project tasks, group projects implemented using information visualization tools to achieve metasubject results in mathematics education at secondary schools.
Keywords: Federal State educational standard of basic general education, Federal educational program of basic general education, meta-subject results, universal learning activities, project task, group project, diagram, diagram.

Современный выпускник основной школы должен обладать не только большим объёмом знаний, но и в силу стремительного развития всех сфер общества владеть умениями быстро и эффективно обрабатывать большие объёмы информации и представлять их разными способами, творчески мыслить, находить нестандартные решения и не боятся их реализовать. Данный образ выпускника становится ориентиром для организации образовательного процесса обучения в условиях реализации Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, где наряду с личностными и предметными результатами выделены метапредметные. Данная группа результатов включает разные универсальные учебные действия, в частности действия по работе с информацией [5] и базовые проектные действия. В Федеральной образовательной программе основного общего образования для достижения метапредметных результатов рекомендуется использовать проектную деятельность как средство формирования универсальных учебных действий [4]. Это определяет актуальность реализации проектной деятельности средствами визуализации информации при изучении математики.

В рамках проведенного исследования рассматривались три этапа достижения метапредметных результатов, для каждого из которых определены формы проектной деятельности и прёмы визуализации информации [1–3]. Для первого информационно-аналитического этапа характерно использование проектных задач, решаемых с применением простых схем, диаграмм, таблиц. Для реализации этого этапа учитель разрабатывает проектную задачу на основе содержательно-методических линий курса «Математика» (5–6-е классы). Для следующего, поисково-проектного этапа, целесообразны групповые проекты по созданию радиальной, древовидной диаграмм или интеллект-карты. Учитель на этом этапе создает групповой проект на основе содержательно-методических линий курса «Алгебра» (7–8-е классы). Для третьего, деятельностно-интегративного этапа, применяются индивидуальные проекты, выполняя которые обучающийся самостоятельно, в силу опыта, полученного на предыдущих этапах, способен выбирать тот или иной приём визуализации информации для реализации проекта. Для выполнения этого этапа учитель задает тематику индивидуальных проектов на основе содержательно-методических линий курса «Алгебра» (9-е классы), также обучающийся вправе самостоятельно выбрать не только тему индивидуального проекта, но и предмет.

Например, на уроке математики в 6-ом классе по теме «Буквенные равенства, нахождение неизвестного компонента» школьникам можно предложить решить проектную задачу (рисунок 1). Для реализации, которой, учителем заранее для урока готовится шаблон схемы и необходимая информация для её заполнения (рисунок 2). Обучающиеся, работая в группе, заполняют схему и по итогу выполнения заданий должны представить классу получившийся продукт.

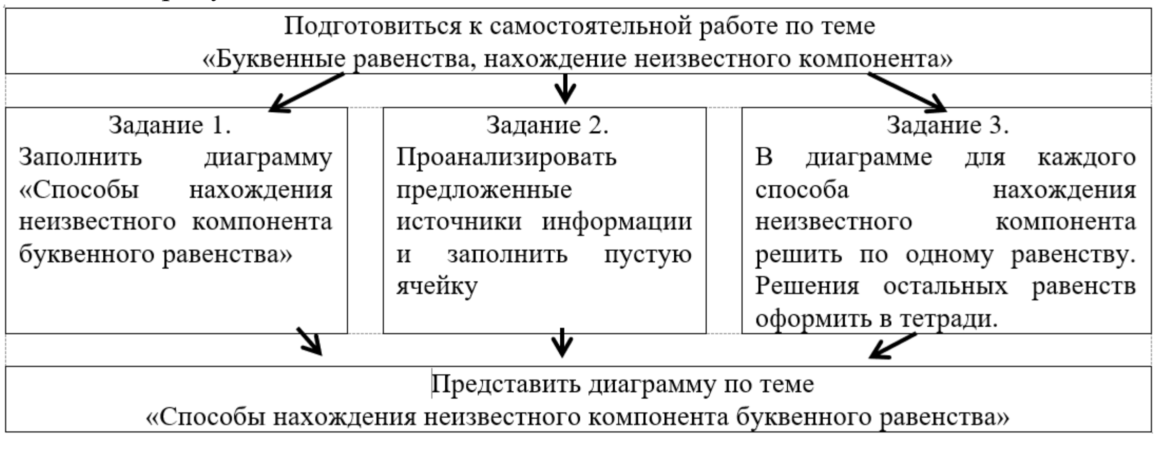
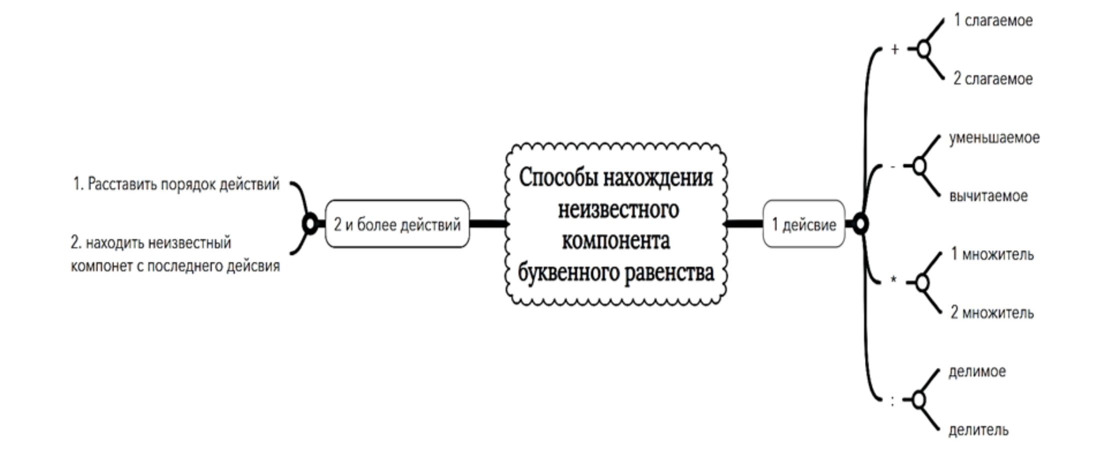


Рисунок 1 – Структура проектной задачи по теме «Способы нахождения неизвестного компонента буквенного равенства»



$(141-4x):5-7=14$	$13\cdot z=221$	$x\cdot 134 = 2010$
$x:134 = 670$	$15=3+e:\frac{1}{3}$	$y:\frac{1}{2}+2=9$
$(152-x)+36=100$	$1563 - x = 467$	$17-3x=2$
$1806 : x = 14$	$(150-5x)+25=100$	$y+1356789=23765478$
$10 - 6x = 7$	$y-43276=467$	$(150-5x)+25=100$

Рисунок 2 – Раздаточный материал для создания схемы

При работе над данной проектной задачей у школьников формируются следующие умения: находить неизвестный компонент буквенного равенства; работать с несложными схемами по шаблону, заданному учителем; анализировать, выбирать информацию из таблиц, систематизировать информацию, представлять её схематически, интерпретировать (раскрывать смысл, разъяснять) информацию, представленную в виде схем.

Пример группового проекта для урока по теме «Способы решения квадратного уравнения» для 8 класса представлен на рисунке 3. Учителем для урока заранее готовится шаблон радиальной диаграммы и часть информации для её заполнения (рисунок 4) Обучающиеся заполняют диаграмму и по итогу выполнения задания одна из ячеек остаётся пустой – квадратное уравнение решается с помощью свойств его коэффициентов. Затем школьники анализируют предлагаемые источники информации и заполняют пустую ячейку. Также группе школьников необходимо самостоятельно определить и выполнить недостающее действие (задание 3) для получения итогового продукта (выполнения итогового задания).

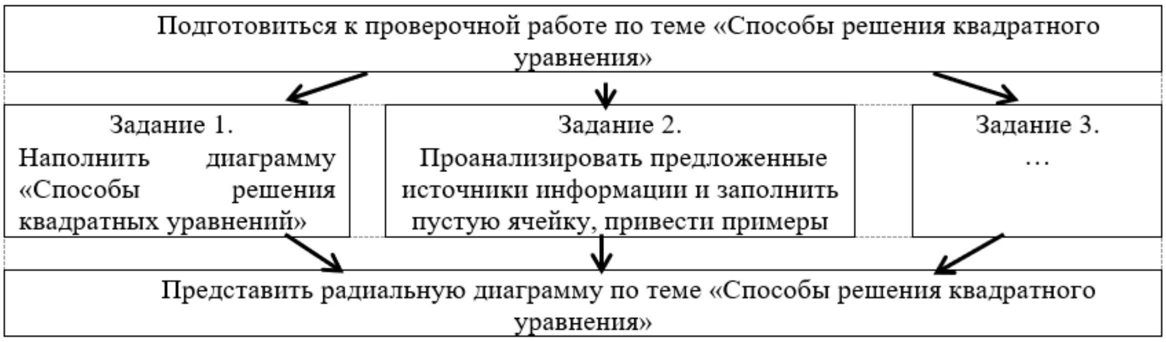
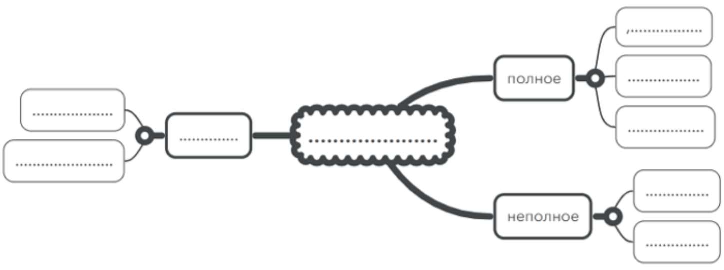


Рисунок 3 – Структура группового проекта по теме «Способы решения квадратного уравнения»

При работе над данным групповым проектом у учащихся формируются следующие умения: находить корни квадратного уравнения разными способами, дополнять шаблон несложной диаграммы, заданный учителем, анализировать, выбирать, информацию из таблиц, интерпретировать (раскрывать смысл, разъяснять) информацию из диаграмм.



$12x^2+7x+1=0$	$x^2-7x+10=0$	$x^2-6x-16=0$
$x^2-2x+8=0$	$x^2-7x+12=0$	$15x^2-5x=0$
$x^2+5x-14=0$	$16x^2-1=0$	$5x^2-1=0$

Рисунок 4 – Раздаточный материал для создания радиальной диаграммы

Таким образом, целенаправленное и систематическое использование приёмов визуализации информации при реализации проектной деятельности при обучении математике способствует успешному достижению метапредметных образовательных результатов.

Список литературы

1. Новикова, Е. О. Методы визуализации информации как средство формирования метапредметных результатов при обучении математике в основной школе / Е. О. Новикова, И. Н. Власова // Вестник Вятского государственного университета. – 2022. – № 1 (143). – С. 77–86.

2. Новикова, Е. О. Поэтапное формирование универсальных учебных действий по работе с информацией у обучающихся основной школы / Е. О. Новикова // Человек в условиях социальных изменений: материалы международной научно-практической конференции. 14 апреля 2022, г. Уфа. – Уфа: БГПУ им. М. Акмуллы, 2022. – С. 242–244.

3. Новикова, Е. О. Прёмы визуализации информации как средство развития познавательных умений по работе с информацией на уроках математики / Е. О. Новикова // Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе: от науки к практике. К 80-летию со дня рождения В. А. Гусева : материалы VII Международной научно-практической конференции, г. Москва, 18–19 ноября 2022 г. / под ред. М. В. Егуповой. – М. : МПГУ, 2022. – С. 398–402.

4. Федеральная рабочая программа основного общего образования «Математика» углубленный уровень // Единое содержание общего образования. – URL: Примерная рабочая программа основного общего образования предмета «Математика» углубленный уровень (edsoo.ru) (дата обращения: 28.06.2025).

5. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования // Единое содержание общего образования. – URL: ФГОС_ООО (11).pdf (дата обращения: 28.06.2025)

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ ФОРМИРОВАНИЯ ЦИФРОВОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА

В. В. Орлов, д. пед. н, профессор,
М. К. Бушуев, аспирант,
Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
vlvo@mail.ru, misha.bush@mail.ru

Аннотация. В статье раскрыта связь между самостоятельной познавательной деятельностью ученика при обучении математике с его творческой активностью.

Ключевые слова: Обучение математике, системно-деятельностный подход к обучению, цифровое образовательное пространство, творческие способности, креативное мышление, самостоятельная познавательная деятельность.

DEVELOPMENT OF STUDENTS' CREATIVE ACTIVITY IN MATHEMATICS STUDIES IN THE CONDITIONS OF FORMING A DIGITAL EDUCATIONAL SPACE

V. V. Orlov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
M. K. Bushuev, Postgraduate Student,
A. I. Herzen State Pedagogical University of Russia,
Saint Petersburg, Russia
vlvo@mail.ru, misha.bush@mail.ru

Abstract. The article reveals the connection between the student's independent cognitive activity in mathematics education and their creative activity.

Keywords: Mathematics education, system-activity approach to education, digital educational space, creative abilities, creative thinking, independent cognitive activity.

Современный этап развития системы российского математического образования характеризуется среди прочего системно-деятельностным подходом к обучению и реализацией этого подхода в условиях формирования цифрового образовательного пространства школы и вуза.

Системно-деятельностный подход, в свою очередь, предполагает организацию активной самостоятельной познавательной деятельности обучающихся по освоению ими содержания математики как учебного предмета. Очевидно, что этой деятельности, во-первых, необходимо специально учить, во-вторых, создавать специальные инструменты для организации такой деятельности, поскольку ведущий принцип реализации данного подхода – принцип деятельности – предполагает осознание школьником (студентом) содержания и форм своей учебной деятельности.

Изучение математики можно рассматривать как непрерывный процесс решения задач. Образовательные, развивающие, воспитательные цели в процессе обучения математике реализуются через работу с различными задачами как в их традиционном понимании, так и специально составленными заданиями с математическим содержанием.

Среди принципов системно-деятельностного подхода выделяют принцип психологической комфортности (педагогика сотрудничества, диалоговые формы обучения, организация ситуаций достижения успеха учащимися), принцип вариативности (способность учащихся к систематическому перебору вариантов решения проблемы), принцип творчества (приобретение учащимися опыта творческой деятельности). Для реализации последнего необходимо формирование у учеников творческих способностей. Развитие творческих способностей в процессе обучения математике декларирует и примерная программа обучения математике в школе. В свою очередь, творческие способности являются необходимым условием осуществления творческой деятельности. Психологи считают, что творческая деятельность – это «практическая или теоретическая деятельность человека, в которой возникают новые (по крайней мере, для субъекта деятельности) результаты (знания, решения, способы действия, материальные продукты)» [1, с. 669]. Таким образом, мы можем считать, что самостоятельная деятельность ученика по получению им в процессе освоения математического содержания новых знаний по предмету, различных методов решения задач относится к категории творческой деятельности и свидетельствует о наличии у обучающегося творческого мышления. Например, даже изготовление старшеклассниками моделей различных многогранников (платоновых и архимедовых тел, звездчатых форм и т. п.) в этой логике является творческой деятельностью.

Ряд отечественных и зарубежных психологов отождествляют творческое и креативное мышление, понимая под последним способность находить нестандартные решения и генерировать новые идеи, и выделяют среди основных типов креативного мышления дивергентное мышление – способность генерировать множество идей для решения одной задачи.

Сказанное выше позволяет нам утверждать, что обучение учащихся на уроках математики и в рамках предметной внеурочной работы самостоятельному поиску различных способов решения задач обеспечивает формирование у них опыта творческой деятельности, стимулирует их творческую активность, исследовательскую деятельность в области математики.

Существенная роль в этом процессе принадлежит работе с сюжетными задачами, геометрическими задачами на вычисление и доказательство, задачами на вычисление вероятности случайных событий. Обучение поиску решения предполагает освоение стратегий поиска (получение следствий из условия, развертывание требования, использование опорных задач или опорных конструкций), освоение различных методов решения задач и опыта выбора метода по определенным индикаторам и упражнения в деятельности по поиску различных способов решения конкретных задач. Еще раз повторим, что в действующих учебниках математики и на различных электронных ресурсах, связанных с решением задач, задания на организацию поиска решения математических задач практически отсутствуют. В связи с этим ведущая роль в обучении поиску решения задач в настоящее время принадлежит учителю. Эту деятельность он осуществляет на основе грамотно составленных наборов задач по различным темам школьного курса математики. Приведем отдельные примеры заданий.

В теме «Решение систем нелинейных уравнений» целесообразно использовать в качестве опорного задания систему $\begin{cases} xy = 3, \\ x^2 + y^2 = 10; \end{cases}$, при обучении различным методам решения тригонометрических уравнений уравнение $\sin x - \cos x = 1$, при обучении поиску решения сюжетных задач – следующую задачу: «Два велосипедиста выехали одновременно из пунктов *A* и *B* навстречу друг другу и встретились через три часа. Сколько времени был в пути каждый, если первый прибыл в *B* на 2,5 часа раньше, чем второй в *A*». Эти задания имеют несколько способов решения.

При работе с геометрическими задачами важно обучение учащихся получению следствий из условия. Делать это можно с помощью заданий, подобных приведенному ниже.

Задание. В трапеции проведены биссектрисы внутренних углов, прилежащих к боковой стороне. Какие следствия из данного условия вы можете получить? Какая фигура получится, если провести еще две биссектрисы углов при другой боковой стороне? Что сохранится и что изменится в полученных следствиях, если вместо трапеции взять параллелограмм или произвольный выпуклый четырехугольник? Выполняя это задание, школьники проводят учебное микроисследование.

Определенную помощь в развитии творческой активности школьника и обучению самостоятельной познавательной деятельности оказывает процесс построения цифрового образовательного пространства. Цифровизация в образовании предполагает интеграцию цифровых технологий и электронных образовательных ресурсов в учебный процесс. В рамках данной статьи выделим один из отечественных цифровых инструментов – графический калькулятор Desmos. Он представляет собой набор бесплатных динамических программ, включающий в себя геометрию, алгебру, таблицы, графы, статистику и арифметику. Представленный графический калькулятор позволяет учащимся и учителям исследовать теоретический материал в динамической и визуально насыщенной среде. Его использование в рамках изучения геометрии может значительно повысить творческую активность учащихся, стимулируя их интерес и вовлеченность в учебный процесс.

Одним из ключевых преимуществ Desmos является его способность визуализировать различные математические идеи как на плоскости, так и в трехмерном пространстве. Учащиеся могут строить графики функций, исследовать планиметрические и стереометрические фигуры, наблюдать, как изменения в уравнениях или заданных параметрх фигур (длина ребра, радиус шара и т. п.) влияют на их форму и положение, находить пересечение или объединение фигур. Это помогает им лучше понять взаимосвязи между различными элементами и развивает навыки анализа. Учащиеся могут выдвигать гипотезы о геометрических свойствах и сразу же проверять их, создавая соответствующие модели. Таким образом они могут самостоятельно прийти как к формулировкам признаков параллельности прямых, встречающихся в школьной программе, так и к теореме Наполеона, выходящей за рамки базового курса школьной геометрии. Отметим, что для данного эффекта учащимся необходимо уверенно пользоваться программой и знать её основной функционал.

Для организации творческой и проектной деятельности с помощью графического калькулятора Desmos можно предложить учащимся создавать динамические модели, демонстрирующие тот или иной теоретический материал. Например, теорему об отношении площадей подобных треугольников или объёмов подобных тетраэдров. С помощью параметрически заданных фигур, при перемещении ползунка в определённое положение, треугольник разобьётся на 4 равных, а тетраэдр на 8 равных фигур. Получается, с помощью графического калькулятора учащиеся могут самостоятельно прийти к формулировке теоремы, строя подобные треугольники с различными коэффициентами подобия и находя отношение их площадей. Так и в обратную сторону, зная формулировку теоремы, собственноручно сделать демонстрационный материал к ней в виде динамического чертежа. Таким образом, учащиеся лучше понимают абстрактные геометрические идеи и развивают пространственное мышление.

Для детей, которые интересуются математикой и графикой, изобразительным искусством, проводится конкурс ArtExpo, организованный компанией Desmos, который направлен на демонстрацию творческого использования их графического калькулятора. Участники создают изображения с помощью возможностей Desmos для построения графиков и визуализации математических функций. Для этого им необходимо знать, как различные кривые и геометрические фигуры задаются на координатной плоскости. Для создания узоров и паркетов нужно знать движения плоскости, рекурсии и фракталы, а для анимированной графики – уметь работать с параметрами. Этот конкурс позволяет учащимся, учителям и любителям математики проявить свои творческие способности, создавая удивительные и сложные графические работы. Для начинающих пользователей специально созданы обучающие видео и статьи о том, как с помощью графического калькулятора рисовать линии, закрасить участок плоскости, сделать движущуюся фигуру.

Создание таких проектов требует от учащихся не только знания геометрического материала, но и умения применять их на практике, что способствует развитию творческого мышления.

Графический калькулятор Desmos является мощным инструментом, который может значительно повысить творческую активность учащихся на уроках геометрии. Его способность к визуализации, интерактивности и поддержке совместной работы делает его ценным ресурсом для современного образования. Использование Desmos не только способствует более глубокому пониманию геометрических концепций, но и развивает у учащихся навыки критического и творческого мышления, которые являются важными для их будущего успеха в быстро меняющемся мире. Более подробную информацию о графическом калькуляторе можно найти в источниках [3, 4].

Список литературы

1. Большой психологический словарь / Б. Г. Мещеряков, В. П. Зинченко. – М. : Издательский дом АСТ, 2008. – 864 с.

2. Разумова, О. В. Формирование творческого мышления учащихся на уроках математики средствами информационно-коммуникационных технологий / О. В. Разумова, К. Б. Шакирова, Е. Р. Садыкова // Информатика и образование. – 2011. – № 9 (227). – С. 79–82.

3. Официальный сайт Desmos Studio. – URL: https://www.desmos.com/?lang=ru (дата обращения 35.03.2025).

4. Победители конкурса Desmos Art Expo. URL: https://www.desmos.com/art?lang=ru#geometry (дата обращения 35.03.2025).

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ В ПОПУЛЯРНОМ ИЗЛОЖЕНИИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА

Т. С. Полякова, д. пед. н., профессор,
Южный федеральный университет,
Ростов-на-Дону, Россия,
e-mail: 46tsp@mail.ru

Аннотация. Обоснована необходимость популярного изложения истории математики для широкого круга читателей. Показана роль популярной истории математики в формировании познавательного интереса обучаемых, без которого творчество отсутствует. Рассмотрены примеры.

Ключевые слова: творчество, математические и гуманитарные способности, история математики, популяризация, познавательный интерес.

THE HISTORY OF MATHEMATICS IN POPULAR PRESENTATION AS A MEANS OF FORMING COGNITIVE INTEREST

T. S. Polyakova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Southern Federal University,
Rostov-on-Don, Russia
e-mail: 46tsp@mail.ru

Annotation. The necessity of a popular presentation of the history of mathematics for a wide range of readers is substantiated. The role of the popular history of mathematics in the formation of students' interest, without which creativity is absent, is shown. Examples are considered.

Keywords: creativity, mathematical and humanitarian abilities, history of mathematics, popularization, cognitive interest.

Любое творчество начинается с познавательного интереса творческой личности к объекту творчества. С точки зрения Г. И. Щукиной, познавательный интерес – это избирательная направленность личности, обращенная к процессу овладения знаниями. Ею выделены несколько видов познавательного интереса. *Ситуативный,* который чаще всего является эпизодическим, но всё же способствует становлению познавательного интереса; *устойчивый,* активный, проявляющийся в эмоционально-познавательном отношении к объекту интереса; *личностный*, отражающий направленность личности [5]. Направленность личности во многом зависит от способностей человека. Они, в свою очередь зависят от типа мышления.

В психологии установлено, что левое полушарие головного мозга отвечает преимущественно за логику. В отличие от правого полушария, которое отвечает за наглядно-образное мышление. Часто доминирует одно из полушарий, что и определяет превалирующие способности человека – весьма условно – математические или гуманитарные. У части индивидов оба полушария развиты примерно одинаково: их способности достаточно универсальны.

Одна из задач учителя математики – формирование познавательного интереса к математике не только у «левополушарных» и «универсалов», но и у «правополушарных». Эта задача может решаться и с помощью истории математики, которая, как всякая история, носит, безусловно, более гуманитарный характер, чем сама математика.

Но для восприятия истории математики не только математиками, но и гуманитариями, она должна быть изложена популярно. Популяризация науки – это процесс распространения научных знаний в современной и доступной форме для широкого круга слушателей/читателей. Но всё же это должны быть люди, подготовленные к получению информации такого рода. К сожалению, те фрагменты истории математики, которые представлены в учебниках математики или в книгах, изложены чаще всего не очень популярно, сухим и скучным языком. Например, в пособиях для учителей Г. И. Глейзера, одно из которых представлено в списке литературы [1]. Более того, и в учебниках, и в учебных пособиях она изложена не только крайне сухо, но и фрагментарно, привязана к изучаемым темам, что не может сформировать целостного представления о реальной истории математики. Поэтому необходим популярно изложенный целостный курс истории математики для проведения одной из форм дополнительного математического образования – элективного курса, занятий кружка и т. п. Или для самостоятельного чтения обучаемых.

Итак, популярность изложения во многом способствует формированию интереса к математике. Усиливает этот интерес использование ярких, запоминающихся фактов, которых в истории математики очень много. Примером такого яркого явления представляет собой, в частности, пифагореизм. Это, напомним, философия, религия, образ жизни одной из первых научных школ – «Союза истины, добра и красоты», основанной Пифагором. Результаты работы этой школы до сих пор интересуют не только математиков, но и философов, в том числе, представителей этики, эстетики, а также других наук. Об этом говорят современные издания трудов Пифагора, например, [3], которые, кстати, не излагались в его время письменно, но, тем не менее, сохранились.

Вернёмся к пифагореизму. Поразительный факт – в основе философии пифагореизма лежат числа. Даже в основе религии. Немного подробнее.

Пифагорейцы числа изображали фигурами, составленными из точек. И главным божеством их была декада, то есть десятка. Она имела вид равностороннего треугольника (рисунок 1) и называлась Тетраксис. К ней они на рассвете обращались с молитвой:

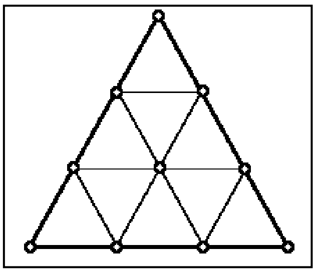


Рисунок 1

«Благослови нас, о божественное число, породившее богов и людей!
О, святая, святая Тетраксис!
В тебе источник и корни вечно цветущей природы!
Ибо это божественное число начинается чистой и глубокой единицей
И достигает священной четверки;
Затем оно порождает праматерь всего сущего,

Ту, что все объединяет,
Ту, что первой родилась,
Что никогда не отклоняется в сторону,
Никогда не утомляется,
Священную Десятку, ключ ко всем вещам» (цитируется по [2, с. 63]).

Сформулируем некоторые критерии популярности изложения. Популярность, по нашему мнению, требует:

- краткости, так как излишняя детализация заслоняет фундаментальные идеи развития математики;
- доступности для всех категорий читателей – математиков и гуманитариев, взрослых и детей;
- современного языка изложения, понятного не только учителю, но и студенту, и даже ученику, и его родителю-нематематику;
- богатства иллюстраций, которые дают возможность зрительно представить исторические и культурные артефакты;
- связь с современностью, где только можно.

Очень важен стиль изложения. Представляется, что он должен носить характер дружеской беседы, избегающей каверзных вопросов и заданий. Они могут предлагаться чаще всего тогда, когда ответ напрашивается из предыдущего изложения или дается чуть дальше в тексте. Представляется, что популярная история математики должна быть книгой для чтения.

Приведем пример подобного стиля изложения, используя уже рассмотренный отрывок из характеристики пифагореизма.

«Удивительный, единственный в истории человечества случай! По крайней мере, автору другой такой же не известен: религия пифагорейцев основана на понятии числа! Основной их девиз: «ВСЁ ЕСТЬ ЧИСЛО!»

Для мистика-пифагорейца Совокупность чисел состояла из:

- *Монады, числа 1, начала принципа тождества. Она неделима, является общей мерой любых двух чисел. Обозначали её точкой; любое другое число – суммой точек;*
- *Диады, числа два, первого четного и женского числа, начала принципа непротиворечия;*
- *Триады, первого нечетного и мужского числа и т. д.*
- *Наконец, декады (десятки), которая представляет собой сумму точек, содержащихся в тетраксис.*

Тетраксис была основным божеством пифагорейцев.

Вообразим себя пифагорейцами, пришедшими ранним утром на берег моря. Как мы уже знаем, встречать солнце и помолиться. Помолимся и мы. Кому? Тетраксис, конечно!

Какой же, по вашему мнению, смысл придавался числам в пифагорейском братстве? Не правда ли, мистический и, как мы только что убедились, даже божественный.

Число 5 было символом супружества, 8 – любви и дружбы. Но особую роль пифагорейцы придавали числу 36. Что же оно олицетворяло? Оно олицетворяло окружающий мир. Клятва этим числом была самой высшей клятвой пифагорейцев».

Представляется, что такого рода популярное изложение истории математики существенно повысит познавательный интерес обучающихся. Если следовать видам познавательного интереса, предложенных Г. И. Шукиной и представленных в самом начале статьи, то может произойти следующее:

1) у «правополушарных» появится ситуативный интерес к математике, который способствует его дальнейшему становлению;

2) у «универсалов» сформируется устойчивый познавательный интерес к математике;

3) «левополушарные» укрепят личностный интерес к математике или перейдут от устойчивого интереса к личностному.

В восьмом номере журнала «Математика в школе» за 2024 г. опубликована статья автора, в которой подробно рассмотрен вариант популяризации одной из самых трудных, противоречивых и абстрактных тем истории математики «Как развивалась математика: её основные периоды» [4, с. 45–49]. Эта тема к тому же излагается первой. Как видно из названия, сделана попытка популярного изложения периодизации истории математики, Этот материал в школьном курсе не рассматривается ни в каком виде. Предпринятая попытка включает даже элементы философии математики, естественно, изложенные популярно.

Список литературы

1. Глейзер, Г. И. История математики в школе. IX–X классы : Пособие для учителей / Г. И. Глейзер. – М. : Просвещение, 1983. – 352 с.
2. Даан-Дальмедико, А. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики / А. Даан-Дальмедико, Ж. Пейффер – М. : Мир, 1986. – 432 с.
3. Пифагор. Золотой канон. Фигуры эзотерики / Пифагор. – М.: Эксмо, 2004. – 448 с.
4. Полякова, Т. С. Нужна ли популярная история математики? / Т. С. Полякова // Математика в школе. – 2024. – № 8. – С. 43-49.
5. Щукина, Г. И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. – М. : Педагогика, 1988. – 2998 с.

РАЗВИТИЕ ПРЕДМЕТНОЙ КРЕАТИВНОСТИ КАК ФАКТОР ПОВЫШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАЗОВАННОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

Т. Е. Рыманова, к. пед. н., доцент,
Н. В. Черноусова, к. пед. н., доцент,
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина,
Елец, Россия
email: barkarelez@mail.ru, chernousovi@mail.ru

Аннотация. В публикации представлены некоторые результаты проводимых исследований, позволяющих выяснить связи между предметной креативностью и образованностью. Фундаментом этого являются математические знания, получаемые в школьные годы. Особое внимание уделено научному обоснованию проектирования учебного процесса, нацеленного на повышение образованности молодого поколения.

Ключевые слова: математическое образование, образованность, предметная креативность.

THE DEVELOPMENT OF SUBJECT CREATIVITY AS THE FACTOR OF INCREASING MATHEMATICAL THE EDUCATION OF SCHOOLCHILDREN

T. E. Rymanova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
N. V. Chernousova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Bunin Yelets State University,
Yelets, Russia
email: barkarelez@mail.ru, chernousovi@mail.ru

Annotation. The publication presents some of the results of ongoing research aimed at identifying the relationship between subject-specific creativity and education. The foundation of this is the mathematical knowledge acquired during school years. Special attention is paid to the scientific justification of the educational process design aimed at improving the education of the younger generation.
Keywords: mathematical education, literacy, and subject-specific creativity.

Вызовы, с которыми столкнулась наша страна, заставляют переосмыслить предыдущие стратегические подходы к решению принципиально важных государственных задач, обеспечивающих национальную безопасность. Последнее как целостный абсолют характеризуется многовекторностью. В современных условиях принципиально важно выбрать правильные ориентиры градиента развития российского государства. Для достижения стратегических целей социально-экономического развития нашей страны необходимо осуществить быстрый переход к так называемой экономике знаний. Всегда во все исторические эпохи образование имело значимую ценность. Необходимо признать, что в настоящее время знание как понятие размывается, диверсифицируется, приобретает множество значений. Об этом говорят исследователи с начала 2000-х годов [1]. Сегодня предпринимаются попытки спроектировать траекторию такого движения. В этой связи особую роль приобретает человеческий капитал, формирование которого происходит в системе образования в школьные годы.

В контексте сказанного целесообразно отметить, что исторически получение образования в российском обществе неразрывно было связано с понятием «образованность». Еще А. С. Пушкин указывал: «Уважение к минувшему – вот черта, отличающая образованность от дикости…» [4, с. 184]. Выдающийся отечественный ученый-педагог П. Ф. Каптерев характеризовал данную категорию не только как достижения обучения, но и как результат культурности индивидуума, процесс восприятия личностью идентичности и менталитета своего Отечества, исторической связи с предками [3]. Мы полностью согласны с П. Г. Редкиным, справедливо заметившим, что смысловое наполнение данной дидактической категории для каждой личности изменяется с уровнем её развития [5]. Соответственно с этим корректируются и представления общества. Синтез различных точек зрения с учетом современных реалий позволил определить образованность как «интегративность культурности, познавательных процессов и синтеза современных знаний из разных научных областей» [8, с. 651]. В контексте исследуемого вопроса имеет смысл говорить о предметной образованности, в частности, математической [9].

В процессе проводимого исследования были выявлены индикаторы образованности (таблица 1) [10]. Как следует из данных представленной таблицы, существенную роль в повышении образованности учащихся играет развитие их креативного потенциала. Следует отметить, что в современной педагогической науке отсутствует единая трактовка данного понятия, однако исследователи единодушны в том, что его основы формируются именно в школьный период. В рамках нашего исследования особый интерес представляет предметная креативность, а именно её важная составляющая – математическая креативность. Под *математической креативностью* мы понимаем комплексную способность, включающую преодоление стереотипных подходов к решению задач [6] и генерацию оригинальных, нестандартных решений математических проблем [7].

Таблица 1 – Основные показатели образованности

УРОВНИ ОБРАЗОВАННОСТИ	*КРИТЕРИИ ОБРАЗОВАННОСТИ*					
	Обучаемость	*Уровень знания*	*Степень познавательной активности и самостоятельности*	*Культурность*	*Интенсивность познавательного интереса как устойчивой черты личности*	*Восприятие исторического наследия*
низкий	напряжение при овладении знаниями, необоснованная усталость	репродук-тивный	аморфная активность пропадает от изменения ситуации; самостоятельность: выполнение по образцу	низкая	поверхностные познавательные интересы	безразличие
ниже среднего	положительное восприятие знаний с помощью взрослого	частично репродуктивны	воспроизводящая активность характеризуется стремлением учащегося понять, запомнить, самостоятельность: репродуктивный уровень	недостаточная	неустойчивые познавательные интересы	любопытство
средний	устойчивость запоминания и понимания материала	продуктив-ный	интерпретирующая активность: выявление смысла изучаемого; самостоятельность: вариативность	средняя	относительно устойчивые познавательные интересы	желание изучать
выше среднего	активное поведение при ориентировании в новых условиях	эвристи-ческий	интерпретирующая активность: при затруднении ученик не отказывается от выполнения задания; самостоятельность: эвристики	выше среднего	устойчивые познавательные интересы	почтение и интерес к наследию
высокий	проявление инициативы при выборе и решении необязательных задач	креативный	творческий уровень познавательной активности; самостоятельность: исследования	высокая	теоретический познавательный интерес	уважение к наследию

В ранее опубликованных работах [6, 7] были выявлены и детально проанализированы основные тенденции развития креативности обучающихся, включающие три взаимосвязанных аспекта: содержательный, выраженный в формировании способности к нестандартному решению задач; методический, предполагающий специальное конструирование задачного материала; организационный, основанный на моделировании образовательного процесса по математике в рамках педагогической технологии с использованием аксиоматического подхода. В ходе исследования удалось разработать концепцию креативного мышления, представленную тремя фундаментальными моделями.

Первая, когнитивно-коммуникативная модель «креативное мышление – язык», рассматривает язык как комплексную систему речевых и символических средств коммуникации. Вторая, деятельностная модель «креативное мышление – деятельность», раскрывает механизмы практической реализации творческого потенциала. Третья, модель «креативное мышление – научные знания», устанавливает взаимосвязь между творческим мышлением и системой научных знаний. Практическая реализация данных моделей [2] наиболее эффективна при использовании таких форм организации учебного процесса, как интегрированные уроки и математические дискуссии.

Проведенный анализ исторических и психолого-педагогических источников позволяет сделать вывод, что образованность представляет собой значимый феномен образовательно-культурного пространства России. Однако в современной педагогической практике данная категория, к сожалению, утратила свое прежнее значение. Восстановление концепта образованности представляется крайне важным, поскольку она выполняет три ключевые функции: служит критерием личностного роста и акмеологического развития; выступает интегральным показателем качества образования; является значимым индикатором состояния и развития российского общества.

Список литературы

1. Багдасарьян, Н. Г. Ценность образования в модернизирующемся обществе / Н. Г. Багдасарьян // Педагогика. – 2008. – № 5. – С. 3–9.
2. Ельчанинова, Г. Г.Интеграция естественно-математического и гуманитарного знания при формировании креативного мышления современных школьников / Г. Г. Ельчанинова, Т. Е. Рыманова, Н. А. Трубицина // Психология образования в поликультурном пространстве. – Елец : Елецкий гос. ун-т им. И. А. Бунина, 2020. – № 4 (52). – С. 57–69.
3. Каптерев, П. Ф. Избранные педагогические сочинения / П. Ф. Каптерев. – М. : Педагогика, 1982. – 707 с.
4. Пушкин, А. С. Наброски статьи о русской литературе / А. С. Пушкин // Полное собрание сочинений: в 16 т. – М.; Л. : Изд-во АН СССР, 1937–1959. – Т. 11: Критика и публицистика, 1819–1834. – 1949. – С. 184.
5. Редкин, П. Г. Избранные педагогические сочинения / сост. В. Я. Струминский. — М.: Госучпедиз, 1958. – С. 247–249.
6. Рыманова, Т. Е. Развитие предметной креативности школьников в процессе обучения математике / Т. Е. Рыманова, Н. В. Черноусова // Развитие креативности личности в современном цифровом мультикультурном пространстве: сборник материалов Международной научно-практической конференции, Елец, 14 апреля 2022 года. – Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, 2022. – С. 138–142.
7. Рыманова, Т. Е. Методические аспекты развития предметной креативности школьников при обучении математике / Т. Е. Рыманова, Н. В. Черноусова // Развитие креативности личности в современном цифровом мультикультурном пространстве: сб. материалов Всероссийской с междунар. участием науч.-практ. конф. – Елец: Елецкий гос. ун-т им. И. А. Бунина, 2023. – С. 115–118.
8. Рыманова, Т. Е. К вопросу о роли математики в повышении уровня образованности современных школьников / Т. Е. Рыманова, Н. В. Черноусова // Современные проблемы физико-математических наук: материалы VII Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием / под общ. ред. Т. Н. Можаровой. – Орел: ОГУ им. И. А. Тургенева, 2021. – С. 649–654.
9. Рыманова, Т. Е. Проблема образованности подрастающего поколения в контексте новых образовательных стандартов / Т. Е. Рыманова // Эвристическое обучение математике: материалы IV Международной научно-методической конференции. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2018. – С. 58–61.
10. Рыманова, Т. Е. Образованность подрастающего поколения как залог национальной безопасности страны / Т. Е. Рыманова // Н. И. Лобачевский и математическое образование в России: материалы Междунар. форума по матем. образованию, 18–22 окт. 2017 г. (XXXVI Междун. науч. семинар преподавателей математики и информатики ун-в и пед. вузов). – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2017. – Т. 1. – С. 74–79.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ КАК ИНСТРУМЕНТ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

И. В. Смирнова, учитель математики,
ГБОУ города Москвы «Школа № 1568 имени Пабло Неруды»,
Москва, Россия
e-mail: smirnova.irina.535@mail.ru
Аннотация. В работе исследуется роль геометрических конструкций при решении геометрических задач, где посредством выделения взаимосвязей между объектами выявляются геометрические факты. Эти геометрические факты, выраженные в утверждениях о свойствах и признаках объектов, раскрывают неявные связи между элементами задачи. Обосновывается эвристическая функция геометрических конструкций, заключающаяся в стимулировании поиска решения путем выявления скрытых закономерностей. Представлено описание конкретных геометрических конструкций, обладающих значительным дидактическим потенциалом для формирования умений решения задач по геометрии.
Ключевые слова: поиск решения задач, геометрические конструкции, чертеж.

GEOMETRIC CONSTRUCTIONS AS A PROBLEM' SOLVING TOOL

I. V. Smirnova, Mathematics Teacher,
Moscow State Budgetary Educational Institution «Pablo Neruda School No. 1568»,
Moscow, Russia
e-mail: smirnova.irina.535@mail.ru
Annotation. The present investigation centers on the role of geometric constructions in the context of geometric problem-solving, prioritizing the strategic derivation of geometric facts through the explication of interconnections between geometric elements. These geometric facts, articulated as theorems regarding the intrinsic properties and attributes of geometric configurations, reveal heretofore unrecognized relationships among the problem's foundational components. The heuristic function of geometric constructions is advanced as a hypothesis, and subsequently corroborated: specifically, the augmentation of solution accessibility via the identification of obscured patterns and inherent structural regularities. Furthermore, a comprehensive characterization of select geometric constructions, demonstrating notable pedagogical impact in the cultivation of expert-level competence in geometric problem-solving, is presented.
Keywords: problem solving geometric constructions, visual model.

Решение задач является неотъемлемой частью освоения геометрического материала, требующей от учащихся применения теоретических знаний, логических умозаключений и аналитических способностей. Умение применять полученные знания на практике – одна из основных целей изучения математики. Поэтому в обучении данной дисциплине значимую роль играет решение задач [2].

Для успешного решения геометрической задачи недостаточно владеть лишь алгебраическим аппаратом; полное понимание и раскрытие сути задачи начинается с создания точного чертежа. Такой чертеж – это не просто формальная иллюстрация, а инструмент, способный не только визуализировать условие, но и активировать интуицию, порождая идеи, порой недоступные при сугубо алгебраическом подходе. Более того, грамотно выполненный чертеж четко обозначает перспективные направления поиска решения. К сожалению, традиционные подходы, ориентированные преимущественно на алгебраические прёмы и формальное применение формул, зачастую пренебрегают этой возможностью и тем самым упускают из виду богатейший эвристический потенциал, заключенный в активном применении геометрических конструкций как графических моделей, позволяющих находить решения, недоступные при использовании исключительно алгебраических методов. Чертеж, являясь графическим представлением этих конструкций, служит инструментом визуализации и проверки гипотез, способствуя более глубокому пониманию геометрических принципов и развитию умения решения задач.

Ключевые геометрические конструкции рассматриваются как инструмент для решения задач, способствующий не только поиску решения, но и более глубокому пониманию геометрических закономерностей, развитию интуиции и формированию исследовательских компетенций. В работе [3] под ключевыми геометрическими конструкциями понимаются «конструкции, свойства которых известны и позволяют открывать свойства конструктивных элементов и связи между ними» [3, с. 31]. Конструкции открывают возможности для выявления скрытых связей и упрощения исходной задачи.

Чертеж является не просто графическим представлением условия задачи. Это модель, позволяющая экспериментировать с геометрическими объектами и визуализировать их свойства и связи между ними. Правильно выполненный чертеж обладает рядом ключевых функций, которые способствуют работе с геометрической конструкцией.

1. Предоставляет наглядное представление условия задачи, помогая понять взаиморасположение геометрических объектов.

2. Позволяет визуально обнаруживать закономерности, которые могут быть неочевидны из текстового описания, то есть распознать геометрическую конструкцию.

3. Позволяет визуально оценить правдоподобность предложенных решений.

4. Даёт наглядную основу для запоминания ключевых геометрических конструкций.

Рассмотрим тему 8 класса «Окружность и углы». В этой теме можно выделить различные ключевые геометрические конструкции. Две из них состоят из окружности и двух пересекающихся прямых. В одной конструкции точка пересечения прямых находится внутри круга, ограниченного окружностью, в другой – вне этого круга. Чертежи этих конструкций помогают запомнить и при необходимости применить свойства, сформулированные в учебнике [1]:

1. Угол между пересекающимися хордами равен полусумме дуг, на которые этот угол опирается (рисунок 1).

2. Угол между двумя секущими равен половине разности градусных мер большей и меньшей дуг, которые заключены между секущими (рисунок 2).

1) $\angle AKC = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{DB})$

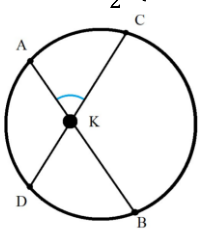


Рисунок 1

2) $\angle AKC = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{DB})$

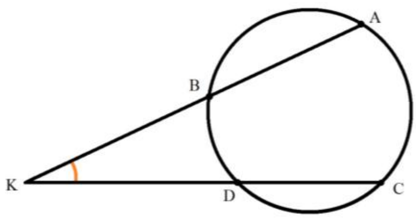


Рисунок 2

Задача 1. Дана окружность произвольного радиуса. Определите вид угла, если его стороны проходят через концы диаметра.

Анализ задачи. Так как стороны угла проходят через концы диаметра, остается неизвестным расположение вершины угла. Задача сводится к выяснению вида в зависимости от расположения точки, являющейся вершиной. Тогда возможно 3 случая: вершина лежит внутри круга, ограниченного этой окружностью, на окружности и вне указанного круга. Случай принадлежности вершины к окружности очевиден, – проведя хорды, по свойству вписанного угла получим прямой угол. В одном из случаев вершина угла лежит внутри круга, ограниченного окружностью, в другом – вне этого круга. Для решения стоит провести хорды через предполагаемую вершину и свести к применению геометрической конструкции, задача будет решена. Рассмотрим первый случай – вершина лежит внутри круга, тогда угол будет тупым, что интуитивно понятно из чертежа (рисунок 3). Докажем это.

Дано:
$\omega\ (O;\ R)$ – круг
$\forall X \in \omega$
(внутри)
AB – диаметр
Доказать:
$\angle AXB$ – тупой

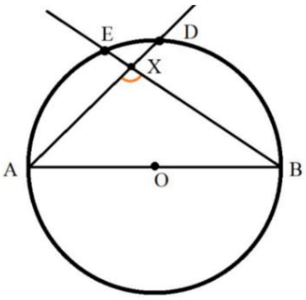


Рисунок 3

Доказательство.
1) Проведем хорды $AD\ \cap BE = $ X
2) $\angle AXB = \frac{1}{2}\left(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{ED}\right)$
$\overset{\frown}{AB}$ = 180° (AB – диаметр,
$\angle AOB$ – развернутый,
точка O – центр)
$\angle AXB$ = 90° + $\frac{1}{2}\overset{\frown}{ED}$ =>
=> $\angle AXB$ – тупой.
Что и требовалось доказать.

Аналогично рассматривается случай расположения вершины вне круга. Тогда будет применяться геометрическая конструкция, изображенная на рисунке 2.

В данной задаче создание чертежа дало идею к решению, поскольку на чертеже удалось выделить геометрическую конструкцию (рисунок 1). А грамотная визуализация помогла предположить вид угла: вершина лежит внутри круга – угол тупой, вне круга – угол острый, на окружности – прямой.

Задача 2. Дана окружность с диаметром AB. Найдите такое геометрическое место точек X, что ΔAXB – тупоугольный.

Анализ задачи. В тупоугольном треугольнике существует единственный тупой угол. Один из возможных случаев сводится к решению предыдущей задачи. Однако в задаче не сказано, какой именно угол должен быть тупым. Расположение вершины X на окружности даст прямой угол, в таком случае не может быть в треугольнике еще и тупого угла. Прямоугольный треугольник также получится, если вершина будет располагаться на прямых, являющихся касательными к диаметру. Тогда точка X должна лежать между этими касательными или быть снаружи. При расположении внутри задача сведется к аналогичной предыдущей задаче с использованием геометрической конструкции, изображенной на рисунке 2. При расположении точки X снаружи касательных образуется тупой угол с вершиной A и B (рисунок 4). Задача будет решена.

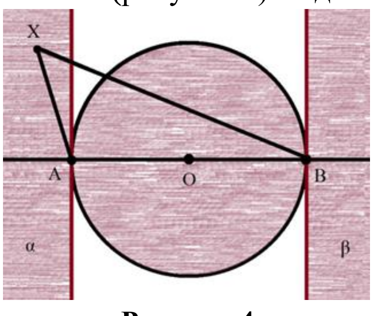


Рисунок 4

Дано:
$\omega\ (O;\ R)$
$AB = d$
Найти:
ГМТ X таких, что ΔAXB – тупоугольный

Решение.
1) Если $X \in AB$, то $\nexists\ \Delta AXB$ (и $X \not\equiv A \not\equiv B$)

2) Поскольку нет ограничения на выбор угла, тупым может быть как $\angle AXB > 90°$, так и $\angle XAB > 90°$.

3) Проведем касательные через точку A и точку B.

4) Рассмотрим полуплоскости α и β без (AB), иначе $X \in AB$ (п.1) либо точка X принадлежит касательным. Тогда ΔAXB – прямоугольный, в нем не может быть тупых углов.

5) Значит, ГМТ X, чтобы ΔAXB – тупоугольный – все точки круга и полуплоскости α и β без (AB), но без границ полуплоскости и круга.

Аналогичные задачи можно рассмотреть для случаев остроугольного и прямоугольного треугольников. Частичное их нахождение было рассмотрено ранее.

Чертеж и геометрические конструкции являются неотъемлемыми инструментами для решения геометрических задач. Чертеж обеспечивает визуальное представление условия задачи и способствует обнаружению закономерностей, обеспечивая эвристическую функцию геометрических конструкций. Эффективное использование этих инструментов требует глубокого понимания геометрических принципов, интуиции и умения видеть возможности для применения известных теорем в новых ситуациях.

Геометрические конструкции являются не просто вспомогательными элементами решения геометрических задач, а критически важным инструментом, определяющим возможность и эффективность решения. Они обеспечивают возможность формализации интуитивных представлений, выявления скрытых геометрических отношений и сведения сложных задач к последовательности более простых, решаемых на основе известных теорем и свойств.

Список литературы

1. Мерзляк, А. Г. Геометрия. 7–9 классы : учебник для общеобразовательных организаций. Углубленный уровень / А. Г. Мерзляк, В. М. Поляков. – М. : Просвещение, 2021. – 367 с.

2. Смирнова, И. В. Геометрические конструкции как средство обучения геометрии учащихся на углубленном уровне / И. В. Смирнова // Наука в мегаполисе Science in a Megapolis. – 2025. – № 5(73). URL: https://mgpu-media.ru/issues/issue-73/innovatsionnye-obrazovatelnye-tekhnologii/geometricheskie-konstruktsii-kak-sredstvo-obucheniya-geometrii-uchashchikhsya-na-uglublennom-urovne.html (дата обращения 30.06.2025).

3. Тухолко, Л. Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии : монография / Л. Л. Тухолко. – Минск : БГПУ, 2019. – 248 с.

СРЕДСТВА ПРЕОДОЛЕНИЯ ФОРМАЛИЗМА ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ (НА ПРИМЕРЕ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ В 5 КЛАССЕ)

М. В. Солдаева, к. пед. н.,
Российский государственный педагогический университет имени А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: soldaevamv@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается проблема формализма в обучении математике в 5-м классе, особенно проявляющаяся при решении текстовых задач. Анализируются когнитивные, дидактические и возрастные причины возникновения формального подхода к обучению. Обоснованы средства преодоления формализма: практико-ориентированные задачи, моделирование, использование различных способов решения, межпредметные связи и развитие рефлексии. Методическая интерпретация задачи из Всероссийской проверочной

работы демонстрирует, как использование этих средств способствует осмысленному обучению и развитию математического мышления.
Ключевые слова: формализм, текстовая задача, математическое мышление, моделирование, межпредметные связи.

MEANS OF OVERCOMING FORMALISM IN MATHEMATICS EDUCATION (USING THE EXAMPLE OF SOLVING WORD PROBLEMS IN GRADE 5)

M. V. Soldaeva, Candidate of Pedagogical Sciences,
A. I. Herzen State Pedagogical University of Russia,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: soldaevamv@gmail.com
Abstract.The article examines the issue of formalism in teaching mathematics in Grade 5, particularly in the context of solving word problems. It analyzes cognitive, didactic, and age-related factors that contribute to the emergence of a formal approach in learning. The article substantiates the means of overcoming formalism: practice-oriented problems, modeling, use of multiple solution strategies, interdisciplinary connections, and the development of reflection. A methodological analysis of a typical exam problem demonstrates how these strategies foster meaningful understanding and mathematical thinking.
Keywords: formalism, word problem, mathematical thinking, modeling, interdisciplinary links.

В условиях современной школы проблема формализма в математическом образовании обостряется из-за стремительного обновления учебных программ и доминирования тестовых форм контроля, вынуждающих школьников заучивать алгоритмы решения, не погружаясь в их смысловое основание [1, 2]. Особенно уязвимыми оказываются пятиклассники, которым предстоит переход от арифметики начальной школы к более абстрактным представлениям основной школы. Если на этом этапе не показать обучающимся, как математический язык описывает реальные процессы, возникает разрыв между символом и смыслом, который в дальнейшем тяжело восполнить [4].

Текстовые задачи – едва ли не единственный тип заданий, где обучающийся видит «сюжет» и может соотнести его с личным опытом. Однако и они превращаются в формальные операции, если учитель ограничивается единственным «правильным» алгоритмом. Поэтому работа обучающихся с задачами, должна быть организована с опорой на их субъектный опыт, а также побуждать осмысленно строить модель и критически оценивать найденное решение [3, 6, 7].

Исследователи связывают формализм с явлением инструментального понимания, когда ученик оперирует знаками без осмысления их семантики [1]. На уровне 5 класса это проявляется особенно ярко: обучающийся уже владеет «арифметическим аппаратом» начальной школы, но ещё не сформировал устойчивых понятий о переменной, отношении величин и дроби, что делает переход к более абстрактным темам уязвимым для формального усвоения [2, 4]. Согласно исследованиям В. В. Кулявцевой «когнитивная нагрузка возрастает по мере увеличения символических обозначений, что приводит к опоре на запоминание, а не на понимание» [2].

С точки зрения когнитивной психологии пятиклассники находятся на границе конкретно-операционального и формально-операционального этапов (по Ж. Пиаже), поэтому при резком увеличении символической нагрузки (дроби, десятичные, буквенные обозначения) рабочая память быстро заполняется, и обучающийся обращается к механическому воспроизведению алгоритма как к стратегии экономии когнитивных ресурсов [2].

Дидактические факторы также усиливают формализм: ускоренное прохождение тем, ориентация на одношаговые тестовые задания, отсутствие времени на обсуждение различных моделей и жизненных контекстов, а также оценивание, сосредоточенное на правильном ответе, а не на рассуждении [1, 4].

Ключевые причины возникновения формализма именно у пятиклассников можно сгруппировать следующим образом: переходная зона «арифметика → алгебра»: знакомые слова («часть», «разность») внезапно связываются с новыми буквенными символами, вызывая смешение смыслов [4]; резкое увеличение объёма абстрактных понятий (дроби, проценты, координаты), что повышает когнитивную нагрузку [2]; субъективное представление о математике как наборе «быстрых счётных приёмов», закреплённое практикой тестирования, где важна скорость, а не обоснование [1]; несформированность метапредметных действий самоконтроля и рефлексии, без которых алгоритм воспринимается как внешнее требование [2].

Ниже представлены средства, которые доказали свою эффективность в работе с текстовыми задачами.

Практико-ориентированные задачи. Учитель предлагает условия, близкие к повседневному опыту обучающихся, подчёркивая «зачем» нужен расчёт.

Моделирование и множественные представления. Обучающиеся переводят условие задачи в разные формы: схему, таблицу, рисунок, вербальное объяснение. Такое разнообразие способствует лучшему пониманию смысловой структуры задачи и уменьшает риск механического переноса формулы. Е. Н. Пугачёва подчёркивает: «Моделирование помогает школьникам осуществлять переход от образного представления к знаковому, не теряя смысла» [4].

Использование различных способов решения. Для одной и той же задачи учащиеся пробуют разные подходы: арифметический, алгебраический, графический. Это формирует осознанный выбор стратегии, развивает гибкость мышления и понимание структуры задачи [5].

Организация межпредметных связей. Математические задачи строятся на межпредметной основе – с включением знаний по географии, биологии, истории. Это способствует смысловой насыщенности материала и развитию универсальных учебных действий [5].

Рефлексия и самооценка. После решения задач обучающиеся заполняют чек-листы, формулируют рассуждения, анализируют ошибки. Это способствует осознанному контролю за действиями и развивает учебную самостоятельность [2].

Рассмотренные выше средства особенно эффективно проявляются в работе с текстовыми задачами, близкими к формату Всероссийской проверочной работы (ВПР). Приведённый ниже пример иллюстрирует, как теоретические подходы могут быть использованы на практике.

Задача: Автомобиль ехал из одного города в другой. Первую половину пути он проехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину – со скоростью 40 км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля на всём пути?

На первый взгляд задача типична для курса математики 5-го класса. Однако без смысловой проработки она быстро превращается в формальный шаблон: обучающиеся по привычке складывают скорости или усредняют их без анализа. Это и есть проявление формализма, на преодоление которого направлены методы, рассмотренные выше.

Учителю следует начать с обсуждения реальной ситуации: как влияет изменение скорости на время в пути? Можно задать вопросы: «Когда вы добираетесь до школы быстрее – если идёте всю дорогу с одной скоростью или если половину пути идёте медленно?» Это активирует личный опыт учащихся и делает задачу значимой [3].

Далее можно построить схему пути (отрезок, деленный на две равные части) и на ней отметить скорости. Важно показать, что время, затраченное на каждую часть, разное. Можно построить таблицу: путь – одинаковый, а время рассчитывается по формуле $t = \frac{s}{v}$. Обучающиеся могут предложить: а) найти время на каждый участок и сумму времени, затем общий путь и среднюю скорость; б) применить формулу средней скорости при разном времени движения. Обсуждение этих подходов позволяет увидеть структуру задачи и сделать осознанный выбор способа.

Обсуждение аналогии с физикой: движение, скорость, время – это не только математика. Можно обсудить, как подобные рассуждения важны при чтении дорожных знаков, планировании поездок [5]. Работу с обучающимися можно завершить следующим образом: «Что мне помогло понять задачу?», «Почему мой первый способ не сработал?», «Как я объяснил бы эту задачу другу?» Это помогает осмыслить процесс и избежать «догадочного» подхода в будущем [2].

Преодоление формализма в обучении математике требует опоры на возрастные и когнитивные особенности младших подростков. Одним из ключевых средств выступает контекстуализация задач: формализм зачастую обусловлен отрывом содержания от повседневного опыта учащихся. Практико-ориентированные условия, связанные с покупками, измерениями, движением, позволяют перевести абстрактные понятия в осмысленную форму, особенно при изучении величин и задач на движение.

Визуализация также способствует осмысленному усвоению. Использование схем, рисунков и табличных моделей поддерживает учащихся с недостаточно развитым абстрактным мышлением. Типовые шаблоны, такие как «лента времени», позволяют структурировать информацию и облегчить поиск стратегии решения.

Разнообразие способов решения способствует формированию математической гибкости и препятствует сведению мышления к механическому воспроизведению алгоритма. Обсуждение альтернативных подходов помогает перейти от формального выполнения к пониманию.

Межпредметные связи обеспечивают включённость математического содержания в общий образовательный контекст. Обсуждение смыслов задач в рамках географии, литературы или естествознания способствует целостному восприятию знаний.

Наконец, включение элементов рефлексии и формирующего оценивания позволяет зафиксировать не только результат, но и осмыслить процесс. Анализ шагов, трудностей и успешных стратегий повышает учебную осознанность и снижает уровень формального усвоения.

Таким образом, методическая работа учителя должна быть направлена на смысловую интерпретацию задачи, поддержку разных каналов восприятия и постепенное развитие рефлексии. Эти действия обеспечивают устойчивый результат и делают математику не только понятной, но и интересной.

Список литературы

1. Зотова, Л. Е. Формирование осмысленных действий при решении текстовых задач в основной школе / Л. Е. Зотова // Математика в школе. – 2015. – №3. – С. 25–29.

2. Кулявцева, А. В. Особенности когнитивной деятельности учащихся при обучении алгебре / А. В. Кулявцева. – М. : Педагогика, 2018.

3. Леонтьев, А. Н. Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. – М. : Смысл, 2001. – 352 с.
4. Пугачёва, Е. Н. Моделирование как средство понимания математических задач / Е. Н. Пугачёва. – М.: Просвещение, 2016.
5. Солдаева, М. В. Реализация целостного подхода к обучению математике как условие достижения понимания / М. В. Солдаева // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. 2013. – № 161. – С. 202–05.
6. Шевкин, А. В. Задачи как средство формирования математической грамотности / А. В. Шевкин. – М. : Бином, 2020.
7. Якиманская, И. С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе / И. С. Якиманская. – М. : Сентябрь, 2000. – 112 с.

ПОЧЕМУ АРХИВ? ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ АРХИВНЫХ ДОКУМЕНТОВ

С. И. Торопова, к. пед. н.,
Вятский государственный университет,
Киров, Россия
e-mail: svetori82@mail.ru

Аннотация. Рассматривается пример использования практико-ориентированных задач, составленных на основе архивных документов, посвященных идее создания и реализации Александро-Невского собора в г. Вятке как храма-памятника героям Отечественной войны 1812 г. Показано, что данные задачи способствуют воспитанию обучающихся с учетом стратегических приоритетов современного российского образования.
Ключевые слова: практико-ориентированные задачи, воспитание, Александро-Невский собор.

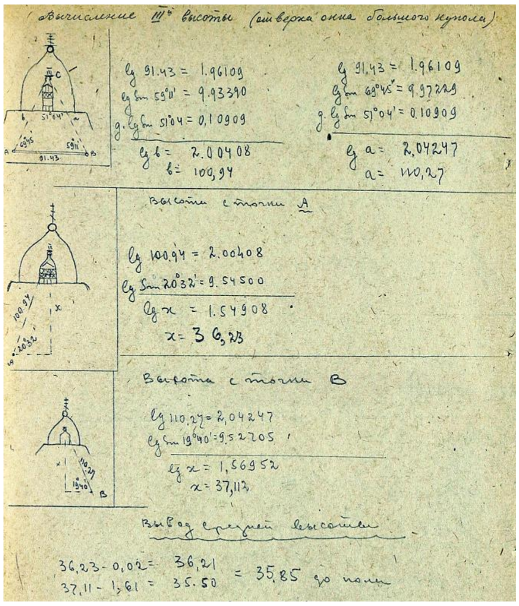
WHY ARCHIVE? TEACHING MATHEMATICS BASED ON ARCHIVAL DOCUMENTS

S. I. Toropova, Candidate of Pedagogical Sciences,
Vyatka State University,
Kirov, Russia
e-mail: svetori82@mail.ru

Annotation. The article examines an example of using practice-oriented tasks compiled on the basis of archival documents dedicated to the idea of design and construction the Alexander Nevsky Cathedral in Vyatka as a memorial temple to the heroes of the Patriotic War of 1812. It is shown that these tasks contribute to the upbringing of pupils taking into account the strategic priorities of modern Russian education.
Keywords: practice-oriented tasks, upbringing, Alexander Nevsky Cathedral.

Современные общественно-политические реалии, приоритеты российской образовательной политики и усиление роли воспитания актуализируют проблему формирования гражданской идентичности и культурно-исторической памяти молодежи, в том числе в процессе обучения математике. По мнению М. В. Егуповой и Е. В. Соколовой, определенным воспитательным потенциалом обладают практико-ориентированные задачи по математике, через фабулы которых возможно познакомить учащихся с новой для них информацией об окружающем мире и об общественно-значимых событиях, продемонстрировать прикладные математические аспекты как в историческом, так и в актуальном контекстах [1].

Одним из значимых событий XIX в. явилась победа России в Отечественной войне 1812 г. По сложившейся вековой традиции важные исторические события, масштаб и значимость которых отражались на судьбе государства, в том числе военные победы, принято было отмечать созданием мемориальных храмов-памятников. Таким монументальным сооружением в г. Вятке (ныне г. Кирове) стал утраченный Александро-Невский собор (1839–1864 гг.), возведенный на добровольные пожертвования населения губернии в память о посещении города императором Александром I Благословенным. Спроектированный ссыльным архитектором и крестником Александра I А. Л. Витбергом, он стал провинциальной реализацией «выстраданной мечты о создании в Москве храма Христа Спасителя – памятника героям Отечественной войны 1812 г.» [2, с. 13]. Несмотря на то, что вятский вариант (рисунок 1, *а*) имел существенные отличия от первоначального грандиозного замысла и по масштабу, и по композиции, его идейное содержание было сохранено.



а) *б)*

Рисунок 1 – Собор Александра Невского: *а)* общий вид; *б)* полевые исследования – вычисление высоты от верха окна до большого купола. ЦГАКО

С нашей точки зрения, документальной основой составления практико-ориентированных задач по математике, посвященных культурно-историческому наследию региона, могут стать соответствующие архивные фонды, связанные, в частности, с произведенной в 1937 г. научной фиксацией собора как памятника архитектуры. Приведем примеры таких задач, материалы для которых собраны в процессе работы в Центральном государственном архиве Кировской области (ЦГАКО).

Задача 1. Наиболее точное представление о высотных параметрах Александро-Невского собора мы имеем благодаря результатам геодезической фиксации здания (ЦГАКО. Ф. 2047. Оп. 2. Д. 203. Л. 25–32). На рисунке 1, *б* представлено вычисление высоты от верха окна до большого купола. Объясните, в чем состоит проиллюстрированный способ определения высоты недоступного сооружения.

На заключительном этапе решения данной задачи можно предложить обучающимся изучить устройство и принцип работы теодолита – измерительного прибора, с помощью которого в период с 26 апреля по 4 мая 1937 г. была произведена натурная съемка. Также считаем важным обратить внимание учащихся на следующий факт. Поскольку оригинальный проект А. Л. Витберга не сохранился, результаты полевых измерений и полученные с помощью формул тригонометрии значения высот стали единственным источником реальных размеров собора, на основе которых возможно его 3D-моделирование и построение макетов, а в перспективе – историческое воссоздание.

Высказанное положение позволяет мотивировать учащихся к изучению тригонометрии. Действительно, исследователи со всего мира выражают обеспокоенность по поводу обучения данному разделу математики. Так, C. A. Ali связывает возникающие у обучающихся трудности с абстрактным характером преподавания, что может быть преодолено, с точки зрения автора, посредством использования местных артефактов [3]. Таковыми в цитируемой работе являются африканский восковой принт, наборы пиктографических символов аборигенов Ганы, плетеные изделия, керамика и др. Негативное восприятие тригонометрических функций турецкими учащимися было устранено посредством решения реальных контекстных задач [4]. B. A. Obeng с коллегами также указывают на поверхностное понимание тригонометрии и отсутствие мотивации к её освоению, в то время как базовые тригонометрические знания являются важной основой для изучения курсов механики, геодезии, инженерии и архитектуры [5]. Ученые рекомендуют включать приложения из реального мира, чтобы сделать темы тригонометрии более практико-ориентированными.

Задача 2. В «Выписке из журнала Вятской Городской Думы экстренного заседания 1 декабря 1894 г.» содержатся сведения о благоустройстве территории под организацию соборного сквера в память об императоре Александре III, Царе-Миротворце: «*Подъ устройство сквера уступить безвозмездно на Александровской площади вокруг Александро-Невского собора до 7225 квадратных саженей, считая въ томъ числе и место подъ соборомъ. Но такъ какъ фигура сквера, въ виде правильного квадрата, окончательно еще не избрана, то представить распорядителямъ по устройству сквера права фигуру квадрата изменить, по ихъ усмотрению, напримеръ, на круглую или восьмиугольную, но съ тем лишь, чтобы общая площадь, занимаемая его, не превышала 7225 квадратных саженей*» (ЦГАКО. Ф. 583. Оп. 519. Д. 31. Л. 2–4). Ответьте на вопросы.

1. Что такое сажень? Какое расстояние первоначально означала эта мера? Известно, что в Древней Руси применялась не одна, а множество различных саженей. Изучите их. Какая сажень используется в представленных архивных документах? Переведите указанные 7225 квадратных саженей в квадратные метры. Какие еще старинные русские меры длины вам известны?

2. Какую форму (круг, вписанный в квадрат, или правильный восьмиугольник, вписанный в квадрат) сквера следует выбрать, чтобы он занимал наибольшую площадь? Какая форма обеспечит минимум затрат на изготовление соборной ограды? На основе архивных документов (ЦГАКО. Ф. 2047. Оп. 2. Д. 203. Л. 25–32) укажите форму сквера и его размеры, которые были выбраны окончательно.

3. Изучите «Инвентарный план площади Революции» (до 1918 г. – Александровская площадь, сейчас – площадь Александра Невского) г. Вятки (см. ЦГАКО. Ф. 3309. Оп. 2. Д. 40. Инвентарные планы города Вятки Нижегородского края по кварталам) с геодезической съемкой 1928 г. Используя карты в сети Интернет, объясните, почему сегодня восстановление соборного сквера в его первоначальном облике невозможно.

Видится целесообразным в завершение работы над описанными задачами провести беседу с учащимися о том, что строительство собора Александра Невского в г. Вятке представляет собой показательный пример самоотверженной многолетней консолидированной деятельности духовенства, светской власти, общества, граждан, целеустремленно преодолевавших возникающие финансовые проблемы и организационные трудности в исполнении обета по созданию храма-памятника. Так, документы, отражающие организацию добровольных пожертвований, не содержат сведений, касающихся злоупотреблений со стороны должностных лиц, отвечавших за казну [2, с. 61]. В настоящее время в Кировской области силами энтузиастов ведется работа по фотосъемке разрушающихся храмов, среди которых имеются строения, выполненные по проектам архитектора К. А. Тона, создавшего храм Христа Спасителя в Москве. Позволим себе выразить надежду, что проведение еще и измерительных работ на местности, а также выполнение математических расчетов поможет установить и сохранить потомкам реальные размеры памятников архитектуры.

Таким образом, на примере конкретного объекта культурно-исторического наследия Кировской области показано, как работа с архивными документами может служить основой математической деятельности обучающихся, способствующей их воспитанию с учетом стратегических приоритетов современного российского образования.

Список литературы

1. Егупова, М. В. Воспитательный потенциал школьного курса математики в истории образования / М. В. Егупова, Е. В. Соколова // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе: материалы Международной научно-практической интернет-конференции (24–28 апреля 2023 г.). – М. : МПГУ, 2023. – С. 341–350.

2. Скопин, Е. Л. Собор Александра Невского в Вятке. История создания / Е. Л. Скопин, Н. В. Кривошеина. – Киров, 2024. – 516 с.

3. Ali, C. A. Using indigenous artefacts to support conceptual field approach of learning special trigonometric angles. Journal of Mathematics and Science Teacher, 2023. – 3 (2). DOI: 10.29333/mathsciteacher/13698.

4. Namli, S. Comparing Ninth-Grade Students' Approaches to Trigonometric Ratio Problems Through Real-World and Symbolic Contexts. International Education Studies, 2024, 17 (4). DOI: 10.5539/ies.v17n4p70.

5. Obeng, B. A., Banson, G. M., Owusu, E., Owusu, R. Analysis of senior high school students' errors in solving trigonometry. Cogent Education, 2024, 11 (1). DOI: 10.1080/2331186X.2024.2385119.

РАЗВИТИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ЧЕРЕЗ ПРОЕКТНУЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ: МЕТОДОЛОГИЯ И ПРАКТИКА РЕАЛИЗАЦИИ

О. Н. Тюленева, к. ф.-м. н., доцент,
Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»,
Москва, Россия
tiuleneva.on@misis.ru

Аннотация. Статья посвящена применению проектных методов в обучении математике, направленных на развитие предметных и метапредметных навыков у учащихся. Рассматривается трехуровневая модель внедрения проектной деятельности (адаптационный, базовый и исследовательский уровни), соответствующая разным возрастным группам и постепенно усложняющимся задачам. Особое внимание уделяется важности воспроизведения классических математических решений на начальных этапах для формирования исследовательского мышления. Приводятся примеры проектов для каждого уровня, демонстрирующие их практическую значимость и междисциплинарный

потенциал. Подчеркивается роль методической организации проектной работы для достижения максимальной эффективности.
Ключевые слова: проектная деятельность, обучение математике, метапредметные навыки, трехуровневая модель, математическое мышление, междисциплинарные проекты, мотивация учащихся.

DEVELOPMENT OF STUDENTS' MATHEMATICAL THINKING THROUGH PROJECT-BASED LEARNING: METHODOLOGY AND PRACTICAL IMPLEMENTATION

O. N. Tyuleneva, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
National University of Science and Technology «MISIS»,
Moscow, Russia
tiuleneva.on@misis.ru
Abstract. The article explores the application of project-based methods in mathematics education aimed at developing subject-specific and meta-subject skills in students. A three-level model for implementing project-based learning (adaptation, basic, and research levels) is presented, corresponding to different age groups and progressively complex tasks. Special emphasis is placed on the importance of reproducing classical mathematical solutions at the initial stages to foster research-oriented thinking. Examples of projects for each level are provided, demonstrating their practical relevance and interdisciplinary potential. The article highlights the role of methodological organization in project work to achieve maximum effectiveness.
Keywords: project-based learning, mathematics education, meta-subject skills, three-level model, mathematical thinking, interdisciplinary projects, student motivation.

В современном обучении математике все чаще используют проектные методы, которые помогают развивать не только предметные знания, но и ключевые метапредметные навыки. Такой подход позволяет преодолеть разрыв между теорией и практикой, делая изучение математики более осмысленным и прикладным, показывая, как абстрактные концепции применяются в реальной жизни.

Преимущества проектной деятельности в математике.

1. *Повышение мотивации* – решение реальных задач и их практическое применение пробуждает у учащихся интерес к предмету.

2. *Системное понимание* – проекты помогают увидеть взаимосвязь между математическими понятиями и другими дисциплинами.

3. *Развитие исследовательских навыков* – школьники учатся выдвигать гипотезы, строить модели и проверять их достоверность, что соответствует научному подходу в математике.

4. *Формирование самоорганизации* – работа над проектом развивает умение ставить цели, контролировать прогресс и оценивать результаты.

Вводить проектную деятельность рекомендуется уже в 4–5-х классах. При этом первые работы не обязательно должны быть уникальными – главное, чтобы они закладывали основы исследовательского мышления. Важно понимать, что истинное математическое творчество вырастает из глубокого понимания уже существующих решений. На начальных этапах вовсе не обязательно требовать от учащихся абсолютной новизны в их проектах – гораздо важнее научиться воспроизводить и осмыслять известные математические идеи.

Практика показывает, что наиболее эффективной является трехуровневая модель развития исследовательских навыков:

1. Адаптационный уровень (5–6-е классы). Продолжительность: 2–3 недели. Формат: мини-проекты с четким алгоритмом. Учащиеся с помощью учителя воспроизводят классические математические проекты, такие как вычисление числа π различными методами или исследование свойств простых чисел. Это позволяет им освоить базовые исследовательские навыки и математический аппарат.

Примеры: Творческие проекты – «Математические сказки» , «Геометрический город», «Числа в искусстве»; *игровые проекты* – «Математический квест» (разработка задач-головоломок для одноклассников), «Магазин мечты» (расчет стоимостей с использованием процентов), «Математическое лото» (создание дидактической игры); *аналитические проекты* – «Старинные меры длины», «Удивительное число нуль», «Геометрия в архитектуре школы»; *исследовательские мини-проекты* – «Зависимость роста растений от времени» (простые измерения и графики), «Симметрия в природе», «Математика вокруг нас».

2. Базовый уровень (7–9-е классы). Продолжительность: 4–6 недель. Формат: тематические или межпредметные проекты. Ученики модифицируют известные проекты, например, применяя классические математические методы к новым условиям или комбинируя разные подходы.

Примеры: *Творческие проекты* – «Геометрические иллюзии» (создание оптических обманов), «Составление сборника задач на проценты», «Конкурс задач …», «Прямоугольная система координат: соревнование художников»; *аналитические проекты* – «Статистика школьного питания», «Оптимальный маршрут до школы», «Финансовая грамотность» (расчет банковских процентов), «Методы измерения величин: измерение углов, расстояний, площадей поверхностей, объёмов фигур в пространстве»; *исследовательские проекты* – «Зависимость скорости реакции от возраста» (эксперимент и графики), «Измерение размеров. Применение подобия на практике (способ Фалеса, Жюля Верна, по фотографии, с помощью монеты».

3. Исследовательский уровень (10–11-е классы). Продолжительность: 1–2 учебных года. Формат: научно-исследовательские проекты. Учащиеся переходят к созданию по-настоящему оригинальных исследований, когда они могут предложить собственные гипотезы и методы решения.

Примеры: «Оптимизация школьного расписания методами линейного программирования», «Анализ методов решения иррациональных уравнений», «Малая формула Симпсона для вычисления объёмов тел и площадей поверхностей», «Исследование фракталов и их свойств», «Математическое моделирование эпидемических процессов».

Такой подход соответствует принципу «от простого к сложному» и позволяет избежать распространенной ошибки, когда от учащихся сразу требуют абсолютной новизны, не дав им возможности освоить классические методы математического исследования. Как показывает практика, проекты, повторяющие известные решения, но выполненные самостоятельно, приносят не меньше пользы для развития математического мышления, чем полностью оригинальные работы.

Особую ценность представляют проекты, в которых учащиеся повторяют исторические математические открытия. Например, воспроизведение доказательств теоремы Пифагора разными способами не только развивает логическое мышление, но и дает понимание того, как развивалась математическая наука. Такие «реконструкции» являются важным этапом в формировании исследовательских компетенций.

Важно отметить, что даже при работе с известными решениями проектная деятельность сохраняет все свои преимущества – она развивает самостоятельность, учит работать с информацией, формирует навыки презентации результатов. При этом снижается психологическая нагрузка на учащихся, так как они знают, что их решение в принципе существует и может быть проверено.

Таким образом, проектная деятельность в математике должна выстраиваться как постепенный переход от воспроизведения известных решений к созданию оригинальных исследований. Такой подход позволяет сформировать прочную основу для подлинного математического творчества, избегая формализма и поверхностности в исследовательской работе.

Очень важно, чтобы на каждом уровне проектная деятельность была методически грамотно организована. На подготовительном этапе необходимо помочь учащимся сформулировать проблему, которая будет одновременно соответствовать их интересам и иметь четкую математическую составляющую. Например, при выборе темы «Оптимальные маршруты общественного транспорта» учащиеся должны понять, какие именно математические методы (теория графов, элементы оптимизации) они могут применить.

Содержательный этап реализации проекта требует от учителя тонкого баланса между предоставлением самостоятельности учащимся и своевременной методической поддержкой. Особенно ценными становятся проекты, в которых математическое содержание органично переплетается с другими предметными областями. Так, проект «Математическое моделирование экологических процессов» позволяет увидеть взаимосвязь математики, биологии и географии.

Завершающий этап проектной работы – презентация результатов – имеет особое значение в математических проектах. В отличие от гуманитарных предметов, где основное внимание уделяется устному выступлению, математические проекты требуют четкой демонстрации расчетов, графиков, формул и их обоснования. Это развивает у школьников важные навыки математической коммуникации.

В заключении отметим, что проектная деятельность представляет собой эффективный инструмент развития математического мышления, позволяющий преодолеть формальный характер традиционного обучения и раскрыть перед учащимися творческий потенциал математической науки. Реализация этого подхода требует системной работы и профессионального мастерства педагогов, но результаты такой работы полностью оправдывают затраченные усилия, способствуя формированию у школьников подлинного интереса к математике и развитию их интеллектуального потенциала.

Список литературы

1. Полат, Е. С. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина. – 3-е изд., стер. – М. : «Академия», 2010. – 368 с.

2. Сергеев, И. С. Как организовать проектную деятельность учащихся: Практическое пособие для работников общеобразовательных учреждений / И. С. Сергеев. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: АРКТИ, 2005. – 80 с.

МОДЕЛЬНО-ЛОГИЧЕСКИЙ И КОНТЕКСТНО-ХОЛИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОДЫ К ВИЗУАЛИЗАЦИИ ТЕКСТОВОЙ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ: ОПЫТ БЕЛАРУСИ И КИТАЯ

М. А. Урбан, д. пед. н., доцент,
Фэн Юй, аспирант,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: maria.urban62@gmail.com, fy0318521@gmail.com

Аннотация. Описаны различия в использовании визуализации при работе с текстовыми арифметическими задачами в I–VI классах Республики Беларуси (РБ) и Китайской Народной Республики (КНР), которые легли в основу обоснования модельно-логического (РБ) и контекстно-холистического (КНР) подходов. Обосновывается связь этих подходов с особенностями алфавитного и иероглифического типов письма.

Ключевые слова: текстовая арифметическая задача, визуализация в математическом образовании, учебная модель, креолизованный текст.

MODEL-LOGICAL AND CONTEXTUAL-HOLISTIC APPROACHES TO VISUALIZATION OF TEXT ARITHMETIC PROBLEMS: EXPERIENCE OF BELARUS AND CHINA

M. A. Urban, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Feng Yu, Postgraduate Student,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Belarus
e-mail: maria.urban62@gmail.com, fy0318521@gmail.com

Annotation. The article describes the differences in the use of visualization when working with text arithmetic problems in grades I-VI of the Republic of Belarus (RB) and the People's Republic of China (PRC), which formed the basis for substantiating the model-logical (RB) and context-holistic (PRC) approaches. The connection between these approaches and the features of alphabetic and hieroglyphic types of writing is substantiated.

Keywords: text arithmetic problem, visualization in mathematical education, educational model, creolized text.

Предпосылки к использованию визуализации в обучении математике известны в истории педагогики на протяжении более трёх столетий. Однако объектом научного осмысления визуализация математического текста является с середины прошлого века: одним из первых Дж. Литтлвуд в книге «Математическая смесь» предлагает графические репрезентации сложных математических понятий [4]. Визуализация в обучении математике является понятием более широким, чем наглядное моделирование, и представляет собой *процесс использования изобразительных средств для содействия достижению предметных, метапредметных и личностных результатов обучения математике.* Следовательно, она может быть направлена не только на фиксацию в наглядном виде существенных сторон объектов (модельная визуализация), но и на иллюстрирование других аспектов в изучаемом материале для решения педагогических задач развивающего и воспитывающего характера (немодельная визуализация). При работе над текстом арифметической задачи примером модельной визуализации может быть схематической чертёж, отражающий количественные данные и связи между ними, а примером немодельной визуализации – иллюстрация артефакта из сюжета задачи.

Целью статьи является анализ использования видов визуализации при работе над текстовой арифметической задачей в учебных пособиях по математике Беларуси и Китая (при обучении в I–VI классах) и сравнение подходов к визуализации задач в этих странах.

В ходе исследования был выполнен анализ действующих учебных пособий по математике для I–VI классов Республики Беларусь и Китайской Народной Республики. Результаты анализа частоты использования различных видов визуализации при работе над текстовой арифметической задачей показаны в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты анализа использования видов визуализации в учебных пособиях по математике для I–VI классов Республики Беларусь и Китайской Народной Республики

Виды визуализации текстовой арифметической задачи	*Количество текстовых задач с использованием визуализации*				*Итого I–VI классы*	
	I–IV классы		*V–VI классы*			
	РБ	*КНР*	*РБ*	*КНР*	*РБ*	*КНР*
Рисунки, заменяющие отдельные слова	142	32	0	3	142	36
Иллюстрации объектов	67	186	22	86	89	272
Конкретные модели	78	77	4	20	82	97
Схематические модели	316	45	20	12	336	57
Граф-схемы решения	53	0	3	0	56	0
Диаграммы	14	26	15	8	29	34
Графики	0	0	11	18	11	18
Таблицы	119	63	29	29	148	92
Краткие записи	65	0	2	0	67	0
Креолизованные тексты	104	500	24	277	128	777

Ключевые отличия в использовании визуализации в двух странах заключаются в следующем: белорусские учебники чаще используют схемы, граф-схемы, таблицы и направлены на формирование аналитических и алгоритмических умений учащихся (назовём этот подход к использованию визуализации *модельно-логическим*). В китайских учебниках предпочтение отдается сюжетно-предметной визуализации текстовой задачи, которая направлена на целостное, холистическое представление информации и демонстрацию связи текста задачи с жизненным контекстом (назовем этот подход к использованию визуализации *контекстно-холистическим*).

Эти подходы в значительной степени могут определяться влиянием типа письма на мышление учащихся. Алфавитное русское (белорусское) письмо требует аналитико-синтетической деятельности для восприятия и понимания записанных с помощью графем слов, что приводит к большим временным затратам при чтении задачи (поэтому для восприятия текста в белорусских учебниках для I класса отдельные слова часто заменяются изображениями объектов, которые они обозначают). Сложностью алфавитного письма также можно объяснить острую потребность в использовании моделей задач (таблиц, схем), которые помогают учащимся быстрее отделить в её условии существенное от несущественного и ускорить процесс «перевода» сюжетного текста задачи на язык математики (числовых выражений, равенств, уравнений).

Иероглифическое китайское письмо, визуальное по своей природе, формирует преимущественно пространственно-образное, холистическое мышление китайских учащихся [2]. В языках с иероглифическим письмом один графический образ может обозначать слово или его часть, что облегчает и ускоряет овладение навыком чтения [5]. Поэтому иероглифы (когда они уже усвоены) требуют от китайского учащегося меньшего времени на «считывание» их значения и восприятие смысла задачи, и сами тексты задач являются весьма компактными по объёму. Вследствие этого китайские школьники не нуждаются в такой степени, как белорусские учащиеся, в частом использовании средств, помогающих анализировать тексты задач через фиксацию их существенных данных в таблицах и схемах.

Особая ситуация наблюдается при использовании в учебных пособиях двух стран креолизованных (поликодовых) текстов, которые представляет собой «структурное и смысловое единство компонентов, кодируемых различными семиотическими системами» [1, с. 86]. Мы анализировали креолизованные задачи, в которых вербальный и визуальный компоненты текста равнозначны, так как числовые данные, нужные для решения, распределяются между ними (часть данных предлагается рядом с текстом задачи в таблице, на схеме, рисунке, диаграмме и др., рисунок 1).

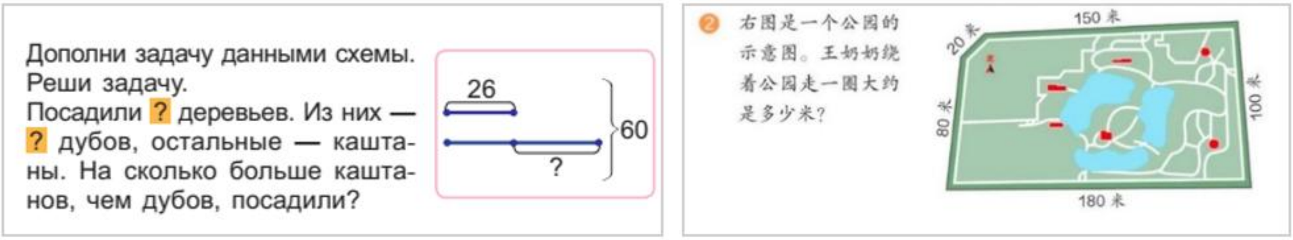


Рисунок 1 – Примеры креолизованных текстов задач для III класса (РБ и КНР)

Необходимость включения подобных текстов в современные учебники математики связана с их ролью в формировании функциональной математической грамотности: они отражают жизненные ситуации, где информация дается в «зашумленном» виде, представляет собой переплетение вербальных и визуальных компонентов и требует переключения с одного «кода» на другой. Подобные тексты задач заметно преобладают в китайских учебниках по сравнению с белорусскими. Это также объясняется особенностями визуального по природе иероглифического письма, которое облегчает интеграцию текста с изображением: креолизованные тексты «отвечают визуальному и ассоциативному пути осмысления информации, характерному для людей иероглифического типа мышления» [3, с. 14]. Это значит, что китайские учащиеся в большей степени готовы к работе с реальными потоками вербально-визуальной информации в сравнении с белорусскими сверстниками. Формирование у учащихся с алфавитным типом письма значимого социального умения анализировать креолизованные тексты требует гораздо больших усилий, нуждается в дополнительных дидактических средствах и является актуальной методической проблемой.

Выполненное исследование позволяет сделать выводы:

– модельно-логический и контекстно-холистический подходы к визуализации текстовых арифметических задач в I–VI классах отражают не только различия в образовательных стратегиях, но и языковые особенности в Беларуси и Китае;

– модельно-логический подход к визуализации (РБ) ориентирован на формирование аналитических и алгоритмических умений через работу с наглядными моделями текста задачи, что объясняется особенностями алфавитного письма и необходимостью помощи учащимся в «переводе» больших текстов задач на язык математики;

– контекстно-холистический подход к визуализации (КНР) направлен на целостное восприятие задачной ситуации с учётом её связи с реальной жизнью, что определяется особенностями компактного по форме и визуального по природе иероглифического письма, не требующего применения специальных средств для математизации текстов задач.

– креолизованные тексты представляют собой сочетание равноценных для решения текстовой арифметической задачи вербального и визуального компонентов и доминируют в учебниках математики для I–VI классов КНР, что отвечает природе восприятия информации людьми с иероглифическим типом мышления. Обогащение белорусских учебников креолизованными текстами задач является актуальной методической проблемой, сложность решения которой связана с меньшей готовностью учащихся с алфавитным типом письма к работе с информацией, представленной в разных семиотических системах.

Список литературы

1. Вдовиченко, Е. А. Особенности восприятия и понимания креолизованного художественного текста обучающимися старшего школьного возраста / Е. А. Вдовиченко, В. А. Каменева, И. С. Морозова // Общество: социология, психология, педагогика. – 2022. – № 5. – С. 85–92.

2. Рубец, М. В. Когнитивные особенности китайской культуры и языка / М. В. Рубец // Психология и Психотехника. – 2013. – № 11. – С. 1120–1133.

3. Шмалько-Затинацкая, С. А. Методика использования поликодовых текстов в обучении монологическому высказыванию на русском языке студентов иероглифического культурного типа : дис. … канд. пед. наук : 5.8.2. / С. А. Шмалько-Затинацкая. – Санкт-Петербург, 2023. – 213 с.

4. Littlewood, J. E. A Mathematician's miscellany / J. E. Littlewood. – London : Methuen, 1953. – 152 p.

5. 陈荣灼. 中国文字与中国人的思维模式 / 荣灼. 陈 // 人民论坛 – 2017. – 27. – P. 44-45. URL: https://chn.oversea.cnki.net/KCMS/detail/detail.aspx?dbcode=CJFD&dbname=CJFDLAST2017&filename=RMLT201727019&uniplatform=OVERSEA&v=j8LXL- Wmz__p9YMEEB37fzdRsJUr2t-He598kN8gOXJJ61_vkO9NjuxC9sSqi8ln (date of access: 11.06.2025).

ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С МОРЕХОДНЫМИ ТАБЛИЦАМИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТРИГОНОМЕТРИИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Е. Ф. Фефилова, к. пед. н., доцент,

А. Г. Чистякова, преподаватель,

Арктический морской институт имени В. И. Воронина,

Россия, Архангельск

e-mail: fefilova.helen@mail.ru, annachistyakov@yandex.ru

*Аннотация***.** Одна из задач обучения математике – формирование математической грамотности, способность применять знания и умения из области математики в решении различных задач, в том числе профессиональных и бытовых. Выделенные приёмы решения данной задачи рассматриваются в статье на примере темы «Тригонометрия» в процессе обучения математике обучающихся, реализующих программы среднего профессионального образования.

*Ключевые слова***:** математическая грамотность, мореходные таблицы, тригонометрия, среднее профессиональное образование.

ORGANIZATION OF WORK WITH NAUTICAL TABLES IN THE STUDY OF TRIGONOMETRY AS A MEANS OF FORMING MATHEMATICAL LITERACY OF STUDENTS

E. F. Fefilova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
A. G. Chistyakova, Lecturer
V. I. Voronin Arctic Marine Institute
Russia, Arkhangelsk
e-mail: fefilova.helen@mail.ru, annachistyakov@yandex.ru

Annotation. One of the tasks of teaching mathematics is the formation of mathematical literacy, the ability to apply knowledge and skills from the field of mathematics in solving various problems, including professional and everyday ones. The highlighted techniques for solving this problem are considered in the article on the example of the topic «Trigonometry» in the process of teaching mathematics to students implementing secondary vocational education programs.
Keywords: mathematical literacy, nautical tables, trigonometry, secondary vocational education.

Термин «грамотность» определяется как способность понимать, интерпретировать информацию, создавать информацию, коммуницировать и считать, используя печатные и письменные материалы, включая цифровую форму передачи данных [5]. Грамотность, условно, можно разделить на две основные категории:

– инструментальная грамотность – способность человека использовать знаковые системы и инструменты коммуникации в разных ситуациях и контекстах. Такая грамотность не ограничена какой-либо сферой деятельности и, в этом смысле, является универсальной;

– предметная грамотность – базовые практические знания и умения в определенных областях современной жизни.

Математическую грамотность, наряду с умением читать и писать – 3Rs (Reading, wRiting, aRithmetic), можно рассматривать как часть инструментальной грамотности [6], а это значит, что учащиеся должны научиться

– формулировать ситуацию математически;
– применять математические понятия, факты, процедуры размышления;
– интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты.

Говоря «математическим» языком, обучающиеся учатся составлять и решать математическую модель практического процесса, явления, действия.

Как правило, при изучении математики чаще всего обучающиеся задают вопрос: «А для чего нам это надо?» Абстрактные математические понятия, формулы для них непонятны, вызывают страх, что их трудно понять и запомнить. Поэтому на любом этапе изучения математики необходимо показывать утилитарную направленность предмета. Профессионально-прикладные математические задачи, в этом смысле, конечно, являются эффективным средством формирования математической грамотности, так как несут в себе определённый смысл и положительно влияют как на профессиональное становление будущего специалиста, так и на формирование математической грамотности обучающихся. Отметим, что, в первую очередь, это важно для учреждений, реализующих программы среднего профессионального образования. Но, тем не менее, программы школы позволяют включать в процесс обучения множество профессиональных и бытовых задач и отвечать обучающимся на вопрос «А зачем нам эта математика?».

Такие задачи в системе среднего профессионального обучения называют профессионально значимыми, а для обучающихся школ эти задачи и задания могут быть профессионально/практико-ориентированными, при этом, школьникам необходимо показывать, для чего используется математика в различных профессиях и в быту. С этой целью выделим возможные пути:

– иллюстрация математических понятий примерами из профессиональных курсов, о возможных практических областях применения изучаемого материала;

– составление обучающимися и решение задач с профессиональным содержанием, которое непосредственно связано со спецификой отрасли и с профессиональными задачами;

– выполнение практических работ, сопряжённых с производственным процессом (либо решение конкретных производственных задач), применяя при этом математические методы;

– проектная и исследовательская работа, темы которой могут быть связаны с общетехническими и специальным дисциплинами.

В рамках данной статьи мы рассматриваем возможную реализацию профессионально значимых задач в системе среднего профессионального образования на примере темы «Тригонометрия», так как все навигационные и судоводительские задачи решаются с использованием тригонометрических функций, это обусловлено формой нашей планеты. А так как морские профессии очень востребованы, то задачи с профессиональной направленностью покажут необходимость математических знаний, если обучающийся планирует поступать в морские учебные заведения.

При изучении этой темы целесообразно использовать различные справочники, в том числе и Мореходные таблицы (МТ), которые являются универсальными для использования их на уроках математики. Таблицы имеются в свободном доступе в сети Интернет. Но, если не показывать «точность» вычислений, можно использовать любые другие математические или технические таблицы, или справочники [2].

Мореходные таблицы полезны для формирования умений перевода одних единиц измерения в другие, вычисления значений различных функций. В них имеются таблицы:

- Внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ;
- Некоторые старые русские единицы;
- Некоторые единицы Великобритании и США;
- Соотношения между единицами физических величин;
- Скорость в различных единицах;
- Температура по различным шкалам, а также большой раздел математических постоянных, формул, таблицы значений показательной, логарифмической функций, обратной пропорциональности, корня квадратного и пр.

Все это позволяет использовать Мореходные таблицы разнообразным образом как на уроках математики, так и для проектных и исследовательских работ. Используя этот источник, преподаватель может показать практическое использование математических знаний как в профессиональных, так и в бытовых задачах, что в первую очередь и формирует математическую грамотность.

Приведем примеры профессионально значимых задач, которые мы решаем в процессе обучения математике.

1. Задача на определение разности широт или долгот. Задачи формируют умение проводить действия (сложение и вычитание) угловых величин.

2. Перевод градусной меры в радианную и наоборот; градусной меры во временную с использованием таблиц перевода МТ.

3. Нахождение значений тригонометрических функций, используя таблицы. В том числе, по МТ можно найти значение тригонометрических функций углов с минутами.

4. *Решение навигационных и судоводительских задач по готовым формулам.* Например, определение ортодромического расстояния, определение углов дрейфа, сноса и пр.

Расчет угла сноса судна от течения и коэффициента скорости.

Если в районе плавания действует течение с элементами $К_т$ – собственно курс течения, $V_т$ – скорость течения, то его учет можно вести аналитически, выполняя расчеты угла сноса β и коэффициента к скорости. В случае прямой задачи, угол сноса от течения вычисляют по формуле:

$\beta = arc\text{tg}\left(\frac{m\sin q}{1+m\cos q}\right)$, где $m = \frac{V_т}{V_c}$ –отношение скорости течения к скорости судна; q –угол между ИК и $К_т$ в градусах.

Задача 1. Судно следует курсом ИК = 100° со скоростью V = 12 узлов. В районе плавания действует постоянное течение Кт = 180° со скоростью V_m = 2 узла. Рассчитать угол сноса от течения.

Определение ортодромического расстояния.

Задача 2. Рассчитать ортодромическое расстояние $D_{орт}$ между точками A и B с координатами: $\varphi_A = 47^o28'N$; $\lambda_A = 12^o26'O^{st}$; $\varphi_В = 56^o13'N$; $\lambda_A = 24^o56'O^{st}$

Для расчета воспользуемся формулой:

$$D_{\text{орт}} = \text{ar}c\cos(\sin\varphi_A \cdot \cos\lambda_A + \cos\varphi_A \cdot \cos\varphi_B \cdot \cos(\lambda_B - \lambda_A))$$

Учитывая разнообразие задач по теме «Тригонометрия», можно определить исследовательские работы, которые могут быть использованы как на занятиях, так и во внеурочной и индивидуальной деятельности. Это позволяет повысить мотивацию обучающихся, и, несомненно, способствует формированию математической грамотности.

Как подчёркивает Евгений Беляков в своей статье «Чему учит математика? Об умении рассуждать и демократических ценностях»: «Истинная цель школьной математики – не знание, и не умение, и не навыки. А общая логическая культура. Человек оканчивает школу. Он не математик, а обычный, нормальный человек: журналист, водитель авто, продавец, токарь на заводе… Но он прошел тренинг рассуждений. И это делает его гражданином, потому что в сложной информационной среде он защищен от лжи, подобно тому, как антивирусный софт защищает компьютер от зловредных программ. Его труднее обмануть», а это еще раз подтверждает, что математика – важный инструмент для развития мышления, формирования профессиональных компетенций, а обучение математике помогает формировать качества, необходимые человеку для жизни в обществе.

Список литературы

1. Беляков, Е. Чему учит математика? Об умении рассуждать и демократических ценностях / Е. Беляков // Учительская газета. – №32 от 7 августа 2018 года. URL: http://www.ug.ru/archive/75547 (дата обращения: 02.05.2021).

2. Брадис, В. М. Четырехзначные математические таблицы / В. М. Брадис – М.: Дрофа, 2010. – 92 с.

3. Васильева, М. А. Профессионально-прикладная направленность обучения математике как средство формирования математической компетентности / М. А. Васильева // дисс. канд. пед. наук: 13.00.02. – Рязань, 2014. – 180 с.

4. Гаврилюк, М. И. Использование малых вычислительных машин в судовождении / М. И. Гаврилюк. – М. : Транспорт, 1991. – 248 с.

5. Универсальные компетентности и новая грамотность: от лозунгов к реальности / Под ред. М. С. Добряковой, И. Д. Фрумина; при участии К. А. Баранникова, Н. Зиила, Дж. Мосс, И. М. Реморенко, Я. Хаутамяки; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». – М.: Изд. Дом Высшей школы экономики, 2020. – 472 с.

6. A network of Battelle for Kids. URL: https://www.battelleforkids.org/networks/p21 (дата обращения: 14.05.2021).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МАГИЧЕСКИХ ФИГУР

Н. И. Фирстова, к. пед. н., доцент,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
steva54@mail.ru

Аннотация. В данной публикации отражены основные идеи применения магических квадратов. Наибольшее внимание уделяется некоторым видам, например, латинским квадратам.

*Ключевые слов*а: магические квадраты, история возникновения, виды квадратов.

THE USE OF MAGICAL GEOMETRIC FIGURES

N. I. Firtstova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Moscow Pedagogical State University,
Moscow, Russia
steva54@mail.ru

Abstract. This publication outlines the main ideas of using magic squares. Special attention is given to certain types, such as Latin squares.

Keywords: magic squares, history of origin, types of squares.

Современное общество живет в информационном веке, и вопрос о защите информации является сегодня одним из самых обсуждаемых и актуальных. Именно поэтому стоит отметить, что магические квадраты широко используются при кодировании информации. Для использования магических квадратов в криптографии необходимо сначала создать алгоритм их заполнения. Применение алгоритмов заполнения магических квадратов помогает решать некоторые проблемы криптографии, однако, существуют лишь некоторые частные алгоритмы заполнения магических квадратов, а общего алгоритма заполнения для любых типов магических квадратов не существует. Сегодня используются специальные компьютерные программы для шифрования и дешифрования текста с помощью магических квадратов. Существуют программные коды для генерации магических квадратов. К тому же магические квадраты применимы и в программировании, чаще всего это задачи на создание алгоритмов заполнения магических квадратов. Именно поэтому умение строить магические квадраты будет весьма актуально и интересно учащимся.

Если рассмотреть применение магических квадратов со стороны развлекательной индустрии, то тут стоит отметить магический квадрат третьего порядка, который можно встретить на палубах больших пассажирских судов. Это площадка для игры в палубный шаффлборд, также известный как палубный бильярд (рисунок 1). Это игра на размеченном корте с использованием киёв и шайб. На игровой площадке на расстоянии девяти метров друг от друга расположены две зачетные зоны эллипсоидной формы. Центральная часть представляет собой магический квадрат третьего порядка. В зависимости от того куда попадет шайба, каждая клетка приносит от одного до девяти очков. Если шайба остановится в дальнем от игрока полукруге, то он получит десять очков, а попадание в ближний полукруг будет стоить ему десяти штрафных очков.

Рисунок 1 – Поле для игры в шаффлборд

Наиболее популярное применение магических квадратов в сфере развлечений – это известная всем головоломка, занимающая одно из первых мест среди математических кроссвордов – судоку. Еще известнейший швейцарский математик Леонард Эйлер выявил тот факт, что в квадрате размером 9×9 каждый столбец и каждую строку можно заполнить цифрами от 1 до 9 в определенном порядке и при этом без повторений. Позже Гарвард Гарис добавил одно дополнительное ограничение такое, что в каждом внутреннем квадрате размера 3×3 цифры также не должны повторяться. Головоломка была опубликована в журнале в Японии и с 1984 года получила распространение по всему миру.

Магические квадраты широко применяются и в нумерологии. Так, например, великий философ и ученый Пифагор считал, что всем на свете управляют числа. Он говорил о том, что сущность человека заключается также в числе, а точнее в его дате рождения. Им был создан способ построения квадрата, по которому можно узнать характер человека, особенности его здоровья, его сильные стороны, распознать достоинства и недостатки, и благодаря этому выяснить, что необходимо человеку изменить в себе, чтобы приблизиться к идеалу. Однако стоит отметить, что магический квадрат Пифагора – это не есть магический квадрат в традиционном его понятии, в нем не выполняются существенные признаки, а назван он так скорее из-за своих магических свойств в области психологии, и благодаря тому, что идет работа лишь с цифрами даты рождения человека, а в итоге с его помощью можно узнать многое о его характере. Раньше магический квадрат Пифагора люди создавали сами для себя, вручную осуществляя нужные подсчеты. Сегодня существуют специальные программы, где вводится дата рождения и вам сразу выдается готовый магический квадрат. Однако интереснее самим составлять себе магический квадрат Пифагора и посмотреть, насколько точно совпадут его значения с чертами характера человека. Так же магические квадраты часто использовали как талисманы и носили их с собой как обереги, которые никому нельзя было показывать.

Весьма интересен тот факт, что ходы шахматных фигур и их расстановка находятся в явном соответствии с математическими свойствами магического квадрата. Магический квадрат родил шахматные фигуры и их ходы, он установил количество фигур и расстановку, т. е. создал материал шахматного искусства, однако общие правила игры никакого отношения к квадрату не имеют.

При изучении истории создания шахмат было обнаружено, что в ходе создания данной игры были рассмотрены магические квадраты 8-го порядка, имеющие константу не только по вертикальным, горизонтальным и диагональным рядам, но и по дополнительным скрытым рядам (ломаным). Именно по этим скрытым рядам и ходят шахматные фигуры.

Почему же был взят квадрат с 64 клетками? Это объясняется тем, что в Индии число 4 было в почете и имело особое значение, а возведенное в куб, т. е. 64, считалось мистическим.

Латинские квадраты – это частный случай магических квадратов [1], они получили широкое распространение и применение во многих областях жизни. Например, в комбинаторике полные системы ортогональных латинских квадратов соответствуют конечным аффинным и проективным плоскостям. Латинские квадраты используются при построении сеточных методов интегрирования в вычислительной математике, и при построении кодов, исправляющих ошибки, в кодировании информации. К тому же таблица умножения элементов конечной группы есть латинский квадрат. Также, как и магические квадраты, латинские квадраты используются в сфере развлечений, так на турнирах игры в бридж их применяют при построении квадратов Рума [2]. Стоит отметить, что латинские квадраты нашли свое применение в сельском хозяйстве. Известный статистик Роналд Э. Фишер с помощью квадратов совершил переворот в сельском хозяйстве, применив их при планировании сельскохозяйственных экспериментов [3].

Магические фигуры можно встретить в разных областях жизни человека, они послужили причиной появления многих интересных изобретений и не перестают быть полезными и по сегодняшний день.

Список литературы

1. Болл, У. Математические эссе и развлечения / У. Болл, Г. Кокстер. Пер. с англ. – Под ред. с предисл. и примеч. И. М. Яглома. – М.: Мир, 1986. – 474 с.
2. Зимняя, И. А. Педагогическая психология: учебник для вузов / И. А. Зимняя. – 2-е изд., доп., испр. и перераб. – М. : Университетская книга; Логос, 2009 – 384 с.
3. Крилли, Т. Математика. 50 идей, о которых нужно знать / Т. Крилли. – Пер. с англ. Ш. Мартыновой. – М. : Фантом Пресс, 2014. – 208 с.

ОСНОВЫ СОЗДАНИЯ РАБОЧЕЙ ТЕТРАДИ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ КАДЕТСКОЙ ШКОЛЫ

М. С. Фролова, заместитель директора по учебной работе,
ГАОУ «Брянская кадетская школа»,
Брянск, Россия
e-mail: sosh2math@yandex.ru

Аннотация. В статье сформулированы определение рабочей тетради по стереометрии и требования к её содержанию; представлены особая структура тетради, формы проверки результативности работы кадета с ней.

Ключевые слова: рабочая тетрадь, стереометрия, методика обучения математики.

THE MAIN PROVISIONS OF CREATING A WORKBOOK ON STEREOMETRY FOR CADET SCHOOL STUDENTS

M. S. Frolova, Deputy Director for Academic Affairs,
State Autonomous Educational Institution «Bryansk Cadet School»,
Bryansk, Russia
e-mail: sosh2math@yandex.ru

Annotation. The article defines the requirements for a workbook on stereometry and its content presents the special structure of the workbook, and describes the forms of checking the effectiveness of a cadet's work with it.

Keywords: workbook, stereometry, mathematics teaching methodology.

В настоящее время престиж военной профессии вновь обретает актуальность, вследствие этого кадетские школы и училища играют важную роль в подготовке будущих защитников Отечества. Помимо общеобразовательных дисциплин, в этих учреждениях большое внимание уделяется формированию морально-психологических качеств, среди которых целеустремленность, настойчивость, критичность. Кадетская школа ориентирует обучающихся уметь решать задачи в условиях ограниченного времени.

Для эффективной реализации требований современного образования на уровне среднего общего образования в кадетских школах одним из эффективных инструментов обучения, на наш взгляд, является особым образом созданная рабочая тетрадь по стереометрии.

В основе исследований по рассматриваемой проблеме были проанализированы следующие документы: Федеральная образовательная программа среднего общего образования, Федеральные государственные образовательные стандарты среднего общего образования, в которых указаны планируемые результаты освоения программы по математике, в том числе при изучении учебного курса «Геометрия».

Изучалась литература по методике преподавания геометрии, а также определения понятия «рабочая тетрадь» различных авторов и авторских коллективов.

Несмотря на различия в определениях рабочей тетради, в них включены следующие основные признаки рабочей тетради: организует самостоятельную работу; соответствует действующей программе; предусматривает работу непосредственно на содержащихся в них заготовках.

Формулируя определение рабочей тетради по стереометрии, мы опирались на определение рабочей тетради Л. М. Рыбченковой и Е. А. Зининой [1, с.57]. Однако связываем рабочую тетрадь по стереометрии с самостоятельной работой кадета не только предметного, но и метапредметного характера, при этом предусматриваем работу учащихся с учебником, так как он является основным источником информации для кадет при изучении как теоретического материала, так и при выполнении заданий, помогающих в переходе от теории к практике в ходе различных видов деятельности.

Дополнения к понятию «Рабочая тетрадь» выделены курсивом в предлагаемом нами определении.

Рабочая тетрадь по стереометрии (РТС) – это учебное пособие по стереометрии с печатной основой для работы непосредственно на содержащихся в нем заготовках, *способствующее формированию предметных и метапредметных умений и* организации самостоятельной работы обучающегося *с опорой на учебник при изучении теоретического материала и переходе от теории к практике* [2].

Создание РТС для обучающихся кадетской школы было направлено на исследование: 1) структуры тетради; 2) требований к содержанию; 3) результативности работы кадет с рабочей тетрадью.

Структура РТС, по нашему мнению, должна быть следующей:

1) рабочая тетрадь разделена на темы, при этом названия и последовательность тем совпадают с темами в учебнике;

2) каждая тема РТС разделена на пункты и завершается контрольными вопросами;

3) каждый пункт РТС представлен целевым блоком, а также заданиями для изучения теории и её применения на начальном этапе.

Требования к содержанию РТС:

1) содержание определяется темами школьного курса стереометрии;

2) в содержании раскрываются особенности работы с определениями, теоремами, рисунками;

3) в содержании раскрываются особенности работы с задачами различных видов.

Результативность работы с РТС определяется различными способами:

1) через проверки заполнения пропусков в тетради без участия кадета;
2) через беседы на уроке, во внеурочной деятельности с обучающимся;
3) через контрольные вопросы в конце пункта.

Рассмотрим примеры некоторых заданий из РТС.

Задание из примера на рисунке1 направлено на выявление определения параллельных прямых в учебнике и работу с признаками понятия. Важно уметь выделять в определении существенные признаки и использовать их для проверки, подходит объект под определение или нет, для создания образов, опираясь на определение. Соответствующие виды деятельности отражены в целевом блоке следующим образом: «распознавать и строить параллельные прямые в пространстве; выделять условия, которым должны удовлетворять параллельные прямые (отрезки) из определения».

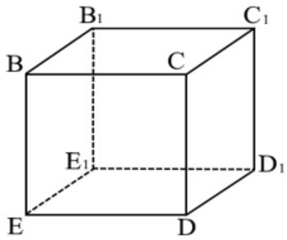
<table>
<tr><td colspan="2">Найдите в учебнике и прочитайте определение параллельных прямых. Ответьте на вопросы.</td></tr>
<tr><td colspan="2">1) Сколько условий должно выполняться, чтобы сделать вывод, что прямые параллельны? ____________________
Укажите первое условие параллельности прямых. ____________________
Укажите второе условие параллельности прямых. ____________________</td></tr>
<tr><td colspan="2">2) По рисунку выберите верные утверждения о параллельности двух прямых и выполните необходимые построения.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$BCDEB_1C_1D_1E_1$ – прямоугольный параллелепипед

</td><td>- Верно ли, что $EE_1 \parallel CD$; $EE_1 \parallel DD_1$; $EE_1 \parallel CC_1$; $B_1E_1 \parallel CD$; $B_1E_1 \parallel ED$? В утверждениях, содержащих ошибку, зачеркните знак параллельности.</td></tr>
<tr><td>Постройте прямую a так, чтобы она была параллельна прямой E_1D_1.
Какую фигуру предварительно нужно выбрать, чтобы выполнялось условие параллельности прямых?
Сколько возможно случаев построения, удовлетворяющих данному условию?</td></tr>
</table>

Рисунок 1 – Пример задания для работы с опрелелением понятия

Задание, во-первых, мотивирует на самостоятельный поиск условий, которым должны удовлетворять параллельные прямые из определения. Во-вторых, организовано закрепление на конкретном примере, предполагающее сопоставление изображения с выполнением условий параллельности, а значит критичного подхода. В-третьих, задание ориентирует на поиск нескольких решений.

На рисунке 2 представлен пример задания для работы с теоремой. Теоремы в РТС представлены в едином стиле и имеют особую структуру: формулировка → изображение → краткая запись условия → вопросы по доказательству теоремы в учебнике, которые ориентируют на выделение его шагов → оформление доказательства.

Особенностью работы учащихся с изображением, сопровождающим теорему, является то, что кадетам необходимо указать последовательность построения и место появления построения (на основе условия теоремы или как шаг доказательства).

Вопросы по анализу доказательства, представленного в учебнике, являются своеобразным поиском путей доказательства и направлением движения мысли, обеспечивая тем самым понимание доказательства.

В оформлении доказательства выделяются этапы и шаги их реализации. Приглашение к анализу каждого шага осуществляется через заполнение пропусков в конкретизации ранее изученного теоретического материала.

Использование рабочей тетради по стереометрии как в самостоятельной работе обучающихся кадетской школы, так и на уроке является не только эффективным средством реализации требований современного образования, но и помогает учителю сделать своевременную коррекцию знаний кадет на основе работы с ней.

Теорема о двух прямых, параллельных третьей прямой	Изображение	Краткая запись условия теоремы
Запишите формулировку теоремы ___________________________ ___________________________ ___________________________ ___________________________ ___________________________	Сделайте рисунок к теореме и опишите последовательность его построения. Построение: 1) (из условия) 2) (1 шаг доказательства) 3) (2 шаг доказательства)	Дано: Доказать: 1) 2)

Изучите предложенное в учебнике доказательство пункта 1):

1) Какие элементы помогают построить плоскость?

2) Каким методом доказывают, что вторая прямая лежит в построенной плоскости? Каковы шаги этого метода?

Доказательство пункта 1)

1) Построим плоскость α:

а) На прямой ___ выберем точку;

б) ___$\in \alpha$; прямая __ лежит в плоскости α (через __________ и __________ проходит плоскость, и притом только одна).

2) Докажем, что прямая b лежит в плоскости ____:

а) Предположим противоположное тому, что надо доказать. Пусть прямая b не лежит в плоскости α, следовательно, прямые ___ и ___ пересекают __________________________.

б) Выясним, как высказанное предположение меняет расположение других фигур.

$\left.\begin{array}{l}\_\_ \text{ пересекает } \alpha \text{ (по пункту а)}\\ \_\_\|c \text{ (по условию)}\end{array}\right\} \Rightarrow$ прямая __ пересекает _________________ (по лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми);

$\left.\begin{array}{l}c\|\_\_ \text{ (по условию)}\\ c \text{ пересекает } \_ \text{ (по доказанному)}\end{array}\right\} \Rightarrow$ прямая __ пересекает _____________ (по лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми).

3) Полученный результат противоречит условию прямая ___ лежит в _______________. Следовательно, и прямая __ лежит в плоскости __, и прямая __ лежит в плоскости __.

Изучите предложенное в учебнике доказательство пункта 2)

1) Каким методом доказывается вторая часть теоремы? Каковы шаги этого метода?

Доказательство пункта 2)

а) Пусть ____________ и _____________ пересекаются в точке __.

б) $\_\|c$ и $\_\|c$ (по условию), получаем, что через точку __ проходят две прямые __ и __, параллельные прямой c, что противоречит теореме о параллельных прямых. Значит, прямые __ и __ не пересекаются.

Вывод:

$\left.\begin{array}{l}\text{Из пункта 1) следует, что прямые } \_ \text{ и } \_ \text{ лежат в одной плоскости}\\ \text{Из пункта 2) следует, что прямые } \_ \text{ и } \_ \text{ не пересекаются}\end{array}\right\} \Rightarrow \quad \_\|\_$ (по определению параллельных прямых).

Рисунок 2 – Пример задания для работы с теоремой

Методические основы, представленные в статье, реализуемые в РТС, позволяют не только достичь предметных, но и метапредметных результатов, повышать мотивацию к изучению геометрии, активизировать мыслительную деятельность кадет.

Список литературы

1. Современная учебная книга: подготовка и издание / под ред. С. Г. Антоновой, А. А. Вахрущева. Щ. : МГУП, 2004. – 224 с.

2. Фролова, М. С. Требования к содержанию рабочей тетради кадета по стереометрии // Вестник Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. 2024. – № 2(76). – С. 56 – 67.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК УСЛОВИЕ РАЗВИТИЯ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ СТУДЕНТОВ ПЕРВОГО КУРСА УЧРЕЖДЕНИЙ СПО

В. М. Холманова, преподаватель,
Н. В. Шереметьева, преподаватель,
ГПОУ Ярославской области «Ярославский градостроительный колледж»
Ярославль, Россия
e-mail: kholmanova_v_m@mail.ru, n.sheremetyeva@sttec.yar.ru

Аннотация. Целью данной статьи является рассмотрение возможностей проектной деятельности для развития творческих способностей студентов первого курса профессиональных образовательных организаций средствами математики. Описаны этапы реализации проектной деятельности, способствующей активизации творческого потенциала обучающихся, приведена тематика проектных работ по математике.

Ключевые слова: математика, творческие способности, проектная деятельность, этапы работы над проектом, темы проектных работ.

ORGANIZATION OF THE PROJECT ACTIVITIES IN MATHEMATICS AS A CONDITION FOR THE DEVELOPING OF CREATIVE ABILITIES OF THE FIRST-YEAR STUDENTS OF VOCATIONAL EDUCATION ESTABLISHMENTS

V. M. Kholmanova, Lecturer,
N. V. Sheremeteva, Lecturer,
Yaroslavl Urban Planning College,
Yaroslavl, Russia,
e-mail: kholmanova_v_m@mail.ru, n.sheremetyeva@sttec.yar.ru

Annotation. The purpose of this article is to discuss the possibilities of the project-based learning for the developing of the creative abilities of the first-year students in professional educational establish ments using mathematics. The article describes the stages of project implementation that contribute to the activation of students' creative potential, as well as provides examples of project topics in mathematics.

Keywords: mathematics, creativity, project activity, stages of project work, topics of project activities.

Современное профессиональное образование сталкивается с задачей формирования не только предметных знаний и умений, но и ключевых компетенций, среди которых особое место занимает творческое мышление. В условиях быстро меняющегося мира и роста технологических требований квалифицированный специалист должен обладать способностью к инновационному подходу, позволяющей ему находить нестандартные и эффективные способы решения проблем, генерировать и внедрять оригинальные идеи. Развитие творческих способностей студентов становится одной из приоритетных задач образовательного процесса.

Проблеме развития творческих способностей посвящены труды многих зарубежных и отечественных учёных: Дж. Гилфорда, Э. Торанса, Л. С. Выготского, А. Н. Леонтьева, Б. М. Теплова и других. В психолого-педагогической науке «творчество» понимается как «деятельность, результатом которой является создание новых материальных и духовных ценностей» [4]. Л. С. Выготский в своих работах писал: «Именно творческая деятельность человека делает его существом, обращенным к будущему, созидающим его и видоизменяющим свое настоящее» [1].

Одним из эффективных методов развития творческих способностей обучающихся является проектная деятельность. Её основоположниками принято считать американского педагога Дж. Дьюи и его ученика Х. Килпатрика. В России разработкой метода проектов активно занимался с 1905 года С. Т. Шацкий. Проанализировав труды Е. С. Полат, А. В. Сазановой, В. С. Лазарева, Е. Ю. Рогачёвой, Н. В. Матяш, следует отметить многоаспектность понятия «метод проектов». Н. В. Матяш определяет проектную деятельность как «форму учебно-познавательной активности обучающихся, заключающуюся в мотивированном достижении сознательно поставленной цели по созданию творческого проекта, обеспечивающую единство и преемственность различных сторон процесса обучения и являющуюся средством развития личности субъекта учения» [2].

Овладевая навыками проектной деятельности, студент приучается творчески мыслить, самостоятельно планировать свои действия, прогнозировать возможные варианты решения стоящих перед ним проблем, анализировать полученный результат. Главной задачей педагога становится не передача конкретных знаний, а обучение способам работы. Преподаватель выступает в роли консультанта, тьютора, источника информации, координатора.

Метод проектов в обучении математике – мощный инструмент для раскрытия творческого потенциала обучающихся. В Ярославском градостроительном колледже он эффективно реализуется в рамках курса «Индивидуальный проект», рассчитанного на 34 часа аудиторных занятий, и в рамках работы клуба «Интеграл», членами которого являются студенты первого курса, увлечённые математикой.

В современной педагогике подробно описаны этапы организации проектной деятельности. Их соблюдение ведёт к успешному созданию продукта проекта.

Е. С. Полат выделяет следующие этапы работы над проектом [3]:

1. **Мотивационный** (определяется проблема и вытекающие из неё цели и задачи проекта). Педагогу важно создать условия для поддержания инициативы студента. Она проявляется только тогда, когда обучающийся начинает решать свою собственную задачу, а не ту задачу, которая поставлена перед ним извне. Педагог помогает студенту выбрать ту тему, которая ему по-настоящему интересна, связана с его будущей профессией, увлечениями и математикой; показывает образцы лучших проектных работ прошлых лет, задавая планку возможных достижений; помогает сформулировать проблему, цель и задачи проекта. Возможные активные методы [5]: игра «Шестерёнки» на знакомство и выявление интересов, приём «трех вопросов» (Что проектировать? Зачем проектировать? Как проектировать?), метод шести шляп.

2. **Планирующий (**выдвижение гипотез, их проверка, обсуждение методов исследования и образа конечного продукта). Педагог помогает определить целевую аудиторию проекта, изучить её потребности; направляет студента на выдвижение и

обоснование гипотез; консультирует по выбору методов сбора и анализа информации; помогает определить ожидаемый результат и увидеть образ конечного продукта; координирует составление плана работы над проектом. Возможные активные методы: тренинг «Зефирная проблема», игра «Снежинки», метод мозгового штурма, SWOT-анализ.

3. **Информационно-операционный** (сбор, систематизация и анализ полученных данных). Педагог консультирует по вопросам выбора достоверных источников: научных статей, учебников, интернет-ресурсов; помогает правильно применить исследовательские методы: анкетирование, опросы, эксперимент, моделирование. Возможные активные методы: «Источники под контролем» – мастер-класс по разработке списка литературы.

4. **Практический (**выполнение и оформление проекта). Педагог следит за ходом выполнения работ, напоминает о промежуточных задачах и контрольных точках; подключает при необходимости специалистов из других областей. Возможные активные методы: «биржа» – сделать рекламу и продать продукт.

5. **Контрольно-коррекционный** (подведение итогов работы над проектом, оформление результатов). Педагог проводит анализ работы над проектом, выявляет зону его роста.

6. **Рефлексивно-оценочный** (представление продукта, обсуждение и оценка процесса и результатов работы).

В зависимости от типа продукта можно выделить четыре направления проектов по математике, выполняемых студентами Ярославского градостроительного колледжа:

1. Создание реальных моделей. В качестве идей для проектов студентам предлагается подбор стереометрических задач и создание к ним моделей; изготовление реально действующих механизмов П. Л. Чебышёва с использованием технологий 3D-моделирования; счётных палочек Д. Непера. Реализация подобных проектов способствует развитию у студентов пространственного воображения, конструкторского мышления, способности визуализировать абстрактные идеи, приобщает к техническому творчеству. Подготовленные модели применяются в качестве дидактических средств на уроках математики, что повышает наглядность и делает процесс обучения интерактивным.

2. Разработка и проведение игр и мероприятий. Интересен опыт создания мастер-классов по темам «Лист Мёбиуса и его свойства», «Математические игры и головоломки», «Золотое сечение вокруг нас»; праздников «День числа ПИ», «е – экспоненциально круто!»; математических вечеров, посвящённых С. В. Ковалевской, Н. И. Лобачевскому. Студенты с увлечением берутся за изготовление настольных математических и логических игр, разработку квестов на платформах «Удоба», «Вовлекай». Обучающиеся выступают в новой роли организатора и ведущего, учатся взаимодействовать с аудиторией. У них развивается импровизационные способности, инициативность, повышается уровень сценического мастерства. Для участников мероприятий математика открывается как увлекательная и многогранная наука.

3. Создание видеороликов. Видеоролики могут быть посвящены как выдающимся математикам (например, лауреатам премий Филдса или Абеля), так и красивым математическим проблемам (Гильберта) и задачам (Дидоны). При работе над сценарием и монтажом у студентов развиваются воображение и фантазия, ассоциативное мышление, эмоциональный интеллект. Этот видеоконтент выложен в общем доступе в среде электронного обучения колледжа и является прекрасным средством популяризации математики как науки.

4. Подготовка материалов для оформления информационных стендов. Студентам можно предложить создать математический календарь на учебный год с фиксацией биографий и достижений выдающихся учёных-юбиляров; тематические подборки, посвященные различным аспектам истории и приложениям математики (теорема Ферма, замечательные кривые, 10 причин любить математику), красочные и структурированные, включающие инфографику, ребусы, QR-коды на соответствующие квесты. При разработке таких материалов у студентов повышается уровень понимания предмета, развивается креативность и художественный вкус, навыки подачи информации. Математика предстаёт как живая, занимательная наука, доступная для понимания.

Особую ценность представляет тот факт, что в результате работы над проектом создается эффект сопричастности: материал становится понятнее, ближе, «своим», что положительно влияет на отношение к предмету и повышает интерес к изучению теоретических основ и истории математики. Лучшие проектные продукты используются в дальнейшей педагогической практике в качестве дидактических ресурсов.

Анализ ежегодно проводимого анкетирования выявляет положительное влияние проектной деятельности на развитие у студентов таких важных личностных качеств, как инициативность, креативность, умение находить нестандартные решения и реализовывать их на практике. У обучающихся растёт интерес к новому, появляются установки на осознанное решение задач, выходящих за рамки стандартных алгоритмов.

Таким образом, грамотная организация проектной деятельности по математике в полной мере способствует развитию творческих способностей студентов.

Список литературы

1. Выготский, Л. С. Воображение и творчество в детском возрасте / Л. С. Выготский. – СПб.: СОЮЗ, 1997. – 96 с.

2. Матяш, Н. В. Инновационные педагогические технологии. Проектное обучение : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования / Н. В. Матяш. – 3-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 160 с

3. Пол С. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина – 3-е изд., стер. – М. : Академия, 2010. – 364 с.

4. Психология. Словарь / Под ред. А. В. Петровского. – М. : Политиздат, 1990. – 494 с.

5. Харавинина, Л. Н. Организационно-педагогические условия руководства индивидуальными проектами первокурсников градостроительного колледжа / Л. Н. Харавинина // Опыт исследовательской деятельности в школах и профессиональных колледжах : Сборник материалов. – Ярославль : Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского, 2023. – С. 35-40. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=56453622 (дата обращения 15.04.2025).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ «ТРОЕК НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ» ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

С. В. Чиспияков, к. ф.-м. н., учитель математики,
О. Ю. Грачева, учитель математики,
МБОУ «Гимназия № 7 имени Героя России С. В. Василёва»,
Брянск, Россия.
e-mail: chispiyakoff@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается прёмы использования троек натуральных чисел для решения математических задач.

Ключевые слова: натуральные числа, устный счет, квадраты, терема Пифагора, синус, косинус.

USING «TRIPLES OF NATURAL NUMBERS» TO SOLVE PROBLEMS

S. V. Chispiyakov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Mathematics Teacher,
O. Yu. Gracheva, Mathematics Teacher,
Municipal Budgetary Educational Institution «Gymnasium No. 7
named after Hero of Russia S. V. Vasilev»,
Bryansk, Russia.
e-mail: chispiyakoff@yandex.ru

Annotation. The techniques of using triples of natural numbers to solve mathematical problems are considered.

Keywords: natural numbers, verbal counting, squares, Pythagorean theorem, sine, cosine.

Изучение математики в старшей школе связано с большими трудностями, многие из которых берут начало в среднем звене, и вызваны слабыми практическими навыками устного счета. Ведь именно устный счет способствует скорости принятия решений и гибкости ума, без которых алгоритмы и методы решения задач математики приводят к проблемам в понимании методологии, умении оценить и наметить путь решения задачи. В связи с этим можно предложить постепенное формирование навыков математического мышления на основании практических, вычислительных действий, связанных с так называемыми «тройками натуральных чисел».

Будем называть тройкой натуральных чисел (пифагоровой тройкой) числа $a, b, c,$ если $c^2 = a^2 + b^2$. Примерами таких троек чисел являются числа 3, 4, 5; 5,12, 13; 8,15,17.

Уже в 7-ом классе при изучении темы «Степень с натуральным показателем» можно познакомить учащихся с такими числами как интересным математическим фактом и на примере одной тройки предложить поиск других троек чисел с указанным выше свойством. Некоторые могут задать вопрос: «Для чего нужны такие числа?» Отвечая на него, можно упомянуть и о тереме Пифагора, и об основном тригонометрическом тождестве.

В 8-ом классе при изучении теоремы Пифагора можно сформировать навык устного счета и распознавания прямоугольного треугольника на конкретных задачах. Например, отвечая на вопрос «Если гипотенуза треугольника 26, а один катет 24, то чему равен второй катет?», можно рассуждать так: «Заметим, что 26 = 2 ·13; 24 = 2 · 12. Известна пифагорова тройка 5, 12, 13, значит, второй катет тмеет длину 5 · 2 = 10», то есть без возведения чисел в квадрат и извлечения арифметического квадратного корня.

Другой пример: «Известно, что в треугольнике стороны равны 18, 80 и 82. Определите вид этого треугольника». Заметим, что 18 = 2· 9; 80 = 2 · 40 и 82 = 2 · 41 тройка чисел 9, 40 и 41 является пифагоровой, следовательно, треугольник прямоугольный на основании теоремы, обратной теореме Пифагора.

В 9-ом классе при изучении синуса и косинуса острого угла прямоугольного треугольника изучается основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. При его использовании для вычисления значений одного тригонометрического выражения по значению другого тоже можно применить пифагоровы тройки. Например, если $sin\alpha = \frac{15}{17}$, используем тройку чисел 8, 15, 17, тоогда $\cos\alpha = \frac{8}{17}$, $tg\alpha = \frac{15}{8}$. Это повышает понимание учениками связей между значениями тригонометрических выражений и дает опору при вычислении других значений.

Таким образом, можно выделить некоторые типы задач, при решении которых можно применять тройки чисел.

1. Вычисление значений тригонометрических функций и переход от одной функции к другой.

2. Вычисление значений катетов или гипотенузы треугольника.

3. Распознавание прямоугольного треугольника при решении задач.

Задача 1. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 4{,}8$, $sinA = \frac{7}{25}$. Найдите AB.

Решение. Так как $\frac{AB}{AC} = cosA$, то, используя пифагорову тройку чисел $7, 24, 25$, получим $cosA = \frac{24}{25}$, тогда $AB = 5$.

Ответ: 5.

Отметим, что все вычисления можно сделать устно.

Задача 2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O − центр основания, S − вершина, $SO = 15, BD = 16$. Найдите длину бокового ребра SA.

Решение. Пусть SH – высота грани SBD. Рассмотрим ΔBSD. Так как $SB = SD$, то ΔBSH – прямоугольный, $SH = 8$. Используя тройку чисел $8, 15, 17$ получим $SB = SA = 17$.

Ответ 17.

Итак, пифагоровы тройки чисел находят применение не только арифметике, но и в геометрии.

ВОЗМОЖНОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОФИЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБУЧЕНИЯ В ГИМНАЗИИ

Т. М. Шмадченко, директор,
МБОУ «Гимназия № 7 имени Героя России С. В. Василёва»,
Брянск, Россия
e-mail: gumn7-br@yandex.ru

Аннотация. Рассматриваются вопросы организации профильного математического обучения в гимназии.

Ключевые слова: учитель математики, профильное обучение, математика.

POSSIBILITIES OF ORGANIZATION OF THE PROFILE MATHEMATICAL EDUCATION AT THE GYMNASIUM

T. M. Shmadchenko, Director,
Municipal Budgetary Educational Institution «Gymnasium No. 7
named after Hero of Russia S. V. Vasilev»,
Bryansk, Russia,
e-mail: gumn7-br@yandex.ru

Annotation. The issues of organization of specialized mathematical education at the gymnasium are considered.

Keywords: mathematics teacher, specialized education, mathematics.

Запросы современного общества ставят задачу подготовки кадров с профильной подготовкой по математике и естественнонаучным дисциплинам. В связи с этим возникает необходимость в организации и развитии профильной подготовки по математике. Вопросы организации являются актуальными. Такими вопросами занимаются Е. В. Воронина [1], А. Пинский [2] и другие.

В 7–9-х классах возникает необходимость в формировании мотивации к обучению математике. Во время уроков реализовать поставленную задачу довольно проблематично в связи с высокой наполняемостью классов, недостаточным обеспечением техническими средствами, обучением во вторую смену и возрастными особенностями детей. Поэтому можно организовать кружковую работу во время внеурочных занятий по параллелям. Вести эти занятия должны учителя, осуществляющие профильную подготовку по математике.

В 10–11-х классах формируются профили обучения. Для качественного отбора наиболее способных учащся важны вступительные испытания. Они проходят в форме устного собеседования с учителем, который будет вести профильную подготовку по математике, для того чтобы каждый ученик четко сформулировал учителю и себе цели такой подготовки.

Для повышения качества подготовки учителей можно организовать гимназический конкурс «Учитель гимназии», во время которого учителя могут обмениваться лучшими практиками обучения математике.

Для повышения заинтересованности учащихся можно заключить договор с ведущим вузом РФ на предмет подготовки абитуриентов, в процессе подготовки которых можно уделить дополнительное внимание изучению определенных тем алгебры, геометрии и математического анализа. Например: при изучении векторно-координатного метода решения задач закладываются основы аналитической геометрии и линейной алгебры. При изучении пределов и производной сложной функции – основы интегрального исчисления. Кроме того, можно договориться с вузом о компактном проживании выпускников гимназии в общежитии, что может положительным образом отразиться на их успехах.

Для повышения практических навыков и умения принимать быстрые обоснованные решения при решении задач можно использовать соревновательные образовательные технологии. Например, для учеников 10–11-х классов проводить систематические соревнования в личном и командном первенстве по решению задач из профильного ЕГЭ на время.

Наиболее перспективным и очень проблематичным в организации можно назвать работу с учащимися, ориентированными на профильное обучение, в каникулярное время. С одной стороны, такая форма работы дает максимально положительный эффект, с другой стороны, сложно организовать качественную работу преподавателей по окончании учебного года. Если найдется преподаватель, готовый заниматься с учащимися в летнее время, то наблюдается резкое повышение результатов обучения, мотивации и уверенности учащихся в своих способностях.

Список литературы.

1. Воронина, Е. В. Профильное обучение: Модели организации, управленческое методическое сопровождение / Е. В. Воронина. – М. : «5 за знания», 2006. – 256 с.

1. Пинский, А. Концепция профильного обучения: все идет по плану. / А. Пинский «Народное образование». 2004. – № 1. – С. 55-58.

БАЗОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ШКОЛЬНОГО КУРСА ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Н. Н. Яремко, д. пед. н., профессор,
Ю. А. Яковлева, аспирант,
Московский педагогический государственный университет,
Москва, Россия
e-mail: nn.yaremko@mpgu.su, mayflower2299@gmail.com
Аннотация. Конкретизировано понятие вероятностной модели. Перечислены базовые математические модели школьного курса теории вероятностей. Описаны этапы работы по решению задачи. Рассмотрен пример задачи, для решения которой могут быть выбраны разные вероятностные базовые модели.
Ключевые слова: вероятностная модель, базовые вероятностные модели, методика обучения теории вероятностей.

BASIC MATHEMATICAL MODELS OF THE SCHOOL COURSE OF PROBABILITY THEORY

N. N. Yaremko, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
J. A. Yakovleva, Postgraduate Student,
Moscow Pedagogical State University,
Moscow, Russia
e-mail: nn.yaremko@mpgu.su, mayflower2299@gmail.com
Annotation. The concept of a probabilistic model is specified. The basic mathematical models of the school course of probability theory are listed. The stages of work on solving the problem are described. An example of a problem for which different probabilistic basic models can be chosen is considered.

Keywords: probabilistic model, basic probabilistic models, methods of teaching probability theory.

Теория вероятностей традиционно относится к числу разделов, которые вызывают у обучающихся затруднения. Решение задач на вычисление вероятности случайного события предполагает несколько иные умения и способы рассуждений, отличные от тех, которые свойственны для других математических разделов, и связанные с действиями, выполняемыми при построении математической модели задачи. Это переход от описанного в задаче случайного эксперимента к пространству его элементарных исходов, установление свойств этого пространства (конечность, равновозможность), применение алгебры событий, подсчёт числа всех возможных элементарных событий, подсчёт числа элементарных событий, благоприятствующих данному событию, представление одних событий через другие, вычисление вероятностей и пр. [2]

Математическая модель указанного типа задач – вероятностная. В курсе теории вероятностей высшей школы рассматривается понятие вероятностного пространства – тройки объектов (Ω, W, P), где Ω – конечное, счетное или континуальное пространство элементарных исходов, W – некоторая алгебра подмножеств множества Ω, $P = P(A)$, $A \in W$ – набор вероятностей [1]. Эта структура является формализованным описанием любой стохастической ситуации (связана со случайностью и может быть неоднократно воспроизведена неограниченное число раз в неизменных условиях), её *вероятностной математической моделью.*

В школьном (элементарном) курсе теории вероятностей понятие вероятностного пространства не вводится, но оно конкретизируется в частных видах вероятностных математических моделей, которые, вслед за Е. А. Бунимовичем мы будем называем базовыми [1]. Базовые вероятностные математические модели строятся для исследования стохастических задачных ситуаций, то есть для решения основных типов школьных задач [3, 5, 6]. Под стохастической будем понимать задачную ситуацию, связанную со случайностью, анализ которой направлен на создание вероятностной математической модели, а результат работы с этой моделью позволяет ответить на вопрос соответствующей задачи [3].

Речь идёт о задачах, решаемых в курсе 7–9-х, а также 10–11-х классов: на вычисление вероятностей событий по вероятностям элементарных событий случайного опыта; на вычисление вероятностей событий в опытах с равновозможными элементарными событиями; на вычисление вероятности противоположного события; на вычисление вероятности суммы и произведения событий и т. д. Эти задачи иллюстрируют стохастические ситуации, математические модели которых достаточно простые – множества Ω и W содержат конечное число элементов, вычисление требуемой вероятности случайного события предполагает применение формул элементарной теории вероятностей.

В соответствии с указанными типами задач к базовым или основным видам вероятностных математических моделей стохастических задачных ситуаций (случайных экспериментов) могут быть отнесены следующие модели.

1. Модель случайного эксперимента с конечным числом равновозможных исходов – классическая вероятность (8 класс).

2. Модель случайного эксперимента с бесконечным числом равновозможных исходов – геометрическая вероятность (9 класс).

3. Статистическое определение вероятности случайного события (7 класс, 9 класс).

4. Модель случайного эксперимента, основанная на теоремах о вероятности случайных событий: вероятность суммы и произведения событий, вероятность противоположного события, условная вероятность (8 класс).

5. Схема Бернулли. Вероятность появления k успехов в серии n независимых испытаний с двумя исходами «успех» / «неуспех» (9 класс).

6. «Двухшаговый» случайный эксперимент – полная вероятность (10 класс).

7. Апостериорная вероятность – формула Байеса (10 класс).

Каждая модель характеризуется своим обобщенным описанием, существенными признаками, определяющими возможность её выбора для решения задачи (возможность построения конечного или бесконечного множества равновозможных элементарных событий, возможность представления искомого события, как противоположного другому событию, возможность представления искомого события как результата объединения двух событий, которые могут быть несовместными или совместными и пр.) и правилом вычисления вероятности, которое в выбранной модели используется.

Рассмотрим пример задачи, для решения которой могут быть выбраны разные вероятностные базовые модели [5, 6].

Задача. «Бросаются три игральные кости. Какова вероятность того, что на одной из них выпадет единица, если на всех трех костях выпали разные грани?» [1].

Для решения задачи можно предложить три модели.

1. Рассмотреть событие A = {на всех трёх гранях выпадут разные числа, причём среди них будет ровно одна «1»} и найти его вероятность по формуле $P(A) = \frac{N(A)}{N}$ (условие, состоящее в выпадении разных чисел на гранях, учитывается при определении N) (*построить классическую модель без привлечения условной вероятности*);

2. Ввести события B = {на всех трех костях выпали разные грани} и A = {на одной из граней выпадет единица} и найти вероятность события $A|B$ = {на одной из граней выпадет единица, при условии, что на всех трех костях выпали разные грани} по формуле $P(A|B) = \frac{N(A\cap B)}{N(B)}$ (*построить модель, основанную на условной вероятности для частного случая классической вероятности*);

3. Ввести события B_i = {единица выпадет на i-й кости} (B_1, B_2, B_3) и $\bar{B}_i$ = {единица не выпадет на i-й кости} ($\bar{B}_1$, $\bar{B}_2$, $\bar{B}_3$) и найти вероятность события $A = B_1 \cup (\bar{B}_1 \cap B_2) \cup (\bar{B}_1 \cap \bar{B}_2 \cap B_3)$ по формуле $P(A) = P(B_1) + P(\bar{B}_1)P(B_2|\bar{B}_1) + P(\bar{B}_1)P(\bar{B}_2|\bar{B}_1)P(B_3|\bar{B}_1\bar{B}_2)$ (*построить модель, основанную на теоремах о вероятности событий*).

Решение. Приведём решение, предполагающее построение модели классической вероятности.

Эксперимент состоит в бросании трёх костей, на гранях каждой из которой отмечено по одной цифре 1, 2, 3, 4, 5 или 6, причём известно, что в результате обязательно выпадают грани с разными цифрами (например, последовательность (1; 1; 2) исходом эксперимента не является). Поэтому элементарное событие – «трёхзначное число без повторяющихся цифр, составленное из цифр 1, …, 6».

Количество всех элементарных событий равно количеству трёхзначных чисел, составленных в соответствии с описанными выше условием, т. е. $N = 6 \cdot 5 \cdot 4$. Рассмотрим событие A = {на всех трёх гранях выпадут разные числа, причём среди них будет ровно одна «1»}. Ему благоприятствуют элементарные события, при которых на гранях одной из костей выпадает «1», поэтому число благоприятствующих событию A элементарных событий $N(A)$ можно найти в три этапа:

- «1» на первой кости: 1 … … (5 · 4 элементарных событий);
- «1» на второй кости: … 1 … (5 · 4 элементарных событий);
- «1» на третьей кости: … … 1 (5 · 4 элементарных событий).

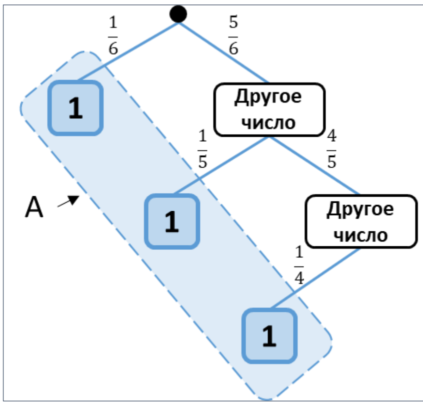
Отсюда $N(A) = 3 \cdot 5 \cdot 4$. Все элементарные события равновозможны, поэтому вероятность события A равна $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3\cdot 5\cdot 4}{6\cdot 5\cdot 4} = \frac{3}{6} = 0{,}5$ – вероятность того, что на одной из граней выпадет единица, если на всех трех костях выпали разные грани.

Ответ: 0,5

Выбор второй вероятностной модели приводит к выражению $P(A|B) = \frac{N(A\cap B)}{N(B)} = \frac{3\cdot 5\cdot 4}{6\cdot 5\cdot 4}$ и аналогичному ответу 0,5.

Выбор третьей вероятностной модели приводит к выражению $P(A) = P(B_1) + P(\bar{B}_1)P(B_2|\bar{B}_1) + P(\bar{B}_1)P(\bar{B}_2|\bar{B}_1)P(B_3|\bar{B}_1\bar{B}_2) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6}\cdot\frac{1}{5} + \frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}$ и такому же ответу 0,5.

В последнем случае решение может быть выполнено с помощью дерева случайного эксперимента (рисунок 1)



$P(A) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

– вероятность того, что на одной из костей выпадет единица, при условии, что на всех трех костях выпали разные грани.

Ответ: 0,5

Рисунок 1 – Дерево случайного эксперимента.

Все рассмотренные вероятностные модели адекватны исходной задачи.

Подобные задачи могут быть использованы на разных этапах обучения теории вероятностей. Как в 8–9-х классах (модели 1, 2 и 3), так и в 10–11 классах (модель 3). Выбор вероятностной модели может определяться назначением задачи (при изучении нового материала или его закреплении) [6].

Список литературы

1. Бунимович, Е. А. Основы статистики и вероятность. 5–9 классы: пособие для общеобр. учреждений / Е. А. Бунимович, В. А. Булычев. – М. : Дрофа, 2004. – 288 с.

2. Высоцкий, И. Р. Типичные ошибки в преподавании теории вероятностей и статистики / И. Р. Высоцкий, И. В. Ященко // Математика в школе. – 2014. – №5. – С. 32–43.

3. Королев, В. Ю. Вероятностные модели: учебное пособие / В. Ю. Королев, О. В. Шестаков. – М. : МАКС Пресс, 2020. – 266 с.

4. Пойа, Д. Как решать задачу / Д. Пойа. – пер. с англ. В. Звонаревой и Д. Белла; под редакцией Ю. М. Гайдука. – М. : Учпедгиз, 1959. – 207 с.

5. Яремко, Н. Н., Особенности математического моделирования при обучении теории вероятностей / Н. Н. Яремко, Ю. А. Яковлева // Пространство педагогических исследований. 2024. – Т. 1. – № 4 (4). – С. 53–64. – URL: https://doi.org/10.23859/3034-1760.2024.35.22.004 (дата обращения 07.05.2025).

6. Яремко, Н. Н. Четыре шага Пойа решения задачи по теории вероятностей / Н. Н. Яремко, Ю. А. Яковлева // Учебный эксперимент в образовании. – 2024. – № 1 (109). – С. 115–126. – URL: https://doi.org/10.51609/2079-875X_2024_1_115 (дата обращения 07.05.2025).

СЕКЦИЯ 2. МАТЕМАТИКА И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В УЧРЕЖДЕНИЯХ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ТРАНСФОРМАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ГУМАНИТАРИЕВ В КОНТЕКСТЕ СОВРЕМЕННОЙ ПЕДАГОГИКИ

М. С. Артюхина, д. пед. н., доцент,
Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н. И. Лобачевского,
Арзамас, Россия
e-mail: marimari07@mail.ru
Аннотация. Современная педагогика подчеркивает значимость личностного и профессионального развития студентов, что требует обновления подходов к математической подготовке гуманитариев. Проблемы традиционной подготовки включают низкую мотивацию, дефицит базовых знаний и слабую связь математики с профессией. Оптимальным решением являются интерактивные методики, придающие математическому образованию смысл и практическую ценность.
Ключевые слова: интерактивное обучение, математическое образование, гуманитарные направления подготовки.

TRANSFORMATION OF MATHEMATICAL TRAINING OF HUMANITIES IN THE CONTEXT OF MODERN PEDAGOGY

M. S. Artyukhina, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Arzamas, Russia
e-mail: marimari07@mail.ru
Annotation. Modern pedagogy emphasizes the importance of personal and professional development of students, which requires updating approaches to the mathematical training of humanities. The problems of traditional training include low motivation, a lack of basic knowledge, and a weak connection between mathematics and the profession. Interactive methods that give mathematical education meaning and practical value are the best solution.
Keywords: interactive learning, mathematical education, humanitarian areas of training.

Современная парадигма высшего образования предполагает приоритетное внимание к обеспечению условий для личностного и профессионального становления обучающихся, что обуславливает необходимость пересмотра традиционных подходов к организации образовательного процесса. Необходимость математической подготовки студентов гуманитарных направлений обусловлена её значительным вкладом в формирование личности и профессиональной компетентности, для реализации которой требуется применение специальных педагогических методик, ориентированных не только на усвоение математических знаний, но и на развитие интеллектуальных навыков, необходимых для успешной деятельности в современном обществе, где высокий уровень математической подготовки позволяет использовать математические методы и модели в профессиональной деятельности.

Анализ педагогической практики и научно-методической литературы выявляет ряд проблем, характерных для математической подготовки студентов гуманитарных направлений. В частности, отмечается снижение мотивации к освоению математических дисциплин, пробелы в базовых знаниях элементарной математики, недостаточно развитые навыки самостоятельной учебной деятельности, низкая самооценка собственных математических способностей, а также отсутствие понимания практической значимости математики для будущей профессии. В целях преодоления выявленных проблем представляется важным пересмотреть подходы к организации учебной деятельности, акцентируя внимание на повышении мотивации студентов посредством придания учебным заданиям большей значимости и практической направленности. Необходимо интегрировать образовательный процесс с формами деятельности, отражающими профессиональные цели и интересы обучающихся, способствуя тем самым формированию устойчивой мотивации к изучению математических дисциплин.

Возникающие в процессе математической подготовки студентов трудности следует рассматривать как значимый личностный вызов, преодоление которого способствует раскрытию внутренних ресурсов и активизации процессов личностного становления. Преодоление негативных переживаний, связанных с изучением математики, оказывает синергетический эффект, проявляющийся не только в повышении уровня математической подготовки, но и в формировании позитивной самооценки и стремлении к самоактуализации. Анализ исследований в области психологии и педагогики позволяет заключить, что интерактивная модель обучения является оптимальной для реализации потенциала самоактуализации личности студента, а также эффективным средством формирования коммуникативных компетенций в процессе изучения математики.

В педагогике интерактивное обучение, включающее образовательное взаимодействие и технологическую составляющую, не является новым. Вместе с тем, отсутствие унифицированного терминологического аппарата и систематизированной классификации интерактивных методов и форм деятельности, несмотря на признанный потенциал интерактивного обучения в развитии личности, требует дальнейшей разработки. Происходящие изменения в образовательной системе, связанные с внедрением цифровой образовательной среды как ключевого элемента подготовки кадров для цифрового общества, актуализируют вопрос трансформации интерактивного обучения математике. Постоянное развитие цифровой среды, сопровождающееся появлением новых технологий и программных продуктов, требует пересмотра и модернизации традиционных подходов к интерактивному обучению математическим дисциплинам. Современные тенденции развития науки и образования, включая постнеклассическую науку, полипарадигмальность, ориентацию на готовность к инновационной деятельности, интеграцию информационных технологий, создание цифровой образовательной среды, развитие цифрового образования и глобальную информатизацию, обусловили новый этап развития интерактивного обучения.

Для эффективного использования интерактивных технологий обучения математике в цифровой образовательной среде необходимо соблюдение ряда педагогических условий, направленных на повышение качества подготовки к будущей профессии и личностный рост обучающихся:

1) организационно-технологические условия (обеспечение доступа к ресурсам, техническая поддержка);

2) методические условия (разработка интерактивных заданий, использование эффективных методов обучения);

3) условия личностного развития (создание поддерживающей среды, стимулирование мотивации).

Концепция интерактивного обучения математике реализуется посредством технологического подхода, включающего научный, содержательный и процессуальный компоненты. Освоение математической деятельности в цифровой образовательной среде осуществляется поэтапно, начиная с приобретения опыта, его последующего применения и, наконец, преобразования, что обеспечивает переход обучающихся на новый уровень развития математической компетентности и способствует формированию их личностных качеств. Обогащение опыта деятельности в интерактивной образовательной среде обеспечивается посредством: активного усвоения знаний; формирования устойчивой мотивации к самообразованию (как личностному, так и профессиональному) за счет углубления математических знаний и развития методов познания; интеграции поисковой, проектной и творческо-исследовательской математической деятельности с использованием информационных технологий.

Процесс интерактивного обучения математике на гуманитарных направлениях реализуется в виде технологически выстроенной последовательности этапов. Первым этапом является проективный, на котором формулируются диагностируемые и операциональные цели обучения математике, а также идентифицируются проблемные зоны и трудности, возникающие в процессе формирования математической компетентности у студентов гуманитарных специальностей. Диагностический этап посвящен оценке начального уровня математической подготовки студентов, выявлению их психологических характеристик, уровня мотивации и рефлексии. На операционном этапе осуществляется выбор наиболее эффективных форм, методов и приёмов учебно-познавательной деятельности, направленных на развитие математической компетентности и личностный рост студентов. Оценочно-коррекционный этап предусматривает непрерывную диагностику результатов обучения, обеспечивающую возможность контроля и самоконтроля организации учебной деятельности. Завершающий обобщающе-преобразующий этап связан с применением полученных математических знаний в профессиональной сфере, а также стимулированием самостоятельного изучения математики и самосовершенствования.

Организация педагогической интеракции на лекционных и практических занятиях осуществляется посредством применения различных методов, таких как сократический и агональный диалог, а также технологий «flipped classroom», проблемного обучения и проектной деятельности. Важным элементом является цифровая образовательная среда, включающая цифровые образовательные ресурсы, оборудование, программное обеспечение и платформы, созданные для эффективной реализации обучения в цифровом формате.

В целях активизации самостоятельной и исследовательской деятельности обучающихся был разработан интернет-портал «Интерактивная образовательная среда». Портал предоставляет доступ к следующим основным ресурсам: цифровой фонд оценочных средств, включающий тесты по различным математическим дисциплинам, образовательные веб-квесты по разделам математики, а также разнообразные мультимедийные и учебно-методические материалы, в том числе видеолекции и междисциплинарные видеопроекты, разработанные студентами. Для поддержки e-learning обучения математике используются ресурсы и информационно-образовательная среда Университета Лобачевского. В качестве инструмента поддержки обучения разработана компьютерная учебно-деловая игра по основам теории множеств. Помимо освоения теоретического материала, игра направлена на формирование информационной культуры студентов, стимулирование потребности в знаниях и преодоление препятствий на пути к самоактуализации личности. С целью активизации самостоятельной познавательной деятельности обучающихся в процессе интерактивного изучения математических дисциплин используются web-технологии, а именно – образовательные web-квесты по различным разделам математики.

Профессиональная направленность обучения математике реализуется через организацию исследовательской деятельности студентов с использованием метода case-study. Этот метод предполагает решение конкретных, ориентированных на будущую профессию задач с применением информационных технологий. Разработана система таких задач для различных профилей подготовки, обеспечивающая как развитие математических компетенций, так и ознакомление с аспектами профессиональной педагогической деятельности.

Трансформация образовательных результатов в обучении математике приводит к изменениям в системе диагностики и оценки качества математической подготовки, затрагивая структуру, содержание, формы и средства оценивания обучающихся. Особое внимание уделяется практической значимости, что отражается в наполнении средств промежуточной аттестации новыми типами заданий: тематическими тестами, контрольными работами, защитой практико-ориентированных проектов. Подчеркивается необходимость применения полученных математических знаний в различных предметных областях и при подготовке выпускных квалификационных работ. С целью поддержания высокого уровня компетенций стимулируется самообразование, совершенствование математических знаний и участие в профильных мероприятиях, таких как семинары, конференции и олимпиады, даже после завершения изучения математических дисциплин.

Результаты педагогического эксперимента свидетельствуют о положительном влиянии интерактивной модели математического образования на гуманитарных направлениях. Актуализация интерактивной составляющей в обучении математике посредством реализации цифрового контента (веб-квесты, компьютерные учебно-деловые игры, краудсорсинг), применения диалогических методов обучения с контекстуализацией содержания математических дисциплин, стимулирования рефлексивной деятельности и четкой критериальной диагностике результатов обучения оказывает позитивное воздействие на мотивационно-ценностное отношение студентов к математическому образованию, их математическую успешность и самоактуализацию личности.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН БУДУЩИМИ УЧИТЕЛЯМИ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Е. В. Бахусова, к. пед. н., доцент,
Поволжская академия образования и искусств имени Святителя Алексия,
митрополита Московского,
Тольятти, Россия
bahusova@mail.ru

Аннотация: Изложен алгоритм проектирования траектории изучения математических дисциплин, основанный на технологии проектирования учебного процесса (технологии В. М. Монахова).

Ключевые слова: технология проектирования учебного процесса, траектория изучения математических дисциплин, последовательность микроцелей дисциплины.

DESIGNING THE TRAJECTORY OF STUDYING MATHEMATICAL DISCIPLINES BY FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

E. V. Bakhusova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Volga Region Academy of Education and Arts named after St. Alexy,
Metropolitan of Moscow,
Tolyatti, Russia
bahusova@mail.ru

Abstract: An algorithm for designing the trajectory of studying mathematical disciplines is described, based on the technology of designing the educational process (technology by V. M. Monakhov).

Keywords: the technology of designing the educational process, the trajectory of studying mathematical disciplines, the sequence of micro-goals of the discipline.

Россия готовится к переходу на новую модель высшего образования. Глава Минобрнауки РФ Валерий Фальков сообщил, что уже готов соответствующий проект изменений в законодательстве. Новая модель предполагает отказ от существующей системы бакалавриат-магистратура и введение двух уровней высшего образования: базового и специализированного.

Переход на новую модель высшего образования в РФ означает, что преподавателей вузов неминуемо ждет процедура разработки учебных планов специальностей и рабочих программ дисциплин. В связи с этим своевременно вспомнить отлично зарекомендовавший себя инструментарий проектирования учебного процесса, известный в методической литературе как технология В. М. Монахова [1, 2]. Технология В. М. Монахова, изначально задуманная для проектирования учебного процесса по конкретному предмету в школе, успешно зарекомендовала себя в вузе. Автором публикации разработаны проекты учебного процесса на основе технологии по всем читаемым математическим дисциплинам для будущих учителей математики и информатики [3].

Опишем кратко суть технологии проектирования учебного процесса по дисциплине (учебному предмету). В основе технологии лежит пяти-параметрическая модель учебного процесса: целеполагание, диагностика, дозирование самостоятельной работы, коррекция, логическая структура учебного процесса.

Целеполагание или микроцели – это основные вопросы учебного процесса, сформулированные на языке действия. Диагностики – небольшие проверочные работы, которые проверяют факт достижения микроцелей обучаемым. Дозирование самостоятельной работы учащихся – это необходимый объём теоретического и практического материала для самостоятельной работы, выполнение которого гарантирует успешное прохождение диагностик, а следовательно, достижение микроцелей. Коррекция – это предупреждение обучаемых о типичных ошибках при выполнении диагностик. Логическая структура учебного процесса – это планирование во времени изучение микроцелей, проведения диагностик и других проверочных и оценочных мероприятий по изучаемой дисциплине.

Технологическое сопровождение дисциплины включает карту-проект дисциплины, атлас технологических карт тем дисциплины, информационные карты занятий. Карта-проект дисциплины и атлас технологических карт тем дисциплины выдаются студентам, информационные карты занятий разрабатываются для преподавателя. В таблице 1 представлена карта-проект дисциплины «Аналитическая геометрия».

Таблица 1 – Карта-проект дисциплины «Аналитическая геометрия»

Карта-проект «Аналитическая геометрия»	
Название темы	*Микроцели*
Тема 1. Векторы	В 1.1 Уметь решать задачи, использующие определение и свойства скалярного произведения векторов
	В 1.2 Уметь решать задачи, использующие определение и свойства векторного произведения
	В 1.3 Уметь решать задачи, использующие определение и свойства смешанного произведения векторов
Тема 2. Прямая линия на плоскости	В 2.1 Уметь находить уравнение прямой на плоскости, удовлетворяющее заданным условиям
	В 2.2 Уметь решать задачи на расположение прямой на плоскости
Тема 3. Прямая линия и плоскость в пространстве	В 3.1 Уметь находить уравнения прямой в пространстве, удовлетворяющие заданным условиям
	В 3.2 Уметь находить уравнение плоскости, удовлетворяющее заданным условиям
Тема 4. Кривые второго порядка	В 4.1 Уметь находить канонические уравнения окружности и эллипса и строить их
	В 4.2 Уметь находить канонические уравнения гиперболы и параболы и строить их
Тема 5. Поверхности второго порядка	В 5.1 Уметь находить уравнения сферических и цилиндрических поверхностей и строить их
	В 5.2 Уметь находить уравнения конических поверхностей и поверхностей вращения и строить их
	В 5.3 Уметь находить уравнения эллипсоида, гиперболоида и параболоида и строить их

Достоинства технологии проектирования учебного процесса для студентов: доступность и открытость проекта учебного процесса по математическим дисциплинам. Перед изучением дисциплины студенты получают технологические документы, в которых компактно и информативно представлены содержание дисциплины на языке целей, требования преподавателя на языке диагностик, предупреждения о типичных ошибках студентов при выполнении диагностик, прописан объём и содержание самостоятельной домашней работы, представлена логическая структура изучения темы. В начале изучения дисциплины студентам известен весь проект изучения дисциплины.

Этапы работы преподавателя по проектированию учебного процесса дисциплины следующие: разработка проекта учебного процесса; апробация проекта в реальном учебном процессе; анализ и коррекция проекта.

На этапе разработки проекта учебного процесса преподаватель должен выполнить ряд действий.

1. Разбить содержание дисциплины на темы: Т1, Т2, …, Т*r*.

2. Выделить последовательность основных вопросов каждой темы (микроцели темы) В1, В2, …, В*n*.

3. Сформировать последовательность диагностик темы Д1, Д2, …, Д*n*, соответствующих основным вопросам (диагностика Д*i* проверяет у студента достижение микроцели В*i*).

4. Для каждой микроцели и диагностики прописать меры предупреждения типичных ошибок.

5. Для каждой микроцели и диагностики прописать достаточный объём самостоятельной работы в виде изучения теоретического материала и решения практических заданий и задач.

6. Сформировать логическую структуру учебного процесса по теме.

В таблице 2 представлен фрагмент технологической карты темы «Векторы» дисциплины «Аналитическая геометрия». В данном фрагменте технологической карты присутствуют блоки «Микроцели», «Диагностика», «Логическая структура, но нет блоков «Задание для самостоятельной работы» и «Коррекция».

Таблица 2 – Фрагмент технологической карты темы «Векторы»

Технологическая карта 1 «Векторы»	
Логическая структура изучения темы:	

В1		Д1/В2		Д2/В3		Д3/коллоквиум	
1	2	3	4	5	6	7	8

Микроцели	Диагностики
В 1.1 Уметь решать задачи, использующие определение и свойства скалярного произведения векторов	**Д 1.1** 1. В треугольнике ABC известны координаты вершин A (2, 2, 4), C (1, 0, 2) и вектора $\overrightarrow{AB}$ (1, –1, –1). Найти углы треугольника. 2. Известны координаты точек A (1, 2, 3), B (2, 3, 4) и C (–3, x, y). Подберите значения x и y так, чтобы вектор $\overrightarrow{AB}$ был перпендикулярен вектору $\overrightarrow{AC}$.
В 1.2 Уметь решать задачи, использующие определение и свойства векторного произведения	**Д 1.2** 1. Даны точки A (1, 2, 0), B (3, 1, –3) и C (5, 2, 6). Вычислить площадь треугольника ABC. 2. Используя свойства векторного произведения выясните параллельны ли векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, если A (1, 2, 3), B (2, 3, 5), C (3, 4, 5).
В 1.3 Уметь решать задачи, использующие определение и свойства смешанного произведения векторов	**Д 1.3** 1. Вычислить объём тетраэдра, вершины которого находятся в точках A (1, 1, –1), B (5, 5, 4), C (3, 2, –1), D (3, 1, 3). 2.Установить компланарны ли векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, если $\vec{a}$ (1, –2, 1), $\vec{b}$ (2, –1, 2), $\vec{c}$ (3, –1, –2).

Перейдем к построению траектории изучения математических дисциплин для будущих учителей математики и информатики.

Заранее продуманная и вычисленная траектория математических дисциплин поможет избежать ситуаций, когда для изучения того или иного математического понятия требуется знание другого математического понятия, которое ранее не было изучено. Например, изучение теории вероятностей и математический статистики предполагает знание формул комбинаторики, изучение дифференциального и интегрального исчисления функций 2-х и более переменных предполагает знание поверхностей 2-го порядка, поэтому дисциплина «Аналитическая геометрия» должна изучаться раньше или не позже, чем «Математический анализ функций нескольких переменных». Эти важные нюансы необходимо учитывать при разработке учебных планов специальностей. Имея проекты учебного процесса в виде карты-проекта и атласа технологических карт по математическим дисциплинам, можно выстроить корректную траекторию изучения математических дисциплин.

Обозначим математические дисциплины будущего учебного плана D_1, D_2, …, D_n. Для дисциплины D_1 обозначим микроцели дисциплины B_{11}, B_{12}, …, B_{1r} и так далее. Занесем все дисциплины и соответствующие микроцели в таблицу (таблица 3). Далее соединим микроцели из различных дисциплин стрелками, показывая, какую микроцель необходимо изучить прежде, а какую потом. Например, $B_{32} \rightarrow B_{13}$ означает, что до изучения микроцели B_{32} необходимо изучить микроцель B_{13}. Соединив в таблице микроцели из разных дисциплин стрелками указанным выше способом и проанализировав полученные связи, мы получим оптимальную траекторию изучения дисциплин. На нашей модели, представленной в таблице 3, сначала следует изучать дисциплину D_1, потом D_3, потом D_2.

Таблица 3 – Таблица дисциплин и соответствующих микроцелей

Дисциплины	Микроцели дисциплин					
D1	B_{11}	B_{12}	B_{13}	…	$B_{1\,r-1}$	B_{1r}
D2	B_{21}	B_{22}	B_{23}	…	$B_{2\,r-1}$	B_{2r}
D3	B_{31}	B_{32}	B_{33}		$B_{3\,r-1}$	B_{3r}
…						
Dn	B_{n1}	B_{n2}	B_{n3}	…	B_{rr-1}	B_{rr}

Предложенный метод построения траектории математических дисциплин апробирован при построении учебного плана для бакалавров педагогического образования профиля «Математика и информатика» в Поволжской академии Святителя Алексия, г. Тольятти.

Список литературы

1. Бахусова, Е. В. Технология проектирования учебного процесса: подготовительный и проектировочный этапы / Е. В. Бахусова // Проблемы современного образования. – 2011. – №2. – С. 111–122.

2. Бахусова, Е. В. Технология проектирования учебного процесса: этапы апробации, анализа и коррекции проекта / Е. В. Бахусова // Проблемы современного образования. – 2012.– №1. – С. 88–99.

3. Бахусова, Е. В. О технологическом подходе к преподаванию математических дисциплин в вузе / Е. В. Бахусова // Математика и проблемы образования: материалы 41-го Междунар. науч. семинара препод. математики и информатики ун-тов и пед. вузов. – Киров, 2022. – С. 64–65.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ТВОРЧЕСТВО СТУДЕНТОВ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ПОТРЕБНОСТЯМИ И МЕТОДЫ ЕГО ПОДДЕРЖКИ (ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ)

[1]**В. И. Белоусова**, к. ф.-м. н., доцент,
[2]**Ю. Б. Мельников**, к. ф.-м. н., доцент,
[3]**К. С. Поторочина**, к. пед. н., доцент,
[1-3]Уральский федеральный университет,
[2]Уральский государственный горный университет,
Екатеринбург, Россия
e-mail: v.i.belousova@urfu.ru, yu.b.melnikov@yandex.ru, ksen83@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрен подход к организации математического творчества студентов с дополнительными потребностями, основанный на решении проблем, возникающих в их учебном процессе. Постановка проблемы осуществляется в рамках ранней проектной

деятельности. Проектная деятельность является частью программы построения индивидуальных образовательных траекторий в Институте радиоэлектроники и информационных технологий УрФУ. Представлена идея объединения студентов по интересам, общим проблемам и результаты её реализации.
Ключевые слова: математическое творчество, студенты с дополнительными потребностями, проектная деятельность.

MATHEMATICAL CREATIVITY OF STUDENTS WITH ADDITIONAL NEEDS AND METHODS OF ITS SUPPORT (FROM WORK EXPERIENCE)

[1]**V. I. Belousova**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
[2]**Yu. B. Melnikov**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
[2]**K. S. Potorochina**, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
[1-3]Ural Federal University,
[2]Ural State Mining University,
Yekaterinburg, Russia
e-mail: v.i.belousova@urfu.ru, yu.b.melnikov@yandex.ru,
ksen83@mail.ru
Annotation. The article considers an approach to the organization of mathematical creativity of students with additional needs, based on solving problems that arise in their educational process. The problem statement is carried out within the framework of early project activities. The project activity is a part of the program for building individual educational trajectories at the UrFU Institute of Radio Electronics and Information Technologies. We present the idea of uniting students by interests, common problems and the results of its implementation.

В настоящее время актуальны различные направления дифференциации студентов с целью персонализации образовательного процесса, самоидентификации студентов в рамках будущей профессиональной деятельности. В Институте радиоэлектроники и информационных технологий-РТФ (ИРИТ-РТФ) Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина с 2019 года успешно реализуется программа развития индивидуальных образовательных траекторий студентов, которая заключается в построении индивидуального расписания, выборе образовательных курсов, раннем включении студентов в проектную деятельность.

В условиях приоритета личных способностей и интересов обучаемых особо актуальной становится тема индивидуализации обучения для студентов с дополнительными потребностями. К ним мы относим иностранных студентов и студентов с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ). Несмотря на то, что это группы с сильно отличающимися особенностями (таблица 1), их общая черта – необходимость создания особых условий обучения, доступной среды не только для освоения основной программы курсов, но и развития творческих способностей.

Опираясь на нормативные документы, методические рекомендации по организации учебного процесса для студентов с дополнительными потребностями [3, 4], и исходя из реальных запросов студентов, преподаватели подбирают форму взаимодействия и необходимые средства обучения. Как правило, работа со студентами с дополнительными потребностями в обучении сводится к достижению образовательного минимума. При этом среди таких студентов регулярно встречаются персоналии с повышенной мотивацией к обучению, желающие углубиться в математическое творчество, заниматься исследовательской деятельностью. Замотивированных студентов легко выявить в рамках проектной деятельности, через работу математического клуба, телеграмм каналов факультета, посвященных развитию научно-исследовательской деятельности и повышению творческой активности студентов.

Таблица 1 – Проблемы студентов с дополнительными потребностями

<table>
<tr><th>Проблемы студентов с дополнительными потребностями</th><th>Студенты с ОВЗ</th><th>Иностранные студенты</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Коммуникативные проблемы</td><td>Проблемы, связанные с физиологическими особенностями (например, у слабослышащих студентов); проблемы психологического характера (студенты стесняются сказать о наличии особенностей здоровья, или не хотят выделяться на фоне других студентов). Наличие особенностей здоровья формирует индивидуальный стиль и нормы общения</td><td>Проблемы, связанные с языковым барьером, культурными особенностями общения (многим студентам непривычно обращение по имени и отчеству, должности и т. п.)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Из-за сложностей общения, ведения быта, особенностей восприятия информации студенты с дополнительными потребностями дистанцируются или общаются с очень узким кругом людей, оказывающих им помощь в решении учебных и социально-бытовых задач.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Проблемы в обучении</td><td>Индивидуальная скорость в освоении образовательных программ часто ниже, чем у других студентов. Различная степень включенности в образовательный процесс и особенности здоровья диктуют выбор формы обучения и соответствующего методического инструментария</td><td>Скорость в освоении образовательных программ напрямую зависит от уровня владения русским языком и базы знаний</td></tr>
<tr><td colspan="2">Требуется адаптация к учебному процессу</td></tr>
</table>

О возможностях творческой научной жизни ИРИТ-РТФ рассказывают каналы:

1. Математический клуб ИРИТ-РТФ https://t.me/mathematics_club_rtf .
2. Mathmemes-RTF (Общество научных мемологов ИРИТ-РТФ) https://t.me/mathmemesrtf .
3. Научные возможности ИРИТ-РТФ https://t.me/science_irit .

Как отмечают исследователи инклюзивного образования [2, 5], творчество помогает включить людей с проблемами здоровья во взаимодействие, самореализоваться, утвердить себя в роли самостоятельной активной личности. При этом студенты с инвалидностью могут объединяться в совместные проекты. Наши студенты 3 курса ИРИТ-РТФ Денис Горбунов и Ерин Михаил (оба с особенностями здоровья) активно принимают участие в научно-исследовательской деятельности, которая началась с их личной инициативы во время летней практики после 1 курса.

12–13 мая 2025 года в Уральском Федеральном Университете состоялось значимое отраслевое мероприятие – конференция USBEREIT (Siberian Conference on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology). В секции «ИИ в образовании» Горбунов Денис выступил с докладом, а статья в соавторстве с Ериным Михаилом и В. И. Белоусовой «Development of an Automated System for Generating Assignments in Mathematical Disciplines Using LLMs» принята и включена в труды конференции 2025 USBEREIT.

В рамках масштабного XV Евразийского экономического форума молодёжи прошёл престижный кейс-чемпионат по проектам технологического прорыва в области цифрового суверенитета промышленности. Д. А. Горбунов и М. А. Ерин представили проект «Автоматизированная система генерации тестовых заданий по математическим дисциплинам», став абсолютными победителями.

Такие достижения стали возможны благодаря активному продвижению проектной и исследовательской деятельности на факультете, дополнительным консультациям и поддержке со стороны преподавателей, а также созданию атмосферы «посильного» творчества для мотивированных студентов. Студенты включаются в проекты, которые помогают решить проблемы, возникающие у обучающихся с дополнительными потребностями [6]. Такой подход изначально выстраивает исследовательскую деятельность на основе внутренней мотивации студентов и сохраняет для них комфортную среду общения – студенты работают в том поле вопросов, в котором они знают все уязвимые точки по собственному опыту.

Абсолютно аналогично данный подход работает и с иностранными студентами. Преподаватель ставит исследовательскую проблему, предлагая изначально решать проблемы не только математического, но в первую очередь, методического характера. Иностранные студенты включаются в разработку инструментов, помогающих решить проблему усвоения математического курса на неродном языке. Так студент О. С. Ш. Осман, разрабатывая средства адаптации иностранных студентов к математическим курсам в системе дистанционного обучения LMS Moodle [1], вышел на уровень владения русским языком, достаточным для презентации своей работы на конференциях, вошел в сотню лучших выпускников УрФУ.

Естественно, что организация творческой деятельности студентов с дополнительными потребностями требует от преподавателей дополнительных усилий, времени, желания. Институт поддерживает активных студентов и их руководителей, предоставляя студентам возможности дистанционного взаимодействия и участия в мероприятиях университета, стипендии, а особо талантливым ребятам – помощь в трудоустройстве.

Список литературы

1. Белоусова, В. И. Средства адаптации иностранных студентов к математическим курсам в СДО Moodle/ В. И. Белоусова, О. С. Ш. Осман, К. С. Поторочина // Innovative Approaches in Computer Science within Higher Education - InnoCSE-2023 / Инновационные подходы в высшем образовании в сфере компьютерных наук. Материалы IV Междунар. науч.-практич. конф. Екатеринбург. – 2024. – С. 73–75.

2. Кашинцева, О. А. Особенности обучения математике студентов с ограниченными возможностями (из опыта работы) / О. А. Кашинцева, И. А. Сарычева // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2017. – №1 (76). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-obucheniya-matematike-studentov-s-ogranichennymi-vozmozhnostyami-iz-opyta-raboty (дата обращения 21.06.2025).

3. Письмо Минздрава России от 11.10.2024 N 16-1/5549. О направлении Методических рекомендаций по организации инклюзивного образования для образовательных организаций высшего образования Российской Федерации (вместе с «Методическими рекомендациями по организации инклюзивного образования для образовательных организаций высшего образования Российской Федерации // URL: https://legalacts.ru/doc/pismo-minzdrava-rossii-ot-11102024-n-16-15549-o-napravlenii/(дата обращения 21.06.2025).

4. Письмо Минобрнауки России от 14.06.2024 N МН-6/1401 О повторном направлении методических рекомендаций (вместе с «Методическими рекомендациями для профессиональных образовательных организаций и образовательных организаций высшего образования по содействию

адаптации студентов из числа иностранных граждан, в том числе по их приобщению к традиционным российским духовно-нравственным ценностям») // URL: https://rulaws.ru/acts/Pismo-Minobrnauki-Rossii-ot-14.06.2024-N-MN-6_1401/ (дата обращения 21.06.2025).

5. Шеманов, А. Ю. Творчество и инклюзивная культура образовательной организации / А. Ю. Шеманов, Д. Э . Макаева// Психологическая наука и образование psyedu.ru. – 2016. – Том 8. – № 1. – С. 24–34.

6. Novikov, M. Y. Interactive and adaptive learning methods in the online course «Development of body resources» for students with limited health capabilities / M. Y. Novikov, D. A. Gorbunov, M. A. Erin / in Proc. XI Inf. School of Young Scientists. – Ekaterinburg, Russia. – 2023. – P. 32–44.

ДОПОЛНЯЮЩЕЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ВУЗЕ

В. И. Варанкина, к. ф.-м. н., доцент,
Е. М. Вечтомов, д. ф.-м. н., профессор,
Вятский государственный университет,
Киров, Россия
e-mail: veravarankina@gmail.com, vecht@mail.ru

Аннотация. Рассматривается опыт организации и функционирования внеаудиторного образования в сфере математики в Вятском государственном университете. Подчеркивается роль научной школы в развитии математического образования в вузе и регионе.

Ключевые слова: математическое образование, математика, научно-исследовательская работа студентов, научная школа.

ADDITIONAL MATHEMATICAL EDUCATION IN HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS

V. I. Varankina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
E. M. Vechtomov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Vyatka State University,
Kirov, Russia
e-mail: veravarankina@gmail.com, vecht@mail.ru

Abstract. The article considers the experience of organizing and functioning of additional education in mathematics at Vyatka State University. The authors emphasize the role of the scientific school in the development of mathematical education at the university and the region.

Keywords: mathematical education, mathematics, students’ research work, scientific school.

Введение. Под *дополняющим математическим образованием* мы понимаем, в первую очередь, учебно-исследовательскую и научно-исследовательскую работу студентов (так называемые УИРС и НИРС) под руководством преподавателей математики. Кроме того, к дополняющему образованию относятся различные мероприятия и соревнования в сфере математического познания, организованные наставниками совместно со студентами: олимпиады по математике, математические бои, историко-математические викторины и ребусы, выпуск стенгазеты и т. д.

На кафедре фундаментальной математики Вятского государственного университета (ВятГУ), преемнице кафедр математического факультета Кировского государственного педагогического института им. В. И. Ленина (КГПИ), накоплен богатый опыт организации и проведения дополняющего образования по математике.

Поделимся вкратце нашим опытом (1986–2025 гг.).

Начало. В октябре 1986 г. доцент кафедры алгебры КГПИ Е. М. Вечтомов стал на общественных началах заместителем декана математического факультета по НИРС (до конца 1990 г., когда поступил в докторантуру МПГУ). Тогда мы готовили только учителей математики (сначала со второй специальностью физикой, затем – с информатикой). В это время образовалось сообщество студентов разных курсов (вариативно 8–10 человек), активно интересующихся математикой, получившее название МП (Математическое Просвещение, Модус Поненс, Место для Печати, …). Интерес к науке у них появился не случайно. Ведущие преподаватели математики факультета (Е. М. Вечтомов, С. И. Калинин, В. П. Матвеев, И. И. Подгорная, Я. П. Понарин, И. С. Рубанов) вели студенческие кружки по алгебре, классическому и нестандартному математическому анализу, математической логике, неевклидовой геометрии, общей топологии, руководили курсовыми и дипломными работами.

Мы проводили внутри- и межвузовские олимпиады по высшей математике по двум уровням – для студентов-математиков и остальных заинтересованных студентов.

Все ребята из МП активно участвовали в городских и зональных олимпиадах по математике и методике математики. В течение 5 лет (1987–1991) наши студенты постоянно побеждали в математических олимпиадах педвузов зоны Урала как в командном, так и в индивидуальном зачете. В этот период студенты делали доклады на студенческих и взрослых математических конференциях в Кирове, Перми, Свердловске.

Интересно проходили математические бои между студентами разных курсов, между студентами и преподавателями, между студентами и старшеклассниками физико-математического лицея г. Кирова.

Регулярно (3–4 раза в год) выпускалась стенгазета «Альма-математер», авторами которой были веселые студенты из МП и их серьезные наставники. Было много юмора, познавательной информации. Каждый номер стенгазеты содержал занимательные и олимпиадные задачи по элементарной и высшей математике для домашнего решения.

Почти все студенты МП написали и защитили дипломные работы по математике исследовательского характера, некоторые из них переросли в кандидатские диссертации. Важно отметить кропотливую совместную исследовательскую работу студентов и наставников, способствующую становлению молодых математиков. Так, под руководством Е. М. Вечтомова 5 выпускников тех лет защитили дипломные работы по алгебре, трое из которых поступили в аспирантуру на кафедру алгебры МПГУ.

В дальнейшем 7 членов МП защитили кандидатские диссертации (5 – по математике, 1 – по методике преподавания математики, 1 – по техническим наукам), а В. В. Чермных стал доктором физико-математических наук.

Научная школа. В КГПИ с середины 1950-х годов существовала научно-методическая школа «Теория и методика решения математических задач» [3], основанная известным методистом-математиком, профессором Ф. Ф. Нагибиным (1909–1976). В 1990-е годы методическая школа трансформировалась в кировскую научно-методическую школу по математическому образованию (руководители: профессора Е. М. Вечтомов и С. И. Калинин) [2]. А научная математическая школа в Кирове возникла 30 лет назад [1, 9]. В декабре 1993 г. КГПИ инспектировал доктор технических наук, профессор И. Е. Куров, ректор Нижегородского государственного педагогического университета и президент Ассоциации педагогических вузов России. Во время посещения математического факультета

КГПИ профессор И. Е. Куров обратил внимание на научные достижения кафедры алгебры, усмотрев в них основу формирования научной алгебраической школы в Кирове.

Весной 1994 г. Е. М. Вечтомов защитил в МГУ имени М. В. Ломоносова докторскую диссертацию по теории колец непрерывных функций, а В. В. Чермных защитил в МПГУ кандидатскую диссертацию по функциональным представлениям полуколец. Преподаватели В. И. Варанкина и Е. М. Ковязина завершали свои кандидатские диссертации по алгебре. В 1994 г. в КГПИ была открыта аспирантура по специальности 01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел и начал работать региональный научный алгебраический семинар под руководством Е. М. Вечтомова и В. В. Чермных, просуществовавший ровно 25 лет. В работе алгебраического семинара принимали участие наши студенты и аспиранты, они регулярно выступали с докладами исследовательского характера, проводили предзащиты своих дипломных работ и кандидатских диссертаций.

Студенты и аспиранты помогали в проведении научных и научно-методических конференций по математике в ВятГУ, сами делали доклады. С 1989 г. при их участии на базе вуза в Кирове было организовано и проведено 12 национальных и международных математических конференций.

Так на Вятке зародилась первая научная математическая школа – кировская научная алгебраическая школа «Функциональная алгебра и теория полуколец». В рамках алгебраической школы защищены две докторские диссертации (кроме Е. М. Вечтомова защитил докторскую диссертацию его ученик В. В. Чермных) и 18 кандидатских диссертаций по специальности 01.01.06 (Е. М. Вечтомов – научный руководитель 16 диссертаций, В. В. Чермных руководил двумя). Кроме того, Е. М. Вечтомов был научным консультантом доцента КФУ С. Н. Ильина, успешно защитившего докторскую диссертацию по полукольцам и полумодулям в 2023 г. Под руководством В. В. Чермных в настоящее время его аспирант Н. С. Протасов работает над кандидатской диссертацией по теории полуколец. Доцент В. В. Сидоров (1983–2023) подготовил докторскую диссертацию по теории подалгебр полуколец непрерывных функций, но не успел её защитить (трагически погиб).

Роль научной школы в развитии математического образования в регионе трудно переоценить.

Сегодняшний день. Математическое образование будущих учителей математики и информатики (они переданы на педфак ВятГУ) находится в плачевном состоянии. Математические дисциплины урезаны в 3–4 раза по сравнению с 2000-м годом. На первом курсе высшая математика не преподается – только вводный курс математики и элементарная математика общим объёмом 90 аудиторных часов. Преподаватели кафедры ФМ отстранены от воспитательной и наставнической работы со студентами-математиками педагогического направления подготовки, только ведут урезанные математические курсы.

Но мы готовим бакалавров и магистров по направлению подготовки «Математика и компьютерные науки». С ними с 2020 г. ведем исследовательский кружок по современной алгебре [4]. Специально для участников кружка написаны научно-популярные статьи [5–8]. Трое участников кружка в 2024 г., получив диплом бакалавра, стали студентами магистратур по математическим направлениям подготовки в КФУ, МПГУ и ВятГУ. В настоящее время член кружка, бакалавр 4-го курса А. П. Шкляев является исполнителем по гранту Российского Научного Фонда по теории полуколец (руководитель – профессор Е. М. Вечтомов). На кружке, в частности, были доложены новые результаты, полученные кружковцами и затем опубликованные в статьях [10–12].

На базе кафедры фундаментальной математики ВятГУ продолжает функционировать Совет УМО по математике педвузов и университетов Волго-Вятского региона, начавший свою деятельность в 1996 г. (проведено 27 заседаний). Выпускается научный журнал «Математический вестник Вятского государственного университета», в котором печатаются статьи и материалы по математике, информатике и методике обучения математике.

Список литературы

1. Варанкина, В. И. Научная алгебраическая школа / В. И. Варанкина, Е. М. Вечтомов // Герценка: Вятские записки. – 2009. – Вып. 15. – С. 199–207.

2. Варанкина, В. И. Кировская научно-методическая школа по математическому образованию: история и современность / В И. Варанкина, Е. М. Вечтомов // Материалы 41-го Междунар. науч. семинара преподавателей математики и информатики университетов и педвузов «Математика и проблемы образования». – Киров: ВятГУ, 2022. С. 4–8.

3. Варанкина, В. И. Профессор Фёдор Нагибин. Сквозь призму времени: монография / В. И. Варанкина, Е. М. Вечтомов, Е. С. Канин. – Киров : Изд-во ООО «Лобань», 2014. – 320 с.

4. Вечтомов, Е. М. Студенческий учебно-исследовательский семинар по алгебре / Е. М. Вечтомов // Математический вестник Вятского государственного университета. – 2021. – № 3. – С. 36–45.

5. Вечтомов, Е. М. Изучение основ теории полуколец. Простые идеалы / Е. М. Вечтомов // Математический вестник Вятского государственного университета. 2021. – № 4. – С. 4–14.

6. Вечтомов, Е. М. Полукольца непрерывных функций на топологических пространствах / / Е. М. Вечтомов // Математический вестник Вятского гос. ун-та. – 2022. – № 2. – С. 9–22.

7. Вечтомов, Е. М. Что такое полукольцо / Е. М. Вечтомов // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. – 2024. – № 1. – С. 21–42.

8. Вечтомов, Е. М. Что такое полумодуль / Е. М. Вечтомов // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. – 2024. – № 2. – С. 27–43.

9. Вечтомов, Е. М. Кировской научной алгебраической школе – 30 лет / Е. М. Вечтомов // Материалы Всероссийской науч. конф. «Город на Вятке: история, культура, люди (К 650-летию Хлынова – Вятки – Кирова)». – Киров: КОГБУК «КОУНБ им. А. И. Герцена», 2024. – С. 141–147.

10. Вечтомов, Е. М.Дистрибутивные решетки с различными аннуляторными свойствами / Е. М. Вечтомов // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2025. –№ 1. – С. 53–65.

11. Вечтомов, Е. М. Конечные полумодули над трехэлементными мультипликативно идемпотентными полукольцами / Е. М. Вечтомов, А. А. Петров, А. П. Шкляев // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2024. – № 3 (66). – С. 5–15.

12. Петров, А. А. Об аддитивных полугруппах идемпотентных полуколец с единицей / А. А. Петров, А. П. Шкляев // Математические заметки. – 2024. – Т. 116. – Вып. 4. – С. 552–558.

АНАЛИЗ ОШИБОК СТУДЕНТОВ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ПРЕДЕЛОВ ФУНКЦИЙ

С. И. Василец, к. ф.-м. н., доцент,

Э. В. Шалик, к. ф.-м. н., доцент,

Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,

Минск, Беларусь

e-mail: shalik_ella@mail.ru, svasilets@icloud.com

Аннотация. Статья посвящена анализу типичных ошибок, допускаемых студентами при вычислении пределов функций, описаны основные причины их возникновения, приведены рекомендации по их предотвращению.

Ключевые слова: функция, предел, вычисление пределов, типичные ошибки.

ANALYSIS OF STUDENT ERRORS
IN CALCULATING FUNCTION LIMITSS

S. I. Vasilets, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
E. V. Shalik, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Belarusian State Pedagogical Universitynamed after Maxim Tank,
Minsk, Belarus
e-mail: shalik_ella@mail.ru; svasilets@icloud.com
Abstract. The article is devoted to the analysis of typical errors made by students when calculating the limits of functions, describes the main causes of their occurrence, and provides recommendations for their prevention.
Keywords: function, limit, calculation of limits, typical errors.

Понятия пределов числовой последовательности, функции лежат в основе других фундаментальных понятий математического анализа (производная, дифференциал, определенный интеграл, числовой и функциональный ряд). Усвоение сущности данных понятий и умение вычислять пределы последовательностей и функций влияет на понимание последудующих тем математического анализа и некотрых разделов других учебных дисциплин, поэтому необходимо уберечь студентов, как минимум, от типичных ошибок, которые встречаются при решении задач на вычисление пределов.

В работе авторов [2] дан краткий анализ причин типичных проблем и ошибок обучающихся в вычислении пределов. Вот некоторые из них.

1. Понятие предела вводится на первом курсе физико-математического факультета и для первокурсника является достаточно абстрактным и сложным для понимания.

2. Базовыми знаниями для усвоения понятия предельного перехода являются знания о функциях, их свойствах и графиках. Этих знаний бывает недостаточно из-за пробелов при освоении школьной программы по математике.

3. В силу абстрактности вводимых понятий с помощью символики, не знакомой со школы, студенты не видят практической значимости данных понятий для дальнейшего обучения.

Указанные причины вызывают необходимость разработки особых подходов к методике преподавания перечисленных тем [1, с. 44–48].

Авторы на основе опыта преподавания математического анализа студентам физико-математического факультета БГПУ выделяют ряд распространённых ошибок, выявленных у студентов, и предлагают меры по предупреждению подобных ошибок. Несомненно, выработанные подходы могут быть полезны при обучении математическому анализу студентов различных специальностей.

Перечисленные в статье [2] проблемы и ошибки студентов, допускаемые при вычислении пределов последовательностей (некорректное обращение с символами плюс бесконечность ($+\infty$) и минус бесконечность ($-\infty$) актуальны и при изучении темы «Предел функции». Следует обращать внимание обучающихся на недопустимость переноса известных операций с вещественными числами на вычисления с бесконечно большими функциями. На наш взгляд, существенным при обучении вычислению пределов является необходимость обратить внимание студентов на то, что операции $-\infty + (+\infty)$; $+\infty - (+\infty)$; $-\infty - (-\infty)$; $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$; 1^{∞}; 0^0; ∞^0 не определены. При этом необходимо привести примеры пределов функций с различными видами неопределённостей, которые в результате могут приводить и к бесконечно большим функциям, и к бесконечно малым функциям. Результатом вычисления предела с неопределённостью может быть число, кроме того, предел вообще может не существовать.

Рассмотрим типичные ошибки, допускаемые студентами при вычислении пределов функций.

Пример 1. Вычислить $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{x}$.

Распространенной ошибкой при вычислении данного (и подобных) пределов является применение первого замечательного предела:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{x}=1 \text{ – ошибочная запись.}$$

Причина ошибки вызвана непониманием возможности применения известной формулы ($\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$=1 или более общей: $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\sin\alpha(x)}{\alpha(x)}$ = 1 где $\alpha(x)\to 0$ при $x\to x_0$) в случае, если $x(\alpha(x))$ не стремится к нулю.

Правильное решение заключается в применении теоремы о пределе частного:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{x}=\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}}=\frac{1}{\frac{\pi}{2}}=\frac{2}{\pi}.$$

Пример 2. Вычислить $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}$.

Довольно часто при вычислении подобных пределов студенты делят числитель и знаменатель дроби на x^2, ошибочно применяя к неопределенности типа $\left(\dfrac{0}{0}\right)$ алгоритм раскрытия неопределенности типа $\left(\dfrac{\infty}{\infty}\right)$:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = \lim_{x\to 1}\frac{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{1}{x^2}}=\frac{1}{1} = 1\text{– ошибочная запись.}$$

Ошибка вызвана предположением, что $\dfrac{1}{x}\to 0$, $\dfrac{1}{x^2}\to 0$, что на самом деле верно только при $x\to\infty$.

Правильное решение стандартно:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x-2}{x+1}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}.$$

Считаем необходимым при решении задач на раскрытие неопределенностей типа $\left(\dfrac{\infty}{\infty}\right)$, $\left(\dfrac{0}{0}\right)$ обращать внимание студентов на указанные ошибки и необходимость не допускать их.

Пример 3. Вычислить $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x}}{2x-1}$.

Приведем ошибочное решение:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+x}}{2x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x}\right)}}{2x-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{x\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{x\left(2-\frac{1}{x}\right)}=\frac{1}{2}.$$

Ошибка основана на применении в вычислениях формулы $\sqrt{x^2}=x$, верной лишь при $x\geq 0$. Следует обратить внимание студентов, на то, что для произвольного x верно $\sqrt{x^2}=|x|$, а также, что условие $x\to\infty$ означает стремление к бесконечности $|x|$, поэтому, строго говоря, $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+x}}{2x-1}$ не существует, поскольку

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+x}}{2x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{x\left(2-\frac{1}{x}\right)}=\frac{1}{2},$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+x}}{2x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{x\left(2-\frac{1}{x}\right)}=-\frac{1}{2}.$$

Желательно указать студентам, что подобная ситуация в будущем может встретиться при поиске наклонных асимптот функции. В частности, у функции $y=\sqrt{x^2+x}$ наклонные асимптоты при $x\to-\infty$ и при $x\to+\infty$ различны.

Пример 4. Вычислить $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2x+3}{3x-2}\right)^x$.

При вычислении подобных пределов студенты часто ошибочно применяют второй замечательный предел в виде

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{f(x)}\right)^x=e.$$

и не учитывают, что основание $\frac{2x+3}{3x-2}$ не стремится к 1 при $x\to+\infty$.

Верное решение должно быть таким. Определяем предел основания, то есть

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+3}{3x-2}=\frac{2}{3}$. Так $\frac{2}{3}<1$ и $x\to+\infty$, то $\left(\frac{2}{3}\right)^x\to 0$.

В результате $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2x+3}{3x-2}\right)^x=0$.

Желательно указать студентам, что, как и в предыдущем примере, предел данной функции при $x\to-\infty$ будет иным ($\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2x+3}{3x-2}\right)^x=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^x=+\infty$, что влечет существование наклонной (в нашем случае горизонтальной) асимптоты графика только при $x\to+\infty$.

Ошибки студентов при нахождении пределов функций не ограничиваются рассмотренными в работе примерами, но эти примеры на взгляд авторов, являются наиболее типичными. Наш опыт показывает, что большинство описанных ошибок связано с формальным подходом к изучаемой теме – с механическим (без понимания логики) заучиванием формул, поэтому считаем важным проводить разбор подобных ошибок на лекциях и практических занятиях, использовать по возможности визуализацию решений с помощью графиков, то есть делать акцент на интеграцию визуальных и практических методов обучения.

Список литературы

1. Бровка, Н. В. Формы и средства интеграции теории и практики обучения студентов обучения студентов математике. Учебно-метод. пособие / Н. В. Бровка. – Минск: БГПУ, 2009. – 144 с.
2. Василец, С. И. Распространенные ошибки студентов при вычислении пределов последовательностей / С. И. Василец, Э. В. Шалик // Физико-математическое образование: традиции, инновации, перспективы : материалы Междунар. науч.-практ. конф., г. Минск, 24–25 октября 2024 г. / Белорус. гос. пед. ун-т им. Максима Танка; редкол. В. В. Радыгина, А. А. Францкевич (отв. ред.), Л. Л. Тухолко [и др.]. – Минск : БГПУ, 2024. – С. 57–60.
3. Василец, С. И. Введение в математический анализ: практикум / С. И. Василец, И. Н. Гуло, Э. В. Шалик. – 2-е изд., исправл. и дополн. – Минск: БГПУ, 2025. – 96 с.

ПУТЬ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ МЕЖВУЗОВСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ ЛЕНИНГРАДА-ПЕТЕРБУРГА

П. В. Герасименко, д. т. н., профессор,
Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: pv39@mail.ru

Аннотация. Рассматриваются особенности организации и совершенствования проведения математических олимпиад среди студентов вузов города Ленинграда-Петербурга в период реформирования СССР и образования РФ. По показателям жюри показаны командные успехи, достигнутые участниками математического олимпиадного движения в городе, в котором в разные годы принимали участие до 24 вузов.

Ключевые слова: математические олимпиады, вузы, студенты, конкурсные задания, баллы, жюри.

THE PATH OF IMPROVEMENT AND THE RESULTS OF INTERUNIVERSITY MATHEMATICAL OLYMPIADS OF TECHNICAL UNIVERSITIES LENINGRAD-PETERSBURG

P. V. Gerasimenko, Doctor of Technical Sciences, Professor,
St. Petersburg State University of Railways of Emperor Alexander I,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: pv39@mail.ru

Abstract. The article examines the features of the organization and improvement of mathematical Olympiads among students of universities in Leningrad - St. Petersburg during the reformation of the USSR and the education of the Russian Federation. According to the jury's indicators, the team successes achieved by the participants of the mathematical Olympiad movement in the city, in which up to 24 universities took part in different years, are shown.

Keywords: mathematical Olympiads, universities, students, competitive tasks, scores, jury.

Математические олимпиады студентов высших учебных заведений, проводимые как система массовых очных соревнований студентов в Ленинграде, а в дальнейшем в Санкт-Петербурге, направлены на творческое применение знаний по математическим дисциплинам. Их целью является решение следующих задач:

– пропаганда математических знаний среди студентов;
– повышение эффективности и качества работы студентов над математическими дисциплинами;
– повышение уровня математической подготовки, расширение математического кругозора и культуры студентов и курсантов;
– привитие навыков применения математических методов при решении прикладных задач.

Организатором всех межвузовских математических олимпиад, которые проводились длительное время в Ленинграде, а именно до 1991 года, выступал Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина. К большому сожалению, автор не располагает материалами, которые характеризуют олимпиадное движение в Ленинграде с момента его зарождения и до развала СССР.

В 1991 году политехнический институт завершил свою организаторскую работу по проведению олимпиад и предложил, согласно рейтингу вузов города, проводить олимпиады вузу, рейтинг команды которого соответствовал второму месту за последние 10 лет с 1981 по 1990 годы. В таблице 1 расположены ведущие вузы города в порядке снижения значимости рейтинга, в качестве которого принято среднее значение мест, занятых командой вуза за 10 лет.

Таблица 1. – Рейтинг ведущих в олимпиадном движении вузов города Санкт-Петербург

Место	*Современное наименование высшего учебного заведения*	*Рейтинг*
1	Санкт-Петербургский государственный технический университет	1,22
2	Военная космическая академия имени А.Ф. Можайского	3,17
3	Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет)	3,39
4	Санкт-Петербургский институт точной механики и оптики (технический университет)	6,78
5	Балтийский государственный технический университет имени Д.Ф. Устинова	7,22
6	Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет	8,56

В начале 1991 года организаторами, ранее проводившими олимпиады, было предложено проводить их Военному инженерному институту им. А. Ф. Можайского, в дальнейшем Военная космическая академия им. А. Ф. Можайского. Командование академии поддержало это предложение и постоянно оказывало большую помощь в проведении олимпиад. Особую заботу проявлял начальник академии – дважды Герой Советского Союза, летчик-космонавт, генерал-полковник, кандидат технических наук Кизим Леонид Денисович. Он, начиная с 1994 года, открывал её и в своем выступлении отмечал важность математических знаний для инженера.

На основании его приказа был сформирован оргкомитет олимпиады, председателем которого был назначен заслуженный деятель науки, доктор технических наук, профессор заведующий кафедрой математики Военной инженерно-космической академии им. А. Ф. Можайского Шалыгин Алексей Васильевич, а возглавить жюри было предложено профессору Санкт-Петербургского государственного университета, доктору физико-математических наук, профессору Натансону Гарольду Исидоровичу.

В состав оргкомитета включались методическая, мандатная и апелляционная комиссии. В обязанности методической комиссии входила выдача рекомендации по методическому обеспечению проведения олимпиады, разработка конкурсных заданий и утверждение методики оценки олимпиадных задач. Мандатная комиссия проверяла полномочия участников, проводила шифровку и дешифровку работ и контролировала выполнение принятых рекомендаций. Апелляционная комиссия рассматривала претензии участников и команд.

В компетенцию жюри входила проверка работ участников в соответствии с принятой методикой, а также проведение их разбора с участниками олимпиады, определение призеров олимпиады и составление отчета. В состав жюри и комиссий приглашались ведущие педагоги и учёные математики, представители вузов – участников олимпиад.

Следует заметить, что согласно методике проведения математических олимпиад, прошедших до 1990 года, в них участвовали студенты вузов Петербурга (единственным участником из числа военных вузов выступала академия А. Ф. Можайского), изучающие математику в течение двух и более семестров или окончившие её изучение. Конкурсное задание было для всех единым и включало 10 задач, оцениваемых в зависимости от уровня их сложности баллами от 1 до 10.

Каждая решенная участником задача проходила тщательное рецензирование членами жюри и по ней выставлялась оценка с точностью до десятых долей, но не выше оценки её сложности. По сумме баллов каждого участника определялись лауреаты (первые три места) и распределялись остальные места, а по сумме баллов 5 лучших результатов из семи участников команды – места вузов.

По такой формуле проводились олимпиады с момента зарождения олимпиадного движения по 1990 год в Санкт-Петербургском государственном техническом университете, а с 1991 по 1997 год включительно – в Военной космической академии имени А. Ф. Можайского.

Следует отметить, что с каждым годом в девяностые годы число вузов, участвующих в математических олимпиадах, уменьшалось. Постоянный отбор лидеров и стимулирование лучших студентов стало делом энтузиастов из числа преподавательского состава, которые находились не во всех вузах. Полностью отсутствовали на уровне города поощрения призеров и преподавателей – энтузиастов проведения олимпиады. Не уделяла должного внимания олимпиаде пресса и телевидение. Все, что могла оказывать единолично академия, было недостаточно. Но главное для этого времени, что разительно отличались показатели подготовленности участников олимпиады разных вузов по математике. Разрыв между уровнем математических знаний, демонстрируемых студентами инженерных специальностей, существовал всегда. Однако, в девяностые годы он приобрел угрожающие для олимпиадного движения размеры.

В эти годы многие инженерные вузы оказались на разных полюсах. В одних из них появились специальности, близкие к математическим, а в других математика существенно сократилась как по объёму, так и по времени изучения. Существовавшая методика проведения олимпиад не учитывала объём программы по математике вуза, что вызывало в последние годы постоянные дискуссии между представителями вузов.

Поэтому оргкомитетом была предложена новая методика проведения в Санкт-Петербурге межвузовской математической олимпиады. Она получила одобрение Научно-методического совета по математике вузов Северо-Западного региона. её реализацию осуществили в 1998 году. Основное отличие методики от ранее существовавшей состояло в том, что при сохранении абсолютного лидерства среди всех вузов, вводилась дифференцированное определение призеров олимпиады по трем группам вузов.

В первую группу входили те из них, у которых все участники или более 50 процентов из них изучали математику в объёме более 550 часов, во вторую – от 400 до 550 часов и в третью группу – менее 400 часов. Вузы-призёры первых трех мест определялись в каждой группе и среди всех групп (абсолютные лидеры). Аналогично устанавливались призёры в личном конкурсе. Награждению дипломами подлежали 12 личных призеров и 12 команд призеров.

Учет различных программ математических дисциплин предусматривал выдачу каждому участнику 15 задач, из которых в зачет шло только 10. Из них 5 задач повышенной трудности оценивались максимальным числом баллов от 6 до 10, а 10 задач – от 1 до 5 баллов. Обязательным условием для участников первой группы вузов являлось решение 5 задач повышенной трудности и любых 5 задач с числом баллов от 1 до 5. Участники остальных вузов решали любые 10 из 15 задач.

Предложенная методика не ограничивала возможности любого вуза, поскольку требования к командам позволяли как любому участнику, так и вузу с произвольной программой по математике в абсолютном первенстве занять призовое место. Тем самым выявлялись одаренные студенты из числа всех участвовавших в олимпиаде вузов города.

В докладе приводятся результаты межвузовских математических олимпиад, их сравнение и анализ. Показана динамика изменений показателей достижений изучения математики в ведущих вузах города.

Список литературы

1. Математические олимпиады студентов технических вузов города Санкт-Петербурга / Под ред. П. В. Герасименко. – СПб. : ВИКА им. А.Ф. Можайского. – 1999. – 66 с.

ОБУЧЕНИЕ ЭЛЕМЕНТАМ СТОХАСТИКИ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «НАЧАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ»

[1]**Т. В. Гостевич**, к. пед. н., доцент,
[2]**Е. А. Еленская**, магистр, учитель начальных классов,
[3]**И. П. Лобанок**, старший преподаватель,
[1,3]Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова,
[2]ГУО «Средняя школа № 25 г. Могилева»,
Могилев, Беларусь
e-mail: gostevich@m.msu.by, lena-elenskaya@mail.ru
lobanok@m.msu.by

Аннотация. В статье обосновывается необходимость обучения элементам стохастики будущих учителей первой ступени общего среднего образования, описываются активные формы обучения студентов в процессе изучения учебных дисциплин.

Ключевые слова: обучение, элементы стохастики, студенты специальности «Начальное образование».

TEACHING STOCHASTIC ELEMENTS TO STUDENTS OF THE PRIMARY EDUCATION SPECIALTY

[1]**T. V. Gostevich**, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
[2]**E. A. Yelenskaya**, Master, Primary school Teacher,
[3]**I. P. Lobanok**, Senior Lecturer,
[1,3]Mogilev State University named after A. A. Kuleshov,
[2]State Educational Institution «Secondary school №. 25 of Mogilev»,
Mogilev, Belarus
e-mail: lobanok@m.msu.by
Annotation. The article substantiates the need to teach elements of stochastics to future teachers of the first stage of general secondary education, describes active forms of teaching students in the process of studying academic disciplines.
Keywords: learning, stochastic elements, students majoring in Primary Education.

В современном мире практически каждому человеку приходится применять в своей профессиональной деятельности методы стохастического мышления. Под стохастическим мышлением понимают особый тип мышления, который позволяет человеку адекватно воспринимать и анализировать процессы случайного характера [3]. Формирование данного вида мышления происходит в результате целенаправленного обучения стохастике, в реальной жизни – частично. В математической и современной дидактической литературе соединение элементов теории вероятностей и математической статистики называется стохастикой. Также известно, что стохастика основывается на элементах теории множеств, математической логики и комбинаторики.

Следует отметить, что несмотря на то, что в Республике Беларусь вероятностно-статистическая (стохастическая) линия не входит в ядро школьного математического образования, в учебные пособия по математике для учащихся 1–4 классов включены некоторые задания по комбинаторике и теории вероятностей. Например, «Сколько пар можно составить?» [2, с. 109], «В пакете 3 красных и 3 желтых яблока. Сколько яблок нужно взять с закрытыми глазами, чтобы хотя бы одно яблоко было красным?» [3, с. 85]. Школьная практика показывает, что на уроках математики стохастические задачи рассматривают редко, в основном на факультативных занятиях. Это связано с разными причинами. Назовем некоторые из них. Учителю необходимо при объяснении решения задачи по комбинаторике или теории вероятностей учитывать возрастные особенности младших школьников: использовать различные виды наглядности, показывать разные методы решения. Стохастические задачи вызывают у некоторых учащихся определенные трудности, они не видят связи математики с реальной жизнью, считают, что знания, полученные при решении данных задач, не пригодятся им в дальнейшем. Поэтому учителю приходится подбирать аналогичные задания, показывать применение стохастических знаний для описания процессов реальной действительности. Это требует от учителя определенных временных затрат.

Эффективность развития у младших школьников стохастического мышления во многом зависит от уровня подготовки самого учителя, его методической грамотности, качества планирования учебных и факультативных занятий и умелого их проведения. Учитель также должен ориентироваться в содержании учебного математического материала на второй и третьей ступенях общего среднего образования, чтобы правильно формировать элементарные стохастические представления у младших школьников. Отметим, что для учащихся профильных X–XI классов в школьный курс математики уже ввели такие разделы, как основы комбинаторики, теории вероятностей и статистики. Как показывают результаты проведенного эксперимента в X классе, некоторые учащиеся не различают понятия комбинаторики: сочетания, перестановки, размещения; затрудняются в выборе формулы для подсчета количества всех способов решения задачи и т. д. Исследования Л. С. Выготского, В. В. Давыдова, А. П. Тонких и др. показывают, что начинать развивать способности к различным комбинациям и перестановкам предметов целесообразно в младшем школьном возрасте. В связи с этим в учреждениях высшего образования необходимо совершенствовать математическую подготовку будущих учителей первой ступени общего среднего образования.

Согласно действующей учебной программе по учебной дисциплине «Математика» специальности «Начальное образование» студенты в первом семестре изучают разделы «Элементы теории множеств» (30 ч) и «Математическая логика» (24 ч). На изучение этих разделов отводится 27 аудиторных занятий. На рассмотрение темы «Элементы комбинаторики и теории вероятностей», входящей в раздел «Элементы теории множеств», отводится всего 7 аудиторных занятий. Студенты получают первичные представления о комбинаторной задаче, знакомятся с правилами суммы и произведения, сочетаниями, размещениями и перестановками, изучают классификацию событий, их вероятности. Раздел «Математическая статистика» не изучается. Таким образом, можно сделать вывод, что содержание учебной программы по математике не обеспечивает в полной мере возможности для понимания студентами основных идей стохастики.

На кафедре теории и методики начального образования МГУ имени А. А. Кулешова накоплен определенный опыт по разработке комплексного подхода к повышению качества методико-математической подготовки студентов специальности «Начальное образование». Были детально изучены образовательные стандарты и типовые программы по учебным дисциплинам «Математика» и «Методика преподавания математики» и на их основе разработаны учебные программы. Благодаря проделанной работе, изучение данных дисциплин характеризуется взаимосвязью и преемственностью между отдельными её звеньями.

Преемственность методико-математической подготовки понимается не только как расширение знаний, но и как единство терминологии, символического языка. При изучении разделов «Элементы теории множеств» и «Математическая логика» студентам предлагается задание для индивидуальной самостоятельной работы: «Проанализируйте действующие учебники по математике для первой ступени общего среднего образования и выпишите задачи, при решении которых учащиеся неявно знакомятся с элементами стохастики». Затем студентам предлагается решить эти задачи, используя математические методы.

Математика является фундаментом методической подготовки будущего учителя и создает теоретические основы для изучения всех вопросов учебной дисциплины «Методика преподавания математики». В содержание раздела «Методика обучения решению текстовых задач» мы включили стохастические задачи. Практические занятия проводятся как в традиционной форме, так и в виде мастер-классов учителей, применяющих инновационные технологии в обучении элементам стохастики, или презентаций проектов, созданных студентами, с их оценкой экспертами. Тематика проектов разнообразна: «История возникновения и развития теории вероятностей», «Методы решения комбинаторных задач», «Случайные события», «Построение графов при решении комбинаторных задач» и др. На практических занятиях большое внимание уделяется формированию у студентов методических умений проводить анализ содержания стохастических задач, включенных в учебные пособия по математике для учащихся 1–4 классов; разработке фрагментов конспектов уроков по изучению стохастического материала с использованием мультимедийных презентаций, электронных средств обучения; планированию и проведению внеклассных занятий по развитию стохастического мышления у младших школьников.

Особое значение в системе методико-математической подготовки студентов занимают дисциплины компонента учреждения высшего образования: «Методика решения олимпиадных задач» и «Методика формирования логического мышления у младших школьников», помогающие студентам развивать свои познавательные способности, повышать творческую активность. Их содержание и методика проведения постоянно корректируются с учетом требований дидактической целесообразности; профессиональной ориентированности; содержательной наполненности и межпредметной взаимосвязи. При проведении практических занятий студентам предлагаются разработанные системы заданий и упражнений, выполнение которых способствует формированию стохастической культуры будущих учителей начальных классов.

С учетом требований, предъявляемых к подготовке студентов специальности «Начальное образование», были разработаны по всем перечисленным выше учебным дисциплинам ЭУМК, которые размещены в виртуальной образовательной среде Moodle. Их предназначение состоит в том, чтобы обеспечить учебный процесс как целостность, то есть в единстве целей обучения; содержания; дидактического процесса; организационных форм обучения. Студенты могут самостоятельно ознакомиться с материалами лекций, практических занятий, выбрать нужный уровень сложности, выполнить тесты, что способствует дифференциации и индивидуализации процесса обучения. Для организации самостоятельной работы студентов разработаны рабочие тетради, содержащие разноуровневые задания, в том числе и стохастические задачи.

Важное место среди форм работы студентов, включенных в учебный процесс, занимает исследование при написании курсовых и дипломных работ, магистерских диссертаций. Каждый год их тематика обновляется с учетом современных требований к образовательному процессу в учреждении высшего образования. Студентам, защитившим курсовые работы на высокие отметки, предлагается продолжить работу по той же тематике при написании дипломной работы. Так студентке 4-го курса Е. А. Еленской было предложено провести исследование по проблеме развития комбинаторного мышления у младших школьников при изучении математики. Она разработала мультимедийные презентации по обучению учащихся решению комбинаторных задач разными методами. Исследование продолжилось при работе над магистерской диссертацией. Е. А. Еленская разработала ЭСО «Комбинаторика для младших школьников», теоретически обосновала и экспериментально проверила эффективность его использования для развития комбинаторного мышления учащихся 1–4 классов в различных формах организации обучения математике (урочной и внеурочной).

Таким образом, подготовку будущих учителей I ступени общего среднего образования определяют систематичность, непрерывность и разумное применение современных технологий, методов и приёмов обучения.

Список литературы

1. Муравьева, Г. Л. Математика: учебник для 1 класса учрежд. образов. с рус. яз. обуч. и восп.: в 2-х ч. / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. – 2-е изд. – Минск: Академия образования, 2024. – Ч. 1. – 112 с.

2. Муравьева, Г. Л. Математика: учеб. пособие для 2 класса учрежд. общ. сред. образов. с рус. яз. обуч.: в 2-х ч. / Г. Л. Муравьева, М. А. Урбан. – Минск: Национальный институт образования, 2020. – Ч. 2. – 135 с.

3. Щербатых, С. В. Методическая система обучения стохастике в профильных классах общеобразовательной школы: автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / С. В. Щербатых; Моск. госуд. ун-т имени М. В. Ломоносова». – Москва, 2012. – 41 с.

ОБЗОР РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ СТУДЕНЧЕСКОЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ «SUPREMUM»

Н. В. Гриб, к. ф.-м. н., доцент,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: nikolay.grib@mail.ru

Аннотация. Изложены некоторые результаты студенческой научно-исследовательской лаборатории «Supremum» в области геометрических проблем и задач с практическим содержанием.

Ключевые слова: студенческая научно-исследовательская лаборатория, геометрия, практико-ориентированная задача, экстремальная задача.

REVIEW OF THE RESULTS OF THE STUDENT RESEARCH LABORATORY «SUPREMUM»

N. V. Grib, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Belarus
e-mail: nikolay.grib@mail.ru

Annotation. Some results of the student research laboratory «Supremum» in the field of geometric problems with practical content are presented.

Keywords: student research laboratory, geometry, practice-oriented problem, extreme problem.

Одной из эффективных форм организации исследовательской деятельности студентов являются студенческие научно-исследовательские лаборатории (СНИЛ). СНИЛ организуется с целью повышения качества подготовки высококвалифицированных специалистов, владеющих современными достижениями науки, имеющих организаторские навыки в проведении коллективной научно-исследовательской и инновационной деятельности.

СНИЛ «Supremum» была создана в 2019 году на базе физико-математического факультета Белорусского государственного педагогического университета имени Максима Танка. Научным руководителем СНИЛ назначен доцент кафедры математики и методики преподавания математики Николай Васильевич Гриб. Следует отметить, что под его руководством научно-исследовательская деятельность студентов велась с 2013 года, не имея официального статуса. Условимся причислять к достижениям СНИЛ результаты, полученные и до 2019 года.

Основным направлением деятельности СНИЛ «Supremum» являются геометрические проблемы и задачи с практическим содержанием, а также методы их решения. К достоинствам выбранного направления можно отнести:

− разнообразие классических, хорошо известных задач с богатой историей;

− ещё большее разнообразие новых, неисследованных проблем и задач;

− большая часть задач имеет простые и понятные формулировки;

− наличие приложений к практической деятельности повышает интерес к исследованиям;

− обилие методов и подходов к решению, многие из которых доступны даже школьнику.

Одним из первых интересных фактов, привлекших внимание СНИЛ, был следующий. Если продифференцировать функцию $S(r) = \pi r^2$, выражающую зависимость площади круга от радиуса, по r, получим $S'(r) = 2\pi r$, что даёт выражение длины окружности через радиус. Жертвуя математической точностью в угоду простоте, можем сформулировать это так: производная от площади круга равна длине окружности. Этот факт является известным, в литературе можно найти обоснование его неслучайности. Была поставлена задача найти и другие фигуры, обладающие таким же свойством, то есть такте, для которых производная от функции площади по некоторому естественному линейному параметру есть функция длины границы (периметра). Был найден класс таких фигур, названных квазиописанными. Эти фигуры могут состоять из прямых, касающихся некоторой окружности, и из дуг этой окружности (рисунок 1). Параметром, по которому ведется дифференцирование, является радиус «вписанной» окружности.

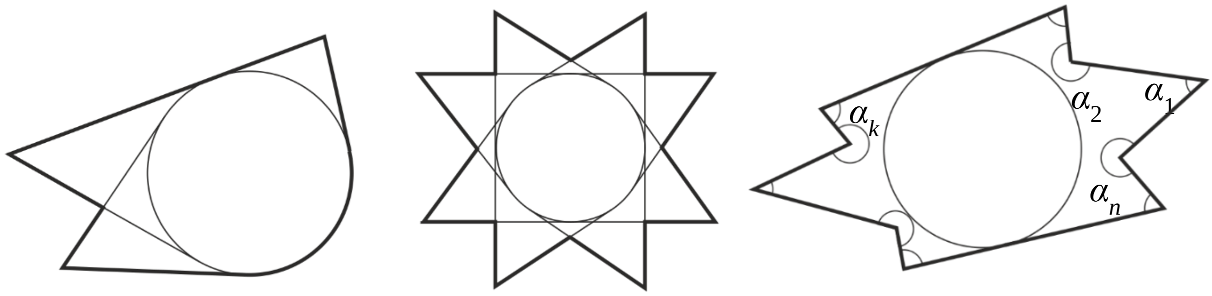


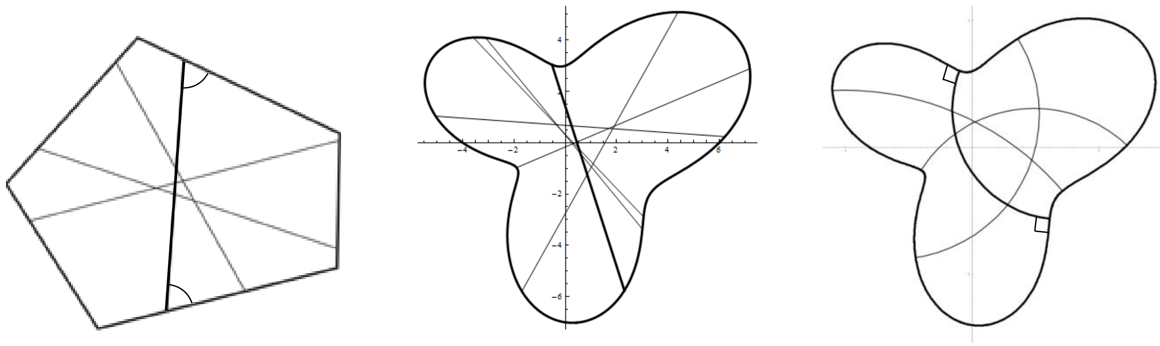
Рисунок 1 – Примеры квазиописанных фигур

Совершенно неожиданно этот же класс появился в процессе решения задачи о делении торта на равновеликие части [1]. Если обернуть круглый торт по периметру нитью или гибкой лентой, выпрямить её, разделить точками на *n* равных частей, вновь обернуть и в отмеченные точки провести разрезы из центра торта, то получится *n* равновеликих кусков. Совсем не очевидно, но этот способ сработает и для квадратного торта. Какие ещё фигуры можно разделить на равновеликие части путем деления на участки равной длины их границы? Оказалось, что такими фигурами являются квазиописанные фигуры, и только они! Из полученных интересных свойств квазиописанных фигур отметим простые формулы для вычисления их площади S через полупериметр p и радиус вписанной окружности r, а также периметра и площади через радиус и углы:

$$S = pr, \qquad 2p = 2r\sum_{k=1}^{n} \operatorname{ctg}\frac{\alpha_k}{2}, \qquad S = r^2 \sum_{k=1}^{n} \operatorname{ctg}\frac{\alpha_k}{2}.$$

Первые исследования по разрезанию фигур, проводимые в рамках СНИЛ, касались деления на две равновеликие части. Кривую, производящую такое деление, известный математик Д. Пойа назвал *биссектором* фигуры. Наибольший интерес с практической точки зрения представляет нахождение биссектора, имеющего наименьшую длину, или кратчайшего биссектора [3]. На первый взгляд, кратчайший биссектор фигуры должен быть отрезком, однако чаще всего это не так. Тем не менее, на практике прямолинейные разрезы наиболее удобны, поэтому прямолинейные биссекторы были изучены отдельно. Ограничимся здесь следствием из основной теоремы (её формулировка несколько громоздка) о кратчайшем прямолинейном биссекторе: *кратчайший прямолинейный биссектор фигуры образует равные углы с касательными к её границе в своих концах, если эти касательные существуют.*

Это утверждение является необходимым условием кратчайшего прямолинейного биссектора, однако не указывает на алгоритм его построения. Такие алгоритмы были получены для многоугольника (рисунок 2, *а*) и фигуры с гладкой аналитически заданной границей (рисунок 2, *б*).



а) *б)* *в)*

Рисунок 2 – Кратчайшие и локально кратчайшие биссекторы фигур

Если снять требование прямолинейности кратчайшего биссектора, то он чаще всего оказывается дугой окружности. В ослабленной в целях простоты формулировке основная теорема утверждает: *кратчайший биссектор является дугой окружности или отрезком и перпендикулярен касательным к границе фигуры в своих концах, если эти касательные существуют.* Получены алгоритмы нахождения кратчайшего биссектора многоугольника и фигуры с гладкой аналитически заданной границей (рисунок 2, *в*).

Кратко перечислим некоторые другие результаты работы СНИЛ.

− Получены обобщения некоторых классических геометрических задач и их решения: Герона (о точке на прямой, минимизирующей сумму расстояний до двух данных точек), Фаньяно (о треугольнике наименьшего периметра, вписанном в данный треугольник), Ферма-Торричелли (о точке, минимизирующей сумму расстояний до трёх данных точек). Уточнен известный результат о кратчайшей замкнутой траектории в четырёхугольном бильярде [6].

− Предложен новый метод нахождения кривизны полиэллипса – кривой с произвольным числом фокусов. Полученные формулы позволяют находить полукривизны и в точках нарушения гладкости.

− Получены критерии максимума площади вписанного в фигуру и минимума площади описанного около фигуры треугольников. Предложен алгоритм нахождения таких треугольников для фигуры с гладкой аналитически заданной границей [5].

− Проведена типология методов решения геометрических задач на экстремум.

− Разработан градиентный метод решения геометрических задач на экстремум.

− Исследована задача об отрезании от фигуры сегмента минимальной площади с помощью прямой, проходящей через точку внутри фигуры. Предложен практический способ построения оптимального разреза, а также алгоритм нахождения такого разреза для фигуры с гладкой аналитически заданной границей.

− Разработаны задачи о двух географических картах, решаемые методом преобразований плоскости. Предложен способ решения метрической задачи о нахождении неподвижной точки двух карт (неподвижной точки преобразования подобия) с помощью одной линейки [2].

− Разработаны различные методы деления фигур на равновеликие части и серия исследовательских задач на разрезание фигур [4].

Практически все результаты деятельности СНИЛ докладывались и обсуждались на международных научно-практических конференциях. Подготовлено к печати около 50 работ – статей, тезисов и текстов докладов в сборниках материалов конференций.

В заключение отметим, что для будущего учителя математики исследования в области чистой математики ничуть не менее важны, чем педагогические, методические исследования. Они знакомят студентов с историей математики, позволяют эффективно формировать интерес к математике как к науке и преподаваемому предмету, лучше понять её содержание и значение, увидеть её собственную внутреннюю красоту и богатство практических приложений, взаимосвязь и взаимопроникновение различных её областей.

Список литературы

1. Верига, Е. Е. Разрезание на равновеликие части и один класс плоских фигур / Е. Е. Верига, Е. А. Кононович // Студенческая наука – инновационный потенциал будущего : сборник научных статей / Белорус. гос. пед. ун-т им. М. Танка ; редкол. А. В. Позняк [и др.]. – Минск : БГПУ, 2023. – С. 57–62.

2. Гриб, Н. В. Ближайшие точки двух карт и их построение / Н. В. Гриб, К. А. Борисенко, В. С. Миналто // Весцi БДПУ. Серыя 3. – 2023. – №4. – С. 35–41.

3. Гриб, Н. В. Прямолинейные биссекторы плоских фигур / Н. В. Гриб, М. В. Круталевич // Прикладные вопросы точных наук: Материалы IV Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и преподавателей, посвященной 75-летию Победы в Великой Отечественной войне (АМТИ, г. Армавир, Россия, 13-14 ноября 2020 г.) / отв. ред. Л. А. Горовенко ; техн. ред. Е. В. Ковригина. – Армавир : РИО АГПУ, 2020 г. – С. 30–34.

4. Иванчик, С. А. Система исследовательских задач на разрезание фигур на равновеликие части / С. А. Иванчик, А. В. Бондаренко // Актуальные проблемы современной науки: взгляд молодых учёных. Материалы Национальной научно-практической студенческой конференции, Том 2, Брянск, 18-19 декабря 2024 года / отв. ред. Е. Д. Селифонова, О. В. Тишина – Брянск: РИСО БГУ, 2024. – С. 59–65.

5. Миналто, В. С. Вписанные треугольники максимальной площади / В. С. Миналто, К. А. Борисенко // Инновационные подходы к обучению физике, математике, информатике: материалы Междунар. студ. науч.-практ. интернет-конф., г. Минск, 22 апреля 2021 г. / Белорус. гос. пед. ун-т им. Максима Танка; редкол. С. И. Василец, А. Ф. Климович (отв. ред.), В. Р. Соболь [и др.]. – Минск : БГПУ, 2021. – С. 144–147.

6. Минчук, И. С. Задача Фаньяно и периодические бильярдные траектории в четырехугольнике / И. С. Минчук // Физика, математика, информатика и инновационные методы обучения : материалы Междунар. студ. науч.-практ. конф., г. Минск, 22 апреля 2020. / Белорус. гос. пед. ун-т им. МаксимаТанка; редкол. А. А. Черняк, А. Ф. Климович (отв. ред.) [и др.]. – Минск : БГПУ, С. 99–102.

ЧИСЛА ЭЙЛЕРА: ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ

Е. И. Деза, д. пед. н., профессор,
Московский педагогический государственный университет,
Россия, Москва
e-mail: Elena.Deza@gmail.com

Аннотация. В статье рассмотрены дидактические возможности использования специальных чисел натурального ряда, в частности чисел Эйлера, в предметной подготовке учителя математики.

Ключевые слова: специальные числа натурального ряда, числа Эйлера, предметная подготовка учителя математики.

EULER NUMBERS: FUNDAMENTAL AND METHODOLOGICAL ASPECTS

E. I. Deza, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Moscow Pedagogical State University,
Russia, Moscow
e-mail: Elena.Deza@gmail.com

Abstract. The article considers some didactic possibilities of using of special positive integers, in particular Eulerian numbers, in the subject training of a mathematics' teacher.

Keywords: special positive integers, Eulerian numbers, subject training of mathematics' teacher.

Числа Эйлера первого и второго порядка представляют собой два близких друг другу по структуре и свойствам класса специальных чисел натурального ряда, использование которых в предметной подготовке студентов педагогического вуза, будущих учителей математики, может быть методически целесообразно [1].

Отметим несколько *особенностей* данной тематики, существенных с точки зрения рассматриваемой проблемы.

Во-первых, числа Эйлера, представляют собой *один из классов специальных чисел* (наряду с фигурными числами, числами Мерсенна, Ферма, совершенными и дружественными числами и т. д.). Они имеют долгую и интересную историю, связанную с именами известных ученых, с рядом важных математических открытий, с многочисленными хорошо известными фактами алгебры, анализа, дискретной математики и других разделов математической науки.

Во-вторых, являясь близкими родственниками таких специальных чисел, как элементы треугольника Паскаля, числа Стирлинга первого и второго рода, числа Ла, числа Нараяны, *они могут быть определены рекуррентным способом*, формируя треугольную таблицу, обладающую рядом важных свойств, тесно связанных со свойствами других известных арифметических треугольников.

В-третьих, *оба класса чисел Эйлера могут быть построены*, опираясь на комбинаторный подход, *как число специального вида перестановок*, что позволяет рассматривать указанные числовые множества в тесной связи с алгебраическими и комбинаторными проблемами, естественным образом встраивая теорию чисел Эйлера в изучение важных разделов классической и современной математики.

Наконец, весьма специфическая, но при этом существенная с точки зрения дидактики особенность рассматриваемых числовых множеств заключается в том, что *они носят имя Леонарда Эйлера*, который является одним из самых известных ученых своего времени, более того, ученым, долгие годы работавшим в России. С именем Леонарда Эйлера связано большое число научных объектов, утверждений и фактов как в математике, так и за её пределами. Перечислим лишь те из них, которые имеют отношения к числовым структурам:

– помимо рассматриваемых нами чисел Эйлера первого и второго порядка, существуют так называемые *Эйлеровы числа*, обычно задаваемые с помощью своей производящей функции и имеющие целый спектр интересных аналитических свойств;

– значительно менее известные, но, пожалуй, не менее интересные числа – это *счастливые числа Эйлера*, именно, натуральные числа p, такие что многочлен $x^2 - x + p$ принимает положительные значения для всех целых x от 0 до p –1;

– *удобные числа Эйлера* используются при классификации квадратичных форм;

– *постоянная Э́йлера-Маскерони – математическая константа*, определяемая как *предел* разности между частичной суммой *гармонического ряда* и *натуральным логарифмом* числа;

– константу e, основание натурального логарифма, также часто называют *эйлеровым числом*;

– хорошо известно *тождество Эйлера*, связывающее между собой самые известные математические константы: $e^{i\pi} + 1 = 0$. Список можно продолжать.

Эти и другие особенности позволяют успешно использовать тему «Числа Эйлера» для решения ряда методических задач предметной подготовки будущего учителя математики [2, 3].

Данные вопросы можно рассматривать при изучении основных математических курсов, в том числе дисциплин «Дискретная математика» и «Алгебра».

Теория чисел Эйлера может стать составной частью ряда дисциплин по выбору, например, курсов «Специальные числа натурального ряда», «Специальные комбинаторные числа», «Числовые треугольники».

Наконец, вопросы, связанные с рассматриваемыми классами специальных чисел, могут послужить основой для самостоятельной учебно-исследовательской деятельности студентов в рамках курсовых работ, выпускных квалификационных работ бакалавра и магистерских диссертаций. При этом особенности тематики позволяют организовать студенческое исследование как в области теории и методики обучения математике, так и в рамках фундаментальной математической науки. Более того, такое исследование может быть продолжено в дальнейшем и при обучении в аспирантуре. Одним из возможных направлений работы может быть создание курса внеурочной деятельности для школьников, посвященного тем или иным аспектам проблематики.

Многолетний опыт автора по использованию подходов такого рода при обучении студентов Института математики и информатики Московского педагогического государственного университета позволяет сделать ряд выводов. Внедрение в процесс предметной подготовки будущего учителя математики элементов теории специальных чисел (в том числе вопросов, связанных с числами Эйлера) обеспечивает расширение, углубление и систематизацию математических знаний обучающихся, способствует формированию у студентов понимания единства математической науки, повышает их мотивацию к овладению основами профессии педагога.

Список литературы

1. Деза, Е. И. Подготовка учителя математики в условиях вариативного образования / Е. И. Деза. – М. : Прометей, 2012. – 176 с.

2. Деза, Е. И. Основы дискретной математики / Е. И. Деза, Д. Л. Модель. – М. : URSS, 2024. – 345 с.

3. Деза, Е. И. Специальные числа натурального ряда / Е. И. Деза. – М.: Либроком, 2011. – 240 с.

ПЕРВООБРАЗНЫЕ ФУНКЦИЙ: ПОДХОДЫ БЕЗ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СУММ (АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ПОСТРОЕНИЯ ТЕОРИИ ИНТЕГРАЛОВ)

С. А. Довбыш, к. ф.-м. н., доцент,
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
Москва, Россия
e-mail: sdovbysh@yandex.ru

Аннотация. Общепринятое изложении теории определённого интеграла, основанное на введении интегральных сумм, оказывается сложным для изучения, поэтому возникает вопрос о возможности более простого подхода к построению теории. В докладе обсуждаются малоизвестные альтернативные подходы, основанные на непосредственном построении первообразных. Отмечено, что эти подходы обладают несколькими преимуществами в плане преподавания по сравнению с традиционным подходом.

Ключевые слова: интеграл Римана, интеграл Ньютона, первообразная, аппроксимация функции.

ANTIDERIVATIVES OF FUNCTIONS: APPROACHES WITHOUT INTEGRAL SUMS (ALTERNATIVE CONSTRUCTION OF THE THEORY OF INTEGRALS)

S. A. Dovbysh, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
M. V. Lomonosov Moscow State University,
N. E. Bauman Moscow State Technical University,
Moscow, Russia
e-mail: sdovbysh@yandex.ru
Annotation. The conventional presentation of the theory of definite integral, based on the introduction of integral sums, turns out to be difficult to study and raises the question of the possibility of a simpler approach to constructing the theory. The report discusses little-known alternative approaches based on direct constructing antiderivatives. These approaches are pointed out to have several advantages for teaching as compared with the traditional approach.
Keywords: Riemann integral, Newton integral, antiderivative, function approximation.

Исторически развивались две равносильные трактовки определённого интеграла:

1) геометрическая (интеграл Римана, или интеграл Дарбу, или Дарбу-Римана): интеграл, трактуемый как площадь криволинейной трапеции под графиком, строго определяется через интегральные суммы;

2) кинематическая (интеграл Ньютона): интеграл от функции $f(x)$ – изменение координаты $F(x)$ точки в зависимости от момента времени x при движении по прямой с мгновенной скоростью $f(x)$, то есть функция $F(x)$ – первообразная для $f(x)$.

Равносильность этих двух трактовок в случае непрерывных подынтегральных функций выражается двумя взаимно-обратными равносильными утверждениями: основной теоремой интегрального исчисления и формулой Ньютона-Лейбница.

Н. Н. Лузин отмечал, что первый, общепринятый способ введения интеграла, основанный на интегральных суммах, «очень труден и, надо сознаться, не только непригоден для начинающих, но и исторически как раз обратен тому пути, который первоначально был пройден наукой. … это доказательство – длинное, трудное и недоступное для начинающих» [2, Приложение]; оно идёт «по обратному пути, чем путь, пройденный наукой», и «вносит много лишних элементов, прибегая к понятиям, совершенно излишним для установления самого факта существования первообразной функции» [5, § 64]. С другой стороны, в плане преподавания несомненны преимущества именно кинематического, а не традиционного геометрического подхода, если обсуждаются только непрерывные или кусочно-непрерывные подынтегральные функции.

1) Кинематический подход проще в понимании и учащиеся часто следуют именно ему. (Например, имеются публикации двух американских авторов 2011 и 2015 годов, согласно которым большинство их студентов мыслят интегрирование как операцию, обратную к дифференцированию, даже если при введении интеграла использовались интегральные суммы.)

2) Для практических вычислений определённых интегралов ищутся первообразные и используется формула Ньютона-Лейбница, то есть. применяется именно кинематическая трактовка; вычисления же через интегральные суммы могут проводиться только в нескольких модельных примерах.

3) В рамках кинематической трактовки становятся очевидными доказательства всех свойств интеграла – они сразу следуют из свойств первообразных, которые, в свою очередь, сразу получаются из свойств производных. (Например, формула замены переменной

в определённом интеграле традиционно доказывается с использованием формулы Ньютона-Лейбница через первообразные, исходя из формулы дифференцирования сложной функции; то есть вначале она доказывается для кинематической концепции интеграла, а от неё делается переход к геометрической концепции. Также в кинематической трактовке становится совершенно очевидным фактом свойство аддитивности определённого интеграла.)

4) Строгая теория для кинематической концепции оказывается проще, чем для геометрической, о чём будет сказано ниже.

Примечательно, что даже в XIX веке, после построения теории определённого интеграла как предела сумм, большинство математиков продолжало придерживаться кинематической трактовки. Победа же геометрической концепции связана с тем, что «вычислительные процедуры все более и более отступали на второй план, а вперед выдвигались вопросы существования, в частности вопросы интегрируемости функций. Для решения последних интеграл в виде предела сумм имеет неизмеримо большие преимущества» [6, с. 191]. Но это преимущество сразу исчезает, если рассматриваются только непрерывные или кусочно-непрерывные подынтегральные функции, чего в учебных целях часто бывает достаточно.

Однако, только в 1904–1905 г.г. А. Лебег [4, 7] дал самодостаточное построение интеграла в рамках второй трактовки, то есть предложил доказательство существования первообразной непрерывной функции, не опирающееся на использование геометрической трактовки. Идея заключалась в равномерной аппроксимации исходной функции непрерывными кусочно-линейными («полигональными») функциями, для которых первообразные будут кусочно-квадратичными функциями, что позволяет записать искомую первообразную как подходящий равномерный предел кусочно-квадратичных функций. Аналогичный подход был позже развит Н. Бурбаки (Ж. Дьедонне) [1, 3], который использовал аппроксимацию кусочно-постоянными («ступенчатыми») функциями (для которых первообразные будут полигональными функциями). Наконец, в методе верхних функций Б. С. Томсона [8, 9] для аппроксимации также используются ступенчатые функции, но само понятие аппроксимации совершенно отличается от равномерной аппроксимации. В этом методе строится последовательность ступенчатых функций, которая монотонно и поточечно сходится к исходной подынтегральной функции f в точках непрерывности этой функции, и последовательность таких их первообразных, которая монотонно и поточечно сходится к искомой первообразной функции F во всех точках. Вместо равномерной сходимости здесь рассматривается поточечная монотонная сходимость и используется теорема Вейерштрасса о сходимости монотонной ограниченной последовательности.

Метод Лебега применим к любым функциям, непрерывным на отрезке интегрирования, поскольку именно они составляют класс функций, допускающих сколь угодно хорошую равномерную аппроксимацию на отрезке полигональными функциями. Метод же Н. Бурбаки применим к любым функциям на отрезке, имеющим точки разрыва только 1-го рода (то есть имеющим конечные односторонние пределы во всех точках), поскольку именно они составляют класс функций, допускающих аппроксимацию ступенчатыми функциями; как следствие, такие функции имеют не более счётного множества точек разрыва. Для каждой такой функции f этот метод даёт построение первообразной, понимаемой как непрерывная всюду на отрезке интегрирования функция F такая, что $F'(x) = f(x)$ во всех точках x непрерывности функции f. Метод же Б. С. Томсона приме́ни́м, в принципе, к любым ограниченным на отрезке функциям f и также даёт построение описанной выше первообразной функции F, однако этот результат будет содержательным только когда множество точек разрыва функции f не более чем счётно, поскольку только для функций f

с таким условием первообразная определена однозначно с точностью до произвольного постоянного слагаемого. (Так как согласно [1, 3], непрерывная функция, производная которой существует и обращается в нуль всюду, кроме, может быть, счётного множества точек, является постоянной.) Непрерывность построенной первообразной функции $F(x)$ гарантирована в методах Лебега и Бурбаки тем, что она является равномерным пределом непрерывных функций, а в методе Томсона – тем, что она липшицева.

Доказательство Лебега дано только в двух учебниках Н. Н. Лузина [2, 5], где подчёркнуто авторство А. Лебега (но отсутствует библиографическая ссылка) и в учебнике К. Куратовского (Kuratowski K. Introduction to Calculus. 1962; 1969), но без упоминания имени А. Лебега, в результате чего остаётся непонятным, пришёл ли Куратовский к этому простому доказательству независимо. Также и Н. Бурбаки (Ж. Дьедонне) не упоминает о методе Лебега, что, впрочем, несомненно, вызвано стилем написания его учебников. В последние 15 лет метод Лебега был популяризирован в нескольких статьях на английском языке, но его подход, как отмечено в одной из этих статей, остаётся «практически неизвестным». Подход Томсона, по-видимому, вообще не был отражён в других источниках.

Однако, в силу сказанного выше, эти альтернативные подходы к изложению теории определённого интеграла, основанные на непосредственном построении первообразных, обладают определёнными важными методическими преимуществами и представляется целесообразным их использование в учебном процессе.

В этой связи отметим ещё одно обстоятельство. В специализированных математических средних школах или в отдельных математических классах может даваться строгое изложение теории определённого интеграла, и особенно это относится к школам при ведущих вузах. Это неизбежно приводит к дублированию вузовского учебного курса, что, по имеющемуся опыту, в дальнейшем часто оказывается вредным. На наш взгляд, с целью избежать такое дублирование, в средней школе можно было бы излагать теорию интеграла, основываясь на одном из обсуждаемых выше трёх подходов или даже излагая и сравнивая все три подхода. (При этом следует, конечно, сказать и о геометрической трактовке интеграла, но без построения строгой теории, как это делается в обычном курсе средней школы.) И если в вузе с серьёзной программой по математике необходимость изложения теории, основанной на интегральных суммах, может быть обоснована потребностью изучать в дальнейшем более продвинутые концепции интеграла (Лебега, Стильтьеса, ...), то к курсу средней школы это не относится.

Список литературы

1. Бурбаки, Н. Функции действительного переменного. Элементарная теория / Н, Бурбаки. – М. : Наука, 1965. – 464 с.

2. Грэнвиль, В. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 2 ч. Часть 2. Интегральное исчисление / В, Грэнвиль, Н. Лузин. – Изд. 7-е. – М.-Л. : Гостехиздат, 1942. – 240 с.

3. Дьедонне, Ж. Основы современного анализа / Ж. Дьедонне. – М. : Мир, 1964. – 430 с.

4. Лебег, А. Интегрирование и отыскание примитивных функций / А. Лебег. – М.–Л. : ГТТИ, 1934. – 325 с.

5. Лузин, Н. Н. Теория функций действительного переменного. Общая часть. Учеб. пособие для педвузов / Н. Н. Лузин. – изд. 2-е. – М. : Учпедгиз, 1948. – 319 с.

6. Медведев, Ф. А. Развитие понятия интеграла / Ф. А. Медведев; АН СССР. Ин-т истории естествознания и техники. Отв. ред. А. П. Юшкевич. – Изд. 2-е. – М.: ЛИБРОКОМ, 2013. – 424 с.

7. Lebesgue, H. Remarques sur la définition de l’intégrale / H, Lebesgue // Bull. Sci. Math. 1905. – T. 29, Pt.1-2. – P. 272–275.

8. Thomson, B. S. The Calculus Integral / B. S. Thomson. – ClassicalRealAnalysis.com, 2010. – 304 p. – URL: http://classicalrealanalysis.info/com/FREE-PDF-DOWNLOADS.php (дата обращения 26.04.2025).

9. Thomson, B. S. Theory of the Integral / B. S. Thomson. – ClassicalRealAnalysis.com, 2012. – 422 p. – URL: http://classicalrealanalysis.info/com/FREE-PDF-DOWNLOADS.php(дата обращения 26.04.2025).

ДАМАССКОЕ НЕРАВЕНСТВО КАК ДИВЕРГЕНТНАЯ ЗАДАЧА ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

С. И. Калинин, д. пед. н., профессор,
Л. В. Панкратова, к. пед. н., доцент,
Вятский государственный университет,
Киров, Россия
e-mail: kalinin_gu@mail.ru, pankratovalarisa19@rambler.ru
Аннотация. Настоящая статья посвящена обсуждению одного из доказательств так называемого «дамасского» неравенства. Основу упоминаемого доказательства составляют элементарные методы оценки выражений, обращение к свойствам строго GA-выпуклой (GA-вогнутой) на промежутке функции и аппарат производной функции одной действительной переменной.
Ключевые слова: дамасское неравенство, дивергентная математическая задача, GA-выпуклая (GA-вогнутая) функция.

DAMASCUS INEQUALITY AS A DIVERGENT PROBLEM OF ELEMENTARY MATHEMATICS

S. I. Kalinin, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
L.V. Pankratova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Vyatka State University,
Kirov, Russia
e-mail: kalinin_gu@mail.ru, pankratovalarisa19@rambler.ru
Abstract. This article is devoted to discussing one of the proofs of the so-called «Damascus» inequality. The basis of the mentioned proof consists of elementary methods for evaluating expressions, an appeal to the properties of a strictly GA-convex (GA-concave) function on the interval, and the apparatus of the derivative of a function of one real variable.
Keywords: Damascus inequality, divergent mathematical problem, GA-convex (GA-concave) function.

В 2016 г. профессор Департамента фундаментальных наук Арабского международного университета (Сирия, Дамаск) Fozi M. Dannan предложил к рассмотрению неравенство

$$\frac{x-1}{x^2-x+1}+\frac{y-1}{y^2-x+1}+\frac{z-1}{z^2-x+1}\le 0 \qquad (1)$$

для положительных чисел x, y, z, удовлетворяющих условию $xyz=1$. Данное неравенство подробно исследовано в работе [2], в которой, собственно, и названо «дамасским».

В основе доказательства неравенства (1), приведенного в [2], лежат свойства неравенств для симметрических функций, а также использование соотношения

$$x^2+y^2+z^2-3(x+y+z)+6\ge 0, \qquad (2)$$

где x, y, z – положительные числа, $xyz=1$. Следует заметить, что обоснованию неравенства (2) авторы статьи [2] уделяют значительное внимание, прибегая к различным приёмам. Среди таковых – метод множителей Лагранжа, оценка вспомогательной функции двух переменных, исследование взаимного расположения геометрических объектов в трехмерном пространстве. Такая скрупулезность авторов при анализе неравенства (2) побуждает воспринимать это соотношение как самостоятельный математический результат.

Помимо доказательства дамасского неравенства, в [2] рассмотрены его следствия, некоторые обобщения, сформулированы открытые вопросы. Посредством построения контрпримера показана невозможность распространения соответствующего результата на случай четырех переменных.

Отметим, что в процессе доказательства дамасского неравенства авторы работы [2] применяют аппарат высшей математики. Однако сама постановка задачи нацеливает на поиск её элементарных решений. Нам удалось установить неравенство (1) иначе, без обращения, в частности, к функциям многих переменных.

Приведем схему найденного доказательства.

Сначала исследуется функция $f(x)=\frac{x-1}{x^2-x+1}-\ln x$, определенная для положительных значений x. Показывается, что $f(x)\le 0$ для $x\in[0,6;+\infty)$. Тогда очевидно, что для $x, y, z\in[0,6;+\infty)$, удовлетворяющих условию $xyz=1$, будет выполняться неравенство $f(x)+f(y)+f(z)\le 0$, равносильное (1).

Если же не все значения x, y, z, принадлежат промежутку $[0,6;+\infty)$, то в силу условия $xyz=1$ без ограничения общности можно считать, что $x, y\in(0;0,6)$ и $z\in[0,6;+\infty)$ либо $x\in(0;0,6)$ и $y, z\in[0,6;+\infty)$. В первом случае в силу свойств функции $g(x)=\frac{x-1}{x^2-x+1}$ заключаем:

$$g(x)+g(y)+g(z)<-\frac{10}{3}-\frac{10}{3}+\frac{1}{3}<0.$$

Второй случай требует более тонкой оценки, поэтому постараемся сузить области изменения переменных. В частности, если в описанных условиях $x\in(0;0,5]$ или $y\le 1$, то будем иметь соответственно

$$g(x)+g(y)+g(z)<-\frac{2}{3}-\frac{2}{3}+\frac{1}{3}<0$$

или

$$g(x)+g(y)+g(z)<-\frac{10}{19}+0+\frac{1}{3}<0,$$

т. е. (1) вновь выполняется.

Таким образом, в силу условия $xyz=1$ для осмысления остается лишь ситуация, когда $x\in(0,5;0,6)$ и $y, z\in(1;2)$. Но функция $g(y)$ для $y\in(1;2)$ является строго GA-вогнутой, поскольку на этом промежутке выражение $\Delta_g=g'(y)+yg''(y)<0$ (нами использовалась теорема о достаточных условиях строгой GA-выпуклости (-вогнутости) функции на промежутке, изложение соответствующих вопросов можно найти, например, в [1]). Тогда

$$g(x)+g(y)<2g\left(\sqrt{yz}\right)=2g\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right),$$

следовательно

$$g(x)+g(y)+g(z)<\frac{x-1}{x^2-x+1}-2\frac{x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}=$$

$$=\frac{(x-1)\left(x-\sqrt{x}\right)(1-2x)-\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(x^2-x+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}<0,$$

если $x\in(0,5;0,6)$.

Неравенство (1) полностью доказано. Заметим, что техника его обоснования позволяет заключить, что равенство в нем достигается только в случае $x=y=z=1$

Итак, поскольку дамасское неравенство (1) установлено несколькими способами, то его можно отнести к дивергентным математическим задачам. Кроме того, мы реализуем его доказательство элементарными средствами.

Следующим этапом работы с дамасским неравенством стал поиск его обобщений, отличных от упоминаемых в [2]. На данном этапе формулируется вопрос о справедливости неравенства

$$\frac{x^n-1}{x^{n+1}+1}+\frac{y^n-1}{y^{n+1}+1}+\frac{z^n-1}{z^{n+1}+1}\le 0, \tag{3}$$

где x, y, z – положительные числа, удовлетворяющие условию $xyz=1, n\in N$. Нетрудно видеть, что (1) получается из (3) при n = 2.

Справедливость неравенства (3) для n = 1 можно обосновать при помощи техники, схожей с той, что была применена при установлении (1).

Опишем соответствующий алгоритм.

Во-первых, легко видеть, что если $x=y=z=1$, то (3) обращается в равенство. Кроме того, если среди чисел x, y, z есть два равных, например, x = y, то равносильными преобразованиями (3) приводится к очевидному соотношению

$$=-\frac{(x-1)^2\left(x^4+x^2+2x+2\right)}{\left(x^2+1\right)\left(x^4+1\right)}\le 0,$$

равенство в котором достигается только при $x=1$. Но в этом случае $y=z=1$.

Далее (3) анализируется в предположении, что все переменные x, y, z различны.

Исследуется на GA-выпуклость (GA-вогнутость) при $x>0$ функция $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+1}$. Поскольку выражение $\Delta_f=f'(x)+xf''(x)<0$ для $x\in[0,7;4]$, то на этом отрезке $f(x)$ является строго GA-вогнутой. Последнее влечет неравенство $f(x)+f(y)<2f\left(\sqrt{xy}\right)$ для $x,y\in[0,7;4]$, если $x\ne y$.

Затем проводится анализ возможных вариантов расположения чисел x, y, z по отношению к отрезку $[0,7;4]$.

Если среди чисел x, y, z есть два, принадлежащих отрезку $[0,7;4]$, то, полагая без ограничения общности, что это x и y, будем иметь:

$$f(x)+f(y)+f(z)<2f\left(\sqrt{xy}\right)+f(z)\le 0.$$

Пусть теперь только одно из чисел x, y, z принадлежит отрезку $[0,7;4]$. Для определенности можно упорядочить данные величины в порядке возрастания, положив
$x < 0,7 \le y \le 4 < z$ или $x < y < 0,7 \le z \le 4$.

В первом случае условия $0,7 \le y \le 4 < z$ и $xyz = 1$ позволяют заключить, что $x < \frac{5}{14}$.

Тогда из монотонности функции $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ следует:

$$f(x) + f(y) + f(z) < f\left(\frac{5}{14}\right) + f(y) + f(4) = -\frac{126}{221} + \frac{\sqrt{2}-1}{2} + \frac{3}{17} < 0 .$$

Во втором случае $f(x) + f(y) + f(z) < 2f(0,7) + f(z) < -\frac{60}{149} + \frac{\sqrt{2}-1}{2} < 0$.

Заметим, что x, как меньшая из величин, не может принадлежать отрезку $[0,7;4]$, так как в этом случае условие $xyz = 1$ влечет неравенство $yz \le \frac{10}{7}$, невозможное для $y, z > 4$.

Наконец, если ни одно из чисел x, y, z не принадлежит отрезку $[0,7;4]$, то возможны ситуации $x < y < 0,7$ и $z > 4$ или $4 < y < z$ и $x < \frac{1}{16}$.

В первой из них

$$f(x) + f(y) + f(z) < 2f(0,7) + f(4) = -\frac{60}{149} + \frac{3}{17} < 0 ,$$

во второй –

$$f(x) + f(y) + f(z) < f\left(\frac{1}{16}\right) + 2f(4) = -\frac{240}{257} + \frac{6}{17} < 0 ,$$

Итак, рассмотрены все возможные случаи изменения величин x, y, z. Можем заключить, что неравенство (3) для $n = 1$ верно, при этом равенство в нем достигается лишь при условии $x = y = z = 1$

Замечание. Вопрос о справедливости (3) для $n \ge 3$ пока остается открытым. Адресуем его заинтересованным читателям.

Подводя итоги, заметим следующее. Задач на доказательство неравенств для положительных чисел с фиксированным произведением известно немало. Чаще всего подобные задачи предлагаются на различных математических олимпиадах. Описанные выше способы доказательства неравенств, использующие обращение к понятиям GA-выпуклости (GA-вогнутости) функций, могут оказаться эффективными при решении таких задач. В этой связи изучение свойств GA-выпуклых (GA-вогнутых) функций становится полезным опытом.

Список литературы

1. Калинин, С. И. GA-выпуклые функции / С. И. Калинин // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. – 2017. – № 3(24). – С. 25–42.

2. Dannan, F. M. The Damascus inequality / F. M. Dannan, S. M. Sitnik // Probl. Anal. Issues Anal. Vol. 5 (23), No. 2, 2016, pp. 3–19.

ЧАСТНЫЕ ВОПРОСЫ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ВУЗОВ ОБРАТНЫМ ЗАДАЧАМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В. С. Корнилов, д. пед. н., профессор,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: kornilovvs@mgpu.ru

Аннотация. Обсуждаются частные вопросы теории обучения обратным задачам. Указывается, как влияет научно-образовательный, научно-познавательный, гуманитарный потенциал обучения обратным задачам на развитие математических творческих способностей студентов и формирование их профессиональных компетенций как будущих специалистов прикладной математики.

Ключевые слова: обучение обратным задачам в вузе, некорректные задачи, специальные курсы, методы прикладной и вычислительной математики, математическая модель.

SPECIAL ISSUES OF TEACHING STUDENTS OF HIGH SCHOOLS INVERSE PROBLEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

V. S. Kornilov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Moscow City University,
Moscow, Russia
e-mail: kornilovvs@mgpu.ru

Annotation. Particular issues of the theory of teaching inverse problems are discussed. It is indicated how the scientific-educational, scientific-cognitive, humanitarian potential of teaching inverse problems influences the development of students' mathematical creative abilities and the formation of their professional competencies as future specialists in applied mathematics.

Keywords: teaching inverse problems at the university, ill-posed problems, special courses, methods of applied and computational mathematics, mathematical model.

В России современная высшая школа совершенствует и модернизирует образовательный процесс на основе современных достижений педагогической науки, что позволяет обеспечивать общество компетентными специалистами. Высшие учебные заведения сегодня быстро реагируют на потребности в новых специалистах, включая в учебные планы новые дисциплины и спецкурсы, которых ранее не было, содержание которых разрабатывается с учетом современных достижений в соответствующей научной области. Отмеченное замечание относится к высшим учебным заведениям, обучающим студентов прикладной математике, которые стали появляться в России в 70-х годах XX века. Именно в то время в России и за рубежом активно стала развиваться теория некорректных и обратных задач, во многом благодаря сформулированным, физически оправданным определениям корректности математической задачи в 1943 г. А. Н. Тихоновым (1906–1993) и в 1956 г. М. М. Лаврентьевым (1932–2010).

Среди новых в то время спецкурсов, которые стали преподаваться студентам старших курсов таких вузов (например, в НГУ), отметим спецкурсы по обратным задачам для дифференциальных уравнений (ОЗДУ), одним из первых авторов которых являлся В. Г. Романов (род. в 1938 г.). Опубликованное им в 1973 году учебное пособие [4] сыграло немаловажную роль в формировании и развитии преподавания таких спецкурсов в дальнейшем и в появлении новых учебных пособий специалистов по обратным задачам.

В настоящее время уже во многих российских вузах (Московский университет, НГУ, ЮУрГУ, СПбГУ, ЮФУ, ТГУ, СФУ, ВВГУ и др.) преподаются такие спецкурсы по ОЗДУ (см., например, [1–3]).

Студентов на таких спецкурсах знакомят с разнообразными математическими моделями ОЗДУ, их методами исследования. ОЗДУ обладают математическими особенностями, приводящими их к задачам некорректным, не допускающим нахождение решений в виде формул. На помощь приходит метод доказательства (доказательство существования решения, его единственности, устойчивости), технологии которого осваивают студенты. Студентам показывается, что в одних случаях исходная ОЗДУ может быть сформулирована в виде эквивалентной замкнутой системы уравнений (интегральных, интегро-дифференциальных), которая исследуется на предмет существования её решения, единственности, устойчивости.

Например, может быть построена система интегральных уравнений Вольтерра второго рода и доказана локальная теорема существования и единственности её решения. В этом случае студенты должны привлекать научные знания из вычислительной математики, теории матриц, математического анализа, функционального анализа. В других случаях ОЗДУ при помощи разностных схем может быть сведена к разностной ОЗДУ, для которой строится вычислительный алгоритм нахождения решения построенной системы линейных алгебраических уравнений. Например, у такой системы может оказаться матрица, близкая к вырожденной, что влечет за собой неустойчивость.

Студентам может быть поручено использовать дополнительную информацию при этой неустойчивой системе и применить, например, метод параметризации вычислительного алгоритма. И, в дальнейшем, использовать априорные оценки разностных уравнений, проанализировать устойчивость и сходимость вычислительного алгоритма поиска приближенного решения ОЗДУ.

Прикладная направленность преподавания ОЗДУ развивает умения студентов видеть в математических постановках ОЗДУ математические модели физических процессов; использовать выявленные причинно-следственные связи изучаемых процессов для поиска решения ОЗДУ.

Реализация научно-образовательного потенциала обучения студентов ОЗДУ [3] развивает у них:

– знания по многим разделам высшей математики (функциональный анализ, спектральный анализ, дифференциальные уравнения, операционное исчисление, методы оптимизации, численные методы и др.);

– умения решать некорректные задачи;

– научное мировоззрение, логическое и алгоритмическое мышление.

Важно подчеркнуть, что при этом могут быть выявлены и научные понятия информатики, философии.

Реализация научно-познавательного потенциала обучения ОЗДУ [3] развивает у студентов научные знания в области математического моделирования физических процессов. Исследуя математические модели ОЗДУ, студенты формируют знания из научных областей (акустика, электромагнитные поля, тепловые процессы и др.). Студенты развивают знания о волновых процессах как одной из форм движения материи.

Реализация гуманитарного потенциала обучения ОЗДУ [3] позволяет студентам сформировать основы гуманитарных знаний об окружающем мире. На гуманитарно-ориентированных занятиях при обучении ОЗДУ на курсах по выбору студенты обсуждают гуманитарные аспекты проведенного исследования ОЗДУ. Такие занятия возможно разработать на основе постановки целей и задач, разработки теоретического материала и системы обратных задач.

Умения видеть в математических постановках ОЗДУ математические модели, использовать физические законы при решении ОЗДУ; умения анализировать результаты исследования ОЗДУ могут внести вклад в развитие профессиональных компетенций будущих специалистов прикладной математики.

В докладе обсуждается вклад обучения ОЗДУ в овладение студентами профессиональными компетенциями специалиста прикладной математики и развитие творческих их способностей.

Список литературы

1. Ватульян, А. О. Обратные и некорректные задачи: учебник / А. О. Ватульян, О. А. Беляк, Д. Ю. Сухов, О. В. Явруян. – Ростов-н/Д. : Изд-во Южного федерального университета, 2011. – 231 с.
2. Корнилов, В. С. Некоторые обратные задачи идентификации параметров математических моделей: учебное пособие / В. С. Корнилов. – М. : МГПУ, 2005. – 359 с.
3. Корнилов, В. С. Теория и методика обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений: монография / В. С. Корнилов. – М. : Изд-во «ОнтоПринт», 2017. – 500 с.
4. Романов, В. Г. Обратные задачи для дифференциальных уравнений / В. Г. Романов– Новосибирск : Изд-во НГУ, 1973. – 252 с.

О РОЛИ ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ В ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Л. В. Котова, к. пед. н.,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: KotovaLV@ mgpu.ru

Аннотация. Анализируется процесс обучения фундаментальным математическим дисциплинам будущих учителей математики в условиях резкого сокращения лекционных часов. Рассматриваются возникающие проблемы в теоретической подготовке и возможные пути их решения.

Ключевые слова: теоретическая математическая подготовка учителя математики, профессиональная лексика, контроль усвоения теоретического материала.

ON THE ROLE OF LECTURES IN THE FUNDAMENTAL MATHEMATICAL TRAINING OF MATHEMATICS TEACHERS

L. V. Kotova, Candidate of Pedagogical Sciences,
Moscow City Pedagogical University,
Moscow, Russia
e-mail: KotovaLV@mgpu.ru

Annotation. The article analyzes the process of teaching fundamental mathematical disciplines in the context of a sharp reduction in lecture hours. The problems that arise in theoretical training are considered, and possible ways to solve them are discussed.

Keywords: theoretical mathematical training of a mathematics teacher, professional vocabulary, control of the assimilation of theoretical material.

Современные условия подготовки будущих учителей постоянно меняются. Программы обучения по одной и той же специальности меняются каждый год. Тенденции последних лет направлены на снижение лекционных часов или, в лучшем случае, переводе части из них в семинары. Насколько это оправдано для каждой отдельной области подготовки, покажет время. Сейчас же преподаватели базовых предметных дисциплин вынуждены перестраивать свои отработанные годами лекционные курсы, отвечая на запросы времени.

Говоря о подготовке будущих учителей математики, в связи с новыми условиями появляется серьезный вопрос о глубине именно теоретической подготовки по фундаментальным дисциплинам. Практика, безусловно, важна, но возможна ли качественная практика без проработанной теории?

Лекционные часы в вузовском обучении часто воспринимаются как пассивное время для обучающихся. Так ли это? Живая профессиональная речь, которую слышит студент, материал, который видит последовательно на доске или слайде, фиксация (записи) – это не случайный выработанный набор представления и обработки информации. Задействованы все возможные рычаги воздействия на восприятие нового материала. Да, современный студент очень несобран, часто отвлекается на гаджеты, не может долго держать концентрированное внимание. Однако, именно в этот момент в дело вступает «взаимодействие» (уточняющий вопрос от преподавателя, эмоциональный поворот в повествовании, приглашение к сотрудничеству). Главное – продолжение беседы на предметном профессиональном языке и сосредоточенность на конкретном вопросе, объяснение связей и логических переходов. Как бы ни выстраивалось совместное решение практической (пусть и на теоретическом материале) задачи в рамках семинара, существует элемент «необязательной» работы – «эту задачу пропущу – послушаю следующую – порешаю дополнительную на баллы и т. д.». В лекции нет (не должно быть) необязательного. Каждое понятие, факт, свойство должны занять свое место в выстраиваемой цепочке восприятия и понимания.

Алгебра, геометрия, математический анализ – обязательные дисциплины на самой первой ступени предметной подготовки будущего учителя математики. Основная задача преподавателя – вывести обучающихся на предметно-профессиональный уровень интереса и понимания математики как дисциплины не «решения задач», а анализа данных и логических выводов, для чего просто необходимо научиться «говорить» на предметном профессиональном языке, четко оперировать определениями, свойствами, взаимосвязями. Отсутствие сегодня устных выпускных и вступительных экзаменов по математике привели к тому, что школьники, приходя в вуз, могут решить задачу, записать её решение, но не могут это решение грамотно озвучить. Эту задачу – обучение профессиональному языку – всегда выполняли лекции и уже как отчетный элемент обратной связи – коллоквиумы (экзамены).

Как быть с теоретическим материалом, если лекционных занятий фактически нет? Этот вопрос решается индивидуально в каждом отдельном вузе и даже для каждого отдельного предмета. Повсеместно увеличено количество часов, предназначенных для самостоятельной работы студентов. При этом, как правило, нет четкого понимания, как эта работа будет организована и, самое главное, как её результат будет проконтролирован. Сокращение лекционных часов автоматически перекладывает теорию в самостоятельную работу обучающихся. Организовать это можно различными способами.

1. Учебники в бумажном и электронном виде – сейчас это очень легко реализовать для всех форм обучения. Пожалуй, самый неэффективный способ, так как самостоятельно разобраться в терминологии и все той же предметной лексике очень непросто и доступно только единицам. Если бы это было иначе, то при давно сложившейся доступности учебного материала мы бы имели огромное число «самовыучившихся» математиков, инженеров и т. д.

Роль институтов и университетов свелась бы к приёму экзаменов и выдаче документов о присвоении квалификации.

2. Предоставление теории для самостоятельного изучения в виде сжатых конспектов – эффективность напрямую зависит от качества такого конспекта и его последующей отработки на практических занятиях. Для отработки теории в виде конспекта необходима система уточняющих задач и тестов с детальной проработкой элементов определений. Такая работа с некоторыми понятиями часто требует еще больше времени, чем последовательное его введение на лекции с соответствующими комментариями, примерами.

3. Видеолекции – относительно новый формат, набирающий популярность. Они совмещают сжатый конспект и голосовые комментарии преподавателя как элементы привычной лекции. В своей частной практике мы дополняем их более подробными конспектами с примерами и вопросами, что позволяет обучающимся сразу отрабатывать материал. Многие даже отмечают эффективность такого изучения теории именно в условиях самостоятельной работы. Темп и режим изучения можно подбирать под себя. Однако, это дает результат, как правило, у студентов старших курсов, уже обладающих определенными навыками самоорганизации. Для студентов первых курсов такая работа сталкивается с затруднениями, вызванными, прежде всего, еще слабым владением лексикой предмета, неуверенностью в своих силах при исследовании теоретических понятий (невозможность сразу проверить правильность своих суждений) и слабыми навыками организации аналитической работы (привычка к конкретным заданиям – решить задачу, уравнение и т. д.).

4. Смешанные занятия – чередование теоретических и практических блоков на занятиях. Для младших курсов это довольно эффективный инструмент. Так мы начинаем семинары с теоретического брифинга для повторения и контроля домашней работы над теорией. Это может включать небольшие тесты, фронтальные опросы, письменные теоретические опросы с взаимной проверкой. Такие семинары все больше становятся похожи на школьные уроки контроля усвоения изученного материала. Это вполне полезно с точки зрения освоения различных форм взаимодействия на уроках для будущей профессиональной деятельности, однако тоже отнимает много времени. Для введения нового материала мы используем в процессе занятия мини-лекции (блоки нового материала) с фиксацией важных определений и теорем и непосредственной отработкой в процессе решения задач, начиная с упражнений на разбор понятий. Самостоятельно в этом случае предлагается сделать дома подробный конспект, включающий разбор доказательств, важных разносторонних примеров.

Все представленные способы, за исключением, пожалуй, первого, являются вполне действенными при их серьезной разработке. Тут мы сталкиваемся с новой проблемой – необходимостью подготовки таких материалов для отдельных групп и потоков. Еще одной проблемой становится время на проверку теоретических заданий. Тесты не всегда отражают понимание, а по некоторому материалу их и вовсе сложно составить так, чтобы студенты могли продемонстрировать свои знания, а не угадывания. Математическая символика даже на самом примитивном уровне еще не позволяет получать ответы для автоматической проверки. Необходимость обратной связи является очень актуальной. В процессе лекции мы могли обратиться к доказательству, акцентировать внимание на общих приёмах, вернуться к уже рассмотренному ранее доказательству, ответить на неожиданно возникший вопрос. Если теперь мы даем разбор доказательства на самостоятельную работу, даже подготовив конспект с комментариями, мы должны найти возможность ответить позже на возникшие вопросы.

Почему это так важно особенно в подготовке будущего учителя математики? Учитель дальше должен будет не просто применять полученные знания для решения задач, а донести их грамотно, корректно до школьников. Мы акцентируем внимание именно на его возможности четко, строго изложить математический материал, выстроить логику подачи теоретического материала и обосновать применимость той или иной теории. Именно лекции формировали всегда предметно-профессиональный язык общения. Организовать работу с будущими учителями так, чтобы не потерять эту важную составляющую – это наша задача сегодня в сложившихся условиях. Поиск путей и эффективных инструментов просто необходим, а возможно и возврат старых, проверенных временем.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ КАРТЫ ПРИ РЕШЕНИИ КОМПЛЕКСНЫХ КОМПЬЮТЕРНО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ В ВУЗЕ

О. В. Куликова, к. пед. н., доцент,
И. В. Куликова, старший преподаватель,
Уральский государственный университет путей сообщения,
Е. Ю. Просвиряков, д. ф.-м. н., профессор,
Уральский Федеральный университет им. первого президента России Б. Н. Ельцина,
Екатеринбург, Россия
e-mail: kulikova@usurt.ru, ivkulikova@inbox.ru,
evgen_pros@mail.ru

Аннотация. В статье представлен возможный вариант содержания подготовки преподавателя к самостоятельной работе студентов вуза по решению математических задач. Выделены основные этапы формирования методического обеспечения организации самостоятельной работы студентов с применением информационных технологий для решения учебных математических задач. Представлено комплексное компьютерно-математическое задание и технологическая карта его выполнения по теории вероятностей в вузовском курсе математики.

Ключевые слова: математическая задача, дидактическое задание, технологическая карта, информационные технологии, система компьютерной математики.

THE USE OF A TECHNOLOGICAL MAP IN SOLVING COMPLEX COMPUTER AND MATHEMATICAL TASKS AT THE UNIVERSITY

O. V. Kulikova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
I. V. Kulikova, Senior Lecturer,
Ural State University of Railway Transport,
E. Y. Prosviryakov, Doctor of Physico-Mathematical Sciences, Professor,
Ural Federal University named after the First President of Russia B.N. Yeltsin,
Yekaterinburg, Russia
e-mail: kulikova@usurt.ru, ivkulikova@inbox.ru,
evgen_pros@mail.ru

Annotation. The paper presents a possible version of the teacher training content for independent work of university students in solving mathematical problems. The main stages of the methodological support formation for the students independent work organization using information technology to solve educational mathematical problems are highlighted. A complex computer-mathematical task and a technological map of its solution in probability theory in a university mathematics course are presented.

Keywords: mathematical problem, didactic task, technological map, information technology, computer mathematics system.

Успешность обучения студентов в вузе во многом определяется эффективностью выполнения ими самостоятельной работы по учебным дисциплинам. Знакомство с содержанием предлагаемых студентам дидактических заданий не всегда активизирует их познавательную деятельность, часто наблюдается растерянность и желание найти готовое решение. Изложение теоретического материала в виде текста, необходимого для решения задачи, порой не привлекает их внимания, однако его представление в форме структурно-логической схемы или таблицы с выделением компонентов и этапов решения вызывает у них интерес.

Организация самостоятельной работы студентов при выполнении дидактических заданий может проводиться с использованием ориентировочной основы учебной деятельности [3] в виде составленной преподавателем технологической карты. Сложность выполняемых заданий и уровень подготовки обучающихся определяет целесообразность использования ориентировочной основы первого, второго или третьего типа. Содержание и структура учебной деятельности могут определять компоненты технологической карты, которая выступает эффективным средством целенаправленного поиска решения задачи.

Развитие информационных технологий и компьютерной математики [5] создает благоприятные условия для автоматизации трудоемких вычислительных процессов. Знакомство студентов вуза с возможностями систем компьютерной математики может осуществляться при выполнении комплексных компьютерно-математических заданий, которые представляют собой учебные задачи, решение которых требует применения математического моделирования и программирования вычислений [6]. Разработка таких дидактических заданий, включающих две части – аналитико-математическую и программно-вычислительную – требует от преподавателя интеграции знаний математики и основ информатики.

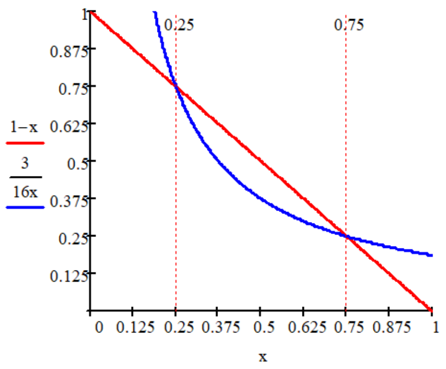
Методическая деятельность преподавателя при подготовке к самостоятельной работе студентов может распределяться на три этапа: 1) выбор системы математических задач, решение которых предполагает применение определенного метода нахождения искомых величин; 2) составление комплексного компьютерно-математического задания и технологической карты его выполнения на основе произвольно извлеченной задачи из выбранной системы типовых задач; 3) обсуждение содержания и структуры аналитическо-математической и программно-вычислительной части комплексного компьютерно-математического задания.

Пусть планируется включение в самостоятельную работу студентов решение следующей задачи. Наудачу взяты два положительных числа x и y, каждое из которых не превышает 2. Найти вероятность того, что их произведение xy будет не больше 1, а частное $y : x$ – не больше 2 [1].

Нахождение вероятности рассматриваемого в задаче события требует выполнения таких действий как составление системы неравенств, определение границ области допустимых значений, вычисление площади s фигуры, благоприятствующей рассматриваемому событию, и площади S всей области допустимых значений. Построение графиков функций, соответствующих границам области допустимых значений, позволяет визуализировать отмеченные выше области. Применение определенного интеграла для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, приводит к вычислению искомой величины.

Можно составить комплексное компьютерно-математическое задание и технологическую карту его выполнения в пакете Mathcad на основе произвольно выбранной аналогичной представленной выше задачи на применение формулы геометрической вероятности из сформированной системы типовых задач [1] (таблица 1).

Таблица 1 – Технологическая карта выполнения компьютерно-математического задания

<table>
<tr><th>Содержание задания</th><th>Графическая модель</th></tr>
<tr><td>Пусть заданы наудачу два числа x и y, значения каждого из которых принадлежат интервалу [0;1]. Вычислите вероятность того, что сумма этих чисел не превосходит 1, а их произведение не превышает 3/16. Определите области допустимых значений для суммы и произведения этих чисел, запишите уравнения границ этих областей и найдите площадь области допустимых значений. Используя систему Mathcad, постройте графики функций по полученным уравнениям границ. Составьте листинг программы вычислений для определения площади области допустимых значений и вероятности попадания в нее чисел x и y.</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Математическая модель</td></tr>
<tr><td colspan="2">Событие A = {сумма чисел x и y не превосходит 1, а их произведение не превышает 3/16}.
$P(A)=\dfrac{s}{S}$, где s – площадь области допустимых значений, благоприятствующих наступлению события A, S – общая область возможных значений x и y.
Область допустимых значений x и y $\begin{cases} x+y\le 1 \\ x\cdot y\le \dfrac{3}{16} \end{cases}$ Уравнения границ $y=1-x$, $y=\dfrac{3}{16x}$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Вычислительный процесс</td></tr>
<tr><td colspan="2">$S = (x_{max}-x_{min})\cdot(y_{max}-y_{min}) = (1-0)\,(1-0) = 1$
$$s=\int_0^{0,25}(1-x)dx+\int_{0,25}^{0,75}\frac{3}{16x}dx+\int_{0,75}^{1}(1-x)dx=\left(x-\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^{0,25}+\frac{3}{16}\ln|x|\Bigg|_{0,25}^{0,75}+\left(x-\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{0,75}^{1}=$$
$$=\left(0,25-\frac{0,25^2}{2}\right)-\left(0-\frac{0^2}{2}\right)+\frac{3}{16}\ln 0,75-\frac{3}{16}\ln 0,25+\left(1-\frac{1^2}{2}\right)-\left(0,75-\frac{0,75^2}{2}\right)=\frac{4+\ln 27}{16}\approx 0,456$$
$$P(A)=\frac{s}{S}\approx\frac{0,456}{1}=0,456$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Листинг программы вычислений</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\mathrm{xmin} := 0 \quad \mathrm{ymin} := 0 \qquad \mathrm{xmax} := 1 \qquad \mathrm{ymax} := 1$
$\mathrm{S} := (\mathrm{xmax}-\mathrm{xmin})\cdot(\mathrm{ymax}-\mathrm{ymin}) \qquad \mathrm{s} := \displaystyle\int_0^{0.25} 1-x\,dx+\int_{0.25}^{0.75}\frac{3}{16\cdot x}\,dx+\int_{0.75}^{1} 1-x\,dx$
$\mathrm{P\_A} := \dfrac{s}{S} \qquad \mathrm{P\_A} = 0.456$</td></tr>
</table>

Решение представленной задачи может осуществляться без использования и с использованием систем компьютерной математики. Большинство студентов стремятся избежать выполнения трудоемких вычислений и предпочитают привлекать к решению учебной математической задачи различные современные информационные технологии, предоставляющие готовый результат без понимания алгоритма его получения. В этом случае представляется целесообразным продемонстрировать им возможности корректного применения систем компьютерной математики. Прикладные пакеты (Mathcad, Wolfram Mathematica и др.) имеют визуально ориентированные языки программирования, шаблоны построения двухмерных и трехмерных графиков, операторы дифференциального и интегрального исчисления, библиотеку встроенных функций [2].

Восприятие технологической карты, содержание которой включает формулировку учебного задания, этапы построения математической модели, шаги выполнения вычислительного процесса, описание листинга программы вычислений, организует и направляет самостоятельную работу студентов при решении представленной выше задачи. Активизация учебной деятельности студентов с использованием комплексных компьютерно-математических заданий в сочетании с соответствующей технологической картой расширяет возможности развития их когнитивных компетенций [4].

Список литературы

1. Барышева, В. К. Теория вероятностей : учебное пособие / В. К. Барышева, Ю. И. Галанов, Е. Т. Ивлев, Е. Г. Пахомова. – Томск : Изд–во ТПУ, 2004. – 136 с.

2. Воробьева, Ф. И. Прёмы работы в пакете MathCAD. Основные вычислительные методы и их реализация в пакете : Учебное пособие / Ф. И. Воробьева, Е. С. Воробьев – Казань : КНИТУ, 2022. – 96 с. // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/412508 (дата обращения: 15.04.2025).

3. Гальперин, П. Я. Лекции по психологии : Учебное пособие для студентов вузов / П. Я. Гальперин. – 2-е изд. – М: КДУ, 2005. – 400 с.

4. Гейн, А. Г. Когнитивные компетенции в инновационных моделях математических курсов : Монография / А. Г. Гейн, В. П. Некрасов. – Екатеринбург : Уральский федеральный университет, 2014. – 108 с.

5. Дьяконов, В. П. Тенденции развития компьютерной математики / В. П. Дьяконов // Системы компьютерной математики и их приложения. – 2015. – № 16. – С. 8–13.

6. Куликова, О. В., Куликова И.В. Комплексные задания в обучении математике студентов технических специальностей в транспортном вузе / О. В. Куликова, И. В. Куликова // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2024. – № 5(235). – С. 157–166.

ОРГАНИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ В УДМУРТСКОМ ГОСУНИВЕРСИТЕТЕ

Н. В. Латыпова, к. ф.-м. н., доцент,
Удмуртский государственный университет,
Ижевск, Россия
e-mail: latypova-nv@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются проблемы, связанные с организацией исследовательской деятельности студентов математических направлений подготовки в Удмуртском государственном университете. Предлагаются и обсуждаются возможные мероприятия для формирования навыков научно-исследовательской работы и творческой самостоятельности студентов. В статье описаны организация исследований в рамках курсовых

и выпускных квалификационных работ, студенческого научного объединения, конкурсов, олимпиады по математическому анализу, научно-популярных лекций.
Ключевые слова: научно-исследовательская деятельность студентов, конкурсы, студенческое научное объединение, математические олимпиады.

ORGANIZATION OF RESEARCH ACTIVITIES OF STUDENTS IN MATHEMATICAL FIELDS OF STUDYAT UDMURT STATE UNIVERSITY

N. V. Latypova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Udmurt State University,
Izhevsk, Russia
e-mail: latypova-nv@yandex.ru
Annotation. The article discusses the problems associated with the organization of research activities of students of mathematical areas of education at the Udmurt State University. Possible activities for the formation of research skills and creative independence of students are proposed and discussed. The article describes the organization of research within the framework of term papers and graduation qualification works, student scientific associations, competitions, Olympiad in mathematical analysis, popular science lectures.
Keywords: research activities of students, competitions, student scientific association, mathematical Olympiads.

В настоящее время проводится достаточно большое количество конкурсов и мероприятий для молодёжи, направленных на поддержку новейших исследований и прикладных инновационных научных разработок в приоритетных отраслях экономики. Цель большинства конкурсов – не только содействие популяризации российской науки, но и создание условий для развития студентов и молодых учёных в наукоёмких сферах. Но чтобы принимать участие в таких конкурсах, студентам нужно попробовать себя в исследовательской деятельности и получить удовольствие от маленьких побед при решении конкретных прикладных и/или научных проблем.

В региональных вузах является актуальным и открытым вопрос о том, как привлекать наиболее подготовленную и профессионально ориентированную молодёжь для получения и продолжения образования, потому что качественный уровень поступающих абитуриентов оставляет желать лучшего. Наиболее подготовленные и талантливые школьники уезжают в столичные вузы и в федеральные вузы в соседних регионах. Особенно остро стоит проблема набора на физико-математические направления подготовки, а затем и сохранения контингента студентов, которые уже на первом курсе сталкиваются с высоким уровнем абстракции и строгости математического языка преподаваемых дисциплин.

Получение первичных навыков научно-исследовательской работы у студентов первого курса происходит во втором семестре при написании первой курсовой работы, которая в нашем университете относится к дисциплине «Математический анализ». Студенты имеют возможность выбора, как научного руководителя, так и темы курсовой работы. И на этом этапе важно правильно направить студентов, особенно это касается одарённых студентов, чтобы они выбрали не столько лёгкую тему, сколько интересную и познавательную для них, где в практической части они могли бы совершить маленькие открытия, хотя бы для себя. К сожалению, в учебных планах математических направлений подготовки отсутствует дисциплина «Основы научной деятельности», поэтому в рамках курсовой работы приходится знакомить студентов, как с основами исследовательской деятельности, так и требованиями к оформлению самой работы, цитат и ссылок из используемых источников.

На втором курсе студентам предстоят ещё две курсовые работы по дисциплинам «Алгебра» и «Дифференциальные уравнения», которые позволяют им познакомиться как с выпускающими кафедрами, так и их примерной тематикой исследований. Это способствует тому, что студенты в начале третьего курса более осознанно делают выбор научного руководителя, с которым они будут заниматься исследованиями в рамках курсовой и выпускной квалификационной работ. На этапе постановки задачи и выбора вектора направления исследований очень важно ***совместное*** обсуждение со студентом, а не формулирование готовой конкретной темы. Нужно обязательно использовать сильные стороны, способности и области интереса студента, чтобы работа была для него эффективной, полезной и осмысленной. Действительно, гораздо проще преподавателю дать темы из области его научной деятельности, чем подстраиваться под каждого конкретного студента. Но как показывает опыт автора, если планируется на выходе получить интересный дипломный проект, организовать обучение студента эффективной и самостоятельной работе и сформировать устойчивые навыки исследовательской деятельности обучающегося, то тема должна быть, прежде всего, ему интересна! Поощрение самостоятельности в выборе темы и методов решения сформулированной проблемы – очень важная составляющая любой деятельности, тем более научно-исследовательской.

Ещё одним элементом, влияющим на формирование навыков исследовательской деятельности, является студенческое научное объединение (СНО). Автор – наставник СНО «Анализ и компьютерная обработка данных». Учитывая неуверенность студентов в своих силах, первоначально СНО было сформировано из дипломников на «добровольно-принудительной» основе, когда приходилось просить и уговаривать студентов попробовать свои силы в различных конкурсах и конференциях. Но трудности были только на первых этапах. Спустя год, когда участники стали получать дипломы и появились первые победы, к СНО стали присоединяться студенты младших курсов, участники стали сами проявлять активность и самостоятельность, у них появилась уверенность в своих силах и проводимых исследованиях. СНО стало участвовать в конкурсах, олимпиадах и конференциях, проводить интересные мероприятия (например, лекция-капустник для первокурсников, научно-популярный лекторий для школьников) и секции конференций [1]. Опыт выступлений в дружеской и благожелательной атмосфере заседаний СНО помог раскрыть творческие способности и таланты его участников, и дал студентам уверенность в своём потенциале и перспективах проводимых ими научных и практико-ориентированных исследований.

С 2021 года на базе Удмуртского госуниверситета при поддержке Уральского математического центра (проект № 075-02-2021-1383) проводится заочная олимпиада по математическому анализу [2] для студентов как института математики, физики и информационных технологий, так и всех желающих. Задания олимпиады подбираются таким образом, чтобы не только (и не столько) проверить базовые знания студентов из курса математического анализа, хотя небольшое количество стандартных задач на вычисления и присутствуют. Подбор задач направлен на расширение математического кругозора студентов, формирует навыки исследовательской работы, и даёт им возможность применить умения и знания математического анализа при решении задач из смежных областей (численные методы, сплайны, фракталы, нейросети, методы оптимизации и др.). Ещё одна цель, которая преследуется при составлении заданий, – это развитие у студентов гибкости подходов, математического творчества и изобретательности при решении стандартных и нестандартных задач.

Подарки участникам и призёрам олимпиады по математическому анализу в последние годы предоставляет Группа компаний «Софт Мастер» (партнер фирмы «1С» в Ижевске). Отрадно, что работодатели с удовольствием откликаются на наши просьбы поощрить участников олимпиады. В этом году впервые для формирования банка заданий и стимулирования самостоятельности в исследовательской деятельности за три месяца до начала запуска олимпиады был проведён конкурс «Придумай задачу для олимпиады!» В рамках конкурса студент должен не просто представить формулировку какой-то задачи по математическому анализу, но и предложить своё решение, оценить уровень задачи, и дать ссылки, если для идеи задачи использовались какие-то источники. Конкурс, безусловно, дал интересный опыт: участников было немного, но задачи были предложены достаточно сложные и неоднозначные. В будущем планируется продолжить данный эксперимент.

Для выявления, поддержки и стимулирования студентов института математики, информационных технологий и физики, принимающих участие в научно-исследовательской работе и интересующихся различными направлениями и практическими аспектами математики, методикой её преподавания, кафедра математического анализа организует конкурс на лучшую студенческую работу по математике. **Тематика студенческих работ** может включать все разделы математики, а также проблемы математического образования в школе [3]. Конкурс проводится по следующим номинациям:

– научно-исследовательская работа в области фундаментальной математики;

– научно-исследовательская работа в области прикладной математики;

– поисково-исследовательская работа (теоретическая или прикладная исследовательская работа реферативного характера);

– прикладная разработка (решение практической задачи, непосредственно связанной с реальной жизнью, методами математики и математического моделирования);

– методическая разработка (для студентов как направления «Педагогическое образование», так и собирающихся или работающих в школе);

– «первый шаг в науку» (для студентов первого курса).

Подводя итоги, отметим, что самое трудное – это сделать первый шаг: получив результаты, представить их на открытое обсуждение. Когда появляется опыт публичных обсуждений, презентации результатов своих исследований, участия в конференциях и конкурсах, формируется уверенность и желание продолжать исследования. Чтобы студенты активно и эффективно занимались исследованиями, им должны быть интересны как сама тема, так и возможные трудности, возникающие при решении проблемы.

Список литературы

1. Официальный сайт Удмуртского госуниверситета. Страница СНО: URL: https://f-imitf.udsu.ru/ science/studencheskoe-nauchnoe-obedinenie (дата обращения: 30.04.2025).

2. Официальный сайт Удмуртского госуниверситета. Страница Уральского математического центра. – URL: https://f-imitf.udsu.ru/uralskij-matematicheskij-tsentr/obrazovanie (дата обращения: 30.04.2025).

3. Официальный сайт Удмуртского госуниверситета. Страница конкурса на лучшую студенческую работу: URL: https://f-imitf.udsu.ru/science/studencheskoe-nauchnoe-obedinenie/ konkurs-na-luchshuyu-studencheskuyu-rabotu-po-matematike (дата обращения: 30.04.2025).

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ ВО ВЗАИМОСВЯЗИ С ТЕОРИЕЙ МНОГОГРАННИКОВ

Ю. В. Маслова, к. ф.-м. н., доцент,
Г. Р. Загорская, студент,
Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: yuliapetrova@mail.ru

Аннотация. В статье описана логика изложения дисциплины «Аналитическая геометрия» на математическом факультете РГПУ им. А. И. Герцена. Предложен вариант дополнения этого курса элементами теории многогранников в рамках задачного материала с целью совместного изучения данных разделов математики. Описаны преимущества такого подхода.

Ключевые слова: аналитическая геометрия, теория многогранников.

THE STUDY OF THE FUNDAMENTALS OF ANALYTICAL GEOMETRY IN RELATION TO THE THEORY OF POLYHEDRA

Yu. V. Maslova, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor,
G. R. Zagorskaya, Student,
A. I. Herzen Russian State Pedagogical University,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: yuliapetrova@mail.ru

Abstract. The article describes the logic of presentation of the discipline «Analytical Geometry» at the Mathematical Faculty of the Herzen Russian State Pedagogical University. A variant of supplementing this course with elements of polyhedron theory within the framework of the problem material is proposed in order to jointly study these sections of mathematics. The advantages of this approach are described.

Keywords: analytical geometry, theory of polyhedral.

Введение. Дисциплина «Аналитическая геометрия» считается одной из ключевых в изучении математики. С ней сталкиваются студенты самых разных специальностей, в основном, технических и естественнонаучных, но бывают и другие. На основе многолетнего опыта преподавания (см., например, [3]) в РГПУ им. А. И. Герцена на факультете математики теоретический курс аналитической геометрии читается в следующей последовательности изложения материала: системы координат, векторы, уравнения прямых и плоскостей, кривые и поверхности второго порядка. Мы остановимся более подробно на первых трёх разделах. На примере их изучения мы покажем, как курс аналитической геометрии можно совмещать с теорией многогранников. Это будет осуществляться за счёт подобранного задачного материала, который направлен на достижение одновременно двух целей. С одной стороны, изучая аналитическую геометрию, продвигаясь от раздела к разделу, знакомить студентов с многогранниками, с их свойствами, используя изученный теоретический аппарат соответствующего раздела. С другой стороны, использовать известные из школьного курса знания о многогранниках для наглядного объяснения нового материала аналитической геометрии и его закрепления. Стоит отметить, что в большинстве существующих сборников задач по аналитической геометрии в основном рассматриваются либо произвольно расположенные объекты (точки, прямые, плоскости), либо объекты, связанные со знакомыми со школы призмами и пирамидами. Это подтверждает новизну сформулированного ранее подхода.

1. Системы координат. Рассмотрим первый раздел – «Системы координат». Его содержание в учебном плане РГПУ им. А. И. Герцена предполагает определения понятий декартовой системы координат на прямой, на плоскости и в пространстве, и других систем координат – полярной, цилиндрической и сферической, обращая внимание на их связи с декартовыми системами координат. Поскольку последние известны студентам ещё из школьного курса геометрии, то теоретическая основа этого раздела не вызывает особых трудностей. Поэтому мы предлагаем закреплять введённый теоретический материал аналитической геометрии вместе с изучением правильных многоугольников и правильных многогранников, и их свойств. Приведём конкретный пример.

Пример. Такие правильные многогранники, как тетраэдр и куб, известны каждому выпускнику школы. Понятие «октаэдр» у некоторых может вызвать затруднение. Сформируем представление об этом многограннике с помощью следующего набора задач.

1. Даны координаты четырёх вершин куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ в декартовой системе координат: $A(2,-2,-2)$, $B(-2,-2,-2)$, $C(-2,2,-2)$, $B_1(-2,-2,2)$.

А) Найдите координаты центров всех граней куба.

Б) Докажите, что многогранник, вершины которого совпадают с центрами граней куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, является правильным.

2. Начало декартовой системы координат совпадает с центром правильного тетраэдра $DABC$. Известны координаты двух его вершин: $D(0,0,3)$, $A(4,2\sqrt{2},-1)$.

А) Найдите координаты всех вершин правильного тетраэдра.

Б) Докажите, что многогранник, вершины которого совпадают с серединами рёбер данного тетраэдра, является одним из правильных многогранников – октаэдром.

3. Все вершины октаэдра принадлежат координатным осям. Известно, что две из них имеют координаты (2, 0, 0) и (–2, 0, 0).

А) Найдите длины всех диагоналей октаэдра.

Б) Докажите, что диагонали октаэдра пересекаются в одной точке и делятся ею пополам.

Заметим, что при решении первой задачи обучающийся, не знакомый с понятием октаэдра, доказывает правильность некоторого многогранника. Переходя ко второй задаче, студент снова сталкивается с незнакомым правильным многогранником из предыдущей задачи, понимая теперь, что этот правильный многогранник является октаэдром. Третья задача направлена на то, чтобы узнать некоторые свойства октаэдра – многогранника, представление о котором сформировалось в предыдущих задачах.

2. Векторы. Обратимся ко второму теоретическому разделу – «Векторы». В нём осуществляется переход от знакомого каждому школьнику понятия «вектор» к понятию «свободный вектор». На множестве свободных векторов определяются операции «сложение свободных векторов» и «умножение свободного вектора на число», делается акцент на отличиях введённых понятий от схожих правил школьного курса геометрии. Также определяются координаты свободных векторов, скалярное, векторное и смешанное произведения свободных векторов. Для большинства студентов-первокурсников данный материал является новым, как и использование векторного и координатно-векторного метода решения геометрических задач. Поэтому здесь мы предлагаем начать набор задач по изучаемому разделу с тех, которые связаны с известными объектами – правильными многоугольниками, правильными многогранниками, а также с многогранниками и многоугольниками, знакомыми обучающемуся из школьной программы. Приведём конкретный пример.

Пример. На векторах, определённых диагоналями параллелограмма $ABCD$, как на сторонах, построен новый параллелограмм.

А) Докажите, что площадь построенного параллелограмма вдвое больше площади параллелограмма $ABCD$.

Б) Сформулируйте и докажите аналогичный факт для объёмов параллелепипедов – исходного параллелепипеда и параллелепипеда, построенного на трёх векторах, определённых какими-нибудь диагоналями его граней. Рассмотрите различные случаи.

Заметим, что первая часть данной задачи является классической задачей на применение геометрического смысла векторного произведения векторов. Вторая часть содержит в себе не только аналог этой задачи в трёхмерном случае, позволяющий отработать геометрический смысл смешанного произведения векторов, но и вопрос для исследования.

Затем стоит перейти к изучению нового класса многогранников – полуправильных многогранников. Под полуправильным многогранником мы понимаем выпуклый многогранник, у которого все грани являются правильными многоугольниками (не обязательно равными друг другу) и все многогранные углы равны между собой. Таких многогранников всего 14 видов: 13 архимедовых многогранников и многогранник Ашкинузе. Приведём конкретный пример.

Пример. 1. Найдите отношение объёмов куба и треугольной пирамиды с вершиной в вершине куба и вершинами основания, являющимися серединами рёбер куба, инцидентных рассматриваемой вершине куба.

2. Найдите отношение объёмов куба и кубооктаэдра, полученного из этого куба следующим образом. На каждом ребре куба отметим середину. Соединим отрезками середины соседних рёбер и отсечём полученные пирамиды с вершинами в вершинах куба и многоугольниками в основаниях, заданными построенными отрезками. Чему равно соответствующее отношение объёмов для октаэдра и кубооктаэдра, полученного из этого октаэдра аналогичным способом?

Заметим, что первая задача является подготовительной. Решив её, обучающийся может устно дать ответ на первый вопрос второй задачи. Кроме того, аналогичные рассуждения помогут дать правильный ответ и на второй вопрос второй задачи.

3. Уравнения прямых и плоскостей. Третий раздел – «Уравнения прямых и плоскостей». В нём рассматривается применение усвоенных теоретических фактов из предыдущих двух разделов для того, чтобы научиться задавать в декартовой системе координат прямые и плоскости. Кроме того, значительная часть материала посвящена исследованию вопроса взаимного расположения прямых и плоскостей с помощью координат и векторов. В задачах к данному разделу мы предлагаем не только продолжить оттачивать умение использовать координатно-векторный метод решения, но и узнать новые сведения о структуре ранее рассматриваемых многогранников – правильных и полуправильных. Приведём конкретный пример.

Пример. 1. Пусть дан додекаэдр (рисунок 1). Восемь его вершин A, B, C, D, E, F, G, H имеют следующие координаты соответственно: (1, –1, –1), (1, 1, –1), (–1, 1, –1), (–1, –1, –1), (1, –1, 1), (1, 1, 1), (–1, 1, 1), (–1, –1, 1). Найдите расстояния между прямыми AF и CH, AF и BG. Напишите уравнения общих перпендикуляров для указанных пар прямых.

2. Пусть дан октаэдр, рёбра которого ориентированы так, как показано на рисунке 2. На каждом ребре октаэдра отмечена точка, делящее это ребро в отношении $\frac{1}{2}(\sqrt{5}+1)\colon 1$

в направлении ориентации. Известно, что все вершины октаэдра принадлежат координатным осям, две вершины имеют координаты (2, 0, 0) и (–2, 0, 0).

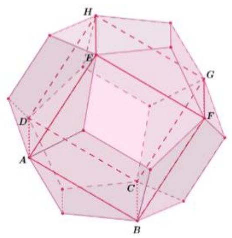


Рисунок 1

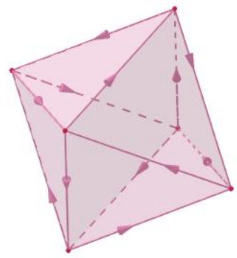


Рисунок 2

А) Определите вид многогранника, вершины которого совпадают с отмеченными точками на рёбрах октаэдра.

Б) Определите, в каком отношении диагональ икосаэдра, соединяющая его противоположные вершины, делится двумя параллельными плоскостями, одна из которых проходит через все вершины, смежные с одним из концов этой диагонали, а вторая – с другим.

Заметим, что в первой задаче вершины додекаэдра, у которых указаны координаты, задают куб, вписанный в него. В результате задача, в которой рассматривались диагонали додекаэдра, сводится к исследованию диагоналей граней куба. Во второй задаче изучается похожая конструкция – икосаэдр, вписанный в октаэдр. Такая комбинация многогранников упрощает процесс определения координат вершин икосаэдра, что в дальнейшем открывает больший простор для его исследования.

Для дальнейшего изучения теории многогранников мы предлагаем студентам ознакомиться с литературой [1–2].

Список литературы

1. Вернер, А. Л. От правильных выпуклых – к однородным невыпуклым. Ориентируемость и род поверхности. Октаэдр, кубооктаэдр и их семьи: учебное наглядное пособие / А. Л. Вернер, Л. А. Антипова, Ю. В. Маслова. – СПб. : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2023. – Букет 3. – 27 с.

2. Вернер, А. Л. От правильных выпуклых – к однородным невыпуклым. Однородные многогранники. Ромбокубооктаэдр и его семья: учебное наглядное пособие / А. Л. Вернер, Л. А. Антипова, Ю. В. Маслова. – СПб. : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2023. – Букет 4. – 36 с.

3. Вернер, А. Л. Геометрия. Часть 1 : Учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов / А. Л. Вернер, Б. Е. Кантор, С. А. Франгулов. – СПб. : Специальная литература, 1997. – 352 с.

МНОГОМЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ: ИССЛЕДОВАНИЕ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОМЕРНЫХ МНОГОГРАННИКОВ И СОЗДАНИЕ УЧЕБНЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕДВУЗОВ

Ю. В. Маслова, к. ф.-м. н., доцент,
С. С. Папченков, студент,
Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: yuliapetrova@mail.ru, papchenkov03@mail.ru

Аннотация. В статье приведены примеры лабораторных работ с использованием электронных таблиц и GeoGebra, направленных на формирование абстрактного мышления и навыков математического моделирования. Подчёркивается значимость включения многомерной геометрии в образовательные программы.

Ключевые слова: многомерная геометрия, правильные многогранники.

MULTIDIMENSIONAL GEOMETRY: THE STUDY OF REGULAR MULTIDIMENSIONAL POLYHEDRA AND THE CREATION OF EDUCATIONAL TASKS FOR STUDENTS OF PEDAGOGICAL UNIVERSITES

Yu. V. Maslova, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor,
S. S. Papchenkov, Student,
A. I. Herzen Russian State Pedagogical University,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: yuliapetrova@mail.ru, papchenkov03@mail.ru
Abstract. The article provides examples of laboratory work using spreadsheets and GeoGebra aimed at developing abstract thinking and mathematical modeling skills. The importance of including multidimensional geometry in educational programs is emphasized.
Keywords: multidimensional geometry, regular polyhedra.

Изучение правильных многомерных многогранников привлекает внимание исследователей уже не одно столетие. Свойства двумерных и трёхмерных фигур хорошо изучены и играют ведущую роль как в школьных, так и вузовских курсах геометрии. В свою очередь, в рамках программ педагогических ВУЗов изучению правильных многогранников высших размерностей уделено мало времени (или не уделено вовсе), несмотря на их математическую значимость и методический потенциал. Изучение данной темы позволяет расширить представление студентов о геометрии как о науке, выходящей за пределы визуально воспринимаемого мира, формирует абстрактное мышление и развивает способности к математическому моделированию.

Основу курса многомерной геометрии для студентов факультета математики РГПУ им. А. И. Герцена составляют следующие монографии: Б. А. Розенфельд «Многомерные пространства» [4], М. Берже «Геометрия. Том 1» [1]. Из современных работ мы опираемся на учебно-методическое пособие Ю. В. Масловой «Основы многомерной геометрии» (части 1 и 2) [2, 3], где приводятся определения основных понятий, доказываются ключевые теоремы, а также содержится набор упражнений и указаний к их решению.

В рамках данной статьи мы представим несколько разработанных нами учебных заданий с применением информационных технологий, направленных на исследование студентами правильных многомерных многогранников. Другие варианты использования средств информационных технологий в практической профессиональной деятельности рассматриваются в статье [5].

Приведём несколько основных определений курса.

Определение 1. ***Выпуклым многогранником*** в n-мерном евклидовом точечном пространстве ($\mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$) называется пересечение конечного числа полупространств.

Определение 2. Выпуклый многогранник называется ***невырожденным*** (или ***n-мерным***), если он содержит внутренние точки, то есть точки, являющиеся внутренними для каждого из полупространств, образующих в пересечении этот выпуклый многогранник.

Определение 3. Выпуклый многогранник называется ***ограниченным***, если он содержится в некотором шаре.

Всюду далее под многогранником мы будем понимать ограниченный невырожденный выпуклый многогранник.

Определение 4. ***Правильным многоугольником*** называется выпуклый многоугольник (т. е. двумерный многогранник), все стороны (рёбра) и все углы которого соответственно равны между собой. Если количество сторон правильного многоугольника равно p, то будем называть его правильным ***p-угольником*** и обозначать символом $\{p\}$.

Определение 5. Предположим, что правильные $(n-1)$-мерные многогранники уже определены. ***Правильным n-мерным многогранником (в*** $\mathbb{R}^n$***)*** называется n-мерный многогранник, все $(n-1)$-мерные грани которого являются равными между собой правильными ($(n-1)$-мерными) многогранниками, а середины рёбер, примыкающих к каждой вершине этого многогранника, являются вершинами также равных между собой правильных $(n-1)$-мерных многогранников (называемых ***вершинными*** $(\boldsymbol{n-1})$***-мерными многогранниками***).

Определение 6. ***Символ Шлефли*** правильного n-мерного многогранника обозначается $\{p_1, p_2, \ldots, p_{n-1}\}$ и определяется следующим образом: $\{p_1\}$ − символ его двумерных граней; $\{p_2\}$ − символ двумерных граней его вершинных $(n-1)$-мерных многогранников; $\{p_3\}$ − символ двумерных граней вершинных $(n-2)$-мерных многогранников этих вершинных $(n-1)$-мерных многогранников; $\{p_i\}$ − символ двумерной грани вершинных $(n-i+1)$-мерных многогранников, определяемых аналогичным образом вершинных $(n-i+2)$-мерных многогранников; $\{p_{n-1}\}$ − символ вершинного многоугольника, определённого аналогичным образом трёхмерного вершинного многогранника.

Основной теоремой курса является теорема Шлефли о классификации правильных многомерных многогранников.

Теорема. *Символы правильных n-мерных многогранников могут быть только следующего вида:*

- $\{3\}, \{4\}, \{5\}, \ldots$ *при* $n = 2$*;*
- $\{3, 3\}, \{4, 3\}, \{3, 4\}, \{5, 3\}, \{3, 5\}$ *при* $n = 3$*;*
- $\{3, 3, 3\}, \{4, 3, 3\}, \{3, 4, 3\}, \{3, 3, 4\}, \{5, 3, 3\}, \{3, 3, 5\}$ *при n = 4;*
- $\{\underbrace{3, \ldots, 3}_{n-1}\}, \{4, \underbrace{3, \ldots, 3}_{n-2}\}, \{\underbrace{3, \ldots, 3}_{n-2}, 4\}$ *при* $n \geq 5$.

Для каждого из этих символов существует правильный n-мерный многогранник с таким символом, и два правильных n-мерных многогранника с одинаковыми символами подобны.

В качестве учебных заданий, направленных на закрепление понятий многомерной геометрии и формирование у студентов навыков самостоятельного геометрического исследования, мы предлагаем разработанные нами лабораторные работы. В каждой лабораторной работе сформулирована её цель, приведена инструкция по её выполнению и представлен список заданий. Все работы основаны на вычислениях в электронных таблицах Microsoft Excel с применением макросов. Всего разработано 5 лабораторных работ. С их содержанием, электронными таблицами к ним и теоретическим материалом, необходимым для выполнения лабораторных работ, можно ознакомится по ссылке: https://clck.ru/3MDL3F. Перед выполнением лабораторной работы мы рекомендуем обучающемуся изучить теоретический материал, соответствующий данной теме. В статье ниже перечислим названия и цель для каждой лабораторной работы и приведём задания двух из них.

Лабораторная работа № 1. Координаты *n*-мерного симплекса.

Цель: изучить устройство (строение) симплексов различных размерностей, определить взаимное расположение правильного $(n-1)$-мерного симплекса и $(n-1)$-мерной грани правильного n-мерного симплекса.

Описание работы. Для выполнения лабораторной работы № 1 необходимо использовать таблицу (Лабораторная работа 1.xlsm). В таблице выводятся координаты вершин правильного многомерного симплекса, размерность которого задаётся обучающимся в ячейке B1 (размерность не должна превышать 20, в противном случае результат работы таблицы будет некорректным). В столбце B, начиная с ячейки B3, выводятся номера вершин правильного симплекса соответствующей размерности. В строке 2, начиная с ячейки C2, выводятся номера осей декартовой системы координат. В остальных ячейках в интервале C3:V23 выводятся соответствующие координаты в формате: «±корень(число)». Также для выполнения работы потребуется любой дистрибутив GeoGebra 3D Calculator.

Задачи.

1. Вычислите координаты вершин правильного двумерного, трёхмерного и четырёхмерного симплексов, пользуясь данными в электронной таблице «Лабораторная работа 1».

2. В GeoGebra постройте правильный двумерный и трёхмерный симплексы в одной трёхмерной декартовой системе координат, пользуясь данными в электронной таблице «Лабораторная работа 1».

3. Предъявите преобразования пространства, отображающие правильный двумерный симплекс в двумерные грани правильного трёхмерного симплекса.

4. Сформулируйте гипотезу о взаимном расположении правильного $(n-1)$-мерного симплекса и $(n-1)$-мерной грани правильного n-мерного симплекса, лежащей в плоскости $x_n = -1$. Предъявите преобразование пространства, отображающее этот $(n-1)$-мерный симплекс на эту $(n - 1)$-мерную грань.

Лабораторная работа № 2. Исследование *n*-мерного куба. Многомерное судоку.

Цель: изучить один из принципов нумерации вершин многомерного куба и научиться использовать преимущества данной нумерации.

Лабораторная работа № 3. Вершинная фигура *n*-мерного куба.

Цель: изучить вершинную фигуру n-мерного куба.

Лабораторная работа № 4. Исследование *n*-мерного креста.

Цель: изучить свойства n-мерного креста, изучить его вершинную фигуру и её связь с гранью вершинной фигуры взаимного куба.

Лабораторная работа № 5. Исследование вершинной фигуры четырёхмерного многогранника с символом Шлефли $\{3,4,3\}$.

Цель: определить, какой многогранник является вершинным для многогранника с символом Шлефли $\{3,4,3\}$, изучить свойства этой вершинной фигуры.

Описание работы. Для выполнения лабораторной работы № 5 необходимо использовать таблицу (Лабораторная работа 5.xlsb»). В ячейке B3 укажите индекс вершины типа A многогранника $\{3,4,3\}$. В ходе работы в ячейках C3:F3 будут выведены координаты этой вершины. В таблице также представлены все координаты вершин типа B. На рабочем листе есть несколько таблиц с данными, зависящими от указанного индекса, необходимыми для выполнения работы.

Задачи.

1. Определите и обоснуйте, каким образом находятся координаты вершин, связанных ребром с заданной в ячейке B3 вершиной.

2. Определите на основе данных таблицы, каким правильным многогранником является вершинная фигура многогранника $\{3,4,3\}$.

3. Докажите, что вершинная фигура многогранника $\{3,4,3\}$ является правильным многогранником.

Список литературы

1. Берже, М. Геометрия. В 2 т. Т. 1 / М. Берже. – пер. с франц. – М. : Мир, 1984. – 560 с.

2. Маслова, Ю. В. Основы многомерной геометрии. Ч. 1: Аффинные пространства : учеб.-метод. пособие / Ю. В. Маслова. – СПБ. : РГПУ им. А. И. Герцена, 2018. – 82 с.
3. Маслова, Ю. В. Основы многомерной геометрии. Ч. 2: Евклидовы пространства : учеб.-метод. пособие / Ю. В. Маслова. – СПб. : РГПУ им. А. И. Герцена, 2018. – 57 с.
4. Розенфельд, Б. А. Многомерные пространства / Б. А. Розенфельд. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1966. – 637 с.
5. Шумара, Е. В. Подготовка будущих учителей математики к применению электронных образовательных ресурсов в профессиональной деятельности / Е. В. Шумара // Современные проблемы математики и математического образования : Сборник науч. статей Междунар. науч. конф.: к 225-летию Герценовского ун-та, Санкт-Петербург, 04–06 июня 2022 года / Под редакцией В. В. Орлова и М. Я. Якубсона. – СПб : Российский гос. пед. ун-т им. А. И. Герцена, 2022. – С. 127–131.

ОБУЧЕНИЕ РЕАЛИЗАЦИИ СТРАТЕГИЙ КАК АЛЬТЕРНАТИВА «НАРЕШИВАНИЮ ЗАДАЧ» (ТРЕНИРОВКЕ НЕЙРОСЕТИ)

[1]**Ю. Б. Мельников**, к. ф.-м. н., доцент,
[2]**В. И. Белоусова**, к. ф.-м. н., доцент,
[3]**К. С. Поторочина**, к.пед.н., доцент,
[1]Уральский государственный горный университет,
[1-3]Уральский федеральный университет,
Екатеринбург, Россия
e-mail: yu.b.melnikov@yandex.ru, v.i.belousova@urfu.ru
ksen83@mail.ru

Аннотация. Традиционные подходы к обучению математической деятельности обычно сводятся к «нарешиванию», «прорешиванию» задач, то есть тренировке нейросети. Реализация этого подхода затруднена, например, для курса геометрии с её сложными многоэтапными решениями, а также для дискретной математики, сильно фрагментированного, эклектичного с разнотипными задачами, относящимися к разным разделам математики. Нами рассматривается обучение математике в виде обучения реализации стратегий деятельности, где стратегия трактуется как механизм построения планов деятельности, иными словами, объективный компонент управления деятельностью, а методология – как система создания стратегий деятельности.

Ключевые слова: стратегия деятельности, методика обучения математике, методология математической деятельности, математические задачи.

STRATEGY IMPLEMENTATION TRAINING AS AN ALTERNATIVE TO «PROBLEM SOLVING» (NEURAL NETWORK TRAINING)

[1]**Yu. B. Melnikov**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
[2]**V. I. Belousova**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
[3]**K. S. Potorochina**, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
[1]Ural State Mining University
[1-3]Ural Federal University,
Yekaterinburg, Russia
e-mail: yu.b.melnikov@yandex.ru, v.i.belousova@urfu.ru,
ksen83@mail.ru

Annotation. Traditional approaches to teaching mathematical activity usually come down to «solving», «solving» problems, i.e. training a neural network. The implementation of this approach

is difficult, for example, for a geometry course with its complex multi-stage solutions, as well as for discrete mathematics, which is highly fragmented, eclectic with different types of problems related to different sections of mathematics. This paper examines teaching mathematics in the form of teaching the implementation of activity strategies, where strategy is interpreted as a mechanism for constructing activity plans, i.e. an objective component of activity management, and methodology is interpreted as a system for creating activity strategies.
Keywords: strategy of activity, methods of teaching mathematics, methodology of mathematical activity, mathematical problems.

Сейчас обучение математической деятельности обычно ведется путем «нарешивания» (иногда говорят «прорешивания») задач. Это экстенсивный способ обучения, его потенциал быстро падает с уменьшением количества часов, отводимых на аудиторную работу. Целью «нарешивания» задач является формирование алгоритма решения данного класса задач с помощью процесса, являющегося, как минимум, аналогом тренировки нейросети. Мы не утверждаем, что технически процессы, происходящие в мозгу и мышлении, протекают в форме тренировки нейросети, но аналогия очевидна. Поэтому мы термин «нейросеть» в отношении мыслительных процессов и органических изменений в мозгу мы будем использовать в кавычках. Обучение «нарешиванием», или, в терминах компьютерных наук, тренировка нейросети, имеет следующие недостатки.

Недостаток 1. Процесс получения алгоритма не формализован, его сложно контролировать, он субъективен: зависит от органических особенностей мозга конкретного субъекта деятельности, индивидуального опыта, качеств личности и т. д.

Недостаток 2. «Нейросеть» нередко проектируется с учетом особенностей конкретного типа задач. Тренировка неправильно спроектированной «нейросети» может быть бесполезна и не приводить к нужному результату. Если «нейросеть» ученика не приспособлена к данному типу задач, то даже решение большого числа задач не позволяет ему научиться самостоятельно создавать решение задачи.

Недостаток 3. Тренировка нейросети расходует плохо контролируемый объём ресурсов, зависящий не только от организации процесса тренировки, но и от субъективных особенностей конкретного обучающегося.

Недостаток 4. В силу вышесказанного, оптимизация тренировки в значительной степени остается областью искусства, а не ремесла.

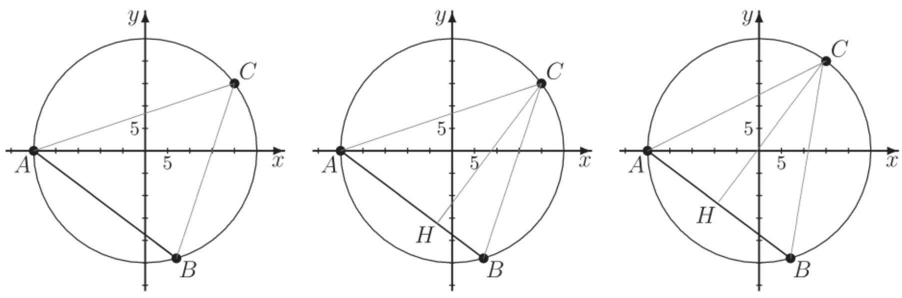
Недостаток 5. Из-за этого сформированный механизм трудно или невозможно быстро адаптировать к новым, пусть даже не слишком сильно измененным задачам.

На наш взгляд, роль нейросетей и их аналогов в управлении деятельностью в настоящий момент преувеличена. Дополнением, а нередко и альтернативой нейросетям, являются управление посредством реализации стратегий [1, 2] и, на следующем уровне управления, посредством практического использования методологии [3]. Если управление ориентировано на выполнение алгоритмов, схема решения задачи обычно выглядит примерно так: 1) выбор алгоритма на основании отнесения задачи к некоторому известному типу; 2) быть может, его адаптация к измененным условиям; 3) выполнение алгоритма; 4) желателен анализ адекватности результата; 5) оформление ответа.

Схема поиска ответа посредством реализации стратегий представлена на рисунке 1.

Рисунок 1 – Связи между целью деятельности, ресурсами, стратегией и планом деятельности. Каждый пункт плана воспринимается субъектом деятельности либо как ссылка на доступный алгоритм деятельности, либо на (локальную) цель

Сначала рассмотрим пример использования разных стратегий на задаче школьного уровня: «Найти максимум площади треугольника с вершинами в точках A (–25, 0), B (7, –24), C (x, y), если $x^2 + y^2 = 625$», рисунок 2, *а*. Стратегия, типичная для математического анализа, состоит в выражении оптимизируемой величины S (в данном случае, площади) через параметр, например, абсциссы x точки C, рисунок 2, *б*, и последующем исследовании функции $S(x)$ на экстремум. Это потребует громоздких вычислений. Применение стратегии геометрической интерпретации продемонстрировано на рисунке 2, *в*.



а) *б)* *в)*

Рисунок 2 – Иллюстрация к примеру разных стратегий оптимизации

Теперь рассмотрим построение стратегии на примере поиска решения задачи: «Найти на множестве $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ минимальное отношение эквивалентности, включающее в себя отношение «число m делит нацело число n».

Если субъект деятельности ориентирован только на использование типовых алгоритмов или на «тренировку нейросети», то он демонстрирует беспомощность перед этой новой для него задачей: «Но раньше мы такие задачи не решали».

Субъект деятельности, имеющий опыт реализации известных стратегий попытается подобрать стратегию (вообще говоря, не алгоритм), пригодную для решения данной задачи. Формулировка данной задачи «подталкивает» к применению стратегии обогащения и редуцирования модели [2]. Отношения моделируются тремя способами: предикат-высказывание[1] (именно так задано исходное отношение), предикат-функция[2], отношение[3]

[1] Т. е. высказывание, истинность которого определяется значениями некоторых аргументов x_1, x_2, ... x_n, причем из контекста ясно, какие именно составляющие исходного высказывания рассматриваются в качестве аргументов. В данном случае все возможные значения аргументов принадлежат A.

[2] Так мы называем функцию от аргументов исходного предиката-высказывания, принимающую значение 1, если исходный предикат-высказывание является истинным при данных значениях аргументов, и 0 в противном случае.

[3] Т. е. подмножеством всех тех упорядоченных n-ок $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ таких, что исходное высказывание при $x_1 = a_1$, $x_2 = a_2$, …, $x_n = a_n$ является истинным или, что синонимично, предикат функция от таких значений аргумента принимает значение 1.

и ориентированный граф. Построение решения, допустим, на языке отношений, то есть плана получения соответствующего множества, для человека, имеющего опыт управления деятельностью посредством реализации стратегий деятельности, обычно уже не вызывает затруднений. В случае работы на уровне методологии человек, решающий эту несложную задачу, прогнозирует, в частности, громоздкость ответа, получаемого с помощью алгоритма решения, разработанного на основе применения стратегии обогащения модели [2].

Человек, способный управлять деятельностью на уровне методологии, может разработать более удачную стратегию решения, используя, например, **алгебраический подход к моделированию** (в данном случае – к моделированию стратегии решения задачи), по нашему мнению, представляющему собой систему из трех компонентов [1, 2]: 1) системы базовых моделей; 2) системы типовых преобразований и типовых комбинаций моделей; 3) механизма аппроксимирования, предназначенного для представления в виде результата применения типовых преобразований и типовых комбинаций базовых моделей либо искомой модели, либо уже имеющейся модели. Одной из основ построения механизма аппроксимирования является *система типовых ассоциаций*. В частности, в рассматриваемой задаче «найти… отношение…» требуется найти *отношение эквивалентности*, для которого основными ассоциациями являются понятия рефлексивности, симметричности, транзитивности и критерий отношения эквивалентности (множество развивается на классы эквивалентных элементов). Ясно, что в один класс эквивалентных элементов будут входить числа 2, 4, 6, 3 и 8, и будут еще два одноэлементных класса {5} и {7}.

Результатом теоретического анализа и практики обучения являются следующие условия успешности обучения реализации стратегий. **Условие 1:** взвешенное отношение к ошибкам обучаемых. **Условие 2:** изменение отношения к планам, часть пунктов которого воспринята как ссылка на цель (вообще говоря, локальную). **Условие 3:** приоритет обучения выбору типовых планов, например, метод восходящего и метод нисходящего анализа (в англоязычной литературе называемых аналитическим и, соответственно, синтетическим методом), а также развитая контролируемая система ассоциаций, как основу механизма аппроксимирования из состава упомянутого выше алгебраического подхода к моделированию. **Условие 4:** следствием из сказанного выше должна быть сформированная привычка начинать поиск решения задачи *с анализа цели* и *имеющихся ресурсов*. **Условие 5:** одним из важнейших источников ресурсов для выбора оптимальной стратегии и оптимального плана является система определений рассматриваемых понятий и, в целом, понятийный аппарат соответствующей области математики [4]. Отметим, что формирование необходимых умений и качеств личности может осуществляться и в форме «тренировки нейросети», но целью тренировки является формирование «метаумений», умений и знаний универсального характера, не ограничивающихся конкретным узким классом задач. Некоторые из них применимы и за пределами математики.

Список литературы

1. Мельников, Ю. Б. Внутреннее алгебраическое представление стратегии как средство организации обучения математической деятельности / Ю. Б. Мельников, С. М. Привалов // Современное образование. – 2019. – № 4. – С. 1–14. – URL: https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=31402 (дата обращения 20.04.2025).

2. Поторочина, К. С. Внешнее алгебраическое представление стратегий некоторых видов рутинной деятельности / К. С. Поторочина, Ю. Б. Мельников // Цифровые модели и решения. – 2022. – Т. 1, № 2. – С. 6. – URL: http://usue-journal.ru/images/new-pdf/2/6n.pdf (дата обращения 20.04.2025).

3. Мельников, Ю. Б. Элементы методологии рутинной математической деятельности в обучении студентов бакалавриата и магистрантов / Ю. Б. Мельников, А. А. Кныш // Педагогика.

Вопросы теории и практики. – 2024. – Т. 9, № 10. – С. 948–958. URL: https://pedagogy-journal.ru/article/ped20240120/fulltext (дата обращения 20.04.2025).

4. Белоусова, В. И. Приоритетные компоненты культуры работы с понятийным аппаратом в цифровую эпоху на примере дискретной математики / В. И. Белоусова, Ю. Б. Мельников // Бизнес. Образование. Право. – 2024. – № 3 (68). – С. 480–487. – URL: https://vestnik.volbi.ru/webarchive/368/pedagogika/prioritetnye-komponenty-kultury-raboty-s.html (дата обращения 20.04.2025).

СОДЕРЖАНИЕ ПОНЯТИЯ «ПРИРОДА КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА» И ДИДАКТИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ЕГО УСВОЕНИЯ ОБУЧАЮЩИМИСЯ

В. С. Миналто, магистр,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: minalto.v.s@gmail.com

Аннотация. По результатам анализа научно-методической литературы охарактеризовано содержание понятия «природа комплексного числа». Обосновано использование устных вопросов о комплексных числах, являющихся частью дидактических средств для усвоения обучающимися природы новых чисел. Описан приём для разработки содержания таких вопросов, где мнимая единица включается в разные алгебраические и геометрические контексты; приведены примеры устных вопросов, созданных с помощью этого приёма.

Ключевые слова: комплексное число, формализм, суть, природа математического объекта, мнимая единица, контекст, внутрипредметные связи, средства обучения.

CONTENT OF THE CONCEPT «THE NATURE OF A COMPLEX NUMBER» AND DIDACTIC MEANS FOR ITS UNDERSTANDING BY STUDENTS

V. S. Minalto, Master,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Belarus
e-mail: minalto.v.s@gmail.com

Abstract. Based on the results of the analysis of scientific and methodological literature, the content of the concept «the nature of a complex number» is characterized. The use of oral questions about complex numbers, which are part of didactic tools for students to learn the nature of new numbers, is justified. A technique is described for developing the content of such questions, where the imaginary unit is included in different algebraic and geometric contexts; examples of oral questions created using this technique are given.

Keywords: complex number, formalism, essence, nature of mathematical object, imaginary unit, context, intrasubject connections, learning tools.

Качественно новые результаты учебной деятельности у обучающегося в процессе изучения конкретного материала возможны лишь тогда, когда он овладеет его содержанием. В обучении ряду абстрактных тем (такой является и тема «Комплексные числа») обучающиеся нередко усваивают лишь форму нового знания, без понимания его содержания. Одной из причин формализма в знаниях обучающихся является непонимание ими так называемой «природы изучаемого математического объекта». Например, в работе [3] отмечается: «*Студент получает ответ, но не задумывается над природой комплексных чисел*» [3, с. 1]. Цель данной статьи – охарактеризовать содержание понятия «природа комплексного числа» и выявить возможные пути преодоления формализма при его усвоении обучающимися.

На основе теоретико-множественного подхода сформулированы определения различных чисел и соответствующих числовых множеств. По мнению А. Д. Александрова, «*при этом либо природа объекта и отношений остаётся вовсе не определённой и лишь фиксируются в аксиомах формальные свойства этих последних ..., либо объекты и отношения определяются псевдоконструктивно, исходя из объектов и отношений, считающихся данными* ...» [1, с. 5–6]. Исключением не является и определение комплексного числа, в котором, помимо общей записи его алгебраического вида $a + bi$, где $\{a, b\} \subset \mathbb{R}$, ещё аксиоматически задаются: свойство мнимой единицы $i^2 = -1$, отношение равенства двух комплексных чисел, операции нахождения их суммы и произведения.

Подходящим вариантом определения слова «природа» (из множества определяющих его терминов в толковых словарях) в связке с некоторым понятием является: «*(книжн.) основное свойство, сущность*» [5, с. 607]. С другой стороны, слово «природа» образовано от слова «род», сочетание которого с приставкой «при-» может быть выражено так: непосредственно близкий к рождению. Поэтому, по нашему мнению, описание природы математического объекта нужно связывать в первую очередь с его происхождением. Например, понятие натурального числа является результатом абстракции отождествления ряда объектов действительности (3 зубра, 3 камня, 3 скамейки и т. п.).

Природа комплексного числа связана с добавлением мнимой единицы ко всем действительным числам и установлением отношений между элементами полученного объекта – образуется новое числовое множество $\mathbb{C}$. В множестве $\mathbb{R}$ всех действительных чисел нет числа, квадрат которого равен отрицательному числу, поскольку множество $\mathbb{R}$ не замкнуто относительно операции извлечения корня чётной степени. Но на множестве $\mathbb{C}$ всех комплексных чисел результат возведения в чётную степень его элементов вида bi равен отрицательному действительному числу за счёт наличия свойства, выраженного в равенстве $i^2 = -1$. Исходя из этой особенности комплексных чисел и смысла слова «суть», поясняемого как «*самое главное и существенное в чём-нибудь*» [5, с. 756], можно сделать вывод: суть комплексного числа кроется в свойстве мнимой единицы. Однако анализ учебно-методической литературы показывает, что на свойство мнимой единицы меньше всего обращается внимание обучающихся, а упражнения с соответствующим содержанием по его изучению почти не встречаются.

В современной общеобразовательной школе предупреждение и преодоление формализма в отдельных традиционных темах курса математики зачастую достигаются (кроме научно обоснованных методик и продуманных систем дидактических подходов и приёмов, сложившихся в длительной практике обучения) через разработку специального дидактического обеспечения. Средством для усвоения учащимися особенностей новой математической теории могут быть различные устные упражнения, выполнение которых не требует сложных преобразований и вычислений, но акцентирует её смысловые нюансы.

По мнению П. Ю. Германович, «*широкое применение на уроках подобных упражнений особенно важно при изучении тех разделов программы, по которым (как, например, в теме «Комплексные числа») имеющиеся в задачниках обычные задачи, рассчитанные на письменное решение, однотипны и не обеспечивают углублённой проверки качества знаний по всей теме*» [4, с. 55]. В статье [7] приведён перечень вопросов на усвоение особенностей основных понятий алгебры, которые, по мнению её автора, «*помогают учащимся в понимании сущности изучаемого материала*» [7, с. 28], например, даны следующие вопросы по теме «Комплексные числа»:

1. Положительное или отрицательное число $-5i$?
2. Которое из чисел больше: $-2 - 3i$ или $2 + 3i$?

3. Вычислить: а) $|3-4i|$; б) $|cos\varphi + isin\varphi|$.

4. Найти действительно значение x в уравнении: $x-2=i(x-3)$.

5. Найти x и y из равенства $x-2i=i(y-3)$.

6. Как располагаются на плоскости точки, изображающие комплексные числа, если: а) лишь модули этих чисел одинаковые; б) лишь их аргументы одинаковые; в) соответственно их модули и аргументы одинаковы?

Учитывая сформулированный выше тезис о сути комплексного числа, вопросы 1 и 2 действительно проверяют её понимание. Учащимся, которые до этого привыкли сравнивать действительные числа, не очевидно отсутствие правильного ответа на вопросы 1 и 2 (среди двух предложенных альтернатив в тексте их формулировок). В пособии [6] из России с помощью мнимой единицы и числа нуль доказано отсутствие возможности упорядочить элементы множества $\mathbb{C}$ всех комплексных чисел. То есть обосновано, что комплексные числа нельзя сравнивать с помощью обычных знаков «<» и «>» так, чтобы «*сохранялись привычные свойства арифметических операций с неравенствами и неравенства между вещественными числами были бы частным случаем неравенств между комплексными числами*» [6, с. 222]. Вопросы 3–6 относятся к типовым заданиям о комплексных числах – они в меньшей степени направлены на выявление их природы и/или сути.

Для преодоления формализма при изучении комплексных чисел нами используется опыт Международной программы по оценке образовательных достижений учащихся, известной по аббревиатуре PISA (англ. Programme for International Student Assessment). В аналитическом обосновании этой программы указано, что в оценке образовательных достижений конкретного учащегося по результатам изучения им курса школьной математики проверяется «*способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах*» [8, с. 65]. Соответственно, полагаем актуальным создание и применение специальных контекстов для понятия мнимой единицы. При формировании и рассмотрении контекстов будем следовать определению О. Н. Карневич: «*Контекст объекта исследования – это среда, включающая этот объект и способствующая выявлению его свойств и отношений с другими объектами*» [2, с. 79].

Содержание устных вопросов должно включать уже изученные алгебраические и геометрические понятия, что позволит акцентировать внимание обучающихся на их разнообразные внутрипредметные связи с комплексными числами.

Создание формулировок вопросов о мнимой единице в разных контекстах реализуется нами с помощью «приёма присоединения мнимой единицы», состоящего в *выборе разработчиком алгебраического или геометрического контекста (в виде математического факта, формулы, теоремы), с помощью которого можно провоцировать ошибки учащихся в случаях, когда особенности новых чисел ими не усвоены.*

I вопрос. Верно ли, что тройка чисел $i,\ 2\sqrt{2},$ 3 удовлетворяет условию теоремы, обратной теореме Пифагора: а) да, $i^2+3^2=(2\sqrt{2})^2$ – верно; б) нет (ответ обоснуйте)?

II вопрос. Верно ли утверждение: «Если чисто мнимые числа изображены соответствующими точками координатной оси Oy комплексной плоскости Oxy, то $3i$ можно сравнить с $2i$»: а) да, $3i>2i$; б) да, $3i<2i$; в) да, $3i=2i$; г) нет, нельзя (ответ обоснуйте)?

В формулировке I вопроса для указанной тройки чисел нами специально выбрана формула (алгебраический контекст), которая определена для значений переменных из множества положительных чисел (мнимая единица элементом этого множества не является). Для формулировки II вопроса выбрана ситуация, требующая сравнения длин отрезков (геометрический контекст), значения которых также могут быть лишь положительными числами, а числа $2i$ и $3i$ к ним не относятся.

Таким образом, суть комплексного числа проявляется через свойство мнимой единицы, выраженное равенством $i^2 = -1$; именно это свойство делает ***возможным*** извлечение квадратного корня чётной степени из отрицательного числа и ***невозможной*** привычную для других чисел операцию сравнения элементов множества комплексных чисел. Для усвоения сути комплексного числа полезны устные вопросы, разработанные с помощью «приёма присоединения мнимой единицы», то есть включения нового для обучающихся понятия в уже известные контексты алгебры и геометрии через математические факты, формулы, теоремы. Ответы на эти вопросы делают заметными особенности нового вида чисел и их разнообразные внутрипредметные связи с понятиями школьного курса математики. Система устных вопросов о мнимой единице в алгебраических и геометрических контекстах является частью дидактических средств для усвоения природы комплексных чисел обучающимися.

Список литературы

1. Александров, А. Д. Математика и диалектика / А. Д. Александров // Математика в шк. – 1972. – № 1. – С. 3–9.
2. Карневич, О. Н. Значимость контекста как общенаучного понятия / О. Н. Карневич // Математическое образование – 9: сб. материалов Междунар. конф., Ереван, 7–8 окт. 2021 г. / Арм. гос. пед. ун-т; редкол.: Г. С. Микаелян (отв. ред.) [и др.]. – Ереван, 2021. – С. 77–80.
3. Кухарский, Д. А. Опыт преподавания комплексных чисел в профильных классах / Д. А. Кухарский // Universum: психология и образование: электрон. научн. Журн. – URL: https://7universum.com/ru/psy/archive/item/16168 (дата обращения: 28.06.2025).
4. Методика преподавания математики: пособие: в 2 ч. / С. Е. Ляпин [и др.]. – Л. : Учпедгиз, 1956. – Ч. 2. – 656 с.
5. Ожегов, С. И. Толковый словарь русского языка: 80 000 слов и фразеологических выражений / С. И. Ожегов, Н. Ю. Шведова. – М. : Азбуковник, 1999. – 944 с.
6. Пратусевич, М. Я. Алгебра и начала математического анализа: метод. рек.: 11 кл.: углубл. уровень / М. Я. Пратусевич, К. М. Столбцов, В. Н. Соломин. – М. : Просвещение, 2013. – 288 с.
7. Смышляев, В. К. Вопросы на понимание некоторых понятий алгебры / В. К. Смышляев // Математика в шк. – 1965. – № 3. – С. 28–29.
8. PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy, PISA. – Paris: OECD Publishing, 2016. – 199 с.

О ФОРМИРОВАНИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В ЦИФРОВОЙ СРЕДЕ

А. А. Олехов, старший преподаватель,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь, Россия
olehov.alexei@mail.ru

Аннотация. Описываются возможности формирования исследовательских умений школьников при решении прикладных математических задач в процессе разработки цифровых продуктов. Приводятся примеры возможных задач и тематик исследований. Публикация выполнена в рамках государственного задания Министерства Просвещения РФ по теме «Разработка содержательного и процессуального компонентов системы формирования исследовательских умений школьников в процессе осуществления ими проектной деятельности с использованием технологий искусственного интеллекта» (номер OTGE-2025-0017, 1024122400004-0-5.3.1).

Ключевые слова: исследовательские умения, прикладные задачи, искусственный интеллект, цифровой продукт.

ON THE FORMATION OF RESEARCH SKILLS OF STUDENTS OF ADDITIONAL MATHEMATICAL EDUCATION IN A DIGITAL ENVIRONMENT

A. A. Olekhov, Senior Lecturer,
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
Perm, Russia
Abstract. The paper describes the possibilities of forming research skills of schoolchildren when solving applied mathematical problems in the process of developing digital products. Examples of possible tasks and research topics are given. The publication was carried out as part of the state assignment of the Ministry of Education of the Russian Federation on the topic «Developing the Content and Process Components of the System for Developing Students' Research Skills through Project Activities Using Artificial Intelligence Technologies» (OTGE-2025-0017, 1024122400004-0-5.3.1).
Keywords: research skills, applied tasks, artificial intelligence, digital product.

Стратегия научно-технологического развития РФ акцентирует переход к передовым цифровым технологиям, ИИ и роботизированным системам [2]. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования указывает, в частности, на необходимость организации проектной и учебно-исследовательской деятельности обучающихся для достижения практико-ориентированных результатов образования [3].

Указанные обстоятельства обусловливают актуальность прикладных исследований по интеграции цифровых инструментов в формирование исследовательских умений учащихся. В рамках работы со школьниками Пермского края в направлении машинного обучения и ИИ реализуются проекты, где учащиеся решают прикладные математические задачи: вычисление коэффициента IoU для детекции объектов, оптимизация функций активации нейросетей, расчет вероятности ошибок моделей и др. [1].

Хотя решение этих задач способствует развитию исследовательских умений, для их комплексного формирования недостаточно точечных упражнений. Ключевое значение имеет включение учащихся в полный цикл разработки продуктов – от постановки задачи до внедрения.

При разработке продуктов исследовательские умения учащихся формируются как путем решения глобальной исследовательской задачи, связанной напрямую с целью проекта, так и путем решения заранее подготовленных универсальных прикладных математических задач из области разработки искусственных нейронных сетей (рисунок 1).

Ниже приведем примеры нескольких заданий для учащихся продвинутого уровня, предлагаемых для решения в процессе выполнения проектной работы.

Задание 1. *Оптимизация градиентного спуска.*

Модель пропускает мелкие трещины и поры на изображениях губчатого титана из-за неправильной настройки скорости обучения (η). При слишком высоком η градиентный спуск «перепрыгивает» минимум функции потерь, а при слишком низком – обучение занимает много времени.

Дана функция потерь $L(w) = w^2 - 4w + 5$, где w – вес нейрона.

Найдите производную.

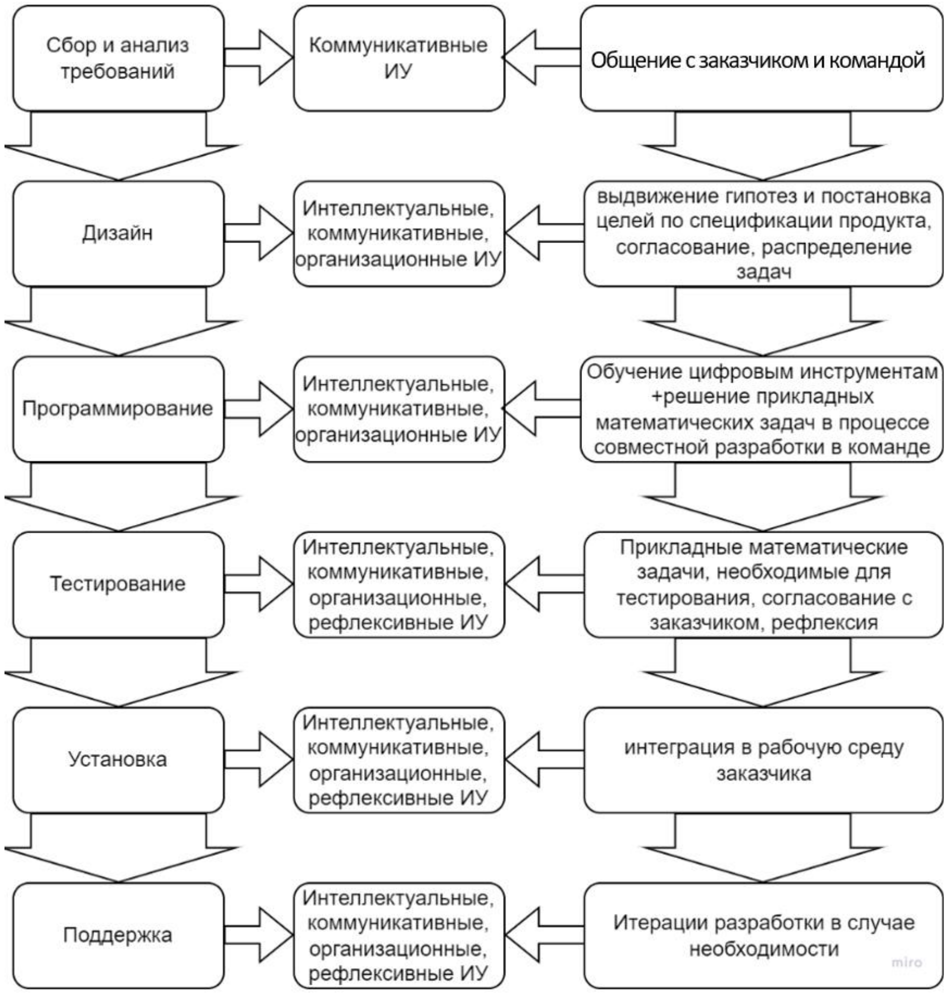


Рисунок 1 – Формирование исследовательских умений в процессе разработки цифрового продукта

Напишите правило обновления веса при скорости обучения η:

$$w_{\text{новый}} = w_{\text{старый}} - \eta \frac{dL}{dw}$$

Пусть начальный вес $w_0 = 0$, а η=0,5. Рассчитайте вес после трех итераций.

При каком η градиентный спуск начнет расходиться?

Решение задачи показывает, как скорость обучения (η) влияет на сходимость алгоритма.

Понимание градиентного спуска помогает:

– избегать расходимости при слишком высоком η;

– оптимизировать время обучения, выбирая η, которая быстро приводит к минимуму функции потерь.

Задание 2. *Функция активации Swish.*

Функция активации сигмоида $\sigma(z)$ даёт низкую контрастность границ дефектов (точность 78%).

Рассмотрите функцию активации Swish:

$f(x) = x \cdot \sigma(\beta x), \quad \sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$

Найдите производную $f'(x)$.

Докажите, что при $\beta \to 0$, Swish приближается к линейной функции $f(x) = \frac{x}{2}$.

При $\beta=1$ вычислите $f(2)$ и $f'(2)$.

Анализ функции Swish демонстрирует, как выбор функции активации влияет на скорость обучения и точность:

- использование ReLU или Swish вместо сигмоиды ускоряет обучение и предотвращает проблему «исчезающих градиентов»;
- настройка параметров (например, β в Swish) улучшает адаптивность модели к данным.

Задание 3. *L2-Регуляризация.*

Мы встретились с проблемой переобучения на артефактах съёмки (блики, пыль).

Дана модель с функцией потерь $L = \underbrace{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}_{\text{Ошибка}} + \underbrace{\lambda \parallel w \parallel^2}_{\text{Регуляризация}}$, где $\lambda = 0{,}1$, $w = [2; -3]$.

Рассчитайте вклад регуляризации в общую функцию потерь.

При каком λ вклад регуляризации составит 50% от общей потери, при значении ошибки 0,8?

Расчёт вклада регуляризации учит балансировать между точностью на обучающих и тестовых данных:

- правильный выбор λ снижает переобучение, делая модель более устойчивой к шуму;
- регуляризация L2 (как в задаче) – стандартный метод улучшения обобщающей способности сетей.

В таблице 1 представлены исследовательские умения, формируемые в процессе решения описанных задач.

Таблица 1 – Формируемые исследовательские умения

Умение	*Кейс 1: Градиентный спуск*	*Кейс 2: Функция активации*	*Кейс 3: Регуляризация*
1. Выдвигать и доказывать гипотезы	Гипотеза о влиянии η на сходимость	Выбор Swish вместо сигмоиды	Гипотеза о значении λ для FPR
2. Анализировать условия ситуации	Анализ функции $L(w)$	Изучение свойств Swish и β	Расчёт вклада регуляризации
3. Обобщать результаты и выводы	Вывод о критическом η	Обобщение преимуществ Swish	Связь λ с переобучением
4. Ставить цель	Цель: повысить точность до 95%	Цель: улучшить контрастность	Цель: снизить FPR до 5%
5. Проводить самоанализ, самоконтроль	Проверка расчётов w	Контроль вывода производной Swish	Проверка вклада регуляризации
6. Планировать работу	План итераций градиентного спуска	План тестирования функций активации	План подбора λ
7. Управлять действиями	Корректировка η при расходимости	Переход от сигмоиды к Swish	Изменение λ при переобучении
8. Работа в группах	Обсуждение выбора η	Коллективный выбор функции активации	Совместный расчёт λ
9. Взаимопомощь, взаимоконтроль	Проверка расчётов весов	Взаимная проверка производных	Обсуждение баланса λ
10. Решать практические задачи	Расчёт wновый	Вычисление $f(2)$ и $f'(2)$.	Решение уравнения для λ
11. Рефлексивно осмысливать действия	Анализ ошибок при выборе η	Оценка влияния β на точность	Рефлексия о влиянии λ на FPR

В процессе эксперимента удалось выявить значимое изменение уровня исследовательских умений обучающихся в положительную сторону. В результате учащиеся из экспериментальных групп стали победителями всероссийских и международных конкурсов, выступали на всероссийских конференциях и имеют публикации в сборниках РИНЦ.

Список литературы

1. Обучение школьников основам технологий искусственного интеллекта в условиях дополнительного образования / Л. П. Латышева, А. А. Олехов, А. Ю. Скорнякова, Е. В. Мельникова, Т. Д. Лаптева // Информатика в школе. – 2023. – № 1(180). – С. 32–41.

2. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 г. № 642 «О Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации». – URL: http://www.kremlin.ru/acts/bank/41449 (дата обращения 25.04.2025).

3. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования. Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 No 413 (ред. от 11.12.2020). – URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-soo (дата обращения 25.04.2025).

МНОГОЭТАПНОЕ МАТЕМАТИКО-ИНФОРМАЦИОННОЕ ЗАДАНИЕ «КЛАССИФИКАЦИЯ КОМПОНЕНТ СВЯЗНОСТИ МНОЖЕСТВА ФАТУ»

В. С. Секованов, д. пед. н., профессор,
В. А. Ивков, к. э. н.,
Е. В. Виноградов, к. пед. н.,
Р. А. Щепин, студент,
В. В. Розанов, студент,
Костромской государственный университет,
Кострома, Россия
e-mail: Sekovanovvs@yandex.ru, ivkov_wa@mail.ru,
e-vinogradov@yandex.ru

Аннотация: В статье указана классификация компонент связности множества Фату. Выявлены нейтрально-рациональные и нейтрально-иррациональные неподвижные точки для полиномов и рациональных функций. С помощью математических методов и компьютерных экспериментов выявлены функции, имеющие лепестки Ло-Фату, диски Зигеля и кольца Эрмана. Разработаны алгоритмы построения множеств Жюлиа, имеющих лепестки Ло Фату, диски Зигеля и кольца Эрмана.

Ключевые слова: множество Жюлиа, заполняющее множество Жюлиа, нейтрально-рациональная неподвижная точка, нейтрально-иррациональная неподвижная точка, критическая точка, Лепесток Ло Фату, диск Зигеля, Кольцо Эрмана.

MULTI-STAGE MATHEMATICAL AND INFORMATIONAL TASK «CLASSIFICATION OF THE CONNECTIVITY COMPONENTS OF THE FATOU SET»

V. S. Sekovanov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
V. A. Ivkov, Candidate of Economics,
E. V. Vinogradov, Candidate of Pedagogical Sciences,
R. A. Shchepin, Student,
V. V. Rozanov Student,
Kostroma State University, Kostroma, Russia,

Abstract: The article describes the classification of the connectivity components of the Fatou set. Neutral-rational and neutral-irrational fixed points for polynomials and rational functions are revealed. Mathematical methods and computer experiments have been used to identify functions with lobes, Siegel discs, and Ehrmann rings. Algorithms for constructing Julia sets with Lo Fatu petals, Siegel disks, and Ehrmann rings have been developed.
Keywords: Julia set, Julia set filling, neutral-rational fixed point, neutral-irrational fixed point, critical point, Lo Fatu petal, Siegel disk, Ehrmann Ring.

Одним из центральных понятий современной математической дисциплины – голоморфной динамики – является множество Фату. Множество Фату неразрывно связано с множеством Жюлиа, имеющим многочисленные приложения в физике, экономике, компьютерной графике, теории хаоса и других дисциплинах. Тесно связаны с множествами Фату и Жюлиа лепестки Ло-Фату, диски Зигеля, кольца Эрмана, с помощью которых оказалась возможной классификация компонент связности множества Фату. Пусть $f_1(z) = z^2 + z - 1{,}5$, $f_2(z) = z^2 + z$, $f_3(z) = z^2 - 0{,}56$ (рисунок 1).

а) *б)* *в)*

Рисунок 1 – Множество Жюли: ***а)*** $\boldsymbol{f_1(z)}$**;** ***б)*** $\boldsymbol{f_2(z)}$**;** ***в)*** $\boldsymbol{f_3(z)}$

Перечисленные выше множества для студента являются новыми понятиями, изучение которых требует нестандартного мышления, что позитивно влияет на развитие его креативности. Отметим, что построение данных множеств невозможно без использования компьютерных средств, что указывает на естественную интеграцию математических методов и компьютерных технологий. Следует отметить, что строятся множества Жюлиа, лепестки Ло-Фату, диски Зигеля и кольца Эрмана с помощью компьютерных программ и являются одними из самых сложных и красивых математических объектов, что благотворно влияет на развитие креативности и компетентности студентов, магистрантов и аспирантов при изучении данных математических объектов. Будем изучать указанные выше множества при выполнении многоэтапного математико-информационного задания (ММИЗ), состоящего из четырех этапов. Мы понимаем ММИЗ как лабораторию, в рамках которой происходит творческая математическая и творческая информационная деятельность, нацеленная на развитие креативных качеств будущего бакалавра, магистранта и аспиранта. Опишем каждый из этапов и укажем решение дидактических задач, нацеленных на развитие креативности обучающихся (рисунок 2).

Этап 1. Под заполняющим множеством Жюлиа полинома P будем считать множество $K(P)$ каждая точка которого имеет ограниченную орбиту. Под множеством Жюлиа полинома $P(z)$ мы будем понимать границу заполняющего множества Жюлиа $\partial K(P)$. В общем случае для рациональной функции $f(z)$ множество Жюлиа является замыканием отталкивающих периодических точек, совпадающее с множеством Жюлиа $\partial K(P)$ для полинома $P(z)$. На рис. 1а) – 1б) указаны примеры заполняющих множеств Жюлиа:1а) $P(z) = z^2 + z - \frac{3}{2}$, 1б) $P(z) = z^2 + z$, 1в) $P(z) = z^2 - 0{,}56$.

Под компонентой свзязности множества Фату будем понимать его связное подмножество.

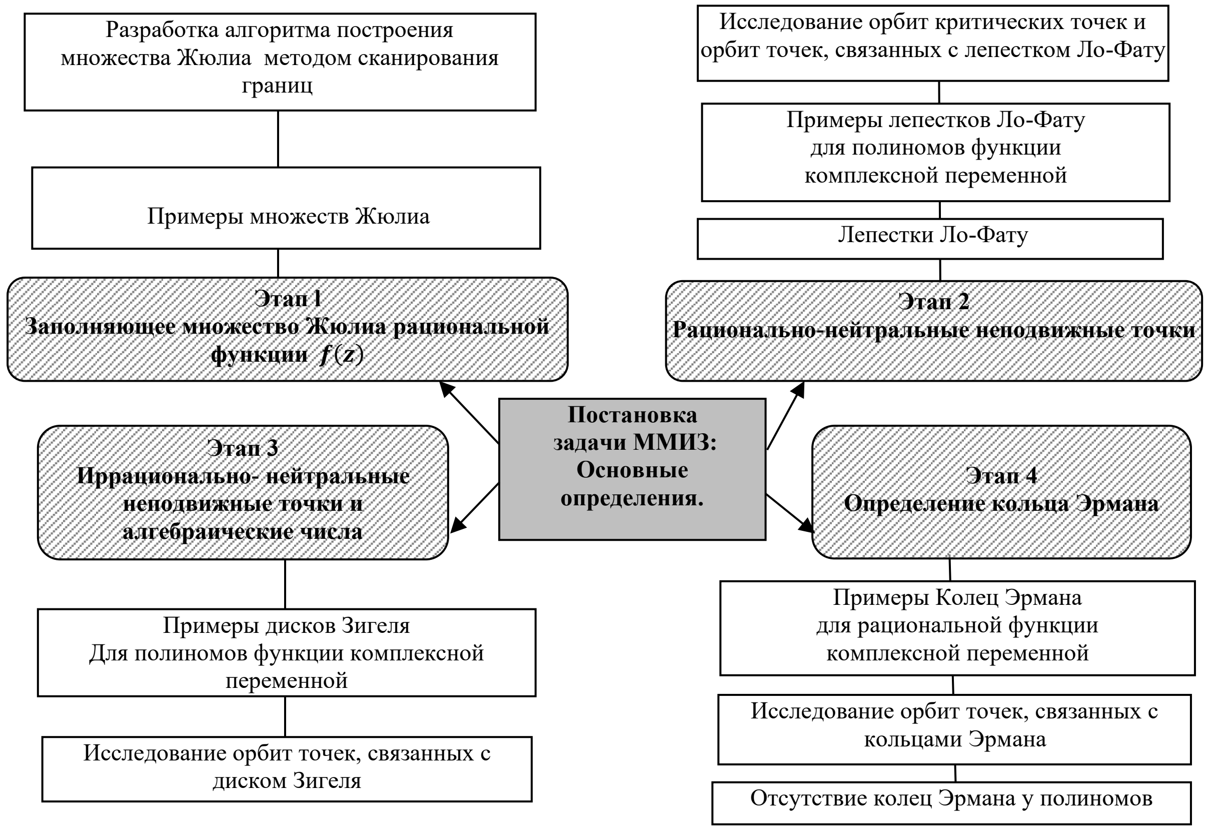
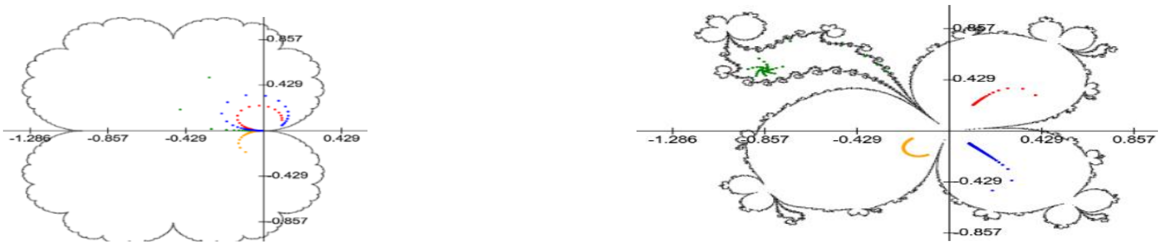


Рисунок 2 – Схема-план ММИЗ

Выполнение многоэтапного математико-информационного задания «Классификация компоненты связности множества Фату», реализуется обучаемым под руководством преподавателя. Схема-план данного ММИЗ представлена на рисунке 2.

Опишем кратко алгоритм построения множества Жюлиа методом сканирования границ (МСГ): сначала переходим от экранных координат к координатам комплексной плоскости $Re(z)$, $Im(z)$ с началом координат в центре экрана. Для каждого пикселя окна экрана найдем соответствующее комплексное число z, его N-ную итерацию и запоминаем её для каждого пикселя окна, кроме крайних. Далее проверяем, близка ли N-ная итерация числа z к N-ным итерациям чисел, соответствующих соседним пикселям (вершинам квадрата). Если все итерации близки, пиксель не закрашиваем; если хотя бы для одной из соседних точек условие близости итерации не выполняется, пиксель закрашиваем. Закрашенная линия будет изображать множество Жюлиа.

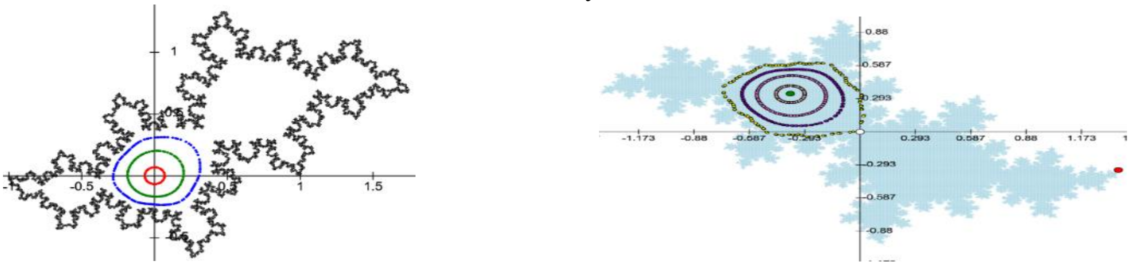
Этап 2. Пусть $f(z) = z$ и $|f'(z)| = |\gamma| = 1$. То есть $\gamma = e^{2\pi\alpha i}, \alpha \in [0; 2\pi]$. Будем называть точку z нейтрально-рациональной (параболической) неподвижной точкой функции $f(z)$, если α число рациональное. Если же число α иррационально, то будем называть точку z нейтрально-иррациональной точкой. Как оказалось, если нейтральная точка z является параболической, то z принадлежит множеству Жюлиа [2, с. 45]. Кроме того, параболическая неподвижная точка порождает лепестки Ло-Фату [1, с. 136–137]. Рассмотрим функцию $P(z) = z^2 + z$ (рисунок 3, *а*)). Здесь неподвижная параболическая точка $z = 0$ порождает один лепесток Ло-Фату, к которому сходятся орбиты точек, взятые из данного лепестка. Для функции $P(z) = z^5 + \sqrt[4]{e^{i\sqrt{17}}}z^4 + z$ (рисунок 3, *б*)) параболическая неподвижная точка $z = 0$ порождает три лепестка Ло-Фату, а неподвижная точка $z = -\sqrt[4]{e^{i\sqrt{17}}}$ порождает бассейн притяжения.



а) *б)*

Рисунок 3 – Лепестки Ло-Фату: ***а)*** $\boldsymbol{P(z) = z^2 + z}$**; б)** $\boldsymbol{P(z) = z^5 + \sqrt[4]{e^{i\sqrt{17}}}z^4 + z}$

Этап 3. Пусть $P(z) = z^2 + e^{i2\pi\frac{\sqrt{5}-1}{2}}z$. В данном случае неподвижная точка $z = 0$ будет нейтрально-иррациональной, а $P'(z) = e^{2\pi\alpha i}$, где $\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ является иррациональным алгебраическим числом. В данном случае окружности (орбиты точек), охватывающие неподвижную точку $z = 0$, являются инвариантными, то есть, выбрав начальную точку на какой-нибудь окружности, мы её никогда не покинем при последующих итерациях. Если точка z лежит в заполняющем множестве Жюлиа, то при итерациях точки из меньших периферийных областей перемещаются в большие до тех пор, пока не попадут внутрь диска, называемого диском Зигеля (рисунок 4, *а*). Аналогичная картина возникает для функции $P(z) = z^2 + (-0{,}3943 + 0{,}5843i)$. Разница заключается лишь в том, что нейтрально-иррациональная неподвижная точка отлична от нуля.

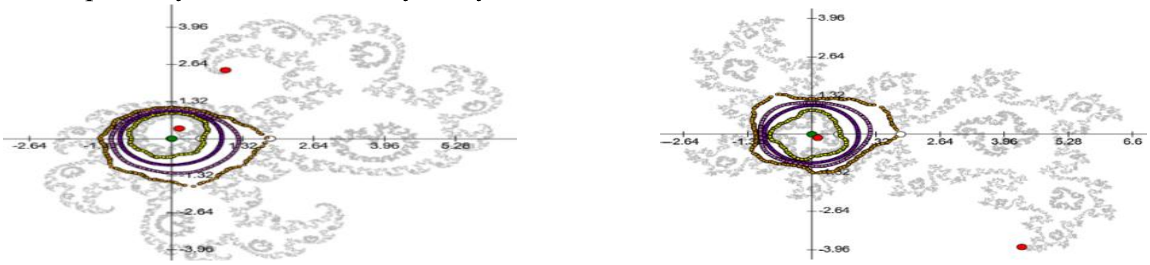


а) *б*)

Рисунок 4 – Диски Зигеля: ***а)*** $\boldsymbol{P(z) = z^2 + e^{i2\pi\frac{\sqrt{5}-1}{2}}z}$**;** ***б)*** $\boldsymbol{P(z) = z^2 + (-0{,}3943 + 0{,}5843i)}$

Этап 4. Компонента U множества Фату функции $f(z)$ называется кольцом Эрмана, если U комформно изоморфно некоторому кольцу $A_r = \{z|\ 1 < |z| < r\}$ и если f (или какая-то её итерация) соответствует иррациональному повороту этого кольца.

Рассмотрим рациональную функцию $f(z) = z^2 e^{i2\pi(\sqrt{17}+1)}\frac{z-4}{1-4z}$. Данная функция будет иметь кольцо Эрмана (рисунок 5, *а*). Пусть далее $l(z) = z^2 e^{i2\pi(\sqrt{3}+1)}\frac{z-4}{1-4z}$. Данная функция также будет иметь кольцо Эрмана (рисунок 5, *б*). Кольцо Эрмана отличается от диска Зигеля тем, что замкнутые линии охватывают не точку, а замкнутую фрактальную линию. Отметим, что кольца Эрмана у полиномов отсутствуют.



а) *б)*

Рисунок 5 – Кольца Эрмана: ***а)*** $\boldsymbol{f(z) = z^2 e^{i2\pi(\sqrt{17}+1)}\frac{z-4}{1-4z}}$**; б)** $\boldsymbol{l(z) = z^2 e^{i2\pi(\sqrt{3}+1)}\frac{z-4}{1-4z}}$

В заключение отметим, что компонента связности множества Фату может лишь являться: либо областью притяжения некоторой притягивающей неподвижной точки (рисунок 3, б); либо областью притяжения некоторого лепестка параболической периодической точки (рисунок 3 *а*, *б*); либо элементом циклов диска Зигеля (рисунок 4, *а*, *б*); либо элементом цикла колец Эрмана (рисунок 5, *а*, *б*). Выполняя данное ММИЗ, обучаемый решает нестандартные задачи, разрабатывает новые алгоритмы и напрямую сталкивается с интеграцией математических методов с компьютерными технологиями. В работе [3, с.139–204] в рамках ММИЗ подробно изучаются множества Жюлиа, что стимулирует обучаемых к самостоятельным исследованиям.

Список литературы

1. Минлор, Дж. Голоморфная динамика / Дж. Минлор. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 320 с.

2. Пайген, Х.-О, Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем: Пер. с англ. / Х.-О Пайген, П. Х. Рихтер. – М. : Мир, 1993. – 176 с.

3. Секованов, В. С. Голоморфная динамика. Учебное пособие. / В. С. Секованов. – изд. 2-ое, испр. и дополн. – СПб. : Издательство «Лань». 2024. – 264 с.

СРЕДИННЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК И ЕГО ПЛОЩАДЬ

П. В. Семёнов, д. ф.-м. н., профессор,
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Москва, Россия
pavelssem@gmail.com

Аннотация. Получена точная нижняя оценка отношения s/S, где S – площадь выпуклого многоугольника, а s – площадь многоугольника, образованного отрезками, которые соединяют середины соседних сторон исходного многоугольника.

Ключевые слова: площадь, выпуклый многоугольник, свойства выпуклых фигур.

MEDIAN POLYGON AND ITS AREA

P. V. Semenov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor,
Research University Higher School of Economics,
Moscow, Russia
pavelssem@gmail.com

Abstract. A sharp lower bound is obtained for the ratio s/S, where S is the area of a convex polygon, and s is the area of a polygon formed by segments that connect the midpoints of adjacent sides of the original polygon.

Keywords: area, convex polygon, properties of convex figures.

Для любого выпуклого n-угольника M обозначим M_1 его «срединный» n-угольник, образованный отрезками, которые соединяют середины соседних сторон многоугольника M и, соответственно, S и s – их площади.

Теорема. *а)* $0{,}5S < s$;

б) Для любых $k > 0{,}5$ и $n > 4$ существует выпуклый n-угольник, для которого $s < kS$.

В статье [2] приведена верхняя оценка отношения s/S. Оказывается, что для пятиугольников оно всегда меньше 0,75, константа 0,75 неулучшаема, а для шестиугольников ничего, кроме тривиальной оценки $s < S$, гарантировать невозможно.

Доказательство теоремы

а) Треугольник с вершинами в трёх последовательных вершинах выпуклого n-угольника M назовём «ухом». Средняя линия «уха», параллельная той его стороне, которая является диагональю многоугольника – это сторона срединного n-угольника M_1. Поэтому $s = S - 0{,}25E$, где E – сумма площадей всех «ушей»[4]. Обозначим E_0 площадь объединения всех «ушей». Докажем, что $E_0 < S$. Другими словами, n-угольник без своих «ушей» есть множество положительной площади.

Используем следующее утверждение, см. [1, задача 18а]: «Существует такая точка O, что для любой прямой l, проходящей через O, в каждой из двух полуплоскостей (с границей), на которые l разбивает плоскость, содержится не менее $n/3$ вершин». Такая точка O не может лежать вне n -угольника, иначе есть прямая, по одну сторону от которой вообще нет его вершин. Точка O не может лежать на границе многоугольника, иначе есть прямая, по одну сторону от которой лежит ровно одна вершина. Точка O не может лежать внутри «уха», иначе прямая, параллельная той его стороне, которая является диагональю, отсекает ровно одну вершину.

При $n > 6$ точка O не может лежать на диагонали, которая является стороной «уха», иначе при малом значении длины стороны получим прямую, по одну сторону которой лежат ровно две вершины, а $2 < n/3$.

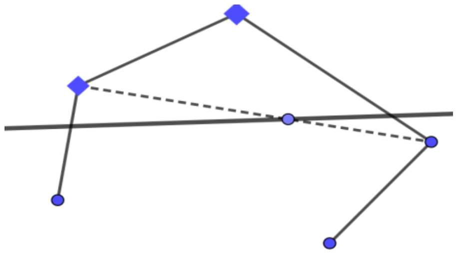


Рисунок 1

При $n = 5, n = 6$ точка O, вообще говоря, может оказаться внутри диагонали, которая является стороной «уха»«. В таком случае возьмём круг с центром в O, который целиком содержится в n-угольнике, возьмём тот его полукруг, который не пересекается с «ухом» и в этом полукруге немного сдвинемся от центра O; получим внутреннюю точку n-угольника с отрезанными «Ушами».

Закончим доказательство теоремы *а)*. Существенно, что «уши» могут пересекаться только попарно; каждое «ухо» – лишь с соседними «ушами». Обозначим E' сумму площадей попарных пересечений «ушей». По неравенству $E_0 < S$ и по формуле «включения-исключения» для площади имеем, что $S > E_0 = E - E'$. Поэтому

$$2S > S + E' > E\ , 0{,}5S > 0{,}25E\ , \quad s = S - 0{,}25E > S - 0{,}5S = 0{,}5S.$$

б) Для $n > 4$ на оси абсцисс рассмотрим точки $A_0(0;0), A_1(2;0), \dots A_{n-3}(2(n-2);0)$ а также точки $B(0;2), C(2x;2)$, $x > n$. Получим (вырожденный) n-угольник $M = A_0A_1\dots A_{n-3}CB$ – прямоугольную трапецию. Срединный n-угольник M_1 получен из него удалением четырех треугольников $EBF, FCG, GA_{n-3}H, DA_0E$, где D, E, F, G, H – середины отрезков, $A_0A_1, A_0B, BC, CA_{n-3}, A_{n-4}A_{n-3}$, рисунок 2 для *n* = 6.

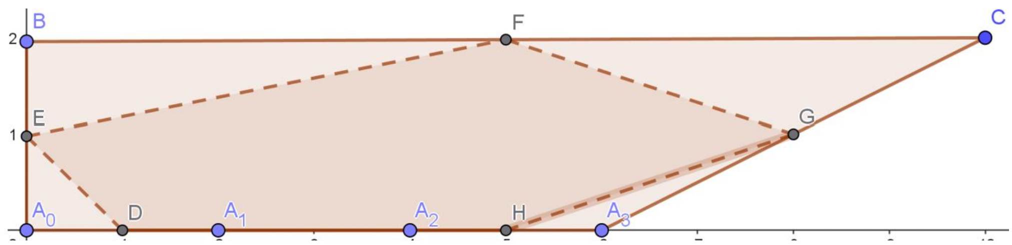


Рисунок 2

Площади первых двух из них равны $0{,}5x$. Площади двух последних из них равны 0,5. Значит, $\frac{s}{S} = \frac{(2n-4+2x)-(1+x)}{2n-4+2x} = \frac{2n-5+x}{2n-4+2x} \to \frac{1}{2} + 0, x \to +\infty$

[4] *Ear* – ухо.

где +0 стоит, так как $4n - 10 > 2n - 4, n > 3$; при $n = 4$ верно равенство $s/S = 0{,}5$.

Значит, для любого $k > 0{,}5$ существует (вырожденный) n-угольник $M = A_0A_1\ldots A_{n-3}CB$ для которого $s < kS$. Так как последнее неравенство строгое, и так как площади непрерывно зависят от малых «шевелений» вершин n-угольников, то точки $A_1, \ldots A_{n-3}$ можно поочерёдно немного сдвинуть вертикально вверх и получить уже невырожденный выпуклый n-угольник, для которого строгое неравенство $s < kS$ останется верным. Теорема доказана.

Список литературы.

1. Яглом, А. М. Выпуклые фигуры / А. М. Яглом, В. Г. Болтянский. – М. ; Л. : Гостехиздат, 1951. — 344 с.
2. Семенов, П. В. Чем пятиугольники лучше шестиугольников? / П. В. Семенов // Математика в школе. – 2025 (в речати).

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ MATHCAD ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПСИХОЛОГИИ

А. Г. Суханова, к. т. н., доцент,
Военная академия ВПВО ВС РФ имени Маршала Советского Союза
А. М. Василевского,
Смоленск, Россия,
e-mail: Ann-Sukhanova@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы формирования требуемых федеральными государственными образовательными стандартами компетенций при изучении математических дисциплин. Выделены некоторые прикладные задачи математической статистики, решаемые в области психологии. Рассмотрено решение задачи на применение U-критерия Манна-Уитни средствами системы Mathcad.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, U-критерий Манна-Уитни, клиническая психология, система Mathcad, ранжирование.

COMPUTER MODELING IN THE MATHCAD SYSTEM WHEN STUDYING MATHEMATICAL METHODS IN PSYCHOLOGY

A. G. Sukhanova, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Military Academy of Army Air Defence of the RF Armed Forces named after Marshal of the Soviet Union A. M. Vasilevsky,
Smolensk, Russia,
e-mail: Ann-Sukhanova@yandex.ru

Annotation. The article examines the issues of formation of the competencies required by federal state educational standards in studying mathematical disciplines. Some applied problems of mathematical statistics solved in the field of psychology are highlighted. The solution of the problem on application of the Mann-Whitney U-criterion by means of the Mathcad system is considered.

Keywords: computer modeling, Mann-Whitney U-test, clinical psychology, Mathcad system, ranking.

Преподавание математических дисциплин, также как и других дисциплин, направлено на формирование требуемых федеральными государственными образовательными стандартами компетенций, умений и навыков. Так, например, от выпускников направления подготовки 37.03.01 Психология требуется сформированность такой общепрофессиональной компетенции, как способность применять методы сбора, анализа и интерпретации эмпирических данных в соответствии с поставленной задачей, оценивать достоверность эмпирических данных и обоснованность выводов научных исследований [5].

В выпускных квалификационных работах направления Клиническая психология встречается, в частности, проведение статистических исследований в следующих направлениях [1]:

1) расчет показателей описательной статистики (среднее, стандартная ошибка, медиана, мода, дисперсия выборки);

2) проведение корреляционного анализа;

3) параметрический статистический анализ (t-критерий Стьюдента различия средних значений выборки);

4) непараметрический статистический анализ (U-критерий Манна-Уитни).

Научно-исследовательская работа автора в соавторстве для исследования взаимосвязи эмоционального интеллекта и тревожности, которые находят отражение в клинической психологии, осуществлялась, в частности, в следующих направлениях: кластерный анализ [4], корреляционный анализ (метод корреляционного отношения, метод экспресс-χ^2) [2].

Преподавание математических методов будущим психологам предстоит преподавателям математики. Поэтому важно при обучении будущих преподавателей математики освещать и вышеуказанные в статье направления. При выполнении выпускных квалификационных работ по направлению Математика также возможно решение реальных задач из области психологии.

Как правило, в выпускных квалификационных работах психологов есть экспериментальные данные, которые необходимо обработать. Часто это данные анкетирования по каким-либо методикам. Например, в работах [2, 4] использованы следующие методики: тест (опросник) эмоционального интеллекта Д. В. Люсина и методика Н. Холла на эмоциональный интеллект, тест на стрессочувствительность Ю. В. Щербатых, тест на самооценку стрессоустойчивости личности Н. В. Киршевой, Н. В. Рябчиковой и другие.

Обработка данных в выпускных квалификационных работах выпускников клинической психологии часто осуществляется в программах Microsoft Excel и Statistica.

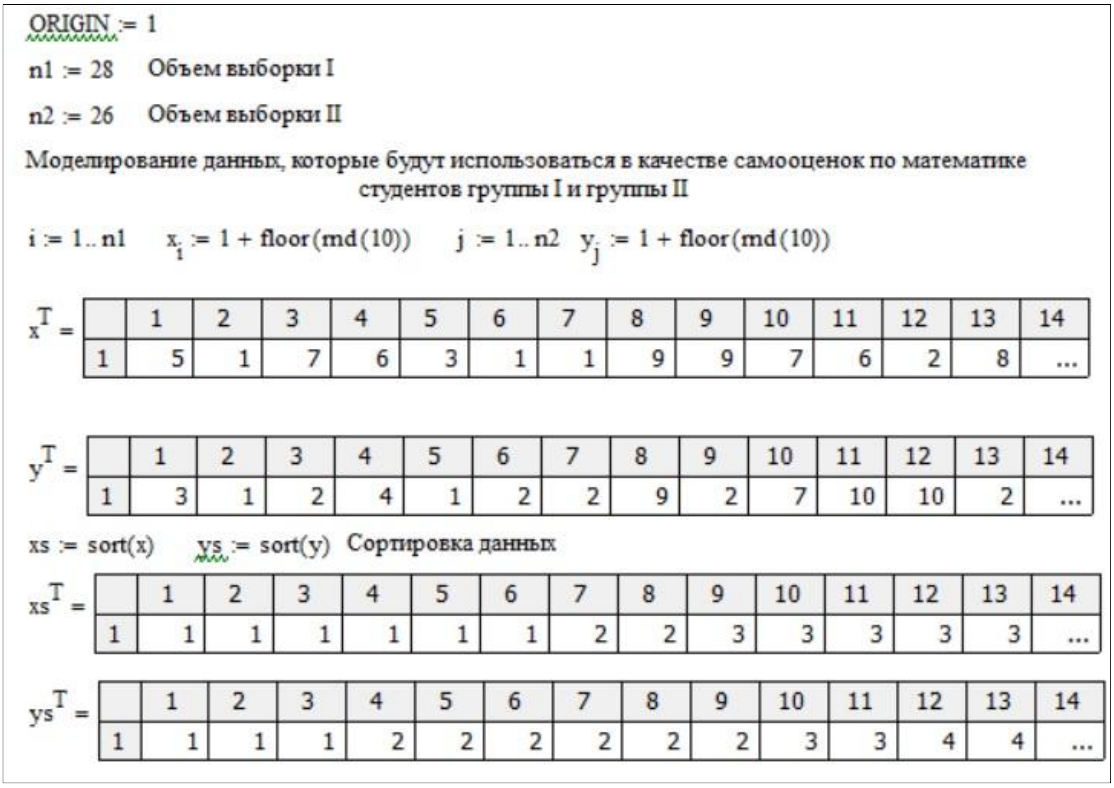
В данной статье освещены некоторые вопросы применения системы компьютерной математики Mathcad при изучении математических методов в психологии. Данная система в силу хорошей визуализации данных и своей относительной простоты в применении широко используется в учебном процессе в различных высших учебных заведениях.

При изучении математических методов для осуществления статистической обработки данных необходимы исходные данные, которых, как правило, на первых этапах обучения у обучающихся в наличии нет. Такие данные необходимо получить, либо вручную, либо смоделировать с помощью компьютерных программ.

Рассмотрим на конкретном примере проведение непараметрического статистического анализа в системе Mathcad. Пусть требуется установить уровень статистической значимости различий самооценок по математике студентов группы I и группы II.

Для проверки гипотезы H_0: различий самооценок по математике студентов группы I и группы II нет, был использован U-критерий Манна-Уитни. Решение задачи в системе Mathcad представлено на рисунках 1–3.

Для моделирования исходных данных использована функция *rnd*, задающая случайные числа, равномерно распределенные на заданном промежутке. В связи с условием задачи, данные самооценок должны быть целыми числами в промежутке [1, 10], поэтому также использована функция Mathcad – floor, возвращающая наибольшее целое, меньшее или равное аргументу функции.



ORIGIN := 1

n1 := 28 Объем выборки I

n2 := 26 Объем выборки II

Моделирование данных, которые будут использоваться в качестве самооценок по математике студентов группы I и группы II

$i := 1..n1 \quad x_i := 1 + \text{floor}(\text{rnd}(10)) \quad j := 1..n2 \quad y_j := 1 + \text{floor}(\text{rnd}(10))$

$x^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	5	1	7	6	3	1	1	9	9	7	6	2	8	...

$y^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	3	1	2	4	1	2	2	9	2	7	10	10	2	...

xs := sort(x) ys := sort(y) Сортировка данных

$xs^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	3	3	3	...

$ys^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	4	4	...

Рисунок 1 – Моделирование исходных данных в системе Mathcad

На рисунке 2 представлено ранжирование исходных данных. В системе Mathcad решение задачи ранжирования данных заметно упрощается по сравнению с ручным вариантом или решением в программе Microsoft Excel за счет использования встроенной функции Rank. Данное обстоятельство указывает на преимущество использования системы Mathcad для решения предложенной задачи.

xy := stack(xs, ys) Объединение двух выборок в одну

$xy^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	3	3	3	...

xyr := Rank(xy) Ранжирование объединенной выборки

$xyr^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5	5	5	5	5	5	13.5	13.5	21	...

xr := submatrix(xyr, 1, n1, 1, 1) yr := submatrix(xyr, n1 + 1, n1 + n2, 1, 1)

Ранжированные выборки

$xr^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5	5	5	5	5	5	13.5	13.5	21	...

$yr^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5	5	5	13.5	13.5	13.5	13.5	13.5	13.5	...

Рисунок 2 – Ранжирование данных в системе Mathcad

К положительным моментам решения данной задачи за счет моделирования данных является использование датчиков случайных чисел. При каждом новом запуске программы моделируемые данные изменяются, что позволяет осуществить проверку правильности сделанной программы на различных вариантах данных.

```
       n1
xrs := Σ  xr_i     xrs = 781.5      Сумма рангов выборки I
      i = 1

       n2
yrs := Σ  yr_j     yrs = 703.5      Сумма рангов выборки II
      j = 1

R := max(xrs, yrs)  R = 781.5      Максимальная сумма рангов

nR := | n1  if  xrs > yrs
      | n2  otherwise              nR = 28  Объем выборки с максимальной суммой рангов

U := n1·n2 + 0.5·nR·(nR + 1) − R    U = 352.5  Наблюдаемое значение U-критерия Манна-Уитни
U05 := 268   U01 := 229            Критические значения U-критерия Манна-Уитни

V(U) := | y ← "H0"   if  U > U05
        | y ← "H1(p<=0.01)"   if  U ≤ U01        Программный модуль статистического вывода
        | y ← "H1(p<=0.05)"   otherwise
        | y

V(U) = "H0"        Статистический вывод
```

Рисунок 3 – Программный модуль статистического вывода

Из рисунка 3 можно сделать вывод, что не выявлено статистически значимых различий самооценок по математике студентов группы I и группы II.

Для эффективного решения предложенной задачи обучающиеся должны знать возможности системы Mathcad для задания случайных чисел с заданными законами распределения, получения целых чисел, в частности, с помощью округления, а также функции Mathcad для работы с векторами и матрицами, уметь программировать в данной системе для составления хотя бы простейших программ пользователя.

Список литературы

1. Выпускные квалификационные работы студентов факультета клинической психологии Санкт-Петербургского государственного педиатрического медицинского университета. –URL: https://gpmu.org/university/structure/library/vkr/ (дата обращения 15.06.2025).

2. Карпов, А. А. Специфика взаимосвязи эмоционального интеллекта и тревожности в юношеском возрасте / А. А. Карпов, Д. А. Солоднева, А. Г. Суханова // Вестник Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова. Серия Гуманитарные науки. – 2023. – Т. 17. – № 4 (66). – С. 598–603.

3. Некрасов, С. Д. Математические методы в психологии (MS Excel): учеб. пособие / С. Д. Некрасов. – 3-е изд., испр. и доп. – Краснодар: Кубанский гос. ун-т., 2014. – 147 с.

4. Солоднева, Д. А. Особенности эмоционального интеллекта и тревожности у студентов первого курса медицинского университета / Д. А. Солоднева, А. Г. Суханова, П. А. Побокин // Вопросы психического здоровья детей и подростков. – 2021. – Т. 21. – №4. – С. 32–39.

5. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 37.03.01 Психология. URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-37-03-01-psihologiya-839/ (дата обращения 13.06.2025).

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПО МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ СТУДЕНТОВ-ИНОСТРАНЦЕВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Л. Н. Тимофеева, к. пед. н., доцент,
Е. В. Ершова, преподаватель
Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: tln142@mail.ru, ershovalena0706@gmail.com

Аннотация. В статье проанализированы вопросы, связанные с обучением математике студентов-иностранцев, особое внимание уделено вопросам проведения контроля. Приведены примеры заданий, используемых авторами для проведения промежуточной аттестации.

Ключевые слова: студенты-иностранцы, математика, контроль знаний, принципы обучения.

ABOUT THE PECULIARITIES OF KNOWLEDGE CONTROL IN MATHEMATICAL DISCIPLINES OF FOREIGN STUDENTS OF TECHNICAL UNIVERSITIES

L. N. Timofeeva, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
E. V. Ershova, Lecturer
Military Mozhaisky Academy,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: tln142@mail.ru, ershovalena0706@gmail.com

Annotation. The article analyzes the issues related to teaching mathematics to foreign students, special attention is paid to the issues of control. Examples of tasks used by the authors for the interim assessment are given.

Keywords: foreign students, mathematics, knowledge control, principles of learning.

Подготовка специалистов из зарубежных стран в России уже является исторически сложившейся традицией и служит составляющей повышения престижа российского образования. Преподавателям различных дисциплин приходится сталкиваться с рядом проблем при организации процесса обучения студентов, для которых русский язык не является родным. С одной стороны, образование должно быть на том же уровне, что и для русскоговорящих студентов, и требования должны предъявляться одинаковые ко всем обучающимся, с другой стороны этому противодействуют совершенно различные исходные данные, связанные с особенностями формируемых учебных групп. Несмотря на то, что зарубежные студенты проходят курс довузовской подготовки, который включает овладение русским языком, качество знаний по этому предмету на момент начала изучения основного курса математических и других дисциплин у большинства слушателей остается очень слабым. Результатом этого является слабая успеваемость и отсутствие мотивации и желания прилагать усилия для активной учебной деятельности по приобретению знаний. Таким образом, одной из целей обучения должно быть овладение русскоязычными математическими знаниями, поэтому изучению математической терминологии, алгоритмов и сопровождающих речевых конструкций необходимо уделять максимальное внимание, также как и расширению словарного запаса.

Языковой барьер является не единственной проблемой образовательного процесса. Нередко студенты, приезжающие учиться в Россию, поступают в высшее учебное заведение не сразу после окончания школы, вследствие чего имеют большие пробелы в базовых математических знаниях, которые не удается ликвидировать на подготовительном курсе обучения, и решать эту проблему преподавателям приходится на начальном этапе обучения, когда уже приступили к изучению систематического курса профилирующих дисциплин. Некоторые студенты-иностранцы имеют не только основное школьное образование, но и дополнительное специальное образование, уровень их знаний существенно отличается в лучшую сторону. Мониторинг на вступительных испытаниях и проверка остаточных знаний на первых занятиях позволяют сформировать индивидуальную программу ликвидации пробелов в знаниях для слушателей.

С одной стороны, математические дисциплины являются достаточно трудными для восприятия иностранными студентами в силу обилия сложных формул, абстрактных понятий и теорем, требующих многоступенчатых доказательств, с другой стороны, математический язык универсален, его основу составляют символы, смысл которых известен и понятен каждому, кто так или иначе связан с математикой, он не зависит от языка и культуры.

Формирование математического терминологического аппарата на русском языке является основой дальнейшего обучения иностранных студентов в российских высших учебных заведениях и может являться мотивирующим фактором, так как только хороший грамотный математический язык позволит в дальнейшем получить фундаментальные знания в сфере профессиональной деятельности. Наглядность является одним из основных принципов, на который необходимо опираться при обучении студентов-иностранцев [2].

Особое место занимает проблема контроля знаний по математическим дисциплинам. Помимо вышеуказанных сложностей с русским языком (следует придерживаться принципа: проверять математические знания, а не уровень усвоения русского языка), здесь сказываются особенности национальной культуры (разные традиции преподавания и критерии оценки). В частности, есть знания и умения, которые для наших школьников являются обязательными для обучения в высших учебных заведениях, а в других странах не актуальны и не проверяются. При всем этом, в программах изучения дисциплин предусмотрены текущий контроль и промежуточная аттестация, которые должны быть достаточно объективными, а критерии едины для всех студентов вне зависимости от родного языка.

Учитывая все вышеприведённые аспекты, можно выделить ряд требований, которые необходимо учитывать при проведении контроля уровня усвоения материала математических дисциплин зарубежными студентами:

– лингвистическая доступность: формулировка простым языком, задачи разбиваются на простые подзадачи;

– дифференцированность: учет разного уровня подготовки обучающихся;

– ориентированность на практику (больше задач, меньше теории);

– использование международных математических символов там, где это возможно;

– отсутствие «ловушек» в формулировках.

При проведении текущей проверки на занятиях актуально проводить разбор типовых примеров перед контрольными, выделять больше времени на выполнение заданий, разрешать пользоваться словарем.

Если проведение практических занятий и проверка практических навыков решения задач в силу максимального использования общепринятых математических обозначений в меньшей степени зависит от проблем со знанием русского языка, то проведение промежуточной аттестации, включающей устную проверку знания и понимания теоретического материала, может вызвать затруднения. В этих условиях на начальном этапе накопления словарного математического запаса можно привлекать задания в тестовой форме с выбором ответа.

Пример. Установить соответствие между понятиями и свойствами

А) Определитель матрицы	1. Совпадает с наивысшим порядком ненулевого минора матрицы
Б) Обратная матрица	2. Меняет знак при перестановке строк
В) Ранг матрицы	3. Существует только для квадратных невырожденных матриц
	4. Равен числу строк матрицы

Пример. Выбрать верные утверждения:

1. Если все миноры второго порядка равны нулю, то ранг матрицы равен единице.
2. Ранг матрицы равен наивысшему из порядков всевозможных ненулевых миноров этой матрицы.
3. Ранг матрицы равен числу линейно независимых строк матрицы.

Иногда проверку теории можно заменить решением практических заданий:

Пример. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 1\\ 2 & -1 & 0\end{pmatrix}$. Выбрать верные равенства:

1. $\det A=\begin{vmatrix}4 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{vmatrix}+3\begin{vmatrix}0 & 4\\ 2 & -1\end{vmatrix}$.
2. $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 1\\ 2 & -1 & 0\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2 & -1 & 0\\ 0 & 4 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{vmatrix}$.
3. $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 12 & 3\\ 2 & -1 & 0\end{vmatrix}=9\cdot\det A$.
4. $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 1\\ 2 & -1 & 0\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}2 & -1 & 0\\ 0 & 4 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{vmatrix}$.

Для формирования у иностранных студентов уверенности в своих силах, способствующей развитию интереса к изучению математических дисциплин на русском языке, при проведении текущего контроля желательно включать в проверочные работы задания, доступные для всех обучающихся, решение которых сводится к применению известных формул, и задания, требующие логического мышления, поиска алгоритма решения.

Текущий контроль успеваемости по любым учебным дисциплинам является той самой обратной связью, которая позволяет определить, какие из изученных тем и вопросов вызвали у иностранных студентов наибольшее затруднение, является ли это проблемой одного конкретного человека или связано с особенностями преподавания математики в конкретной стране. Данная информация позволит скорректировать дальнейший процесс обучения и устранить имеющиеся пробелы в знаниях.

Очень важно помочь приезжающим из-за границы студентам преодолеть объективные трудности, возникающие на пути обучения, и, таким образом, дать возможность сосредоточиться на математической логике.

Список литературы

1. Ромашова, И. Н. Некоторые аспекты организации самостоятельной работы по математике в группах студентов-иностранцев экономического профиля на довузовском этапе обучения / И. Н. Ромашова // Вестник Тульского гос. ун-та. Серия: Современные образовательные технологии в преподавании естественнонаучных дисциплин. – 2013. – № 1(12). – С. 34–38.

2. Чикина Т. Е.Особенности обучения дисциплинам естественно-научного цикла иностранных слушателей в вузе / Т. Е. Чикина, О. Г. Коларькова // Проблемы современного педагогического образования. – 2023. – № 80-1. – С. 366–368.

ВОЗМОЖНОСТИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ТЕЗАУРУСНОГО ПОДХОДА В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Р. М. Тургунбаев, к. ф.-м. н., профессор,
Национальный педагогический университет Узбекистана им. Низами,
Ташкент, Узбекистан
e-mail: musamat1@yandex.ru
Аннотация: В статье рассматриваются возможности использования инструментов искусственного интеллекта в обучении математическому анализу в контексте тезаурусного подхода.
Ключевые слова: математический анализ, тезаурусный подход, учебный тезаурус, лексикон студента.

POTENTIAL OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN IMPLEMENTING THE THESAURUS APPROACH TO TEACHING MATHEMATICAL ANALYSIS

R. M. Turgunbaev, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Uzbekistan National Pedagogical University named after Nizami
Tashkent, Uzbekistan
e-mail: musamat1@yandex.ru
Abstract. This article examines the potential applications of artificial intelligence tools in teaching mathematical analysis within the framework of the thesaurus approach.
Keywords: mathematical analysis, thesaurus approach, educational thesaurus, student lexicon

В условиях современного технологического прогресса стремительное развитие искусственного интеллекта, систем анализа данных, машинного обучения и цифровых технологий приводит к глубоким и системным изменениям в различных сферах общества. В частности, интеллектуальные системы расширяют возможности оптимизации, прогнозирования и автоматизации процессов принятия решений в производстве, медицине, транспорте, финансах, юриспруденции и многих других сферах. Эти процессы, в свою очередь, оказывают значительное влияние на систему образования, которая является одной из важнейших сфер человеческой деятельности.

В связи с этим становится актуальным изучение применения современных интеллектуальных систем в образовании, их интеграции в педагогические процессы, анализа показателей эффективности и практических преимуществ. В данной статье описывается метод использования ChatGPT в реализации тезаурусного подхода при обучении математическому анализу.

В дидактике и практике доказана следующая закономерность: если студент готовится к лекции заранее, то это значительно повышает качество знаний. При традиционном обучении студенты, как правило, не проходят специальной предварительной подготовки к лекциям.

В последние годы в образовательную практику нашей республики вошли смешанные образовательные технологии, перевернутый класс и перевернутые образовательные модели [1, 6, 7].

Основу перевёрнутого обучения составляет модель «перевёрнутый класс» – основная модель смешанного обучения, в которой изменен порядок традиционной образовательной деятельности. Преподаватель предоставляет теоретические материалы в форме лекций и организуют практических домашних заданий:

– студенты самостоятельно изучают теорию и понятийный аппарат перед началом аудиторных занятий по теме;

– в аудитории преподаватель создаёт условия для применения знаний, развития навыков и умений студентов (выполнение упражнений, обсуждение проектов, групповые дискуссии, мозговой штурм и другие виды деятельности).

В исследованиях, проведенных в этом направлении, в методической литературе можно понять, что материалы, предоставляемые студентам для предварительного изучения, состоят из текста лекции или практического занятия.

Мы уточнили характер заданий, предоставляемых студентам для предварительного изучения в контексте тезаурусного подхода.

Суть тезаурусного подхода заключается в следующем: процесс обучения рассматривается как расширение и развитие лексикона студента путем установления преемственных связей между учебным тезаурусом (основные понятия, устойчивые словосочетания, основные задачи темы, способы деятельности по решению основных задач, прёмы общеучебных и общематематических действий) и лексиконом студента. При этом осуществляется выбор средств, методов, приёмов и форм установления связей с учетом учебного тезауруса и имеющегося лексикона студента [4].

Зная учебный тезаурус конкретной темы, можно подобрать задания для предварительного изучения. Например, перед изучением темы «Ограниченные множества и их границы» можно задать следующую систему задач для актуализации лексикона студентов.

1. Пусть $E = \{-2;\ 1{,}3;\ 3{,}1;\ 5\}$. Укажите наибольший и наименьший элементы множества.

2. Пусть $E = \{1{,}3;\ 5;\ \ldots\}$. Существует ли наибольший элемент множества? А наименьший элемент?

3. Пусть а) $E = [0;\ 1]$; $F = (0;\ 1]$. Существуют ли наибольшие и наименьшие элементы множеств? Укажите, если они существует. Почему у множества F нет наименьшего элемента?

4. Какие условия должны быть выполнены, чтобы у множества был наибольший (наименьший) элемент?

5. а) Пусть $E = [0;\ 1]$. Все числа, которые меньше каждого числа из E, отнесем к множеству X, остальные к множеству Y. Является ли $(X,\ Y)$ сечением на множестве действительных чисел?

б) Пусть $F = (0;\ 1]$. Все числа, которые меньше каждого числа из E, отнесем к множеству X, остальные к множеству Y. Является ли $(X,\ Y)$ сечением на множестве действительных чисел?

с) Чем отличаются эти два сечения?

В процессе решения указанных задач студенты актуализируют свои знания о наибольших и наименьших элементах множества (переводят из пассивного лексикона в активный лексикон). При решении задачи 5 актуализируют знания о сечении действительных чисел и его построении. Эти знания необходимы для введения основных понятий лекции, установления преемственных связей между учебным тезаурусом и лексиконом студента.

Наш опыт показывает, что предварительное предоставление студентам учебного тезауруса в виде квантованного текста и заданий по этому тексту повышает эффективность модели перевёрнутого класса и способствует реализации тезаурусного подхода [5].

Отметим, что квантованный текст по учебному тезаурусу отличается от квантованного текста по учебному тексту [2] по содержанию и по назначению.

Изучая квантованный текст темы (лекции), студент получает информацию об учебном тезаурусе, изучаемом на лекции, то есть об основных понятиях, их свойствах, основных рассматриваемых задачах, теоремах, методах математической деятельности и знаниях, необходимых для изучения данной темы. Он должен уточнить, какие материалы ему знакомы, а какие – нет, изучались ли раньше подобные факты и т. п. В процессе подготовки к лекции студенты читают текст и частично заполняют таблицу ЗХУ (Знаю – Хочу узнать – Узнал), а также формулируют вопросы по изученному материалу.

Студентам можно предложить, используя технологии искусственного интеллекта, изучить определения основных понятий темы, визуализировать семантические связи между ними, создать карты памяти; анализировать определения; анализировать теоремы и их доказательств; анализировать решения основных задач, выделить приём деятельности по решению задач определенного типа, изучить различные интерпретации основных понятий и теорем и др.

В качестве примера рассмотрим теорему о предельном переходе в неравенстве. Если мы загрузим в окно ChatGPT теорему [3]:

Теорема 2. Если для двух числовых последовательностей x_n, y_n всегда выполняется равенство $x_n \geq y_n$, причём каждая из них имеет конечный предел: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = b$, то и $a \geq b$.

Если мы дадим задание «докажите теорему, обоснуйте каждый шаг доказательства и представьте в виде таблицы», то искусственный интеллект запишет доказательство теоремы шаг за шагом, основание каждого шага.

Таблица – Пошаговая схема доказательства теоремы 2 (от противного, с обоснованиями)

Шаг	*Содержание*
1	Предположим, что $a < b$. Пусть $\varepsilon = b - a > 0$. (Метод от противного)
2	Так как $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, существует число N_1, при котором для всех $n > N_1$ выполняется: $x_n < a + \varepsilon/2$. (По определению предела)
3	Так как $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = b$, существует число N_2, при котором для всех $n > N_2$ выполняется: $y_n > b - \varepsilon/2$. (По определению предела)
4	Пусть $N = max(N_1, N_2)$. Для всех $n > N$ выполняется: $x_n < a + \varepsilon/2 = b - \varepsilon/2 < y_n$. Следовательно, $x_n < y_n$. (Так как $a = b - \varepsilon$)
5	Получаем $x_n < y_n$, что противоречит исходному условию $x_n \geq y_n$. (Возникло противоречие)
6	Следовательно, предположение $a < b$ неверно. Значит, $a \geq b$. Теорема доказана. (Доказательство завершено)

Кроме того, можно спросить, можно ли заменить нестрогий знак неравенства строгим и т. д.

Для обеспечения обратной связи перед лекцией целесообразно провести опрос студентов, полностью рассмотреть вопросы и задачи, заданные для актуализации лексикона. Затем перейти к обсуждению новой темы. В конце лекции можно предложить продолжить заполнение таблицы ЗХУ.

Внедрение современных цифровых технологий и инструментов искусственного интеллекта в образование требует коренного переосмысления образовательных процессов. В частности, с помощью интеллектуальных систем, особенно крупных языковых моделей, таких как ChatGPT, появляется возможность индивидуализации, автоматизации и интерактивности образовательного процесса. С помощью этих технологий можно определить уровень знаний студентов, адаптировать стратегию обучения, персонализировать учебные материалы и объяснять сложные понятия в упрощенной форме, что значительно повышает эффективность обучения.

В заключение можно сказать, что интеграция ChatGPT и других интеллектуальных систем в образовательные процессы способствует формированию новых педагогических парадигм и открывает широкие возможности для создания систем обучения, основанных на искусственном интеллекте, с гибким и индивидуальным подходом к студентам.

Список литературы

1. Tucker, B. Перевернутый класс / B. Tucker // Education Next. – 2012. – Т. 12, No 1. – URL: http://educationnext.org/ the-flipped-classroom (дата обращения 12.05.2025).

2. Аванесов, В. С.Теория квантования учебных текстов / В. С. Аванесов // Образовательные технологии. – 2014. – № 2. – С. 14–26.

3. Нагорный, А. М. Математический анализ : 1-часть / А. М. Нагорный, В. К. Жаров, Р. М. Тургунбаев. – Ташкент : Innovatsiya-Ziyo, 2022. – 250 с.

4. Тургунбаев, Р М. Тезаурусный подход в методике преподавания математики / Р. М. Тургунбаев // Физика, Математика, Информатика. – 2022. – No3. – С.90–97.

5. Тургунбаев, Р М. Математический анализ (Вводные вопросы к анализу) / Р. М. Тургунбаев, И. К. Рахимов, Д. У. Умаралиева. – Ташкент: НИФ МШ, 2024.– 164 с.

6. Антонова, Н. Л. Модель «перевернутого обучения» в системе высшей школы: проблемы и противоречия / Н. Л. Антонова, А. В. Меренков // Интеграция образования. – 2018. – Т. 22, No 2. – С. 237–247.

7. Чернявская, А. П., Самонаправляемое обучение студентов в «перевернутом» классе / А. П. Чернявская, Н. П. Ванчакова, Е. А. Вацкель, А. А. Барабошина // Ярославский педагогический вестник. – 2019. – № 2 (107). – С. 60–66.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ АНАЛИЗА ДАННЫХ В ПРОФИЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КЕЙСАХ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ

Ю. А. Удалова, ассистент,
Псковский государственный университет,
Псков, Россия
e-mail: kiracokol085@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается актуальность внедрения методов анализа данных в образовательный процесс студентов лингвистических направлений. Особое внимание уделяется профильным кейсам, задачи которых реализуются как с использованием программного обеспечения, так и без него. Представлены примеры конкретных кейсов, их методологическая обоснованность и возможности интеграции с современными подходами анализа данных и визуализации в рамках профильных дисциплин.

Ключевые слова: анализ данных, математическая лингвистика, профильные кейсы, методы статистического анализа, визуализация данных.

APPLICATION OF DATA ANALYSIS METHODS IN PROFILE-ORIENTED MATHEMATICAL CASE STUDIES FOR STUDENTS OF LINGUISTIC SPECIALIZATIONS

Y. A. Udalova, Assistant,
Pskov State University,
Pskov, Russia
e-mail: kiracokol085@gmail.com

Annotation. The article discusses the relevance of introducing data analysis methods into the educational process of students majoring in linguistics. Particular attention is paid to specialized cases, the tasks of which are implemented both with and without the use of software. Examples of specific cases, their methodological validity and the possibility of integration with modern approaches to data analysis and visualization within specialized disciplines are presented.

Keywords: data analysis, mathematical linguistics, profile cases, statistical analysis methods, data visualization.

Современные тенденции развития лингвистики обуславливают необходимость интеграции методов количественного анализа и обработки данных в образовательный процесс. В частности, математическая лингвистика как междисциплинарная область требует от студентов не только теоретических знаний, но и практических навыков работы с большими массивами языковых данных [6].

Особенность современных методов обучения заключается в использовании активных форм работы – групповых заданий без применения компьютерных средств (на телефоне, в тетради или на доске), что способствует развитию аналитического мышления и навыков самостоятельного подсчёта. Такой подход подтверждён исследованиями в области педагогики и когнитивной психологии [4], а также соответствует требованиям к подготовке специалистов в области цифровой гуманитаристики [1].

В данной статье представлен подход к применению методов анализа данных в профильных математических кейсах для студентов-лингвистов, а также продемонстрирована их практическая реализация на основе конкретных заданий.

Математическая лингвистика использует статистические методы для выявления закономерностей в языковых данных [3]. Среди них выделяются методы подсчёта частотности слов, оценки средней длины текстов, анализа распределения частотных характеристик и построения матриц связей между лингвистическими единицами.

Эффективность обучения этим методам подтверждается исследованиями по развитию аналитического мышления у студентов гуманитарных специальностей [5]. Важным аспектом является использование практических кейсов – ситуаций из реальной языковой практики или экспериментальных данных, что способствует формированию у студентов навыков интерпретации числовых показателей и их связей с лингвистическими характеристиками.

Кроме того, внедрение методов визуализации данных через работу с таблицами и графиками позволяет студентам лучше понять распределения и закономерности [2]. В рамках профильного обучения рекомендуется сочетать работу без программного обеспечения для формирования базовых навыков подсчёта и обсуждения результатов с последующей работой в электронных таблицах для углублённого анализа.

Рассмотренные ниже кейсы основаны на классических задачах анализа языковых данных, они позволяют студентам освоить основные методы количественного анализа через практическую деятельность:

1) Подсчет частотности слов и их пропорций. Данный кейс направлен на развитие навыков подсчёта частотности слов в тексте. Студенты получают распечатанный текст или список слов и самостоятельно подсчитывают количество встреч каждого слова. На этом этапе важна точность подсчётов и умение выражать результаты в виде долей или процентов. Такой подход способствует развитию внимательности и аккуратности при работе с данными [6]. После групповых подсчётов студенты вводят полученные данные в таблицу Excel для построения гистограммы распределения частот, что позволяет визуализировать закономерности и выявить наиболее часто встречающиеся слова – важный аспект при анализе тематической направленности текста или выявлении ключевых понятий.

2) Анализ средней длины текстов и вариации. Этот кейс ориентирован на вычисление средних значений и вариаций по нескольким текстам. Студенты самостоятельно подсчитывают длину каждого текста (например, количество слов), затем используют формулы для определения среднего значения, стандартного отклонения. Эти показатели позволяют оценить однородность выборки текстов или выявить различия между ними [5]. Работа с данными вручную развивает понимание статистических понятий и умение применять формулы на практике. После этого данные вводятся в Excel для автоматизации расчетов и построения диаграмм разброса или гистограмм.

3) Моделирование распределения частот. Задача состоит в анализе распределения частот слов по классам диапазонов значений. Студенты группируют слова по диапазонам частот (например, 1–5 встреч – низкая частота; > 10 – высокая). Затем они подсчитывают количество слов в каждом диапазоне и вычисляют доли. Упражнение помогает понять распределение языковых единиц – важную задачу при моделировании языковых закономерностей [3]. В дальнейшем данные можно визуализировать при помощи гистограмм или кривых плотности после ввода их в Excel.

Современные технологии играют важную роль в развитии лингвистического образования: использование программных средств автоматизирует обработку больших объёмов данных, повышая точность и эффективность анализа. Интеграция таких технологий позволяет студентам не только овладеть базовыми навыками статистического анализа, но и подготовиться к работе с современными инструментами обработки естественного языка, что является важным аспектом профессиональной компетентности будущих специалистов. Внедрение междисциплинарных подходов способствует развитию гибкого мышления у студентов, расширяет их возможности для решения комплексных задач в области лингвистики и цифровых гуманитарных наук.

Применение методов анализа данных через профильные математические кейсы представляет собой эффективную стратегию обучения студентов-лингвистов. Практические задания без использования компьютерных средств способствуют формированию базовых аналитических навыков, а последующая работа с электронными таблицами расширяет возможности интерпретации результатов. Такой подход соответствует современным требованиям к подготовке специалистов гуманитарной сферы к работе с большими массивами языковых данных, способствует формированию у обучающихся навыков аналитической работы с языковыми данными в различных условиях, что повышает их компетентность в области обработки и интерпретации статистических и структурных характеристик языковых систем. Подобные кейсы способствуют развитию междисциплинарных компетенций:

аналитического мышления, умения интерпретировать числовые показатели в контексте лингвистических характеристик, а также навыков командной работы.

Научные исследования подтверждают эффективность комбинированного метода обучения: активное участие студентов в практических заданиях повышает уровень усвоения теоретических знаний и развивает критическое мышление [5]. Внедрение подобных кейсов способствует подготовке компетентных специалистов, способных применять количественные методы при решении лингвистических задач.

Использование зарубежных источников обусловлено уровнем развития научной базы по данной теме и наличием наиболее актуальных исследований именно в международной научной среде. В будущем возможно расширение библиографического аппарата за счёт российских публикаций по мере их появления и развития соответствующих исследований.

Список литературы

1. Baker, P. Digital Humanities and Data Analysis in Language Studies / P. Baker, C. Gabrielatos, M. KhosraviNik, et al. // Routledge, 2018.

2. Few, S. Data Visualization for Dummies / S Few // Wiley, 2017.

3. Jurafsky, D. Speech and Language Processing / D. Jurafsky, J. H. Martin // 3rd ed. – Pearson, 2019.

4. Kozhevnikov, M. The Role of Visual-Spatial Thinking in Learning and Problem Solving / M. Kozhevnikov, R. Motes, M Hegarty. // Journal of Educational Psychology, 2016.

5. Liu, Y. Statistical Methods in Language Data Analysis / Y. Liu, X. Wang, Li Z // Journal of Linguistic Research, 2017.

6. Manning, C. D. Foundations of Statistical Natural Language Processing / C. D. Manning, H. Schütze // MIT Press, 2015.

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКОЙ И МЕТОДИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ СТУДЕНТОВ В РАМКАХ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Н. В. Филимоненкова, к. ф.-м. н.,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: nf33@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается задача массового обучения высшей математике. Предлагаются методы стимулирования творческой и методической активности студентов, встроенные непосредственно в текущий контроль успеваемости. Обсуждаются проблемы, связанные с развитием искусственного интеллекта.

Ключевые слова: высшая математика, творческая активность студентов, текущий контроль успеваемости, искусственный интеллект.

STIMULATING STUDENTS' CREATIVITY AND METHODOLOGICAL PROFICIENCY WITHIN MONITORING STUDENTS' PROGRESS IN HIGHER MATHEMATICS

N. V. Filimonenkova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University,
Saint Petersburg, Russia
e-mail: nf33@yandex.ru

Annotation. The problem of mass education in higher mathematics is considered. The paper proposes methods for stimulating students' creative and methodological activity. Those methods are integrated

directly into monitoring students' progress. The problems related to the development of artificial intelligence are discussed.
Keywords: higher mathematics, students' creative activity, monitoring students' progress, artificial intelligence.

Статья посвящена преподаванию высшей математики в техническом вузе. Рассматривается методическая разработка форм текущего контроля успеваемости, реализованная на базе Санкт-Петербургского политехнического университета в учебных потоках студентов IT-направлений.

Параметры методической разработки: большие потоки студентов, массовость и связанная с ней известная степень механизации (формализации) учебного процесса; использование смешанной (очно-дистанционной) модели обучения; балльно-рейтинговая система оценивания; режим интенсивного текущего контроля, то есть равномерность и высокая частота (приблизительно 1 раз в неделю) контрольных мероприятий. Такая модель учебного процесса является экспериментальной авторской разработкой. Она описана в [4, 5] с акцентом на актуализацию учета нагрузки преподавателя.

В этих условиях большое значение приобретает разнообразие форм контроля. Контрольные мероприятия должны отличается по объёму, сложности, жанру, способу проверки и т. д. Разнообразие форм контроля хорошо ложится на балльную систему оценивания с её принципом: на оценку влияет только сумма баллов, при этом студент сам выбирает траекторию приобретения баллов. При наличии этого выбора интенсивный текущий контроль действует на студента не только как кнут, но и как пряник: включаются принципы игры, конкуренции, взрослой ответственности за распределение своих сил, повышается творческая активность студента, понимаемая как проявление самостоятельности, изобретательности и участия в новых видах учебной деятельности.

Таким образом, разнообразие форм текущего контроля уже само по себе повышает творческую активность учащихся. Однако можно выделить и более конкретные методы её стимулирования.

Заметим, что существуют классические (устоявшиеся) формы творческой активности студентов при изучении курса высшей математики: задачи повышенной сложности (так называемые «задачи со звёздочкой»), подразумевающие нешаблонное решение, и научно-исследовательские работы. И те, и другие, очевидно, предназначены для индивидуализированного взаимодействия преподавателя со студентами. В нашей учебной модели используются как эти методы повышения творческой активности, так и другие, сравнительно новые, встроенные прямо в текущий контроль, а значит, более массовые. Опишем каждый метод в отдельности.

1. *Непрямые тестирования по теории*. Это компьютерные тесты по нескольким разделам высшей математики, вопросы в которых составлены таким образом, что ответы на них нельзя найти в буквальном виде в учебных текстах, используемых в курсе или имеющихся в свободном доступе в сети. Для ответа на вопрос требуется провести небольшое рассуждение на основе изученной теории. Созданию непрямых тестирований посвящена публикация [3]. Опыт прохождения таких тестирований имеют от 50 до 100% студентов – это зависит от места тестирований в структуре контрольных мероприятий.

Приведем пример одного из вопросов тестирования по разделу «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных».

Пусть функция $f(x,y,z)$ дифференцируема в точке $M \in \mathbb{R}^3$. Обозначим символом $v(\vec{s})$ скорость изменения функции в точке M в направлении, заданном ненулевым вектором $\vec{s} \in \mathbb{R}^3$. Какие из следующих утверждений являются верными?

a) $-|\nabla f(M)|\le v(\vec{s})\le|\nabla f(M)|$;

b) $\vec{s}\uparrow\uparrow(0,0,1) \quad\Rightarrow\quad v(\vec{s})=\frac{\partial f}{\partial z}(M)$;

c) $\vec{s}=(1,1,1) \quad\Rightarrow\quad v(\vec{s})=\frac{\partial f}{\partial x}(M)+\frac{\partial f}{\partial y}(M)+\frac{\partial f}{\partial z}(M)$;

d) $\nabla f(M)=0 \quad\Leftrightarrow\quad v(\vec{s})=0\ \forall\vec{s}$;

e) $v(\vec{s}_1)=v(\vec{s}_2) \quad\Leftrightarrow\quad \vec{s}_1\uparrow\uparrow\vec{s}_2$;

f) $\angle\left(\vec{s};\nabla f(M)\right)\le 60° \quad\Rightarrow\quad v(\vec{s})\le\frac{|\nabla f(M)|}{2}$;

g) $\angle\left(\vec{s}_1;\nabla f(M)\right)+\angle\left(\vec{s}_2;\nabla f(M)\right)=90° \quad\Rightarrow\quad v^2(\vec{s}_1)+v^2(\vec{s}_2)=|\nabla f(M)|^2$.

2. *Тьюторство*. Привлечение тьюторов (добровольцев из числа студентов) к проверке работ в рамках некоторых аудиторных и дистанционных контрольных точек – стабильный источник для творчества, так как студенты пробуют себя в новой для них экспертной деятельности и, несмотря на наличие четких инструкций, имеют большую степень свободы в осуществлении проверки и рецензирования работ. Кроме того, тьюторство запускает в учебном потоке процессы горизонтального обучения и сокращает временные расходы преподавателя в 1,5–2 раза. Практику тьюторства можно организовать как достаточно массовую: с охватом 20–30% студентов. Подробнее об этом в [1].

3. *Конкурсы по составлению вариантов задач* (заданной темы и структуры). Они проводятся после некоторых форм контроля и имеют практический смысл – обеспечить обновление банка заданий на будущий год. Для студентов же это возможность проявить методическое творчество, она привлекает около 10% студентов.

Приведем пример задачи, составленной студенткой для самостоятельной работы по теме «Текстовые задачи, которые моделируются двумя СЛАУ с одинаковой матрицей коэффициентов».

Две кофейни XPresso и CooffeCafe предлагают своим посетителям кофе с молоком трех видов: капучино, латте и флэт уайт. Для приготовления одной чашки кофе используются следующие ингредиенты:

	Эспрессо, мл	*Молоко, мл*	*Взбитое молоко, мл*
Капучино	48	64	128
Латте	33	132	84
Флэт Уайт	72	140	20

Вычислить, сколько чашек кофе каждого вида продала каждая из кофеен XPresso и CooffeCafe в день 8 марта, если известны расходы кофеен в этот день:

	Эспрессо, мл	*Молоко, мл*	*Взбитое молоко, мл*
XPresso	8700	18640	16080
CooffeCafe	10500	21700	18300

4. *Элементы компьютерных расчетов*. Постепенное внедрение и увеличение доли компьютерных расчетов в учебные математические задачи является уже трюизмом. Однако творческий потенциал гибридных задач, сочетающих аналитическое рассуждение с разработкой компьютерного алгоритма для численной реализации, остается по-прежнему высоким. Если не связывать учащихся выбором среды и шаблонами алгоритмов, то происходит самостоятельное знакомство студентов с особенностями компьютерной математики, причем происходит достаточно творчески.

В нашем курсе высшей математики компьютер используется, начиная со второго семестра: для отдельных технических действий (предварительно освоенных вручную) и для графических иллюстраций. На более серьезном уровне компьютер используется в третьем семестре (для расчета и визуализации степенных и тригонометрических рядов) и в курсе функционального анализа [2], где требуется составлять многошаговые расчетные программы для крупных задач. Этот способ стимулирования творческой активности охватывает 100% студентов, так как встроен во многие основные контрольные мероприятия.

5. *Анкетирования и опросы студентов по результатам обучения*. В нашем курсе высшей математики они проводятся с 2021 года, их целью является сбор отзывов и предложений по используемой модели обучения. Таким образом, у студентов есть возможность включиться в методическую разработку и корректировку модели. Надо заметить, что поначалу, в период ковида и дистанта, студенты очень охотно оставляли развернутые отзывы и некоторые из них отличались глубоким анализом. Но постепенно эта активность сокращается, и в настоящее время студенты предпочитают пройти анонимное анкетирование тестового типа (хотя и довольно подробное). Доля участия студентов в анкетировании – примерно 60%.

Приведем примеры отзывов студентов о непрямых тестированиях по теории (пункт 1) и о тьюторстве (пункт 2):

«Отдельно хочу отметить тесты по теории: с разрешением пользоваться информационными источниками, но достаточно нетривиальными вопросами – тяжелый, но интересный и, пожалуй, уникальный формат. Заставляет шевелить мозгами, напоминает деятельность разработчика».

«Если посмотреть на итоги семестра, именно активные студенты-тьюторы получили высокие оценки автоматом, по-другому их было просто невозможно получить, даже если выполнить все задания на максимум. Причем вряд ли ты сможешь без знаний проверить такое количество работ, которое порой сваливалось на тьюторов. Именно поэтому, по моему мнению, за те два предмета, которые проводились с системой тьюторства, были выставлены одни из самых честно заработанных пятерок».

Заметим, что учебной деятельности с творческим потенциалом, как правило, «тесно» внутри аудиторных занятий, и она реализуется в рамках самостоятельной работы студента, со свободным доступом к информационным ресурсам. Однако развитие и распространение искусственного интеллекта (ИИ) все более дискредитируют такой формат. Дело в том, что ИИ в настоящее время научился выполнять не только рутинные математические действия, но и более сложные, творческие задания. В частности, может предоставить развернутое математическое рассуждение (пункт 1), составить новые варианты задач (пункт 2), проверить готовые решения (пункт 3), запрограммировать расчет в нужной среде (пункт 4). При этом допускает все меньше ошибок и исправляет ошибки согласно полученным замечаниям (например, по замечаниям, полученным от преподавателя после первичной проверки). Наконец, ИИ очень редко сознается в своей причастности к изготовлению работы, то есть отследить участие ИИ при помощи ИИ довольно трудно. Следовательно, в условиях свободного доступа студента к интернету нельзя гарантировать самостоятельность той или иной учебной деятельности. Это ставит под угрозу творческую часть даже в большей мере, чем остальную, стандартную, базовую, выполнение которой в аудитории можно все-таки изолировать от интернета.

Для подтверждения самостоятельности некоторых видов творческой учебной деятельности можно использовать режим защит: проще говоря, принимать решения через очное собеседование. Но и тут возникают сложности. Во-первых, где взять достаточное количество контактных часов, чтобы регулярно проводить большую долю студентов через очные собеседования? Во-вторых, очное собеседование – слабо формализованная процедура, что означает большую нагрузку на преподавателя и риск недостаточно объективного оценивания. В-третьих, очное собеседование позволяет верифицировать только один из аспектов самостоятельности – осознанность решения. Если на очном собеседовании студент не понимает решение, то разговор окончен. Но что, если студент демонстрирует понимание? Отсюда вовсе не следует полная самостоятельность. Подготовленный студент мог освоить и даже подправить решение, сгенерированное ИИ. Проверить это принципиально невозможно. Должны ли мы в таком случае отождествить осознанность и самостоятельность? Справедливо ли ставить одинаковое число баллов в обоих случаях? Можно ли считать активность по освоению и редактированию решения, созданного ИИ, тоже творческой и равнозначной «изобретению» решения с нуля? Эти организационные, методические и дидактические вопросы являются пока открытыми.

Список литературы

1. Филимоненкова, Н. В. Использование горизонтального обучения для текущего контроля успеваемости студентов в режимах офлайн и онлайн / Н. В. Филимоненкова // Web-технологии и искусственный интеллект в образовании: возможности и риски. Сборник статей XI междунар. науч.-практ. конф. – Арзамас: Арзамасский филиал НГГУ. – 2025 (в печати).
2. Филимоненкова, Н. В. Обучение функциональному анализу в техническом вузе: практико-ориентированный курс / Н. В. Филимоненкова // Математика в высшем образовании. – №13. – 2015. – С. 65–80.
3. Филимоненкова, Н. В. Разработка непрямых теоретических тестирований по высшей математике / Н. В. Филимоненкова // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования. Сборник статей XI междунар. науч.-практ. конф. – Владикавказ: ЕГУ. – 2025 (в печати).
4. Филимоненкова, Н. В. Распределение нагрузки преподавателя в условиях смешанного (очно-дистанционного) формата учебного процесса / Н. В. Филимоненкова // Педагогика и психология: проблемы развития мышления. Развитие личности в изменяющихся условиях. Материалы VIII Всероссийской науч.-практ. конф. с междунар. участием. – Красноярск: СГУНТ им. Акад. М.Ф. Решетнева. – 2023. – С. 144–150.
5. Филимоненкова, Н. В. Смешанный формат учебного процесса как средство оптимизации нагрузки преподавателя / Н. В. Филимоненкова // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании. Материалы VII Междунар. науч. конф. – Красноярск: КГПУ им. В.П.Астафьева. – 2023. – С. 589–593.

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ ЧЕРЕЗ АНАЛИЗ ДИОФАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ

Г. Г. Хамов, д. пед. н., профессор,
Российский государственный педагогический университет имени А. И. Герцена,
Л. Н. Тимофеева, к. пед. н., доцент,
Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: gghamov@yandex.ru, tln142@mail.ru

Аннотация. В статье анализируется потенциал диофантовых уравнений как инструмента развития математического мышления, навыков анализа и решения нестандартных задач. На примере конкретных диофантовых уравнений демонстрируются этапы формирования исследовательских умений от выдвижения гипотез до их проверки и формулировки выводов.

Ключевые слова: исследовательские компетенции, диофантовы уравнения, математическое образование, методы решения, учебно-исследовательская деятельность.

FORMATION OF RESEARCH COMPETENCIES THROUGH THE ANALYSIS OF DIOPHANTINE EQUATIONS

G. G. Khamov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Russian State Hertsen University of Teaching,
L. N. Timofeeva, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Military Mozhaisky Academy,
St. Petersburg, Russia
e-mail: gghamov@yandex.ru, tln142@mail.ru

Annotation. The article analyzes the potential of diophantine equations as a tool for developing mathematical thinking, analysis skills and solving non-standard problems. Using the example of specific diophantine equations, the stages of formation of research skills are demonstrated: from hypotheses to their verification and formulation of conclusions.

Keywords: research competencies, diophantine equations, mathematical education, solution methods, educational and research activities.

В системе вузовской подготовки доминирующее положение занимают методики, в которых делается акцент на развитие у обучающихся способностей к непрерывному профессиональному росту и гибкому реагированию на активно меняющиеся технологические и социальные условия. В этой ситуации все большее внимания уделяется формам обучения, пробуждающим активную мыслительную и практическую деятельность, способствующую формированию исследовательских компетенций, которые неразрывно связаны с учебной исследовательской деятельностью. Решение диофантовых уравнений является эффективным методом развития математического мышления, логики и навыков научного поиска, которые включают, прежде всего, такие актуальные исследовательские компетенции, как умение проводить анализ и интерпретацию данной информации, выдвигать предположения-гипотезы, выстраивать цепочки суждений-доказательств, делать обоснованные выводы, иметь склонность к алгоритмическому мышлению [2].

Одним из ключевых инструментов в анализе диофантовых уравнений является теория делимости. Она позволяет определить алгоритм исследования уравнения за счет сужения перебора возможных решений, найти закономерности в структуре решения, или доказать неразрешимость уравнения.

Используя свойства деления с остатком, можно сделать вывод, что уравнение $x^2 - 7y = 16$ может иметь решения в целых числах при $x = 7t + 3$ и $x = 7t + 4$, где t – целое число.

Далее, принимая во внимание полученные значения первой переменной, составляем функцию для второй переменной и результат записываем в виде множеств вида:

$$\begin{cases} x = 7t + 3 \\ y = 7t^2 + 6t - 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 7t + 4 \\ y = 7t^2 + 8t \end{cases}, \text{ где } t \text{ – целое число.}$$

Исследование подобных задач может стать отправной точкой для формирования компетенций, связанных с аналитической обработкой информации и построением логически выверенных умозаключений.

Для решения следующих уравнений, неразрешимых в целых числах:

$$x^2 = 3y^2 + 17;\ x^2 - 3y^4 = 29;\ x^2 + 1 - 3y = 0;\ x^2 + 4 = 3y^2;\ x^2 + 7 = 3y^3,$$

требуется выдвинуть предположение, что имеет смысл рассмотреть деление квадрата целого числа на 3. Проверка этой гипотезы заключается в нахождении возможных остатков деления и формулировке соответствующих выводов.

Исследование уравнения $x^3+y^3+z^3=9t+r,\quad r=4;5,$ дает подсказку, что необходимо провести доказательство того факта, что сумма кубов трех целых чисел не может при делении на 9 давать заданные остатки.

Развитию алгоритмического мышления способствуют задачи, в решении которых используется перебор делителей. Это относится к уравнениям, которые допускают разложение на множители.

Решить в целых числах: $xy+3x-5y=-3$.

1. Разложим на множители: $(y+3)(5-x)=18$.
2. Пары целых делителей числа 18 имеют вид $\left(d;\dfrac{18}{d}\right)$: $(\pm1,\pm18),\ (\pm2,\pm9),\ (\pm3,\pm6),\ (\pm6,\pm3),\ (\pm9,\pm2),\ (\pm18,\pm1)$.
3. Для каждой пары решаем систему: $\begin{cases}5-x=d,\\ y+3=\dfrac{18}{d}.\end{cases}$
4. Записываем ответ.

Переход от легких задач к более сложным вносит свой вклад в развитие когнитивных способностей, способствующих привитию исследовательских навыков.

Можно предложить самостоятельно уравнение $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{14}$ привести к виду $(x-14)(y-14)=196$ и найти ответ перебором делителей числа 196: $(15,210);(16,112);(18,63);(28,28);(42,23);(210,15);(23,42);(63,18);(112,16)$.

Аналогично для уравнения $2xy=(x+3)(y+3)$, преобразованного к виду $(-x+3)(y-3)=-18$ также получают множество решений, учитывая, что множители должны быть разного знака.

Поставим задачу: найти целочисленные решения уравнения $2x^3+xy-7=0$. Анализ выражения $x\left(2x^2+y\right)=7$ позволяет сделать вывод, что число x является делителем числа 7, поэтому возможные значения для переменной x: $\pm1,\pm7$. Получаем ответ: $(1,5);(7,-97);(-1,-9);(-7,-99)$.

Уравнение $x(x+1)=4y(y+1)$ натуральных решений не имеет, так как $x(x+1)=4y(y+1)\quad\Leftrightarrow\quad\left(2(2y+1)\right)^2-(2x+1)^2=3\quad\Leftrightarrow\quad(4y-2x+1)(4y+2x+3)=3$, а $4y+2x+3>3$ для натуральных (x,y).

Перебором возможных делителей правой части решается уравнение $x^3-yx^2+x-y=102$, которое разложением на множители левой части приводится к виду: $\left(x^2-y\right)\left(x^2+1\right)=102$, откуда следует, что множители не могут быть отрицательными, что заметно сокращает рассматриваемые варианты.

В уравнении $x^4+2x^2+1=y^2$ выделяем слева полный квадрат $\left(x^2+2\right)^2=y^2+3$, что равносильно $\left(x^2+2-y\right)\left(x^2+2+y\right)=3$. Простое число 3 имеет в качестве делителей числа

± 1 и ± 3, то есть получаем пары $\left(d;\dfrac{3}{d}\right)$, $d=\pm 1,\pm 3$. Система нелинейных решений $\begin{cases} x^2+2-y=d \\ x^2+2+y=\dfrac{3}{d} \end{cases}$ имеет только два решения $(0,1)$ и $(0,-1)$.

Для решения диофантовых уравнений в большинстве случаев необходима большая изобретательность в применении различных свойств целых чисел. Поэтому их анализ дает возможность усваивать доступные элементы исследовательской деятельности на практике [1]. При этом качественное формирование исследовательских компетенций происходит при выполнении нестандартных заданий исследовательского характера под руководством преподавателя. Преподаватель не только разрабатывает систему задач различного уровня трудности, планирует этапы исследования, но и выступает мотиватором исследовательской деятельности, подбирая интересные задачи, упоминая об исторических проблемах, поощряет групповую работу, являясь инициатором дискуссий. Например, на этапе постановки проблемы преподаватель подбирает задачу, включая какой-то исторический контекст (скажем, упоминая Великую теорему Ферма). Планируя исследование, можно напомнить основные методы, предложить разбить задачу на подзадачи или переформулировать её, что иногда приводит к более простой задаче или к уже решенной.

Выполнение такой работы наряду с обеспечением более глубокого усвоения учебного материала, создает условия для приобретения начальных исследовательских навыков, которые являются результатом специальным образом спланированной деятельности. Несмотря на то, что по-сути, исследовательские компетенции определяются соответствующими приобретенными знаниями, умениями и навыками, можно утверждать, что это качества личности, которые развиваются в процессе обучения, и определяются индивидуальными особенностями мышления: аналитического, критического, абстрактного. Здесь приоритетными являются умения сомневаться, проверять, креативно мыслить, а также присутствие усидчивости и дисциплинированности, готовности осваивать новые знания. Наличие этих компетенций является преимуществом в профессиональном становлении специалиста в современных условиях быстрого развития технологий.

Список литературы

1. Капкаева, Л. С. Обучение поисково-исследовательской деятельности студентов вуза в процессе изучения математических дисциплин / Л. С. Капкаева // Гуманитарные науки и образование. – 2019. – Т. 10, № 4(40). – С. 47–53.

2. Хамов, Г. Г.Исследовательские задачи по теории чисел как средство формирования самостоятельной деятельности обучаемых / Г. Г Хамов, Л. Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. – 2023. – № 5(134). – С. 110–118.

ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ БУДУЩИМ УЧИТЕЛЯМ МАТЕМАТИКИ

Е. Ю. Яшина, к.. ф.-м. н., доцент,
Российский государственный педагогический университет имени А. И. Герцена,
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: elyashina@mail.ru

Аннотация. Рассмотрены особенности преподавания раздела линейной алгебры студентам, обучающимся по профилю «Математическое образование» в педагогических университетах.

Предложены методы и прёмы развития критического мышления будущих педагогов в рамках изучения материала с большой составляющей алгоритмического содержания.
Ключевые слова: математическая подготовка учителя математики, линейная алгебра, развитие критического мышления.

FEATURES OF TEACHING LINEAR ALGEBRA TO FUTURE MATH TEACHERS

E. Yu. Yashina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
A. I. Herzen State Pedagogical University of Russia,
Saint Petersburg, Russia,
e-mail: elyashina@mail.ru
Annotation. The features of teaching the linear algebra section to students studying in the profile of «Mathematical Education» at pedagogical universities are considered. The methods and techniques of developing critical thinking of future teachers within the framework of studying the material with a large component of algorithmic content are proposed.
Keywords: mathematical training of a mathematics teacher, linear algebra, development of critical thinking.

Раздел «Линейная алгебра» изучается во всех вузах, готовящих студентов по инженерным специальностям, где он обычно является либо самостоятельной дисциплиной, либо частью дисциплины «Математика». В педагогических вузах раздел «Линейная алгебра» является частью дисциплины «Алгебра и теория чисел». И если в технических вузах данный раздел носит прикладной характер, то в педагогических вузах его цель – дать студентам общее представление о линейных пространствах и их линейных отображениях, основных свойствах, показать место данного раздела в общей структуре математических знаний, приложения к геометрии, математическому анализу, школьной математике. Ведь базовые понятия линейной алгебры, такие как вектор, системы линейных уравнений изучались в школе [1].

Особенность раздела «Линейная алгебра» в структуре курса «Алгебра и теория чисел» в педагогическом университете состоит в том, что многие задачи, которые решаются в процессе изучения раздела, носят алгоритмический характер – решить систему линейных уравнений, найти ранг матрицы, вычислить определитель, найти собственные векторы линейного оператора и т. д., то есть не требуют от студентов поиска решения задачи, а только знания соответствующего алгоритма.

Рассмотрим прёмы, способствующие развитию критического мышления студентов при изучения линейной алгебры. Психолог Д. Халперн рассматривает критическое мышление как использование таких методов познания, которые отличаются контролируемостью, обоснованностью и целенаправленностью, увеличивают вероятность получения желаемого конечного результата [4].

Во-первых, при решении вычислительных задач и задач с алгоритмическим содержанием, на наш взгляд, нецелесообразно использовать математические пакеты (что уместно делать в технических вузах). В современных реалиях у многих школьников, да и студентов плохо сформировано умение проводить вычисления с целыми и рациональными числами. Алгоритм Гаусса позволяет находить оптимальные пути преобразований матриц и систем линейных уравнений, чтобы избегать громоздких вычислений. Это весьма полезно будущему учителю.

Во-вторых, можно использовать различные подходы к определению одного и того же понятия, прослеживая связь между этими подходами, то есть доказывая равносильность введенных определений. Например, можно двумя способами определить ранг матрицы – как наибольшее число линейно независимых строк (столбцов) и как наибольший порядок отличного от нуля минора этой матрицы. Также по-разному можно ввести понятие определителя квадратной матрицы: классически – как сумму произведений элементов матрицы, взятых по одному из каждой стоки и каждого столбца матрицы, умноженному на свой знак, или аксиоматически. Второй подход подробно изложен в работе [3]. Такой приём способствует более глубокому понимаю изучаемого материала, установлению связей между понятиями, дает возможность решать задачи различными способами.

В-третьих, при изучении линейной алгебры полезно использовать задачи с широкой областью применения. Например, при изучении линейных операторов важно показать, что с подобными преобразованиями линейных пространств студенты встречались еще в школе – поворот, симметрия, проекция на ось являются линейными операторами пространства R^2. Также дифференцирование – линейный оператор пространства $C^1[a, b]$, сопряжение – линейный оператор пространства комплексных чисел над полем R, транспонирование – линейный оператор пространства квадратных матриц и т. д. Несомненно, развитию критического мышления обучающихся будет способствовать применение знаний, полученных в ходе изучения линейной алгебры, для решения задач, условия которых на первый взгляд не имеют связи с этим разделом. Примеры таких задач можно найти в статье наших коллег [2].

Нами в системе дистанционного обучения Moodle составлен тест, не содержащий задач вычислительного характера, но позволяющий проследить, насколько обучающиеся овладели основными понятиями линейной алгебры и взаимосвязями между ними. Вопросы теста простые, тест не заменяет экзамен, но позволяет выявить студентов, которые не владеют материалом. Тест содержит 20 вопросов и рассчитан на 45 минут. Приведем примеры вопросов.

1. Пусть L – линейное пространство над полем R, $dimL=5$. Выберите все верные утверждения:

а) в L любая система из четырех векторов линейно зависима;
б) в L любая система из пяти векторов линейно зависима;
в) в L существует линейно независимая система из четырех векторов;
г) в L любая система из шести векторов линейно зависима;
д) в L любая система из четырех векторов линейно независима;
е) в L существует линейно независимая система из пяти векторов;
ж) в L любая система из шести векторов линейно независима;
з) в L любая система из пяти векторов линейно независима;
и) в L существует линейно независимая система из шести векторов.

2. Дана система из 5 уравнений с пятью неизвестными. Определитель матрицы системы равен 2. Выберите одно верное утверждение:

а) система неразрешима;
б) система имеет бесконечно много решений;
в) система имеет ровно два решения;
г) система имеет единственное решение;
д) недостаточно информации.

3. Дана система векторов $M = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, причем rang M=3, $v_4=\alpha v_3$, $\alpha \epsilon R$, $\alpha \neq 0$. Сколько базисов имеет M?

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

После окончания изучения раздела «Линейная алгебра» студенты неоднократно будут применять полученные знания, умения и навыки в других разделах и дисциплинах. Прежде всего, это многомерная геометрия, аппаратом которой и является линейная алгебра. В этом разделе используются системы линейных уравнений для задания -мерных плоскостей, определители и ранги матриц для выяснения взаимного расположения плоскостей, системы неравенств для задания выпуклых многомерных многогранников, матрицы для задания движений в многомерных евклидовых пространствах и т. д. В курсе алгебры и теории чисел понятие линейного пространства «работает» в теории расширений полей при определении понятия конечного расширения. Далее используются понятия линейной алгебры для изучения алгебраических расширений, алгебраических чисел. Понятие матрицы оператора лежит в основе определения нормы алгебраического числа. С помощью свойств нормы в кольцах целых алгебраических чисел можно привести пример кольца с неоднозначным разложением на простые множители.

Подводя итог вышесказанному, хотим отметить, что при изучении раздела «Линейная алгебра» в педагогическом вузе студенты знакомятся с основными математическими моделями этого раздела, устанавливают существенные связи между ними, расширяют свой математический аппарат, затем применяют полученные знания в новых контекстах, тем самым создавая новые знания.

Список литературы

1. Гордеев, Н. Л. Алгебра. Числа. Векторы. Многочлены / Н. Л. Гордеев, И. М. Певзнер, Е. Ю. Яшина // Учебник для студентов педагогических университетов. – СПб : Медиапапир, 2023. – 536 с.

2. Кушпель, Н. Н. Нестандартные задачи по линейной алгебре / Н. Н. Кушпель // Современные проблемы математики и математического образования – Сб. научных работ «78 Герценовские чтения». СПб. : Издательско-полиграфическая ассоциация вузов, 2025. – С. 352–356.

3. Сотникова О.А. Чермных В.В. Особенности изучения определителей при подготовке учителя математики / О. А. Сотникова, В. В. Чермных // Психология образования в поликультурном пространстве. – 2024. – №4(68) – С. 117–125.

4. Халперн, Д. Психология критического мышления / Д. Халперн – СПб : Питер, 2000. – 512 с.

СЕКЦИЯ 3. МЕТОДОЛОГИЯ МАТЕМАТИКИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ. ПРОБЛЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МЕТОДИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ ПО МАТЕМАТИКЕ

НАУЧНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМ КАК ИНСТРУМЕНТ СОЗДАНИЯ НОВЫХ МЕТОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

В. С. Абатурова, к. пед. н.,
Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН,
Владикавказ, Россия
e-mail: veronika-abaturova@yandex.ru

Аннотация. В статье представлены результаты эксперимента, проведенного в рамках XV Открытой Республиканской летней математической школы для учителей, прошедшей во Владикавказе в онлайн формате в период с 16 по 20 июня 2025 г.

Ключевые слова: научный метод решения проблем, методические решения, этапы урока, методика обучения математике.

THE SCIENTIFIC METHOD OF PROBLEM SOLVING AS A TOOL FOR CREATING NEW METHODOLOGICAL SOLUTIONS

V. S. Abaturova, Candidate of Pedagogical Sciences,
Southern Mathematical Institute –
the Affiliate of Vladikavkaz Scientific Center of Russian Academy of Sciences,
Vladikavkaz, Russia
e-mail: veronika-abaturova@yandex.ru

Annotation. The article presents the results of an experiment conducted within the framework of the XV Open Republican Summer Mathematical School for Teachers, held in Vladikavkaz in online format from June 16 to June 20, 2025.

Keywords: scientific method of problem solving, methodological solutions, lesson stages, methods of teaching mathematics.

Одной из актуальных проблем в области методики обучения математике является поиск новых форм, методов, средств обучения учащихся, которые способствуют повышению качества математического образования, развитию у учащихся предметных и метапредметных умений, формированию научного стиля мышления учащихся как ключевого качества личности, необходимого для жизни в научно-технологическом мире. Важную роль в этой деятельности осуществляет учитель математики, который оказывает учебное воздействие на учащегося и на уроке, и во внеурочной деятельности. Анализ традиционной системы курсов повышения квалификации учителей математики выявил ряд недостатков, в частности, при проектировании и реализации образовательных программ не учитываются запросы самих учителей; программы повышения квалификации не содержат примеров практической реализации учителями решения современных проблем образования; методическая составляющая занимает малую долю содержания образовательных программ, а чаще всего вообще отсутствует, в связи с чем требуются новые формы, содержание и методы работы с учителями математики, результаты которых они смогут применять в своей урочной и внеурочной деятельности.

Одним из способов устранения перечисленных недостатков является проведение с 2011 года в Республике Северная Осетия-Алания ежегодной Республиканской летней математической школы для учителей (ЛМШУ). В 2025 году ЛМШУ проводилась в период с 16 по 20 июня в онлайн-формате, что позволило расширить географию участников, и, фактически, ЛМШУ стала Всероссийской школой, поскольку число регионов РФ, представленных участниками, было свыше шестидесяти. Участниками ЛМШУ стали учителя математики средних общеобразовательных школ, гимназий, лицеев, преподаватели математики организаций дополнительного образования Республики Северная Осетия-Алания и других регионов России и ближнего зарубежья.

Цели и задачи ЛМШУ – внедрение в учебный процесс научных результатов в области теории и методики обучения математике; содействие преодолению профессиональных предметных, психолого-педагогических и методических дефицитов учителей математики; формирование и развитие исследовательской методической компетенции учителей математики.

Особенностью занятий в ЛМШУ является их взаимосвязь с одной из методических проблем, отраженных в соответствующей теме ЛМШУ. Тема XV Открытой Республиканской Летней математической школы для учителей в 2025 году «Развитие математической и методической компетенции учителя математики как основы преодоления профессиональных дефицитов» раскрывалась на каждом из занятий с активной обратной связью на дистанционной платформе «МТС-ЛИНК», позволяющей одновременно работать со 100 участниками в режиме видео, аудио диалогов и текстовых сообщений (чат). Организации обратной связи помогали специально созданные раздаточные материалы.

В программу ЛМШУ-2025 ежедневно входили четыре вида занятий:

1) занятие по преодолению математических затруднений учащихся при подготовке к ЕГЭ (базовый и профильный уровень), лектор – к. ф.-м. н., доцент В. Н. Дятлов (НГУ, Новосибирск);

2) занятие по изучению одной из базовых методик обучения математике и анализ примеров её реализации (лектор – д. пед. н., профессор И. Е. Малова, БГУ, Брянск);

3) мастер-класс действующего учителя математики как пример реализации каждой представленной лектором базовой методики обучения (учителя математики: Л. П. Охват (СКСВУ, Владикавказ), Ф. К. Гусалова (МБОУ СОШ № 6 г. Беслан), Д. Ю. Багдасарова (МБОУ СОШ № 1, г. Ардон), Т. В. Хомич (СК СВУ, г. Владикавказ);

4) занятие по выявлению возможностей формирования научного стиля мышления учащихся на различных этапах урока (к. пед. н. В. С. Абатурова, ВНЦ РАН, Владикавказ).

Остановимся на четвертом виде занятий. Сначала учителя познакомились с теоретическими основами формирования научного стиля мышления учащихся. Под **научным стилем мышления учащихся** мы понимаем *индивидуально-своеобразный способ выявления, формулирования, поиска средств решения и собственно решения проблемной ситуации (задачи), основанный на научном методе.* Под **проблемной ситуацией** нами понимается *субъективная потребность учащегося в новых знаниях, побуждающая к целенаправленной познавательной активности для получения требуемых знаний из имеющихся в распоряжении данных (информации).* Под **проблемой** в нашем исследовании понимается *констатация недостаточности достигнутого к данному времени уровня знания для разрешения противоречия рассматриваемой проблемной ситуации.* Под **научным методом решения проблем** мы понимаем формализованный процесс рассуждения (алгоритм), используемый для получения нового знания (решения проблем), состоящий из этапов (исследовательских действий), отраженных в таблице 1 (представлена ниже).

Затем нами ставилась и совместно с участниками решалась задача: провести анализ каждого этапа мастер-класса урока и ответить на вопрос: был ли на нём реализован тот или иной этап научного метода решения проблем. Если да, то требовалось обобщить способ реализации этапа, если нет, то предложить методическое решение по реализации этапа.

Работа уже в первый день ЛМШУ показала, что необходимо выявить признаки распознавания завершения каждого этапа научного метода решения проблем. Кроме того, в ходе этой работы стало понятно, что ранее сформулированные нами этапы научного метода решения проблем (представленные в публикации [1]) требуют корректировки содержания шестого этапа. Ранее, до начала экспериментальной работы в ЛМШУ-2025, нами предполагалось, что цель шестого этапа – сделать вывод о подтверждении или опровержении гипотезы, но теперь стало явно видно и понятно, что этот вывод необходимо делать уже на пятом этапе как итог этого этапа. Поэтому целью шестого этапа научного метода решения проблем уместно считать его направленность на обогащение полученных результатов. В таблице 1 отражены этапы научного метода решения проблем и признаки распознавания завершенности каждого этапа.

Таблица 1 – Этапы научного метода решения проблем и признаки распознавания их завершенности

Нумерация	*Наименование этапа*	*Признак распознавания завершенности этапа*
Этап 1.	Постановка проблемы	Учащийся понимает, на какой вопрос ему нужно дать ответ, в чем состоит проблема?
Этап 2.	Наблюдения, эксперименты и анализ данных	Учащийся понимает, на какие данные (ресурсы) можно опереться
Этап 3.	Поиск закономерностей, выдвижение гипотезы	Учащийся предлагает идею (гипотезу) решения проблемы
Этап 4.	Построение модели, теории для проверки гипотезы	Учащийся предлагает план реализации идеи (план проверки гипотезы)
Этап 5.	Проверка гипотезы, получение решения, проверка адекватности решения	Учащийся осуществляет пошагово составленный план реализации идеи, записывает решение, проверяет решение
Этап 6.	Выводы, постановка новой проблемы	Учащийся понимает, что нужно делать дальше, как можно обогатить проблемную ситуацию

По итогам ЛМШУ-2025 была проведена анкета, которую заполнили 62 участника. На вопрос «Является ли, на Ваш взгляд, актуальной для современного школьного образования проблема формирования научного стиля мышления школьников?» ответили «да» 68% участников; на вопрос «Является ли, на Ваш взгляд, актуальной для методики обучения математике, разработка технологии применения научного метода решения проблем (задач)?» ответили «да» 98% участников; на вопрос: «Согласны ли Вы с тем, что выявление и использование предметного содержания, соответствующего каждому этапу научного метода, является условием формирования научного стиля мышления школьников?» ответили «да» 79% участников.

Кроме того, учителя убедились в том, что научный метод решения проблем является инструментом формирования научного стиля мышления учащихся на различных этапах урока, описали, на каких этапах урока при реализации соответствующей базовой методики обучения присутствует научный метод решения проблем или некоторые его этапы.

Кульминацией занятий в пятый завершающий день работы ЛМШУ-2025 стало выступление д. пед. н., профессора Э. Г. Гельфман с докладом на тему «Учебные тексты как средство интеллектуального развития учащихся», в рамках которого были представлены направления решения современных проблем математического образования и подготовки учителя средствами специально разработанных учебных текстов.

Таким образом, новая форма повышения квалификации учителей математики – Всероссийская Владикавказская Летняя математическая школа учителей – преодолевает проблемы традиционной системы повышения квалификации, содержит тематику, актуальную для учителей, поскольку опирается на учет их профессиональных дефицитов; показывает, как можно построить каждый этап урока, отвечающий современным требованиям ФГОС; имеет стопроцентную методическую составляющую. Это подтверждает направленность такой формы работы с учителями на развитие их методической компетенции.

Кроме того, эксперимент показал, что научный метод решения проблем действительно явился инструментом создания не только новых научных, но и методических решений для различных этапов урока.

Список литературы

1. Абатурова, В. С. Формирование и развитие научного стиля мышления школьников в ходе обучения математике / В. С. Абатурова // Математическая подготовка в школе и вузе: содержание и технологии : Материалы 43-го Междунар. науч. семинара преподавателей математики и информатики ун-в и пед. вузов, Сыктывкар, 26–28 сентября 2024 года. – Сыктывкар: Сыктывкарский государственный университет им. Питирима Сорокина, 2024. – С. 249–254.

ДИДАКТИЧЕСКИЙ ДИЗАЙН ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Н. В. Бровка, д. пед. н., профессор,
Белорусский государственный университет,
Д. И. Прохоров, к. пед. н., доцент,
Минский городской институт развития образования,
Минск, Беларусь
e-mail: n_br@mail.ru, prohorov@minsk.edu.by

Аннотация. В статье даны определения понятий «инфографика», «педагогический дизайн», «дидактический дизайн», авторами проведен анализ их значения и взаимообусловленности в контенте математического образования. Даны авторские определения понятий «дидактический дизайн обучения математике в условиях информатизации и цифровизации образования» и «дидактический дизайн повышения квалификации и самообразовательной деятельности учителей математики».

Ключевые слова: дидактический дизайн, обучение математике, повышение квалификации.

DIDACTIC DESIGN OF TEACHING MATHEMATICS

N. V. Brovka, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Belarusian State University
D. I. Prokhorov, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Minsk City Institute of Education Development,
Minsk, Belarus

Abstract. The article provides definitions of the concepts of «infographics», «pedagogical design», «didactic design», the authors analyzed their meaning and interdependence in the content of mathematical education. The author's definitions of the concepts of «didactic design of teaching mathematics in the context of informatization and digitalization of education» and «didactic design of advanced training and self-educational activities of mathematics teachers» are given.
Keywords: didactic design, teaching mathematics, advanced training.

В современных условиях информатизации и цифровизации системы образования изменяются как механизмы организации коммуникации и взаимодействия участников образовательного процесса, так и способы представления содержания обучения, что в целом существенно изменяет имеющиеся дидактические подходы. На первый план выдвигаются вопросы организации продуктивной образовательной деятельности, включающей субъект-субъектные и субъект-объектные отношения «*педагог (учитель) – студент (ученик)»*, *«обучающийся – изучаемый материал – содержание обучения – способы взаимодействия*». Дидактика все более становится областью педагогической науки, развитие которой базируется как на научно обоснованном выборе информационно-компьютерных технологий, методов и форм обучения, так и искусстве целесообразного и взвешенного их включения в образовательный процесс. При этом важно учитывать, что воспитательная функция реализуется в образовательном процессе лишь в случае, когда указанные «дидактические отношения» включают условия, способы и механизмы взаимодействия и отношений личностей преподавателя и обучающихся, обучающихся между собой как субъектов образовательного процесса, исключая вариант «бездетной», «неочеловеченной дидактики.

Термины «инфографика», «педагогический дизайн», «дидактический дизайн» и т. д. достаточно давно вошли в оборот педагогической науки. Например, понятие «инфографика» в широком значении появился в начале 2000-х годов как современное развитие принципа наглядности Я. А. Коменского. При визуализации учебной информации средствами дидактически обоснованной инфографики может решаться комплекс педагогических задач: систематизация учебной информации; передача информации и распознавание образов; обеспечение образного представления информации и учебных действий с использованием ИКТ; формирование и развитие эвристического, критического и визуального мышления обучающихся; активизация учебной и самостоятельной познавательной деятельности, что в конечном итоге, будет способствовать повышению качества образовательного процесса.

Понятие «инфографика» в образовании опирается на закономерности визуализации учебной информации с целью представления её в наиболее доступном для обучающегося виде. В этом плане инфографика тесно связана с понятием «дизайн». Под английским словом «design» понимается стиль, проект, проектирование и сама профессиональная деятельность, наряду с архитектурой или инженерным проектированием. В 1969 г. на конгрессе Международного совета организаций по дизайну было принято следующее определение: «Под термином «*дизайн*» понимается творческая деятельность, цель которой – определение формальных качеств предметов, производимых промышленностью. Эти качества формы относятся не только ко внешнему виду, но главным образом к структурным и функциональным связям, которые превращают систему в целостное единство с точки зрения как изготовителя, так и потребителя» [3, с. 21]. Таким образом, в понятии «дизайн» первоочередным становится не столько внешнее оформление, хотя и оно важно, сколько выявление и представление структурных и функциональных связей визуализируемой системы.

Педагогическому и дидактическому дизайну как актуальной форме проектной деятельности педагога посвящены работы М. В. Кларина, Е. В. Ткаченко, В. Э. Штейнберга, Н. П. Макаровой и др. авторов. В педагогической литературе дидактический дизайн трактуется как педагогическая область, связанная с использованием проектного подхода в образовательном процессе [5, 8]. Однако реализация проектного подхода не может выполнять роль полноправной замены полного образовательного цикла даже в высшей школе, а является лишь компонентом образовательной среды.

В научной педагогической литературе встречаются следующие термины и их определения:

– *информационный дизайн* – отрасль дизайна, практика художественно-технического оформления и представления различной информации с учетом эргономики, функциональных возможностей, психологических критериев восприятия информации человеком, эстетики визуальных форм представления информации и некоторых других факторов, основной целью которой является ясность коммуникации (сообщение должно не только быть точно передано отправителем, но и правильно понято получателем) [6]. Исходя из данного ранее определения «дизайн», по нашему мнению, само словосочетание «информационный дизайн» содержит в себе определенную тавтологию;

– *педагогический дизайн* – область науки и практической деятельности, основывающаяся на теоретических положениях педагогики, психологии и эргономики, занимающаяся вопросами разработки учебного материала, в том числе ИКТ, и обеспечивающая наиболее рациональный, эффективный и комфортный образовательный процесс [1]. Данное определение сужает содержание понятия «педагогический дизайн», поскольку, по нашему мнению, данное понятие охватывает все компоненты педагогической среды: не только целеполагание, содержание, формы, методы и средства обучения, но и визуальное оформление учебных аудиторий, коммуникативные связи между участниками образовательного процесса и т. д.;

– *дидактический дизайн* – особая форма проектной деятельности педагога для создания дидактических объектов в рамках междисциплинарной дидактической среды [4]. В данном определении указывается на «проектную деятельность педагога», однако не дано целевое направление деятельности, т. е. не представлен смыслообразующий результат создания дидактических объектов.

Мы опираемся на следующее понимание понятия «**дидактический дизайн обучения математике в условиях информатизации и цифровизации образования**» − область педагогической науки, включающая установление методологических оснований и разработку системы целеполагания, соотнесение фундаментальных математических понятий с методами решения профессионально-ориентированных задач и методологией развития информационных технологий и программного обеспечения; реализация личностно ориентированного и междисциплинарного характера подготовки студентов на основе диалогичности, проективности, реализации личнотворческих инициатив в деятельности субъектов образовательной деятельности; ориентация на субъект-субъектное, субъект-объектное взаимодействие, коллективную образовательную деятельность на основе коммуникации и информационного взаимодействия [2].

С учетом особенностей функционирования системы дополнительного образования взрослых, мы рассматриваем **дидактический дизайн повышения квалификации и самообразовательной деятельности учителей математики** как целенаправленную конструктивную научно-методическую деятельность преподавателя по обучению слушателей повышения квалификации навыкам разработки и внедрения дидактических многомерных инструментов обучения математике, обладающих заданными функциональными, эстетическими и технологическими свойствами, а также инженерии знаний, инновационных педагогических технологий и методик обучения математике с использованием веб-ориентированных ресурсов [7].

Таким образом, методология дидактического дизайна состоит в том, чтобы расстановка акцентов в содержании, его насыщение межпредметными связями, способами коммуникации и субъект-субъектного взаимодействия, а также выбор методов и форм обучения с включением ИКТ осуществлялись с учетом особенностей целевой аудитории, специфики предметного содержания, а также дидактических возможностей и потенциала программно-технических средств обучения с позиции эффективности способов и форм их включения в образовательный процесс.

Список литературы

1. Абызова, Е. В. Педагогический дизайн: понятие, предмет, основные категории / Е. В. Абызова // Вестник Вятского государственного университета. – 2010. – Т. 3., № 3. – С. 12–16.

2. Бровка, Н. В. О дидактическом дизайне обучения математике в вузе и системе переподготовки учителей / Н. В. Бровка // Информатизация образования и методика электронного обучения : цифровые технологии в образовании: материалы VIII Междунар. науч. конф. Красноярск, 24–27 сентября 2024 г.: в 4 ч. Ч. 3 / под ред. М. В. Носкова. Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В. П. Астафьева. –2024. – С. 96–101.

3. Лаврентьев, А. Н. История дизайна: учеб. пособие / А. Н. Лаврентьев. – М. : Гардарики, 2007. – 303 с.

4. Макарова, Н. П. Дидактический дизайн учебного сетового проекта: инструментальный подход / Н. П. Макарова // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 3. Філалогія. Педагогіка. Псіхалогія. – 2021. – Т. 11., № 2. – С. 81–89.

5. Макарова, Н. П. Купаловские проекты как конгломерат качественного и успешного образования // ByProject 2023 : сб. цифровых матер. VI Междунар. науч. конф. «Баркемп ByProject 2023» / ГрГУ им. Янки Купалы; отв. ред. Н. П. Макарова. Гродно: ГрГУ им. Янки Купалы, 2023. – С. 112–118.

6. Масылюк, Т. С. Инфографика как средство визуализации информации : метод. рекоменд. Для образовательных организаций / Т. С. Масылюк. – Добрянка: МБУДПО ИМЦ, 2017. – 19 с.

7. Прохоров, Д. И. Дидактический дизайн веб-ориентированной системы дополнительного образования взрослых / Д. И. Прохоров // Вестник Полоцкого государственного университета. Сер. Е, Пед. науки. – 2021. – № 15(36). – С. 50–55.

8. Ткаченко, Е. В.Дидактический дизайн – инструментальный подход / Е. В. Ткаченко, Н. Н. Манько, В. Э. Штейнберг // Образование и наука. – 2006. –№ 1 (37). – С. 58–67.

ИЗ ОПЫТА ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ УЧЕБНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ИСТОРИКО-ГЕНЕТИЧЕСКОГО МЕТОДА

Н. А. Волкова, старший преподаватель,
Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова,
Ульяновск, Россия
e-mail: v.nata.ul@mail.ru

Аннотация. Акцентируется внимание на необходимости получения будущими учителями опыта проектирования учебных материалов по математике на основе идей историко-генетического метода, представляются результаты исследовательской деятельности студентов.

Ключевые слова: историко-генетический метод в преподавании математики, проектирование учебных материалов, проблемный подход, практическая работа.

FROM THE EXPERIENCE OF TRAINING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS TO DESIGN EDUCATIONAL MATERIALS BASED ON THE HISTORICAL-GENETIC METHOD

N. A. Volkova, Senior Lecturer,
Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov,
Ulyanovsk, Russia
e-mail: v.nata.ul@mail.ru
Abstract. The necessity of future teachers gaining experience in designing mathematics educational materials based on the ideas of the historical-genetic method is emphasized; the results of students' research activities are presented.
Keywords: historical-genetic method in teaching mathematics, design of educational materials, problem-based approach, practical work.

Историко-генетический метод распространен не только в исторических исследованиях, но и широко используется в разных науках. Он основан на принципе историзма, который предполагает, что любое явление (событие, эпоха и т. п.) рассматривается через призму его поэтапной эволюции во времени, генетический метод акцентирует внимание на установлении причинно-следственных связей, определении ключевых факторов, влияющих на становление объекта, выяснении закономерностей исторического разлития.

Ориентировочно в XVII в. идеи историко-генетического метода проникают в математику и её преподавание, заостряется внимание на развитии математических понятий, методов, изучаются проблемы, с которыми столкнулись математики в разные исторические эпохи, продвигаясь к новому знанию. Постепенно осознается, что и в процессе обучения математике неизбежно происходит краткое повторение этапов исторического развития этой науки, преодоление (нередко аналогичными способами) тех же трудностей, проблем, заблуждений, с которыми встретились в свое время ученые. Понимание этого факта позволило по-новому взглянуть на процесс обучения математике и роль исторического контекста в нем, продвинуться на пути поиска более эффективных методов преподавания.

Существует ряд объективных причин, препятствующих широкому распространению исторического подхода в преподавании математики, на которых мы не будем в этой статье заострять внимание, отметим лишь, что он предъявляет повышенные требования в первую очередь к квалификации педагога, подразумевает серьезную исследовательскую работу со стороны учителя по поиску и адаптации исторических материалов для школьной аудитории, рассмотрению математики в общекультурном и философском контекстах, умению учитывать особенности учебного плана и интересы учеников в преподавании.

Приобретение опыта проектирования учебно-методических материалов по математике на основе исторических сведений является важным элементом профессиональной подготовки будущего учителя математики. Востребованность и ценность разработок, выполненных на основе историко-генетического метода, подтверждается повышенным интересом к ним на конкурсах студенческих работ различных уровней. Путь от идеи до конечного продукта сложен и требует от исполнителя значительных временных затрат, глубоких познаний в области математики, истории и методики преподавания, широкой эрудиции, наличия аналитических способностей и критического мышления. Универсальность и эффективность историко-генетического метода не абсолютна, примеры основанных на нем учебных сценариев нечасто встречаются в открытом доступе, что создает условия для проведения студентами оригинального, самостоятельного и независимого исследования.

Мы придерживаемся точки зрения, что историко-генетический метод в преподавании математики подразумевает проблемный подход к обучению, который, по возможности, подкрепляется практической работой на основе исторического контекста и нацелен на осознанное, неформальное усвоение учебного материала, преодоление объективных трудностей, возникающих при обучении математике.

Студентам было предложено сконструировать практическую работу на основе историко-генетического метода, реализующую новые подходы к решению следующей проблемы: переход от изучения математики к раздельному изучению алгебры и геометрии часто становится для школьников настоящим испытанием, что может негативно сказаться на их успеваемости. Новые учебные предметы требуют более абстрактного мышления, умения строить логические цепочки рассуждений, оперирования символами, в том числе буквенными, понимания того факта, что буква может обозначать не только конкретное число, но и принимать различные значения и др.

Цель. На основе работы с историко-математическими источниками подвести школьников к пониманию алгебры и геометрии как двух неотъемлемых компонентов математического языка, первый из которых позволяет нам обобщать операции над числами, формулировать законы и проводить вычисления в общем виде, второй дает возможность визуализировать абстрактные математические конструкции, находить решение задач, опираясь на интуицию и пространственное мышление.

В формате данной статьи есть возможность познакомиться лишь со структурой двух практических работ, подготовленных студентами под руководством автора.

Работа первая. Математика, 6 класс, «Площадь круга». Автор А. А. Сагдеева.

Этап первый: определение площадей фигур на готовых чертежах с помощью палетки, площадей составных фигур на основе известной формулы площади прямоугольника.

Этап второй: определение площадей фигур с помощью эмпирических методов. На столе картонные модели треугольников, параллелограммов, трапеций. Необходимо с помощью разрезания и дополнения этих фигур, попробовать сконструировать из их частей прямоугольник, равновеликий данной фигуре. Сформулировать общее правило (предложить формулу) для нахождения площадей указанных фигур.

Этап третий: определение во сколько раз площадь круга больше площади квадрата, построенного на его радиусе. Инструменты: картон, ножницы, палетка. Дать примерную оценку площадей и, по возможности, уточнить её. Получить приближенную формулу для нахождения площади круга.

Этап четвертый: сопоставление полученных результатов с древнеегипетским приближением площади круга $S_{\text{круга}} = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$, основанном на сравнении площади круга с диаметром d с площадью описанного квадрата, из которого удалялись квадратики со сторонами $\frac{1}{6}d$, рассмотрение возможности уточнения формулы.

Работа вторая. Алгебра, 8 класс, «Квадратные уравнения». Автор С. С. Яргунова.

1 этап: Конструирование обратных задач (по примерам древневавилонских текстов) и построение соответствующей математической модели. Обучающимся предлагается привести свои примеры подобных задач (таблица 1).

Таблица 1 – Примеры прямых и обратных задач

Прямая задача	*Обратная задача*
Находясь перед прямоугольной стеной из кирпича найти её площадь и периметр. Сосчитать, сколько кирпича ушло на изготовление стены	Необходимо построить прямоугольную кирпичную стену заданной площади и периметра. Рассчитать размеры стены и количество кирпича, необходимого для её постройки
Зная стороны прямоугольника найти его периметр и площадь	По известным периметру и площади найти стороны прямоугольника.

2 этап. Расшифровка вавилонского алгоритма решения квадратного уравнения, Первый столбец таблицы (таблица 2) заполняется учителем, второй учеником.

Таблица 2 – Фрагмент расшифровки вавилонского алгоритма решения квадратного уравнения

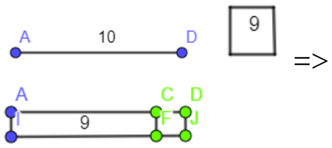
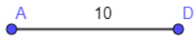
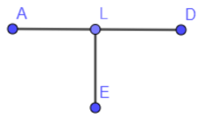
Вавилонский «рецепт» решения уравнения $x^2 - 2{,}5x + 1 = 0$, записанный без использования алгебраической символики	Вавилонский «рецепт» решения уравнения $x^2 - ax + b = 0$, записанный с использованием современной буквенной алгебраической символики
На 0, 5 умножь: 1,25	$\frac{a}{2}$
1,25 умножь на 1,25: 1,5625	$\frac{a^2}{4}$ и т. д.

3 этап. Реконструкция и обсуждение вавилонского метода «больше-меньше» решения квадратных уравнений с использованием современной алгебраической символики на примере решения системы уравнений: $\begin{cases} xy = b \\ x + y = a \end{cases}$, где *x*, *y* – стороны прямоугольника, *a* – его полупериметр, *b* – площадь. Эта система сводится к квадратному уравнению $x^2 - ax + b = 0$.

Идея метода: если бы $x = y = \frac{a}{2}$, то $xy = \frac{a^2}{4} = b$; если $b \neq \frac{a^2}{4}$, то пусть *x* превосходит $\frac{a}{2}$ на некоторую величину *z* ($z \geq 0$), а *y* меньше $\frac{a}{2}$ на ту же величину *z*, т. е. $x = \frac{a}{2} + z$; $y = \frac{a}{2} - z$, тогда $x + y = a$; $xy = \left(\frac{a}{2} + z\right)\left(\frac{a}{2} - z\right) = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - z^2 = b$; $z^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - b$; $z = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$ (если $\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b \geq 0$), значит, $x = \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$; $y = \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$.

4 этап. Расшифровка древнегреческого алгоритма решения квадратного уравнения в духе геометрической алгебры, левая часть таблицы 3 заполнена учителем, правая заполняется учениками.

Таблица 3 – Фрагмент расшифровки древнегреческого алгоритма решения квадратного уравнения

Решение Евклида	*Геометрическая модель*	*Алгебраическая модель*
	Постановка задачи	
Заданы некоторый отрезок длины 10 и некоторая площадь 9. Надо построить такой прямоугольник, чтобы одна из его сторон была равна 10, а площадь его была равна сумме 9 и площади квадрата со стороной, равной другой стороне этого прямоугольника	 Построить отрезок, равный другой стороне прямоугольника.	$10x = 9 + x^2$ Найти: $x_{1,2}=\frac{10\pm\sqrt{10^2-4\cdot 9}}{2\cdot 1}$
	Решение	
Построить отрезок *AD*.		10
Провести серединный перпендикуляр *LE* к отрезку.	 и т.д.	$\frac{10}{2}$ и т. д.

К сожалению, мы не имеем возможности в этой работе сосредоточиться на анализе представленных учебных материалов, детально оценить их учебный и методический потенциал, уровень достижения цели исследования, предложить систему вопросов, сопровождающих выполнение заданий. Подчеркнем лишь еще раз, что реализация идей историко-генетического метода не только делает обучение более увлекательным, мотивированным, интерактивным, но и формирует у студентов, школьников более глубокое понимание математики, способствует формированию критического мышления, аналитических навыков, что является важным аспектом современного образования.

Список литературы

1. Башмакова, И. Г. Становление алгебры (из истории математических идей) / И. Г. Башмакова – М. : Знание, 1979. – 64 с.

2. Волкова, Н. А. Об особенностях историко-математической подготовки будущего учителя математики в условиях реализации ФГОС ВПО / Н. А. Волкова // В мире научных открытий. – Красноярск. Научно-инновационный центр, 2014. – № 3(51) (Социально-гуманитарные науки). – С. 138–146.

3. Дробышев, Ю. А. Многоуровневая историко-математическая подготовка будущего учителя математики: автореф. дис. … д-ра пед.н. / Ю. А. Дробышев. – Москва, 2011. – 45 с.

2. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия: в 3-х т. / под ред. А. П. Юшкевич. – М. : Наука, 1970. – т.1. – 351 с.

МЕТОД ПРОЕКТОВ КАК СОВРЕМЕННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННОЙ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ

Э. Х. Галямова, к. пед. н., доцент,
Набережночелнинский государственный педагогический университет,
Набережные Челны, Россия
e-mail: egalyamova@yandex.ru

Аннотация. В статье представлен опыт организации метода проектов в подготовке будущего учителя. Предложена последовательность и содержание процесса внедрения метода проектов

в виде семинаров, проектных практикумов, курсовых проектов и индивидуальных заданий на производственную практику.

Ключевые слова: метод проектов, профессиональная подготовка, проектная деятельность, курсовой проект, педагогическое направление.

THE PROJECT METHOD AS A MODERN TECHNOLOGY OF ROFESSIONALLY ORIENTED TRAINING A TEACHER

E. H. Galyamova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Naberezhnye Chelny State Pedagogical University,
Naberezhnye Chelny, Russia
e-mail: egalyamova@yandex.ru

Annotation. The article presents the peculiarities of the organization of the project method in the teacher training of a future teacher are considered. The sequence and content of the process of implementing the project method in the form of seminars, project workshops, course projects and individual assignments for production practice are proposed.

Keywords: project method, professional training, project activity, course project, pedagogical direction.

Развитие творческой и проектной деятельности студентов при изучении методики обучения математике играет ключевую роль в подготовке будущих учителей. Это помогает им осваивать современные педагогические технологии, развивать креативное мышление и приобретать практический опыт. Различные аспекты метода проектов представлены в исследованиях А. В. Антюхова, И. Б. Игнатова, В. А. Далингера, Е. С. Полат, Н. В. Увариной и др. Часто исследователи ассоциируют метод проектов с формой организации учебного процесса, направленной на развитие творческих способностей. Под методом проектов будем понимать «совместную поисково-познавательную, креативную, продуктивную деятельность преподавателя и студентов, направленную на поиск решения возникшей проблемы и завершающуюся практическим результатом» [3].

Выделяют следующие причины применения данного метода в образовательном процессе: необходимость научить студентов приобретать знания самостоятельно, решать новые познавательные и практические задачи на основе приобретенных знаний; необходимость формирования коммуникативных навыков и умений; значимость уровня владения исследовательскими методами: сбором информации, фактов, умения их анализировать с позиции разных областей знания и точек зрения, умения постановки гипотез, формулировки выводов [1].

В процессе введения метода проектов преподаватель педагогического вуза ставит задачи по формированию следующих профессиональных компетенций у студентов:

– рефлексивные умения (анализируя задачу, ищем ответ на вопрос: «Чему нужно научиться для решения имеющейся задачи?»);

– коммуникативные умения (будущий учитель должен уметь вести дискуссию, находить компромисс, проводить опрос);

– обучение планированию (студент должен уметь четко определять цель, формулировать конкретные шаги, определять сроки выполнения);

– формирование навыков самоконтроля и самодисциплины;

– формирование навыков работы с информацией;

– формирование умения организовать апробацию и презентацию разработанных материалов проектной деятельности.

Большое значение имеет соответствие образования, получаемого в педагогическом вузе, содержанию и требованиям реальной работы учителем в школах и в других образовательных учреждениях. Среди функций педагогического вуза во взаимодействии с работодателями по проектированию и реализации целостного образовательного процесса в вузе исследователи выделяют: «создание практикоориентированной образовательной среды, организационное обеспечение образовательного процесса с привлечением представителей работодателей и мониторинг эффективности взаимодействия вуза с работодателями по проектированию и реализации образовательного процесса» [2].

Становится необходимой обратная связь между вузом и представителями работодателей. Отзывы последних могут быть важным инструментом для введения корректив в образовательные программы. Целью проведения опроса представителей работодателей была потребность в информации о том, как со стороны они оценивают профессиональную подготовку будущих учителей. Главной задачей анкетирования было получение рекомендаций руководителей школ относительно процесса обучения.

Опрос заместителей директоров, организующих педагогическую практику в школах, позволил выделить наиболее значимые с их точки зрения компетенции: способность освоить новые умения; ИКТ компетенции; умение соблюдать сроки; способность осмыслить поставленную задачу; владение методикой и разнообразными приёмами обучения; умение работать с документацией.

Обобщая результаты анкетирования по открытым вопросам, мы пришли к следующим выводам. Большое значение у представителей работодателей имеет умение студента работать с цифровыми сервисами школьного образования (платформы электронных школ, электронный журнал, конструктор рабочих программ). Многие отмечали необходимость владения навыками проектной деятельности. Результаты анкетирования позволили разработать концептуальную идею внедрения метода проектов в образовательную программу подготовки будущего учителя.

Технология введения проектного метода в образовательную программу включает:

– знакомство с данным методом на лекционном и семинарском занятии в рамках дисциплины «Введение в профессию» на первом курсе второго семестра;

– выполнение проектов по определенным темам на практических занятиях дисциплин «Психолого-педагогические основы обучения математике» на 2 курсе и «Методика обучения математике» на 3 курсе;

– включение специального задания по организации проектной деятельности школьников в ходе производственной педагогической практики в школе на 3 и 4 курсе;

– представление результатов организации проектов в ходе работы секции ежегодной студенческой научно-практической конференции вуза;

– подготовка группы школьников для выступления на ежегодных конкурсах проектных и исследовательских работ на базе школы на 4 и 5 курсе.

Аудиторные часы по дисциплине «Введение в профессию» в соответствии с требованиями ФГОС ВО распределены по учебной нагрузке на директоров школ. Содержание рабочей программы, определенное ядром педагогического образования, дополняется совместно с представителями работодателя. Одна из задач дисциплины – это расширение и закрепление теоретических знаний о методе проектов и практических умений по моделированию реальной проектной ситуации, получение практических навыков ведения документации проектов.

В рамках практических занятий по дисциплинам «Психолого-педагогические основы обучения математике» и «Методика обучения математике» студенты осваивают следующие умения: формирование проектных команд, определение своих обязанностей в проектной группе, проведение исследований в соответствии с проектным заданием, подготовка отчётной документации.

В процессе выбора тематики проектов при обучении дисциплине «Методика обучения математике» преподаватель должен опираться на следующие моменты: проект должен касаться методической стороны вопроса, а не математики; направленность на решение реальных проблем обучения математике в школе; определение компетенций как результата работы над проектом; положительный эффект достигается при реализации проекта в ходе учебных или производственных практик; должны быть разработаны и продемонстрированы учебно-методические материалы (электронные образовательные ресурсы, дидактические материалы, системы заданий и результаты их апробаций); реализация продукта проектной деятельности (апробация) предусматривает выход на практику в школу или использование результатов в собственной практической деятельности в школе; заранее определяются конкретные сроки выполнения проекта и дата мероприятия по их представлению (например, защита проектов как итоговой формы контроля или в ходе научно-практической студенческой конференции); наличие затрат, связанных с реализацией проекта.

Творческая деятельность в процессе освоения методики обучения математике может развиваться по следующим направлениям:

1. Разработка авторских методических материалов (создание интерактивных заданий, дидактического материала, визуальных средств обучения).
2. Интерактивные формы преподавания (проведение дискуссий на тему новых образовательных технологий, организация мастер-классов, веб-квестов).
3. Использование нестандартных и открытых задач (разработка и анализ задач с открытым заключением, исследовательских задач).

Приведем основные приёмы и рекомендации, которые могут помочь в составлении заданий:

– опора на динамическую визуализацию (использование таких программ, как GeoGebra или «Живая геометрия», позволяет не только строить фигуры, но и наблюдать за изменениями параметров);

– использование инвариантов и симметрий (в задачах необходимо выявить неизменные величины или свойства при определённых преобразованиях);

– применение параметров и обобщения (добавление параметров, например, длин сторон, углов или координат вершин, позволяет создавать более универсальные задачи, в которых выявляются зависимости между параметрами и свойствами фигуры);

– постановка «открытых задач» (формулирование проблем, в которых допускается несколько вариантов решения или существует целый класс решений);

– интеграция с межпредметными связями (включение элементов моделирования задач из реальной жизни).

Эти приёмы используют студенты, выполняя курсовой проект, согласно учебному плану на третьем курсе. Темы курсовых проектов предлагают преподаватели кафедры МФиМО, представители работодателя и сами студенты в рамках проектов вуза.

Важную роль в профессиональном становлении будущего учителя выполняют этапы самостоятельной организации проектной группы или индивидуального проекта в школе с детьми и сопровождение студентом школьников до заключительного этапа.

Проведенная рефлексия подтвердила эффективность реализованной последовательности внедрения метода проектов в образовательную программу и открыла новые возможности данного метода в организации самостоятельной работы. Способность будущего учителя самостоятельно составлять исследовательские задачи повышает уровень его профессионализма, делает уроки более интересными и помогает развивать у учеников математическое мышление. Такой подход формирует не просто «передатчика знаний», а вдохновляющего наставника, способного вовлекать учеников в активное изучение математики. Однако, следует подчеркнуть, что метод проектов не сможет заменить систематического предметного обучения, он должен использоваться параллельно как обязательный компонент образовательной программы.

Список литературы

1. Носенко, А. О. Применение метода проектов в рамках дисциплины «Математика» в вузах / А. О. Носенко, В. А. Казинец // Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения. – 2016.– № 50-1. – С. 149–154.

2. Опфер, Е. А. Взаимодействие с работодателями в целостном образовательном процессе педагогического вуза / Е. А. Опфер // Известия ВГПУ. – 2017. – № 3 (116). – 39 –44.

3. Тихонова, Е. С. Метод проектов как ресурс профессионально-личностного становления будущего педагога / Е.С. Тихонова //Вестник ПСТГУ. Серия 4: Педагогика. Психология. – 2022. – № 66. – С. 67–76.

ИЗ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ АЛГЕБРЫ: МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ТВОРЧЕСТВА УЧАЩИХСЯ

М. Ф. Гильмуллин, к. пед. н., доцент,
Елабужский институт Казанского федерального университета,
Елабуга, Россия
e-mail: gilmullin.mansur@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются исторические периоды развития алгебры. Выделены ключевые вехи, которые могут способствовать вовлечению учащихся в творческую и исследовательскую деятельность. Также предложены методические рекомендации по интеграции исторического материала в преподавание алгебры.

Ключевые слова: история алгебры, периоды развития алгебры, творчество учащихся, методические рекомендации.

FROM THE HISTORY OF ALGEBRA DEVELOPMENT: MATERIALS FOR PUPILS' CREATIVITY

M. F. Gilmullin, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Yelabuga Institute of Kazan (Volga Region) Federal University,
Yelabuga, Russia
e-mail: gilmullin.mansur@gmail.com

Annotation. The article discusses the historical periods of the development of algebra. The key milestones that can contribute to the involvement of students in creative and research activities are highlighted. The article also offers methodological recommendations for integrating historical material into the teaching of algebra.

Keywords: history of algebra, periods of algebra, student creativity, teaching methodology.

Опора на историю математики при обучении математике в школе и вузе имеет вполне определённые цели. Не будем вдаваться в вопросы формирования научного мировоззрения учащихся и воспитания на примере жизни и творчества великих математиков. Обратимся к целям развития познавательного интереса, осуществления межпредметных связей и потенциалу истории математики в творческой деятельности обучающихся. В этом аспекте имеется не так много научно-методических исследований. Мы затрагивали почти все цели и задачи истории математики в нашей книге [2], посвящённой подготовке будущих учителей математики к реализации культурно-исторического подхода в обучении математике в средней школе. В настоящей статье мы остановимся на вопросах истории развития алгебры и её научно-методическом потенциале в связи с расширением применений алгебры в информатике. Актуализация истории алгебры в настоящий момент в основном связана именно с этими приложениями.

В связи с такой задачей обучения математике встаёт проблема соответствующей подготовки школьных учителей математики. Они должны представлять себе этапы становления и развития алгебры, определение её предмета и цели её преподавания. При описании этих этапов нами выделяются конкретные методические рекомендации по использованию исторического материала в школьном и вузовском обучении. Сразу же отметим и некоторые из форм, на которые мы будем обращать внимание:

- возникновение и развитие методов решения алгебраических задач;
- практические и теоретические приложения алгебры;
- применение алгебры в проектной деятельности учащихся;
- выделение алгебраических методов из решений старинных задач;
- создание и решение историко-методических учебных ситуаций и задач;
- применение алгебраических методов в современных технологиях;
- историко-математические краеведческие исследования.

В современных программах и учебниках алгебры её происхождению и истории мало уделяют внимание. Например, любой школьник из учебников геометрии знает, что «геометрия» – это «землемерие», и её первыми обосновали древние греки. А вот про арабские корни «алгебры» почти ничего не сообщается. При этом их различное происхождение ощущается даже в школьном курсе математики. Происхождение термина «алгебра» связывают с сочинением Мухаммеда ибн Муса аль-Хорезми (787–850 годы) «Хисаб аль-джабр ва-л мукабала» («Исчисление восполнения и противопоставления»). Эта книга стала известна в Европе в латинском переводе, и слово «аль-джабр» (algebra) стало употребляться как синоним всей науки алгебры, которая до XIX века была наукой о решении уравнений.

Было множество попыток определить, что такое алгебра. Её точное определение невозможно, как и всей математики [1–4]. В истории алгебры можно различить отдельные периоды, отличающиеся друг от друга рядом характерных особенностей. Облик алгебры и точка зрения на её предмет менялись в разные эпохи. Это связано с пониманием вопроса, что такое алгебра. Мы различаем три периода в истории развития алгебры:

I. Зарождение алгебры (до III века н. э.).

II. Период элементарной алгебры (III в. – середина XIX в.).

III. Период современной алгебры (с середины XIX века).

Этап зарождения алгебры включает цивилизации Востока (Древние Египет, Вавилон, Китай, Индия, Греция). Исторические исследования доказывают использование древними математиками методов, приближённых к решению алгебраических задач. Период зарождения алгебры продолжался от начала накопления математических знаний до III века н. э., то есть до того времени, когда Диофант в своих трудах начал анализировать задачи, сводящиеся к решению уравнений, и впервые употребил алгебраические символы.

На этом этапе нам придётся начинать с истории возникновения чисел и операций над ними. История арифметики тесно вплетается в историю алгебры. Учащимся можно предложить творческие проекты по созданию синоптических таблиц о развитии и расширении понятия числа, сопровождаемых комментариями и пояснениями хронотопа исторического контекста, что будет способствовать интеграции знаний. Алгебраические задачи первоначально формулировались как числовые задачи, и алгебраические алгоритмы возникли как методы решения однотипных числовых задач.

Для учащихся будут представлять интерес общие методы решения задач, сводящихся к линейным уравнениям с одним неизвестным. При их решении применялся метод (Египет, Китай, Средневековая Европа), получивший в более поздние времена название «правила ложного положения».

В странах древнего Востока математики как науки в нашем теперешнем понимании, то есть развитой дедуктивной системы предложений, не было. Рождение такой науки, основанной на строгих доказательствах, мы наблюдаем в Древней Греции. И здесь мы находим более широкий класс теоретико-числовых задач, возникших уже в школе Пифагора, например, классификация чисел по разным основаниям (так называемые фигурные числа, совершенные, дружественные числа и пифагоровы тройки). Изучение всех этих классов чисел продолжается и в наши дни, в том числе в связи с запросами компьютерной алгебры. Пифагорейцы изучали пропорции: арифметическую, геометрическую, гармоническую и средние величины, получаемые из пропорций – это ещё одна причина их изучения с точки зрения решения оптимизационных задач.

Переход к алгебре, основанной на арифметике, произошёл в работах Диофанта. Диофант Александрийский (ок. 200–284 годов) – последний из великих математиков античности, один из основоположников алгебры. Его труд «Арифметика» предлагает первые примеры символьной алгебры, ставшие прототипом современных алгебраических обозначений. Методическое использование диофантовых уравнений в исследованиях может включать задания на поиск решений в целых числах и создание историко-математических проектов.

Науку «Теория чисел» и её историю мы тесно связываем с алгеброй. В сочинении Евклида «Начала» встречаются теоретико-числовые исследования: делимость чисел, алгоритм вычисления НОД, бесконечность множества простых чисел. Из греческой математики к нам пришло также «решето Эратосфена». И этот алгоритм выводит напрямую к истории и приложениям различных тестов простоты.

Период элементарной алгебры продолжался с III века н. э. до середины XIX века. В это время алгебра стала самостоятельной наукой, имеющей собственный предмет, методы и средства. Некоторое представление об этих достижениях науки может дать математика, изучаемая ныне в средней школе.

Начатая Диофантом символьная алгебра претерпела большие изменения в индийской и арабской математике. В частности, Омар Хайям явно определил предмет алгебры как решение уравнений. Алгебра аль-Хорезми в средние века распространилась до Европы. Позже в трудах Франсуа Виета она превратилась в буквенное и аналитическое исчисление. Дальнейшее развитие символьной алгебры происходило в трудах немецких коссистов, итальянских математиков эпохи Возрождения. Её совершенствование происходило в работах Рене Декарта и Исаака Ньютона.

В XVII–XVIII веках под алгеброй понималась наука о буквенных вычислениях. К середине XVIII века алгебра сложилась приблизительно в том же объёме, который теперь принято называть элементарной алгеброй. Алгебра XVIII–XIX веков – это прежде всего алгебра многочленов.

Из этого долгого периода развития элементарной алгебры многие вопросы представляют исследовательский интерес: «китайская теорема об остатках»; возникновение десятичной позиционной системы счисления в Индии и её дальнейшее распространение; алгоритмы восьми арифметических действий в Индии; методы решения квадратных уравнений у аль-Хорезми. Культурологическое значение имеет исследование индийско-арабско-латинского следа математических терминов.

Тригонометрия, возникшая в трудах александрийских и индийских учёных, существенно продвинулась вперёд в работах математиков и астрономов исламских стран. Из совокупности вспомогательных средств астрономии она преобразовалась в науку о тригонометрических функциях в плоских и сферических треугольниках и о способах решения этих треугольников.

В средние века в Европе алгебра упорно пробивала себе дорогу от риторической формы в символьную форму и решала всё более широкий круг задач. Первым самостоятельным математиком Западной Европы, который полностью осветил все достижения математиков стран ислама и продвинулся дальше них, был итальянец Леонардо Пизанский (ок. 1170–1240 годов), известный как Фибоначчи. Его «Книга абака» (1202 г.) – первое в Европе полное изложение арифметики и алгебры линейных и квадратных уравнений. Он впервые изучил рекуррентную последовательность, известную теперь как последовательность Фибоначчи. Изучение свойств и применений этой последовательности представляет широкое поле для исследований.

Первым крупным математическим достижением европейских учёных, превзошедшим открытия математиков Востока, стало общее решение кубических уравнений в радикалах. В этом процессе впервые стали применять квадратные корни из отрицательных чисел, то есть мнимые числа. Отсюда начинается история комплексных чисел, и она представляет ещё одну область творческих разработок.

Выдающееся достижение математиков эпохи Возрождения – создание символьной алгебры. Её отсутствие тормозило развитие математики. Коренное улучшение в алгебраическую символику ввёл Франсуа Виет (1540–1603 годы), «великий дилетант» математики, «отец алгебры». Книга «Введение в аналитическое искусство» (1591 г.) Виета – это начало буквенного исчисления.

Большим усовершенствованием числовых вычислений стало изобретение логарифмов (начало XVII века: Джон Непер, Йост Бюрги, Генри Бригс).

Алгебра Нового времени должна быть представлена вкладом Рене Декарта, Пьера Ферма, Исаака Ньютона, Леонарда Эйлера. Завершение периода элементарной алгебры отмечается трудами Карла Фридриха Гаусса.

Период современной алгебры продолжается с середины XIX века по сегодняшний день, и связан с коренным изменением предмета алгебры. В первую очередь отмечаем, что были созданы теоретико-групповые методы в алгебре. Среди основоположников современной алгебры первым называют гениального французского математика Эвариста Галуа (1811–1832). Теория групп нашла многочисленные применения в фундаментальных и прикладных науках.

Современная точка зрения на алгебру как на общую теорию алгебраических операций сформировалась в начале XX века. Далее алгебра решительно встала на аксиоматический и абстрактный путь развития. В XIX–XX веках объём задач, решаемых методами алгебры, чрезвычайно расширился. К началу XX века появилась тенденция алгебраизации всей математики.

Методически целесообразно предложить учащимся также задания на исследование абстрактных алгебраических структур, например, конечных групп, колец и полей. Эта тематика имеет непосредственный выход в компьютерную алгебру.

Систематическое использование исторического материала в изучении алгебры способствует формированию глубоких знаний, развивает творческие способности и мотивирует учащихся к изучению современной математики.

Список литературы

1. Башмакова, И. Г. Становление алгебры (из истории математических идей) / И. Г. Башмакова. – М. : Знание, 1979. – 64 с.
2. Гильмуллин, М. Ф. История математики: Учебное пособие / М. Ф. Гильмуллин. – Екатеринбург: Ridero, 2018. – 456 с. URL: https://ridero.ru/books/istoriya_matematiki/ (дата обращения 15.04.2025).
3. Депман, И. Я. Рассказы о старой и новой алгебре / И. Я. Депман. – Л. : Детская лит-ра, 1967. – 144 с.
4. Кострикин, А. И. Введение в алгебру / А. И. Кострикин. – М. : Наука, 1977. – 496 с.

АКСИОМАТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ УЧЕБНОЙ ТЕОРИИ АБСТРАКТНОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА НА ОСНОВЕ ЕГО МОДЕЛЬНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

В. И. Горбачев, д. пед. н., профессор,

Е. Н. Пузырева, старший преподаватель,

Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского,

Брянск, Россия

e-mail: enibgu@mail.ru, puzyreva-knysh@yandex.ru

Аннотация. На основе сформированности представления геометрического пространства в спектре его наглядно-образной, векторной и арифметической моделей исследуется методическая задача построения базовой учебной теории абстрактного геометрического пространства.

Ключевые слова: теория и методика обучения математике, модельное и абстрактное представления геометрического пространства, методика построения аксиоматической теории абстрактного геометрического пространства.

AXIOMATIC DEFINITION OF THE EDUCATIONAL THEORY OF ABSTRACT GEOMETRIC SPACE BASED ON ITS MODEL REPRESENTATION

V. I. Gorbachev, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,

E. N. Puzyreva, Senior Lecturer,

Bryansk State Academician I. G. Petrovsky University,

Bryansk, Russia

e-mail: enibgu@mail.ru, puzyreva-knysh@yandex.ru

Abstract. Based on the formation of the representation of geometric space in the spectrum of its visual-figurative, vector and arithmetic models, the methodological task of constructing a basic educational theory of abstract geometric space is studied.

Keywords: theory and methods of teaching mathematics, model and abstract representations of geometric space, methods of constructing an axiomatic theory of abstract geometric space.

Геометрическое пространство – математическая конструкция субъектного сознания, формирующаяся в деятельности математического отражения вполне определенных свойств реального мира [3]. В зависимости от образов геометрических фигур геометрическое пространство представлено своими моделями: наглядно-образной, векторной и арифметической.

Наглядно-образная модель геометрического пространства характеризуется условными изображениями геометрических фигур, выполненными определенными конструктивными средствами, средами. На базе условных изображений в содержании наглядно-образной модели создаются пространственные образы геометрических фигур, преобразований геометрического пространства, понятия бесконечных классов геометрических объектов. В родовидовой систематизации понятий геометрических фигур средствами аналитико-синтетического метода доказательства теорем геометрического пространства устанавливаются конструктивные, пространственные, метрические свойства понятий геометрических фигур. Теоремы, характеризующие свойства бесконечных классов геометрических фигур рода, выступают ведущим средством исследования геометрических фигур вида, конкретных геометрических фигур в процедурах решения геометрических задач.

Векторная модель геометрического пространства задается системой векторных моделей геометрических фигур, создаваемых в содержании векторной характеризации существенных свойств понятий. Базовыми в представлении векторной модели геометрического пространства выступают понятие базиса векторного пространства и разложение векторов пространства по базисным векторам; векторные модели прямых и плоскостей; отношения принадлежности и порядка; свойства коллинеарности, ортогональности и компланарности. В системе базовых объектов, отношений, свойств векторного, евклидова пространств векторным методом исследуются пространственные и метрические свойства различных векторных моделей фигур, интерпретируемые в содержании наглядно-образной модели геометрического пространства. Понятие разложения векторов по базисным векторам двумерного, трехмерного евклидовых пространств позволяет преобразовать векторные модели фигур в их координатные модели и исследовать пространственные, метрические свойства векторно-координатным методом [1].

Арифметическая модель геометрического пространства создается построением аналитических моделей фигур, расположенных в декартовых прямоугольных системах координат, выступающих геометрическими моделями двумерного и трехмерного арифметических пространств $\mathbb{R}^2$ и $\mathbb{R}^3$. В качестве аналитических моделей базовых геометрических фигур двумерного арифметического пространства $\mathbb{R}^2$ рассматриваются уравнения с двумя переменными прямых, классических линий второго порядка. Базовыми моделями трехмерного арифметического пространства $\mathbb{R}^3$ выступают уравнения с тремя переменными плоскостей, классических поверхностей второго порядка. В анализе пересечения линий, поверхностей уравнения с двумя и тремя переменными расширяются системами соответствующих уравнений. Задача аналитического описания областей координатной плоскости, ограниченных линиями, приводит к неравенствам, системам неравенств с двумя переменными, области координатного пространства, ограниченные поверхностями, позволяют выделить неравенства, системы неравенств с тремя переменными в качестве их аналитических моделей. Задание аналитических моделей фигур четырьмя типами числовых предикатов (уравнения, неравенства, системы уравнений, системы неравенств) позволяет исследовать их пространственные, метрические свойства аналитическим методом – средствами равносильных преобразований числовых предикатов и их интерпретации [2].

Каждая из моделей геометрического пространства обладает модельно-специфическими образами фигур, методами исследования пространственных метрических свойств фигур. Но в содержании наглядно-образной, векторной и арифметической моделей оказывается возможным выделение общих свойств модельных образов базовых фигур (точки, прямые, плоскости) с соответствующими отношениями принадлежности, порядка, параллельности.

В качестве примеров рассматриваются свойства принадлежности в системе моделей геометрического пространства.

1. В геометрическом пространстве через любые две различные точки проходит прямая и, притом, единственная.

В содержании наглядно-образной модели свойство существования и единственности прямой, определенной двумя различными точками, вытекает из интуитивного свойства линейки.

В содержании векторной модели две различные точки A и B порождают ненулевой вектор $\overrightarrow{AB}$, точка A и направляющий вектор $\overrightarrow{AB}$ однозначно определяют прямую $l = l(A, \overrightarrow{AB}) = \{M | \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}, k \in \mathbb{R}\}$.

В содержании арифметической модели две точки $A(a_1, b_1)$ и $B(a_2, b_2)$, заданные упорядоченными парами действительных чисел, определяют характеристическое свойство точек $M(x, y)$ прямой условием коллинеарности векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AM}$, его координатная форма $\frac{x-a_1}{a_2-a_1} = \frac{y-b_1}{b_2-b_1}$ приводит к линейному уравнению с двумя переменными $Ax + By + C = 0$ – аналитической модели прямой.

2. В геометрическом пространстве через любые три различные точки, не лежащие на прямой, проходит плоскость и, притом, единственная. На плоскости существует, по крайней мере, одна точка.

В содержании наглядно-образной модели плоскость задается своими пространственным образом и характеристическим свойством её точек. В субъектном представлении пространственного образа плоскости интуитивно предполагается как существование точек плоскости, так и точек, расположенных вне её.

В содержании векторной модели три различные точки A, B и C, не лежащие на одной прямой, задают неколлинеарные векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, начальная точка A и базисные векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ однозначно определяют векторную модель плоскости

$$\pi = \pi(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \{M | \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} + l\overrightarrow{AC}, k, l \in \mathbb{R}\}.$$

В прямоугольной системе координат трехмерного арифметического пространства три различные точки $A(a_1, b_1, c_1)$, $B(a_2, b_2, c_2)$ и $C(a_3, b_3, c_3)$, не лежащие на одной прямой, задают неколлинеарные векторы

$$\overrightarrow{AB} = (a_2 - a_1, b_2 - b_1, c_2 - c_1) \text{ и } \overrightarrow{AC} = (a_3 - a_1, b_3 - b_1, c_3 - c_1).$$

Для векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ возможен выбор нормального вектора. Характеристическое свойство произвольной точки $M(x, y, z)$ плоскости, выраженное равенством нулю скалярного произведения нормального вектора и вектора $\overrightarrow{AM}$ приводит к линейному уравнению с тремя переменными $Ax + By + Cz + D = 0$ – аналитической модели плоскости.

3. В геометрическом пространстве для любой прямой l и точки M, не лежащей на прямой l, в плоскости, определенной точкой M и прямой l, можно провести прямую, параллельную прямой l, и только одну.

В содержании наглядно-образной модели существование и единственность прямой проходящей через точку M параллельно прямой l, устанавливается с помощью интуитивного свойства прямоугольного треугольника.

В содержании векторной модели прямой $l = l(A, \vec{p})$, заданной начальной точкой A и направляющим вектором $\vec{p}$, векторная модель прямой $m = m(M, \vec{p})$ является единственным образом прямой, проходящей через точку M, параллельной данной прямой $l = l(A, \vec{p})$.

В прямоугольной системе координат двумерного векторного пространства для аналитической модели $Ax + By + C = 0$ прямой l и точки $M(\alpha, \beta)$аналитическая модель прямой $Ax + By - (A\alpha + B\beta) = 0$ является единственной прямой, проходящей через точку $M(\alpha, \beta)$ и параллельной прямой l.

Установленная в каждой из моделей система общих свойств геометрического пространства на уровне абстрагирования «от образных представлений объектов» выбирается в качестве аксиом абстрактного геометрического пространства.

В аксиоматическом представлении абстрактного геометрического пространства возникает задача «доказательства из аксиом» свойств фигур, установленных ранее в моделях на наглядной, интуитивной основах. Для исследования свойств абстрактного геометрического пространства создается его учебная теория – аксиоматическая теория абстрактного евклидова пространства, в которой все понятия заданы своими определениями (системами характеристических свойств), доказательства теорем выстроены на логико-содержательной основе.

Список литературы

1. Горбачев, В. И. Содержание и закономерности формирования векторного метода исследования в модельном представлении геометрического пространства / В. И. Горбачев, Е. Н. Пузырева // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2024. – № 4(36). – С. 8–28.

2. Горбачев, В. И. Анализ представлении геометрического и евклидова пространств в деятельности содержательного абстрагирования / В. И. Горбачев, Е. Н. Пузырева // Ученые записки Орловского государственного университета. – 2024. – № 3(104). – С. 162–170.

3. Горбачев, В. И. Предметные компетенции общего математического образования в категории субъектного развития: монография / В. И. Горбачев. – М. : ИНФРА-М, 2020. – 403 с. – URL: https://znanium.com/catalog/product/1031176 (дата обращения 26.03.2025).

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ В ЦИФРОВОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

Е. Г. Евсеева, д. пед. н., профессор,
Д. А. Скворцова, ассистент
Донецкий государственный университет,
Донецк, Россия
e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru, dar_skvor@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрены пути решения актуальной проблемы развития творческой деятельности студентов – будущих учителей математики. Предложены пути решения указанной проблемы при подготовке студентов педагогических направлений подготовки к работе в цифровой образовательной среде. Описаны основные характеристики творческой деятельности будущих учителей математики с позиций деятельностного подхода. Приведены примеры средств развития творческой деятельности студентов.

Ключевые слова: цифровая образовательная среда, творческая деятельность, подготовка учителя математики, обучение математике, цифровые образовательные ресурсы.

DEVELOPMENT OF CREATIVE ACTIVITIES OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS IN PREPARATION FOR ORGANIZING LEARNING IN A DIGITAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT

E. G. Evseeva, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
D. A. Skvortsova, Assistant,
Donetsk State University,
Donetsk, Russia
e-mail: e.evseeva.dongu@mail.ru, dar_skvor@mail.ru
Abstract. The article discusses ways to solve the current problem of developing the creative activity of students – future mathematics teachers. The article proposes ways to solve this problem when preparing students of pedagogical directions for work in a digital educational environment. The main characteristics of the creative activity of future mathematics teachers are described from the perspective of the activity approach. Examples of means for developing the creative activity of students are provided.
Keywords: digital educational environment, creative activity, training of a mathematics teacher, teaching mathematics, digital educational resources.

Современный педагог стоит перед необходимостью расширять возможности преподавания за счет использования цифровых технологий обучения таких, как облачные технологии, сетевые технологии, технологии обработки больших данных, цифровые образовательные технологии. В связи с этим разрабатываются инновационные методики обучения математике, которые должны соответствовать новым вызовам, продолжается поиск идеального баланса между классическим образованием и образованием, реализуемым в условиях цифровой образовательной среды (ЦОС) [1].

Профессия учителя является творческой, так как в ней требуется креативное и нестандартное мышление, свобода самовыражения, способность вырабатывать новые оригинальные идеи и воплощать их в реальность. Анализ литературы показал, что в научном дискурсе существует единое понимание творческой деятельности как процесса создания чего-либо нового, оригинального и значимого, однако однозначного мнения по поводу способов развития этой деятельности не выработано. Можно констатировать, что для развития творческой деятельности студентов учеными предлагается использовать следующие методы и средства: различные виды игр; участие в творческих конкурсах, фестивалях и других мероприятиях; научно-исследовательскую деятельность, которая может выражаться в разработке проектов, самостоятельной поисковой работе, исследованиях в период учебной и преддипломной практик [2].

Проектирование методики подготовки будущих учителей математики к работе в цифровой образовательной среде осуществляется нами в рамках исследований по научной специальности 5.8.2 Теория и методика обучения и воспитания (математика) [3, 4]. Однако дополнительной разработки требуют способы и методы развития творческой составляющей профессиональной компетентности будущих учителей математики по проектированию и организации обучения в условиях цифровой образовательной среды.

Подготовка учителя математики к работе в ЦОС в Донецком государственном университете (ДонГУ) осуществляется в процессе реализации основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению 44.03.05 «Педагогическое образование» (профили: математика и информатика) при обучении дисциплинам «ИКТ в обучении математике и информатике» (ИКТвОМИ), «Проектирование и разработка информационных систем в образовании» (ПиРИСвО) и «Технологии цифрового образования» (ТЦО).

Рассматривая творчество студентов с позиций деятельностного подхода, отметим основные характеристики творческой деятельности будущих учителей математики при подготовке к работе в цифровой образовательной среде.

Мотивация. Основой формирования мотивации к творческой деятельности является потребность учителя математики в использовании современных цифровых инструментов для организации обучения, а также желание создавать авторские электронные средства учебного назначения, предназначенные для решения конкретных дидактических задач.

Цели творческой деятельности состоят в создании студентами новых, оригинальных образовательных ресурсов, предназначенных для проектирования и организации цифрового обучения и апробация созданных средств обучения.

Задачи творческой деятельности: 1) определить основную идею, содержание и структуру разрабатываемого ресурса, то есть построить структурно-содержательную модель будущего ЦОР; 2) составить методическую модель разрабатываемого средства обучения, включив в неё планируемые результаты обучения, а также авторские средства их достижения и диагностики; 3) подобрать весь необходимый для наполнения ресурса материал (текстовый, графический, звуковой и видео); 4) выбрать оптимальный инструмент для создания ресурса; 5) создать авторское средство обучения, используя выбранный сервис или программу; 6) апробировать созданное средство обучения.

Действия и операции, необходимые для решения задач творческой деятельности, включают действия по поиску, критическому анализу и отбору содержания для создаваемых ЦОР, планированию и диагностике ожидаемых результатов их применения в обучении, соблюдению основных требований информационной безопасности; выбору инструментальных средств для разработки ЦОР; анализу результатов использования методик, технологий и приёмов разработки ЭОР; выбору необходимого текстового, графического, аудио и видео материала для разработки; разработки авторского цифрового средства обучения, его отладки и апробации.

Прямые продукты творческой деятельности, соответствующие её целям, в отличие от продуктов учебной деятельности, отторгаются от её субъекта. Они представляют собой новые, оригинальные, разработанные студентами цифровые образовательные ресурсы, предназначенные для проектирования и организации обучения математике в цифровой образовательной среде.

В качестве средств развития творческой деятельности будущих учителей математики при подготовке к работе в цифровой образовательной среде нами предлагаются:

1) *творческие индивидуальные задания,* в которых необходимо разработать авторские электронные средства учебного назначения для применения их в дальнейшей профессиональной деятельности;

2) *творческие интегративные проекты* по дисциплинам, в которых происходит подготовка студентов к работе в цифровой образовательной среде;

3) *участие в студенческих конференциях и конкурсах*, где студенты имеют возможность апробировать свои разработки;

4) *научно-исследовательская работа* по написанию курсовых и выпускных квалификационных работ, одним из результатов которых выступают созданные студентами средства обучения.

Так, при обучении дисциплинам ИКТвОМИ, ПиРИСвО и ТЦО, нами предлагаются студентам индивидуальные задания, в которых требуется разработать: 1) ментальную карту по теме школьного курса математики; 2) инфографику (плакаты, схемы, диаграммы, алгоритмы) по одной из тем курсов предмета «Математика»; 3) нелинейную презентацию для организации интерактивной работы обучающихся, в том числе с применением искусственного интеллекта; 4) видеоурок с интерактивными элементами по заданной теме, используя авторские методические материалы; 5) интерактивные упражнения и дидактические игры по математике; 6) веб-квест и опубликовать его в глобальной сети; 7) фрагменты урока математики и реализовать их с помощью интерактивной онлайн доски; 8) математические тесты и викторины; 9) интерактивный плакат по математике, с использованием различных типов представления информации; 10) кроссворды; 11) наглядные материалы алгебраических и геометрических построений; 12) ленту времени по математике; 13) скрайб-презентацию (скрайбинг) по математике; 14) чат-бот для определения плана решения задач по математике.

Из выполненных заданий формируется профессиональный цифровой след будущего учителя математики путем интеграции их в трех *творческих проектах*, соответствующих изучаемым дисциплинам: ТЦО – проект «Сайт учителя математики»; ИКТвОМИ – проект «Компьютерно-ориентированный урок математики»; ПиРИСвО – проект «Интерактивный урок математики». Интегративный характер проектов заключается в том, что они выполняются в соответствии с методическими требованиями к проектированию обучения, изучаемыми студентами в рамках дисциплины «Методика обучения математике», а методика разработки цифровых средств обучения, используемых на уроке, осваивается студентами при изучении дисциплин ИКТвОМИ, ПиРИСвО и ЦТО.

В качестве апробации своих разработок студенты имеют возможность сделать доклад и опубликовать тезисы на студенческих конференциях, проводимых как в ДонГУ, так и в других университетах. Ежегодно кафедрой высшей математики и методики преподавания математики ДонГУ проводится дистанционная конференция-конкурс молодых учёных, аспирантов и студентов «Эвристика и дидактика математики», Всероссийский конкурс научно-образовательных проектов «Педагогика математики и информатики», а также Международная студенческая научно-практическая конференция «Математика в профессиональной деятельности».

Созданные студентами средства обучения используются в научно-исследовательской работе при написании курсовых работ по профилю обучения и выпускных квалификационных работ. Так, в 2024/2025 учебном году из 32 дипломных работ, защищенных студентами бакалавриата – будущими учителями математики и информатики в ДонГУ, в 27 работах (84 %) разрабатывались авторские цифровые образовательные ресурсы.

Таким образом, можно констатировать, что в настоящее время ведется активный поиск способов развития творчества студентов. Предложенные методы и средства развития творческой деятельности будущих учителей математики способствуют формированию творческой составляющей профессиональной цифровой компетентности будущих учителей математики. Перспективы дальнейших исследований мы видим в разработке механизмов включения инновационных видов творческой деятельности в профессиональную подготовку будущих учителей математики.

Список литературы

1. Артюхина, М. С. Система интерактивного обучения математике на социально-гуманитарных направлениях подготовки в цифровой образовательной среде: автореф. дис. … д-ра пед. н. / М. С. Артюхина. – Елец, 2024. – 51 с.

2. Ваганова, О. И. Методы и средства развития творческого потенциала студентов / О. И. Ваганова, И. А. Кузнецова, И. И. Касьянова // Проблемы современного педагогического образования. – 2024. – № 85-2. – С. 68–71.

3. Евсеева, Е. Г. Методы и формы подготовки будущих учителей математики к цифровому обучению / Е. Г. Евсеева, Д. А. Скворцова // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – Вып. 2 (66). – С. 55–67.
4. Евсеева, Е. Г. Средства подготовки будущих учителей математики к организации обучения в цифровой образовательной среде / Е. Г. Евсеева, Д. А. Скворцова // Человеческий капитал. – 2025. – № 05(197). – С. 87–95.

О ПРОВЕДЕНИИ СТУДЕНЧЕСКОГО КОНКУРСА РАЗРАБОТОК ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

М. В. Егупова, д. пед. н., профессор,
Е. В. Соколова, к. пед. н., доцент,
Московский педагогический государственный университет
Москва, Россия
e-mail: mv.egupova@mpgu.su, ev.sokolova@mpgu.su
Аннотация. Представлен опыт организации студенческого конкурса методических разработок в рамках Международной научно-практической интернет-конференции «Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе» в МПГУ. Приведено краткое содержание работ, поданных на конкурс.
Ключевые слова: методическая разработка, конкурс, студент, будущий учитель математики и информатики, МПГУ.

ON THE STUDENT COMPETITION OF DEVELOPMENTS IN THE METHODOLOGY OF TEACHING MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

M. V. Egupova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
E. V. Sokolova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Moscow State Pedagogical University
Moscow, Russia
e-mail: mv.egupova@mpgu.su, ev.sokolova@mpgu.su
Annotation. The experience of organising a student competition of methodological developments within the framework of the International Scientific and Practical Internet Conference «Actual Problems of Methods of Teaching Computer Science and Mathematics in a Modern School» is presented at MPGU. A brief summary of the works submitted to the competition is presented.
Keywords: methodical development, competition, student, future teacher of mathematics and computer science, MPGU.

Подготовка научных кадров, как известно, процесс длительный и часто начинающийся еще со студенческой скамьи. Именно в период обучения в вузе студенты получают первый опыт проведения самостоятельных исследований и должны иметь возможность представить их результаты. Это не только обязательные защиты курсовых и выпускных квалификационных работ, но и участие в студенческих научных конференциях и конкурсах с возможностью публикации статей. Участие в подобных мероприятиях способствует не только более глубокому погружению в профессию, но и приобретению необходимых исследовательских компетенций в выбранной научной области. Научная работа студентов находит поддержку и на государственном уровне. В 2024 году реализован национальный проект России «Наука и университеты», одной из задач которого является вовлечение студенчества в научные исследования. В настоящее время в рамках национального проекта «Молодежь и дети» такая работа продолжается. Одна из инициатив проекта «Университеты для поколения лидеров» призвана помогать российским университетам развивать науку, поддерживая молодых исследователей.

В МПГУ также уделяется внимание начинающим ученым, о чем свидетельствует официальный сайт вуза. Регулярно проводятся олимпиады и конкурсы, разрабатываемые и курируемые различными подразделениями Университета. Такой конкурс разработок по методике обучения математике и информатике для студентов бакалавриата 3–5 курсов, ныне базового высшего образования, имеется и на одноименной кафедре теории и методики обучения математике и информатике МПГУ. Конкурс ежегодный, проводится заочно в рамках Международной научно-практической интернет-конференции «Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе». Для участия в конкурсе необходимо предоставить индивидуальную разработку в форме научной статьи по одному из направлений – методике обучения математике или информатике. Все представленные на конкурс разработки размещаются в открытом доступе на сайте кафедры [2] в соответствующей секции конференции. На основании решения оргкомитета участники конкурса награждаются дипломами I, II или III степени.

Статьи конкурсантов могут быть рекомендованы для публикации в электронном сборнике статей с размещением в базе данных РИНЦ. Конкурсные разработки оцениваются согласно следующим критериям и соответствующим им показателям в баллах [1].

1. Актуальность темы (10 баллов).
2. Новизна исследования (15 баллов).
3. Практическая значимость работы (15 баллов).
4. Владение понятийным аппаратом (10 баллов).
5. Логика изложения материала (15 баллов).
6. Обоснованность и эффективность использования электронных ресурсов (10 баллов).
7. Активность использования научной, научно-педагогической, философской и нормативно-правовой литературы (10 баллов).
8. Полнота раскрытия темы (15 баллов).

Победители и призеры конкурса получают дополнительные баллы при поступлении на программы специального высшего образования Института математики и информатики.

Интересно проанализировать тематики конкурсных работ этого, 2025 года, и оценить уровень владения победителями и призерами методической наукой и школьным предметом. Сделаем это подробно в отношении работ по методике обучения математике.

Значительная часть работ студентов освещала ключевые аспекты цифровизации образования, в частности, применение информационных технологий в обучении математике в школе, а также подходы к реализации Федерального проекта «Цифровая образовательная среда». Авторы иллюстрировали использование в обучении математике специализированных онлайн-платформ, таких как Graph Online, Dio.fan, Geogebra, Библиотека МЭШ, Сферум. Кроме того, в статьях анализировались особенности дистанционного обучения математике, внедрения VR-инструментов на уроках геометрии, использования цифрового домашнего задания *(А. В. Васильева – Псков; Т. К. Джеломанова – Бердянск; А.В. Солдатова – Оренбург; Е В Кучма, А. А.Лукьянчикова, В. Ю. Кычанова– Москва).*

Использование электронных образовательных ресурсов в обучении математике рассматривалось студентами, в том числе, и как средство мотивации. Следует отметить, что в работах многих участников конкурса поднимались вопросы формирования и развития познавательной активности, мотивации, интереса к изучению математики. Это стало особенно актуально в свете появления исследований в психолого-педагогической литературе, посвящённых «математической тревожности». Так, например, *М. А. Смирнова (Псков)* представила развитие познавательного интереса к решению текстовых задач через использование сюжетов мультфильмов; *Е. А. Ильина (Казань)* – повышение познавательной активности к изучению геометрии посредством дифференцированных самостоятельных работ.

Работы участников конкурса посвящены, в том числе, и практическим приложениям математики как одному из средств мотивации. *В. И. Глазкова (Москва)* рассмотрела арифметическую и геометрическую прогрессию как инструмент для решения нестандартных математических задач; *Л. П. Хапрёнкова (Москва)* – приложение тригонометрии для интерпретации физических процессов, в частности, возникновения северного сияния и радуги. Автор отметила, что включение таких задач в обучение математике будет способствовать повышению мотивации и к изучению естественнонаучных дисциплин.

Выделим статьи, в которых студенты анализировали формирование исследовательских умений школьников на уроках математики. Так, *А. С. Трифонова (Москва)* разработала урок-проект по геометрии, на котором восьмиклассники составляют различные классификационные схемы выпуклых четырехугольников в зависимости от определения понятия трапеции и квадрата. *А. Е. Бородиной (Самара)* проиллюстрированы возможности развития исследовательских умений посредством решения геометрических неравенств.

Таким образом, можем заметить, что работы конкурсантов по методике обучения математике отражают тенденции развития школьного математического образования на современном этапе, а именно: цифровизацию образования, реализацию Федеральной образовательной программы. В частности, с этого года начали появляться статьи, связанные с обучением «новому» школьному курсу – «Вероятность и статистика».

Охарактеризуем отдельно разработки победителей и призёров конкурса. Первое место присуждено статье *Т. К. Джеломановой (Бердянск)* «Использование инновационных технологий при подготовке к решению задач ЕГЭ на примере схемы Горнера». Автором предложена методическая схема обучения решению уравнений высших степеней, сочетавшая традиционные средства обучения с интерактивными.

Второе место разделили две работы. *А. Э. Бородина (Самара)* в статье *«Неравенства в геометрии: от восприятия к исследованию в процессе обучения школьников математике»* разработала систематизированный набор задач по теме, дала рекомендации по его использованию на уроках геометрии. *А. В. Васильева (Псков)* обосновала и проиллюстрировала использование сервиса Graph Online при обучении теории графов в школьном курсе математики.

Призёрами конкурса (3 место) стали студенты МПГУ. *Е. С. Луконина* составила карточки по обучению использованию метода площадей, включающие теоретические сведения и несколько задач на их применение, подобранные, в том числе, и из дополнительной литературы. *Т. И. Багиров* рассмотрел примеры применения свойства и определения периодичности в исследовании функции в школьном курсе математики, а также приложение периодичности в задачах. *Е. В. Кучма* на основе анализа психолого-педагогической литературы предложила средства мотивации при обучении семиклассников теме «Функция».

Отметим, что все работы победителей и призёров характеризует существенный анализ литературы по теме, грамотное математическое содержание, наличие собственных образовательных продуктов, чёткое изложение полученных результатов, а также возможность внедрения описанных методических схем в образовательный процесс.

По методике обучения информатике представлены актуальные темы, связанные с информационной безопасностью, цифровой грамотностью, повышением мотивации к обучению. Победителем стала *Д. А. Кормилицына (Москва)* за разработку урока по информатике в 7 классе «Безопасность в интернете». Второе место получили статьи *И. Н. Лариной (Ставрополь)* «Формирование понимания угроз информационной безопасности при обучении информатике на уровне среднего общего образования, *М. А. Вишневской (Москва)* «Изучение темы «Мобильные цифровые устройства» в курсе информатики среднего общего образования». Третье место заняли работы *М. В. Ходыревой (г. Киров)* «Применение игровых технологий в обучении блочному программированию», *П. К. Симоновой (Ярославль)* «Онлайн-курс «Системы счисления на счётных палочках», *М. А. Богдановой (Москва)* «Создание курса внеурочной деятельности «Нескучная информатика» для учеников 8 класса».

Отметим, что с этого года значительно расширилась «география» конкурса. В нём приняли участие студенты из Москвы, Бердянска, Казани, Кирова, Оренбурга, Пскова, Самары, Ставрополя, Ярославля. Проявили активность обучающиеся не только «выпускных», но и младших курсов. Победителями стали студентки 3-его курса Азовского государственного педагогического университета и МПГУ.

Таким образом, проведение конкурса позволяет выявить талантливых студентов – будущих учителей математики и информатики, вовлечь их в будущую профессию, в дальнейшее обучение на следующей ступени высшего образования; а также способствует формированию умений применять результаты научных исследований для решения профессиональных задач.

Список литературы

1. МПГУ. Олимпиады и конкурсы. – URL: https://sdo.mpgu.org/olympiads/registration-on-olympiads?id=122 (дата обращения 17.04.2025).
2. Сайт кафедры теории и методики обучения математике и информатике МПГУ. – URL: https://news.scienceland.ru/ (дата обращения 17.06.2025).

ПОДГОТОВКА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ К ОРГАНИЗАЦИИ ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО МАТЕМАТИКЕ ШКОЛЬНИКОВ

М. Е. Иванюк, к. пед. н., доцент,
Самарский государственный социально-педагогический университет,
Самара, Россия
e-mail: ivanyuk.maria@yandex.ru

Аннотация. В статье представлен опыт подготовки будущих учителей математики.

Ключевые слова: методическая подготовка учителя математики, методика обучения математике внеурочная деятельность.

PREPARING FUTURE TEACHERS TO ORGANIZE EXTRACURRICULAR MATHEMATICS ACTIVITIES FOR SCHOOLCHILDREN

M. E. Ivanyuk, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Samara State University of Social Sciences and Education,
Samara, Russia,
e-mail: ivanyuk.maria@yandex.ru

*Annotation.*The article presents the experience of training future mathematics teachers.

Keywords: methodological training of a mathematics teacher, mathematics teaching methodology, extracurricular activities.

Сегодня профессиональная компетентность учителя математики – это не только владение знаниями и умениями по предмету, но и умение формировать внутреннюю мотивацию, умение раскрывать творческий потенциал.

Внеурочная деятельность, согласно ФГОС, – важная часть образовательного процесса в школе [1].

Становление будущего учителя происходит постепенно на протяжении всего времени обучения в вузе. Теоретические знания о технологиях, методах и средствах обучения студенты получают на дисциплинах методического цикла. Большая трудность у будущих учителей математики состоит в эффективном использовании всего теоретического арсенала. Поэтому для формирования практических навыков использования теоретических знаний методики обучения важно организовать обучение на математических и методических дисциплинах так, чтобы «вооружить» будущего учителя математики навыками планирования и проведения как учебных занятий, так и внеклассных мероприятий.

На факультете математики, физики и информатики Самарского государственного социально-педагогического университета, в дополнение к методическим и математическим дисциплинам, реализуются мероприятия, направленные на всестороннее развитие студентов, как в личностном, так и в профессиональном плане.

Совместно со студентами мы проектируем программы по внеурочной деятельности по математике и отдельные внеурочные математические мероприятия.

Например, разработаны образовательные квесты межпредметного содержания. Так, например, на страницах квеста «Музей-ученых» учащиеся знакомятся с выдающимися математиками, оказавшими значительное влияние на её развитие, и решают разнообразные математические задачи (рисунок 1).

Рисунок 1 – Квест «Музей ученых»

Квест «Достопримечательности Самары» знакомит с достопримечательностями города Самара, через решение математических задач.

С помощью разработанной коллекции игр «Игротека кабинета математики» (рисунок 2), участники смогут попробовать свои силы в разгадывании головоломок, решении интересных задач.

Игротека состоит из следующих разделов:

– игры на перемене;

– игры после уроков;
– игры в рамках урока.

Рисунок 2 – Игротека кабинета математики

Например, «Игротека кабинета математики» для учащихся 5–6 классов – это коллекция математических игр, которая содержит методические рекомендации, правила игры и раздаточный материал (рисунок 3).

Рисунок 3 – Примеры игр «Игротеки кабинета математики»

Раздел «Игры на перемене» содержит:
– пазлы;
– раскраски;
– «змейки»;
– головоломки (танграмм, колумбово яйцо и прочее).

В «Игры после уроков» представлены:
– «Математическая карусель»;
– «Домино»;
– «Математический бой» и прочее.

Раздел «Игры в рамках уроков» содержит описание игровых приёмов, готовые дидактические материалы для уроков по математике, разработанные для основных разделов учебной программы [2].

Студенты направления подготовки «Педагогическое образование» профилей «Математика и Физика» принимают участие в проектах профессиональной направленности.

В рамках изучения дисциплины «Методы исследовательской и проектной деятельности» на базе школ-экспериментальных площадок студенты получают практический опыт, курируя проекты и исследовательские работы школьников. Работа ведется под руководством преподавателя. У студентов факультета математики, физики и информатики есть возможность проявить свои профессиональные навыки, участвуя в работе жюри и экспертной оценке работ школьников – участников регионального конкурса исследовательских работ и проектов школьников в области математики и прикладной математики «Математика вокруг нас».

Конкурс исследовательских работ и проектов учащихся 5–11-х классов проходит на факультете в два этапа. Студенты старших курсов получают уникальную возможность применить свои знания на практике, участвуя в отборе лучших проектов для очного этапа конкурса. На заочном этапе они, совместно с преподавателями, выступают в роли экспертов. На очном этапе, где учащиеся представляют свои работы с презентациями, студенты входят в состав жюри. Благодаря этому еще во время учебы они приобретают ценный опыт работы по организации проектной и исследовательской деятельности школьников, фактически выступая в роли «учителей». Выполнение этой работы способствует развитию у студентов компетенций, необходимых для успешной реализации метода проектов: от анализа возникающих трудностей у школьников, у учителя, работы над ошибками до изучения дополнительной литературы и применения критериев оценивания работ, адаптированных к возрастным особенностям учащихся.

Свои методические и дидактические разработки внеурочных занятий по математике студенты могут внедрить и апробировать в рамках «Летних и зимних математических школ», организованных в дни школьных каникул, а также при проведении серии математических игр для школьников.

Уже традицией стало проведение математических игр «Домино» для школьников г. о. Самара. Игра «Домино» – командная игра, рассчитанная на участие до 40 человек, объединенных в 10 команд по 4 человека. Продолжительность игры составляет 2–3 часа, о чем участникам сообщают заранее. Ход игры фиксируется жюри, а текущие результаты транслируются на экран через мультимедийный проектор. Для организации игры необходимо определится с тематикой задач. Подготовить 28 задач, каждая из которых имеет свой вес, согласно цифрам на «доминошке». К таким играм студенты совместно с преподавателем готовят дидактические и раздаточные материалы. До начала игры из числа студентов выбирают членов жюри, задача которых – проверять правильность решения представленных задач, отвечать на вопросы по текстам задач и ведущего. После совместной подготовки раздаточного материала студенты самостоятельно проводят игру.

Примеры задач математической игры «Домино» для школьников 8-го класса.

– Проходят ли прямые $x + y - 1 = 0,\ 2x - 5y + 1 = 0,\ 4x - 3y - 1 + 0$ через одну точку?

– Трехзначное число $\overline{abc}$ делится на 37. Докажите, что и сумма чисел $\overline{bca}$ и $\overline{cab}$ также делится на 37.

– Найдите хотя бы одно целочисленное решение уравнения $a^2b^2 + a^2 + b^2 + 1 = 2025$.

Разработка дидактических материалов, участие в проектах профессиональной направленности, позволяет студентам попробовать себя в роли учителя уже в процессе обучения в вузе.

Список литературы

1. О направлении методических рекомендаций (вместе с Информационно-методическим письмом об организации внеурочной деятельности в рамках реализации обновленных федеральных государственных образовательных стандартов начального общего и основного общего образования): Письма Минпросвещения России от 05.07.2022 № ТВ-1290/03. –URL: https://rulaws.ru/acts/Pismo-

Minprosvescheniya-Rossii-ot-05.07.2022-N-TV-1290_03/ https://rulaws.ru/acts/Pismo-Minprosvescheniya-Rossii-ot-05.07.2022-N-TV-1290_03/ (дата обращения 15.06.2025).

2. Шуба, М. Ю. Учим творчески мыслить на уроках математики / М. Ю. Шуба – М. : Просвещение, 2012. – 218 с.

ОБ ОПЫТЕ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ПРИ РАБОТЕ НА ПЛАТФОРМЕ «ЗНАНИЕ.ВИКИ»

И. В. Игнатушина, д. пед. н., доцент,
Оренбургский государственный педагогический университет,
Оренбург, Россия
e-mail: streleec@yandex.ru

Аннотация. Описан опыт организации проектной деятельности студентов третьего курса в рамках учебной практики (научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)) при создании энциклопедического контента о видных отечественных педагогах-математиках XVIII – начала XX вв. на платформе «Знание.Вики». Показаны особенности такой работы с методической точки зрения.

Ключевые слова: проектная деятельность, платформа «Знание.Вики», создание энциклопедического контента.

ABOUT THE EXPERIENCE OF ORGANIZING STUDENTS' PROJECT ACTIVITIES WHILE WORKING ON THE PLATFORM ZNANIE.WIKI

I. V. Ignatushina, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Orenburg State Pedagogical University,
Orenburg, Russia
e-mail: streleec@yandex.ru

Annotation. The article describes the experience of organizing project activities of third-year students in the framework of academic practice (research work (obtaining primary research skills)) when creating encyclopedic content about prominent Russian mathematics teachers of the XVIII – early XX centuries on the platform «Znanie.Wiki». The features of such work from a methodological point of view are shown.

Keywords: project activity, platform «Znanie.Wiki», the creation of encyclopedic content.

В настоящее время, несмотря на широкое разнообразие информации в Интернет-сети, одной из серьезных проблем остается отсутствие единой базы знаний, в которой представлены проверенные, научно-обоснованные материалы. Онлайн-платформа «Знание.Вики», запущенная Российским обществом «Знание» 3 марта 2023 года, призвана решить эту проблему. Она построена по принципу электронной энциклопедии и позволяет создавать, редактировать и систематизировать научный контент, привлекая к этой работе ученых, исследователей, преподавателей, а также обучающихся.

В этом году в рамках учебной практики (научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)) студентам третьего курса физико-математического факультета ОГПУ представилась возможность создать энциклопедические статьи для платформы «Знание. Вики» об известных педагогах-математиках России XVIII – начала XX вв.

Прежде, чем студенты получили соответствующее задание, руководителем практики был подготовлен словник, содержащий фамилии этих педагогов, и размещен на соответствующей странице платформы «Знание.Вики». Словник является необходимым элементом такой работы, поскольку каждую статью могут создавать несколько авторов. Если в конкретный момент времени над статьей ведется или велась кем-то работа, то это отражается в словнике синим цветом, и те, кто желает продолжить работу и дополнить статью, не делают это с нуля, а заходят на соответствующую страницу и вносят коррективы. Словник также выступает планом по целому проекту и ориентирует начинающих исследователей в выборе тематики для статьи.

Кроме того, руководитель практики по каждой из персоналий, указанной в словнике, составил библиографический список источников, который послужил отправной точкой для создания студентом энциклопедической статьи о педагоге-математике. Это тоже важный компонент в работе со студентами, направленный на обеспечение качественной, проверенной информации.

«Знание.Вики» – это не просто энциклопедия, а инструмент для популяризации науки и образования. Её основная идея – сделать научные знания доступными для всех, кто в них заинтересован [1].

Перечислим основные особенности данной платформы:

1. Коллективная работа: статьи пишут и редактируют сами пользователи – научные волонтеры. Это позволяет привлекать к созданию контента самых разных людей. Например, студент может написать статью, а преподаватель дополнить её или уточнить информацию.

2. Контроль качества: статьи проходят обязательную проверку на антиплагиат, к публикации допускаются статьи с оригинальностью не ниже 60%. Оригинальность здесь трактуется как то, что автор статьи сам пишет текст, а не копирует его из источников. Проверенность информации понимается в том смысле, что почти в каждом абзаце текста должна стоять ссылка на источник, где подтверждается тот или иной факт, описываемый в статье. До своего опубликования все статьи получают заключение эксперта, чтобы убедиться, что они соответствуют научным стандартам. Это важно, потому что энциклопедия должна быть надежным источником информации. Каждый эксперт при этом обязательно дает рекомендации по улучшению и дополнению текста. Автор статьи, особенно начинающий, следуя рекомендациям эксперта, учится правильно оформлять энциклопедические статьи и размещать их на платформе «Знание.Вики».

3. Наличие элементов геймификации: за работу над статьями авторы и эксперты получают определенные виртуальные благодарности, что делает процесс создания статей более увлекательным.

Как известно, геймификация – это внедрение игровых механизмов в неигровые процессы, такие как обучение, научная деятельность или работа с информацией. В современном обществе она является одним из трендов в организации работы людей, поскольку такой подход делает процесс более интересным и мотивирующим. Ведь, когда человек видит, что его усилия оцениваются, а прогресс наглядно отображается, ему хочется делать больше и лучше. Главная идея геймификации – внедрение активных элементов в уже сложившийся процесс деятельности для того, чтобы изменить привычное поведение аудитории и вовлечь её в данную деятельность [2].

Механизм реализации геймификации на платформе «Знание.Вики» представлен следующими аспектами.

– Награды и рейтинги. За активность на платформе – написание статей, редактирование, участие в обсуждениях – пользователи получают виртуальные бонусы, которые называются «умки». Эти бонусы можно накапливать, а потом, обменивать на волонтерские часы на платформе «DOBRO.RU».

– Прогресс и уровни. Чем больше участник выполняет заданий (написание и редактирование статей, повышение их статуса и др.), тем выше статус в системе. Это как в играх, когда человек «прокачивает» свой уровень, у него возникает мотивация к выполнению все большего объёма заданий.

– Статусы статей. Статьи могут получать специальные отметки, которые подтверждают их качество и научную обоснованность. Например, статья может получить статус «Готовая», «Проверено экспертом», «Хорошая статья», «Избранная статья», что добавляет ей веса.

– Соревнование. Можно соревноваться с другими участниками, выполнять задания и получать дополнительные бонусы, что добавляет азарта и делает процесс более динамичным. Эти элементы не просто увеличивают интерес участников, но и помогают им чувствовать себя частью большого дела. Особенно это важно для студентов и молодых исследователей, которые только начинают свой путь в науке и нуждаются в поддержке и мотивации. Когда автор видит, что его работа оценивается и приносит результаты, ему хочется двигаться дальше.

4. Обучение для новичков: тем, кто только начинает, предлагают пройти курс «Я пишу энциклопедию» на платформе Teachbase, в котором рассказывают, как правильно писать статьи, выбирать темы и оформлять материал. Это особенно полезно для студентов, которые раньше не сталкивались с таким видом работ.

Руководитель практики тоже заранее проходил обучение по двум направлениям: он сам знакомился с инструментами платформы «Знание.Вики», учился создавать и грамотно оформлять научные статьи, а кроме того, постигал опыт организации работы с обучающимися по созданию статей, например [3], которым делились на вебинарах опытные наставники из разных уголков нашей страны.

С 12 февраля по 4 марта 2025 года студентами третьего курса физико-математического факультета ОГПУ совместно с руководителем практики И. В. Игнатушиной были подготовлены и размещены на платформе «Знание.Вики» статьи о биографиях и вкладе в науку и образование следующих педагогов-математиков: Д. С. Аничкова, Я. В. Брюса, В. Я. Буняковского, М. Е. Головина, А. П. Киселева, С. К. Котельникова, Г. П. Матвиевской, Т. Ф. Осиповского, К. А. Торопова, С. И. Шохор-Троцкого.

Студенты не только изучили биографии отечественных педагогов-математиков, но и получили бесценный опыт по написанию энциклопедических статей и размещению их на платформе «Знание.Вики». Кроме того, руководитель практики и каждый из студентов создали свою страничку автора, в которой отразили информацию о себе в соответствии с требованиями и политикой платформы.

Чтобы процесс взаимодействия преподавателя и студентов, а также студентов между собой был максимально непрерывным и продуктивным, руководителем практики создан чат, где студенты могли обсуждать свои работы, задавать вопросы и делиться опытом, а руководитель практики мог вовремя помочь студентам справиться с возникшей проблемой и поддержать их в научной деятельности. Кроме того, не реже одного раза в неделю проводились консультации и в очном формате, где студенты докладывали, на каком этапе работы они находятся, и получали соответствующие инструкции по своему продвижению вперед.

Платформа «Знание.Вики» является не просто местом для создания статей, а полноценной образовательной средой, которая объединяет студентов, преподавателей и исследователей, предоставляя им возможность работать вместе над созданием качественного научного контента. Элементы геймификации делают процесс более интересным и мотивирующим, а участие в проекте помогает студентам развивать навыки работы с информацией и написания энциклопедической статьи. Кроме того, в процессе подготовки статьи о конкретном педагоге-математике студенты знакомятся с историей отечественного математического образования, что особенно важно для будущих учителей математики.

Список литературы

Знание.Вики // Znanierussia.ru. – URL: https://znanierussia.ru/articles/%D0%9A%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F:%D0%9D%D0%B0%D1%83%D0%BA%D0%B0 (дата обращения: 10.06.2025).

2. Волкова, Т. Г. Геймификация в образовании: проблемы и тенденции / Т. Г. Волкова, И. О. Таланова // Ярославский педагогический вестник. 2022. – № 5 (128). – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/geymifikatsiya-v-obrazovanii-problemy-i-tendentsii (дата обращения: 10.06.2025).

3. Мадиева, Т. А. Интеграция цифровой библиотеки просветительского контента «Знание.Вики» и проектной деятельности в СПО (Мастерская авторов «Знание») / Т. А Мадиева // Вестник науки. 2024. – №7 (76). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/integratsiya-tsifrovoy-biblioteki-prosvetitelskogo-kontenta-znanie-viki-i-proektnoy-deyatelnosti-v-spo-masterskaya-avtorov-znanie (дата обращения: 10.06.2025).

АКСИОМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД: ОТ МАТЕМАТИКИ К ЛОГИКЕ И ОБРАТНО, К МАТЕМАТИКЕ

В. И. Игошин, д. пед. н., к. ф-м. н., профессор,
Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского,
Саратов, Россия
e-mail: igoshinvi@mail.ru

*Аннотация***.** В статье прослеживается исторический путь развития аксиоматического метода в математике от зарождения в Древней Греции, когда он начал развиваться на интуитивно-логической основе, до феноменальных результатов К. Гёделя, полученных в XX в. с помощью высокоразвитых методов математической логики. Сравниваются два феномена: процесс построения аксиоматической теории и модель Аристотеля мыслительного процесса. Статья может служить ориентиром для будущих учителей математики в изучении взаимосвязей между математикой и логикой.

*Ключевые слова***:** аксиоматический метод, мыслительный процесс, аристотелева логика, математическая логика, аксиоматическая теория, формализованное исчисление высказываний.

AXIOMATIC METHOD: FROM MATHEMATICS TO LOGIC AND BACK TO MATHEMATICS

V. I. Igoshin, Doctor of Pedagogical Sciences,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Saratov State University named after N. G. Chernyshevsky
Saratov, Russia

Annotation. The article traces the historical path of development of the axiomatic method in mathematics from its origins in Ancient Greece, when it began to develop on an intuitive-logical basis, to the phenomenal results of K. Gödel, obtained in the 20th century using highly developed methods of mathematical logic. Two phenomena are compared: the process of constructing an axiomatic theory and Aristotle's model of the thought process. The article can serve as a guide for future mathematics teachers in studying the relationship between mathematics and logic. Keywords: axiomatic method, thought process, logic, mathematical logic, axiomatic theory, formalized propositional calculus.
Keywords: mathematics teacher, proof, axiomatic method, axiomatic theory, formalized propositional calculus.

Математика. Древнегреческие учёные Платон и Аристотель в IV веке до Р. Х. впервые сформулировали принципы построения всякой науки как аксиоматической теории. Это построение осуществляется в три этапа:

1. Выбирается система первоначальных *понятий*, в отношении которых будет строиться аксиоматическая теория. Эти понятия не определяются, считаются интуитивно ясными, и поэтому называются неопределяемыми.
2. Относительно первоначальных понятий формулируется ряд суждений (высказываний), в которых описываются отношения между первоначальными понятиями; эти утверждения принимаются без доказательства и называются *аксиомами* (постулатами). Совокупность всех аксиом обозначается Σ.
3. С помощью логических рассуждений из аксиом выводятся (доказываются) новые суждения о первоначальных понятиях, а также о понятиях, которые могут быть определены; получаемые в результате доказательств суждения называются *теоремами*.

Совокупность всех теорем, выводимых (доказываемых) из системы аксиом Σ, называется *аксиоматической теорией*, построенной на базе системы аксиом, и обозначается Th(Σ). Таким образом, схему построения аксиоматической теории можно представить следующим образом: *первоначальные понятия* => *аксиомы* => *теоремы*.

Следуя заветам Платона и Аристотеля, другой древнегреческий математик Евклид в III веке до Р. Х. построил первую аксиоматическую математическую теорию. Этой теорией стала геометрия. Её он изложил в 13 книгах под общим названием «Начала». В качестве первоначальных (неопределяемых) понятий геометрии Евклид выбрал три: точка, прямая, плоскость. Ограничиваясь планиметрией, сформулировал 5 аксиом, которые назвал постулатами, и 8 общих утверждений о взаимоотношениях частей. I и II постулаты представляют собой аксиомы линейки, III – аксиому циркуля – два главных геометрических инструмента древних греков. Вслед за аксиомами Евклид излагает теоремы геометрии, располагая их в порядке логической зависимости так, чтобы каждая теорема могла быть доказана на основании постулатов и аксиом, а также предыдущих теорем.

Значительный интерес у последователей Евклида на протяжении многих веков вызывал V постулат. За это время было сделано огромное количество попыток доказать V постулат, т. е. вывести его из первых четырёх постулатов Евклида. Все они оказались безуспешными. И лишь 2000 лет спустя, в 1826 г. великий русский математик Н. И. Лобачевский не только предположил, что такое доказательство невозможно, но и сделал важнейшие шаги на пути доказательства этого предположения: он взял первые четыре постулата Евклида и отрицание V постулата Евклида, и на основе этой системы аксиом построил новую, неевклидову геометрию, свободную от противоречий. На бытовом уровне в заслугу Лобаческому ставят доказательство нелепого факта о том, что параллельные прямые пересекаются (у Евклида они параллельны). Это утверждение является искажением следующего утверждения, действительно имеющего место в геометрии Лобачевского: две прямые, каждая из которых параллельна третьей прямой, не обязательно будут параллельны между собой, а могут пересекаться, т. е. иметь общую точку.

Великое открытие Лобачевского оказало революционизирующее воздействие на понимание роли аксиоматического метода в математике и, в соответствии с этим, на развитие многих её направлений. Прежде всего, с аксиоматической точки зрения стали рассматриваться различные разделы математики. К. Вейерштрасс (в 1863 г.) и Р. Дедекинд (в 1871 г.) построили аксиоматическую теорию вещественных чисел – фундаментальную основу математического анализа. Дж. Пеано (в 1889 г.) построил систему аксиом для теории натуральных чисел. Г. Кантор (в 1895 г.) создал теорию множеств – тот рай, из которого, по выражению Д. Гильберта, теперь «никто нас не изгонит». В 1899 г. Д. Гильберт привёл полную систему аксиом евклидовой геометрии, т. е. такой набор основных предложений, из которых все основные утверждения геометрии могут быть доказаны, доказал непротиворечивость этой системы аксиом (при условии непротиворечивости теории вещественных чисел) и независимость некоторых аксиом от остальных аксиом системы. Все эти аксиоматические теории носили содержательный характер и ещё не были формально-логическими.

Логика и математическая логика. Гениальное открытие Н. И. Лобачевского дало толчок к развитию ещё одного направления в математике – более пристальному рассмотрению логических оснований аксиоматического метода как метода научного познания. Научный интерес к процессу мышления привёл к созданию в древней Греции науки об этом процессе. Её основоположником явился Аристотель. Он впервые создал модель мыслительного процесса, выражаемого на языке. Она состоит из трёх компонентов, выражающих последовательные этапы процесса мышления (логическая триада Аристотеля): *понятие* => *суждение* => *умозаключение*.

Рассмотрим эти этапы.

1. В *понятиях* обобщаются знания о предметах окружающего мира. Предметы, явления, свойства окружающего мира обозначаются словами языка.

2. В *суждениях* обобщаются знания о связях между предметами окружающего мира; если суждение правильно отражает эту реальную связь, то оно является истинным, в противном случае – ложным. Всякое суждение может быть либо истинным, либо ложным: «Говорить, что сущее не существует, а несущее существует, есть ложь, а сущее существует и несущее не существует, есть истина». Аристотель осуществил классификацию всех мыслимых суждений.

3. В *умозаключениях* обобщаются знания о логических взаимосвязях между суждениями, устанавливается, какие суждения логически следуют из каких. При этом основой для установления этого следования является не содержание суждений, а их логическая форма. Аристотель выявил и доказал справедливость 19 форм логических умозаключений, которые получили название аристотелевы силлогизмы.

Обращает на себя внимание поразительная аналогия двух процессов: построения аксиоматической теории и мыслительного процесса человека. Так что аксиоматическая теория является наиболее естественным и органичным выражением мыслительного процесса, а мыслительный процесс естественным и органичным образом ведёт к построению аксиоматической теории.

Важный этап становления логики как математической логики начинается с работы английского математика Дж. Буля «Математический анализ логики» (1847). Он применил к логике методы современной ему алгебры – язык символов и формул, составление и решение уравнений. Им была создана *алгебра логики*. Логика, став математической логикой. начала примерять на себя аксиоматический метод. Эта примерка оказалась успешной. Были созданы аксиоматические теории высказываний и предикатов. Их стали называть исчислениями, иногда добавляя слово «формализованные».

Возникла задача выбора первоначальных понятий и систем аксиом для таких исчислений. Например, формализованное исчисление высказываний (ФИВ) может быть основано на каждой из следующих двух систем аксиом. Первая система аксиом $\mathbf{S_1}$:

(А1) $F \to (G \to F)$,

(А2) $(F \to (G \to H)) \to ((F \to G) \to (F \to H))$,

(А3) $(\neg G \to \neg F) \to ((\neg G \to F) \to G)$.

Вторая система $\mathbf{S_2}$ также состоит из трех схем аксиом. Первые две – те же самые (А1) и (А2). Третья схема аксиом:

(А3’) (*ØG* ® *ØF*) ® (*F* ® *G*).

Итак, $\mathbf{S_1}$ = {(А1), (А2), (А3)}, $\mathbf{S_2}$ = {(А1), (А2), (А3’)}. Можно доказать, что эти системы аксиом логически эквивалентны, т. е. аксиоматические теории, построенные на их базе, совпадают: $\mathbf{Th}(\mathbf{S_1}) = \mathbf{Th}(\mathbf{S_2})$. Понимание этого доказательства вполне доступно будущим учителям математики, что будет способствовать формированию их методического мышления в области понятия доказательства. Это доказательство приведено в статье [1]. В статье [5] приведены ещё две эквивалентные системы аксиом исчисления высказываний.

Снова к математике. От чисто логических формальных аксиоматических теорий, высказываний и предикатов в начале XX в., начиная с работ Д. Гильберта, математическая логика приступает к созданию и изучению формальных аксиоматических математических теорий. Для этого вводится понятие формальной аксиоматической теории и создаются формальные теории множеств, арифметики, геометрии, математического анализа. Гильберт хотел обосновать всю математику как единую формальную аксиоматическую систему, и с помощью этой формализации доказать её непротиворечивость. Но в 1931 г. К. Гёдель доказал две теоремы о неполноте формальной арифметики, показавшие невозможность выполнения программы Гильберта в полном объёме. Эти теоремы означают, что никакая непротиворечивая формальная аксиоматическая теория (система) не может охватить всю математику, и нельзя представить её как единую дедуктивную теорию. Таким образом математика своими собственными методами, в основе которых лежит математическая логика, доказывает свою собственную ограниченность. «Однако, – замечает Е.Л. Фейнберг [4], – математика строится так, что в ней существуют огромные логические куски, не прерываемые интуитивным элементом... Часто бывает, что математик всю жизнь успешно занимался своей наукой, исходя из набора аксиом и определений, и нигде не встречается с необходимостью выйти за пределы чистой логики».

В заключение отметим, что в статье [2] характеризуется значение аксиоматического метода для строгости изложения математики, влияние аксиоматического метода на формирование логического мышления учащихся и общее развитие учащихся. В статье [3] рассматривается вопрос об отношении математического сознания к материальной действительности, и на примере развития аксиоматического метода прослеживаются законы диалектики в процессе математического познания окружающего мира.

Список литературы

1. Игошин, В. И. Аксиоматический метод в образовании будущих учителей математики: эквивалентность двух систем аксиом исчисления высказываний / В. И. Игошин // Математика и образование, 2025. – № 2 (114). – С. 37–52.

2. Игошин, В. И. Аксиоматический метод в обучении математике и в образовании будущих учителей математики / В. И. Игошин // Известия ВГПУ (Волгоградского государственного педагогического университета). – 2022. – № 4 (167). – С. 102–111.

3. Игошин, В. И. Математическая логика и философия / В. И. Игошин // Новые средства и технологии обучения математике в школе и вузе: материалы XXVI Всеросс. семинара преподавателей математики университетов и педвузов. – Самара, М, : Самарский филиал МПГУ. – 2007. – С. 65–67.

4. Фейнберг, Л. Е. Кибернетика, логика, искусство / Л. Е. Фейнберг. – М. : Радио и связь, 1988. – 40 с.

5. Igoshin, V. I. To the question of the method of studying the concept of proof and the axiomatic method by bachelors and masters of pedagogical education / V. I. Igoshin. // International Journal of Advanced Science and Technology. – Vol. 29, No. 06 (2020). – pp. 1964–1972.

КОНТЕКСТНЫЙ МЕТОД ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ X–XI КЛАССОВ

О. Н. Карневич, заместитель декана механико-математического факультета,
Белорусский государственный университет,
Минск, Беларусь
e-mail: o_n_karnevich@mail.ru

Аннотация. Впервые раскрыто содержание понятия «контекстный метод обучения», его отличие от понятия «контекстное обучение», описаны возможности использования контекстного метода обучения для формирования геометрической грамотности учащихся X–XI классов на примере темы «Угол между скрещивающимися прямыми».

Ключевые слова: обучение геометрии, контекстный метод обучения, геометрическая грамотность.

CONTEXTUAL LEARNING METHOD FOR FORMING GEOMETRIC LITERACY OF STUDENTS OF X–XI CLASSES

O. N. Karnevich, Deputy Dean of the Faculty of Mechanics and Mathematics,
Belarusian State University,
Minsk, Belarus
e-mail: o_n_karnevich@mail.ru

Abstract. For the first time, the content of the concept of «contextual teaching method» is disclosed, its difference from the concept of «contextual learning» is described, the possibilities of using the contextual teaching method to form geometric literacy in grades X–XI are described using the example of the topic «The angle between skew lines».

Keywords: geometry education, contextual learning method, geometric literacy.

В научно-педагогической литературе методологическая значимость контекста раскрывается, как правило, применительно к профессиональному образованию [4], [9], реже – в аспекте компетентностно-ориентированного общего среднего образования [10]. Более широкая трактовка методологического значения контекста даётся в публикациях по психологии, где контекст понимается как «система внутренних и внешних факторов и условий поведения и деятельности человека в конкретной ситуации, определяющая смысл и значение этой ситуации как целого и входящих в него компонентов» [4, с. 72]. Нами контекст рассматривается как «среда, включающая объект анализа и проявляющая его свойства и отношения с другими объектами» [6, с. 79], то есть подчёркиваются его объективные свойства, не зависящие от особенностей субъекта, воспринимающего объект в выбранном контексте, что позволяет использовать различные виды контекстов в образовательных целях, в частности, для формирования геометрической грамотности учащихся X–XI классов (это определение доступно и для понимания старшеклассников).

В определении геометрической грамотности мы придерживаемся той позиции, что понятие математической грамотности связано с владением «математическими знаковыми средствами», которое проявляется «в решении задач с использованием этих средств» [3, с. 36]. Поскольку «знак языковой – значимая единица языка», то его усвоение – необходимая часть овладения языком. В геометрии знаковыми средствами являются геометрические и графические модели, соответственно, под *геометрической грамотностью* мы понимаем *умение создавать, анализировать и интерпретировать геометрические модели реальных объектов и графические модели геометрических объектов в процессе решения задач*.

В работе [7] нами охарактеризован *контекстный подход* к формированию геометрической грамотности учащихся, предполагающий необходимость «предъявления учащимся учебных контекстов с целью проведения их анализа для выявления существенных свойств понятий и усвоения формулировок определений этих понятий; рассмотрения пар задач со схожими условиями для формирования исследовательских и аналитических умений в процессе анализа соответствующих конструктивных контекстов; предоставления заданий на выявление или построение конструкций, в контексте которых можно рассматривать геометрические объекты, для формирования умения находить различные способы решения задач; организации учебной деятельности, направленной на развитие способностей учащихся интерпретировать геометрические знания в ходе решения контекстных задач» [7, с. 38].

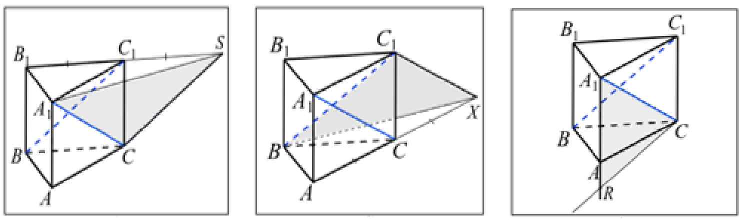
Для реализации контекстного подхода к формированию геометрической грамотности учащихся необходима методическая система обучения, одним из элементов которой может быть контекстный метод обучения. В научно-педагогической литературе встречаются термины: «контекстное обучение» – «обучение, в котором на языке наук и с помощью всей системы форм, методов и средств обучения – традиционных и новых – моделируется предметное и социальное содержание усваиваемой студентами профессиональной деятельности» [4, с. 73]; «контекстное образование» – «тип образования, в котором на языке наук и с помощью всей системы форм, методов и средств обучения – традиционных и новых – моделируется предметное и социальное содержание усваиваемой студентами профессиональной деятельности» [5, с. 256]; «методы контекстного обучения студентов», к числу которых относят активные методы обучения, например, проектный, исследовательский [1; 2]. Все эти термины используются по отношению к профессиональной подготовке студентов и не раскрывают образовательные возможности контекстов различных видов (семантического, визуального, деятельностного, ценностного [8]) и суть взаимодействия преподавателя и учащихся в образовательном процессе контекстного обучения математике в школе.

В нашем понимании *контекстный метод обучения* состоит в *организации учителем учебных ситуаций, определяющих необходимость рассмотрения учащимися объектов изучения в различных контекстах и выявления свойств этих объектов и отношений между ними в зависимости от выбранного контекста.* Учитывая, что показателем геометрической грамотности учащихся являются умения создавать, анализировать и интерпретировать геометрические и графические модели объектов в процессе решения задач, учебные ситуации для формирования геометрической грамотности должны обеспечивать обучающимся работу с указанными моделями в различных контекстах.

Под учебной ситуацией в научных источниках понимается единица учебного процесса, в качестве конструкта которой выступает учебное задание, направленное на формирование конкретных учебных действий. Приведем примеры учебных заданий, являющихся «центральными объектами» учебных ситуаций, которые можно организовать при изучении темы курса стереометрии X класса «Угол между скрещивающимися прямыми», позволяющих включать учащихся в работу по анализу, созданию и интерпретации графических моделей геометрических конструкций путём рассмотрения геометрических объектов данной темы в различных контекстах.

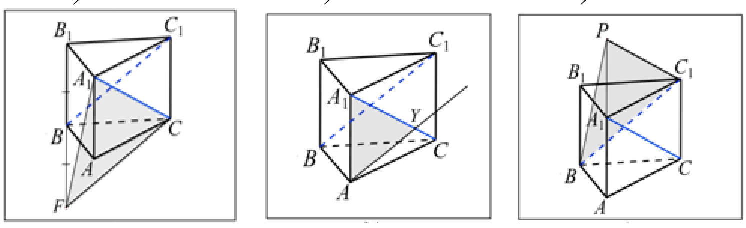
Задание 1 (*анализ визуального контекста понятия*). На рисунке 1 изображены графические модели геометрических конструкций, которые демонстрируют разные способы нахождения искомого угла в задаче 1. Среди выделенных серым фоном треугольников (рисунок. 1), принадлежащих плоскостям граней или сечений призмы $ABCA_1B_1C_1$, выберите те, в контексте которых можно найти угол между прямыми BC_1 и CA_1 и решите задачу 1 с помощью одного из них.

Задача 1. Найдите градусную меру угла между прямыми, содержащими рёбра BC_1 и CA_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $AA_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} AB$.



ΔA_1SC, где $S \in B_1C_1$ ΔBC_1X, где $X \in AC$ ΔCA_1R, где $R \in AA_1$

а)   *б)*   *в)*



ΔA_1CF, где $F \in BB_1$ ΔAA_1Y, где $Y \in A_1C$ ΔBPC_1, где $P \in AA_1$

г)   *д)*   *е)*

Рисунок 1 – Графические модели геометрических конструкций к задаче 1

Задание 2 (*создание визуального контекста нового понятия*). Решите задачу 2, дополнив заданную в её условии геометрическую конструкцию так, чтобы можно было применить идею решения задачи 1.

Задача 2. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ служит прямоугольный треугольник ABC ($\angle B = 90°$) с равными катетами, M – середина AB. Вычислите градусную меру угла между прямыми A_1C и B_1M.

Задание 3 *(интерпретация и создание визуального контекста понятия).* Изобразите геометрическую конструкцию, состоящую из треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, основанием которой является прямоугольный треугольник ABC ($\angle B = 90°$), $AB = BC$, и скрещивающихся прямых AB_1 и BC_1. Объясните, почему ребра AB и BB_1 равны, если градусная мера угла между прямыми AB_1 и BC_1 равна 60°.

Комментарий к заданию 3. Если ваши аргументы основываются на проведении аналогии с заданиями 1 и 2, то рассмотрите исходную конструкцию в контексте прямоугольного параллелепипеда и обоснуйте ответ другим способом.

Следующее задание позволяет организовать ситуацию, требующую создания геометрических моделей реальных объектов и их анализа в различных контекстах.

Задание 4 *(анализ ценностного контекста и создание визуального контекста понятия).* Примерами реальных объектов, геометрическими моделями которых могут служить скрещивающиеся прямые, являются мост и дорога, мост и река. Какой обычно является градусная мера угла между ними? Почему? В городе Минске насчитывается около 120 мостов и путепроводов, большинство из которых проложены через реку Свислочь. Улицы Ленина и Максима Богдановича пересекают Свислочь по косым мостам (косым называют мост, продольная ось которого пересекает ось препятствия под углом, отличным от прямого). Используя онлайн-карту, определите, какая из улиц пересекает реку Свислочь под бóльшим углом.

Задание 5 *(анализ семантического контекста понятия).* В учебных пособиях по геометрии можно найти следующие записи угла между прямыми AB и CD: $\angle(AB;\ CD)$; $(\widehat{AB;CD})$. Используется ли какая-либо из этих записей в том учебном пособии, по которому вы изучаете геометрию? Что означает запись $\angle(AB;\ CD) = 0°$?

Таким образом, контекстный метод обучения геометрии, состоящий в создании учителем учебных ситуаций, определяющих необходимость рассмотрения объектов изучения в различных контекстах и выявления учащимися свойств этих объектов и отношений между ними в зависимости от выбранного контекста, может быть элементом методической системы обучения для формирования геометрической грамотности учащихся, выражающейся в умении оперировать моделями, отражающими геометрические свойства геометрических и реальных объектов.

Список литературы

1. Алейникова, А. О. Методы контекстного обучения в России и в США / А. О. Алейникова // Вестник КГУ. – 2019. – С. 194–197.
2. Баркалова, Е. В. Методы контекстного обучения студентов : методическое пособие / Е. В. Баркалова [и др.]. – СПб : Санкт-Петербургский юрид. ин-т (филиал) Ун-та прокуратуры Российской Федерации, 2021. – 51 с.
3. Боровских, А. В. О понятии математической грамотности / А. В. Боровских // Педагогика. – 2022. – Т. 86, № 3. – С. 33–45.
4. Вербицкий, А. А. Компетентностный подход и теория контекстного обучения / А. А. Вербицкий. – М. : ИЦ ПКПС, 2004. – 84 с.
5. Вербицкий, А. А. Теория и технологии контекстного образования: Учебное пособие / А. А. Вербицкий. – М. : МПГУ, 2017. – 268 с.
6. Карневич, О. Н. Значимость контекста как общенаучного понятия / О. Н. Карневич // Математическое образование – 9 : сб. материалов Междунар. конф., Ереван, 7–8 окт. 2021 г. / Арм. гос. пед. ун-т ; редкол.: Г. С. Микаелян (отв. ред.) [и др.]. – Ереван, 2021. – С. 77–80.
7. Карневич, О. Н. Контекстный подход к формированию геометрической грамотности учащихся / О. Н. Карневич // Матэматыка. – 2021. – № 5. – С. 27–39.
8. Карневич, О. Н. Типология учебных контекстов при обучении геометрии / О. Н. Карневич // Матэматыка. – 2018. – № 6. – С.3–14.
9. Макарченко, М. Г. Модель контекстного обучения будущих учителей математики в процессе их методической подготовки : автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / М. Г. Макарченко ; Российский гос. пед. ун-т им. А. И. Герцена. – СПб, 2009. – 40 с.
10. Рыбакина, Н. А. Компетентностно-контекстная модель обучения и воспитания в общеобразовательной школе / Н. А. Рыбакина // Образование и Наука. – 2017. – № 2. – С. 31–50.

ФОРМИРОВАНИЕ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ЧЕРЕЗ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Т. Н. Карпова, кандидат пед. наук, доцент,
Г. Ю. Буракова, кандидат пед. наук, доцент,
Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского,
Россия, Ярославль
e-mail: karpovafmf@mail.ru, burakova.galina@inbox.ru

Аннотация. Одним из значимых направлений подготовки будущих учителей математики является формирование у них учебно-исследовательских умений. При решении задач разными способами, при составлении новых задач путем варьирования условий и требований, обобщении условий студенты включаются в учебно-исследовательскую деятельность и приобретают опыт её организации со школьниками. В работе приведены примеры подобных задач.

Ключевые слова: учебно-исследовательская деятельность, учебно-исследовательские умения, решение задач, методическая подготовка студентов педвузов.

FORMATION OF EDUCATIONAL AND RESEARCH SKILLS OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS THROUGH PROBLEM SOLUTION

T. N. Karpova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
G. Y. Burakova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinsky,
Russia, Yaroslavl
e-mail: karpovafmf@mail.ru, burakova.galina@inbox.ru

Annotation. One of the important areas of training for future teachers of mathematics is the formation of their educational and research skills. When solving problems in different ways, when creating new tasks by varying conditions and requirements, and generalizing conditions, students are involved in educational and research activities and gain experience in organizing them with schoolchildren. The article provides examples of similar tasks.

Keywords: educational and research activities, educational and research skills, problem/task solution, methodical training of pedagogical university students.

Современная школа выдвигает требования к качеству подготовки учителей математики, связанные с формированием единой взаимосвязанной системы предметных и методических компетенций, позволяющей успешно решать разнообразные учебно-организационные и воспитательные задачи профессиональной деятельности.

Одной из составляющих математического образования является включение учащихся в различные виды исследовательской деятельности, формирующие познавательный интерес, инициативу, самостоятельность, раскрывающие творческий потенциал и креативность школьников. Будущие учителя математики должны сами обладать учебно-исследовательскими умениями и организовывать исследовательскую деятельность обучающихся.

Согласно И. А. Зимней и Е. А. Шашенковой под исследовательской деятельностью понимается особая деятельность, управляемая сознанием и активностью личности, характеризующаяся получением нового знания, в соответствии с поставленной целью и объективными законами [2].

В. А. Далингер определяет учебно-исследовательскую деятельность как учебную деятельность, направленную на самостоятельное приобретение знаний, использование научных методов познания и приводящую к развитию учебно-исследовательских умений [1].

Главной целью учебно-исследовательской деятельности, согласно А. Н. Поддьякову, является новый образовательный результат, а сама деятельность направлена на развитие у учащихся мышления исследовательского типа [4].

Таким образом, характерными чертами учебно-исследовательской деятельности являются высокий уровень самостоятельности, субъективная новизна результата, активность школьников при его получении в процессе исследовательского поиска. Результативность исследовательской деятельности учащихся зависит от степени сформированности учебно-исследовательских умений, под которыми понимаются не любые действия, а только такие, которые успешно выполняются как в привычных, так и в измененных новых условиях.

Для выполнения учебного исследования учащимся необходимо владеть следующими умениями: умение выделять проблему, умение ставить вопросы, умение выдвигать гипотезу, умение проводить эксперимент, умение делать выводы и заключения [5].

Формирование учебно-исследовательских умений может осуществляться через работу со специально организованным задачным материалом. Для этого при решении математических задач особое внимание уделяется проведению дедуктивных рассуждений, самостоятельному составлению и обобщению задач, конструированию задач практического содержания. Согласно Т.А. Ивановой, при решении математических задач у учащихся формируются умения анализировать условие задачи, определять необходимые теоретические положения, способы деятельности, эвристические прёмы. Особая роль отводится решению задач разными методами, составлению новых задач через варьирование условий, требований задачи, обобщению и конкретизации и др. [3].

Для формирования учебно-исследовательских умений студентов на занятиях методического цикла предлагается разработать технологические карты уроков одной задачи. Успех уроков и уровень познавательной активности учащихся зависят от того, как организована их исследовательская деятельность по установлению закономерностей между данными задачи и от умения обобщать и делать логические выводы.

Примером может служить урок, на котором осуществляется поиск различных способов решения одной задачи, позволяющей решить другую, более сложную задачу.

Задача 1. Докажите, что в треугольнике средняя линия и пересекающая её медиана точкой пересечения делятся пополам.

Студентами были найдены девять различных способов её решения: используя свойство средней линии и теорему Фалеса без дополнительных построений и с ними, через подобие треугольников; через рассмотрение параллелограмма, диагоналями которого являются данная средняя линия и медиана; с помощью применения векторного метода, координатно-векторного, координатного метода, метода площадей.

На примере этой задачи студенты приобретают опыт учебного исследования, оценивают уровень сложности полученных решений, имеют возможность по-разному организовывать работу с учащимися в школе в зависимости от уровня подготовки учеников. В частности, решение задачи последними способами требует более прочных и глубоких знаний различных разделов геометрии.

Свойство, полученное в рассмотренной задаче 1, может быть использовано для решения задачи 2, которая более высокого уровня сложности.

Задача 2. Средняя линия четырехугольника делит его на два четырехугольника. Докажите, что середины диагоналей этих двух четырехугольников являются вершинами параллелограмма или лежат на одной прямой, представляя собой вырожденный параллелограмм.

Данная задача может быть решена и векторным методом, с применением опорных задач из курса школьной планиметрии.

Учебно-исследовательские умения будущих учителей математики формируются при варьировании условий и требований задач, решаемых разными способами. Примером могут служить следующие задачи.

Задача 3. В треугольнике *ABC* прямая, проведенная через вершину *A*, пересекает сторону *BC* в точке *N*, а медиану *BD* в точке *O*. Известно, что *BO = OD*. Найдите отношение *BN : NC*.

Могут быть найдены разные способы решения, в зависимости от проведенных дополнительных построений или без них. Перечислим эти способы:

– провести через точку *D* прямую, параллельную прямой *AN* и применить теорему Фалеса;

– провести через точку *B* прямую, параллельную прямой *AC*, продолжить отрезок *AN* до пересечения с ней, рассмотреть равные и подобные треугольники;

– на отрезке *AO* отложить отрезок *OK=ON*, доказать, что четырехугольник *BNDK* – параллелограмм, и использовать свойства параллелограмма и средней линии треугольника;

– провести отрезок *OC* и сравнить площади образовавшихся треугольников;

– применить теорему Менелая.

Задача 4. В условии задачи 3 измените требование – найдите отношение *AO* : *ON*.

Задача 5. Сформулируйте задачу, обратную задаче 3, и решите её.

Решите различными способами задачи 6 и 7.

Задача 6. В треугольнике *ABC* на сторонах *BC* и *AC* расположены точки *N* и *D* соответственно, при чём *BN* : *NC* = 3 : 1 и *AD* : *DC* = 2 : 3. Прямая *AN* пересекает прямую *BD* в точке *O*. Найдите отношения *AO:ON* и *BO:OD*.

Задача 7. В треугольнике *ABC* на сторонах *AB, BC* и *AC* расположены точки *M, N* и *D* соответственно, при чем *BM* : *MA* = 3 : 1, *BN* : *NC* = 2 : 1 и *AD* : *DC* = 2 : 3. Прямая *DN* пересекает прямую *CM* в точке *O*. Найдите отношения *DO* : *ON* и *CO* : *OM*.

Таким образом, для успешной подготовки будущих учителей математики к формированию учебно-исследовательских умений школьников необходима целенаправленная работа как в содержательном, так и организационном направлениях. Творческий подход к работе с задачами позволяет студентам приобрести необходимый профессионально-педагогический опыт исследовательской деятельности.

Список литературы

1. Далингер, В. А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся: учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. – М. : Издательство Юрайт, 2018. – 456 с.

2. Зимняя, И. А. Исследовательская работа как специфический вид человеческой деятельности / И. А. Зимняя, Е. А. Шашенкова. – М-во образования Рос. Федерации. Удмурт. гос. ун-т. Межвуз. каф. новых обучающих технологий по иностр. яз., Исслед. центр проблем качества подготовки специалистов. Сектор «Гуманизация образования». – Ижевск ; М., 2001–103 с.

3. Иванова, Т. А. Теория и технология обучения математике в средней школе : Учеб. пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов / Т. А. Иванова, Е. Н. Перевощикова Л. И. Кузнецова, Т. П. Григорьева; под ред. Т. А. Ивановой. – 2-е изд., испр, и доп. – Н. Новгород: НГПУ, 2009. – 355 с.

4. Поддъяков, А. Н. Исследовательское поведение: стратегии познания, помощь, противодействие, конфликт / А. Н. Поддьяков. – М. : Пер Сэ, 2006. –240 с.

5. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская [и др.] под ред. А. Г. Асмолова. – 4-е изд. – М. : Просвещение, 2014. –159 с.

ОЛИМПИАДА «УЧИТЕЛЬ ШКОЛЫ БУДУЩЕГО» ДЛЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

О. В. Кирюшкина, старший преподаватель,
М. Н. Кочагина, к. пед. н., доцент,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: KiryushkinaOV@mgpu.ru, KochaginaMN@mgpu.ru

Аннотация. Описаны особенности организации и проведения новой олимпиады по математике для школьников, которые в будущем планируют быть учителями математики. Представлена структура вариантов и примеры заданий олимпиады.

Ключевые слова: конкурсы для школьников, олимпиада по математике, подготовка будущих учителей математики.

OLYMPIAD «TEACHER OF THE SCHOOL OF THE FUTURE» FOR FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

O. V. Kiryushkina, Senior Lecturer,
M. N. Kochagina, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor?
Moscow City University,
Moscow, Russia
e-mail: KiryushkinaOV@mgpu.ru, KochaginaMN@mgpu.ru

Annotation. The article describes the specifics of organizing and holding a new olympiad in mathematics for schoolchildren, who plan to be mathematics teachers in the future. The structure of the options and examples of olympiad tasks are presented.

Keywords: contests for schoolchildren, math olympiad, training of future math teachers.

С 2009 года Московский городской педагогический университет организует и проводит олимпиаду для школьников «Учитель школы будущего» (УШБ). Организаторы олимпиады предлагают попробовать свои силы по разным профилям школьникам, планирующим связать свою будущую профессию с педагогической деятельностью, но не ограничивают возможность участия в олимпиаде всем желающим.

Профиль «Иностранные языки» был первым профилем, по которому проводилась олимпиада. С 2023 года с появлением профиля «Математика», олимпиада УШБ стала многопрофильной. С 2024 года олимпиада УШБ проводится по восьми профилям (таблица).

Таблица – Профили олимпиады «Учитель школы будущего»

Профиль олимпиады	*Классы*
Математика	5–11
Иностранный язык (немецкий, английский, французский, испанский, корейский, китайский, японский)	2–11
Русский язык, Информатика Обществознание, География, Биология, Химия	8–11

В Российской Федерации проводится большое количество конкурсов и олимпиад для школьников, в том числе по математике. Институт цифрового образования МГПУ имеет опыт организации и проведения различных математических соревнований и олимпиад, в том числе всероссийского уровня [1, 3] Рассмотрим отличительные особенности олимпиады УШБ по математике.

Организация и проведение олимпиады. Для учащихся 5–7-х классов Олимпиада по математике проводится в формате математического онлайн-конкурса в один этап на платформе Олимпиады в январе-феврале. Время на выполнение заданий – 90 минут.

Для учащихся 8–11-х классов олимпиада проводится в два этапа (отборочный и заключительный). Отборочный этап олимпиады проводится в онлайн-формате на платформе Олимпиады в январе-феврале. Время на выполнение заданий – 90 минут.

Заключительный этап олимпиады с применением дистанционных образовательных технологий с использованием технологий онлайн-прокторинга проводится в марте. Время на выполнение заданий – 235 минут. На этом этапе участники должны предоставить полное обоснованное решение каждой из шести задач. Общее количество участников заключительного этапа складывается из победителей и призеров отборочного этапа этого года. Работы участников заключительного этапа проверяются двумя членами жюри.

Учащиеся 5–7-х классов могут выполнять задания для более старших классов.

Перед выполнением заданий олимпиады можно решить задания демонстрационного варианта. Важная информация об Олимпиаде размещается на официальной странице Олимпиады в сети «Интернет» (https://priem.mgpu.ru/program/olimpiada-uchitel-shkoly-budushhego/).

Структура вариантов.

Вариант отборочного этапа для 5–7-х классов включает восемь задач:

– числовые ребусы, шифры, задачи на числовые зависимости и делимость чисел;

– различные текстовые задачи (с арифметическим содержанием, комбинаторные, логические, геометрические).

Вариант отборочного этапа для 8–9-х классов включает восемь задач:

– на решение уравнений;

– задачи на движение и проценты, на делимость чисел, логические задачи;

– две геометрические задачи разного уровня сложности.

Вариант отборочного этапа для 10–11-х классов включает восемь задач:

– на преобразование выражений, на решение уравнений или их систем, на решение неравенств с дополнительными условиями;

– две геометрические задачи на вычисление разного уровня сложности, одна из которых стереометрическая;

– задачи на числовые зависимости, делимость чисел, прогрессии, текстовые сюжетные задачи, логические задачи.

Вариант заключительного этапа для 8–9-х классов включает шесть задач:

– две геометрических задачи, в одной из которых нужно провести доказательство и вычисления;

– решение уравнения повышенного уровня сложности (например, содержащих модуль или радикал);

– текстовая задача логического содержания, задача на числовые зависимости, делимость чисел, задача, для решения которой необходимо использовать стандартные олимпиадные идеи (принцип Дирихле, инвариант, принцип крайнего и т. п.).

Вариант заключительного этапа для 10–11 классов включает шесть задач:

– на решение уравнений, неравенств или их систем;

– задача с параметром;

– геометрическая задача, в которой нужно провести доказательство и вычисления;

– задача на использование свойств функций;

– логические задачи, для решения которых необходимо использовать стандартные олимпиадные идеи (принцип Дирихле, инвариант, принцип крайнего и т. п.).

Примеры заданий.

Характерная черта олимпиады УШБ по математике – включение логических задач на шифры и ребусы. Приведем пример.

Задача 1 *(отборочный этап олимпиады для 5–7-х классов)*

В XII веке у цистерцианцев была десятичная система счисления. Для записи чисел они использовали 9 знаков, которые пририсовывали к вертикальной черте (посоху) сверху или снизу, справа или слева, в зависимости от того, означал этот знак количество единиц, десятков, сотен или тысяч. Рассмотри рисунок 1 и определи, какое число тут записано.

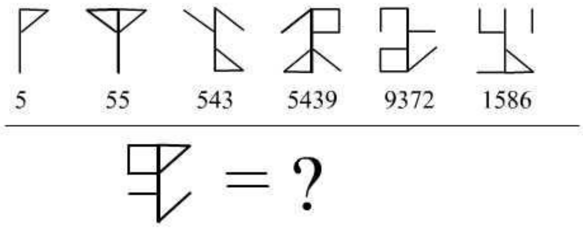


Рисунок 1

Решение. Так как система счисления десятичная, следует определить значки, отображающие количество единиц, десятков, сотен и т. д. По первым четырем числам очевидно, что треугольник является аналогом цифры 5. Расположение треугольника относительно вертикальной черты указывает на разряд: сверху слева – десятки, справа – единицы, снизу слева – тысячи, справа сотни. По этому правилу считываются и остальные значки, при определении которых следует учитывать правила осевой симметрии.

Ответ. 2395.

Все задачи олимпиады требуют от участников сначала проведения анализа условия, некоторых рассуждений, а после – использования известных фактов из школьного курса математики и несложных вычислений. Приведем пример.

Задача 2 **(***отборочный этап олимпиады для 10–11-х классов).*

Найдите наибольшее значение выражения

$$2024\cos x \cdot \sin x \cdot \sin y \cdot \cos y + 256\cos^{10} z \cdot \sin^{10} z.$$

*Решение***.** Замечаем, что аргументы выражений разные. Наибольшее значение выражения $2024\cos x \cdot \sin x \cdot \sin y \cdot cosy = 506\sin 2x \sin 2y$ равно 506. Наибольшее значение выражения $256\, cos^{10}z \cdot sin^{10}z = 2^8 \cdot \left(\frac{1}{2} sin2z\right)^{10}$ равно 0,25.

Наибольшее значение исходного выражения равно 506,25.

Ответ. 506,25.

Во все варианты олимпиады для всех классов включены задачи по геометрии. Готовый чертеж, предлагаемый в задаче, помогает решать задачу устно [2, с. 14]. Приведем пример.

Задача 3 *(отборочный этап олимпиады для 5–7 классов).*

На рисунке 2 изображены три квадрата. Площадь наибольшего квадрата равна 144. Стороны остальных квадратов относятся как 1 : 3. Найдите периметр закрашенной фигуры.

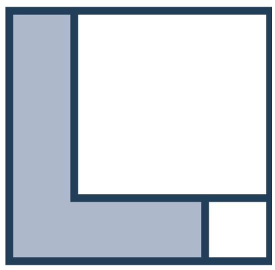


Рисунок 2

Решение. Сторона большего квадрата равна 12. В одной стороне большего квадрата укладываются стороны среднего и меньшего квадратов. Длины их сторон относятся как 1 : 3, поэтому стороны этих квадратов, соответственно равны 9 и 3.

Периметр закрашенной фигуры равен 12 + 3 + 9 + 3 + 9 + (9 – 3) = 42.

Ответ. 42.

Итоги олимпиады. География участников олимпиады УШБ по профилю «Математика» широкая. За последний год её участниками стали школьники из 65 городов России и Беларуси, 686 учащихся 5–7-х классов и 311 учащихся 8–11-х классов.

Среди учащихся 5–7-х классов было определено 126 победителей и призеров (получивших 50 и более баллов). Среди учащихся 8–9-х и 10–11-х классов были отобраны 74 победителя и призера, которые приняли участие в заключительном этапе.

Победители и призеры заключительного этапа олимпиады УШБ по математике для 10–11-х классов получают 10 дополнительных баллов в качестве индивидуального достижения при поступлении в Московский городской педагогический университет.

Участники олимпиады УШБ по математике, решая задачи, не только демонстрируют свои предметные знания и умения анализировать условия задач, рассуждать и решать нестандартные задачи, поддерживают интерес к математике, но и готовятся к будущей профессиональной деятельности. Школьникам, имеющим опыт участия в олимпиадах по математике и планирующим работать учителем математики, будет проще увлечь своих будущих учеников, пробудить интерес к математике.

Список литературы

1. Всероссийская олимпиада по математике и методике её преподавания: выявление и поддержка молодых талантливых учителей математики / М. Н. Кочагина, Е. Л. Мардахаева, Ю. А. Семеняченко [и др.] // Наука и школа. – 2024. – № 3. – С. 113–125.

2. Задачи по геометрии. Дополняем школьный учебник: методическое пособие / М. Н. Кочагина, С. М. Даниелян, В. В. Кочагин [и др.]. – М. : Московский городской педагогический университет, 2024. – 124 с.

3. Математические олимпиады как средство развития познавательной активности школьников / Е. Н. Бажанова [и др.] // Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». – 2023. – № 4 (66). – С. 78–93.

КЕЙС-МЕТОД В ФОРМИРОВАНИИ ГОТОВНОСТИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ К ОСУЩЕСТВЛЕНИЮ КОРРЕКЦИИ ЗНАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПО ГЕОМЕТРИИ

М. А. Кислякова, старший преподаватель,
Московский городской педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: kislyakova-833@mgpu.ru

Аннотация. В статье рассматривается применение кейс-метода в профессиональной подготовке будущих учителей математики в контексте формирования их готовности к осуществлению коррекции знаний школьников по геометрии. Обосновывается актуальность данного подхода в курсе «Коррекция знаний и умений школьников по математике» для бакалавров. Представлены примеры учебных кейсов, разработанных на основе типовых профессиональных методических ситуаций.

Ключевые слова: методическая подготовка учителя математики, коррекция знаний школьников, методика обучения геометрии, успеваемость, кейс-метод.

A CASE METHOD IN SHAPING THE READINESS OF FUTURE TEACHERS TO CORRECT STUDENTS' KNOWLEDGE OF GEOMETRY

M. A. Kislyakova, Senior Lecturer,
Moscow City Pedagogical University,
Moscow, Russia
e-mail: kislyakova-833@mgpu.ru

Annotation. The article examines the application of the case method in the professional training of future mathematics teachers in the context of their readiness to correct students' knowledge of geometry. The relevance of this approach in the course «Correction of knowledge and skills of schoolchildren in mathematics» is substantiated. Examples of educational cases developed on the basis of typical professional methodological situations are presented. The emphasis is placed on the interdisciplinary nature of the training and the practical orientation of the case method.

Keywords: methodical training of a mathematics teacher, correction of schoolchildren's knowledge, methods of teaching geometry, academic performance, case method.

Современные требования к профессиональной подготовке учителей математики подчеркивают важность формирования у студентов готовности к осуществлению коррекции знаний школьников как составной части педагогической деятельности. В работе [4] обосновано, что коррекция знаний школьников по геометрии представляет собой систему методических мероприятий по внесению изменений в процесс обучения геометрии, направленную на устранение пробелов в знаниях и умениях обучающихся с целью достижения промежуточных или итоговых планируемых результатов по геометрии; на повышение качества знаний обучающихся по геометрии с целью обеспечения достижения более высокого уровня знаний по геометрии по сравнению с текущим [4].

Готовность будущих учителей к осуществлению коррекции знаний школьников по геометрии предполагает сформированность у будущего учителя профессионально-методических знаний и умений, включающих диагностику затруднений учащихся, анализ причин их ошибок, проектирование эффективных форм, методов и средств педагогического воздействия. Подобная готовность, как подчеркивается во многих современных исследованиях [5–7], формируется на основе интеграции предметных, методических и психолого-педагогических знаний, а также в результате освоения технологий активного обучения.

Одним из эффективных методов формирования профессионально-методических умений будущих учителей математики выступает кейс-метод. Суть метода состоит в том, чтобы погрузить студентов в учебную ситуацию, смоделированную по образцу реальной профессиональной задачи, требующей комплексного анализа и принятия обоснованного решения [1, 2].

Анализ трудов И. Е. Маловой, Е. И. Скафа, В. А. Далингера, Н. С. Подходовой и наши собственные исследования подтверждают высокую эффективность кейс-метода в подготовке будущих учителей математики, особенно в части развития умений диагностировать затруднения школьников при изучении геометрии, подбирать адекватные виды коррекции и оценивать эффективность коррекционных мероприятий.

Нами разработан и апробирован курс по выбору «Коррекция знаний и умений школьников по математике» для бакалавров четвертого курса по направлению подготовки «Педагогическое образование. Профиль «Математика». Применение кейс-метода в рамках курса «Коррекция знаний и умений школьников по математике» позволяет сформировать умения студентов определять уровень знаний школьников после проведения контрольного мероприятия; определять объект и субъект коррекции; ставить цель и задачи коррекции; отбирать содержание коррекционных занятий в соответствии с целями коррекции и уровнем учащихся; уметь выбирать подходящий вид коррекции знаний; выбирать формы, методы и средства коррекции; определять последовательность и содержание этапов коррекционной работы и т. д.

Как и методические ситуации в школе, виды кейсов очень разнообразны. Интерес представляют учебные кейсы как специально разработанный материал, основанный на описании реальной или типовой профессиональной методической ситуации, требующей анализа и принятия решения [1,2].

В литературе разработаны теоретические основы применения учебных кейсов, включающие типологию кейсов (ситуация-проблема ситуация-оценка, ситуация-иллюстрация, ситуация-опережение и др.), виды анализа кейсов (диагностический, прогностический, оценочный, сравнительный и т. д.), источники кейсов, оформление решения кейсов (письменное, устное, краткое, полное и др.), формы работы студентов с кейсами (индивидуальные, групповые, в малых группах, ролевые игры) и т. д. [1; 2].

Для формирования готовности будущих учителей математики к осуществлению коррекции знаний школьников по геометрии мы предлагаем использовать три группы кейсов.

Первая группа кейсов состоит из ситуаций, в которых студентам необходимо определить необходимость осуществления коррекции знаний школьников по геометрии, выбрать объект и субъект коррекции и поставить цель коррекции знаний школьников.

Пример 1. Студентам предлагается провести анализ результатов самостоятельной работы по теме «Свойства параллельных прямых» учащихся седьмого класса. Цель диагностики – определить уровень знаний и умений школьников:

– определять градусную меру одного из двух соответственных, накрест лежащих или односторонних углов, образованных двумя параллельными прямыми и секущей, если задан второй угол;

– применять для нахождения углов фигур в ходе доказательств утверждений и решения задач условия равенства накрест лежащих (соответственных) углов или равенства 180 градусам суммы односторонних углов при пересечении двух параллельных прямых секущей;

– комбинировать свойства параллельных прямых для исследования геометрических фигур сложной конфигурации.

Для проведения анализа студентам были предложены следующие задания.

1. Решите задачи самостоятельной работы.

2. Проверьте работы учеников.

3. Определите возможные причины допущенных ошибок и предполагаемых трудностей учащихся. Какие знания и умения не сформированы у учащихся?

4. Сделайте вывод о необходимости проведения коррекции знаний.

5. Выберите объект и субъект коррекции.

6. Сформулируйте цель и задачи коррекции.

Вторая группа кейсов состоит из ситуаций, для разрешения которых студентам необходимо выбрать вид коррекции знаний и подобрать подходящий методический инструментарий, а именно формат, формы, методы и средства коррекции знаний школьников по геометрии.

Пример 2. При изучении темы «Теорема Пифагора» выяснилось, что большая часть класса не справилась с домашним заданием, в котором необходимо было применить теорему Пифагора к нахождению элементов треугольника.

Студенты выполняли следующие задания.

1. Предложите варианты проведения коррекции знаний учащихся на уроке.

2. Оцените каждый вариант по следующим критериям: активность учащихся, временные затраты, ожидаемая эффективность.

Пример 3. Ученик при работе у доски допустил несколько ошибок (арифметических, алгебраических, логических и т. д.) в решении следующей задачи: «Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, делит гипотенузу на отрезки, один из которых на 11 см больше другого. Найдите гипотенузу, если катеты треугольника относятся как 6 : 5».

Для проведения анализа ситуации студентам были предложены следующие задания.

1. Выберите вид коррекции знаний учащихся на уроке, обоснуйте свой выбор.

2. Предложите методы коррекции знаний и умений.

3. Разработайте или предложите средства коррекции разных видов знаний и умений школьников.

4. Оцените каждый вариант по следующим критериям: активность учащихся, временные затраты, ожидаемая эффективность.

Пример 4. Учитель выяснил, что учащиеся испытывают затруднения при распознавании подобных треугольников, представленных в различных геометрических конфигурациях. Одной из вероятных причин выявленных затруднений, включая психологические особенности восприятия, является сформировавшийся у обучающихся стереотип визуального представления подобных треугольников как двух одинаковых фигур, расположенных рядом и ориентированных одинаковым образом.

Студентам необходимо разработать методическое решение, направленное на коррекцию недостаточно сформированных умений школьников выполнять выносные чертежи, способствующие анализу и решению задач, содержащих подобные треугольники. В рамках задания предполагается создание методического сопровождения, включающего диагностические и тренировочные материалы (карточки для коррекции знаний, рабочие листы), а также использование интерактивных электронных образовательных ресурсов.

Пример 5. На этапе подготовки к основному государственному экзамену выяснилось, что у группы учащихся не сформировано умение находить углы, ассоциированные с окружностью. Студентам предлагается разработать два урока коррекции знаний в очном контактном формате и описать варианты организации самокоррекции знаний школьников, в том числе с применением ЭОР.

Третья группа кейсов состоит из ситуаций, направленных на обучение студентов проводить итоговую диагностику и определять, достигнуты ли цели коррекции знаний школьников по геометрии.

Опыт реализации курса «Коррекция знаний и умений школьников по математике» с систематическим применением кейс-метода показывает его высокую эффективность в развитии профессионально-методических компетенций студентов.

Список литературы

1. Белоногина, Д. А. Кейс-метод как один из инновационных методов активизации познавательной деятельности студентов / Д. А. Белоногина, В. А. Давыденко // Ученые заметки ТОГУ. – 2021. – Т. 12., № 1. – С. 174–179.

2. Далингер, В. А. Кейс-метод в обучении будущих учителей математики курсу «Типичные ошибки, их причины и пути предупреждения» / В. А. Далингер // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 3. – С. 571–573.
3. Кислякова, М. А. Междисциплинарные связи в подготовке будущих учителей к коррекции знаний школьников по математике: сборник статей II Международного форума для педагогов и исследователей в области математики «Градиент: Развитие математического образования: от содержимого к содержанию» (Москва, 26 января 2024 года). – М.: Изд-во «Интеллект-Центр», 2024. – 298 с. – С. 172–193.
4. Кочагина, М. Н. Коррекция знаний школьников как компонент процесса обучения геометрии / М. Н. Кочагина, М. А. Кислякова // Казанская наука. – 2024. – № 14. – С. 76–79.
5. Малова, И. Е. Инновации в подготовке учителя математики: материалы междунар. науч.-практ. конф. «Физико-математическое образование: традиции, инновации, перспективы» (26–27 октября 2023 года, г. Минск). – Минск: Изд-во Учреждение образования «Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка», 2023. – 304 с. – С. 14–16.
6. Подходова, Н. С. Профессионально-методические задачи в системе подготовки будущего учителя математики / Н. С. Подходова, Н. Л. Стефанова, А. М. Казакова. – СПб : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2024. – 168 с.
7. Скафа, Е. И. Инновации в подготовке будущих учителей к организации коррекции учебных достижений обучающихся / Е. И. Скафа // Человеческий капитал. – 2024. – № 4 (184). – С. 97–103.

УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ: КАКИМ ЕМУ БЫТЬ И ЧТО ДОЛЖНО ИЗМЕНИТЬСЯ В ЕГО ПОДГОТОВКЕ?

И. К. Кондаурова, к. пед. н., доцент,
Саратовский национальный исследовательский государственный университет
им. Н. Г. Чернышевского,
Саратов, Россия
e-mail: i.k.kondaurova@yandex.ru

Аннотация. Обоснована необходимость пересмотра подходов к подготовке будущих учителей математики в направлении усиления её мировоззренческого и фундаментального характера, осуществления опережающей методической функции и соблюдения разумного баланса между исследовательской и практической составляющими. Рассмотрены возможные варианты построения и содержательного наполнения образовательных программ «базового высшего» и «специализированного высшего» образования в зависимости от сроков освоения программ.

Ключевые слова: учитель математики, опережающая подготовка, практико-ориентированная подготовка.

MATH TEACHER: WHAT SHOULD HE BE LIKE AND WHAT SHOULD CHANGE IN HIS TRAINING?

I. K. Kondaurova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Saratov National Research State University named after N. G. Chernyshevsky,
Saratov, Russia
e-mail: i.k.kondaurova@yandex.ru

Annotation. The necessity of reviewing approaches to the training of future teachers of mathematics in the direction of strengthening its ideological character, implementing a proactive function and maintaining a reasonable balance between research and practical components is substantiated.

Possible options for the construction and content of educational programs of «basic higher» and «specialized higher» education are considered, depending on the timing of the development of programs.
Keywords: teacher education, mathematics teacher, advanced training, practice-oriented training.

Глобальные (стремительное изменение рынка труда, демографические вопросы, необходимость обеспечения научно-технологического и производственного суверенитета, масштабная цифровизация всех сфер жизни и др. [1]), отраслевые (переход с 1 сентября 2026 года на новую систему высшего образования [6] и др.), региональные (воссоздание Педагогического института в Саратовской области [11] и др.) вызовы современности определяют необходимость пересмотра и уточнения путей развития системы подготовки будущих учителей математики в информационно-образовательной среде педагогического вуза, встроенного в структуру классического университета. В связи с этим представляется продуктивным проанализировать отечественные и зарубежные исследования, содержащие перспективные предложения по подготовке учителей вообще и математики в частности.

Пути обновления содержания, способного составить ядро педагогического образования, В. С. Басюк, Е. И. Казакова, Е. Г. Врублевская видят в «мировоззренческой подготовке педагога как основе для его способности быть воспитателем; нахождении баланса между исследовательским и практическим компонентами в высшем педагогическом образовании» [2, с. 7–27].

В области теории и методики обучения математике, профессионального образования имеется множество теоретических и практических наработок (И. В. Дробышева, М. В. Егупова, В. И. Игошин, С. И. Калинин, И. Е. Малова, А. Г. Мордкович, В. В. Орлов, Е. С. Петрова, Н. С. Подходова, В. И. Снегурова, Н. Л. Стефанова, В. А. Тестов, Р. А. Утеева, С. В. Щербатых, А. В. Ястребов и др.), позволяющих с учетом накопленного коллегами и многолетнего собственного опыта намечать, уточнять и корректировать пути развития системы подготовки учителей математики в современной информационно-образовательной среде.

При этом следует учесть и региональные традиции по подготовке учителей, которая с позиций биографического подхода выстроена у нас как «университетский период становления профессиональной биографии будущего педагога от момента вхождения в профессионально-образовательное пространство до момента вхождения в самостоятельную профессиональную деятельность» [4, с. 25–27], и требования действующих федеральных государственных образовательных [7, 8] и профессиональных стандартов [9] (компетентностный подход), а также запросы работодателей, которые отмечают у современных выпускников педагогических направлений подготовки дефициты психолого-педагогических, исследовательских, цифровых и др. компетенций [3].

Обострение противоречия между требованиями к подготовке учителя в условиях постоянного ускорения профессиональной динамики, неопределенности отдаленного и ближайшего будущего и фактическим состоянием профессиональной подготовки учителя математики, а также слабая готовность будущих специалистов анализировать происходящие социально-профессиональные изменения и оперативно реагировать на них, актуализируют необходимость осуществления опережающей методической подготовки будущих учителей математики. Интерес к использованию идеи опережения просматривается, как на государственном (Концепция подготовки педагогических кадров для системы образования на период до 2030 года [10]), так и на региональном (Концепции развития педагогического образования в Саратовском государственном университете [5]) уровнях, а также в работах ученых из разных областей науки (Б. М. Бим-Бад, Н. Ф. Ганцен, Б. С. Гершунский, М. Д. Китайгородский, Н. В. Лушникова, В. В. Добрынина, С. Н. Лысенкова, А. М. Новиков, П. Н. Новиков, А. Д. Урсул и др.).

В докладе предполагается раскрыть содержательный аспект опережающей методической подготовки будущих учителей математики, увязав его с проектированием содержания подготовки применительно к новым уровням высшего педагогического образования («базовое высшее» образование, «специализированное высшее» образование).

Список литературы

1. Астапенкова, Т. Стратегия развития образования будет представлять мнения педагогов, учеников, родителей и власти / Т. Астапенкова // Учительская Газета: – 2025. – 16 янв. – UTL: https://ug.ru/strategiya-razvitiya-obrazovaniya-budet-predstavlyat-mneniya-pedagogov-uchenikov-roditelej-i-vlasti/?ysclid=m60i7oewky908524164 (дата обращения 24.05.2025).

2. Басюк, В. С. К вопросу о ядре педагогического образования в классическом университете / В. С. Басюк, Е. И. Казакова, Е. Г. Врублевская // Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование. – 2023. – Т. 21, № 3. – С. 7–27.

3. Вороткова, И. Ю. Диагностика профессиональных дефицитов современных педагогов на основании результатов профессиональной деятельности / И. Ю. Вороткова, А. В. Усачева // Педагогическое образование в России. – 2022. – № 2. – С. 105–112.

4. Кондаурова, И. К. Перспективы организации профессиональной подготовки будущих учителей / И. К. Кондаурова // Азимут научных исследований: педагогика и управление. – 2015. – № 3 (12). – С. 25.

5. Концепция развития педагогического образования в ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского» // СГУ: URL: https://www.sgu.ru/sites/default/files/page/files/koncepciyapedobrazovaniyasgu.pdf?ysclid=m6106kz6b466916657 (дата обращения 14.04.2025).

6. Нараленкова, О. Вузы готовятся к глобальной реформе с 1 сентября 2026: Как будет устроено высшее образование в России / Нараленкова, О. // Комсомольская Правда. – 2025. – 7 янв. – URL: https://www.kp.ru/daily/27649/5033890/ (дата обращения 14.04.2025).

7. Приаз от 22 февраля 2018 г. № 121 «Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование» : зарегистрировано в Минюсте России 15 марта 2018 г., регистрационный номер № 50362 (ред. от 08.02.2021) // ФГОС. – URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-44-03-01-pedagogicheskoe-obrazovanie-121 (дата обращения 14.04.2025).

8. Приказ от 22 февраля 2018 г. № 126 «Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – магистратура по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование» : зарегистрировано в Минюсте России 15 марта 2018 г., регистрационный номер N 50361 (ред. от 08 февраля 2021 г.) // ФГОС. –URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-44-04-01-pedagogicheskoe-obrazovanie-126 (дата обращения 14.04.2025).

9. Приказ Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. N 544н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» (с изменениями и дополнениями от 25 декабря 2014 г., 5 августа 2016 г.) : зарегистрировано в Минюсте России 6 декабря 2013 г., регистрационный N 30550 // ГАРАНТ.РУ [информационно-правовой портал]. – URL: https://base.garant.ru/70535556/ (дата обращения 14.04.2025).

10. Распоряжение Правительства РФ от 24 июня 2022 г. № 1688-р «О Концепции подготовки педагогических кадров для системы образования на период до 2030 г.» // ГАРАНТ.РУ [информационно-правовой портал]. – URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/404830447/?ysclid=m60ytllz0267783625 (дата обращения 14.04.2025).

11. Ректор СГУ объявил о воссоздании Пединститута // Взгляд-инфо: [сайт] – 2024. – 27 мар. – URL: https://www.vzsar.ru/news/2024/03/27/rektor-sgy-obyavil-o-vossozdanii-pedinstityta.html?ysclid=mchbyrtqpe927657089 (дата обращения 14.04.2025).

РАЗРАБОТКА ПРОЕКТОВ ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ КАК ПРИЁМ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ

С. И. Крылатых, старший преподаватель,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь, Россия
e-mail: cvetlana_h@mail.ru

Аннотация. Описан опыт использования методических проектов по дисциплине «Методика обучения математике» для студентов педагогического университета.

Ключевые слова: методика обучения математике, основная общеобразовательная школа, педагогическое образование, практические занятия, методический проект.

DEVELOPMENT OF PROJECTS ON MATHEMATICS TEACHING METHODS AS A WAY OF FORMING STUDENTS' PROFESSIONAL COMPETENCIES

S. I. Krylatykh, Senior Lecturer,
Perm State Humanitarian Pedagogical University,
Perm, Russia
e-mail: cvetlana_h@mail.ru

Annotation. The article describes the experience of using methodological projects in the discipline «Methods of Teaching Mathematics» for students of a pedagogical university.

Keywords: methods of teaching mathematics, secondary school, teacher training, practical classes, methodological project.

Подготовка квалифицированного будущего учителя математики, способного эффективно реализовывать общеобразовательные программы в основной школе, является одной из актуальных задач высшего педагогического образования. В рамках изучения дисциплины «Методика обучения математике» студенты осваивают не только теоретические знания, но и развивают профессиональные умения, необходимые им как будущим учителям математики. Бакалавры изучают теоретические основы методики преподавания математики, знакомятся и учатся применять современные подходы к обучению математике, разрабатывают и демонстрируют уроки, а также оценивают контрольно-измерительные материалы.

Одним из эффективных приёмов по формированию профессиональных компетенций является разработка студентами методических проектов в рамках изучения дисциплины. Проект по методике обучения или методический проект представляет собой самостоятельную работу студента, направленную на подробное изучение определенной темы школьного курса математики и описание методики работы с изучаемыми понятиями, утверждениями, методами.

Работа над методическим проектом проводится в несколько этапов. Так, на третьем курсе в рамках проекта студенты работают с содержанием курса школьной математики 5-6-го классов. Объём проектируемой темы составляет 6–8 часов. Студенты работают в группе до четырех человек и у них есть возможность получить одну онлайн консультацию у преподавателя. Например, студентам в начале шестого семестра предлагаются следующие темы: «Натуральное число. Ряд натуральных чисел. Число 0. Изображение натуральных чисел точками на координатной (числовой) прямой»; «Обыкновенная дробь, основное свойство дроби, сокращение дробей. Сравнение и упорядочивание дробей»; «Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение логических задач» и т. д.

Основными заданиями проекта являются:

– выполнение логико-математического анализа заданной темы;

– анализ федеральной рабочей программы по математике для определения содержания и соответствующих планируемых результатов, а также основных видов деятельности школьников при изучении данной темы;

– разработка тематического планирования по изучению темы, определение результатов ранее изученных тем по соответствующей содержательной линии;

– работа с содержанием школьного учебника по установлению вида заданий и формируемых действий (задания на распознавание, формирование умения, отработку правила или алгоритма, включение в систему знаний и т. д.);

– работа с контрольно-измерительными материалами: анализ самостоятельной работы по теме с выделением умений, которые проверяются в каждом задании;

– разработка одного конспекта урока изучения нового знания по выбранной теме с демонстрацией фрагмента урока на зачетном занятии.

Например, в проекте по теме «Числовые выражения, порядок действий, использование скобок. Использование при вычислениях переместительного и сочетательного свойств сложения и умножения, распределительного свойства умножения» студент должен учесть, что школьники практически весь теоретический материал освоили в начальных классах, а поэтому необходимо спланировать диагностическую работу в начале изучения темы и выявить проблемные места при выполнении вычислений. Студенты в выполненных проектах по данной теме планировали такие формы работы как дидактические игры, конкурсы и соревнования. А при работе над проектом по теме «Обыкновенная дробь, основное свойство дроби, сокращение дробей. Сравнение и упорядочивание дробей», содержащем много нового материала, студенты выбирают такие формы работы как проблемные вопросы, поисковые и практические задания, которые подводят учеников к самостоятельному открытию новых знаний. Для формирования прочных вычислительных навыков во время урока будущие учителя предлагают использовать устный счет, карточки-тренажеры, цифровые платформы – тренажеры, парную работу со взаимопроверкой.

При подготовке к проекту на практических занятиях обязательно обращается особое внимание на составление конспекта урока. В начале курса будущие учителя разрабатывают фрагменты уроков по изучению нового понятия, свойства или теоремы, решения нового типа текстовой задачи. Затем выполняется подробный разбор и анализ предложенных видео уроков математики, в ходе которого обсуждаются диалоги учителя и обучающихся, прёмы мотивации и стимулирования к учебной деятельности, реакция учителя на неверные ответы школьников. Только после этого третьекурсники приступают к разработке конспекта урока и составлению технологической карты урока. Часто в выполненных проектах встречается ситуация, когда учитель на уроке – это единственный источник информации, поэтому он «объясняет», «рассказывает и показывает», а ученики должны «слушать», «выполнять задания учителя» и слушаться. Для того чтобы основная деятельность на уроке выполнялась самими учениками, на практических занятиях по методике обучения со студентами «проигрываются» фрагменты уроков, в ходе которых будущие учителя учатся задавать разные вопросы, проектировать различные варианты развития хода урока, прогнозировать трудные моменты в изучении темы. Работа в паре или малой группе помогает студентам самим определить методические приёмы по изучению выбранной темы. В ходе такой подготовки на занятиях по методике у будущих учителей формируется свой стиль поведения и взаимодействия с учениками, появляется опыт по проектированию и проведению урока.

Другой часто встречающейся ситуацией бывает недостаточность или избыточность материала для изучения на одном уроке. Например, при изучении тем школьного курса связанных с решением текстовых задач, студенты предлагают решить не более двух текстовых задач по общей схеме работы с задачей. Однако в ходе анализа урока другие студенты видят, что этого недостаточно и необходимо разнообразить урок с применением разных видов деятельности. В ходе мозгового штурма появляются варианты заданий:

– найти из списка задачу нового типа;
– выбрать подходящую краткую запись к задачам;
– дополнить или завершить решение новой задачи;
– найти ошибку в решении задачи.

На четвертом курсе студенты работают с содержанием курса математики 7–11-х классов. Объём темы проекта составляет около 20 часов, работа выполняется индивидуально, у студентов также есть возможность получить две онлайн консультации у преподавателя.

Задания в проекте дополняются:

– анализом содержания школьного курса математики на базовом и углубленном уровнях по выбранной теме;

– разрабатываемыми конспектами – урок изучения нового знания и урок обобщения и систематизации.

По окончанию изучения курса методики студенты должны провести фрагмент урока на базе центра профессиональных (демонстрационных) экзаменов ПГГПУ. Группа делится на три подгруппы, когда участники первой подгруппы проводят уроки в демо-центре, вторая подгруппа должна «играть» группу школьников с определенными условиями (например, слабо мотивированы на изучение математики; не вступают в коммуникации друг с другом и т. п.). Третья подгруппа студентов – это эксперты-наблюдатели, которые в это же время в соседней аудитории демо-центра следят за демонстрацией фрагмента урока и заполняют протокол по оценке фрагмента урока. Студенты-наблюдатели должны сформулировать вопросы или рекомендации студенту-учителю или «школьникам».

Для оценки урока ссотвляется протокол. Критериии и показатели отражены в таблице.

Таблица – Критерии и показатели оценки сформированности компетенций

Критерии	*Показатели*
1. Сформированность универсальных компетенций	1.1. Поддерживает разные способы взаимодействия обучающихся, с целью достижения цели урока, учебного занятия, образовательного события с учетом межкультурного разнообразия общества
	1.2. Формирует личностные образовательные результаты, осуществляя гражданское, патриотическое, духовно-нравственное, эстетическое, трудовое, экологическое воспитание
	1.3. Успешно преодолевает коммуникационные барьеры, использует вопросы на понимание, развивает умение формулировать вопросы и способствует развитию речевой культуры обучающихся
	1.4. Содержание урока (события) соответствует заявленной тематике, работа с ведущими понятиями темы и урока ведется на научном и доступном уровне
2. Сформированность общепрофессиональных компетенций	2.1. Учитывает возрастные и социокультурные особенности обучающихся при определении уровня сложности материала, его объёма и способа изложения

Продолжение таблицы

	2.2. Применяет задания на формирование метапредметных умений и функциональной грамотности обучающихся
	2.6. Создает психологически безопасную атмосферу урока, учебного занятия, образовательного события
	2.8. Владеет основными научными понятиями предметной области, показывает практическую ценность предметного содержания
	2.9. Целесообразно использует разные средства информационных технологий, в том числе, для обеспечения наглядности и визуализации материала
3. Сформированность профессиональных компетенций	3.1. Применяет разнообразные методические прёмы для достижения целей и задач урока (события), соответствующие выбранной педагогической технологии.
	3.2. Целесообразно использует средства обучения предмету
	3.3. Организует учебное сотрудничество обучающихся, совместно-распределенную деятельность, создаёт ситуации выбора и принятия решений

При подготовке конспекта урока студенты могут воспользоваться готовыми материалами: учебно-тематическим планом, конспектами уроков, главное, чтобы они соответствовали требованиям ФГОС основного общего образования и были реализованы в системно-деятельностном подходе.

Таким образом, разработка методического проекта и его поэтапная реализация в ходе изучения методики обучения математике позволяет студентам не только расширять теоретические знания по математике и методике, но и применить их на практике, а также критически оценивать готовые материалы к уроку, формулировать вопросы по организации учебного процесса и используемых приёмов, проводить самоанализ урока.

ЭЛЕКТРОННЫЙ СТРУКТУРИРОВАННЫЙ УЧЕБНИК-СПРАВОЧНИК ПО МАТЕМАТИКЕ

К. А. Лебедев, д. ф.-м. н., профессор,
Кубанский государственный университет,
Краснодар, Россия
e-mail: klebedev.ya@yandex.ru

Аннотация. Основой представленного электронного учебника-справочника является структурный подход к математике, где изучение ведётся через последовательное освоение иерархии структур. Центральную роль при изучении структуры играет функция, которая с помощью графических средств и аналитических инструментов искусственного интеллекта (ИИ) становится ключом к пониманию закономерностей структуры.

Ключевые слова: образование, диалектика, информационные технологии, математические структуры, искусственный интеллект, учебник, функции.

ELECTRONIC STRUCTURED TEXTBOOK MATHEMATICS REFERENCE GUIDE

K. A. Lebedev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Kuban State University, Krasnodar, Russia

Abstract. The foundation of the presented electronic textbook-reference guide is a structured approach to mathematics, where study is conducted through the sequential mastery of numerical and algebraic systems as a hierarchy of mathematical structures. The central role in this process is played by functions, which, with the help of graphical tools and analytical instruments of AI, become the key to understanding complex mathematical concepts.
Keywords: education, dialectics, information technologies, mathematical structures, artificial intelligence, textbook, functions.

На протяжении последнего столетия система образования во всем мире сталкивается с нарастающими трудностями, вызванными стремительным развитием науки, информационных технологий и искусственного интеллекта. Педагогическая наука сегодня явно не успевает адаптироваться к развитию науки. Более того, за последние 200 лет она так и не смогла полноценно интегрировать в свою методологию ***законы диалектики***, а фундаментальные принципы психологии и принципы понятного обучения игнорируются [4, 5]. Вместо этого современное образование[5] продолжает опираться на ***узкоспециализированные теории*** – будь то деятельностный или развивающий подходы, компетентностные модели или отдельные методические принципы, например, принцип высокого теоретического уровня (ВТУ). Эти концепции оторваны от живой реальности, классической психологии, не учитывают диалектического развития познания и страдают фрагментарностью. Законы диалектики дают ясные указания на то, где следует искать решения и где это делать бессмысленно.

В условиях общего кризиса диалектика становится особенно актуальной, поскольку она объясняет процессы познания и развития. Несмотря на то, что на сегодняшний день появляется множество публикаций о процессе развития в образовании, но определения и основные формулы развивающего процесса остаются вне обсуждения, а ключевые диалектические законы развития, законы появления нового, игнорируются [4, 5]. Это приводит к созданию множества неуместных и нелепых идей.

Диалектика формулирует свои три закона развития таким образом, что противоречие между старым и новым разрешается в новых рамках через медленное количественное накопление и скачкообразный переход к новому качеству, при этом сохраняя все положительные аспекты старого. Новое наследует все положительное в старом. Поэтому бессмысленно изобретать новые принципы появления нового. Если мы признаем, что советская школа была одной из лучших в мире [10, 11], то в современных условиях все её достижения должны быть интегрированы в новую образовательную парадигму с использованием современных инструментов, предоставляемых информационными технологиями (ИТ). Но как это реализовать?

Цель данной работы заключается в демонстрации тех возможностей ИТ, которые одни только способны диалектично объединить старое и новое, традиции и новации в новом качестве.

Современные информационные технологии (ИТ) стали результатом длительного развития, в основе которого лежит объектно-ориентированное программирование (ООП). Именно благодаря этой парадигме программирования мы наблюдаем все современные достижения в области вычислительной техники. Основы концепции впервые были

[5] Образование употребляется в единственном числе, как концептуальное обобщение, чтобы подчеркнуть, что речь идёт об универсальных вызовах, стоящих перед всеми образовательными системами (развитие ИТ, цифровизация, внедрение ИИ, господство информатики, развитие новых технологий, миниатюризация, углубление в познание новых видов материи); глобальные тенденции, а не специфика отдельных стран; образование как институт в философском смысле

представлены в 1949 году французскими математиками, выступавшими под коллективным псевдонимом Н. Бурбаки, в их работе «Архитектура математики». Суть их открытия проста и диалектична: структура – это набор множеств (основного и вспомогательных, как правило, числовых), связанных отображениями и подчиняющихся определённому набору аксиом. Уже в 1949 году велась активная работа над вычислительными процессами, где потребовалась именно такая структурированная модель. Бурбаки утверждал, что любая математическая дисциплина представляет собой определённую структуру. Например, разделы топологии, алгебры и функционального анализа могут быть описаны как иерархия структур, где каждая новая структура наследует свойства предыдущих, диалектично поглощая старое и создавая новое [2]. Квантовую механику, например, можно представить как набор из трёх структур [8]. Джон фон Нейман в своей работе [13] предвосхитил понятие структуры и до сих пор остаётся единственным, кто строго рассматривает квантовую механику как математическую структуру. Аналогично, все пространства (структуры), рассмотренные В. А. Садовничим, также являются примерами математических структур [12]. Существует множество примеров, когда математические структуры отражают теории в математике, физике (например, теория относительности) или химии (например таблица Менделеева, линейная термодинамика). Особенно наглядно идея математической структуры проявляется в программировании: здесь вместо термина «математическая структура» используется понятие «класс», а термин «структура» соответствует классу без методов (подпрограмм).

В элементарной и в высшей математике существуют иерархическая система структур. Ярким примером такой иерархии, касающейся числовых систем, служит схема, предложенная академиком Колмогоровым и представленная на рисунке 100 в его работе [1, стр. 256]. Это было подмечено авторами школьных учебников МГУ – школе под руководством академика С. М. Никольского, и учебники 5–6-х классов созданы строго с этой идей [6], а В. А. Садовничий отразил это в своём предисловии к учебникам, сказав, что математику лучше учить так, как она устроена, последовательно, от одной структуры к новой, которая поглощает старую. Слова у него другие, но суть точно такая. К сожалению, авторы реализовали такой подход только для числовых систем [6] в 5–6-х классах, но не смогли его продолжить на алгебраические системы, которые изучаются в 7–9-х, 10–11-х классах. В работе [3] иерархия структур охватывает и числовые, и алгебраические системы. Эту иерархию можно представить в разных видах, в виде таблиц, лестницы, диаграммы Венна [7]. При этом и математика, и программирование убедительно демонстрируют диалектику развития и появления нового, которое поглощает старое, новации, если они хотят быть ценными и полноценными, *обязаны* унаследовать всё положительное от *традиций*.

Изучение математики можно рассматривать как последовательное освоение структур, начиная с натуральных чисел. Эта базовая структура включает два основных действия – сложение и умножение – которые подчиняются определённым аксиомам. Хотя в начальной школе аксиомы Пеано никогда не преподаются, в программировании первичной операцией для класса натуральных чисел считается прибавление единицы. Далее появляются дробные числа – более сложная структура (или класс), которая расширяет предыдущую, добавляя новые объекты и методы, при этом наследуя все свойства натуральных чисел. В программировании для надёжной работы важно строго соблюдать принципы наследования, инкапсуляции и полиморфизма, хотя в самой математике этим аспектам не уделяется почти никакого внимания. В целом, все 15 математических структур образуют последовательную иерархию, которую можно представить в виде двух таблиц – числовых и алгебраических систем [70]. По своей философской сути эта иерархия схожа с таблицей Менделеева в химии. Такой подход упрощает и делает более эффективным процесс обучения: новые знания и навыки постепенно строятся на прочном фундаменте уже усвоенных понятий. Химики так давно учат по разделам (столбцы таблицы– группы элементов, но периоды – строки таблицы). Как метафорично отметил В. А. Садовничий, математические структуры подобны этажам здания. Очевидно, невозможно надёжно построить новый этаж без прочной опоры на предыдущий.

Мы представляем инновационный электронный учебник-справочник [9], в котором впервые структурированы как числовые, так и алгебраические системы. Хотя это первая версия и она не лишена недостатков, наш проект предлагает решение проблемы, над которой математики и методисты работают с середины XX века. По своей сути, это не просто учебник, а комплексная база знаний, выполняющая роль практического руководства по существующей учебной литературе за последнее столетие. Особенность нашего подхода заключается в строгой структурной организации материала (иерархия структур).

В течение последнего года педагоги активно используют ИИ, который анализирует и систематизирует содержание классических и современных учебников; автоматически генерирует методические материалы; формулирует, описывает и доказывает математические положения; создаёт программный код для задач средней сложности на различных языках программирования; работает с лингвистическими проблемами, включая стилистику и орфографию на широко распространённых естественных языках.

Визуализация математических концепций пока остаётся за специализированными программными пакетами (MathCAD, GeoGebra, Demos). Интеграция графических методов принципиально меняет преподавание алгебры, придавая ей синтетический характер, традиционно присущий геометрии. Такой подход позволяет сочетать наглядность графических представлений любых функций с глубиной абстрактного анализа, создавая единую систему, где различные типы графиков органично дополняют теоретические построения с анализом рядов, сходимостей, интегральных и дифференциальных операторов, численных и символических расчётов и т. п.

Другой ключевой принцип, заложенный в электронный учебник, касается важной роли функций в математике, который сделан лейтмотивом в учебниках А. Г. Мордковича. В сочетании с принципом структурирования, это можно сформулировать так: при изучении конкретного раздела (структуры) центральное место занимает тема функции, которая сама по себе имеет большое значение. Однако с использованием графики и возможностей аналитических преобразований с помощью математических пакетов и ИИ тема функции играет решающую роль в понимании таких понятий, как тождества, уравнения и неравенства, особенно когда речь идёт о модулях, и особенно с параметрами. Таким образом, все темы какого-либо раздела (структуры) рассматриваются через призму функций и графики.

В условиях информатизации и ИИ весьма просто перешагнуть рамки возможностей учеников и тогда благие намерения в развитии учеников будут оборачиваться своей обратной стороной – дебилизацией. Поэтому особую важность имеют физиолого-психологические возрастные принципы понятного и развивающего (количество переходит в качество) диалектического обучения, которые сформулированы в виде природосообразных принципов русской и советской школы: систематического применения письменной и устной речи, системности (структурированности), сознательности, предметности (наглядности), конкретности, систематического решения текстовых задач (арифметическим и алгебраическим способами), устный счёт (сочетается с компьютерным счётом и программированием), постепенности, учёта психологии, возрастных ограничений, систематического углубляющего повторения, стабильности, учёта абсолютного и относительного в познании и образовании [6, 7]. Хороши принципы развивающего обучения

В. Ф. Шаталова [10], перекликающиеся с принципами русской и советской школы: непрерывная письменная и устная речь, систематическое решение текстовых задач и устный счёт с принципами кодирования и раскодирования знаний и другие.

Список литературы

1. Колмогоров, А. Н. Математика – наука и профессия / А. Н. Колмогоров. – М. : Наука, 1988. – 288 с.
2. Лебедев, К. А. Архитектура математики: топология, алгебра и функциональный анализ. КубГУ. Краснодар, 2001. – 16 с.
3. Лебедев, К. А. Архитектура элементарной математики. Краснодар. 2000. – 32 с.
4. Лебедев, К. А. Диалектика, познание, образование и психология / К. А. Лебедев // Математическое образование. – 2025. – №2 (114). – С. 2–18.
5. Лебедев, К. А. Диалектика, познание, образование и психология / К. А. Лебедев // Доклад на Научном семинаре «Математика и информатика в средней и высшей школе». – URL: https://dzen.ru/a/Z8tdQ3I0bnbKCQEo (дата обращения 01.05.2025).
6. Лебедев, К. А. О методических и научных принципах создания школьного учебника математики серии “МГУ-школе” Часть 1. Числовые системы (5-6 классы) // Математическое образование. – 2016. – выпуск 3(79). – С. 3-20.
7. Лебедев, К. А. Применение педагогических ценностей русской школы для изучения математики. Математическое образование. – 2023. – №2 (106). С.3–11, №3 (107). С.5–13.
8. Лебедев, К. А. Тумаев Е.Н. Структура квантовой механики / К. А. Лебедев // Экологический вестник научных центров ЧЭС. – 2020. – Т. 17, № 2. – С. 66–73.
9. Лебедев, К. А. Универсальный учебник-справочник / К. А. Лебедев. – URL: https://dzen.ru/a/Xr9vUPCm0RPVS2y9 (дата обращения 01.05.2025).
10. Лебедев, К. А. Эффективные и неэффективные методики изучения математики. Часть 1. Принципы / К. А. Лебедев. – URL: https://dzen.ru/a/XrhIn6Ga6lqpMAak (дата обращения 01.05.2025).
11. Лебедев, К. А. Эффективные и неэффективные методики изучения математики. Часть 2. Учебник / К. А. Лебедев. –URL: https://dzen.ru/a/Xr6e_AvG9WhrLq0R#videoyroliki.
12. Садовничий, В. А. Теория операторов / В. А. Садовничий. – М. : Высшая школа, 1999. – 368 с.
13. Neumann J. Mathematical of Quantum Mechanics / J. Neumann. – Berlin, 1932. – 368 p.

О ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ – БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К ОРГАНИЗАЦИИ И ПРОВЕДЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

В. Р. Майер, д. пед. н., профессор,

В. В. Абдулкин, к. ф. - м. н., доцент,

Е. А. Аёшина, к. пед. н., доцент,

Красноярский государственный педагогический университет им. В. П. Астафьева, Красноярск, Россия

e-mail: mavr49@mail.ru; abdulkin@kspu.ru; semina@kspu.ru

Аннотация. Представлен опыт кафедры математики и методики обучения математике КГПУ им. В. П. Астафьева по подготовке студентов, обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) Математика и информатика, к организации и проведению математических олимпиад для школьников. Заявленная подготовка реализуется в рамках производственной практики «Профильное исследование в математике» в условиях реально проходящей региональной олимпиады по геометрии.

Ключевые слова: олимпиада, комплекты задач, динамические чертежи, видеоролики с решениями, критерии оценивания, организационное сопровождение олимпиады.

ABOUT THE PREPARATION OF STUDENTS - FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS TO ORGANIZE AND CONDUCT MATHEMATICAL OLYMPIADS FOR SCHOOLCHILDREN

V. R. Mayer, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
V. V. Abdulkin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
E. A. Ayoshina, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Krasnoyarsk state pedagogical university named after V. P. Astafyev,
Krasnoyarsk, Russia
e-mail: mavr49@mail.ru; abdulkin@kspu.ru; semina@kspu.ru
Annotation. The article presents the experience of the department of mathematics and methods of teaching mathematics KSPU named after V.P. Astafyev in preparing students studying in the field of teacher education, mathematics and computer science profiles, for organizing and conducting mathematical olympiads for schoolchildren. The stated training is being implemented within the framework of the industrial practice «Specialized research in mathematics» in the context of the actual regional geometry olympiad.
Keywords: olympiad, problem sets, dynamic drawings, videos with solutions, evaluation criteria, organizational support of the olympiad.

Существует достаточно большое количество научно-методической и учебно-популярной литературы, посвящённой не только олимпиадам по математике, но и предшествовавшим им различным конкурсам по решению математических задач. В России такие конкурсы начали проводиться с 1886 года. Первая олимпиада по математике прошла в СССР в 1934 году в Ленинграде, в 1935 году – в Москве. До войны олимпиады проводились ежегодно, после Великой Отечественной войны они стали традиционными для многих городов Советского Союза.

Первая Международная математическая олимпиада была проведена летом 1959 года в Румынии. Для подготовки школьников к участию в таких олимпиадах XXIII Московская олимпиада 1960 года расширила свою географию, в ней приняли участие команды тринадцати краёв и областей РСФСР, девяти союзных республик. Со следующего 1961 года олимпиада получила всероссийский статус и стала проводиться регулярно. По положению об олимпиаде, принятому в этом же году, она проходила в четыре тура: школьный, районный, региональный и заключительный. С 1967 года олимпиада получила статус Всесоюзной, после распада Советского Союза стала именоваться Всероссийской.

Конец XX–начало XXI века стал трудным периодом не только для экономики нашей страны, но и для многих других сфер человеческой деятельности, в частности, для такой чувствительной сферы как образование. Именно в этот промежуток времени стали появляться региональные олимпиады, инициаторами которых выступили математические сообщества, ведущие университеты страны. Основная причина организации таких олимпиад – существенное снижение качества математической подготовки обучающихся «массовой» общеобразовательной школы. В большей степени снижение качества коснулось геометрии. Именно по этой причине Красноярский государственный педагогический университет (на тот период времени – институт) в 1997 году приступил к проведению геометрических олимпиад сначала для школьников города Красноярска, позднее к олимпиаде подключились и другие школы края. Всего проведено 29 олимпиад. Олимпиада организована в 2 тура, заочный и очный, участвуют в ней обучающиеся 8–11 классов. Формат заочного – дистанционный, проходит он в течение всего ноября, по его итогам отбираются участники очного тура, который проводится в субботний день школьных весенних каникул.

Наибольший пик, как по качеству выполнения геометрических заданий, так и по количеству участников олимпиады пришёлся на 2006–2018 годы. В этот период ежегодно в заочном туре в среднем принимало участие около 500 школьников 8–11 классов, к очному туру допускалось от 300 до 350 человек. По количеству участников заочного тура лидировали 8 и 9 классы, кстати, наибольший отсев при допуске к очному туру также был среди этих классов. Начиная с 2019 года, наметился спад активности, который в течение последних четырёх лет ознаменовался заметным снижением количества участников олимпиады [1]. Так, в заочном туре олимпиады 2024/2025 учебного года приняло участие лишь 186 учеников, к очному туру было допущено всего 114 человек. Снизились и результаты выполнения заданий. Так, из 114 участников очного тура ни одному из учеников 8, 10 и 11 классов не удалось решить все 4 задания. Выросло число тех школьников, кому не удалось решить ни одной задачи. Стало больше и тех участников олимпиады, кто сдавал работы задолго до истечения четырёх часов, отведённых на их выполнение. В общем, сложилась такая ситуация, когда стало понятно, что учеников необходимо заранее готовить к участию в олимпиаде, и заниматься этим лучше всего непосредственно в самих школах.

Учитывая загруженность не только учителей математики, но и самих учеников, самым оптимальным, на наш взгляд, могла бы стать специальная подготовка школьников к участию в олимпиаде. С этой целью было бы полезно провести со всеми желающими учащимися 8–11-х классов в преддверии заочного тура в сентябре и октябре обсуждение некоторых задач предыдущих олимпиад. На таких занятиях кроме статических чертежей, которые традиционно появляются на доске на обычных уроках, можно воспользоваться подготовленными заранее в одной из систем динамической математики анимационными чертежами или видеороликами, визуализирующими решения геометрических задач. Подобные занятия вполне могут проводить не только учителя, но и приглашённые преподаватели и студенты вуза – организатора олимпиады. Занятия в первом учебном полугодии можно завершить обсуждением в декабре итогов выполнения учениками в ноябре заочного тура краевой олимпиады. В феврале школам необходимо сосредоточиться более предметно и обстоятельно на тех учениках, кто был отобран к участию в очном туре олимпиады, с ними желательно провести соответствующие занятия.

Для того чтобы квалифицированно организовать и провести описанную выше работу необходимо у студентов – будущих учителей математики сформировать соответствующие компетенции в процессе их обучения в педагогическом вузе. Учитывая это обстоятельство, в 2022 году в соответствии с учебным планом по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) Математика и информатика, реализуемым на основе единых подходов к структуре и содержанию «Ядра высшего педагогического образования», кафедра математики и МОМ Красноярского педагогического университета разработала рабочую программу производственной практики «Профильное исследование в математике».

Цель и направленность практики: формирование систематизированных знаний, умений и исследовательских компетенций, необходимых при организации и проведении не только математических олимпиад для школьников, но и связанных с ними профильных исследований по математике в условиях цифровизации образования.

Соответственно цели были поставлены следующие задачи практики:

– изучение особенностей проведения университетом ежегодной краевой олимпиады по геометрии для школьников, методик составления олимпиадных заданий, разработка авторских заданий по геометрии, критериев оценивания решений заданий;

– формирование умений, связанных с использованием информационных технологий для конструирования динамических чертежей, поддерживающих решения геометрических заданий, создание роликов с видеоразбором решения олимпиадных заданий;

– формирование предметных профессиональных компетенций, необходимых для квалифицированного анализа выполнения заданий по итогам олимпиады, подготовки рекомендаций её участникам и учителям математики, проведения соответствующих профильных исследований по математике.

Производственная практика «Профильное исследование в математике» относится к части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений, входит в предметно-методический модуль, является рассредоточенной. Она направлена на осмысление содержания дисциплины «Геометрия» с точки зрения применения изученного материала при организации и проведении олимпиад по геометрии, при подготовке школьников к участию в таких олимпиадах, в своей будущей профессиональной деятельности. Содержание практики основано на материале математических дисциплин алгебры и геометрии первого и второго курсов, а также на знаниях и умениях, сформированных у студентов на учебной ознакомительной практике.

Производственная практика «Профильное исследование в математике» в первый раз проводилась в 2024/2025 учебном году. В этом же учебном году проходила XIX Региональная олимпиада по геометрии имени профессора С. А. Анищенко среди учащихся 8–11-х классов. В соответствии с приказом ректора две учебные группы 3 курса были направлены для прохождения рассредоточенной производственной практики: профильное исследование в математике со 2 сентября по 26 декабря 2024 года в количестве 43 человек. Студенты были разбиты на 4 группы по 10–11 человек, за каждой группой закреплялся один из четырёх классов с восьмого по одиннадцатый. Кроме этого, каждая группа отвечала за определённые районы города Красноярска и Красноярского края. Руководитель практики провёл три установочных семинара, они прошли по одному во вторую, третью и четвёртую недели сентября. В течение октября и ноября студенты в рамках самостоятельной работы (116 часов) выполняли следующую работу:

– знакомились с опытом проведения отечественных и зарубежных математических олимпиад для школьников;

– формировали пакеты олимпиадных заданий по геометрии, готовили для каждого задания анимационные чертежи в одной из систем динамической математики, оформляли решения заданий, разрабатывали критерии оценки выполненных заданий;

– рассылали по школам края информационные письма о проведении с 1 по 30 ноября заочного тура очередной открытой Краевой олимпиады по геометрии имени профессора С. А. Анищенко среди учащихся 8–11-х классов;

– выставляли 1 ноября отобранные членами жюри варианты заданий на сайт университета, готовили видеоролики с разбором решения каждого задания.

В течение первых трёх недель декабря в рамках самостоятельной работы (58 часов) студенты выполняли следующую работу:

– совместно с членами жюри проверяли решения олимпиадных заданий;

– выставляли на сайт университета итоги заочного тура, решения олимпиадных заданий и видеоролики с пошаговым разбором решения каждого задания;

– готовили анализ выполнения участниками олимпиады заданий заочного тура, высылали результаты анализа в школы края;

– составляли совместно с членами жюри олимпиадные задания для очного тура, который проводился 15 марта 2025 года.

Подводя итог, отметим, что наш опыт вовлечения студентов в организацию и проведение открытой региональной олимпиады по геометрии, без всякого сомнения, следует считать положительным. Все студенты, прошедшие производственную практику «Профильное исследование в математике», получили бесценный опыт, который им понадобится при проведении школьных математических олимпиад.

Список литературы

1. Майер, В. Р. Проблемы геометрической подготовки обучающихся 8–11 классов на основе анализа результатов открытой краевой олимпиады по геометрии им. проф. С. А. Анищенко / В. Р. Майер, В. В. Абдулкин, Е. А. Аёшина // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В. П. Астафьева, 2024. – № 4. – С. 5–21.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ТВОРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

З. П. Матушкина, к. пед. н., доцент,
Курганский государственный университет,
Курган, Россия
e-mail: zoja_mat@mail.ru

Аннотация. Здесь раскрываются возможности организации самостоятельной и творческой деятельности студентов, а также основы обучения решению задач, приёмы работы учителя и учащихся на каждом этапе процесса решения задачи и методические рекомендации по обучению решению задач.

Ключевые слова: самостоятельная и индивидуальная работа, методическая подготовка учителя математики, методика обучения решению задач, самостоятельность.

ORGANIZATION OF INDEPENDENT CREATIVE ACTIVITIES OF STUDENTS WHEN STUDYING METHODS OF TEACHING MATHEMATICS

Z. P. Matushkina, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Kurgan State University,
Kurgan, Russia
e-mail: zoja_mat@mail.ru

Annotation. It reveals the possibilities of organizing independent and creative activities of students, as well as the basics of learning to solve problems, the methods of work of the teacher and students at each stage of the problem's solving process and methodological recommendations for learning to solve problems.

Keywords: independent and individual work, methodological training of a mathematics teacher, teaching methods for solving problems, independence.

Стратегия модернизации образования в России предъявляет новые требования – формировать творческую и активную личность обучаемого. В системе вузовского образования на первый план выдвигается дальнейшее формирование личности, способной к самостоятельной организации собственной деятельности. В последнее время практически во всех документах по совершенствованию образования указывается на необходимость повышения роли самостоятельной работы студентов над учебным материалом, усиления ответственности преподавателей за развитие навыков самостоятельной работы, воспитание творческой активности студентов. Организация самостоятельной работы студентов должна стать ведущим принципом построения учебного процесса в вузе. Именно поэтому мы придаем большое значение самостоятельной работе студентов, которая помогает им подготовиться к будущей профессии.

Формирование умений самостоятельной работы студентов мы осуществляем во всех формах учебного процесса и на всех этапах овладения знаниями, умениями и навыками. Считаем, что одним из важнейших требований для успешного усвоения того или иного курса является активизация самостоятельной деятельности студентов. При изучении курса теории и методики обучения математике одним из средств активизации деятельности студентов может служить разработка методических проектов. Содержание методического проекта включает в себя разработку, изготовление и защиту дидактических материалов, например, для организации обучения решению задач. Умение решать задачи является не только показателем профессиональной подготовки будущего учителя математики, но и необходимым элементом всей человеческой деятельности. Вот почему обучение решению задач является одной из важнейших составных частей математической и методической подготовки студентов.

Как показывают наши исследования, совершенствование обучения решению задач предполагает:

–специальное формирование умений решать задачи;

–разработку системы заданий, ориентированных на обучение решению задач;

–исследование специальных приёмов работы на каждом этапе процесса решения задач.

Каждому студенту индивидуально предлагается задача и задание – разработать методику работы над задачей с целью обучения решению задач. Приводим фрагмент методического проекта – организацию работы над задачей.

Задача. Моторная лодка, развивающая в стоячей воде скорость 10 км/ч, прошла 39 км по течению реки и 28 км против течения, затратив на весь путь 7 ч. Определите скорость течения реки.

С целью понимания («принятия») текста задачи студент разрабатывает вопросы для учащихся:

- Какие ситуации (процессы) рассматриваются в задаче?
- Сколько ситуаций в задаче?
- Чем (какими величинами) характеризуется каждая ситуация?
- Какие слова в тексте задачи нельзя «выбросить», чтобы не изменить способ решения задачи?
- Сколько времени лодка затратила на путь по течению (против течения)?

Для наглядного представления текста задачи предлагается оформить краткую запись в виде таблицы со столбцами: скорость, время, путь (рисунок 1).

Затем обсуждаются возможные основы для составления уравнения:

а) $t_{\text{по}} + t_{\text{против}} = 7$ б) $t_{\text{по}} \cdot v_{\text{по}} = 39$ в) $t_{\text{против}} \cdot v_{\text{против}} = 28$

Ситуации	*v (км/ч)*	*t (ч)*	*S (км)*
По течению реки	$10 + v_р$	7	39
Против течения реки	$10 - v_р$		28

Рисунок 1 – Краткая запись для наглядного представления текста задачи

Вводится обозначение: «Пусть x км/ч – скорость течения реки».

Рассматриваются возможные способы решения задачи и его оформления (рисунок 2).

Ситуации	*v (км/ч)*	*t (ч)*	*S (км)*
По течению реки	$10 + x$	$\frac{39}{10 + x}$ } 7	39
Против течения реки	$10 - x$	$\frac{28}{10 - x}$	28

Рисунок 2 – Краткая запись для поиска решения

После решения составленного уравнения $\frac{39}{10+x}+\frac{28}{10-x}=7$, находим скорость течения реки – 3 км/ч.

Студент предлагает учащимся записать различные способы решения данной задачи и обсудить идею решения. Решение одной задачи несколькими способами часто бывает более полезным, чем решение одним способом нескольких задач. После выполнения этого задания обсуждается вопрос выбора уравнений, которые могли быть составлены по тексту задачи:

а) $\frac{39}{10+x}+\frac{28}{10+x}=7;$ б) $\frac{39}{10-x}+\frac{28}{10+x}=7;$ в) $\frac{39}{x+10}+\frac{28}{x-10}=7;$

г) $\frac{39}{10+x}-\frac{28}{10-x}=7;$ д) $\frac{39}{10+x}=7-\frac{28}{10-x};$ е) $\frac{39}{x}+\frac{28}{10-x}=7.$

Будущие учителя в процессе разработки и защиты методического проекта не только приобретают опыт организации работы над задачей, но и общие знания о задачах, процессах их решения, структуре деятельности по решению задач и т. д. С целью обучения студентов решению задач мы используем работу в парах или подгруппах, защиту изготовленных материалов, презентации, технологические карты и др. Главная цель этой работы – помочь студенту сделать свои первые шаги на педагогическом поприще, выступить в роли учителя, чтобы в будущем суметь организовать самостоятельную работу над задачей. Организация такой самостоятельной деятельности не только активизирует студентов, но и воспитывает в них навыки самостоятельности.

Как показывает наш опыт работы, важнейшим средством повышения качества подготовки специалистов является самостоятельная и творческая работа студентов, способных научно мыслить и решать поставленные задачи.

Список литературы

1. Колягин, Ю. М. Учись решать задачи: Пособие для учащихся VII–VIII / Ю. М Колягин, В. А. Оганесян. – М. : Просвещение, 1980. – 96 с.

2. Матушкина, З. П. Задания, формирующие умение решать задачи / З. П. Матушкина // Математика (Приложение к газете «1 сентября»). – 1999.– № 42. – С. 8–10.

3. Матушкина, З. П. Учимся решать задачи: Учебное пособие / З. П. Матушкина; Курганский государственный университет. – Томск: Издательство Томского гос. пед. ун-та, 2019. – 172 с.

МЕХАНИЗМ РАЗВИТИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ СОЦИАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ОЛИМПИАДНОМ ДВИЖЕНИИ ПО МАТЕМАТИКЕ

Н. П. Пучков, д. пед. н., профессор,
А. И. Попов, к. пед. н., доцент
Тамбовский государственный технический университет,
Тамбов, Россия
e-mail olimp_popov@mail.ru

Аннотация. Показана значимость компетенций социального взаимодействия и выделены основные из них. Обоснована роль олимпиадного движения в развитии специалиста и предложены мероприятия для обеспечения его массового характера. Приведены подходы к совершенствованию олимпиадного движения по математике и описана его организация на основе импульсных педагогических технологий.

Ключевые слова: олимпиадное движение, математика, профессиональное становление, конкурентоспособность специалиста, импульсные педагогические технологии.

MECHANISM OF DEVELOPMENT OF COMPETENCIES OF SOCIAL INTERACTION IN THE OLYMPIC MOVEMENT IN MATHEMATICS

N. P. Puchkov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
A. I. Popov, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Tambov State Technical University,
Tambov, Russia
e-mail olimp_popov@mail.ru

Abstract. The article shows the importance of social interaction competencies and highlights the main ones. It substantiates the role of the Olympiad movement in the development of specialists and proposes measures to ensure its mass character. The article presents approaches to improving the Olympiad movement in mathematics and describes its organization based on impulsive pedagogical technologies.

Keywords: Olympiad movement, mathematics, professional development, specialist competitiveness, and impulse pedagogical technologies.

Адаптация молодого человека к быстро меняющейся социально-экономической ситуации во многом определяется высоким уровнем сформированности у него компетенций социального взаимодействия, обеспечивающих как активное включение в инновационные процессы в профессиональной и общественной жизни, так и способность к саморазвитию и выходу на новый уровень профессионализма посредством усиления взаимодействия в цифровом образовательном пространстве. Анализ потребностей работодателей в условиях необходимости инновационного обновления производства и внедрения прогрессивных технологий при противодействии недружественных стран и внешнеполитическом давлении на экономические процессы позволяет выделить наиболее значимые компетенции социального взаимодействия.

1. Лидерские способности; умение проектировать организационную структуру инновационного коллектива и определять требования к личностным и профессиональным качествам его участников, способность отбирать исполнителей в условиях ограничений по времени и возможности лонгитюдного исследования навыков претендентов;

психологическая готовность взять на себя ответственность за коллектив и умение оптимально выбирать способы мотивации к деятельности с учетом индивидуальных особенностей людей.

2. Коммуникабельность, способность логично и аргументировано донести основные положения своей позиции как для широкой аудитории, так и для отдельных индивидуумов в процессе краткосрочных контактов; умение критично воспринимать информацию от других.

3. Умение выявлять творческие идеи во взаимодействии с членами трудового коллектива, партнерами и конкурентами, оценивая возможность их реализации и экономические результаты в текущих условиях и в перспективе; способность убеждать других в необходимости поддержки наиболее выгодных для развития коллектива идей.

4. Готовность к коллективному творчеству на основе стремления к достижению корпоративных интересов, умение максимально использовать уровень интеллектуальной активности каждого участника коллектива, способность подавлять личные амбиции для рационального использования потенциала коллектива.

5. Стрессоустойчивость.

Образовательная практика показывает, что у обучающихся, демонстрирующих творческий или эвристический уровень интеллектуальной активности и добросовестно осваивающих образовательную программу, достаточно часто есть трудности именно в области социального взаимодействия. Для таких обучающихся более комфортно осуществлять познавательную деятельность и искать пути разрешения учебных проблемных ситуаций, опираясь только на свои силы, избегая контактов с другими участниками образовательного процесса. Этому способствует и ценностные ориентиры, связанные с только достижением финансовых результатов в краткосрочном периоде, и непонимание значимости качественного образования для дальнейшей профессиональной самореализации, встречающиеся у части студентов.

Олимпиады по учебным дисциплинам и профессиональные конкурсы, ориентированные на выявление талантливых студентов, могут стать эффективным инструментально-педагогическим средством для развития творческих способностей и компетенций социального взаимодействия при переходе их от элитарного характера к массовому охвату большинства обучающихся [1]. Можно выделить ряд условий становления олимпиадного движения как формы организации обучения всех студентов:

– обеспечение подлинно соревновательного характера образовательного процесса, когда ранжирование обучающихся по уровню освоения компетенций будет взаимосвязано и со стоимостью их дальнейшего обучения, и с возможностью трудоустройства на ведущих предприятиях;

– создание цифрового образовательного пространства, позволяющего сочетать индивидуальную познавательную коллективную деятельность при минимальном психологическом дискомфорте для талантливых студентов, создание разноуровневых микроколлективов для обсуждения профессиональных проблем и путей их разрешения;

– повышение квалификации научно-педагогических работников;

– реализация индивидуального подхода;

– трансфер сложившегося социального общения при совместной творческой деятельности на другие виды воспитательной работы, в т.ч. на внеучебную деятельность.

На первом этапе профессионального становления в вузе наиболее эффективным инструментом как развития творческих способностей, так и формирования компетенций социального взаимодействия выступают олимпиады по математике. Математика как учебная дисциплина направлена, прежде всего, на формирование логического мышления, умения выбирать и анализировать информацию, обосновывать способ решения и используемые ресурсы, способности расставлять приоритеты в деятельности [2]. Освоение предметной области математики на продвинутом уровне необходимо для конкурентоспособности на рынке труда не только техническим специалистам, но и представителям экономических и гуманитарных профессий, где доминируют творческие процессы. Это детерминировано тем, что в творческой деятельности важно не только генерировать новые идеи, но и критически анализировать их с позиции возможности реализации, а также продвигать с учетом окружения и сложившейся реальности.

Для более полного использования потенциала олимпиадного движения по математике необходимо сделать приоритетными:

– включение в олимпиады не только задач на доказательство или абстрактное мышление, но и творческих заданий профессиональной направленности, предполагающих нестандартное применение математических знаний в различных общенаучных областях (например, в физике или механике);

– разработку комплекса творческих задач по математике, не предполагающих углубленного её изучения, а направленных на усиление творческой активности студентов при изучении базового курса (например, для инженерных и экономических специальностей);

– организацию творческих командных конкурсов, предполагающих распределение полномочий между участниками команды (например, при решении в ограниченное время большого числа относительно простых творческих задач из различных разделов математики);

– создание проектных команд со студентами старших курсов для решения профессиональных задач, дающих возможность обучающимся, проявившим активность при изучении математики, внести свой вклад на основе этих способностей в разрешение проблемной ситуации.

Данные направления развития олимпиадного движения по математике предполагают смещение акцента с индивидуальной творческой подготовки на формирование математического мышления профессиональной направленности у специалиста, готового к конструктивному и эффективному взаимодействию с другими участниками производственного или социально-экономического процессов для достижения цели организации. Необходимо при реализации соревновательного компонента олимпиадного движения для сохранения мотивации его участников дифференцировать их по будущей профессиональной направленности и учитывать, что для одних математика будет основной предметной областью, для других – эффективным инструментом решения стоящих перед ними экономических и технических профессиональных задач. Также необходимо избежать «натаскивания на победу» отдельных творческих обучающихся, а сделать олимпиадное движение подлинно массовой формой обучения, допускающей различные уровни освоения.

Для повышения результативности олимпиадного движения целесообразно организовывать образовательный процесс на основе импульсных педагогических технологий, когда периоды максимального напряжения познавательной деятельности чередуются с учебной работой в комфортном для обучающихся темпе, что позволяет выйти на более высокий уровень интеллектуальной активности. При этом используются следующие педагогические механизмы.

1. Рассмотрение профессионально ориентированных задач, предполагающих использование при решении при высоком уровне понимания специальных математических приёмов и методов. Это повысит значимость математики в контексте повышения профессионального мастерства. Сочетаются контактная работа со студентами, их непрерывное развитие в цифровом пространстве и коллективная работа в виртуальных коллективах.

2. Исследование абстрактных математических задач, требующих логических рассуждений и нестандартных подходов к использованию полученных ранее знаний. Формируются навыки саморазвития и получения необходимой информации от коллег. Для обучающихся предлагаются задачи различных уровней сложности, соответствующих их мотивационной готовности и сформированным навыкам.

3. Организация соревновательного этапа олимпиадного движения, включающего два вида конкурсов – индивидуального по решению нескольких (5–8) сложных математических задач за 3–3,5 часа и коллективного, при котором команда из 3–4 человек за небольшой промежуток времени (30–40 минут) решает порядка 30 задач меньшей сложности, но имеющих определенный творческий компонент (ряд из этих задач могут быть профессионально-ориентированными). В коллективном конкурсе обучающиеся могут выбрать одну из двух стратегий – или решать вместе каждую задачу методом мозгового штурма, или распределить задачи между участниками, которые потом их решают индивидуально, а результат команды складывается из результатов участников. Оба подхода позволят развивать навыки социального взаимодействия. Данный этап будет самым напряженным по психологическому накалу и позволит повышать стрессоустойчивость участников.

4. Создание условий для коллективной рефлексии после олимпиады, которая обеспечит осознанную корректировку индивидуального образовательного трека каждого участника. Установленные ранее социальные контакты между участниками позволят повысить качество рефлексии и избежать психологического напряжения.

Организация олимпиадного движения по математике на основе импульсных педагогических технологий обеспечит как повышение уровня интеллектуальной активности обучающихся, так и позволит им сформировать компетенции социального взаимодействия для обеспечения конкурентоспособности на рынке труда.

Список литературы

1. Попов, А. И. Методологические аспекты организации олимпиадного движения по учебным дисциплинам в вузе / А. И. Попов, Н. П. Пучков. – Тамбов : Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. – 212 с.

2. Мартыненко, И. М. Непрерывное развитие математического мышления обучающихся средствами олимпиадного движения / И. М. Мартыненко, А. И. Попов, Н. П. Пучков // Вопросы современной науки и практики / Университет им. В. И. Вернадского. – 2020. – №4(78). – С. 122–136.

СТУДЕНЧЕСКИЙ НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ КРУЖОК КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МЕТОДИЧЕСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

В. Е. Пырков, к. пед. н., доцент,
Южный федеральный университет,
Ростов-на-Дону, Россия
e-mail: pyrkovve@yandex.ru

Аннотация. В статье охарактеризованы роль и место студенческого научно-образовательного кружка в формировании методических компетенций будущего учителя математики. Рассмотрены примеры проектов, созданных в рамках деятельности студенческого научно-образовательного кружка «Разработка средств обучения математике».

Ключевые слова: методическая компетентность, проектная деятельность, подготовка учителя математики, студенческий научно-образовательный кружок.

STUDENT SCIENTIFIC AND EDUCATIONAL ASSOCIATION AS A MEANS OF FORMING THE METHODOLOGICAL COMPETENCIES OF A FUTURE MATHEMATICS TEACHER

V. E. Pyrkov, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Southern Federal University,
Rostov-on-Don, Russia
e-mail: pyrkovve@yandex.ru

Annotation. The article describes the role and place of a student scientific and educational association in the formation of methodological competencies of a future mathematics teacher. Examples of projects created within the framework of the activities of the student scientific and educational association «Development of teaching tools for mathematics» are considered.

Keywords: methodological competence, project activity, mathematics teacher training, student scientific and educational association.

Методические компетенции учителя математики являются важным компонентом его профессиональной компетентности. Они во многом определяют особенности конструирования процесса обучения математике и наполнения его смыслами, формируя, тем самым, индивидуальный стиль работы учителя математики.

В структуре методических компетенций можно выделить информационный, деятельностный, коммуникативный и рефлексивно-аналитический компоненты. Указанные компоненты соответственно определяются совокупностью готовности и способности обрабатывать информацию в различных формах современными средствами, планировать результат профессиональной деятельности и организовывать её, эффективно взаимодействовать со всеми участниками процесса обучения математике, проводить самоанализ и самооценку, диагностику и коррекцию своей профессиональной деятельности.

Как показал опыт подготовки учителей математики в Институте математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича (ЮФУ), большой потенциал в формировании методических компетенций будущих учителей математики имеют различные формы внеаудиторной работы, особенно активное участие студентов в деятельности научно-образовательных кружков (НОК), лабораторий и обществ.

На базе кафедры теории и методики математического образования уже несколько лет функционируют три НОК: «Нестандартные задачи элементарной математики» (руководитель – доцент И. Ю. Жмурова), «Методический лабораториум» (руководители – доценты Е. В. Белик и И. А. Бреус), «Разработка современных средств обучения математике» (руководитель – доцент В. Е. Пырков). Основными принципами их функционирования являются профессиональная направленность, сочетание научных и образовательных функций, личностная активность и ответственность участников, их осознанный выбор и добровольность участия в деятельности кружка, самоуправление и самоорганизация при кураторстве научного консультанта от кафедры. Базой для сбора исходного материала, реализации и апробации студенческих методических инициатив являются ресурсные школы, а также образовательные учреждения, в которых студенты проходят производственную педагогическую практику.

НОК «Нестандартные задачи элементарной математики» направлен на формирование предметной составляющей методических компетенций: студенты знакомятся с методами решения «высокобалльных» задач государственной итоговой аттестации и олимпиадных задач; с дополнительными вопросами школьного курса математики для обеспечения её изучения на углублённом и профильном уровнях.

Основными целями «Методического лабораториума» являются знакомство с передовым педагогическим опытом в области математического образования и формирование собственного практического опыта исследовательской деятельности в области разработки и апробации методического обеспечения современных технологий обучения математике, в том числе дистанционного.

НОК «Разработка современных средств обучения математике» посвящен изучению существующего опыта создания средств обучения математике и получению навыков их изготовления, а также разработке, изготовлению, методическому сопровождению и апробации эффективности новых средств обучения математике.

Такой подход к созданию будущим учителем математики за ограниченное время нового образовательного продукта, призванного способствовать разрешению выявленной образовательной проблемы, позволяет оживить учебную и исследовательскую деятельность студентов, актуализировать их профессиональную подготовку, придать процессу формирования будущего специалиста индивидуальный характер, позволяет применить на практике полученные знания и результаты своей научно-исследовательской работы [4, с. 58].

Применение проектной деятельности в подготовке учителя математики выполняет ряд важных функций [2]:

– позволяет сделать обучение практико-ориентированным и формирует готовность применять полученные знания в своей профессиональной деятельности;

– развивает навыки критического мышления посредством анализа различных источников информации, оценивания достоверности содержащихся в них данных и формулирования собственных выводов;

– совершенствует навыки взаимодействия и эффективной коммуникации при работе в команде, формирует осознание ценности командной работы;

– открывает широкие горизонты для творчества при создании оригинальных методических разработок, создает возможности для личностного проявления будущего педагога, формирует его индивидуальный стиль работы.

Так, например, во время прохождения педагогической практики участники кружка провели специальное исследование, посвященное формированию математической речи обучающихся, выявив наиболее часто встречающиеся ошибки.

Все собранные ошибки были разделены на три основные группы: ошибки, относящиеся к правильному формулированию определений математических понятий; ошибки, относящиеся к правильному написанию математических терминов; ошибки, относящиеся к правильному произношению математических терминов.

Для коррекции выявленных проблем была разработана серия комплектов карточек [1, 6, 9] и предложена методика их использования при создании игровых ситуаций в процессе обучения математике. Каждый комплект содержит 120 двусторонних карточек с заданиями, выполненных на плотном картоне, и инструкцию по его применению. Эти комплекты вошли в серию «Учимся, играя». Апробация этих средств формирования математической речи обучающихся прошла на уроках математики в Гимназии № 21 г. Батайска, а их содержание и возможности использования при обучении описаны в методическом журнале для учителей математики [7].

Также в серию «Учимся, играя» вошел комплект карточек «Числовые ребусы» [3]. Числовые ребусы – один из наиболее популярных видов арифметических головоломок, в которых все или некоторые цифры заменены буквами, звездочками или другими символами. При решении числового ребуса требуется восстановить числовую запись, при условии, что одинаковые символы соответствуют одинаковым цифрам, а разные – разным. Звездочкой кодируется любая цифра. Иногда ребус может иметь несколько решений и важно найти их все. Числовые ребусы являются эффективным средством для развития логического мышления, поскольку их решение построено на логических рассуждениях. Набор содержит 120 карточек с ребусами разного вида и уровня сложности. Наиболее простыми являются ребусы на сложение и вычитание, либо сводящиеся к ним ребусы, содержащие умножение на натуральное число. В более сложных ребусах используются операции умножения, деления и возведения в степень. Есть также ребусы, содержащие систему арифметических равенств, в которых используются перечисленные выше операции. Числовые ребусы составлены так, чтобы нести дополнительно вербальное смысловое, воспитательное и мотивационное содержание. Более половины ребусов из набора носят оригинальный характер и были составлены непосредственно авторами.

Еще одним из проектов серии «Учимся, играя» стал набор карточек «Геометрическая ДаНет-ка» [8], направленный на анализ геометрических высказываний. С его помощью можно в игровой форме сформировать и проконтролировать знания обучающихся по планиметрии. Лицевая сторона каждой карточки содержит геометрическое утверждение, содержание которого требуется проанализировать. В случае утвердительного ответа его нужно обосновать. При отрицательном ответе достаточно привести контрпример. Данный набор можно использовать для организации обобщения и контроля знаний, а также при подготовке к ОГЭ по математике.

Примером еще одного реализованного проекта явилась разработка средств диагностики математических способностей обучающихся. Ранее была выявлена структура этих способностей, выделены её ключевые компоненты и охарактеризованы их возможные измерители. Для каждого из них была разработана серия комплектов карточек. Так, для диагностики аналитических математических способностей, которые тесно коррелируют с заданиями тестов IQ на закономерности в числовых рядах, был издан комплект карточек «Математический анализатор» [5]. Испытуемому требуется найти закономерность в предлагаемом на карточке числовом ряду и восстановить недостающий элемент ряда. При этом следует обосновать свое предположение, подтвердив его правильность для всех известных элементов числового ряда. Один из возможных вариантов ответа представлен на обороте карточки. Для оценки уровня сформированности аналитических способностей диагностом формируется набор из 10 карточек разной степени сложности. Набор содержит описание процедуры диагностики и ориентировочные нормативы для оценки её результатов.

Описанные и другие реализованные студентами научно-образовательные проекты, прошедшие все этапы от идеи до её реализации и опыта использования, свидетельствуют о высоком потенциале студенческих научно-образовательных кружков в формировании методической компетенции будущего учителя математики.

Список литературы

1. Бортник, Т. В. Математический ударник : учебное пособие для учащихся средней школы / Т. В. Бортник, В. Е. Пырков. – Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2023.

2. Жмурова, И. Ю. Опыт использования проектной деятельности в профессиональной подготовке учителя математики // Уральский научный вестник. – 2016. – Т.7, №1. – С.34–38.

3. Левченко, А. А. Числовые ребусы: арифметические головоломки для учащихся средней школы / А. А. Левченко, В. Е. Пырков. – Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2023.

4. Мартынова, Е. В. Методический проект в подготовке учителя математики / Е. В Мартынова, С. А. Севостьянова, Е. О. Шумакова // Современные технологии в науке и образовании – СТНО. – Рязань: Book Jet, 2019. – Т.10 – С. 57–60.

5. Мартьянова, В. С. Математический анализатор: средство диагностики математических способностей / В. С. Мартьянова, В. Е. Пырков. – Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2023.

6. Озарко, Е. В. Математический толковник: учебное пособие для учащихся средней школы / Е. В. Озарко, В. Е. Пырков. – Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2022.
7. Пырков, В. Е. Новые средства формирования грамотной речи учащихся / В. Е. Пырков // Математика. – №8 (837). – 2022. – С. 4–6.
8. Пырков, В. Е. Геометрическая ДаНет-ка: учебное пособие для учащихся средней школы / В. Е Пырков, С. Д. Пыркова. – Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2025.
9. Пырков, В. Е. Математический орфограф: учебное пособие для учащихся средней школы / В. Е. Пырков, Е. А. Сидоренко – Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ, 2022.

ФОРМИРОВАНИЕ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ВУЗАХ

Т. Б. Раджабов, д. пед. н., профессор,
Дж. С. Мансурова, к. пед. н., доцент,
Таджикский государственный педагогический университет им. Садриддина Айни,
Душанбе, Таджикистан
e-mail: mansurovaj1981@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается важность формирования экологико-экономической культуры у будущих педагогов в процессе обучения в педагогических вузах. Обсуждается интеграция экологических и экономических знаний в математическое образование как средство развития у студентов способности к решению междисциплинарных задач и формирования ответственного отношения к проблемам устойчивого развития. Приводятся примеры использования математических методов для анализа экологических и экономических проблем, акцентируется значимость проектной и исследовательской деятельности для формирования практических навыков. Ожидается, что такое обучение обеспечит подготовку педагогов, способных эффективно решать актуальные проблемы экологии и экономики через обучение и воспитание будущих поколений.

Ключевые слова: экологико-экономическая культура, педагогическое образование, математика, устойчивое развитие, междисциплинарный подход, проектная деятельность.

FORMATION OF ECOLOGICAL AND ECONOMIC CULTURE AMONG FUTURE MATHEMATICS TEACHERS IN PEDAGOGICAL UNIVERSITIES

T. B. Rajabov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
J. S. Mansurova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Tajik State Pedagogical University named after Sadriddin Aini,
Dushanbe, Tajikistan
e-mail: mansurovaj1981@mail.ru

Abstract. This article discusses the importance of forming ecological and economic culture among future teachers during their training at pedagogical universities. The integration of ecological and economic knowledge into mathematics education is explored as a means to develop interdisciplinary problem-solving skills, and a responsible attitude towards sustainable development issues. Examples of the use of mathematical methods for analyzing ecological and economic problems are presented, along with the significance of project-based and research activities in fostering practical skills. Special attention is given to the need for revising educational programs, implementing active teaching methods, and integrating digital technologies. It is expected that such training will ensure the training

of teachers who are able to effectively solve current environmental and economic problems through the education and upbringing of future generations.

Keywords: ecological and economic culture, pedagogical education, mathematics, sustainable development, interdisciplinary approach, project-based learning.

Современная педагогическая наука предъявляет высокие требования к подготовке учителей, акцентируя внимание не только на глубоком знании предмета, но и на развитии широкого спектра личных и профессионально-методических компетенций. Одним из ключевых элементов подготовки будущих педагогов становится формирование экологико-экономической культуры, которая служит основой их мировоззрения и профессиональной позиции. Это особенно актуально в условиях глобальных экологических и экономических проблем: изменения климата, истощения природных ресурсов, нестабильности мировой экономики. В этих условиях важным становится междисциплинарный подход, способствующий интеграции экологических и экономических знаний в содержание фундаментальных дисциплин, в частности математического цикла. Такой подход позволит будущим учителям математики подготовиться к формированию у учащихся целостного представления о происходящих процессах в природе и обществе.

Экологико-экономическая культура включает не только теоретические знания об окружающей среде и её охране, но и практические представления о рациональном использовании природных ресурсов, устойчивом потреблении и формировании ответственного отношения к природе. В этом контексте особое значение приобретают математические задачи как средство развития способностей к моделированию, прогнозированию и обработке данных. Математические навыки имеют огромный потенциал для формирования экологико-экономических ориентиров у студентов педагогических вузов, так как с помощью математических методов можно эффективно решать задачи устойчивого развития и оценивать экономическую эффективность природоохранных мероприятий.

Матричный метод, являясь важной частью линейной алгебры, используется для решения систем линейных уравнений, выполнения операций над векторами, преобразований пространства. Освоение этого метода является обязательным при подготовке будущих учителей математики. Формирование соответствующих умений можно совместить с формированием эколого-экономической культуры. Рассмотренные при этом примеры будущий учитель сможет использовать в дальнейшем для мотивации учащихся к изучению математики.

Так, например, с помощью матрицы можно представить распределение ресурсов по секторам экономики:

$$A=\begin{pmatrix} 6{,}4 & 5{,}2 \\ 2{,}7 & 2{,}3 \\ 5{,}3 & 6{,}1 \end{pmatrix},$$

где строки соответствуют ресурсам (электрическая энергия, трудовые ресурсы, водные ресурсы), а столбцы – отраслям экономики (промышленность и сельское хозяйство). Например, элемент a_{22} = 2,3 показывает использование трудовых ресурсов в сельском хозяйстве.

Еще один пример связан с затратами на транспортировку продукции с двух предприятий A_1 и A_2 на три оптовых склада B_1, B_2 и B_3. Матрица затрат K на транспортировку выглядит следующим образом:

$$K=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix},$$

в матрице указаны значения затрат, где каждая строка соответствует предприятию, а столбцы – складам. Такая матрица помогает оценить и оптимизировать транспортные расходы, что важно с экономической и экологической точек зрения.

Рассмотрим также пример расчёта расхода сырья на производство трёх видов продукции – K_1, K_2, K_3 – с использованием двух видов сырья – P_1 и P_2. Нормы расхода сырья задаются матрицей, в которой значения выражены в рублях.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix},$$

где строки – виды продукции, а столбцы – виды сырья. План производства задан матрицей-строкой:

$$C = (100, 80, 130),$$

а стоимость единицы в рублях каждого типа сырья – матрицей-столбцом:

$$B = \begin{pmatrix} 30 \\ 50 \end{pmatrix},$$

Расход сырья на производство определяется произведением матриц:

$$P = C \cdot A = (100, 80, 130) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = (730, 980),$$

где 730 и 980 – количество единиц первого и второго сырья соответственно, общая стоимость сырья вычисляется как

$$P \cdot B = 730 \cdot 30 + 980 \cdot 50 = 21\,900 + 49\,000 = 70\,900 \text{ (рублей)}.$$

Такие примеры позволяют показать практическое применение математики для анализа экономической эффективности и рационального использования ресурсов.

Интеграция эколого-экономического содержания в обучение математическим дисциплинам возможна через задачи, связанные с реальными экологическими и экономическими проблемами. Матричный метод, дифференциальное и интегральное исчисление, теория вероятностей и статистика, могут переосмысливаться с акцентом на устойчивое развитие, энергосбережение, анализ выбросов, оценку экономической эффективности экологических проектов. Проектная и исследовательская деятельность на основе таких тем позволяет студентам получить идеи для организации проектной деятельности учащихся и формировать собственное осознанное отношение к проблемам экологии и экономики.

Формирование эколого-экономической культуры требует использования активных методов обучения (проектной деятельности, кейс-методов, проблемного обучения) и современных информационных технологий. Важно задействовать межпредметные связи, объединяющие знания из разных областей, это поможет будущим учителям создать фонд заданий для формирования у учащихся целостного взгляда на взаимодействие общества и природы. Кроме того, участие студентов в экологических и волонтерских инициативах способствует развитию их гражданской ответственности и практического опыта.

В итоге формируется будущий педагог, который не только обладает глубокими профессиональными знаниями, но и несет ответственность за сохранение окружающей среды и устойчивое развитие, а также обладает опытом организации проектной деятельности учащихся, связанной с решением эколого-экономических проблем.

Список литературы

1. Мансурова, Дж. С. Эффективные стратегии оценки эколого-экономических знаний в обучении студентов-бакалавров / Дж. С. Мансурова // Научный весник «Номаи донишгох», Худжант. – 2025. – № 2 (82). – С. 84–90.

2. Раджабов, Т. Б. Процессуальная характеристика технологии реализации эколого-экономического образования в подготовке будущих учителей естественно-математических дисциплин в педагогическом вузе / Т. Б . Раджабов, Дж. С. Мансурова // Весник Таджикского национального университета. – 2025. – № 5. – С. 212–220.

3. Раджабов, Т. Б. Характеристика эффективности технологии реализации эколого-экономического образования у будущих учителей естественных наук / Т. Б . Раджабов, Дж. С. Мансурова // Весник Таджикского национального университета. – 2025. – № 6. – С. 210–221.

О ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ К РАБОТЕ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

С. А. Севостьянова, к. пед. н., доцент,
Е. В. Мартынова, доцент,
Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Челябинск, Россия
e-mail: sevostyanovasa@cspu.ru, martynova@cspu.ru

Аннотация. В статье рассматриваются методические прёмы как способ подготовки студентов к формированию финансовой грамотности у школьников при изучении математики. Приведены примеры обучающих заданий по работе с текстовой задачей при изучении дисциплины «Инновации в методике обучения математике».

Ключевые слова: методическая подготовка учителя математики, финансовая грамотность.

ON TRAINING STUDENTS TO FORM FINANCIAL LITERACY OF SCHOOL STUDENTS

S. A. Sevostyanova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
E. V. Martynova, Docent,
South Ural State Humanitarian Pedagogical University, Chelyabinsk, Russia
e-mail: sevostyanovasa@cspu.ru, martynova@cspu.ru

Annotation. The article discusses methodological techniques as a way to prepare students to develop financial literacy among schoolchildren in the study of mathematics. Examples of training tasks for working with a text problem are given in the study of the discipline «Innovations in the Methodology of Teaching Mathematics».

Keywords: methodological training for mathematics teachers, financial literacy.

Цифровизация жизни (хотя бы на бытовом уровне) касается каждого современного человека. Все чаще решение различных вопросов люди осуществляют самостоятельно (без привлечения реальных посредников), используя различные мобильные приложения. Это касается планирования и организации путешествий, поиска жилья, открытия бизнеса и оформления самозанятости онлайн, оплаты налогов и ЖКХ, осуществления финансово-кредитных операций (открытие счетов и вкладов, осуществление переводов) без посещения банков. Большинство совершаемых гражданами операций так или иначе связаны с платежами и поэтому предполагают определенные риски.

С другой стороны, на практике люди часто переоценивают уровень своей финансовой грамотности, недооценивают важность пополнения знаний в этой сфере, необходимых финансово грамотному человеку.

Среди таких навыков можно выделить следующие:

1. Умения планирования личного или семейного бюджетов и прогнозирования неочевидных расходов.

2. Умение оптимально выбирать выгодные и надежные финансовые инструменты для получения дополнительных доходов.

3. Умения ориентироваться в банковских услугах и оценивать риски их использования.

4. Знание особенностей потребительских кредитов и схем обслуживания кредитных карт.

5. Понимание принципов работы системы налогообложения и действия страховок, знание доступных льгот.

6. Знание правил обращения с персональными данными и умение распознать мошенническую схему.

Если профессиональная деятельность человека не связана тесно с финансами, то развивать его финансовую грамотность рекомендуется в ходе повышения квалификации с учетом направленности обучения. Поэтому вопросы подготовки студентов математических специальностей к работе по формированию финансовой грамотности школьников актуальны.

Эта работа носит длительный характер и проводится в течение всего курса обучения студента. Нами построена модель формирования финансовой грамотности будущего учителя математики. Завершающим этапом этой подготовки является реализация её методической составляющей в том числе при изучении дисциплины «Инновации в методике обучения математике».

Работа по формированию методических умений студента в области финансовой грамотности обучающихся реализуется нами в различных темах этой дисциплины:

Тема 1. Конструирование современного урока математики.

На занятиях студенты выполняют анализ учебников математики для основной школы с целью выявления в них наличия заданий по финансовой грамотности. В качестве индивидуального задания разрабатывают урок математики, включающий вопросы, связанные с формированием финансовой грамотности учащихся.

Тема 2. Индивидуальный проект, этапы работы над проектом.

Проходит ознакомление с требованиями к выполнению проектов учащихся 7-х классов. Студенты составляют план работы над проектом по финансовой грамотности, выбирают формы консультирования и формы контроля выполнения этапов работы над проектом.

Тема 3. Групповой проект, этапы работы над проектом.

В рамках группового проекта студенты разрабатывают внеклассное мероприятие по математике, направленное на формирование финансовой грамотности учащихся средней школы [3].

Рассмотрим примеры учебно-методических материалов к теме «Конструирование урока математики».

Задание для студента: найти в учебнике «Математика» (5 класс) задачи, ориентированные на формирование финансовой грамотности, и составить обучающие задания на материале этой задачи.

С примерами обучающих заданий студенты могли ознакомиться в сборнике эталонных заданий по математической грамотности [2].

Задача, выбранная студентом**:** «Максим купил машину в кредит и заплатил при покупке 8120 р. Кредит он обязан выплачивать в течение трех лет по 7180 р. в месяц. На сколько больше он заплатит за машину, если её стоимость 310 тыс.р.?» [1].

Примеры обучающих заданий, составленных студентами:

1. Выберите верные утверждения:
   а) Максим заплатит за машину больше 350тыс.р.
   б) За первый год Максим заплатит большую часть кредита.
   в) Максим заплатит за машину на 29680 р. больше, чем стоимость машины.
2. Заполните таблицу, оценив верность данных утверждений:

Утверждение	Верно	Неверно
На покупку машины Максим взял кредит на 310тыс.р.		
Максим взял кредит под 9%		
За три года Максим выплатит 258480 р.		

3. Под какой процент Максим взял кредит на машину? (Ответ округлите до сотых.)

При выполнении таких заданий студенты демонстрируют умение работать с текстовой задачей. Они составляют систему вопросов, позволяющих понять правильность понимания учеником содержания этой задачи (Каков главный вопрос задачи? Как на него ответить? Что для этого нужно знать?), оформляют краткую запись содержания задачи в виде схемы, таблицы и т. д. Часто студенты испытывают затруднения при выполнении задания по выделению ключевых (опорных) слов, которые помогают при поиске плана решения задачи. Опыт показывает, что наиболее сложным для студентов является задание «составить продолжение данной задачи (задание для школьников с высоким уровнем сформированности образовательных результатов в области финансовой грамотности)».

Готовность студентов разрабатывать различные прёмы работы с математическим материалом (в том числе и по финансовой грамотности), ориентированные на учеников с разными образовательными потребностями, является одним из элементов демонстрационного экзамена как по дисциплине, так и итогового.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический университет имени М. Е. Евсевьева» (проект М-2025-40 от 30.05.2025).

Список литературы

1. Математика: 5-й класс: базовый уровень: учебник: в 2-х частях / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С Чесноков [и др.]. – 3-е изд., перераб. – М. : Просвещение, 2023. – 160 с.

2. Математическая грамотность. Сборник эталонных заданий. Выпуск 1: учебное пособие: в 2-х частях / Г. С. Ковалева, Л. О. Рослова, К. А. Краснянская [и др.]; под ред. Г. С. Ковалевой, Л. О. Рословой. – 3-е изд., стер. – М.; СПб : Просвещение, 2022. – 80 с.

3. Севостьянова, С. А. Учебные проекты как средство формирования математической грамотности обучающихся / С. А. Севостьянова, Е. В. Мартынова // Математика и проблемы образования: материалы 41-го Междунар. науч. семинара преподавателей математики и информатики ун-тов и пед. вузов. Киров, 2022. – С. 263–264.

МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ ШКОЛЬНИКОВ

Д. В. Сенников, учитель математики
ГБОУ города Москвы «Школа №504»
Москва, Россия
e-mail: sennikov_dv@lyc504.ru

Аннотация. В статье рассматриваются актуальные модели управления качеством математического образования школьников, анализируются их преимущества и недостатки, включая ориентацию на стандартизированное тестирование, компетентностный подход

и индивидуализацию обучения. Обосновывается необходимость комплексного подхода, сочетающего элементы различных моделей, для формирования у учащихся ключевых математических компетенций и обеспечения индивидуальной траектории развития.
Ключевые слова: математическое образование, модели управления качеством, компетентностный подход, индивидуализация обучения, стандартизированное тестирование, проектная деятельность, методическая подготовка.

MODELS OF QUALITY MANAGEMENT OF MATHEMATICAL EDUCATION OF SCHOOLCHILDREN

D. V. Sennikov, Mathematics Teacher,
School No. 504 of the city of Moscow
Moscow, Russia
e-mail: sennikov_dv@lyc504.ru
Annotation. The article examines current models of quality management of mathematical education of schoolchildren, analyzes their advantages and disadvantages, including a focus on standardized testing, a competency-based approach and individualization of learning. The necessity of an integrated approach combining elements of various models is substantiated in order to form students' key mathematical competencies and ensure an individual development trajectory.
Keywords: mathematical education, quality management models, competence approach, individualization of education, standardized testing, project activities, methodological training.

В условиях динамично развивающегося социума и перманентной модернизации образовательной парадигмы исследование инновационных моделей образования приобретает особую актуальность. Традиционное понимание образовательной модели, как совокупности представлений об организации образовательного процесса, охватывающего обучение, воспитание и развитие личности, претерпевает существенные трансформации под влиянием глобальных вызовов и технологического прогресса. Инновационные модели образования, в противовес консервативным подходам, акцентируют внимание на максимальном раскрытии творческого потенциала индивида и формировании устойчивой мотивации к непрерывному самосовершенствованию.

В настоящей работе под моделью обучения понимается структурированное представление о динамическом учебном процессе, отражающее его функции, структуру, методы организации, формы, технологии и достигаемые результаты в контексте образовательных целей общества. Учитывая системный характер педагогического процесса, где системообразующим фактором выступают цели, инновационная модель обучения, в отличие от традиционной, смещает акцент с передачи готовых знаний на формирование компетенций, необходимых для самостоятельного овладения знаниями («научить учиться»). Отметим, что традиционная модель, ориентированная на выполнение государственных образовательных стандартов, предполагает централизованное управление содержанием, методами и контролем результатов обучения. В данной модели роль педагога трансформируется в консультативную, а учащийся занимает активную позицию, вовлекаясь в разнообразные формы деятельности, способствующие развитию критического мышления и решению практических задач.

Далее рассмотрим модель, ориентированную на стандартизированное тестирование. В рамках данной модели акцент делается на систематической оценке знаний и умений учащихся посредством стандартизированных тестов, результаты которых служат основным индикатором качества математической подготовки. Практическая реализация предполагает разработку и внедрение единых контрольно-измерительных материалов на различных уровнях образования, а также создание системы мониторинга и анализа результатов тестирования. Примером служит внедрение единых государственных экзаменов и международных сравнительных исследований, таких как PISA и TIMSS (до 2020 г.). Несмотря на то, что данная модель обеспечивает объективную оценку уровня знаний, она имеет существенные недостатки: зачастую приводит к «натаскиванию» на тесты, игнорированию развития творческого мышления и снижению мотивации к глубокому изучению математики. Кроме того, с нашей точки зрения, все созданные в настоящее время стандартизированные тесты не всегда способны оценить навыки решения нестандартных задач и применения математических знаний в реальных жизненных ситуациях школьников.

Далее рассмотрим еще одну современную модель управления качеством образования – это компетентностный подход. Данная модель предполагает разработку образовательных программ, ориентированных на развитие у школьников умений решать проблемы, критически мыслить, сотрудничать и эффективно использовать математические знания в практических, жизненных ситуациях школьников. Один из актуальных примеров – это внедрение проектной деятельности, а также разработка междисциплинарных учебных модулей и использование активных методов обучения, таких как проблемное обучение, либо же обучение в сотрудничестве. Преимуществом данной модели является формирование у учащихся устойчивого интереса к математике и способности применять полученные знания в реальной жизни. Однако её реализация требует значительных усилий по подготовке педагогов, разработке новых учебных материалов и изменению системы оценки.

С точки зрения Л. В. Лещенко, реализация проектной деятельности школьников рассматривается как перспективная методика, требующая систематического подхода и дифференцированного применения. Предлагаемая тематика проектных задач охватывает весь учебный предмет «Математика», в том числе вопросы практического применения математических знаний и описания явлений окружающего мира. Различие проектной задачи от проекта заключается в структурированности и предоставлении всех необходимых данных для выполнения. Во внеурочной деятельности, в рамках факультативов и кружков по математике предполагается организация специальных заданий, ориентированных на формирование проектных умений школьников, таких как самостоятельный выбор темы проекта, планирование деятельности и презентация результатов. Организация проектной деятельности в начальной школе требует от педагога высокого уровня профессионализма, включая глубокое понимание сущности проектной методики, знание интересов учащихся, развитые организаторские навыки, представление о конкретных результатах проектной деятельности, а также высокий уровень общей и математической культуры, широкий кругозор, творческий подход, знание современных образовательных технологий и умение их применять.

Как отмечает А. В. Коковин, в условиях динамично меняющихся образовательных реалий, когда гетерогенность ученических контингентов становится все более выраженной, традиционные модели управления качеством математического образования, ориентированные на унификацию образовательного процесса, демонстрируют ограниченную эффективность. В этой связи, одной из наиболее перспективных моделей выступает модель, основанная на принципах индивидуализации и дифференциации обучения, предполагающая создание образовательной среды, адаптируемой к уникальным образовательным потребностям, возможностям и темпам усвоения материала каждого обучающегося.

Данная модель предполагает отход от парадигмы «один размер подходит всем» и внедрение стратегий, позволяющих осуществлять вариативное обучение, направленное на оптимизацию процесса познания для каждого школьника. Вместо простого разделения учеников на группы по уровню успеваемости, акцент делается на формирование индивидуальных образовательных траекторий, что требует от педагога глубокого понимания особенностей каждого ученика, его когнитивного стиля, предшествующего опыта и мотивации к изучению математики.

В практической реализации это означает, что образовательное содержание может быть представлено в различных формах и уровнях сложности, учитывающих индивидуальные предпочтения и возможности ученика. Например, для учеников с визуальным типом восприятия может быть сделан акцент на графические методы решения задач, использование интерактивных визуализаций и динамических моделей. Также для лучшего слухового восприятия материала, возможны различные аудиолекции и обсуждения в группах.

С нашей точки зрения, перспективным направлением развития моделей управления качеством математического образования, является переход к персонализированному обучению, основанному на данных. Использование аналитики больших данных позволит отслеживать индивидуальный прогресс каждого обучающегося, адаптировать образовательные программы и методы обучения к его потребностям, а также выявлять факторы, влияющие на его успешность в изучении математики.

Кроме того, важным аспектом является формирование позитивного отношения к математике у обучающихся, что, с нашей точки зрения, требует популяризации математических знаний, демонстрации их прикладной значимости и создания условий для реализации творческого потенциала обучающихся в математической деятельности.

Также отметим, что особое внимание следует уделить развитию профессиональной компетентности педагогических кадров, осуществляющих преподавание математики. Необходимо обеспечить систематическое повышение квалификации учителей, направленное на освоение современных образовательных технологий, методов оценивания результатов обучения, а также на развитие их способности к анализу и рефлексии собственной педагогической деятельности.

Эффективное управление качеством математического образования невозможно без проведения систематического мониторинга и оценки результатов обучения. Поэтому считаем, что необходимо внедрение систем мониторинга и оценки, включающих как стандартизированные тесты, так и другие методы, позволяющие оценить широкий спектр знаний и умений, включая навыки решения проблем, критического мышления и применения математических знаний в реальных жизненных ситуациях школьников.

С нашей точки зрения, реализация описанных мер позволит создать эффективную модель управления качеством математического образования, способствующую повышению уровня математической компетентности выпускников школ и подготовке их к успешной жизни в современном мире.

Список литературы

1. Далингер, В. А. Современные подходы к обучению математике в школе / В. А. Далингер // Математика в школе. – 2020. – №3. – С. 7–13.

2. Коковин, А. В. Управление качеством математического образования учащихся средней школы / А. В. Коковин // Весенние дни науки ВШЭМ: Сборник докладов междунар. конф. студентов и молодых ученых, Екатеринбург, 17–19 апреля 2019 года. – Екатеринбург: ООО «Издательство УМЦ УПИ», 2019. – С. 230–231.

3. Лещенко, Л. В. Метод проектов как инновационная модель в математическом образовании младших школьников / Л. В. Лещенко, Т. В. Гостевич // Подготовка учителя начальных классов:

проблемы и перспективы : Материалы VI Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 21 окт. 2021 г. / Редколлегия: Н. В. Жданович [и др.]. – Минск: Белорусский гос. пед. ун-т имени Максима Танка», 2021. – С. 107–111.

ЛОКАЛЬНАЯ АКСИОМАТИКА ШКОЛЬНОГО КУРСА ГЕОМЕТРИИ КАК ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ У УЧАЩИХСЯ НАУЧНОГО СТИЛЯ МЫШЛЕНИЯ

В. А. Смирнов, д. ф.-м. н., профессор,
И. М. Смирнова, д. пед. н., профессор,
Московский педагогический государственный университет,
Россия, Москва
e-mail: v-a-smirnov@mail.rue, i-m-smirnova@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматривается подход к построению школьного курса геометрии на научной основе, способствующий развитию научного стиля мышления учащихся, опирающийся на небольшое число аксиом, которые используются при определении основных понятий, формулировках и доказательствах основных теорем. Список таких аксиом называется локальной аксиоматикой.
Ключевые слова: школьный курс геометрии, научная основа, локальная аксиоматика.

LOCAL AXIOMATICS OF SCHOOL GEOMETRY COURSE AS A BASIS FOR FORMING STUDENTS' SCIENTIFIC THINKING STYLE

V. A. Smirnov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
I. M. Smirnova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Moscow State Pedagogical University,
Russia, Moscow
e-mail: v-a-smirnov@mail.rue, i-m-smirnova@yandex.ru
Abstract. The paper considers an approach to the construction of a school geometry course on a scientific basis, contributing to the development of a scientific style of thinking of students, based on a small number of axioms that are used in defining basic concepts, formulating and proving basic theorems. The list of such axioms is called the local axiomatics.
Keywords: school course of geometry, scientific basis local axiomatics.

Идея аксиоматического построения геометрии была предложена и реализована Евклидом. Она состоит в том, что если мы не можем определить, что представляет собой исследуемый объект, то следует определить его свойства, выделить существенные признаки объекта и абстрагироваться от несущественных.

Такое построение характерно не только для геометрии. Каждая наука имеет свои определённые правила. В жизни также приходится иметь дело с теми или иными правилами. Различные игры основываются на правилах. Например, фигуры шахматного слона могут быть сделаны из разных материалов, иметь разную форму, быть непохожими на настоящих слонов. Все эти признаки не являются для них существенными. Существенными являются правила (аксиомы), по которым они могут передвигаться по шахматной доске. Свод законов, регулирующих деятельность человека в той или иной области, также представляет собой набор правил (аксиом).

На вопрос о включении аксиом в школьный курс геометрии даются разные ответы. В некоторых школьных учебниках геометрии 7–9-х классов аксиомы не используются. Определения геометрических фигур даются исходя из рисунка. Но тогда описание таких фигур нельзя называть определением. Формулировки утверждений о таких фигурах нельзя называть теоремами, а рассуждения, обосновывающие их истинность, – доказательствами.

Одной из важных задач построения школьного курса геометрии на научной основе является использование такой аксиоматики, которая доступна для первоначального изучения геометрии в седьмом классе, даёт представление о научном подходе, способствует развитию научного стиля мышления учащихся.

При этом речь не идёт о построении полной аксиоматической теории с перечислением всех аксиом, необходимых для доказательства любого утверждения, или его отрицания, которое может быть сформулировано в рамках этой теории, как это делается для полной аксиоматики [1, 2].

Задача состоит в том, чтобы отобрать небольшое число аксиом, которые непосредственно используются при определении основных понятий и доказательстве основных теорем геометрии. Частично это было реализовано в учебнике [3]. Здесь мы предложим такие аксиомы для школьного курса планиметрии 7–9-х классов. Будем называть список этих аксиом ***локальной аксиоматикой***.

К числу основных геометрических фигур в этой аксиоматике относятся ***точки, прямые*** и ***плоскости***.

Точка может принадлежать или не принадлежать данной прямой. В случае, если точка принадлежит прямой, говорят также, что прямая проходит через точку. В случае, если точка не принадлежит прямой, говорят, что прямая не проходит через точку.

Следующее свойство принимается в качестве аксиомы.

Через любые две точки проходит единственная прямая.

В качестве аксиомы взаимного расположения точек на прямой принимается следующее свойство.

Каждая точка на прямой разбивает эту прямую на две части.

Если точки принадлежат разным частям, то говорят также, что они лежат по разные стороны от данной точки. Если точки принадлежат одной части, то говорят также, что они лежат по одну сторону от данной точки.

Данная аксиома позволяет определить понятия отрезка и луча.

Отрезком называется фигура, образованная двумя точками прямой и всеми точками, лежащими между ними.

Лучом называется фигура, образованная точкой прямой и всеми точками этой прямой, лежащих от неё по одну сторону.

Одной из основных операций, которую можно производить с отрезками, является операция ***откладывания данного отрезка*** на данном луче от его вершины. Получающийся при этом отрезок называется равным исходному отрезку.

В качестве аксиомы принимается следующее свойство.

На любом луче от его начала можно отложить только один отрезок, равный данному.

Равенство отрезков AB и A_1B_1 записывается в виде $AB = A_1B_1$. Оно означает, что если один из этих отрезков, например AB, отложить на луче A_1B_1 от точки A_1, то получим отрезок A_1B_1.

Данная аксиома позволяет также определить для отрезков отношения меньше и больше. А именно, если при откладывании отрезка AB на луче A_1B_1 от точки A_1 получается отрезок A_1B_2, для которого точка B_2 расположена между точками A_1 и B_1, то говорят, что отрезок AB меньше отрезка A_1B_1 и обозначают $AB < A_1B_1$. Говорят также, что отрезок A_1B_1 больше отрезка AB и обозначают $A_1B_1 > AB$.

Указанная аксиома позволяет также определить для отрезков операции сложения и вычитания.

Чтобы сложить два отрезка AB и CD, выберем какой-нибудь луч с вершиной A_1. Отложим на нём отрезок AB. Полученный отрезок обозначим A_1B_1. От точки B_1 в ту же сторону отложим отрезок CD. Полученный отрезок обозначим B_1C_1. Отрезок A_1C_1 будем называть ***суммой*** отрезков AB и CD и обозначать $A_1B_1 = AB + CD$.

Аналогичным образом поступают для вычитания из большего отрезка меньшего.

Определённые для отрезков отношение меньше и операция сложения позволяют сформулировать и доказать, например, следующую теорему.

Теорема (неравенство треугольника). Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.

Заметим, что в этой теореме и её доказательстве речь идёт не о сумме длин сторон, а о сумме самих сторон.

Следующее свойство принимается в качестве аксиомы взаимного расположения точек на плоскости относительно данной прямой.

Каждая прямая на плоскости разбивает эту плоскость на две части, для точек которых говорят, что они лежат по разные стороны от данной прямой. При этом, если две точки, принадлежат разным частям, то отрезок, соединяющий эти точки, пересекается с прямой. Если две точки принадлежат одной части, то отрезок, соединяющий эти точки, не пересекается с прямой.

Часть плоскости, состоящую из точек данной прямой и точек, лежащих по одну сторону от этой прямой, называется ***полуплоскостью***.

Данная аксиома позволяет определить понятие угла.

Углом называется фигура, образованная двумя лучами с общей вершиной и одной из частей плоскости, на которые эти лучи разбивают плоскость.

В качестве аксиом равенства углов принимаются следующие свойства.

От любого луча на плоскости в заданную сторону можно отложить только один угол равный данному.

***Все развёрнутые углы равны. Их величина равна* 180º.**

Равенство углов AOB и $A_1O_1B_1$ записывается в виде $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$. Оно означает, что если один из этих углов, например AOB, отложить от луча O_1A_1 в сторону, определяемую лучом O_1B_1, то получим угол $A_1O_1B_1$.

Если при откладывании угла AOB на луче $A_1O_1B_1$ от луча O_1A_1 луч OB переходит в луч O_1B_2, лежащий внутри угла $A_1O_1B_1$, то говорят, что угол AOB меньше угла $A_1O_1B_1$ и обозначают $\angle AOB < \angle A_1O_1B_1$. Говорят также, что угол $A_1O_1B_1$ больше угла AOB и обозначают $\angle A_1O_1B_1 > \angle AOB$.

Указанная аксиома позволяет определить для углов операции сложения и вычитания.

Чтобы сложить два угла, например AOB и CPD, выберем какой-нибудь луч O_1A_1. Отложим от него угол AOB. Полученный угол обозначим $A_1O_1B_1$. От луча O_1B_1 в ту же сторону отложим угол CPD. Полученный угол обозначим $B_1O_1C_1$. Угол $A_1O_1C_1$ будем называть ***суммой*** углов AOB и CPD и обозначать $\angle A_1O_1C_1 = \angle AOB + \angle CPD$.

Понятия равенства отрезков и равенства углов позволяют определить понятие равенства треугольников, не использующее понятие наложения. Два треугольника называются равными, если у них равны соответствующие стороны и равны соответствующие углы.

Последней аксиомой геометрии, вводимой в седьмом классе, является следующая аксиома параллельных.

Через точку, не принадлежащую данной прямой, проходит не более одной прямой, параллельной данной.

Определённые для углов операция сложения и аксиома параллельных позволяют сформулировать и доказать, например, следующую теорему.

Теорема. Сумма углов треугольника равна 180º.

Заметим, что в этой теореме и её доказательстве речь идёт не о сумме градусных величин углов, а о сумме самих углов.

Список литературы

1. Александров, А. Д. Основания геометрии / А. Д. Александров. – М. : Наука, 1987. – 287 с.

2. Погорелов, А. В. Основания геометрии / А. В. Погорелов. – М. : Наука, 1979. – 152 с.

3. Смирнова, И. М. Геометрия. 7–9 классы : учеб. для общеобразоват. Учреждений / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов. – М. : Мнемозина, 2003. – 376 с.

О ФОРМИРОВАНИИ ГОТОВНОСТИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ЦЕЛОСТНОГО УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА В УСЛОВИЯХ ОБНОВЛЕННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

И. В. Столярова, к. пед. н., доцент,
Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова,
Ульяновск, Россия
e-mail: stolyar-irina@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются теоретические и практические аспекты подготовки будущих учителей математики к проектированию целостного учебного процесса в контексте реализации обновленных Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) общего образования. Анализируются ключевые изменения в требованиях к общеобразовательным результатам, акцентируется внимание на значимости владения деятельностью проектирования целостного учебного процесса в структуре профессиональной готовности педагога.

Ключевые слова: обновленные образовательные стандарты школьного образования, целостный учебный процесс, технологическая карта урока, формирование готовности будущего учителя математики к профессиональной деятельности.

ON THE FORMATION OF READINESS OF A FUTURE MATHEMATICS TEACHER TO DESIGN A COMPREHENSIVE EDUCATIONAL PROCESS IN THE CONDITIONS OF UPDATED EDUCATIONAL STANDARDS OF GENERAL EDUCATION

I. V. Stolyarova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanova,
Ulyanovsk, Russia
e-mail: stolyar-irina@mail.ru

Annotation. The article examines the theoretical and practical aspects of training future mathematics teachers to design a holistic educational process in the context of implementing updated federal state educational standards (FSES) of general education. Key changes in the requirements for general educational results are analyzed, and attention is focused on the importance of mastering the activity of designing a holistic educational process in the structure of a teacher's professional readiness.

Keywords: updated educational standards of school education, integrated educational process, technological map of the lesson, formation of readiness of future mathematics teachers for professional activity.

Современные образовательные стандарты общего образования, действующие в России (ФГОС 2021/2023), – это обновление подходов к организации школьного образования. Стандарты ориентированы на развитие личности учащегося, на обучение учащихся навыкам успешной жизни в обществе, индивидуализацию обучения и адаптацию к вызовам цифровой трансформации. Профессиональная общественность отмечает, что стандарты открывают возможности для качественного обновления школьного образования, однако реализация его требований и концептуальных идей зависит от уровня подготовки педагогов.

Для обеспечения целостности образовательного пространства Российской Федерации определены единые требования к результативности обучения и логической структуре содержания общеобразовательных программ различного уровня сложности. Детализированные образовательные результаты структурированно представлены посредством глагольных форм, что позволяет конкретизировать ожидаемые достижения обучающихся. Обновленные ФГОС акцентируют внимание на системно-деятельностном подходе к обучению школьников, который предполагает активную позицию учащихся в освоении знаний и развитии метапредметных навыков. Стандарты определяют, что личностные результаты у обучающегося формируются не только при реализации рабочей программы воспитания, но и за счет реализации воспитательного потенциала предметного содержания и организуемой учебной деятельности. Таковые изменения в стандартах обуславливают обновление содержания учебных программ, организации образовательного процесса, методов преподавания, подходов к оценке результатов, что, в конечном итоге, должно привести к усилению качества подготовки выпускников школ.

Исходя из требований к результативности процесса обучения в современной школе, следует вывод о значимой роли учителя как организатора и координатора образовательной деятельности. Учитель обучает, развивает, воспитывает. Направления модернизации общего образования требуют от учителя математики не только глубокого знания предмета, но и способности к проектированию целостного учебного процесса, учитывающего индивидуальные особенности учащихся, значимость формирования функциональных навыков и межпредметных связей. В рамках такого подхода проектирование учебного процесса становится ключевой компетенцией учителя, поскольку требует интеграции предметных, личностных и метапредметных результатов. Другими словами, проектируя обучение предмету, учитель должен представлять учебный процесс как целостность, как систему взаимосвязанных и взаимозависимых компонентов.

Закономерности проектирования учебного процесса как целостности, безусловно, отражены в концепции и содержании реализуемых обновленных образовательных стандартов общего образования: обучение должно быть воспитывающим и развивающим, а его эффективность зависит от учета возрастных и индивидуальных особенностей учащихся, а также от оптимального сочетания задач, методов и форм профессионально педагогической деятельности. Особенности обновленных ФГОС при проектировании образовательного процесса закладываются учителем в содержание урока, учитываются при проектировании учебного процесса в границах темы, учебного года, учебного курса. Следовательно, деятельность проектирования процесса обучения математике как целостной системы компонентов приобретает особую значимость в структуре профессионально-методической подготовки будущего учителя математики.

Проблеме формирования готовности будущего учителя математики к профессиональной деятельности посвящено множество исследований, общими утверждениями которых является владение студентами к окончанию обучения определенными личностными качествами, знаниями, умениями, навыками, компетенциями по выполнению будущих задач проектирования образовательного процесса.

Основными этапами проектировочной деятельности учителя выступают:

1) разработка проекта (насыщение параметров модели учебного процесса в соответствии с особенностями класса, содержания учебного материала);

2) реализация проекта;

3) экспертиза проекта (самоанализ адекватности проекта учебного процесса реальной действительности и целям).

Основным средством проектирования процесса обучения математике в границах урока выступает его технологическая карта, включающая следующие структурные элементы:

1. Общая информация об уроке (класс; место урока по тематическому планированию, тема урока; уровень изучения содержания; тип урока).

2. Логико-математический анализ изучаемых понятий (место изучения понятия, какими понятиями ученик овладевает до его изучения, какие понятия рассматриваются после изучаемого понятия, каковы характеристические признаки понятия, какими предметными действиями должен овладеть ученик по результатам изучения понятия в границах урока).

3. Цели урока (цели, обучения, развития, воспитания). Образовательные результаты урока (предметные, метапредметные, личностные).

4. Логическая конструкция урока; оборудование (Основные этапы урока; время, отводимое на этап урока; оборудование этапа урока).

5. Ход урока (таблица)

Таблица – Оформление хода урока

№ п/п	*Название этапа урока. Задачи этапа урока Методы взаимодействия с учащимися Форма проведения урока в границах этапа*	*Содержание этапов урока*			
		Речь учителя (система взаимосвязанных вопросов; задания; пояснения)	*Оформление доски, записей в тетрадях учащихся*	*Предполагаемая речь учащихся (формулировки ответов)*	*Образовательные результаты (предметные, метапредметные, личностные)*
…	…	…	…	…	…

6. Используемые источники.

7. Приложение (дидактические материалы, контрольно-измерительные материалы, презентации, ссылки на разработанные материалы и т. д.).

При проектировании содержания параметров модели учебного процесса, задаваемой технологической картой учитель осуществляет действия:

– ц**елеполагания**, как на языке действий ученика, так и на языке действий учителя, осуществляя переход от понимания учителем требований стандарта к конструированию системы целей;

– **построения логической структуры урока** (оптимизации структуры учебного содержания, последовательности этапов урока, выбора методов и форм взаимодействия с обучающимися по формированию предметных и метапредметных результатов);

– д**иагностики**, фиксирующих факт и уровни достижения промежуточных и итоговых целей обучения, когда требования стандарта переводятся на язык деятельности учащихся;

– **дозирования домашнего задания** или определения объёма самоподготовки, обеспечивающей успешное прохождение диагностики, а также преодоление перегрузки учащихся домашними заданиями;

– **рефлексии и коррекции** результатов реализации проекта урока, а также предупреждения типичных ошибок обучающихся.

Действия проектирования учебного процесса в границах урока направлены на поиск наилучшего варианта содержания параметров модели урока в заданных условиях (особенности темы, класса и т. д.). Понимание учителем связей между параметрами обеспечивает целостное представление процесса обучения в форме проекта и его реализацию.

Резюмируя вышеизложенное, следует отметить, что обучение студента проектировочной деятельности в границах урока аккумулирует формирование когнитивного, практического, методического, личностно профессионального компонентов готовности будущего учителя математики как к профессионально-педагогической деятельности в целом, так и к проектированию целостного учебного процесса в условиях обновленных образовательных стандартов общего образования.

Список литературы

1. Жидкова, Н. И. Развитие профессиональной компетентности учителя на основе овладения инновационными компонентами деятельности проектирования учебного процесса (технологический аспект) / Н. И. Жидкова, И. В. Столярова // Методист. – 2003. – С. 18–22.

2. Сидорова, Н. В. Управление развитием методической системы учителя математики / Н. В Сидорова, И. В. Столярова // Актуальные вопросы методики обучения математике и информатике : Межвузовский сборник научных трудов, Ульяновск: УлГПУ, 2003. – С. 110–114.

3. Столярова, И. В. К вопросу о модернизации педагогического образования / И. В. Столярова // Актуальные вопросы методики обучения математике и информатике в условиях стандартизации образования / Материалы Всероссийской науч.-практ. конф. преподавателей математики, информатики школ и вузов, Ульяновск: УлГПУ, 2016. – С. 7–12.

4. Столярова, И. В. Технологический подход к переподготовке учителя математики на основе овладения инновационными компонентами проектировочной деятельности: дисс. … канд. пед. наук / И. В. Столярова. – М., 2000. – 206 с.

5. Столярова, И. В. Технологический подход к переподготовке учителя математики на основе овладения инновационными компонентами проектировочной деятельности: Автореф. Дисс….канд. пед. наук. М., 2000. – 20 с.

РАЗРАБОТКА СТУДЕНТАМИ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ И ДИАГНОСТИКИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Е. А. Суховиенко, д. пед. н., доцент,
Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Челябинск, Россия
e-mail: suhovienko@mail.ru

Аннотация. В статье описано составление студентами заданий для формирования и диагностики математической грамотности учащихся на основе модификации задач из школьных учебников математики путем дополнения их сведениями о реальной жизненной ситуации. Задания для формирования (диагностики) математической грамотности состоят из описания ситуации и контрольных вопросов. Составленные задания ориентированы на формирование универсальных учебных действий. Студенты выявляли соответствие

вопросов задачи универсальным учебным действиям, представленным в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования.
Ключевые слова: математическая грамотность, составление задач, профессиональная подготовка будущего учителя математики.

DEVELOPMENT OF TASKS BY STUDENTS FOR THE FORMATION AND DIAGNOSTICS OF MATHEMATICAL LITERACY OF SCHOOLCHILDREN

E. A. Sukhovienko, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
South Ural State Humanitarian Pedagogical University,
Chelyabinsk, Russia
e-mail: suhovienko@mail.ru
Annotation. The article describes how students create tasks to develop and diagnose mathematical literacy in students based on the modification of tasks from school mathematics textbooks by supplementing the tasks with information about a real-life situation. Tasks for developing (diagnosing) mathematical literacy consist of a description of the situation and control questions. The tasks created are aimed at developing universal learning activities. The students identified the correspondence between the questions of the task and the universal learning activities presented in the Federal State Educational Standard of Basic General Education.
Keywords: mathematical literacy, task composition, professional training of future mathematics teachers

Успешное формирование математической грамотности обучающихся требует освоения учителями методики её формирования. Учителя не только должны быть готовы к формированию математической грамотности школьников, но и обеспечены средствами – заданиями для формирования и диагностики математической грамотности на уроках математики.

Анализ учебников и пособий для основной школы показал недостаток таких заданий для регулярного использования в процессе обучения математике. Мы предположили, что составление задач студентами в какой-то степени восполнит этот недостаток и будет способствовать освоению ими методики формирования математической грамотности.

В статье Л. О. Денищевой и др. [1] перечислены особенности конструирования заданий для оценки математической грамотности. Это, во-первых, замена учебных задач на практические, представленные в некотором контексте. Во-вторых, такое задание требует выполнения всех этапов решения от формулирования проблемы на языке математики до интерпретации результата. В структуру задания должен входить вводный текст мотивирующего характера, а формулировка вопроса должна создавать проблемную ситуацию, разрешение которой потребовало бы от ученика выполнения нескольких предметных и/или метапредметных действий. Очевидно, что Л. О. Денищева и др. [1] описывают особенности задач для диагностики математической грамотности, а не способы их конструирования, в то время как основные трудности возникают именно при составлении подобных заданий.

Традиционно при составлении задач чаще всего заменяют числовые значения и несущественные детали в структуре уже имеющихся задач. Однако составление задач может быть средством развития творческого мышления, а для будущих учителей – средством их профессиональной подготовки [2, 3]. Поэтому составление задач должно включать создание представлений о жизненной ситуации, соответствующей задаче, постановку вопроса, подбор числовых данных и запись на языке, соответствующем предметной области задачи.

Мы считаем, что при разработке заданий для формирования и диагностики математической грамотности исходным пунктом являются в первую очередь возможности математического материала, а в качестве целевых ориентиров формирования и диагностики математической грамотности необходимо использовать Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО). Задания могут составляться за счет модификации традиционных задач, в том числе из учебников математики [4].

На основе задачи «В фермерском хозяйстве собирали по 36 ц пшеницы с гектара. Применение интенсивной технологии позволило увеличить производство пшеницы на той же площади на 25%. Сколько центнеров пшеницы стали собирать с 1 га в этом же фермерском хозяйстве?» из учебника математики 6 класса студенткой было составлено следующее комплексное задание.

Комплексное задание. Владелец фермерского хозяйства ежегодно собирает со своих территорий урожай пшеницы, общая площадь территорий составляет 150 гектаров. Последние несколько лет урожайность составляла 36 ц на 1 гектар. Было принято решение применить новые технологии с целью повышения урожайности. Результат был потрясающий – прирост производства пшеницы на 25% при тех же затратах. Ежегодно владелец продаёт 90% от всего урожая. В прошлом году 1 тонна пшеницы стоила 17160 рублей, а в этом 16140 рублей.

1) В каком случае владелец отказался бы от новой технологии, даже если бы получил тот же прирост урожайности?

2) Сколько центнеров пшеницы с гектара собирали до внедрения новой технологии?

3) Найдите урожайность после внедрения новой технологии.

4) Вычислите массу собранной пшеницы после внедрения новой технологии.

5) Вычислите, насколько увеличится масса пшеницы, представляемой на продажу.

6) Как вы думаете, почему могла упасть стоимость пшеницы?

7) Найдите доход после внедрения новой технологии.

8) Увеличился или уменьшился доход владельца после внедрения новой технологии с учетом того, что стоимость пшеницы упала?

9) На сколько процентов увеличился или уменьшился доход от продажи пшеницы?

10) Насколько мог увеличиться доход, если бы стоимость на пшеницу не уменьшилась?

11) Гарантирует ли увеличение производительности увеличение дохода? Почему?

По мнению студентки, при решении этой задачи учащиеся выполняют следующие универсальные учебные действия (таблица):

Таблица – Соответствие вопросов задачи формируемым (диагностируемым) универсальным учебным действиям

Универсальные учебные действия из ФГОС ООО (2021)	*Номера заданий, соответствующих универсальному учебному действию*
Умение учитывать контекст	1, 6, 11
Выбор способа решения задачи путём сравнения разных вариантов решения	4, 5, 7
Составление алгоритма решения задачи	3, 4, 5, 7, 9, 10
Умение аргументировать и обосновывать свою позицию	1, 6, 8, 11
Владеть способами самоконтроля	2

В своих отзывах о процессе и результатах составления задач студенты указали удовольствие от творчества, осознание важности формирования математической грамотности и освоение методики её формирования.

Список литературы

1. Денищева, Л. О. Подходы к составлению заданий для формирования математической грамотности учащихся 5–6 классов / Л. О. Денищева, К. А. Краснянская, О. А. Рыдзе // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2020. – Т. 2, № 2 (70). – С. 181–201.
2. Суховиенко, Е. А. Математическая модель рейтинговой системы диагностики компетенций будущих учителей математики / Е. А. Суховиенко // Актуальные проблемы развития среднего и высшего образования. XI Межвуз сб. науч. трудов. – Челябинск: Край Ра, 2015. – С. 92–98.
3. Суховиенко, Е. А. Мониторинг формирования проектных умений будущих педагогов в период педагогической практики / Е. А. Суховиенко, С. А. Севостьянова, Р. М. Нигматулин, Е. В. Мартынова // Современные проблемы науки и образования. – 2020. – № 6. – С. 75.
4. Суховиенко, Е. А. Технология мониторинга формирования математической грамотности учащихся на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования / Е. А. Суховиенко // Современные наукоемкие технологии. – 2023. – № 3. – С. 120–125.

О ВАЖНОМ КОМПОНЕНТЕ ФОРМИРОВАНИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ ПЕДВУЗА – БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

И. Л. Тимофеева, д. пед. н., профессор,
Московский педагогический государственный университет,
Москва Россия,
e-mail: iltimofeeva@mail.ru

Аннотация. Проанализированы подходы к изложению известных алгоритмически неразрешимых проблем в курсе теории алгоритмов в педвузе. Обоснована важность изучения примеров неразрешимых проблем для формирования алгоритмической культуры студентов. Предложен вариант обоснования неразрешимости проблемы самоприменимости на неформальном уровне.

Ключевые слова: алгоритмически неразрешимые проблемы, проблема самоприменимости, теория алгоритмов, алгоритмическая культура студентов педвуза.

ABOUT IMPORTANT COMPONENT OF FORMING ALGORITHMIC CULTURE OF PEDAGOGICAL UNIVERSITY STUDENTS – FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

I. L. Timofeeva, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Moscow Pedagogical State University,
Moscow, Russia
e-mail: iltimofeeva@mail.ru

Annotation. The approaches to presenting well-known algorithmically unsolvable problems in the course of algorithm theory at a pedagogical university are analyzed. The importance of studying examples of unsolvable problems for the formation of students' algorithmic culture is justified. The variant of informal substantiating the unsolvability of the self-applicability problem is proposed.

Keywords: algorithmically unsolvable problems, self-applicability problem, algorithm theory, algorithmic culture of students at a pedagogical university.

Статья посвящена важному компоненту формирования алгоритмической культуры студентов педвуза, связанному с обоснованием неразрешимости известных алгоритмически неразрешимых проблем в курсе теории алгоритмов.

Изучение примеров алгоритмически неразрешимых проблем играет особую роль в формировании алгоритмической культуры будущего учителя математики. Открытие неразрешимых проблем и строгое доказательство их неразрешимости явилось значительным достижением теории алгоритмов как области математики, тесно связанной с логическими основаниями математики. Понимание студентами важности конкретных примеров неразрешимых проблем и изучение доказательств их неразрешимости является одной из основных целей курса теории алгоритмов и одним из важных компонентов формирования алгоритмической культуры будущих учителей математики. Это обусловлено необходимостью формирования у студентов понимания следующих фактов:

– не для всех задач в математике имеются решающие их алгоритмы;

– открытие неразрешимых проблем играет важную роль в процессе познания.

Формирование понимания этих фактов будет успешным только в результате изучения доказательств неразрешимости конкретных известных проблем. Понимание студентами первого факта необходимо, поскольку у них, начиная со школы, сформировано ложное представление, будто для любой массовой проблемы существует решающий её алгоритм. В частности, учащиеся ошибочно считают, что для любой функции существует вычисляющий её алгоритм. Этому способствует первоначальное формирование понятия функции как некоего правила. А слово «правило» тесно связано с понятием алгоритма. Это заблуждение можно развеять только посредством приведения хотя бы одного конкретного примера функции, для которой не существует вычисляющего её алгоритма.

Считаем, что не менее важным является формирование у студентов понимания того значения, которое имеет открытие неразрешимых проблем в математике с точки зрения теории познания. Наличие неразрешимых проблем в математике свидетельствует о том, что процесс математического познания, по существу, не является алгоритмическим, то есть в принципе не может быть полностью автоматизирован, компьютеризирован (цифровизирован).

Рассмотрим неформальный и формальный подходы к обоснованию алгоритмической неразрешимости проблем в курсе теории алгоритмов. Будем опираться на собственный многолетний опыт преподавания теории алгоритмов на математическом факультете МПГУ (ныне – институте математики и информатики МПГУ).

Как известно, обоснование алгоритмической неразрешимости проблемы сводится к доказательству несуществования (невозможности) соответствующего алгоритма из математически точно описанного класса алгоритмов, например класса алгоритмов Тьюринга (машин Тьюринга). Изложение строгих доказательств неразрешимости известных проблем традиционно отодвигается на финальную часть курса. Объясняется это тем, что предварительно требуется изложить такие вопросы как алгоритмическая нумерация машин Тьюринга, свойства рекурсивных, рекурсивно перечислимых и полурекурсивных множеств и другие вопросы. Поэтому обещание студентам в самом начале курса доказать неразрешимость некоторых известных проблем многократно повторяется, но выполняется только в конце курса.

Однако считаем, что возможно и целесообразно *на неформальном уровне* ознакомить студентов с некоторыми известными примерами неразрешимых проблем значительно раньше, практически в начале курса. Предлагаем вариант неформального обоснования неразрешимости проблемы самоприменимости, основанного на следующем предположении.

Предположение. Будем рассматривать класс всех алгоритмов, записанных на некотором алгоритмическом языке, перерабатывающих кортежи натуральных чисел в натуральные числа. *Предполагаем*, что можно эффективно занумеровать без повторений все алгоритмы этого класса. Пусть $A_0, \ldots, A_n, \ldots$ – фиксированное бесповторное перечисление (эффективная нумерация) алгоритмов этого класса. Далее будем рассматривать только алгоритмы из этого нумерованного класса.

Алгоритм называют *самоприменимым*, если он *применим* к своему номеру. Обозначим через S множество номеров самоприменимых алгоритмов.

Докажем, что множество S *неразрешимо*, то есть не существует алгоритма, позволяющего по произвольному натуральному числу выяснить, принадлежит ли оно S. Допустим, что множество S разрешимо, и получим противоречие.

Согласно допущению, множество S разрешимо, а значит, разрешимо и его дополнение CS. Легко доказать, что множество CS *полуразрешимо*, то есть. существует алгоритм, *применимый* к тем и только тем натуральным числам, которые принадлежат множеству CS (т. е. останавливается с результатом, если на вход дан элемент CS, и только в таком случае). Пусть A_{CS} – какой-нибудь алгоритм, полуразрешающий множество CS, а число k – номер этого алгоритма, то есть. A_{CS} совпадает с A_k. Это означает, что A_k применим к тем и только тем числам, которые являются элементами множества CS. Чтобы получить противоречие, достаточно доказать, что k принадлежит множеству S тогда и только тогда, когда k не принадлежит S. Действительно, используя обозначение «$!A(k)$» для предложения «алгоритм A применим к числу k», получаем цепочку эквивалентных предложений:

$$k \in \mathrm{S} \leftrightarrow !A_k(k) \leftrightarrow !A_{\mathrm{CS}}(k) \leftrightarrow k \in \mathrm{CS} \leftrightarrow k \notin \mathrm{S}.$$

Следовательно, наше допущение неверно, а значит, множество S неразрешимо.

Итак, мы неформально обосновали неразрешимость проблемы вхождения в множество S («проблемы *самоприменимости*»). Отсюда следует, что *характеристическая* функция множества S не является (алгоритмически) вычислимой, то есть не существует вычисляющего её алгоритма. В качестве следствия получаем, что множество CS не является разрешимым и даже полуразрешимым, а его характеристическая функция не является вычислимой. Итак, на неформальном уровне построены (с обоснованием) два примера неразрешимых проблем и два примера невычислимых функций. Отметим, что краткость и простота предложенного неформального обоснования неразрешимости рассматриваемых проблем обусловлена тем, что ключевым в этом обосновании является понятие полуразрешимого множества. Напомним, что наши построения и рассуждения опирались на весьма сильное *предположение*.

При таком неформальном изложении студенты сразу в самом начале курса получают представление, каким образом можно построить пример алгоритмически неразрешимой проблемы.

Возможность уточнить проведенное неформальное рассуждение, то есть провести формально точные построения и рассуждения, появляется в финале достаточно глубокого изучения курса теории алгоритмов и опирается на математические уточнения интуитивных понятий. В качестве математического уточнения интуитивного понятия алгоритма в курсе изучается понятие машины Тьюринга, а интуитивного понятия вычислимой функции – понятие частично рекурсивной функции и понятие вычислимой по Тьюрингу функции. В курсе теории алгоритмов изучаются также математические уточнения интуитивных понятий разрешимого множества, перечислимого множества и полуразрешимого множества. Затем строится биективная нумерация класса всех машин Тьюринга (с алфавитом 0I) с помощью рекурсивных функций, задается универсальная частично рекурсивная функция. Этот точный математический аппарат позволяет построить целый ряд важных примеров неразрешимых проблем и строго доказать их неразрешимость. Полнота и степень строгости этих построений зависит от объёма курса теории алгоритмов. Например, в МПГУ курс теории алгоритмов обычно планируется в объёме 36 часов лекций и 36 часов практических занятий, что позволяет достаточно глубокого изучить основные разделы теории алгоритмов.

Для некоторых направлений подготовки планируются отдельные семестровые дисциплины – «Теория алгоритмов» и «Математическая логика». Для некоторых направлений подготовки эти две дисциплины объединяются в одну – «Математическая логика и теория алгоритмов», которая изучается в течение двух семестров.

Разумеется, при изучении теории алгоритмов следует также привести примеры алгоритмически неразрешимых проблем вне теории алгоритмов, в первую очередь – известную проблему диофантовых уравнений. Формулировка этой проблемы доступна даже школьнику. Однако доказательство её неразрешимости очень сложное, поэтому не входит в программу даже объёмного курса теории алгоритмов. Тем не менее, идея этого доказательства, доступная студентам, изложена нами в [1].

В итоге отметим, что предложенное нами построение примеров неразрешимых проблем на неформальном уровне доступно даже школьникам – учащимся классов с углубленным изучением математики/информатики на уроках или в рамках курса внеурочной деятельности соответствующей тематики. Разумность и полезность ознакомления учащихся с таким примерами обусловлена важностью формирования у учащихся понимания, во-первых, что не для всякой функции существует вычисляющий её алгоритм и, во-вторых, что исследовательские и познавательные функции человека в математике не могут быть полностью автоматизированы, переданы компьютеру.

Список литературы

1. Тимофеева, И. Л. Теория алгоритмов. Сборник задач: Учебное пособие для студентов высших учебных заведений / В. Л. Матросов, И. Л. Тимофеева, Ю. А. Макаренков. – М. : МПГУ, 2010. – 103 С.

ПОПУЛЯРИЗАЦИЯ МАТЕМАТИКИ, МАТЕМАТИЧЕСКИХ ИДЕЙ И ОТКРЫТИЙ В ПОДГОТОВКЕ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Р. А. Утеева, д. пед. н., профессор,
Тольяттинский государственный университет,
Тольятти, Россия
e-mail: R.Uteeva@tltsu.ru

Аннотация. Систематизирован опыт подготовки бакалавров и магистров математического образования к популяризации математики, математических идей и открытий. Раскрывается содержание и методика организации совместной научно-исследовательской деятельности студентов и школьников на базе научно-исследовательской лаборатории «Школа математического развития и образования – 5+» Тольяттинского госуниверситета (ТГУ).

Ключевые слова: популяризация математики, подготовка будущего учителя математики, научно-исследовательская деятельность студентов и школьников.

POPULARIZATION OF MATHEMATICS, MATHEMATICAL IDEAS AND DISCOVERIES IN THE TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHER

R. A. Uteeva, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Togliatti State University
Togliatti, Russia

Annotation. The experience of training bachelors and masters of mathematical education to popularize mathematics, mathematical ideas and discoveries is systematized. The content and methodology of organizing joint research activities of students and schoolchildren on the basis of the

Scientific Research Laboratory «School of Mathematical Development and Education – 5+» of Togliatti State University are reveale.
Keywords: popularization of mathematics, training of future mathematics teachers, research activities of students and schoolchildren.

Как известно, математика является элементом общей культуры человечества. Поэтому одной из важных задач современной теории и методики обучения математике в школе и в вузе является популяризация математических знаний, повышение уровня и престижа математического развития и образования, развитие интереса к занятиям математикой; развитие интеллектуального потенциала и потребности к продолжению образования и самообразованию; выявление и поддержка высокомотивированных и математически одаренных учащихся и студентов.

В докладе освещается многолетний опыт работы с такими обучающимися на базе математической школы Тольяттинского государственного университета [4].

Раскроем различные направления организации совместной научно-исследовательской деятельности школьников и студентов, осуществляемой нами ежегодно с сентября по декабрь и с февраля по май. План работы математической школы составляется на основе математического календаря знаменательных дат и событий. Сам календарь разрабатывается студентами-бакалаврами ежегодно на текущий учебный год.

1. С учетом возрастных особенностей школьников, определяются возможные темы исследований, содержание которых направлено на изучение истории той или иной математической идеи и открытия, показ значимости решения проблемы для различных областей математики. Выделяются или формулируются математические задачи по теме, решение которых ориентировано на исследование (анализ, синтез, систематизацию, обобщение, выдвижение гипотез и их проверку, приведение примеров и контрпримеров, доказательство).

Предложенные темы в начале сентября предлагаются на выбор одновременно для исследования школьникам и студентам в паре (5–9-е классы – бакалавры; 10–11-е классы– магистры). Студенты подбирают соответствующую литературу, доступную для школьников, например, статьи по теме из журналов «Квант», иные Интернет-источники, консультируют школьников, помогают при подготовке презентаций для выступлений на конференциях. Они также проводят собственные исследования по теме, ориентируясь на уровень научных работ студентов.

Результаты исследований докладываются на конференции каждым школьником и студентом. Глубина исследования зависит от индивидуальных особенностей обучающихся, уровня их математического развития и способностей.

Преимущества такой совместной работы по теме очевидны как для школьника, так и для студента. Студенты формируют навыки будущей профессиональной деятельности по работе со школьниками; учащиеся видят перспективы своих исследований и знакомятся с новыми методами решения математических задач.

2. Знакомство с историей научных математических идей и открытий также осуществляется на совместных занятиях в математической школе (раз в неделю согласно расписанию; студенты посещают эти занятия в рамках проектной деятельности, а также самостоятельно проводят занятия). Систематически в структуру занятий включаются мини-исследования по определенным темам школьного курса математики [6].

Примерами тем школьного курса математики, содержание которых позволяет раскрыть научные идеи и открытия Карла Фридриха Гаусса, доступные для понимания школьниками и студентами являются: «Простые и составные числа», «Построение правильных многоугольников», «Комплексные числа» [5].

Еще один пример о возможности знакомства студентов и старшеклассников с краткой историей появления и решения первой из 23 проблем Гильберта: континуум-гипотезы, сформулированных им в августе 1900 года на Математическом конгрессе в Париже. Показано, что интерес к проблеме континуум-гипотезы и новые подходы к её решению не прекращаются и по сей день [7].

3. С 2003 г. наши студенты и школьники принимают участие в конкурсах «История математических идей и открытий», проводимых Международным Интеллект-клубом «Глюон» [3]. В последние пять лет такие конкурсы организуются нами самостоятельно в рамках математических праздников. Особенностями проведения таких конкурсов являются: определение конкретной тематики, в качестве которой может быть выбрана дата, посвященная значимому событию в математике или юбилею математика (например, в 2024/2025 учебном году к международному дню числа π – 14 марта; к дню математика в России – 1 декабря; к всемирному дню женщин в математике –12 мая).

Лучшие работы студентов рекомендуются к публикации. Магистранты разрабатывают программу и методическое обеспечение элективных курсов по исследуемым темам, например [1], апробируют свои разработки со слушателями математической школы [2]; бакалавры пользуют результаты исследований как основу в курсовых работах, а также апробируют их в период педпрактики в школе.

В докладе будут приведены конкретные примеры тем исследований и задач-исследований.

Список литературы

1. Близнюкова, О. В. Элективный курс «Решение алгебраических уравнений. Научные идеи и открытия» для старшеклассников / О. В. Близнюкова // Молодежь. Наука. Общество – 2021 : Сборник студенческих работ Всероссийской студ. науч.-практ. междисциплинарной конф., Тольятти, 20–24 декабря 2021 года / Отв. за выпуск С. Х. Петерайтис. – Тольятти: Тольяттинский государственный университет, 2023. – С. 342–344. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_50248641_83424050.pdf (дата обращения 06.05.2025).

2. Близнюкова, О. В. Исторический аспект научных идей и открытий формулы Кардано / О. В. Близнюкова // Качество обучения как проблема контроля и оценки образовательной деятельности образовательных организаций (учреждений) : сборник II междунар. науч.-практ. конф. Луганск, ЛНУ, 2022.

3. Клачкова, Ю. С. Конкурс «История математических идей и открытий» / Ю. С. Клачкова // Эвристика и дидактика математики : материалы X Междунар. науч.-методич. дистанционной конф.-конкурса молодых ученых, аспирантов и студентов, Донецк, 18–20 мая 2021 года. – Донецк: Донецкий нац. ун-т, 2021. – С. 95–97. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_46293914_59453256.pdf (дата обращения 06.05.2025).

4. Утеева, Р. А. Из опыта организации школы математического развития и образования / Р. А. Утеева // Актуальные проблемы естественнонаучного и математического образования : Материалы XXI Всероссийской (IX с Международным участием) науч.-практ. конф., Самара, 30 нояб. 2018 г. – Самара: Самарский гос. соц.-пед. ун-т, 2018. – С. 319-323. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_36889417_93037087.pdf (дата обращения 06.05.2025).

5. Утеева, Р. А. Научные идеи и открытия К. Ф. Гаусса и их применение в математическом образовании / Р. А. Утеева // Математика и математическое образование : сборник трудов по материалам VIII междунар. науч. конф. «Математика. Образование. Культура» (к 240-летию Карла Фридриха Гаусса), Тольятти, 26–29 апреля 2017 года. – Тольятти: Тольяттинский гос. ун-т, 2017. – С. 27–31. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_29363415_52439858.pdf (дата обращения 06.05.2025).

6. Утеева, Р. А. История математических идей и открытий как средство обучения и умственного развития учащихся / Р. А. Утеева, Е. Ю. Куприенко // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе в свете идей Л. С. Выготского : Материалы III Междунар. науч. конф., Москва, 17–19 ноября 2016 года / Редактор: М. В. Егупова, Л. И. Боженкова. – Москва: Издатель Захаров С. И. («СерНа»), 2016. – С. 115–119.

7. Утеева, Р. А. История развития первой проблемы Гильберта / Р. А. Утеева // Математика и математическое образование : сборник трудов X Междунар. науч. конф. (к 160-летию со дня рождения Давида Гильберта), Тольятти, 27–29 апр. 2022 г. – Тольятти: Тольяттинский гос. ун-т, 2023. – С. 17–20. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_54524145_42377755.pdf(дата обращения 06.05.2025).

ПОДГОТОВКА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Т. И. Уткина, д. пед. н., профессор,
А. А. Уткин, к. ф.-м. н., доцент,
Орский гуманитарно-технологический институт (филиал)
Оренбургского государственного университета,
Орск, Россия
e-mail: UtkinaTI@yandex.ru

Аннотация. В статье предложен подход к совершенствованию учебного процесса в системе подготовки будущего учителя математики относительно формирования компетенций, нацеленных на организацию проектной деятельности учащихся на основе принципа сопряжения изучения математических дисциплин и основ проектной деятельности. Процесс подготовки будущего учителя математики к организации проектной деятельности обучающихся рассматривается как последовательная смена этапов: этапа проблематизации, этапа моделирования проекта, этапа методического обеспечения проекта и рефлексивного этапа. Представлены выводы о сформированности исследуемых компетенций, обеспечивающих успешную реализацию профессиональной деятельности будущего учителя математики.

Ключевые слова: подготовка учителя математики, организация проектной деятельности учащихся, принцип сопряжения.

PREPARATION OF A FUTURE MATHEMATICS TEACHER FOR THE ORGANIZATION OF STUDENTS' PROJECT ACTIVITIES

T. I. Utkina, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
A. A. Utkin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Orsk Humanitarian and Technological Institute (branch) of Orenburg State University,
Orsk, Russia
e-mail: UtkinaTI@yandex.ru

Annotation. The article proposes an approach of improving the educational process in the system of training future mathematics teachers regarding the formation of competencies aimed at organizing students' project activities based on the principle of combining the study of mathematical disciplines and the basics of project activities. The process of preparing a future mathematics teacher for the organization of students' project activities is considered as a sequential change of stages: the problematization stage, the project modeling stage, the methodological support stage of the

project and the reflexive stage. The conclusions about the formation of the studied competencies that ensure the successful implementation of the professional activity of a future mathematics teacher are presented.
Keywords: mathematics teacher training, organization of students' project activities, the principle of interface.

Проблема подготовки будущего учителя математики к организации проектной деятельности учащихся в современных условиях – одна из наиболее острых и злободневных тем, обсуждаемых на всех уровнях.

Подготовка будущего учителя математики к организации проектной деятельности учащихся определяется совокупностью специальных профессиональных компетенций, отвечающих возрастающим требованиям современного общества, формируемых в процессе обучения. В содержании понятия «подготовка учителя математики к организации проектной деятельности учащихся» выделяется четыре аспекта – подготовка как ценность в профессиональной деятельности, как система, процесс, результат.

Проведенное исследование позволило выявить, что подготовка учителя математики к этому виду профессиональной деятельности основана на принципе сопряжения изучения математических дисциплин и основ проектной деятельности. Она носит процессный и четырехэтапный характер: этап проблематизации, моделирования проекта, методического обеспечения проекта и рефлексивного этапа.

Принцип «сопряжение изучения математических дисциплин и основ проектной деятельности» в проводимом исследовании определяется как выстраивание единой (интегрированной) образовательной траектории, обеспечивающей развитие компетенций у будущего учителя математики, ориентированных на организацию проектной деятельности учащихся на основе учета междисциплинарной связи, преемственной гармонизации с требованиями, предъявляемыми федеральными государственными стандартами [3].

Этап проблематизации ориентирован на овладение будущими учителями математики методологическими знаниям по: конструированию и оформлению различных видов учебных проектов на составление «новых» задач в условиях проведения исследования решений математических задач; формированию опыта формулирования цели и задач проекта, определению этапов выполнения проекта и способов его представления на защиту; созданию методической документации по обеспечению создаваемого проекта; использованию нормативных требований в разработке и реализации проектов. Реализация первого этапа осуществляется через выполнение студентами теоретического микро-исследования по следующей тематике: зарождение проектного метода обучения; развитие проектного обучения в математическом образовании, основы проектного обучения в современном российском образовании; документационное сопровождение учебных проектов; разработка рабочих учебных программ по математике в условиях проектного обучения; содержание понятия проектной деятельности; типология проектной деятельности учащихся; организация проектной деятельности обучающихся по математике; способы вовлечения учащихся в проектную деятельность; формулирование замысла проекта; планирование проектной деятельности; управление выполнением проекта, проверка и оценка результатов проектной деятельности учащихся; организация процесса защиты проектов; роль учителя в организации проектной деятельности учащихся по математике; влияние проектной деятельности на развитие функциональной математической грамотности учащихся [3].

Этап моделирования проекта в данной статье рассматривается как педагогическая модель организации проектной деятельности учащихся на основе исследования задач по геометрии и рассмотрения движений и подобий плоскости как порождаемых в инвариантной плоскости в конкретном движении или подобии пространства [1, 2, 3]. В основе разработки модели лежат следующие принципы и подходы: системно-деятельностный подход, предполагающий ориентацию на развитие проектной деятельности учащихся на основе освоения методологических знаний на примере исследования геометрических задач, формирование готовности к составлению «новых» геометрических задач на основе решенной; признание решающей роли способов организации образовательной деятельности учащихся и учебного сотрудничества по поиску методов решения геометрических задач и их исследования; учет индивидуальных, психологических и физиологических особенностей обучающихся при построении процесса исследования геометрических задач и определении существенных характеристик найденного решения геометрической задачи и путей их достижения; сопряжение основного курса геометрии, проявляющееся во взаимосвязи и согласованности его с основами проектной деятельности в целях обеспечения формирования готовности учащихся к осуществлению проектной деятельности; принцип единства учебной и проектной деятельности, предполагающий направленность учебного процесса по геометрии на достижение личностных результатов по конструированию проектов. На этом этапе решение указанной проблемы в рамках рассматриваемого подхода состоит в использовании в качестве средства реализации проектного обучения в проведении исследования решенной геометрической задачи.

Формулируя цель и проблему проекта, будущий учитель должен обратить внимание обучающихся на те математические утверждения, которые могут быть уточнены и конкретизированы через частные случаи или, напротив, в отношении которых имеется большой простор обобщения, применения различных методов решения. Учитель должен настроить учащихся на получение, пусть даже субъективно нового результата, необходимо уметь переформулировать задачу, проводить аналогии и обобщения, формулировать обратные утверждения, рассматривать варианты различных способов решения задачи.

Возможны различные методические прёмы по проведению исследования решенной задачи, которые включают учащихся в процесс составления «новых» задач. Первым приёмом является переформулирование заключения задачи при сохранении её условия. Второй приём состоит в изменении заключения задачи и частичном изменении её условия. Третий приём представляет собой сохранение заключения решенной задачи при частичном изменении её условия [2].

Организация проектной деятельности учащихся на основе исследования задач по геометрии и рассмотрения геометрических преобразований плоскости как порождаемых в инвариантной плоскости в конкретном движении или подобии пространства ориентирована на формирование трех аспектов готовности обучающихся: конструирования, оформления (учебного документирования) и защиты проекта.

Первый аспект готовности включает знание классической структуры проекта, способов представления проекта, целей и задач проекта, структурирования этапов процесса конструирования проекта, планирования и оценки рисков для выбора оптимальной стратегии развития и обоснования достижения цели проекта, использования требований в разработке и реализации проектов, своей роли в команде исполнителей проекта.

Второй аспект готовности генерирует ключевую идею проекта, выбирает направление развития её в проекте с учетом видовых характеристик и осуществляет социальное взаимодействие посредством распределения проектных ролей в команде исполнителей, способен формировать у обучающихся на основе учета их индивидуальных особенностей конкретные знания, умения и навыки в области математики в реализации проекта.

Третий аспект готовности ориентирован на защиту проекта. Реализация этапа моделирования осуществляется через создание индивидуальных учебных проектов будущими учителями математики. При этом, каждый студент, без исключений, участвует в проектировании учебного проекта по математике, характеризует и формулирует тип проекта, цель проекта, задания проекта, ключевую идею проекта (анализ ситуации, формулирование замысла, цели проекта через формулирование серии задач), ход проекта, обсуждение возможных средств решения поставленных задач, выполнение (реализация проекта), подготовка итогового продукта проекта, компоненты математической деятельности учащихся).

Этап методического обеспечения проекта определяется следующими требованиями: ключевая задача проекта и её решение; анализ решения ключевой задачи по математике и формулирование проекта по созданию «новых задач» на основе проведенного анализа; выполнение решений, созданных «новых задач; проверка и оценка проекта; формулирование текста защиты проекта; презентация защиты проекта; защита проекта; награждение (итоги защиты проекта).

Рефлексивный этап состоит в подготовке каждым студентом научного текста (статьи) созданного учебного проекта по математике к публикации. Так только в 2024 и 2025 годах опубликованы статьи, в которых будущие учителя математики представили созданные проекты по математике для учащихся в международных научных конференциях «Форум молодых ученых: мир без границ». Приведем лишь некоторые из них: «Исследование задач по геометрии как фактор вовлечения учащихся в проектную деятельность», «Поворот пространства и его связь с поворотом на плоскости», «Классификация движений плоскости и пространства.

Исследование по реализация разработанного подхода позволяет преодолеть трудности, которые испытывают учителя математики в реализации проектного обучения с учащимися.

Список литературы

1. Исследование задач по геометрии: Методическая разработка для студентов физико-математического факультета / Д. Ф. Изаак. –Куйбышев: пед. ин-т, 1986. – 44 с.

2. Уткина, Т. И. Обучение учащихся составлению геометрических задач как средство развития их творческих способностей / Т. И. Уткина // Развитие учащихся в процессе обучения математике: Межвузовский сборник научных трудов. – Н. Новгород: НГПИ им. Горького, 1992. – С.48–54.

3. Уткина, Т. И. Формирование готовности будущего учителя математики и физики к организации проектной деятельности обучающихся / Т. И. Уткина // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры: материалы Всероссийской научно-методической конференции; Оренбург. гос. ун-т. – Электрон. дан. – Оренбург: ОГУ, 2021. – С. 3523–3527.

ОТ РАЗРАБОТКИ ДО РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЕКТА БУДУЩИМИ УЧИТЕЛЯМИ МАТЕМАТИКИ

Ю. С. Шатрова, к. пед. н., доцент,
Самарский филиал Московского городского педагогического университета,
Самара, Россия
e-mail: shatrova.julia.s@gmail.com

Аннотация. Статья посвящена вопросам организации проектной деятельности у студентов, будущих учителей математики. Рассмотрены примеры работы над проектом в рамках учебной дисциплины и в рамках внеаудиторных занятий по математике.

Ключевые слова: математика, разработка проекта, примеры проектов, учителя математики.

FROM DEVELOPMENT TO IMPLEMENTATION OF THE PROJECT BY FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

Y. S. Shatrova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Samara Branch of Moscow City Pedagogical University,
Samara, Russia
e-mail: shatrova.julia.s@gmail.com

Annotation. The article is devoted to the issues of organizing project activities for students, future mathematics teachers. Examples of project work within the framework of an academic discipline and within the framework of extracurricular mathematics classes are considered.

Keywords: mathematics, project development, project examples, mathematics teachers.

Организация проектной деятельности обучающихся является одной из ключевых компетенций современного учителя. Поэтому на этапе подготовки будущих учителей математики целесообразно предлагать разработать и, по возможности, реализовать проект.

Проектная работа осуществляется как в рамках отдельного предмета (учебный проект), в рамках учебной/производственной практики (игровой/творческий проекты), так и в рамках внеаудиторной работы (межпредметный и практико-ориентированный исследовательский проекты).

Работа над проектом в рамках дисциплины предполагает рассмотрение дополнительных тем, задач, не предусмотренных программой, либо более подробное изучение обязательного материала.

Приведем некоторые примеры проектов. В рамках дисциплины «Теория графов и её приложения» учебный проект «Теория замощений» перерос в исследовательский проект «Замощения Эшера». На рисунке 1 представлены этапы изучения теории замощений: правильные замощения – полуправильные замощения – замощения Эшера.

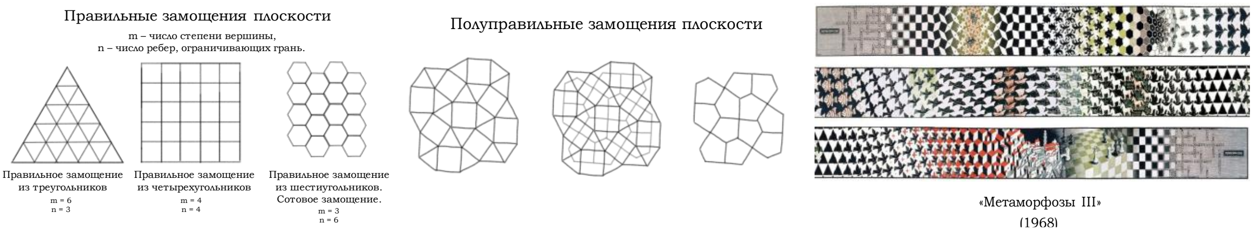


Рисунок 1 – Этапы изучения теории замощений

В рамках дисциплины «Электронные средства обучения математике в школе» учебный проект «Desmos как инструмент повышение мотивации обучения математике» стал основой для проектной работы «Разработка банка заданий по математике в интерактивной среде Desmos». На рисунке 2 представлено задание по теме «Числовые неравенства. Функционально-графический метод решения неравенств»: необходимо дорисовать букет цветов. На рисунке 3 творческое задание предполагает нарисовать картину в среде Desmos, используя свойства функций, неравенств (в правой части оригинал картины, в левой части рисунок, выполненный в интерактивной среде Desmos).

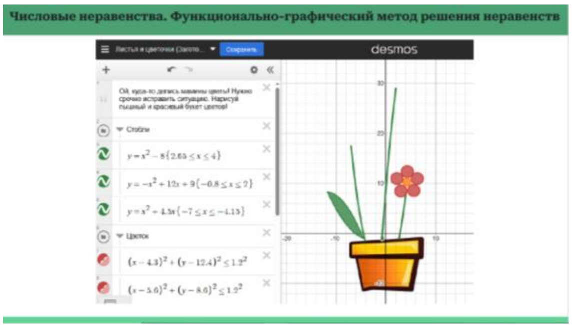


Рисунок 2 – Задание «Нарисуй букет для мамы»

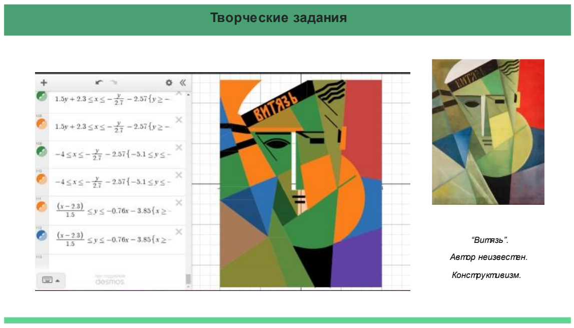


Рисунок 3 – Творческое задание «Нарисуй картину»

Работа над проектом в рамках внеаудиторной работы начинается с выбора методически значимой проблемы обучения математике, предполагает четкую формулировку проблемы, определение противоречий, обусловливающих рассматриваемую проблему. Далее осуществляется определение темы проекта, направленного на преодоление противоречий и разрешение проблемы. Формулируются цель, задачи. Определяется продукт проектной деятельности. Составляется паспорт проекта. В таблице представлены основные компоненты паспорта проекта.

Таблица – Паспорт проекта

Компоненты	*Комментарии*
Фамилия, имя, отчество автора проекта	
Описание проекта	
Тема проекта	
Актуальность проекта, цель, задачи проекта	
Предметы, на которых может быть реализован данный проект	
Целевая аудитория	Класс, профиль
Продолжительность проекта	
Образовательные результаты	Личностные, предметные, метапредметные
Вопросы, направляющие проект	– основополагающий вопрос; – учебные вопросы.
План оценивания: – график оценивания (до работы, во время работы, по завершению работы); – методы оценивания	Одним из способов оценивания может стать поэтапное заполнение таблицы «Знаю – интересуюсь – узнал»
Основные требования к участникам проекта	Необходимые начальные знания, умения и навыки
Учебные мероприятия	Описывается каждое занятие-встреча по работе над проектом с указанием заданий, которые необходимо выполнить к следующему занятию.
Ресурсы, необходимые для проекта	Ресурсы могут включать в себя список литературы, сервисы, средства ИКТ, материальное и программное обеспечение.

Опишем чуть подробнее учебные мероприятия. На первом занятии-встрече, как правило, обсуждается методически значимая проблема обучения математике. Заполняется таблица «Знаю-Интересуюсь-Умею». Формулируется тема проекта, цель и задачи. Составляется план проекта, вырабатываются критерии оценивания. Исходя из задач проекта определяются задания проекта. Выделяются задания, которые необходимо выполнить к следующему занятию-встрече.

На следующих занятиях обсуждается собранная информация по теме проекта, происходит её анализ и систематизация, предлагаются решения обозначенной методической проблемы, разрабатываются методические материалы, рекомендации. Осуществляется работа над продуктом проектной деятельности.

На последних занятиях происходит подготовка результатов деятельности, составляется план защиты проекта. На последнем занятии происходит непосредственная защита проекта. Далее проект представляется на студенческих конференциях и семинарах, результаты могут быть опубликованы в сборниках студенческих статей.

Приведем пример проекта, выполненного в рамках внеаудиторной работы. Название проекта «Методическая копилка внеурочных занятий по математике». В рамках этого проекта был разработан электронный ресурс, включающий в себя семь тематических блоков, отражающих связь математики с различными областями наук: математика в литературе, экономике, краеведении, географии, искусстве, биологии и истории. Каждое из направлений построено по следующему принципу: теоретическая часть и часть с практическими заданиями. Теоретическая часть представляет собой сочетание исторической справки, интересных фактов о роли математики в данной сфере и сведений, необходимых для решения заданий из практической части. Практическая часть делится на вычислительные, интерактивные и творческие задания для определенной возрастной категории. Некоторые интерактивные задания представлены в виде полноразмерных интерактивных игр, например, «Математика в литературе», «Математика помогает найти друга» (рисунок 4).

Рисунок 4 – Игра «Математика помогает найти друга»

Рисунок 5 – Поле игры «Математика в литературе» и карточки-задания

Данный проект стал основой для создания и реализации проекта «Настольная игра как способ повышения познавательной активности обучающихся». Автор проекта определил основные преимущества настольных игр (физическое присутствие, отсутствие экранного времени, доступность, создание традиций) и разработал некоторые настольные игры. На рисунке 5 представлено поле игры «Математика в литературе» и карточки-задания для обучающихся 5–6 классов.

Настольные математические игры могут быть использованы как на уроках математики при изучении нового материала, отработки практических навыков и умений, при закреплении пройденного материала, так и при организации занятий в рамках внеурочной деятельности, на переменах, и, конечно, в домашних условиях: обучающиеся могут играть со своими родителями.

Отметим, что работа студента над проектом включает в себя следующие этапы: подготовка, организация проектной деятельности (актуализация знаний, плановые работы, результаты и выводы), представление готового продукта, оценка процессов и результата работы.

Согласно федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования деятельность учителя должна быть направлена на формирование у обучающихся навыков участия в различных формах организации учебно-исследовательской и проектной деятельности. В процессе обучения необходимо обеспечить усвоение знаний и учебных действий, расширить возможность ориентации в различных предметных областях, научном и социальном проектировании, сформировать у обучающихся основы культуры исследовательской и проектной деятельности, навыки разработки, реализации и общественной презентации обучающимися результатов исследования, предметного или межпредметного учебного проекта, направленного на решение научной, личностно и (или) социально значимой проблемы [1].

Поэтому в процессе подготовки будущих учителей математики к профессиональной деятельности следует создать условия для разработки студентами проектов и их реализации, публичное представление результатов работы, созданного продукта, участие в методических семинарах, конкурсах конференциях, публикация статей в сборниках конференций.

Список литературы

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: Приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 N 1897 (ред. от 22.01.2024) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (Зарегистрировано в Минюсте России 01.02.2011 N 19644). – URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_110255/bd03e1d1ffc405f7b8e5e4c03b57167809876f59/ (Дата обращения 09.06.2025).

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПОНЯТИЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФИГУРЫ, ИЗОБРАЖЕНИЯ, МОДЕЛИ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

В. В. Шлыков, д. пед. н., к. ф.-м. н, профессор,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: w.w.shlykov@gmail.com

Аннотация. Рассматривается вопрос о корректном использовании понятий «геометрическая фигура», «изображение фигуры», «графическая модель фигуры» и о применении понятия геометрической модели объекта для определения геометрической грамотности.

Ключевые слова: геометрическая фигура, изображение фигуры, графическая модель фигуры, геометрическая модель объекта, геометрическая грамотность.

ON THE USE OF THE CONCEPTS OF GEOMETRIC SHAPES, IMAGES, MODELS AND GEOMETRIC LITERACY

V. V. Shlykov, Doctor of Pedagogical Sciences,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank, Minsk, Belarus

Abstract. The question of the correct use of the concepts «geometric shape», «image of a figure», «graphic model of a figure» and the application of the concept of a geometric model of an object to determine geometric literacy is considered.

Keywords: geometric figure, image of a figure, graphic model of a figure, geometric model of an object, geometric literacy.

В научной и методической литературе используется различная терминология, относящаяся к визуальному представлению геометрических фигур. Вопросы о роли «чертежей пространственных фигур», «стереометрических чертежей», «изображений пространственных фигур», «изображений плоских фигур», «чертежа при доказательстве теорем», «графических моделей», «графического моделирования» в курсе геометрии рассматривались в ряде работ [2, 3, 7–9]. Использование этих понятий влияет на формирование геометрической грамотности учащихся.

Применительно к процессу визуализации геометрических фигур следует использовать понятие «графическая модель геометрической фигуры – графическая конструкция, верно отображающая существенные свойства фигуры» [7, с. 55], а не «изображение фигуры». Действительно, в школьном курсе геометрии «изображением фигуры считается не только её проекция, но и любая фигура, подобная проекции» [1, с. 96], следовательно, смысл фразы «построить изображение фигуры» означает построить фигуру, подобную её параллельной проекции. Поэтому фраза «представленное на рисунке изображение куба» противоречит определению понятия «изображение фигуры», так как изображение куба – это плоская фигура, подобная некоторой его параллельной проекции, то есть понятие абстрактное. Визуальное представление геометрических фигур на страницах учебных пособий, в тетради или на учебной доске осуществляется не с помощью «изображений фигур», а посредством графических моделей, чертежей и рисунков геометрических фигур.

Используемые в методической литературе термины «стереометрический чертеж», «графическое изображение» должны быть уточнены. Любой чертеж пространственной фигуры на школьной доске, в тетради или на страницах учебника является плоским материальным объектом, следовательно, речь должна идти не о «стереометрических чертежах», а о графических моделях, чертежах или рисунках стереометрических фигур. Как уже отмечалось, понятие «изображение фигуры» имеет точный смысл – это фигура, подобная проекции некоторой фигуры, поэтому вместо фразы «на рисунке дано изображение куба» следует использовать фразу «дано графическое изображение куба» при условии, что под графическим изображением куба понимается его «изображение, визуализированное с помощью средств графики» [7]. Вместе с тем, во избежание неоднозначности восприятия термина «графическое изображение геометрической фигуры», на наш взгляд, можно использовать термин «графическое представление геометрической фигуры», понимая под этим визуализацию проекции геометрической фигуры средствами графики, а графическую конструкцию определить как конструкцию, составленную из графических представлений точек и линий, созданных с помощью инструментов для рисования и черчения.

В случае, если речь идет о геометрических фигурах, то общепринято говорить о построении фигур, а так как изображением фигуры является фигура, подобная её параллельной проекции, то естественно говорить о построении изображений фигуры. Если же рассматриваются графические модели, чертежи, рисунки, то речь должна идти о выполнении, создании графических моделей фигур, чертежей фигур или о рисовании фигур.

Принцип научности в обучении геометрии определяет необходимость формирования у учащихся верного представления о различии между геометрическими фигурами, физическими и графическими моделями фигур. Геометрическая фигура есть понятие абстрактное – логически мыслимая форма, а видеть, в соответствии с точным смыслом этого слова, можно не геометрическую фигуру, а её физическую или графическую модель.

Небрежность в этом вопросе приводит к стиранию различия между понятиями геометрической фигуры и её модели. Утверждение «архитектурные формы, как и большинство форм окружающего мира, представляют комбинаторику абстрактных геометрических тел» [6, с. 3] является ошибочным, так как геометрических тел в силу их абстрактности в окружающем мире нет, а есть материальные объекты, с определенной степенью точности обладающие формой геометрических фигур. Поэтому невыполнимыми являются, например, задания «приведите примеры взаимного расположения прямых и плоскостей из окружающего мира» [5. с. 64] или «назовите треугольник, который вы видите на доске». В окружающем мире нет прямых и плоскостей, на доске или на странице учебника учащиеся видят не прямоугольники или треугольники, а их графические модели (чертежи, рисунки). Лист бумаги формата А4 не является прямоугольником, а может быть примером физической модели прямоугольника или прямоугольного параллелепипеда, одно из измерений которого значительно меньше двух других.

В процессе преподавания геометрии предметы окружающего мира используются для реализации принципа наглядности и формирования представлений о форме изучаемых геометрических фигур. Решение различных типов задач предполагает рассмотрение геометрических фигур в качестве абстрактных моделей, соответствующих условиям задач, и графических моделей фигур, выполняющих роль опорных сигналов в процессе их решения. Верные представления о геометрических фигурах, физических и графических моделях фигур, умение использовать их в процессе решения задач естественно рассматривать в качестве показателей геометрической грамотности учащихся.

Геометрические фигуры и их модели являются средством интерпретации объектов в различных контекстах. Под контекстом объекта понимается «среда, включающая этот объект и способствующая выявлению его свойств и отношений с другими объектами» [4, с. 79]. Для определения геометрической грамотности определим понятие геометрической модели объекта.

Геометрическая модель объекта – это геометрическая фигура или конструкция, верно отражающая свойства объекта, находящегося в данном контексте, в терминах геометрических понятий.

Понятие геометрической грамотности можем определить следующим образом: *геометрическая грамотность* – это умение учащегося создавать, применять и интерпретировать геометрические и графические модели объектов в различных контекстах в процессе решения задач.

Данное определение является рабочим, поскольку позволяет осуществлять диагностику геометрической грамотности с помощью задач, определяющих необходимость создания и применения геометрических и графических моделей для их решения.

Список литературы

1. Атанасян, Л. С. Геометрия. В 2-х ч.: учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. – М. : Просвещение, 1986 – 1987. – Геометрия. Ч. II. –1987. – 351 с.

2. Изаак, Д. Ф. Об изображении пространственных фигур / Д. Ф. Изаак // Математика в школе. – 1956. – № 6. – С. 35–38.

3. Кабанова-Меллер, Е. Н. Роль чертежа в применении геометрических теорем / Е. Н. Кабанова-Меллер // Известия АПН РСФСР. –1950. Вып. 28. – С. 195–224.

4. Карневич, О. Н. Значимость контекста как общенаучного понятия / О. Н. Карневич // Математическое образование – 9: сб. материалов Междунар. конф., Ереван, 7–8 окт. 2021 г. / Арм. Гос. пед. ун-т; редкол. : Г. С. Микаелян (отв. ред.) [и др.]. – Ереван, 2021. – С. 77 – 79.

5. Латотин, Л. А. Геометрия: учеб. пособие для 10-го кл учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обуч. (базовый и повышенный уровни) / Л. А. Латотин, Б. Д. Чеботаревский, И. В. Горбунова. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2020. – 200 с.

6. Мамугина, В. П. Рисование геометрических форм и композиций: метод разработки / В. П. Мамугина, М. В. Никольский. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2009. – 32 с.

7. Тухолко, Л. Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии: монография / Л. Л. Тухолко. – Минск : БГПУ. 2019. – 246 с.

8. Четверухин, Н. Ф. Изображение фигур в курсе геометрии / Н. Ф. Четверухин. – М. : Учпедгиз, 1946. – С. 7–20.

9. Шлыкаў, У. У. Аб ролі графічнага мадэліравання пры вывучэнні геаметрыі / У. У. Шлыкаў // Народная асвета. – 1999. – № 10. – С. 121–128.

СЕКЦИЯ 4. ЦИФРОВИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ. ИНФОРМАТИКА И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ИНФОРМАТИКЕ

ДОПОЛНЕННАЯ РЕАЛЬНОСТЬ КАК ИНСТРУМЕНТ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ

О. И. Артюхин, к. пед. н., доцент,
Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н. И. Лобачевского,
Арзамас, Россия
А. С. Помелова, студент
Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»,
Москва, Россия
e-mail: oma_net@mail.ru, ss.pomelova@mail.ru

Аннотация. Дополненная реальность широко применяется в образовательных целях, особенно в изучении стереометрии. Приложения AR Math, GeoGebra AR, Arloon Geometry и др. предлагают интерактивные инструменты для визуализации и исследования геометрических объектов. Они способствуют лучшему усвоению материала, повышают интерес учащихся и помогают развивать пространственное мышление.

Ключевые слова: дополненная реальность, математика, геометрия, стереометрия.

AUGMENTED REALITY AS A TOOL FOR IMPROVING THE QUALITY OF GEOMETRY EDUCATION

O. I. Artyukhin, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Arzamas, Russia
A. S. Pomelova, Student
Moscow State University of Technology «STANKIN»,
Moscow, Russia
e-mail: oma_net@mail.ru, ss.pomelova@mail.ru

Annotation. Augmented reality is widely used for educational purposes, especially in the study of stereometry. Applications AR Math, GeoGebra AR, Arloon Geometry, and others offer interactive tools for visualizing and exploring geometric objects. They contribute to a better assimilation of the material, increase the interest of students and help to develop spatial thinking.

Keywords: augmented reality, mathematics, geometry, stereometry.

Технология дополненной реальности (AR) находит все более широкое применение в образовательном процессе, в частности, в курсе стереометрии на различных ступенях обучения. Существующие программные решения предоставляют возможность интерактивной визуализации и исследования разнообразных геометрических объектов и понятий, что, по данным ряда исследований [1–3], способствует улучшению понимания материала, повышению мотивации обучающихся и развитию их геометрической интуиции.

С целью выявления наиболее перспективных направлений применения дополненной реальности в обучении геометрии проведем обзор и сравнительный анализ функциональных возможностей ряда популярных приложений AR, таких как AR Math, GeoGebra AR, Arloon Geometry, CleARmaths, Surface math AR. Анализ сфокусирован на возможностях визуализации трехмерных объектов, интерактивном взаимодействии с моделями и адаптации контента к различным уровням подготовки обучающихся.

Мобильное приложение AR Math представляет собой инновационный инструмент пропедевтики курса геометрии, активно использующий дополненную реальность для интерактивного изучения геометрических объектов в окружающем мире, что способствует конкретизации абстрактных математических концепций и повышает учебную мотивацию. В основе приложения лежит компьютерное зрение, применяющее алгоритмы обнаружения признаков, такие как SIFT или SURF, и методы машинного обучения, например, сверточные нейронные сети, для распознавания форм в реальном времени. Учащиеся могут манипулировать этими объектами в AR-сцене, измерять их параметры и решать математические задачи, развивая пространственное мышление и визуализацию.

Приложение GeoGebra AR представляет собой мощный инструмент для визуализации и изучения стереометрии, основанный на наложении параметрически заданных геометрических объектов на реальные объекты, что обеспечивает глубокую интеграцию математических моделей с физической реальностью. Этот подход опирается на принципы обучения на основе запросов, где студенты активно исследуют и конструируют знания через создание собственных AR-моделей. Процесс создания AR-моделей в GeoGebra 3D Calculator является не просто применением готовых инструментов, а скорее активным конструированием математических моделей, требующим анализа функций двух переменных и использования функции поверхности, что способствует глубокому пониманию теоретических основ стереометрии. Это способствует развитию пространственного мышления, визуализации данных и математического моделирования, а также предоставляет ценный инструмент для проведения исследовательских проектов практического применения стереометрии. Интеграция GeoGebra AR с учебными материалами позволяет преподавателям создавать исследовательские проекты и адаптировать обучение к индивидуальным потребностям студентов, что соответствует принципам дифференцированного обучения.

Приложение Arloon Geometry предоставляет возможности для интерактивного исследования геометрических фигур в трехмерном пространстве, позволяя рассматривать их с различных ракурсов и визуализировать сопутствующие формулы и теоремы для каждой визуализации. Этот подход интегрирует визуальное обучение с формальным математическим представлением, что способствует более глубокому и полному пониманию геометрических концепций. Предоставление доступа к формулам и теоремам непосредственно рядом с визуализируемой фигурой позволяет систематизировать теоретические знания с конкретными примерами. Возможность интерактивного вращения и масштабирования фигур стимулирует развитие пространственного мышления и визуализации.

Мобильное приложение CleARmaths расширяет возможности изучения векторной геометрии в дополненной реальности, предоставляя функциональность не только визуализации геометрических построений, но и демонстрации математических расчетов, лежащих в их основе. Это представляет собой важный шаг для визуализации математических абстракций, позволяя студентам связывать визуальное представление геометрических объектов с соответствующими алгебраическими уравнениями и операциями. CleARmaths использует принципы многоканального обучения, предоставляя информацию через визуальный, интерактивный и текстовый каналы, что может улучшить понимание и удержание знаний.

Разработка мобильного приложения AR Geometry, предназначенного для визуализации геометрических построений из учебно-методических комплектов по геометрии 10–11-х классов Л. С. Атанасяна, представляет собой интеграцию традиционного учебного процесса с современными технологиями дополненной реальности. Это направлено на повышение эффективности обучения за счет визуализации абстрактных геометрических концепций, представленных в учебнике. Такой подход соответствует принципам интерактивного обучения, где использование различных форм представления информации и технологическое взаимодействие с учебным материалом (текст, изображение, интерактивная визуализация) способствует лучшему пониманию и запоминанию материала.

Разработка и использование приложений, таких как Surface math AR, для визуализации алгебраических поверхностей второго порядка в дополненной реальности при изучении раздела «Функции нескольких переменных» открывает новые возможности для обучения высшей математике. Это является примером применения технологии обучения с помощью погружения (иммерсивные технологии), где AR обеспечивает интерактивное и реалистичное окружение для изучения абстрактных математических концепций. Визуализация сложных поверхностей в AR способствует конкретизации абстрактных понятий, облегчая понимание взаимосвязи между математическим уравнением и его геометрическим представлением.

Использование игровых технологий на основе виртуальной и дополненной реальности, таких как «Хопер», AR Math и Multiplication AR, для обучения математике в дошкольном и начальном образовании представляет собой инновационный подход, основанный на принципах геймификации обучения. Внедрение игровых элементов в учебный процесс направлено на повышение мотивации и вовлеченности детей, превращая изучение математики в увлекательное занятие. Игровые технологии позволяют формировать начальные геометрические представления и развивать математические способности в безопасной и поддерживающей среде, где ошибки рассматриваются как часть процесса обучения. Взаимодействие с виртуальным персонажем в режиме дополненной реальности создает эффект социального присутствия, обеспечивая позитивный опыт за счет обратной связи и поддержки в занимательной форме, что способствует снижению тревожности, связанной с изучением математики. Использование AR позволяет создать персонализированную учебную среду, адаптирующуюся к индивидуальным потребностям и темпу обучения каждого обучающегося, что соответствует принципам адаптивного обучения. Подсказки и обратная связь, представленные в игровой форме, помогают обучающимся самостоятельно решать задачи и развивать навыки саморегуляции.

Анализ программных продуктов на основе дополненной реальности выявляет три основных направления их применения в математическом образовании, каждое из которых имеет значительный потенциал для повышения эффективности обучения и вовлеченности обучающихся:

– геймификация математического образования позволяет интегрировать игровой процесс с реальным миром, делая обучение более контекстуальным и значимым (например, обучающиеся могут решать математические задачи, связанные с измерением реальных объектов, моделированием физических явлений или управлением виртуальными ресурсами в AR-окружении, для улучшения понимания абстрактных математических концепций и развития навыков применения математики на практике);

– визуализация математических объектов, геометрических построений и других абстрактных понятий в геометрии, математическом анализе, функциональном анализе и топологии, позволяя обучающимся взаимодействовать с трехмерными объектами, исследовать их свойства и отношения в интерактивной среде;

– реализация межпредметных связей геометрии с физикой, биологией, химией, архитектурой на основе создавания трехмерной карты окружения и позиционирования виртуальных объектов в реальном пространстве.

Современный этап развития математического образования характеризуется активной разработкой и накоплением методических материалов по применению дополненной реальности в обучении, где AR выступает в качестве дидактического инструмента для реализации междисциплинарных связей математики с различными областями знания и реализации персонализированного обучения. Применение технологии дополненной реальности в математическом образовании существенно повышает вовлеченность обучающихся, визуализирует абстрактные математические концепции и активно развивает предметные и цифровые навыки.

Список литературы

1. Гришин, Д. И. Виртуальная и дополненная реальность: особенности применения в геометрии / Д. И. Гришин, Н. М. Махина // Актуальные проблемы современной науки: взгляд молодых учёных : Материалы Национальной науч.-практ. студ. конф., Брянск, 13–14 декабря 2023 года. – Брянск: Брянский гос. ун-т им. академика И.Г. Петровского, 2023. – С. 529–532.

2. Хмеляр, О. Н. Применение мобильных технологий дополненной реальности при изучении стереометрии в школьном курсе геометрии / О. Н. Хмеляр, Д. В. Приходько // Образование XXI века: подходы, технологии, методики : Сборник научных статей Междунар. науч.-практ. конф. : в 2 т., Курган, 27 мая 2022 года / Курганский гос. ун-т ; Г. М. Федосимов (отв. ред.). – Курган, 2022. – Т. 1. – С. 221–225.

3. Щербатых, С. В. Применение иммерсивных технологий в математическом образовании / С. В. Щербатых, М. С. Артюхина // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2023. – Т. 12, № 1(42). – С. 9–13.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕВОЛЮЦИИ И ФИЛОСОФСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

О. И. Баран, доцент,
Минск, Беларусь
e-mail: oleg_baran@mail.ru

Аннотация. Рассматриваются информационные революции как важнейший фактор ускоренного развития человечества и основа цивилизации. Обосновывается необходимость создания искусственного интеллекта, указываются его основные характеристики и перспективные задачи. Анализируются философские аспекты создания искусственного интеллекта.

Ключевые слова: информационная революция, компьютер, искусственный интеллект.

INFORMATION REVOLUTIONS AND PHILOSOPHICAL PROBLEMS OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE

O. I. Baran, Docent,
Minsk, Belarus
e-mail: oleg_baran@mail.ru

Annotation. Information revolutions are considered as the most important factor in the accelerated development of mankind and the basis of civilization. The necessity of creating artificial intelligence

is substantiated, its main characteristics and promising tasks are indicated. The philosophical aspects of creating artificial intelligence are analyzed.
Keywords: information revolution, computer, artificial intelligence.

1. Утверждение о том, что человека разумного (homo sapiens) создал труд, требует важного уточнения и дополнения: это был коллективный и, в первую очередь, умственный труд. А для этого потребовалось существенное развитие информационных технологий. Этот процесс сильно растянулся во времени и шёл с нарастающей скоростью и эффективностью. Если первые люди появились приблизительно 2,8 миллиона лет назад, то человек разумный – приблизительно 300 000 лет назад. Первые известные петроглифы появились приблизительно 40 000 лет назад. А цивилизация, по этим меркам, появилась совсем недавно – не более 10 000 лет назад [2–4]. Примерно в это же время появляется и письменность. Со временем коммуникативные технологии и методы обработки, хранения и передачи информации становятся всё более совершенными и с тех пор являются основным фактором ускоренного развития цивилизации. Накопление информации обладает кумулятивным влиянием на развитие всех сфер человеческой деятельности, на формирование, закрепление и развитие новых тенденций в обществе и в науке. Выделим некоторые ключевые моменты этого процесса, которые мы назвали информационными революциями [1]. Приведём их перечень с указанием дат.

Первая информационная революция. Возникновение и развитие речи на уровне, близком к современному (около 100 000 – 50 000 лет назад). Появляются, закрепляются и совершенствуются абстрактные понятия, которые являются основой мышления, возникают «абстракции абстракций» (суперабстракции). На этом этапе человек окончательно выделяется из мира других животных. Только речь является существенным отличием между человеком и человекоподобными обезьянами. И только речь способна передать и совершенствовать накопленный опыт, только речь способна ускорить эволюцию от первых гоминидов до первобытного человека и дальше до современных цивилизаций.

Вторая информационная революция. Возникновение письма. Сначала в виде рисунков и символов, потом в виде иероглифов, и, в конце концов, с помощью алфавитных наборов букв. Письмо известно с конца 4-го – начала 3-го тыс. до н.э. (Египет, Месопотамия). Письму предшествовали средства, которые служили запоминанию устных сообщений (вампумы, кипу, пиктография).

А первые алфавитные системы письма появились в конце второго тысячелетия до н.э. Алфавитное греческое письмо, несомненно, лучше способствовало развитию мышления и это может объяснить «Греческое чудо» в науках. Возникают первые школы и библиотеки рукописных книг (на глиняных табличках в Древней Месопотамии, на папирусе – в Древнем Египте, в Греции, в Риме и т. д.), появляются профессиональные ученые. Именно письменность содействовала развитию образования на протяжении дальнейших 3–4 тысяч лет.

Третья информационная революция. Возникновение книгопечатания. Первые опыты книгопечатания известны с 1041-1048 годов в Китае. В Европе книгопечатание возникло в 40-х гг. XV столетия (И. Гутенберг). Первая, точно датированная российская печатная книга «Апостол», напечатана в 1564 году в Москве И. Федоровым и П. Мстиславцем. Создание печатной машины (в 1814 г.) заложило основы современной полиграфии и сделало книгу общедоступной. Появляются первые учебники для школьников и студентов.

Четвертая информационная революция. Звукозапись. В 1877 году американский изобретатель Томас Алва Эдисон (1847–1931) изобрел прибор для звукозаписи. В 1898 году датчанин Вальдемар Паульсен изобрел первый магнитофон, который он называл «телеграфоном», в котором, в отличие от современных магнитофонов, запись звука проводилась не на ферримагнитную ленту (она появилась только в 1928 году и нашла коммерческое применение только в 1950 году), а на стальную проволоку. Магнитофон в течение длительного времени широко использовался в учебном процессе, особенно при изучении иностранных языков.

Пятая информационная революция. Изобретение фотографии и кино («подвижные рисунки»). Создание фотографии заняло много времени: от опытов Леонардо да Винчи в XV веке до изобретений французов Л. Ж. М. Дагера и Ж. Н. Ньепса (1839), а также англичанина У. Г. Ф. Толбота (1841). Цветные фотографические изображения впервые получил Л. Дюко дю Орон (1868–1869, Франция).

Шестая информационная революция. Изобретение радио. В 1895 году были сделаны сразу два революционных изобретения в области информационных технологий: 13 февраля братья Люмьер (Франция) подали заявку на изобретение синематографа, а 25 апреля выдающийся российский физик и электротехник А. С. Попов продемонстрировал первый вариант созданного им радиоприёмника. В 1897 году А. С. Попов начал работы над «беспроволочным телеграфом» и в том же году передал на расстояние 200 м свою первую радиограмму, которая состояла из одного слова «Герц», а в 1901 он уже достиг дальности радиосвязи около 150 км. На Всемирной выставке 1900 года в Париже Попов получил за своё открытие Золотую медаль. Приоритет А. С. Попова в изобретении радио был окончательно признан только через 100 лет, когда в ознаменование этого события ЮНЕСКО объявила 1995 год Всемирным годом радио. Следует также отметить, что в 1896 итальянец Гульельмо Маркони получил патент на свой радиоприёмник и основал компанию для коммерческого использования радиосвязи, а американский изобретатель Никола Тесла в 1897 году запатентовал беспроводную систему передачи энергии.

Радиовещание повысило уровень оперативного распространения информации и расширило зону действия массовых коммуникаций. Учебные радиопередачи ещё больше демократизировали образование и способствовали, в первую очередь, значительному повышению культурного уровня населения в развитых странах.

Седьмая информационная революция. Изобретение телевидения. Телевидение – одно из современных массовых средств распространения информации (политической, культурной, познавательной и научно-популярной, учебной, рекламной и тому подобное). Оно используется также в научных, организационных, технических и др. прикладных целях, например, в промышленности и на транспорте (диспетчеризация, контроль), при космических и ядерных исследованиях, в медицине и в других областях человеческой деятельности.

Восьмая информационная революция. Информационные технологии на базе современных компьютеров. Устройства для упрощения вычислительной работы известны с древних времен, но только со второй половины XX столетия современные компьютеры стали необходимым атрибутом практически во всех сферах человеческой деятельности.

Девятая информационная революция. (?) Перспективы. В скором будущем ожидается создание молекулярных, атомных и биокомпьютеров, что даст возможность повысить их быстродействие по крайней мере ещё на несколько порядков. А симбиоз машины и человека позволит заглянуть в тайны человеческого ума, непрерывно и эффективно руководить человеческим организмом и повысить продолжительность производительной жизни человека на десятки лет, а может и на несколько столетий.

Но и сегодняшние достижения в отрасли создания так называемых суперкомпьютеров поражающие. Построенный в 2024 году El Capitan (США) – передовой суперкомпьютер занимает первое место в рейтинге, обладая огромной производительностью в 1,74 EFLOPS (1 EFLOPS равен 1018 FLOPS, то есть, квинтиллион, или миллиард миллиардов, или миллион триллионов операций с плавающей запятой в секунду).

2. Интенсивное развитие современной цивилизации всё чаще сталкивается с ускоренным истощением существующих ресурсов и необходимостью поиска новых, в том числе и за пределами Земли. Большую обеспокоенность должны также вызывать многочисленные угрозы самому существованию человечества. При этом понятно, что в любом случае человечество прекратит своё существование задолго до того, как Солнце исчерпает свои энергетические ресурсы.

Понятно также, что экономические ожидания от освоения ресурсов Солнечной системы весьма завышены, а межзвёздные перелёты невозможны в принципе: не поможет даже использование в качестве самого эффективного горючего антивещества [5]. Также абсолютно невозможны и какие-либо контакты с другими цивилизациями, если такие и существуют: мы не сможем получить ключ для расшифровки полученной информации, не учитывая даже огромные временные паузы между сообщениями. Таким образом, земная цивилизация никогда не сможет получить какую-либо поддержку и защиту извне.

В связи с этим, следует признать, что главной ценностью на Земле является разумная жизнь, которая в биологической форме ограничена в сроках существования. Поэтому возникает идея: сохранить земной Разум с помощью искусственного интеллекта.

Будем пока исходить из предположения, что искусственный разум (мыслящий компьютер) в принципе создать возможно, и он будет функционально неотличим от разума естественного.

Сегодня не существует ни одного протеза ни для одного человеческого органа, который может полностью и адекватно заменить настоящий. Но принципиальных трудностей такие проекты не представляют. В принципе представляется возможным заменить все органы человека, сохранив и улучшив их функциональные качества. При этом новые органы не обязательно должны быть похожи на человеческие прототипы: гораздо важнее то, как они способны справляться с возложенными на них задачами. Наибольшие трудности ожидают нас при моделировании мозга. Такой искусственно созданный «по образу и подобию» artificialis hominis (искусственный человек), назовём его разумником, будет обладать многими преимуществами перед сегодняшним человеком: он не будет бояться болезней, радиации, сможет обитать в агрессивных средах, в океанах и в открытом космосе. Такие разумники будут иметь неисчислимые преимущества перед своими создателями: вместо пищи они будут потреблять энергию, легко поддаваться ремонту и станут практически бессмертными. Станет реальностью передача и чтение мыслей на расстоянии (телепатия, основанная на объективных законах природы, а не на мистике). Появятся новые чувства: радиосвязь, радиолокация, инфракрасное и ультрафиолетовое видение, новые эмоции, связанные с новыми чувствами. Новая цивилизация благодаря исключительной коммуникабельности будет по сути представлять собой единый искусственный интеллект всей Земли, который сможет в дальнейшем распространиться в пределах Солнечной системы.

Разумникам не нужны жилища и одежда. Они станут надежной основой смешанных экипажей, которые будут состоять из представителей «старой» и «новой» цивилизаций. Будут созданы реально независимые от метрополии (от Земли) цивилизационные колонии сначала на Луне, на Марсе и на ближайших астероидах. Разумники смогут обеспечить эффективную защиту и ремонт космических аппаратов в самых экстремальных условиях, наилучшим образом поддерживать существование биологических форм жизни. При таком союзе даже затухание Солнца уже не будет иметь столь катастрофические последствия. И тогда мы действительно «помчимся вперед от звезды до звезды».

Сегодня время – главный враг человечества, а для новой цивилизации время станет основным союзником: для великих замыслов и для полетов к далеким звездам нужно много времени и его в наличии будет предостаточно, сколько угодно. Более того, изменится ощущение времени и отношение к нему. Не будет острой необходимости в ускорении процессов, главным станет конечный результат.

3. Сегодня искусственный интеллект воспринимается как быстро развивающаяся область компьютерных наук, занимающаяся созданием компьютерных систем, способных выполнять задачи, которые требуют человеческого интеллекта. Другими словами, это попытка научить высокотехнологичные механизмы «думать» и «решать задачи», как люди. В связи с этим возникают сложные философские проблемы. Укажем только некоторые из них: что такое разум вообще? как отличить разум от имитации разума? можно ли создать искусственный разум, полностью идентичный разуму человека? какие цели создания искусственного разума? как искусственный интеллект будет решать моральные, эмоциональные, эстетические и др. вопросы, будет ли он обладать какими-то чувствами? Сможет ли искусственный интеллект решать проблемы, не относящиеся к точным наукам, например, философские и религиозные? Здесь перечислены только некоторые проблемы создания и использования искусственного интеллекта, но нашу основную задачу мы видим в том, чтобы привлечь внимание к этим важным вопросам.

Список литературы

1. Баран, О. І. Інформаційні революції та освітні технології. / О. І. Баран // Науково-методичний, інформаційно-освітній журнал «Вересень» – 2007. – № 1–2. – С. 12–25.

2. Брей, У. Археологический словарь / У. Брей, Д. Трамп. – М. : Прогресс, 1990. – 367 с.

3. Елинек, Я. Большой иллюстрированный атлас первобытного человека / Я. Елинек. – Прага : Артия, 1982. – 560 с.

4. Ламберт, Д. Доисторический человек. Кембриджский путеводитель / Д. Ламберт. – Л. : Недра, 1991. – 256 с.

5. Потупа, А. С. Открытие Вселенной – прошлое, настоящее, будущее / А. С. Потупа. – Минск : Юнацтва, 1991. – 558 с.

О РАЗРАБОТКЕ ЗАДАЧ ДЛЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО БАЗОВОМУ КУРСУ ИНФОРМАТИКИ

А. В. Букушева, к. пед. н., доцент,
А. А. Казачкова, старший преподаватель,
Е. Е. Лапшева, руководитель Центра непрерывной подготовки IT-специалистов,
М. В. Огнева, к.ф.-м.н., доцент,
Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского,
Саратов, Россия
e-mail: bukushevaav@sgu.ru; kazachkova.anna@gmail.com;
lapsheva@gmail.com; ognevamv@gmail.com

Аннотация. Региональная олимпиада по информатике для школьников проводится два этапа: дистанционный и очный. Рассматриваются особенности разработки задач дистанционного этапа.

Ключевые слова: методическая подготовка учителя информатики, олимпиада по информатике.

DEVELOPMENT OF PROBLEMS FOR THE REGIONAL SCHOOL OLYMPIAD IN BASIC COMPUTER SCIENCE COURSE

A. V. Bukusheva, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
A. A. Kazachkova, Senior Lecturer,
E. E. Lapsheva, Head of the Center for Continuous Training of IT Specialists,
M. V. Ogneva, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Saratov State University,
Saratov, Russia
e-mail: bukushevaav@sgu.ru; kazachkova.anna@gmail.com;
lapsheva@gmail.com; ognevamv@gmail.com

Annotation. The regional Olympiad in informatics for schoolchildren is held in two stages: online and in person. Examples of some tasks of the online stage are given.
Keywords: methodical training of computer science teacher, olympiad in informatics.

В настоящее время проводятся разные олимпиады по информатике для школьников, задания в которых могут быть как теоретическими, так и с автоматической проверкой решений задач.

Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского (СГУ) в 2025 году в шестнадцатый раз проводил региональную олимпиаду для школьников. Олимпиада состоит из двух этапов. В дистанционном туре учащиеся 8–11-х классов из разных образовательных учреждений Саратовской области решают задачи на образовательном портале school.sgu.ru, разработанные экспертами Образовательного центра непрерывной подготовки IT-специалистов. В этом году дистанционно ученики решали двенадцать заданий в течение двух часов. Задачи были по темам: измерение информации, системы счисления, комбинаторика, логика [1–2]. Участники, набравшие более пяти баллов, приглашались на очный этап, который проводился в компьютерном классе университета.

Школьники активно используют нейронные сети для решения задач по разным предметам, в том числе по информатике [3]. Разрабатывая задания для дистанционного этапа, нам нужно было составить задания, которые проверяли бы не просто знание алгоритмов и формул, а умение анализировать, рассуждать и креативно мыслить. Мы стремились сформулировать и оформить условия задач, которые нейросеть не смогла бы решить, или усложняли поиск решения, размещая часть условия задачи в виде картинок.

Приведем примеры задач.

Задача 1. Петя изучает криптарифмы, математические ребусы, в которых зашифрованы примеры на выполнение одного из арифметических действий. При этом одинаковые цифры шифруются одной и той же буквой, а разным цифрам соответствуют различные буквы. Считается, что никакое число не должно начинаться с нуля. Петю заинтересовал вопрос: в системе счисления с каким наименьшим основанием криптарифм

ЧИСЛО + СЛОВО = ЗАДАЧА

имеет ровно одно решение?

Ответ: 13.

Задача 2. Гермиона составляет зелье для усиления способностей. Точный рецепт она не помнит, помнит только то, что в него должно входить шесть трав, причем некоторые могут варьироваться. Она собрала восемь растений (рисунок 1).

Рисунок 1

Из них она приготовила всевозможные варианты, в каждом из которых присутствовало по шесть трав. Все зелья разные, ни одно не повторяется. Испытав их на практике, Гермиона поняла, что нужными свойствами обладают только те, в которых присутствует красный кардамон. Остальные она вылила. Сколько зелий вылила Гермиона?

Ответ: 7.

Задача 3. Перед Петей лежит устройство, изображённое на рисунке 2. На экране могут отображаться только натуральные числа. Нажатие на кнопку выполняет действие, написанное на ней. Кнопка блокируется (не может быть нажата), если результат нельзя отобразить на экране. Ходом считается успешное нажатие одной из кнопок. Назовите два наименьших значения, которые НЕ удастся получить за 5 или менее ходов, если исходно на экране отображено число 3.

Рисунок 2

Введите найденные числа в порядке возрастания.

Ответ: 13, 17.

В разработке заданий для дистанционного этапа олимпиады по теоретическому курсу информатики обязательно нужно включать логические задачи, так как нейросети часто дают неправильные ответы, и также оформление условия задачи в виде картинки затрудняет поиск готовых решений.

Задача 4. В стране Йогогука живут два вида волшебных существ (рисунок 3).

Рисунок 3

Однажды на балу собрались 30 обитателей данной страны. Некоторые из них сказали: «Число гуков в этом зале делится на три». Остальные сказали: «Число йориков в этом зале делится на 3».

Сколько йориков в этой комнате?

Ответ: 0.

Очный этап проводится в компьютерном классе без использования интернета. На этом этапе решаются задачи, подобные дистанционному этапу. Победители олимпиады получают три балла в счет индивидуальных достижений при поступлении на факультет компьютерных наук и информационных технологий СГУ в текущем году. Победители и призеры десятиклассники приглашаются в профильную смену по машинному обучению в региональный центр одарённых детей «Галактика 64».

Список литературы

1. Лапшева, Е. Е. Программирование как инструмент решения олимпиадных задач по теоретической информатике / Е. Е. Лапшева, М. В. Огнева // Современные проблемы науки и образования. – 2018. – № 4. – С. 95.
2. Лапшева, Е. Е. Логика. Подготовка школьников к олимпиадам по информатике / Е. Е. Лапшева, М. В. Огнева // Информационные технологии в образовании. – 2016. – С. 63–68.
3. Ren, S. Can AI Assist in Olympiad Coding / S. Ren. – URL: https://doi.org/10.48550/arXiv.2503.15519 (дата обращения 17.06.2025).

СПЕЦИФИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ НА МЕХМАТЕ БГУ

С. А. Вельченко, аспирант, старший преподаватель,
Д. Г. Медведев, доктор педагогических наук профессор,
Белорусский государственный университет,
Минск, Беларусь
e-mail: semmi.vall@gmail.com, medvedev@bsu.by

Аннотация. Обоснование, разработка, апробация методики и структурно-функциональной модели, способствующие повышению результативности подготовки IT-специалистов, преподавателей вузов в информационно-образовательной среде (ИОС) механико-математического факультета (ММФ) БГУ. Разработка электронного учебно-методического комплекса (ЭУМК) для развития творческих способностей учащихся с применением технологий решения изобретательских задач (ТРИЗ), эвристических задач, искусственного интеллекта (ИИ) в профессиональной деятельности.

Ключевые слова: механико-математический факультет; параллельные вычисления; программирование; полипарадигмальный подход; информационно-образовательной среда (ИОС); теория решения изобретательских задач (ТРИЗ); многоуровневая модель; алгоритмическое и творческое мышление; эвристические задачи; искусственный интеллект (ИИ).

SPECIFICITY OF TEACHING PARALLEL ALGORITHMS AT THE FACULTY OF MECHANICS AND MATHEMATICS OF BSU

S. A. Velchenko, Postgraduate student, Senior Lecturer
D. G. Medvedev, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Belarusian State University,
Minsk, Belarus
e-mail: semmi.vall @ gmail.com, medvedev@bsu.by

Abstract. Substantiation, development, testing of the methodology and structural and functional model that contribute to increasing the effectiveness of training IT specialists, university teachers in the information and educational environment (IEE) of the Faculty of Mechanics and Mathematics (FMM) of BSU. Development of an electronic educational and methodological complex (EEMC)

for the development of creative abilities of students using technologies of the theory of inventive problem solving (TRIZ), heuristic problems, artificial intelligence (AI) in professional activities.
Keywords: Faculty of Mechanics and Mathematics; parallel computing; programming; multiparadigm approach; information and educational environment (IEE); theory of inventive problem solving (TRIZ); multilevel model; algorithmic and creative thinking, heuristic problems, artificial intelligence (AI).

Значение параллельных вычислений в современном мире трудно переоценить. Они являются краеугольным камнем для развития множества передовых технологий и научных дисциплин.

– *Научные исследования.* Моделирование климата, астрофизические симуляции, молекулярная динамика, геномные исследования, разработка новых материалов – все эти области требуют огромных вычислительных мощностей, которые предоставляют суперкомпьютеры, основанные на параллельных архитектурах.

– *Искусственный интеллект и машинное обучение.* Обучение глубоких нейронных сетей, обработка естественного языка, компьютерное зрение – эти задачи по своей природе являются высоко параллельными и эффективно выполняются на графических процессорах (GPU) и специализированных ускорителях.

– *Обработка больших данных (Big Data).* Анализ огромных объёмов данных, поступающих из различных источников (интернет вещей, социальные сети, сенсоры), требует распределенных и параллельных систем для быстрой обработки и извлечения ценной информации.

– *Компьютерная графика и мультимедиа.* Рендеринг сложных 3D-сцен, обработка видео в реальном времени, создание спецэффектов – все это стало возможным благодаря массовому параллелизму в GPU.

– *Финансовое моделирование.* Сложные алгоритмы для прогнозирования рынков, управления рисками и высокочастотной торговли используют параллельные вычисления для быстрого анализа данных.

– *Инженерия и проектирование.* Моделирование прочности конструкций, аэродинамики, потоков жидкостей (Computational Fluid Dynamics, CFD) – все эти задачи решаются с помощью параллельных методов.

Без параллельных вычислений многие из этих достижений были бы невозможны или заняли бы неприёмлемо много времени. Они стали движущей силой инноваций, позволяя решать задачи, которые ранее считались неразрешимыми.

Одно перечисление сфер применения параллельного программирования показывает, что для их интенсивного развития необходимо находить и продолжать совершенствовать алгоритмы и методы распараллеливания процессов вычислений. Большая сложность, и разнообразие процессов и объектов, для которых параллельное программирование является инструментом их исследования и развития, предъявляет особые требования к обучению будущих IT-специалистов.

Обсуждается профессиональная подготовка специалистов по информационным технологиям (IT) на механико-математическом факультете Белорусского государственного университета (БГУ), направленная на развитие компетенций в сфере программирования и параллельного вычислительного процесса в информационно-образовательной среде факультета с привлечением инновационных методик и образовательных технологий.

Обзор литературы показывает, что тема разработки специализированных электронных учебно-методических комплексов (ЭУМК) по курсу «Параллельное программирование» остается актуальной и требует дальнейшего развития и наполнения. Исследователи отмечают отсутствие разработок ЭУМК, учитывающих многомерный (полипарадигмальный) подход, повышающий качество подготовки студентов IT-специальностей за счёт введения в ИОС особых структурных компонентов, стимулирующих активность, творческие способности и междисциплинарные связи учебных курсов.

Полипарадигмальная стратегия позволяет создать ИОС, ориентированную на решение образовательных задач IT-профиля путём интерактивного освоения студентами базовых знаний языков программирования, принципов параллельной обработки данных и использования супервычислительных ресурсов, организации активной самоподготовки и формализацию профессиональных компетенций согласно стандартам образования.

Теория решения изобретательских задач (ТРИЗ) была успешно применена для активизации творческого мышления студентов IT-специальностей при разработке параллельных алгоритмов и программного кода. Использование различных способов интеграции ТРИЗ в образовательный инструментарий помогает развивать креативный потенциал студентов при изучении предметов, допускающих множественность решений.

Интеграция инновационных интеллектуальных технологий, включая элементы ИИ, и эвристические задачи, открывает новые возможности для персонализации обучения. Искусственный интеллект рассматривается как область компьютерных наук, позволяющая пользователям без опыта программирования формулировать и решать задачи интеллектуальной направленности, взаимодействуя с компьютерной системой через упрощенный интерфейс.

Изменившиеся требования к специалистам IT-профиля подчеркивают важность раздела искусственного интеллекта в рамках их базовой подготовки, открывают перспективы использования экспертных систем и других методов ИИ в образовательном процессе.

Использование элементов ИИ в ИОС позволит повысить качество подготовки специалистов, если удастся решить следующие задачи:

1) сформировать у студентов требуемый уровень компетенций по программированию и параллельно-вычислительным методам для автоматизации проектов с применением ИИ;

2) расширить возможности ИОС, разработав соответствующую модель подготовки специалиста, определяющую порядок овладения этими компетенциями; создать эффективные учебно-методические материалы, обеспечивающие подготовку специалистов с опытом работы с нейронными сетями.

Процесс применения нейронных сетей должен соответствовать ряду педагогических критериев, таких как научность, доступность, визуализация материала, адаптация к индивидуальным особенностям обучающихся, регулярность и преемственность подачи материала, осознанное восприятие знаний, развитие самостоятельности и инициативности студентов, личностное развитие обучающегося и наличие обратной связи.

Таким образом, изучение вопросов формирования компетенций в области программирования и параллельных вычислений с учётом новых требований современной образовательной среды становится актуальным направлением образовательного процесса и научных исследований.

Многолетняя работа авторов на ММФ БГУ позволяет сделать вывод, что наиболее эффективно использовать в процессе обучения параллельному программированию полипарадигмальный подход и соответствующую информационно образовательную среду, включающую инновационные методы обучения: ТРИЗ, искусственный интеллект и эвристические задачи.

Список литературы

1. Вельченко, С. А. Использование ТРИЗ для подготовки будущих IT-специалистов параллельным вычислениям / С. А. Вельченко, Д. Г. Медведев // University Pedagogical Journal. Университетский педагогический журнал. – 2024. – ч. 1. – С. 32–40.
2. Вельченко, С. А. Использование полипарадигмального подхода при обучении параллельному программированию студентов университета / С. А. Вельченко // Зборнік навуковых прац Акадэміі паслядыпломнай адукацыі. – 2021. – Вып. 19. – С. 96–107.
3. Вельченко, С. А. Формирование технической ит-компетенции при обучении студентов параллельному программированию / С. А. Вельченко // University Pedagogical Journal. Университетский педагогический журнал. – 2022. – ч. 2. – С. 66–72.
4. Коваленко, Н. С. Параллельное программирование. Математические модели, методы и алгоритмы: учебно-методическое пособие / Н. С. Коваленко, С. А. Вельченко, М. И. Овсеец. – Минск : БГУ, 2022. – 255 с.
5. Медведев, Д. Г. Полипарадигмальный подход как методологическое основание обновления процесса образовательной подготовки студентов механиков в Беларуси / Д. Г. Медведев // Вышэйшая школа. – 2017. – № 3 (119). – С. 27–31.
6. Медведев, Д. Г. Организация обучения студентов-механиков в информационно-образовательной среде классического университета / Д. Г. Медведев. – Минск: БГУ, 2018. – 215 с.
7. Вельченко, С. А. Формирование компетенций при смешенном и дистанционном обучениях «Параллельному программированию» / С. А. Вельченко //. Междунар. конгресс по информатике: информационные системы и технологии (CSIST'2022) Материалы междунар. науч. конгресса по информатике 3-х частях Республика Беларусь, Минск 27 – 28 октября 2022 г. Изд. БГУ. – ч. 3. – С. 20–26.

РОЛЬ И МЕСТО МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО ГРАМОТНЫХ ВЫПУСКНИКОВ ВУЗОВ

М. В. Воронов, д. т. н., профессор,
Московский государственный психолого-педагогический университет,
Москва, Россия
e-mail: mivoronov@yandex.ru

Аннотация. Анализируется актуальность повышения у выпускников учебных заведений уровня их функциональной грамотности. Обсуждаются предложения по разрешению встречающихся на этом пути трудностей, обусловленные широким использованием средств искусственного интеллекта.

Ключевые слова: учебный план, искусственный интеллект, функциональный подход, функциональная грамотность.

THE ROLE AND PLACE OF MATHEMATICAL MODELING IN THE TRAINING OF FUNCTIONALLY LITERATE UNIVERSITY GRADUATES

M. V. Voronov, Doctor of Technical Sciences, Professor,
Moscow State Psychological and Pedagogical University
Moscow, Russia
e-mail: mivoronov@yandex.ru

Annotation. The relevance of improving the level of functional literacy among graduates of educational institutions is analyzed. Proposals are being discussed to resolve the difficulties encountered along the way due to the widespread use of artificial intelligence tools.

Keywords: curriculum, artificial intelligence, functional approach, functional literacy.

Развитие ИКТ столь стремительно и непосредственно затрагивает интересы каждого жителя нашей планеты, что можно утверждать, в настоящий период земная цивилизация переживает очередную технологическую революцию, и важнейшей её составляющей являются перспективы, обусловленные расширением использования средств, основанных на идеях искусственного интеллекта (ИИ).

Очередной технологический прорыв, как правило, приводит к тому, что человечество оказывается на развилке путей своего дальнейшего развития. При этом в негативных направлениях новации активно используются, и как бы сами по себе, а для их использования в позитивных направлениях приходится прилагать серьезные усилия.

Наиболее яркий тому пример – ситуация, формирующаяся в сфере образования. Преподаватели, как правило, могут разумно распорядиться возможностями, предоставляемыми системами искусственного интеллекта, используя их, например, для автоматизации этапов подготовки к проведению учебных занятий. Студенты же в большинстве своём, как показывает практика, используют ИИ для автоматизации не рутинных задач, а для автоматизации выполнения заданий в целом. И в такой ситуации много административных усилий направлено на отчетность по фактам использования ИИ в учебном процессе. Тем самым, по существу, обучение сводится к тому, что учатся просить средства искусственного интеллекта давать им желаемое, не требуя при этом умения самостоятельно формировать ответы на поставленные задачи. Такое использование обучающимися средств ИИ ведет не просто к имитации учёбы, а к сокрытию её отсутствия как такового. Она становится искажённой пародией на саму себя, своим портретом, основанном на ней, как на фактически несуществующем объекте.

В этой связи еще в 2023 году было заявлено, что нам срочно нужна реформа образования, причем во всех его составляющих. Прошло два года, но практически значимых шагов в этом направлении не предпринимается.

Искусственный интеллект – результат развития цивилизации, и его нельзя отменить. Современное научное сообщество активно разрабатывает способы достижения поставленных целей в условиях его реального существования и бурного развития, используя позитивные возможности средств ИИ и смягчения формирующихся при этом негативных тенденций. По этой тематике проводятся многочисленные мероприятия и выпускается огромное количество разного рода изданий, где представлены самые различные мнения и предложения, главным образом частного характера.

Вместе с тем, представляется целесообразным взглянуть на данную проблематику с более общих позиций, и вот почему. Дело в том, что наряду с технологическими прорывами реализуется и основной постоянный тренд жизни общества – оно развивается. На данном этапе это во все большей мере вызвано происходящими качественными усложнениями отношений между людьми, между людьми и машинами, а, в связи с развитием приложений ИИ, и между самими машинами. Именно эти обстоятельства требует на данном этапе адекватной корректуры стратегических целей системы образования.

В этом плане одну из целей современного вузовского образования представляется целесообразным сформулировать так: выпускник вуза должен обладать достаточно высоким уровнем функциональной грамотности. В силу тренда общего развития цивилизации актуализируется потребность повышения уровня функциональной грамотности не только специалистов, но и населения в целом. Более того, этот императив обусловлен пониманием того, что эффективная жизнь современного общества, имеющего функционально неграмотное население, сегодня попросту невозможна. Именно поэтому определенный уровень функциональной грамотности каждого специалиста должен стать социальным нормативом, ибо это требование становится необходимым условием суверенитета и успешного развития любой современной страны.

Понятие «функциональная грамотность» уже много лет фигурирует в большом количестве трудов исследователей [1]. Вместе с тем, складывающаяся в обществе ситуация в целом и особенно в условиях чрезвычайно быстрого распространения средств, базирующихся на принципах построения систем ИИ, обусловливает целесообразность обратиться к проблематике функциональной грамотности с несколько иных позиций. Традиционно целью вузовского образования выступает так называемая академическая грамотность, которая свидетельствует об уровне сформированности потенциальной готовности личности к деятельности с креном в той или иной сфере [2]. Несомненно, формирование определенного уровня академической грамотности должно оставаться в основе высшего образования. Одновременно ряд исследователей отмечает актуальность повышения уровня готовности выпускников к активной и эффективной деятельности с учетом прогнозов развития общества, по крайней мере, в условиях ближайшего будущего [3].

Еще одним побуждающим фактом к этому является следующее обстоятельство: в силу ряда присущих средствам ИИ свойств их активное, все ширящееся, порой агрессивное применение может приводить к неадекватным ситуации решениям. В этой связи в целом ряде ответственных ситуаций продолжает оставаться необходимым личное участие людей. При этом к последним предъявляются все повышающиеся требования к способности осознавать сложившуюся ситуацию, оперативно оценивать предлагаемые средствами ИИ варианты решений, а порою отвергать их и предлагать свои решения.

Необходимо не только осознать, но принимать к сведению, что одним из характерных признаков современного этапа жизни цивилизации является опережающее развитие интеграционных тенденций [4].

В связи с вышеизложенным в сфере образования требуется разработка и реализация программы подготовки функционально грамотных выпускников профессиональных учебных заведений различного уровня. Представляется необходимым перенацеливание образовательных программ на иные результаты, сводящиеся, в конечном счете, к способности выпускников анализировать складывающуюся ситуацию, грамотно использовать доступные средства и принимать осознанные обоснованные решения. Такие свойства, по крайней мере потенциально, имеются у человека, обладающего системным мышлением. При этом наряду с развитием аналитического мышления все большее значение приобретает мышление интеграционное, а их синтез может стать ключом к адекватной реакции на вызовы современности.

В этом направлении целесообразно осуществить ряд шагов.

Несомненно, требуется пересмотр образовательных программ в интересах придания им истинной системности и, самое главное, обеспечить их адекватную реализацию. Следует отметить, что широко применяемый термин «системный подход», к сожалению, обычно используется, как говорится, для «красного словца». Как следствие – до сих пор студенты воспринимают учебные дисциплины, и даже их отдельные разделы, как некие обособленные фрагменты знаний. Отсюда их неготовность комплексно применять весь арсенал получаемых знаний и умений и, как следствие, несоответствие велению времени.

Отсюда необходимость следующих действий: организация сферы образования должна быть построена, а собственно образовательные процессы реализовываться на принципах системного подхода (но не его имитации). При этом необходимо устранить имеющиеся тенденции намеренного принижения роли знаний о единстве мира, законах его строения и функционирования, научить студентов адекватно относиться к появлению новых технологий.

Непременным компонентом каждой образовательной программы должны являться дисциплины, обеспечивающие формирование системности мышления обучаемых. Они должны формировать своеобразный мост между общеобразовательными дисциплинами и дисциплинами профессиональной направленности.

В этой связи, по крайней мере в вузах, необходимо повсеместно изучать дисциплину, посвященную теории систем и системному анализу с непременным соответствующим тренингом. При этом крайне полезно проведение семинаров и игр, в которых в условиях, максимально приближенных к реальности, рассматриваются и вопросы формирования решений, и оценки их реализуемости, в том числе, вероятности наступления запланированных результатов.

Становится ясным, что следование этим предложениям требует пересмотра всего учебного плана. Как показывает практика, ключевой составляющей на этом пути является развитие логического мышления, а также, формирование способности на практике применять математическое моделирование, причем во всем спектре его составляющих: постановки задачи, разработки адекватной математической (алгоритмической) модели и её практическое использование для получения искомого результата, причем с оценкой его достижимости и эффективности.

Список литературы

1. Ковцун, А. А. Научные подходы к понятию «функциональная грамотность» в педагогической теории и практике / А. А. Ковцун, А. Н. Кохичко // Наука и школа. – 2022. – № 6.– С. 99–109.

2. Формирование и оценка функциональной грамотности учащихся: учеб.-метод. пособие / И. Ю. Алексашина, О. А. Абдулаева, Ю. П. Киселев. – СПб. : КАРО, 2019. –160 с.

3. Тангян, С. А. Грамотность в компьютерный век / С. А Тангян // Педагогика. –1995. – № 1. – С. 13–20.

4. Воронов, М. В. Системы искусственного интеллекта: учебник и практикум для вузов / М. В., Воронов, В. И. Пименов, И. А. Небаев. – М. : ЮРАЙТ, 2023. – 268 с.

ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ К ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ СРЕДСТВАМИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

М. А. Гаврилова, д. пед. н., профессор,
Д. С. Герасимов, ассистент, аспирант,
Пензенский государственный университет,
Пенза, Россия
e-mail: margogavr@yandex.ru, sergej.geras2014@yandex.ru

Аннотация. В статье представлен опыт подготовки студентов – будущих учителей к организации проектной деятельности школьников: этапы, деятельность студентов на каждом этапе, особенности организации занятий, тематика проектов и полученные электронные результаты. Показана роль и разнообразие информационных технологий при выполнении проектов.

Ключевые слова: проектная деятельность, информационные технологии, неопределённое задание.

PREPARING STUDENTS FOR THE ORGANIZATION OF STUDENTS PROJECT ACTIVITIES BY MEANS OF INFORMATION TECHNOLOGY

M. A. Gavrilova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
D. S. Gerasimov, Assistant, Graduate Student,
Penza State University,
Penza, Russia
e-mail: margogavr@yandex.ru, sergej.geras2014@yandex.ru

Annotation. The article presents the experience of preparing students - future teachers for the organization of project activities of schoolchildren: the stages, the activities of students at each stage, the specifics of the organization of classes, the topics of projects and the electronic results obtained. The role and variety of information technologies in the implementation of projects is shown.
Keywords. Project activity, information technology, indefinite assignment.

Организация проектной деятельности школьников – обязательный компонент процесса обучения, регламентированный Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования (ФГОС СОО). В документе указывается, что индивидуальный проект выполняется в рамках одного или нескольких учебных предметов; выполнение и защита индивидуального проекта – обязательные составляющие процесса обучения для каждого ученика [3].

Подготовка студентов – будущих педагогов к организации проектной деятельности школьников состоит из нескольких этапов. Первый этап – неформальная подготовка. Включает выполнение проекта при обучении в школе. Второй этап – теоретическая, содержательно-методическая подготовка охватывает первый и второй курс обучения в педагогическом вузе и характеризуется приобретением компетенций, необходимых для организации проектной деятельности школьников. Это понимание сути проектной деятельности, знакомство с разными видами проектов, их структурой и этапами реализации. Включает в себя тренинги, нацеленные на развитие навыков проектирования, овладения умением видеть проблемы и давать им красивую неопределённую формулировку, ставить цели в формате конкретного результата. Знакомиться с существующими электронными ресурсами в контексте их использования при выполнении проекта. Конкретные методические приёмы и примеры проектов описаны в [2]. Роль информатики и информационных технологий при организации проектной деятельности представлены в [1].

Третий этап – практическая подготовка. Реализуется во время педагогической практики на третьем курсе. Совместно с педагогами-наставниками будущие учителя организуют работу с детьми над проектом, осуществляют консультативную и мониторинговую деятельность, связанную с подготовкой проекта. Оказывают помощь школьникам в подготовке представления результатов выполнения проекта.

Четвёртый этап – исследовательская, практическая, личностно ориентированная подготовка. Реализуется на 4 курсе обучения в рамках дисциплины «Основы проектной деятельности в обучении информатике». Заключается в выполнении проектных работ. Студенты выполняют 2 проектных задания.

1. Разработать изучение любой темы предмета «Информатика и ИКТ» в формате работы над проектом. Результат – развёрнутое описание содержания и этапов выполнения проекта учащимися. Данное задание особых затруднений не вызывает. При его выполнении студенты осваивают роль учителя при подготовке к организации проектной деятельности школьников.

2. Второе задание. Показать использование информационных технологий как инструмента решения общественно-значимой проблемы. Дополнительное условие – проект выполняется одновременно от лица учителя и от групп учеников, отвечающих за решение разных подпроблем проекта. При его выполнении студенты осваивают роль учителя в различных аспектах и моделируют деятельность групп учащихся. При постановке задания перед студентами присутствует значительная неопределённость по каждому структурному элементу проекта: выбор темы, формулировка проблемы и частных проблем для каждой подгруппы. Основная деятельность подгрупп, распределение ролей в подгруппе, результат. Предложение стратегии представления проекта как коллективного решения обозначенной проблемы. Процесс оценивания работы над проектом и результата работы.

Процесс общего осмысления задания проходил нелегко. Никакие конкретные темы или готовые задания не предлагались. Процесс обучения студентов был построен на дискуссиях об исторических, методических идеях исследовательского обучения школьников, возможности использования открытых заданий [4], роли информационных технологий и искусственного интеллекта в обучении, о необходимости изменения дидактики. Каждый студент выполнял свой проект. Находясь в одной компьютерной аудитории, студенты могли свободно общаться, спорить, задавать вопросы педагогу. Иногда обсуждались проекты, найденные в интернете. Процесс защиты выполненной студентами работы проходил в формате профессионального конкурса. С согласия студентов группы 21ФПИ ПГУ (выпуск 2025 года) предлагаем обобщение результатов работы[6] в таблице.

Таблица 1 – Темы и результаты проектных работ студентов

ФИО студента	*Тема проекта*	*Информационные ресурсы как результат проекта*
Байбекова А.Н.	«Мир игр: психология, спорт, знания, развлечения и стратегии»	Интерактивная книга
Демина О.В	«Современные технологии и их польза при борьбе со стрессом. Как сохранять спокойствие».	Сайт, выполненный в шаблоне
Евдокимова А.А.	«ПрофиПуть»	Телеграмм-бот «ПрофиПуть»
Борискин Д.А.	«Жизнь города Пензы в годы Великой отечественной войны»	Сообщество в VK
Поруков Д.А.	«Этикет повсюду!».	Интерактивный плакат.
Вертяшкин А.С.	«Информирование об экологических проблемах»	Сайт
Избродина А.О.	«Кибербуллинг в социальных сетях. Как защититься и не стать жертвой».	Буклеты, видеоматериалы

На рисунке 1 приведены скриншоты из презентаций проектов, демонстрирующих сообщество во ВКонтакте, интерактивный плакат и сложную систему оценивания деятельности учащихся.

Необходимо отметить большой объём разнообразной деятельности, связанной с выполнением студентами различных ролей: учитель-организатор, консультант, эксперт.

[6] Выражаем благодарность студентам А. Н. Байбековой, О. В. Дёминой, А. А. Евдокимовой, Д. А. Борискину, Д. А. Порукову, А. С. Вертяшкину, А. О. Избродиной, предоставившим свои материалы для публикационного обзора

Рисунок 1 – Скриншоты из презентаций проектов

Готовился материал «от ученика» и «проживалась» его (ученика) деятельность, оценивались возможности. И на завершающем этапе готовилось публичное выступление от лица ученика и самоанализ (письменно, не публично).

Роль экспертов проектов выполняли другие студенты.

В каждом проекте были свои удивительные идеи-находки и своя система оценивания работы учеников.

Выводы. Неопределённая постановка задания оказалась сложной на первом этапе, но позволила каждому студенту продемонстрировать разнообразные компетенции, в первую очередь, связанные с вариативностью использования информационных технологий, нестандартностью, индивидуальностью мышления. Данные качества необходимы для выполнения функции организации проектной деятельности школьников.

Список литературы

1. Гаврилова, М. А.Проектная деятельность как инструмент формирования универсальных учебных действий в процессе обучения информатике / М. А. Гаврилова, Е. Г. Караулова // Инновационные стратегии развития педагогического образования : Сб. науч. трудов Тринадцатой Междунар. очно-заочной науч.-методич. конф. – Саратов: СНИГУ им. Н. Г. Чернышевского, 2017. – С. 84–87.

2. Кочеткова, О. А. Формирование проектных умений студентов в курсе теории и методики обучения математике / О. А. Кочеткова, М. А. Гаврилова // Известия Пензенского гос. пед. ун-та им. В. Г. Белинского. – 2011. – № 26. – С. 468–473.

3. Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 г. № 413(ред. от 12 августа 2022 г.№732) «Об утверждении ФГОС СОО» (с изменениями и дополнениями). URL: https://minobr.tverreg.ru/files/ФГОС%20СОО%20с%20изменениями%20от%2023.09.2022.pdf (дата обращения: 19.04.2025).

4. Ястребов, А. В. Исследовательское обучение математике в школе / А. В. Ястребов. – Ярославль : РИО ЯГПУ, 2018 – 158 с.

ИЗ ОПЫТА ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА»

С. Л. Глухарева, старший преподаватель
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Республика Беларусь
e-mail: gluhareva@bspu.by
Аннотация. Охарактеризовано содержание подготовки студентов физико-математического факультета педагогического вуза при изучении учебной дисциплины «Компьютерная графика и мультимедиа». Описан пятилетний опыт организации проектной деятельности студентов при изучении компьютерной графики. Приводятся тематики проектов.
Ключевые слова: проектная деятельность, компьютерная графика, подготовка учителя информатики.

FROM THE EXPERIENCE OF ORGANIZING PROJECT ACTIVITIES OF STUDENTS IN STUDYING THE SUBJECT «COMPUTER GRAPHICS»

S. L. Glukhareva, Senior Lecturer,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Republic of Belarus
e-mail: gluhareva@bspu.by
Abstract. The content of the training of students of the Physics and Mathematics Faculty of Pedagogical University in the study of the educational discipline «Computer graphics and multimedia» was characterized. Five years of experience in organizing the project activities of students in the study of computer graphics are described. The subjects of projects are given.
Key words: project activities, computer graphics, training of a computer science teacher.

Более десяти лет назад содержание подготовки в области технологий обработки графической информации будущих учителей математики, физики, информатики в педагогическом университете выделено из курса основ информационных технологий в отдельную учебную дисциплину «Компьютерная графика», а с 2019 года – «Компьютерная графика и мультимедиа».

Особенностью учебной дисциплины «Компьютерная графика и мультимедиа» является её наполненность различными технологиями работы с графикой. Так, учебная программа учебной дисциплины 2019 года, которая предназначалась для студентов первого курса специальностей «Математика и информатика», «Физика и информатика», включала следующее содержание:

– основные понятия компьютерной графики и актуализацию школьных навыков работы с MS Paint и графическими средствами MS Word;

– работу с векторной графикой в редакторе Inkscape или CorelDraw;

– работу с растровой графикой в программе Adobe Photoshop или GIMP;

– понятие о деловой графике и основы работы с редактором MS Visio;

– представление об основах инженерной графики и построение чертежа в CAD Компас;

– создание компьютерной анимации с помощью редактора Macromedia Flash, Adobe Flash или Synfig Studio;

– работу с трехмерной графикой в редакторе 3dsMax или Blender;

– понятие о мультимедийных технологиях;

– работу с аудио и видеоинформацией в редакторах Audacity и VideoPad.

Выбор программных средств для практического освоения во многом обусловлен педагогической направленностью специальности. Многие из этих компьютерных программ используются при обучении в школе, на уроках информатики.

Из приведенного перечня содержания пришлось отказаться от ознакомления с деловой и инженерной графикой вследствие уменьшения количества часов на изучение дисциплины. Учебная программа 2023 года для специальности 6-05-0113-04 Физико-математическое образование сохранила лишь 108 часов (из них 48 часов аудиторной работы) против имевшихся 138 и 156 часов для студентов-математиков и физиков соответственно (из них 74 часа аудиторной работы).

Значительное количество часов, отведенных на самостоятельную работу студентов при изучении дисциплины, привело к мысли использовать проектную деятельность как одну из форм организации работы [1].

За период изучения дисциплины студент выполнял пять проектных работ: по векторной графике, растровой графике, анимации, трехмерной графике, аудио и видео. Данные технологии работы с графикой являются наиболее востребованными. Проекты предлагались студентам последовательно, после изучения соответствующей темы.

Основная образовательная цель всех проектов – использовать освоенную технологию работы с определенным видом графики или мультимедиа информации при разработке некоторого информационного продукта.

Так, проект по векторной графике требовал разработки логотипа некоторой организации с помощью векторного редактора. Это могло быть учреждение, компания, фирма, отдел, сообщество и др. Изначально студенты самостоятельно могли выбрать реальную или гипотетическую организацию.

Выполнять задание проекта можно было индивидуально или в группе из двух-трех человек, сформированной по желаниям самих студентов. Поскольку это первый проект по дисциплине, такой подход к комплектации участников позволял создать психологически комфортные условия как для «индивидуалистов», так и для «коллективистов».

Обязательным условием взаимодействия в команде было распределение работы. На выполнение проекта отводилось обычно до двух недель. Студенты работали над проектом в свободное от занятий время. Поскольку все иногородние первокурсники факультета получали возможность проживать в общежитии, проблем с местом и временем для обсуждения идей не возникало.

Для выполнения задания требовалось изучить, что такое логотип, в чем его смысл, какие бывают логотипы, как создаются, какую роль играет цветовое решение и т. п. Затем надо было выбрать подходящие инструменты уже изученного на занятиях векторного редактора и создать изображение. Рекомендовалось использовать разные инструменты и прёмы.

Опыт первых лет показал, что студенты первого курса мало ориентированы на свою будущую профессиональную деятельность. Больше половины логотипов представляли кафе или столовые. В последующие годы фабула задания была уточнена: «Создайте логотипы для факультетов нашего вуза, кафедр факультета, студенческих научно-исследовательских лабораторий, школ, гимназий»; «Физико-математический факультет проводит ребрендинг. Разработайте новый логотип»; «Представьте, что вы с коллегами создали коммерческую фирму. Разработайте её логотип». Результаты стали разнообразней: появились логотипы библиотек, фитнес-клубов, магазинов, мастерских, студий, сервисных центров, турагентств. Однако, создание логотипов организаций сферы образования осталось малочисленным.

По требованиям логотип должен был включать текстовую надпись. В подавляющем большинстве случаев надпись оказывалась англоязычной. Считанные логотипы были на русском языке и только один – на белорусском. Выбор языка группы объясняли необходимостью узнавания бренда в мире.

Обязательный этап – публичная защита проекта, которая включала выход всех участников группы перед аудиторией слушателей, показ логотипа, сообщение идеи, пояснение смысла изображения, обоснование используемых инструментов и объяснение технологии работы, а также вклада в работу каждого участника группы [2]. Эти позиции составляли критерии оценивания проектов.

Оценку результатов проектной деятельности проводило жюри из числа преподавателей дисциплины и студентов старших курсов. Кроме того, сами первокурсники оценивали работы своих товарищей, к слову сказать, всегда объективно. По общим итогам выделяли победителей, занявших I, II и III места.

Вторым проектом по дисциплине было создание с помощью растрового редактора коллажа на тему «Моя Малая Родина». Предлагалось следующее задание.

«Малая Родина» – место, где человек родился и вырос. Выясните исторические битвы, важные события, факты жизни и творческой деятельности выдающихся деятелей политики и науки, техники и искусства, связанные с вашей Малой Родиной.

Сделайте подборку фотографий, запечатлевших исторические события, связанные с вашей Малой Родиной. Это могут быть фотографии местности, зданий и сооружений, памятников архитектуры там, где вы родились, выросли или жили какое-то время. А также фотографии членов вашей семьи, родных, известных людей из вашей местности, тех, кто её прославил.

Создайте коллаж из фотографий подборки. Включите в коллаж собственную фотографию (фото с изображением каждого из создателей коллажа), вставленную поверх какого-либо изображения с необходимым редактированием и коррекцией так, чтобы вы «органично вписались в пейзаж».

Возродите и поддержите историческую память своего народа.

Этот проект был только групповым. Для работы объединяли студентов из разных групп, проживающих в одной местности: городе, районе, смежных районах. Такой территориальный проект помимо его патриотической направленности побуждал студентов расширять круг общения за пределами академической группы: знакомиться, налаживать общение, договариваться о времени встреч, ведь у разных групп – разное расписание занятий. Для учителя эти навыки важны.

Участникам заранее сообщали требования о содержании и оформлении работы. Защита проектов осуществлялась публично, как для проектов по векторной графике.

Интересным было предложение коллеги – преподавателя компьютерной графики Е. П. Скодиной – подготовить с помощью сервиса Google Map карту с локациями проживания студентов и миниатюрами их работ. На рисунке 1 приведен пример такой карты. В левой верхней части рисунка находится миниатюра коллажа, созданного мини-группой № 10 в составе двух студентов, проживающих в городе Пинск. Их фамилии указаны под коллажем. Правая часть рисунка отражает карту Беларуси с обозначением мест, откуда родом студенты каждой мини-группы.

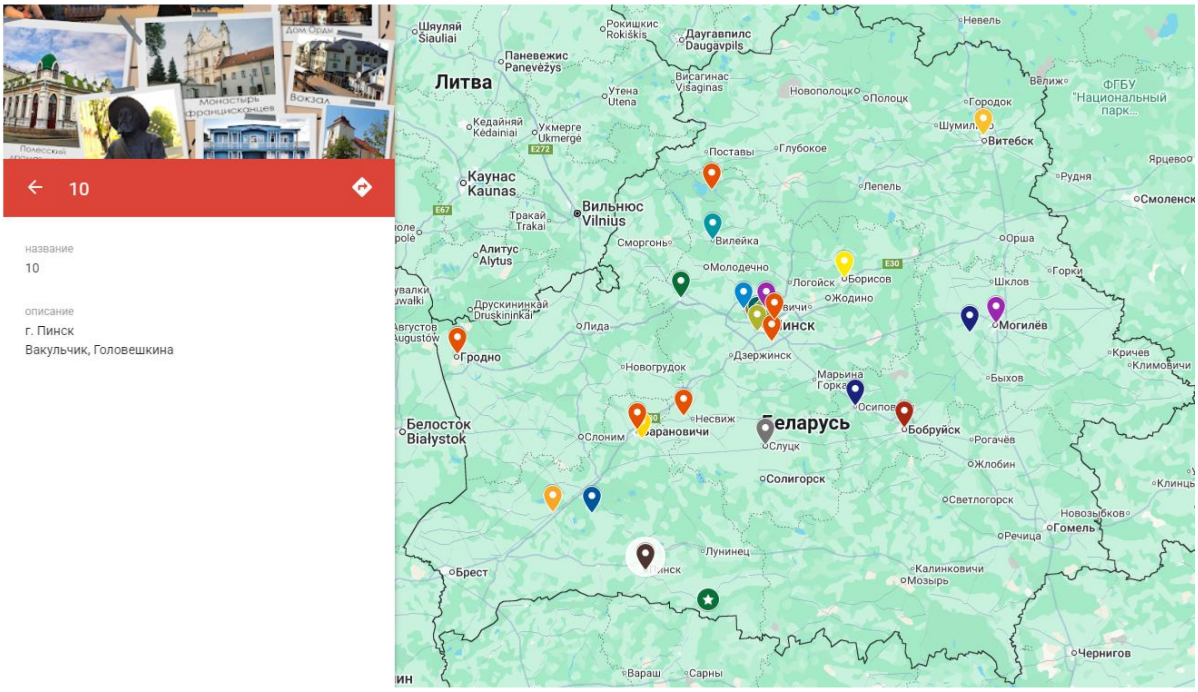


Рисунок 1 – Google-карта с локациями проживания студентов, выполнявших проект по растровой графике в 2020-2021 учебном году

Задания последующих проектов – по анимации, трехмерной графике, созданию видео – были индивидуальными и носили профессионально-ориентированный характер: «Разработать анимационный обучающий ролик (трехмерную модель, видеоролик) по одной из тем школьного курса математики, физики или информатики».

При выполнении этих проектов первокурсникам потребовались консультации методического характера – какую тему выбрать, как лучше объяснить то или иное понятие. Защита проектов была организована также, как описано выше.

Изложенный опыт организации проектной деятельности студентов позволяет сделать следующие общие выводы. Несколько разных небольших проектов лучше одного крупного, потому что с каждым новым проектом заметно улучшение качества работы студента и презентации результатов. Оправдывает себя чередование групповых и индивидуальных проектов. Тематики первых проектов лучше предлагать преподавателю, а последующих – выбирать самим студентам. Требования к результатам проекта, критерии оценки и сроки защиты сообщаются заранее. Хорошо зарекомендовали себя образцы работ прошлых лет, которые демонстрируют студентам перед выполнением первых проектов.

Список литературы

1. Доценко, М. Ю. Проектная деятельность как эффективная форма самостоятельной работы студентов на этапе предвузовской подготовки / М. Ю. Доценко, Н. О. Ильина // Вестник ПНИПУ. Проблемы языкознания и педагогики. – 2019. – № 1. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/proektnaya-deyatelnost-kak-effektivnaya-forma-samostoyatelnoy-raboty-studentov-na-etape-predvuzovskoy-podgotovki (дата обращения: 10.08.2020).

2. Проекты студентов 1 курса физмата по векторной графике // Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка : [сайт]. – URL: https://fmath.bspu.by/news/studenchestvo/proekty-studentov-1-kursa-fizmata-po-vektornoi-grafike (дата обращения: 24.05.2025).

ЦИФРОВИЗАЦИЯ УНИВЕРСИТЕТСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ОСОБЕННОСТИ

Д. Л. Головашкин, д. ф.-м. н., профессор,
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С. П. Королева,
Самара, Россия
e-mail: golovashkin.dl@ssau.ru

Аннотация. Предлагается понятийный аппарат для исследования цифровизации высшего образования, ставятся основные задачи такого исследования.

Ключевые слова: цифровизация образования, цифровой барьер, общество постмодерна.

DIGITALIZATION OF UNIVERSITY EDUCATION: DEFINITION AND FEATURES

D. L. Golovashkin, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,
Samara National Research University,
Samara, Russia
e-mail: golovashkin.dl@ssau.ru

Anotation. A conceptual apparatus for studying the digitalization of higher education is proposed, the main tasks of such a study are set.

Keywords: digitalization of education, digital barrier, postmodern society.

Введение. Актуальность обсуждения процесса цифровизации образования, затронувшего без исключения все его уровни от детских садов до аспирантуры, не вызывает сомнений и не нуждается в аргументации. При этом в публичном дискурсе достаточно широко представлена позиция организаторов и проводников цифровизации [3], мнения же её оппонентов [2] вытеснены на периферию и маргинолизированы. Не стремясь занять чью-либо сторону, автор настоящего доклада надеется дать обсуждению понятийный аппарат, выведя упомянутую дискуссию с уровня обсуждения личностей, документов или событий на содержательный уровень обсуждения идей.

Признаём при этом, что цифровизация – это не изолированное явление и её восприятие невозможно без учета современного постмодернистского контекста, в рамках которого она разворачивается. С другой стороны, масштабно воздействуя на систему образования, цифровизация сталкивается с её многовековыми особенностями, самой системой в силу их давности и привычности уже не рефлексируемыми отчетливо. И, наконец, отношение к цифровизации невозможно формировать без долгосрочного прогноза будущего образования (крайне непопулярная тема) и указания на место цифровизации в этом будущем. Всему этому и посвящены предлагаемые тезисы, с оговоркой на ограничение их объёма.

Определение цифровизации образования. Следуя Конфуцию («Давать вещам правильные имена и повторять их на всех базарах») укажем на важность определений как конструкторов онтологий. Итак, под цифровизацией образования будем понимать процесс, развивающийся стадийно следующим образом.

На *доцифровом этапе* общение учителя и ученика происходит очно, без цифровых форм посредничества, перечисляемых далее. Перед нами классическая картина с учениками за партами, преподавателем перед доской с мелом в руке.

Первый этап цифровизации характеризуется внесением в эту картину сначала проектора или цифровой доски, когда учитель демонстрирует аудитории заранее подготовленные слайды. Далее учитель и ученики оказываются разделены расстоянием, а их общение происходит через компьютерную сеть, сопровождаясь демонстрацией тех же слайдов во время лекций или заполнением тестов, например в системе Moodle, во время практик. Так, автор настоящих строк в течение 2024/2025 учебного года был вынужден 2/3 лекций прочесть удаленно. Характеризуем первый этап появлением ***цифрового барьера*** между учителем и учеником.

На *втором этапе* к людям, как посредник, присоединяется искусственный интеллект (ИИ). Не секрет, что в ходе удаленных занятий многие студенты пользуются чат-ботами, в большинстве случаев (растущим с развитием технологий ИИ) с успехом имитирующими их присутствие. С другой стороны, и часть преподавателей склонны прибегать к услугам ИИ; крайним выражением движения в этом направлении можно считать частичную замену преподавателя ИИ в цифровой платформе «СберКласс». Свежим личным опытом автора является приём лабораторных работ по курсу вычислительной математики, когда даже очное общение со студентами после нескольких итераций сводилось к беседе с чатом DeepSeek (покажите мне, наконец, того, кто пишет вам эти странные программы). Фактически, на этом этапе, ***одна из сторон преподаватель/ученик частично или полностью выпадает из образовательного процесса***, а её место занимает ИИ.

Третьим, прогнозируемым как очевидное завершение предыдущих стадий, этапом цифровизации придется признать выведение человека из образовательного процесса, когда ИИ расположится по обе стороны от цифрового барьера. Хотя учитель и ученик сохранят формальное участие в обучении, слово ***дегуманизация*** точнее всего отразит суть третьего этапа.

Особенности цифровизации образования. Ограничиваясь обсуждением исключительно университетского образования, рассмотрим далее его особенности с разных точек зрения, начав с *трактовки образовательного процесса как риторики* – искусства убеждения. Тем более, что античным аналогом современной высшей школы являлись именно школы риторов. Следуя за Аристотелем [1], выделим следующие три компонента риторики: этос, пафос и логос. Под первым в узком смысле будем понимать авторитет лектора у данной аудитории и ценностную образовательную нагрузку в широком. Второй связан с эмоциональным состоянием студента в частности и образовательного сообщества в целом. Аргументация преподавателя на данном занятии и рациональные онтологические основы образования отнесем к третьему компоненту.

В [1] особое внимание уделяется установлению связи между лектором и слушателями, которая в рассматриваемом случае прерывается цифровым барьером. ***Поставим задачу исследования проницаемости такого барьера*** для этоса, пафоса и логоса по отдельности. Не претендуя на её решение, автор настоящих тезисов лишь отмечает из личного опыта невозможность передачи по сети этических ценностей (а значит, и этоса образования в целом), существенное искажение цифровым барьером пафоса в силу отсутствия обратной эмоциональной связи и лучшее (не значит хорошее) прохождение логоса в предметной области вычислительной математики.

Оставаясь в рамках античной традиции, *обратимся к рассмотрению образовательного процесса как феномена, разворачивающегося во времени*. Само время при этом фигурирует в трех видах (Хронос, Кайрос и Циклос), каждый из которых по-своему важен [5]. Искусство ведения занятия в этом случае можно рассматривать как умение преподавателя переключать упомянутые времена, разворачивая на их фоне изучаемый материал. Например, переходя от Хроноса к Кайросу в месте, где перед аудиторией неожиданно, разом и в полной целостности открывается все многообразие следствий из возможности разложения функции в ряд Тейлора. Либо обращаясь к Циклосу в ходе применения различных формул Ньютона-Котеса в методе Ромберга. В этом контексте ***поставим следующую задачу исследования возможности дистанционного переключения времен через цифровой барьер на первом этапе цифровизации и возможности различения образовательного времени искусственным интеллектом на втором***.

Со времен поэта Симонида Кеосского (более известен как соперник великого Пиндара) *наука о запоминании занимает важное место в искусстве преподавания*. Разделяя память студента на зрительную, слуховую, моторную и ассоциативную, ***поставим задачу исследования полноты использования того или иного вида памяти при установке цифрового барьера***. Так, по авторским наблюдениям подавляющее большинство студентов не конспектирует лекции (полное отключение моторной памяти) даже на очном занятии, если оно сопровождается демонстрацией слайдов. Действительно, такая манера ведения в глазах студента равноценна списыванию со стороны преподавателя. Лучше всех об этом пишет Елена Сергеевна Вентцель в бессмертном произведении «Кафедра»: «Особенно ненавистна мне манера иных преподавателей читать лекции не отрываясь от конспекта, а на экзамене требовать от студента все наизусть. Слава богу, у нас на кафедре такой гнусной практики нет. Наши лекторы (вид щегольства!) выходят к доске, не имея в руках не только конспекта, но и вообще ничего («Кругом живот да ноги», – говорит Маркин словами Зощенко)». В силу отсутствия эмоциональной обратной связи в случае дистанционного проведения выключается также ассоциативная память – признаться, любимый объект мнемотехники автора настоящих тезисов. Более того, сама бытийность преподавателя невольно ставится под сомнение студентом, ведь реальность нельзя выключить, а компьютер с говорящим преподавателем можно. В свою очередь последнее обстоятельство нивелирует и один из основных методических приёмов «делай как я», наиболее полно раскрытый в творении Фомы Кемпийского «Подражание Христу».

Цифровизация образования в контексте постмодерна. Характеризуя общество постмодерна, отметим, что оно живет эмоциями из информационного поля, его доменная структура имеет искусственный характер, большая часть населения вовлечена в производство и усвоение информации, а поиски истины прекратились за ненадобностью. Одно из центральных идейных понятий постмодерна – симулякр (как копия без оригинала, например, [4]), тесно связано с третьей стадией цифровизации. Так, ИИ позволяет создавать симулякры с удивительной легкостью, недоступной подавляющему большинству людей, которые всегда сохраняют связь с реальностью. Важной ***задачей исследователя здесь является ответ на вопрос: когда и как образовательное действие переходит из практикабля (в чем его бытийность) и становится симулякром (то есть уходит в небытие)?*** Отметим, что цифровизация лишь инструмент постмодерна, появившийся в ходе его, постмодерна, развития и им перехваченный. То есть при других условиях она вполне могла быть направлена на решение иных задач, возможно даже обратных, приняв другие формы и получив другое определение. Например, ЭВМ оказывается не между учителем и учеником, а в третьей вершине треугольника: учитель, ученик, ИИ.

Еще раз кратко коснувшись темы развития цифровизации в рамках технологии сценирования будущего, отметим, что ИИ, безусловно, не является дикой картой (например: Станислав Лем «Сумма технологий», раздел «Интеллектроника»), однако здесь автор не берется предсказывать его развитие, акцентируя внимание лишь на том, что ИИ – это чужой интеллект, только получивший импульс к развитию, поэтому сразу без оглядки отдавать ему в обучение своих детей несколько легкомысленно. Конструируя позитивный эволюционный сценарий без сильного ИИ, будем отталкиваться от судьбы книги в образовании, которой изначально предписывали самую революционную роль. Тогда цифровые формы образования займут в нем свою второстепенную нишевую позицию как вспомогательные.

1. В заочном и дополнительном образовании, когда взрослые люди (со сформированным этосом учебы) дополняют свои знания по предметной области в условиях невозможности очного обучения.

2. При дублировании образовательного процесса через перенос его в области, где часть студентов (например, выраженные интроверты) чувствует себя лучше.

3. В качестве противодействия «бумажному валу» из руководящих организаций, когда ИИ генерирует обратный «бумажный вал». Направим запущенный процесс дегуманизации по безопасному пути.

Список литературы

1. Аристотель. Поэтика; Риторика / Аристотель; [перевод с древнегреч. В. Аппельрота, Н. Платоновой]. – Санкт-Петербург: Азбука, 2014. – 317 с.

2. Живая математика против мёртвой цифровизации: запись интервью чл.-корр. РАН А. В. Саватеева 26:43 (время воспроизведения) URL:https://rutube.ru/video/e09e29ae5f5e6dcf99ed8caed350f943/ (дата обращения: 21.06.2025).

3. Казакова, Е. И. Цифровая трансформация педагогического образования / Е. И. Казакова // Ярославский педагогический вестник. – 2020. – № 1 (112). – С. 8–14

4. Bayard, P. L’ Énigme Tolstoïevski P.: Les éditions de Minuit / P Bayard. – 2017. – 166 p.

5. Meyerhoff, E. Time and the University / E. Meyerhoff, E. Johnson, B Braun. // ACME: An International E-Journal for Critical Geographies. 2011. – No. 10 (3). – P. 483–507.

ИНТЕГРАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ: РЕЗУЛЬТАТЫ, ПЕРСПЕКТИВЫ

И. В. Дробышева, д. пед. н.**,** профессор,
Калужский филиал Финансового университета при Правительстве РФ,
Калуга, Россия
e-mail: drobysheva2010@yandex.ru

Аннотация. В работе представлен анализ направлений интеграции информационных технологий и математического образования, обусловленных развитием их программных, технических и технологических средств.

Ключевые слова: информационные технологи, математическое образование, вычислительный эксперимент, исследовательская деятельность

NTEGRATION OF INFORMATION TECHNOLOGY IN MATHEMATICAL EDUCATION: RESULTS AND PROSPECTS

I. V. Drobysheva, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Kaluga Branch of Financial University under the Government of the Russian Federation,
Kaluga, Russia
e-mail: drobysheva2010@yandex.ru

Annotation. The paper presents an analysis of the integration of information technology and mathematical education, which is driven by the development of their software, hardware, and technological tools.

Keywords: information technology, mathematical education, computational experiment, research activities

Начиная с середины XX века и по настоящее время набирает силу тенденция интеграции информационных технологий в математическое образование. Определим их роль в изменениях, имеющих место, как в содержательном, так и процессуальном компонентах обучения математике.

На первом этапе, охватывающем 70–90 годы прошлого столетия, приоритетными были два направления использования информационных технологий, обусловленные вычислительными возможностями техники. Первое предполагало её использование для проведения вычислительных расчетных работ. На уровне высшего образования это расширило возможности использования приближенных методов математики для решения задач, не решаемых точными методами. Это задачи решения уравнений, вычисления производных функций на заданной области, определенных интегралов, решения дифференциальных уравнений и др. Расширение содержания математического образования при подготовке специалистов разных направлений приближенными методами и задачами, требующими их применения, – это первый результат интеграции информационных технологий в математическое образование.

Второе направление, начало которого приходится также на 70–90 годы прошлого столетия, связано с автоматизацией контроля знаний обучающихся. Наиболее используемой формой компьютерного контроля является тестирование, которое может выполнять диагностическую, прогностическую, контролирующую и другие функции. Наряду с линейными программами проверки получили развитие адаптивные программы, предоставляющие информацию о допущенных ошибках, демонстрирующие образец решения, обеспечивающие повторное выполнение аналогичных заданий, учитывающие предыдущие результаты тестируемого. Их использование позволяет сократить число заданий и время тестирования. Следствием реализации данного направления интеграции информационных технологий в математическое образование является всплеск интереса к теории и практике тестирования, использованию тестов в учебном процессе, как в автоматизированной, так и печатной формах. Многочисленные исследования показали, что данная форма контроля далеко не всегда является эффективной в силу того, что тестовые задания, разработанные преподавателями, не всегда соответствуют целям контроля, не удовлетворяют требованиям надежности, простоты, валидности. В настоящее время, несмотря на широкий спектр платформ для компьютерного тестирования, проблема наличия качественных банков тестов остается актуальной. Для её решения необходимо создание коллективов разработчиков, в составе которых должны быть специалисты в области тестирования и математического образования. Закономерным результатом использования информационных технологий для контроля результатов обучения стало введение в 2001 году ЕГЭ по математике, проверка части заданий которого автоматизирована. На современном этапе имеет место еще одна проблема в осуществлении автоматизированного контроля, связанная с использованием обучающимися Интернета и искусственного интеллекта при выполнении проверочных заданий, как в тестовой, так и развернутой формах, её решение лежит в дисциплинарной плоскости обучения математике.

Отличительная особенность настоящего этапа математического образования состоит в его профессиональной направленности, которая на нормативном уровне представлена в системе требований к результатам обучения в Федеральных государственных образовательных стандартах разных уровней обучения. Так, в ФГОС ВО по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника включена ОПК-3, согласно которой выпускник должен быть «способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач». Аналогичные формулировки компетенций имеют место в ФГОС ВО по другим направлениям подготовки. Основным средством реализации профессиональной направленности обучения являются профессионально-ориентированные задачи. Использование вычислительных возможностей информационных технологий для реализации этапа вычисления при их решении позволяет усилить этап формализации, создания математической модели, рассмотрев различные подходы к её построению. В действующих учебниках математики, как правило, число профессионально-ориентированных задач по теме не превышает 6–10. В то же время данные этих задач – в основном так называемые «круглые числа», и для работы с ними не требуется привлечения компьютеров. Таким образом, интеграция информационных технологий в математическое образование открывает широкие возможности для усиления профессиональной направленности последнего за счет включения в его содержание профессионально-ориентированных задач а) с реальными значениями данных; б) с данными, значения которых должны быть найдены с использованием сети Интернет.

В случае использования реальных данных математической моделью профессионально-ориентированной задачи, как правило, является математический объект, исследование которого точными методами, изучаемыми в вузе, затруднено. Для нахождения решения могут быть использованы приближенные методы и вычислительные возможности программного обеспечения, в том числе встроенные стандартные функции. Так как уже студенты первых курсов имеют опыт программирования, то целесообразно его использовать на этапе внутримодельного решения профессионально-ориентированных задач. Это будет способствовать формированию цифровой компетенции по созданию алгоритмов и компьютерных программ. Так, например, если математической моделью задачи, в которой требуется определить объём производимой продукции, дающий максимальную прибыль, является уравнение, не решаемое точными методами, для поиска его решения может быть использована комбинация функционально-графического и одного из численных методов решения уравнений. Такая комбинация методов при решении профессионально-направленных задач, включающая создание кодов для использования численных методов или обращения к встроенным функциям программного обеспечения, формирует у студентов цифровую компетенцию по созданию алгоритмов и компьютерных программ.

Создание сети Интернет открывает пользователям большие возможности для поиска информации. В условиях значительного объёма самостоятельной работы, предусмотренной при изучении математических дисциплин, большой долей элементов содержания студенты вынуждены овладевать самостоятельно. В этой связи обращение к сети Интернет неминуемо. Однако, как показывает практика, многие студенты, как правило, не проводят анализ информации, содержащейся в сети Интернет по заданной проблеме, а обращаются к первой ссылке на онлайн-учебник, онлайн-калькулятор и т. д. Для того чтобы устранить такую ситуацию, необходимо изменить принцип содержания поисковых заданий, сделав акцент в них на сравнение различных подходов, на поиск примеров и контрпримеров, создание собственных алгоритмов. В части формирования цифровых компетенций – на создание программ, реализующих разработанный алгоритм.

Еще одним важным направлением интеграции информационных технологий в математическое образование является возможность индивидуального подхода при управлении учебно-познавательной деятельностью обучающихся. Современные возможности программного обеспечения открывают принципиально новый подход к развитию этого направления за счет построения индивидуальных образовательных траекторий на основе учета больших массивов информации, содержащих данные о динамике изменения личностных характеристик и учебных достижений обучающихся. С точки зрения математического образования для эффективного управления учебно-познавательной деятельностью необходимо наличие диагностических и обучающих материалов для студентов, обладающих разным уровнем сформированности индивидуальных особенностей, значимых в учебной математической деятельности.

Одним из самых главных преимуществ интеграции информационных технологий в математическое образование является предоставление их возможностей для исследовательской деятельности обучающихся. О значимости таких из них, как вычислительный эксперимент, визуализация данных, динамизация математических объектов, говорил А. П. Ершов, выступая на 6-м Международном конгрессе по математическому образованию в Будапеште в августе 1988 г. [1]. Исходя из широкого спектра возможностей информационных технологий, исследовательская работа студентов может обеспечить открытие свойств математических объектов, поиск гипотез, применение математического аппарата для анализа и прогнозирования социальных процессов.

В настоящее время особого внимания заслуживает применение в образовательном процессе технологий дополненной (от англ. Augmented Reality, AR) и виртуальной (от англ. Virtual Reality, VR) реальности, обеспечивающих визуализацию и рассмотрение математических объектов в динамике, управление ими. Возможность не только наблюдения объектов, но и манипулирования ими способствует восприятию абстрактных математических понятий, осознанному их усвоению. Так, в рамках вузовского курса математики использование AR технологии обеспечит снижение уровня трудности в восприятии и овладении такими абстрактными понятиями, как предел последовательности, предел функции в точке и на бесконечности. Изучение линий второго порядка, их свойств существенно эффективнее в условиях пространственной визуализации. Использование технологии AR – это новый уровень эксперимента в математическом образовании. Технологии виртуальной и дополненной реальность также могут быть средством симуляции практико-ориентированных ситуаций. Усвоение элементов математического содержания также может осуществляться на основе AR-игр, маршрут продвижения объектов которых зависит от успешности решения предоставляемых математических задач. Очевидно, что применение технологий дополненной и виртуальной реальности требует расширения содержания математического образования.

Таким образом, представленный анализ направлений интеграции информационных технологий в математическое образование позволяет говорить об их позитивном влиянии на мотивацию обучения за счет рассмотрения в курсе математики реальных задач из сферы будущей профессиональной деятельности, VR и AR технологий; на процесс контроля знаний за счет его автоматизации и адаптации к предшествующим результатам обучающихся, на приобретение опыта творческой исследовательской деятельности, являющейся основой формирования личности профессионала. Кроме того, рассмотренная интеграция создает объективные условия для развития содержания математического образования, формирования цифровых компетенций обучающихся. Перспективы интеграции связаны с реализацией дифференцированного обучения математике на основе индивидуальных образовательных траекторий в формате сочетания коллективной и индивидуальной работы, с усилением исследовательской составляющей процессуального компонента обучения, с использованием технологий виртуальной и дополненной реальности для реализации профессиональной направленности математической подготовки, для контроля достижений с использованием профессиональных AR-игр.

Список литературы

1. Ершов, А. П. Компьютеризация школы и математическое образование / А. П. Ершов // Математика в школе. – 1989. – № 1. – С. 14–31
2. Портал федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования: URL: https://fgosvo.ru/?ysclid=me44r8kfw4180465466 (дата обращения: 21.06.2025)

ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ВУЗА К РЕАЛИЗАЦИИ СЕМИОТИЧЕСКОГО ПОДХОДА ПРИ ОБУЧЕНИИ ПРОГРАММИРОВАНИЮ

Н. И. Заводчикова, к. пед. н., доцент,
И. А. Быкова, старший преподаватель,
Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского,
Ярославль, Россия
e-mail: zaw-nadejda@yandex.ru

Аннотация. Представлен опыт подготовки студентов к реализации семиотического подхода при обучении школьников программированию. Важными элементами такой подготовки являются: анализ опыта обучения программированию, выделение недостатков существующих форм и методов обучения школьников с несформированным алгоритмическим мышлением, обсуждение способов интеграции психолого-педагогических концепций в преподавание программирования, разработка образовательного контента и его внедрение в учебный процесс.

Ключевые слова: методическая подготовка учителя информатики, методика обучения программированию, знаково-символическая деятельность, семиотика.

PREPARING STUDENTS OF A PEDAGOGICAL UNIVERSITY TO IMPLEMENT A SEMIOTIC APPROACH IN TEACHING PROGRAMMING

N. I. Zavodchikova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
I. A. Bikova, Senior Lecturer,
Yaroslavl State pedagogical University named after K. D. Ushinsky,
Yaroslavl, Russia
e-mail: zaw-nadejda@yandex.ru

Annotation. The experience of preparing students for the implementation of the semiotic approach in teaching students programming is presented. Important elements of such training are: analyzing the experience of learning programming, highlighting the shortcomings of existing forms and methods of teaching students with unformed algorithmic thinking, discussing ways to integrate psychological and pedagogical concepts into programming teaching, developing educational content and its implementation in the educational process.

Keywords: methodical training of a computer science teacher, methods of teaching programming, sign-symbolic activity, semiotics.

Необходимость совершенствования методики обучения программированию обусловлена возрастающей потребностью общества в людях с развитым алгоритмическим мышлением. Так как при обучении программированию происходит освоение школьниками новой для них знаково-символической системы, то целесообразным является использование основных положений семиотического подхода в обучении [1–4].

Подготовку студентов к организации знаково-символической деятельности школьников при обучении программированию целесообразно осуществлять в несколько этапов: анализ существующих форм и методов обучения программированию; актуализация знаний по психологии и педагогике, связанных с управлением познавательной деятельностью учащихся; выделение структуры комплекса упражнений для управления знаково-символической деятельностью учащихся при обучении программированию; разработка дидактических материалов, их тестирование и редактирование; анализ обратной связи, полученной при внедрении материалов в учебный процесс, внесение корректив в разработанные материалы.

Анализ существующих форм и методов обучения программированию происходит в результате обработки анкет, заполненных студентами разных курсов во время педагогической практики. В каждой анкете представлена следующая информация об одном уроке раздела «Программирование»: класс; тема; соотношение фронтальной, парной, групповой и индивидуальной работы на уроке; соотношение времени объяснения учителя и решения задач учащимися; краткое описание форм и методов объяснения способов решения задач; соотношение количества учащихся самостоятельно «открывающих» алгоритм решения и получающих его в готовом виде; определение доли учащихся, соотносящих действия, осуществляемые с конкретными входными данными, с соответствующими фрагментами программы, способных самостоятельно запрограммировать и внести изменения в рассмотренный способ решения задачи; определение доли школьников, которые, испытывая затруднения при выполнении заданий лабораторной работы, осуществляют предварительный анализ задачи (продумывают алгоритм для конкретных данных).

В результате анализа описанных анкет студенты приходят к выводу, что основным методом обучения программированию является задачный метод, при этом в подавляющем большинстве случаев методика работы с задачей состоит из следующих этапов: фронтальное решение задачи для конкретных входных данных и фиксация алгоритма решения в ходе эвристической беседы; индивидуальная или парная работа по реализации алгоритма на языке программирования; отладка и тестирование созданной программы.

Далее выделяются недостатки фронтальной работы на первом этапе решения задачи: большинство учащихся получают алгоритм решения в готовом виде; многие школьники не соотносят действия, осуществляемые с конкретными входными данными, с соответствующими фрагментами программы; не формируется привычка выполнять предварительный анализ задачи, до этапа программирования.

Поиск способов решения указанных проблем приводит студентов к осознанию важности разработки дидактических материалов, позволяющих осуществлять управление работой школьников на каждом из этапов решения задачи по программированию. Обсуждение особенностей реализации различных моделей управления дидактической системой (В. П. Беспалько) в цифровой образовательной среде, необходимости учёта при разработке контента основных положений теории поэтапного формирования умственных действий (П. Я. Гальперин, Н. Ф. Талызина) и особенностей организации знаково-символической деятельности учащихся (Н. Г. Салмина) позволяет определить структуру разрабатываемых наборов упражнений. Дидактические материалы должны способствовать освоению знаково-символической системы, соответствующей языку программирования, и направлять переход от реальных объектов, указанных в решении задачи, и совершаемых с ними действий к выделению этих объектов и действий и их обозначению [1–3].

При обучении программированию предварительный этап решения задачи целесообразно организовать с помощью набора упражнений следующей структуры:

– задания на моделирование действий с конкретными входными данными;
– задания на определение правил изменения величин и формулировку алгоритма;
– задания на сигнификацию выделенных величин, определение их типа и назначения в программе;
– задание на визуализацию схемы алгоритма;
– задания на замещение элементов схемы командами языка программирования;
– задание на разработку программы для реализации алгоритма.

Студенты создают наборы упражнений указанной структуры по предложенной преподавателем теме на платформах LearnungApps и Stepik.org. После тестирования интерактивные упражнения используются в учебном процессе 9–11 классов школ № 26 и 76 города Ярославля. Решения учащихся доступны студентам для анализа, что позволяет им оценить целесообразность каждого из заданий и эффективность материалов в целом. Результаты анализа деятельности учащихся служат обоснованием внесения корректив в разработанные упражнения.

Описанная методика обучения студентов основам семиотического подхода в преподавании программирования осуществлялась в 2023/2024 и 2024/2025 учебных годах.

В 2023 году учителя, использовавшие созданные студентами материалы, отмечали, что организация предварительного этапа работы с задачей по программированию в цифровой образовательной среде способствует осознанию школьниками важности данного этапа при написании программы. Однако было отмечено, что разработанные упражнения не в достаточной мере способствуют самостоятельному выделению знаковых структур: величин и алгоритмических конструкций. Анализ структуры комплекса упражнений и замечаний педагогов показал, что школьники не проявляют активности в определении характера последовательности действий и в выделении величин, так как управление действием моделирования осуществлялось с помощью таблицы, где столбцы соответствовали величинам, использующимся при решении, а в ячейках отображался процесс изменения значений этих величин. При этом заголовки столбцов таблицы были определены заранее, также подразумевалась и цикличность выполняемых действий.

Таким образом, системный анализ результатов профессиональной деятельности определил необходимость добавить в начало разработанных наборов упражнений задания на поиск ответа для конкретных входных данных, на определение характера выполняемых действий и выделение величин. При выполнении указанных заданий очень важна организация речевой деятельности учащихся, поэтому использование упражнений исключительно в цифровом формате стало невозможным. Было принято решение оформить наборы упражнений в виде рабочих листов.

В 2024/2025 учебном году упражнения разрабатывались по уточнённой структуре в двух форматах: в форме интерактивных упражнений и в форме «бумажных» рабочих листов. Недостатки эвристической беседы на предварительном этапе работы с задачей по программированию при управлении фронтальной работой школьников с помощью рабочих листов уже выступали не так ярко, однако проблема получения некоторыми учащимися информации в готовом виде осталась. Студентами была предложена идея организации групповой работы учащихся на этапе формулировки алгоритма. Внедрение этой идеи в учебный процесс показало, что наиболее эффективной является следующая последовательность форм работы:

– чередование фронтальной и групповой работы с заданиями рабочего листа: задания на выполнение действий с конкретными данными обсуждаются фронтально, задания на формулировку алгоритма школьники выполняют в малых группах с последующим фронтальным обсуждением;

– самостоятельная работа, направленная на чтение и понимание готовых программ, с последующим фронтальным обсуждением или взаимопроверкой;

– лабораторная работа, в которой предусмотрено решение задач: аналогичных сформулированной на рабочем листе, с изменёнными условиями, обобщающие некоторые элементы условия исходной задачи, обратные (если это возможно);

– индивидуальная домашняя работа в цифровой образовательной среде, повторяющая в сжатом виде основные элементы рабочего листа и лабораторной работы.

В рамках практики по разработке дидактических компьютерных материалов были созданы наборы упражнений по следующим темам раздела «Программирование»:

– алгоритмы обработки цифр натурального числа в позиционных системах счисления (десятичной и произвольной);

– алгоритмы обработки строк;

– алгоритмы обработки списков;

– алгоритмы обработки последовательности данных с помощью множеств;

– алгоритмы обработки последовательности данных с помощью словарей;

– обработка последовательности чисел с помощью цикла по условию и цикла с параметром (для подготовки к основному государственному экзамену по информатике);

– алгоритмы обработки числовой последовательности (для подготовки к единому государственному экзамену по информатике);

– алгоритмы кластеризации данных (для подготовки к единому государственному экзамену по информатике).

Использование разработанных материалов в учебном процессе школы способствовало повышению учебной мотивации как студентов, так и школьников. Школьники с удовольствием делились своими впечатлениями в комментариях к заданиям, давали устные пожелания по тематике следующих упражнений. Студенты отмечали, что такое заочное участие в реальном учебном процессе способствовало усилению эмоциональной, ценностно-смысловой составляющей их деятельности во время практики.

Описанный вид взаимодействия студентов педагогических вузов и учителей является важным звеном профессиональной подготовки, прививает вкус к педагогической деятельности, становится связующим звеном между предметной и методической подготовкой.

Список литературы

1. Гребнева, Д. М. Обучение школьников программированию на основе семиотического подхода / Д. М. Гребнева, Л. Е. Егорова. – Нижний Тагил, 2018. – 112 с.

2. Заводчикова Н. И. Организация различных видов знаково-символической деятельности при обучении программированию / Н. И. Заводчикова, И. А. Быкова // Информатика в школе. – 2023. – № 5. – С. 33–8.

3. Заводчикова, Н. И. Управление познавательной деятельностью учащихся при изучении программирования на уроках информатики / Н. И. Заводчикова, И. А. Быкова // Математика и проблемы образования: Материалы 41-го Междунар. науч. семинара преподавателей математики и информатики ун-тв и пед. вузов. Киров. – 2022. – С. 213–215.

4. Салмина, Н. Г. Знак и символ в обучении / Н. Г Салмина – М. : Издательство Московского ун-та, 1988. – 288 с.

40 ЛЕТ ЭВОЛЮЦИИ МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ ИНФОРМАТИКИ: ОТ ТРАНСЛЯЦИИ АЛГОРИТМОВ К ИИ-ГРАМОТНОСТИ ДЛЯ КРЕАТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ В ЦИФРОВОЙ СРЕДЕ

С. И. Зенько, к. пед. н., доцент,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: si.zenko@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрена эволюция методической подготовки учителя информатики на основе развития ключевых концепций в целях и содержании обучения. Выделены аспекты креативного обучения при методической подготовке студентов. Раскрыта сущность ИИ-грамотности как части информационной грамотности. Определены направления подготовки учителя информатики в современных условиях.

Ключевые слова: методика обучения информатике, креативное обучение, ИИ-грамотность, методология информатики.

40 YEARS OF EVOLUTION OF METHODOLOGICAL TRAINING OF COMPUTER SCIENCE TEACHER: FROM TRANSLATION OF ALGORITHMS TO AI LITERACY FOR CREATIVE LEARNING IN THE DIGITAL ENVIRONMENT

S. I. Zenko, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Belarus
e-mail: si.zenko@yandex.ru

Annotation. The evolution of methodological training of computer science teachers is considered based on the development of key concepts in the goals and content of education. The aspects of creative learning in the methodological training of students are highlighted. The essence of AI literacy as part of information literacy is revealed. The directions of training of computer science teachers in modern conditions are defined.

Keywords: methods of teaching computer science, creative learning, AI literacy, methodology of computer science.

Формирование и развитие методической подготовки учителей информатики связано с зарождением [6] и введением в 1985 г. в школьное образование нового учебного предмета «Основы информатики и вычислительной техники» [13] (с 1993 г. в Беларуси «Информатика» [5]; в России: 1993–2003 гг. «Информатика», 2004–2010 гг. – «Информатика и информационно-коммуникационные технологии», с 2011 г. – «Информатика»).

Экспериментальные учебные планы для подготовки будущих учителей информатики апробированы в Омском пединституте (в 1984/1985 учебном году; специальности «Математика» и «Физика»). Подготовку учителей информатики начали в СССР с 1985/1986 учебного года 54 педвуза, а в 1986/1987 учебном году подготовку вели уже более 100 педвузов [8]; первый выпуск в 1991 г.

К первым книгам для учителей, в которых были отражены методические вопросы обучения учащихся информатике можно отнести пособия [7, 11], авторами которых были А. П. Ершов, В. М. Монахов, А. А. Кузнецов, В. А. Шлотгаувер и другие ученые России и Беларуси. Рассмотрим развитие содержания обучения будущих учителей по вопросам теории и методики обучения информатике.

Алгоритмы, программирование, алгоритмическая культура

Изначально в основу обучения информатике был заложен алгоритмический подход. М. П. Лапчиком было подготовлено методическое пособие, отражающее общие вопросы содержания новой учебной дисциплины [10]. Методическая подготовка связывалась с развитием у студентов знаний о возможности автоматизации разных сфер деятельности человека и о методических приёмах обучения учащихся выявлению и представлению алгоритмов осуществления такой деятельности (посредством формирования интуитивного понимания сути понятия алгоритма, его свойств и типов алгоритмов [7, с. 6–8]). Алгоритмическая культура рассматривалась как часть математической культуры, направленной на формирование и развитие у учащихся потребности повышения строгости рассуждений и точности обоснований для последующего решения задач с помощью компьютера. Востребованность умений записывать алгоритмы (в том числе и в виде программ) была аргументирована в докладе А. П. Ершова (1981 г.) «Программирование – вторая грамотность» [4].

Креативная составляющая обучения проявлялась в процессе рассмотрения и разработки альтернативных вариантов реализации алгоритмов как в безмашинном виде, так и в виде программного кода для соответствующих языков ряда программируемых микрокалькуляторов и другой вычислительной техники.

Компьютерная грамотность и образованность, информационная культура

А. И. Бочкиным при раскрытии сущности процесса обучения учащихся информатике был сделан акцент на последовательном рассмотрении и, на развитии у будущих учителей информатики трёх составляющих: компьютерной грамотности, компьютерной образованности и информационной культуры [3, с. 27–30].

Компьютерная грамотность определялась уровнем самостоятельности и эффективности осуществления конкретных видов деятельности учащимся (поиск информации и её получение при чтении, создание текстов и изображений, выполнение расчётов) с помощью компьютера. В процессе обучения информатике предполагалось формирование у учащихся потребности в развитии компьютерной образованности с последующим обеспечением формирования информационной культуры.

На развитие компьютерной образованности студентов существенно влияет их методическая подготовка. Это происходит через актуализацию имеющихся знаний в процессе регулярного ознакомления с современной литературой по информатике; развитие широкого кругозора путём информирования о популярных компьютерных программах и формирования представлений об их возможностях; осуществление обоснованного подбора и систематизированного ведения библиотеки оптимальных программных средств для решения профессиональных задач. Формированию информационной культуры способствует направленность на усвоение этики использования компьютера с учётом развития общества и общечеловеческих ценностей.

Креативная составляющая обучения в 1991–2005 гг. связывалась с расширением содержания школьной информатики за счёт рассмотрения ряда прикладных программ и поиска эффективных подходов и методов обучения учащихся пользовательским умениям по созданию и обработке графической, текстовой, числовой информации и др.

Компьютерные компетенции, информационно-коммуникационная (компьютерная) компетентность

Поскольку сложность феномена «культура» в сочетании с тенденциями развития технологий XXI века привели к расширенной трактовке понятия «информационная культура» как «высшего проявления образованности и компетентности» [9, с. 58], то для школьной информатики в качестве целевого ориентира был выбран компетентностный подход. Его реализация предполагает развитие информационно-коммуникационной (компьютерной) компетентности, содержание которой раскрывается через формирование компетенций учащихся в сферах разных видов деятельности: информационно-аналитической, познавательной, коммуникативной, технологической, техникознания, социальной, а также компетенции в сфере алгоритмизации и программирования [2, 9].

Методическая подготовка будущих учителей информатики направлена (помимо формирования компьютерных компетенций) на приобретение студентами знаний и умений по методической переработке представленного учебного содержания с целью решения проблемы сгущения (концентрации) учебной информации, при сохранении уровня осознанного восприятия и усвоения её учащимися.

Креативная составляющая обучения связывается с выработкой методических подходов к представлению нового содержания (облачные технологии, сервисы совместной работы, меры безопасности в сети Интернет), а также с созданием альтернативных способов интегрированного представления теоретического и практического содержания обучения с опорой на осмысленный опыт деятельности.

Информационная грамотность, вычислительное (компьютерное) мышление, искусственный интеллект и ИИ-грамотность

Информационная грамотность является частью функциональной грамотности и представляет собой степень информационной образованности учащегося, которая обуславливает его способность использовать цифровые средства и цифровые технологии и готовность к продуктивному функционированию в различных сферах жизни и областях деятельности. Учителю важно при обучении обеспечить метапредметность, практикоориентированность, интегративность, ситуативность, функциональность, командное взаимодействие [14].

В монографии Л. Л. Босовой в качестве стратегической цели современного общего образования в области информатики отмечено формирование вычислительного мышления обучающихся («мыслительные процессы, участвующие в постановке проблем и их решении таким образом, чтобы решения были представлены в форме, которая может быть эффективно реализована с помощью средств обработки информации» [1, с. 25]), что влечёт развитие у учащихся умений абстрагирования, логики, анализа данных, декомпозиции, алгоритмизации, моделирования, оценки полученного результата и его обобщения.

Сейчас искусственный интеллект (ИИ) рассматривается как «комплекс технологических решений, позволяющий имитировать когнитивные функции человека … и получать при выполнении конкретных задач результаты, сопоставимые с результатами интеллектуальной деятельности человека, и включающий в себя … процессы и сервисы по обработке данных и поиску решений» [12, с. 6].

Появление и широкое распространение сетевых сервисов, использующих технологии ИИ, интеграция ИИ-помощников в браузеры и др. оказывают существенное влияние на все сферы человеческой деятельности и делает актуальной и требующей безотлагательного решения задачу формирования и развития ИИ-грамотности у учащихся. Обзор проблем овладения учащимися ИИ приводит к выводу (имеющему развёрнутое обоснование, вынужденно опускаемое здесь) о том, что: *ИИ-грамотность рассматривается как часть информационной грамотности, направленной на развитие вычислительного мышления обучающихся, поскольку представляет собой степень информационной образованности, позволяющей учащимся критически оценивать и выстраивать безопасную коммуникацию с ИИ для его использования с учётом этических норм в качестве инструмента в цифровой* *среде для эффективного функционирования в различных сферах жизни и областях деятельности человека*.

Оптимальная методическая подготовка студентов по информатике предполагает развитие их креативных навыков и ориентирована как на реализацию новых направлений, так и на пересмотр подходов по осуществлению ряда устоявшихся направлений в теории и методике обучения информатике.

Примерами новых направлений являются: 1) расширение содержания школьной информатики для формирования базовых знаний о технологии ИИ, её видах, сетевых сервисах, использующих ИИ, и способах их безопасного применения; 2) разработка инновационных видов заданий (на развитие умений критической оценки информации, представляемой ИИ-помощником; на формирование навыков безопасного взаимодействия с ИИ-сервисами; на формирование этически позитивной практики и норм использования ИИ и др.); 3) определение средств диагностики для оценки уровня сформированности ИИ-грамотности у учащихся; 4) формирование компетенций по анализу и интерпретации больших данных, получаемых в виде обратной связи с помощью ИИ на занятиях, с целью совершенствования образовательного процесса.

К примерам модернизации устоявшихся направлений следует отнести: 1) обновление подходов к методике обучения студентов планированию и организации учебного процесса с учетом возможностей ИИ; 2) развитие вариантов использования традиционных методов обучения в интеграции с ИИ; 3) разработку дидактических и диагностических материалов с адаптацией их под уровень запросов учащихся.

Вместе с тем, для повышения эффективности обучения учащихся в результате эволюции методической подготовки учителя информатики важно обеспечить сбалансированное представление предметной и методической подготовки студентов по следующим ключевым вопросам: *фундаментальное понимание механизмов ИИ* (для осознания принципов работы технологии и понимания текущих ИИ-тенденции); *расширения компонентов функциональной грамотности* (для определения ИИ-грамотности как нового компонента и обоснования потребности в разработке инструментария для его развития и оценки сформированности у учащихся в условиях распространения ИИ); *взаимодополняющая роль учителя и ИИ* (для переосмысления важности и авторитетности роли учителя информатики и определения места ИИ с целью оптимального качественного обучения учащихся и трансформации образовательной среды); *социально-этические аспекты ИИ* (для учета влияния ИИ на развитие человека и общества в целом).

Список литературы

1. Актуальные вопросы методики обучения информатике в условиях цифровой трансформации образования: монография / Л. Л. Босова, Н. Н. Самылкина, Д. И. Павлов [и др.]. – М. : МПГУ, 2024. – 296 с.

2. Аленский, Н. А. Методика преподавания информатики / Н. А. Аленский, В. В. Травин. – Мн.: Адукацыя і выхаванне, 2019. – 104 с.

3. Бочкин, А. И. Методика преподавания информатики : учеб. пособие / А. И. Бочкин. – Мн.: Выш. шк., 1998. – 431 с.

4. Ершов, А. П. Программирование – вторая грамотность. – URL: https://ershov.iis.nsk.su/ru/second_literacy/article (дата обращения: 02.04.2025).

5. Загад Міністэрства адукацыі Рэспублікі Беларусь Аб пераходзе агульнаадукацыйных школ на новы змест адукацыі (3 снежня 1993 г., № 324).

6. Зенько, С. И. Зарождение школьной информатики в Беларуси и Советском Союзе: исторические взаимосвязи технологических и методических процессов (середина 1950-х – середина 1980-х) / С. И. Зенько // Весці Бел. дзярж. пед. ун-та. Сер. 3, Фізіка. Матэматыка. Біялогія. Геаграфія. – 2025. – № 2. – С. 50–57.

7. Изучение основ информатики и вычислительной техники: метод. пособие для учителей и преподавателей сред. учеб. заведений. В 2-х ч. Ч. 1. / А. П. Ершов, В. М. Монахов, А. А. Кузнецов [и др.]; под ред. А. П. Ершова, В. М. Монахова. – М. : Просвещение, 1985. – 191 с.
8. Лапчик, М. П. Готовить учителей нового типа / М. П. Лапчик // Информатика и образование. – 1987. – № 2. – С. 83–88.
9. Лапчик, М. П. Методика обучения информатике: учеб. пособ. / М. И. Рагулина, И. Г. Семакин, Е. К. Хеннер; под. ред. М. П. Лапчика. – 3-е изд., стер. – СПб: Лань, 2020. – 392 с.
10. Методика преподавания информатики. Общие вопросы. – Омск, 1987. – 65 с.
11. Основы информатики и вычислительной техники: методические рекомендации для учителей. Ч. 1 / А. Г. Воробьев, О. А. Кравченко, В. И. Мисюткин и др.; под ред. В. А. Шлотгауэра. – Гомель, Гомельский облсовет ПО БССР, 1985. – 122 с.
12. Постановление Совета Министров Республики Беларусь от 21 апреля 2023 г. № 280 «О мерах по реализации Указа Президента Республики Беларусь от 7 апреля 2022 г. № 136».
13. Постановление ЦК КПСС и Совет Министров СССР О мерах по обеспечению компьютерной грамотности учащихся средних учебных заведений и широкого внедрения электронно-вычислительной техники в учебный процесс (28 марта 1985 г., № 271).
14. Русецкий, В. Ф. Формирование функциональной грамотности как научная и образовательная проблема / В. Ф. Русецкий, О. В. Зеленко // Весн. Адукац. – 2020. – № 9. – С. 15–22.

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

В. В. Казачёнок, д. пед. н., профессор,
Белорусский государственный университет,
Минск, Беларусь
e-mail: kazachenok@bsu.by

Аннотация. Рассматриваются возможности чат-бота ChatGPT и других больших языковых моделей (LLM) на базе искусственного интеллекта для обучения учащихся и студентов математике. Анализируются сильные и слабые стороны больших языковых моделей и перечисляются задачи педагогов, в решении которых им может помочь рассматриваемый чат-бот.
Ключевые слова: искусственный интеллект, чат-бот, большие языковые модели, обучение математике.

ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN TEACHING MATHEMATICS

V. V. Kazachonak, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor,
Belarusian State University,
Minsk, Belarus
e-mail: kazachenok@bsu.by

Annotation. The possibilities of the ChatGPT chatbot and other large language models (LLM) based on artificial intelligence for teaching mathematics to students are considered. The strengths and weaknesses of large language models are analyzed and the tasks of teachers that the chatbot in question can help them solve are listed.
Keywords: artificial intelligence, chatbot, large language models, mathematics education.

ChatGPT (от англ. Generative Pre-trained Transformer «генеративный предварительно обученный трансформер») – чат-бот с генеративным искусственным интеллектом (ИИ), разработанный компанией OpenAI и способный работать в диалоговом режиме, поддерживающий запросы на естественных языках [4].

В целом, ChatGPT и другие большие языковые модели (Large Language Model или LLM), доказали свою полезность для задач, отличных от генерации текста. Однако в некоторых областях их эффективность вызывает вопросы. Насколько можно доверять ответам ChatGPT на математические вопросы? Существенной проблемой этого чата является его уверенность в ответах, даже когда он использует ошибочную логику, утверждая, что доказательство приведено, хотя в реальности он может перепрыгивать от одного положения к другому, не выводимому на самом деле из предыдущего. Это очень затрудняет его использование в качестве надежного источника математических знаний.

ChatGPT действует на основе наборов данных, на которых он обучен. Такие системы опираются на уже усвоенные данные, и их результаты не всегда могут быть точными. Принцип их работы – не выполнение вычислений как таковых, а определение наибольшей вероятности, то есть из большого количества имеющихся данных выбираются те, чья вероятность быть точными наибольшая, но она не всегда равна 100% [1].

Основной причиной того, что чат-боты на базе ИИ испытывают трудности с математикой, является то, что они изначально не были спроектированы для этого. Таким образом, учащемуся и студенту следует относиться к ответам ChatGPT не как к ответам преподавателей, а как к ответам своего одноклассника, сокурсника, понимая, что ответ может быть неправильным и необходимо перепроверять полученную информацию.

В целом, использование ChatGPT для решения математических задач открывает новые возможности и перспективы в этой области. Различные исследования показали, что ChatGPT подходит для решения математических задач школьного уровня. Главное – подготовить задание, проверить корректность написания математических знаков. В частности, ChatGPT умеет решать задачи по ЕГЭ, но не на отлично [5].

Что касается высшей математики, то ChatGPT обладает способностью решать математические задачи из различных областей, включая алгебраические и дифференциальные уравнения, тензорное исчисление, различные численные методы, комбинаторику, теорию вероятностей и статистику и др.

Таким образом, ChatGPT способен отвечать и объяснять вопросы из широкого круга тем математики. Основная проблема всех LLM заключается в том, что они не могут исправлять ошибочные предположения и недоразумения. При более точной настройке эти системы могут стать надежными помощниками для людей, не имеющих высшего образования в области математики. Но пока стоимость оценки результативности математических выводов LLM достаточно высока.

В итоге, ответ на вопрос о доверии ChatGPT в точных науках не может быть однозначным. ChatGPT является мощным инструментом, способным предоставлять общую информацию, объяснения и решать типовые задачи математики. Однако, при работе со сложными и специфическими задачами, особенно требующими высокой точности, всегда рекомендуется проверять результаты.

Что касается программирования, то чат-бот может генерировать связные фрагменты кода с пояснениями для типовых задач, может находить простейшие ошибки в коде. ChatGPT также подходит для изучения языков программирования, он грамотно пишет код, помогает разбираться в логике решения задач.

В настоящее время уже опубликованы статьи, посвященные использованию ChatGPT-4 в сфере образования в целом и в обучении математике в частности [3]. ChatGPT-4 обладает обширной базой знаний и демонстрирует способность доступным языком представлять темы на школьном и базовом университетском уровнях. Его возможность вести продолжительные диалоги по конкретным предметам является ценным дополнением к традиционным методам обучения, потенциально способствуя более глубокому пониманию изучаемой темы.

Но поскольку искусственный интеллект упрощает доступ к информации, дает ответы на вопросы и демонстрирует решения задач, существует вероятность того, что учащиеся станут при любой возможности обращаться к ИИ. Зачем самостоятельно искать ответы или размышлять над задачей, если это можно поручить ИИ? Как считают исследователи, в итоге это может привести к деградации навыков критического мышления и решения проблем.

Эти опасения оправданы, так как сейчас обучающиеся получают удобный калькулятор, который, возможно, не превратит двоечника в отличника, но значительно упростит учебу и создаст атмосферу сомнений, поскольку сложно отличить ИИ-контент от результатов самостоятельной работы учащегося. Результаты исследований показали, что школьники, которые пользуются ChatGPT в обучении, хуже сдают тесты. В связи с этим доступ к ChatGPT ограничен в ряде школ России, США, Японии.

Поскольку считается, что работа, выполненная самостоятельно, помогает усваивать знания и приобретать навыки, возникает вопрос: можно ли официально разрешить студенту использовать ИИ? Не получим ли мы специалистов с серьезными пробелами в знаниях? Опыт показывает, что запреты для студентов работают крайне плохо. Поэтому ряд ученых считают: если деятельность рутинная и может быть автоматизирована, то её нужно отдать ИИ. Вместо того, чтобы полностью запрещать ИИ, преподаватели должны рассказывать об ответственных способах использования этой технологии.

Педагоги научили учащихся использованию математики в мире с калькуляторами. Теперь задача педагогов – научить студентов использовать новые возможности технологий. Одна из предлагаемых мер – проектная работа, причём поэтапная в течение всего курса, для оценки которой применяется формирующее оценивание. В этом случае важны несколько итераций.

Необходимо доносить до обучающихся риски и ограничения в использовании ИИ, указывать на его ошибки и слабые места. Лучше всего экспериментировать вместе с учащимися, чтобы они на собственном опыте убедились, что ИИ умеет делать, а чего пока не может. Важно включать в учебную программу задания, направленные на развитие критического мышления и навыка решения проблем.

Результаты исследований возможностей ИИ в обучении математике также показали, что при объяснении своих ответов ChatGPT часто представлял необычные или неожиданные рассуждения, даже когда приходил к правильному решению. Такой нестандартный подход может навредить студентам, изучающим стандартные математические прёмы.

Исследователи считают, что образовательный потенциал ChatGPT должен быть ограничен квалифицированными математиками, которые могут проверить результаты и заметить пробелы в рассуждениях ИИ. Поэтому менее опытные ученики должны проявлять осторожность при самостоятельном использовании чат-бота без необходимых знаний в области математики для проверки его ответов.

Интеграция ChatGPT-4 и других LLM в образовательный процесс может привести к глубоким изменениям в подходах к преподаванию физико-математических дисциплин. Например, К.Г. Уэст утверждает, что развитие технологий LLM «требует нового аудита того, какие именно концептуальные и математические навыки должны формироваться по итогу обучения» [2, 6].

Также ChatGPT может стать незаменимым помощником преподавателя, например, математических дисциплин в вузе, существенно облегчив рутинную техническую работу по составлению разноуровневых задач, однотипных задач в большом количестве, по написанию учебно-методических пособий.

Чат-бот может помочь в планировании уроков и лекций. Если, например, дать ему список источников, на основе которых нужно построить урок или целый курс, он составит структурированный план, дополнив его сгенерированными практическими заданиями и тестами по теме. Сегодня чат-бот способен оказать помощь преподавателю в разработке учебных планов и программ для различных курсов с учетом уровня знаний студентов и требований курса.

Таким образом, ИИ упрощает процесс обучения, предоставляя быстрые и точные решения задач. Он помогает изучать сложные темы, такие как высшая математика; развивать навыки через пошаговые объяснения, что особенно важно для понимания сложных тем; подготавливать графики и визуализировать данные для лучшего понимания.

Однако ИИ не способен заменить настоящего педагога и может играть только роль вспомогательного инструмента в образовательном процессе. В настоящее время нельзя полностью полагаться на ИИ. Чат-боты – это инструмент, а не замена знаний. Рекомендуется использовать их для проверки своих решений или для изучения нового материала, но не забывать практиковаться самостоятельно.

Список литературы

1. Искусственный интеллект умеет писать стихи, но все еще испытывает трудности с математикой. Онлайн-школа программирования для детей. – URL: https://code-it-school.ru/blog/iskusstvennyj-intellekt-umeet-pisat-stihi-no-vse-eshhe-ispytyvaet-trudnosti-s-matematikoj/ (дата обращения: 09.06.2025).

2. Казаченок, В. В. Искусственный интеллект в электронном обучении / В. В. Казаченок, А. А. Русаков // Электронный науч.-методич. журнал «Педагогика информатики». – 2024. – № 1–2. URL: https://pcs.bsu.by/2024_1-2/1ru.pdf (дата обращения: 09.06.2025).

3. Мариносян, А. Х. ChatGPT-4 в обучении физике и математике: возможности, ограничения и перспективы совершенствования / А. Х. Мариносян // Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». – 2024. – № 4 (70). – С. 95– 115.

4. Нейросеть Chat GPT на русском. GPT-chatbot. URL: https://gpt-chatbot.ru/ (дата обращения: 09.06.2025).

5. Проверяем, какой ИИ бот лучше решает математические задачи; сравниваем ChatGPT и Gemini на задачах уровня ЕГЭ. Математика; машинное обучение. URL: https://habr.com/ru/sandbox/220498/ (дата обращения: 09.06.2025).

6. West C.G. Advances in apparent conceptual physics reasoning in ChatGPT-4. URL: – https://arxiv.org/abs/2303.17012 (date of access: 09.06.2025).

СИСТЕМА ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ К КОМПЛЕКСНОМУ ПРИМЕНЕНИЮ МЕТОДОВ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ И СЕТЕВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЦИФРОВОЙ СРЕДЕ

А. Ф. Климович, к. пед. н., доцент,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Республика Беларусь
e-mail: a_f_klim@mail.ru

Аннотация. Представлена система подготовки будущих педагогов к комплексному применению методов электронного обучения и сетевого взаимодействия в развивающейся цифровой среде.

Ключевые слова: ИКТ-компетенции, электронное обучение, сетевое взаимодействие, цифровая среда.

A SYSTEM FOR TRAINING FUTURE TEACHERS FOR THE COMPREHENSIVE USE OF METHODS OF E-LEARNING AND NETWORKING IN A DIGITAL ENVIRONMENT

A. F. Klimovich, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank,
Minsk, Republic of Belarus
e-mail: a_f_klim@mail.ru
Annotation. A system for training future teachers for the integrated application of e-learning and networking methods in the evolving digital environment is presented.
Keywords: ICT competencies, e-learning, networking, digital environment.

Тема подготовки будущих педагогов к комплексному применению методов электронного обучения и сетевого взаимодействия в цифровой среде является одной из ключевых проблем современного педагогического образования, обусловленной всеобщей цифровизацией общества и эволюцией дидактики. Это не просто внедрение новых инструментов, а фундаментальное изменение подходов к преподаванию и обучению, требующее опережающей подготовки специалистов.

Активное внедрение цифровых технологий, в образовательный процесс требует, сформированности ИКТ-компетенций будущих педагогов в области комплексного применения методов электронного обучения и сетевого взаимодействия в цифровой среде. Данному вопросу посвящены работы Н. И. Быковской, М. А. Горюновой, С. Г. Григорьева, И. Н. Демченко, С. А. Дочкина, А. Ф. Климович, М. Б. Лебедевой, О. А. Минич, А. В. Пищовой, И. В. Роберт, В. П. Топоровского, А. Ю. Уварова, Н. В. Петровой, С. Р. Удалова и других ученых разных странах [2-4, 6-8].

В настоящее время под цифровизацией понимается использование цифровых технологий в различных областях – от научной и производственной до бытовой. Этот факт свидетельствует о необходимости подготовки молодого поколения к жизни в цифровом обществе начиная с дошкольного возраста, и как следствие – формирование у педагогов компетенций в области комплексного применения методов электронного обучения и сетевого взаимодействия в цифровой среде.

Важность цифровизации современного образования обусловлена широкими возможностями использования современных информационных технологий в этой сфере и их высокой эффективностью за счет гибкости, ориентации на индивидуума и конечный результат [1].

Электронное обучение (e-learning) определяется как реализация образовательных программ с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном взаимодействии обучающихся и педагогов в формате реального времени и в отсроченном режиме.

Цифровая среда – это динамическое образование, включающее цифровые ресурсы, технологии, медиаконтент, платформы для видеокоммуникации, сетевого взаимодействия, диагностики и контроля. Электронная информационно-образовательная среда (ЭИОС) должна быть доступна из Интернета, обеспечивать информационную безопасность, хранить результаты обучения, предоставлять доступ к образовательным программам и электронным библиотечным системам, а также поддерживать синхронное и асинхронное взаимодействие.

Сетевое педагогическое взаимодействие определяется как совместная, взаимосвязанная деятельность, где преобладают принципы саморегуляции и горизонтальные связи. Педагог при этом обеспечивает равные возможности для всех участников. Его признаки включают наличие объединяющей цели, отсутствие линейного управления, опору на современные средства педагогических измерений и ИИ, а также взаимную ответственность. Выделяют такие виды взаимодействия, как информационное, административное, социальное, организационное, обеспечивающее и развивающее. Сетевое взаимодействие является системой связей для разработки и апробации инновационных моделей образования и совместного использования ресурсов.

Целью подготовки будущих учителей к комплексному применению методов электронного обучения и сетевого взаимодействия в цифровой среде является формирование у них комплекса компетенций, необходимых для:

– эффективного использования электронных образовательных ресурсов (ЭОР) в образовательном процессе;

– организации сетевого взаимодействия между учениками, учителями и родителями;

– разработки и реализации онлайн-курсов и интерактивных учебных материалов;

– применения современных педагогических технологий, основанных на использовании цифровых инструментов;

– оценки эффективности электронного обучения и внесения необходимых корректировок.

Система подготовки будущих учителей к комплексному применению методов электронного обучения и сетевого взаимодействия включает компоненты, указанные на рисунке 1.

Рисунок 1 – Подготовка будущих учителей к комплексному применению методов электронного обучения и сетевого взаимодействия в цифровой среде

Подготовка педагогов в БГПУ осуществляется в русле цифровой парадигмы образования, ориентированной на интеллектуальное развитие и социализацию индивидуума с учетом научно-технологического прогресса и информационной безопасности.

Учебные дисциплины, курсовые, дипломные и магистерские работы в той или иной степени затрагивают вопросы создания ЭОР и курсов дистанционного обучения.

Учебными планами специальности 6-05-0113-04 «Физико-математическое образование» профиля 01 «Педагогика» по предметным областям (Математика и информатика, Физика и информатика, Математика и физика) предусматривается организация образовательного процесса на основе ИКТ и использования сетевых технологий (локальной сети и сайтов БГПУ, ФМФ и кафедры ИиМПИ, блогов ППС, СДО Moodle (всего в БГПУ: 1836 ЭУМК и 9679 пользователей [9]), систем для проведения вебинаров и телеконференций, электронной почты, ресурсов глобальной сети Интернет и др.).

Учебными планами целенаправленно предусмотрены дисциплины, содержание которых направлено на подготовку будущих преподавателей методов электронного обучения и сетевого взаимодействия в цифровой среде:

- создание и использование электронных образовательных ресурсов;
- администрирование компьютерных систем и сетей в учреждениях образования;
- технологии искусственного интеллекта;
- Образовательная робототехника;
- STEM-технологии в образовании;
- Виртуальная реальность.

Студенты, прошедшие обучение по названной выше специальности:

– создают и поддерживают безопасную эффективную цифровую образовательную среду, обеспечивающую результативное преподавание и обучение в компьютерных классах и образовательных онлайн-средах с равными возможностями для всех обучающихся учреждения образования;

– осуществляют методическое и техническое сопровождение учителей-предметников при работе в насыщенном технологиями глобальном информационном пространстве;

– разрабатывают ИТ-проекты на языках программирования Pascal ABC, C#.Net, C++.Net, JavaScript, SQL, PHP;

– применяют свои знания компьютерной графики в области педагогического дизайна и издательской деятельности;

– используют возможности искусственного интеллекта, виртуальной и дополненной реальности, робототехники, больших данных, Интернета вещей, МООКов, различных цифровых образовательных платформ при подготовке к учебным занятиям.

Также на факультетах БГПУ, где ведется подготовка будущих педагогов, учебными планами предусмотрено изучение учебной дисциплины «Информационные технологии в образовании» в рамках которой на лекциях, практических и лабораторных занятиях предусмотрена проектная и самостоятельная работа по разработке сетевых ресурсов для обучения школьников разным школьным предметам.

Ежегодно в БГПУ проводятся университетские и факультетские вебинары и онлайн-конференции по направлениям подготовки педагогов, в которых участвуют как профессорско-преподавательский состав и аспиранты учреждений образования, так и студенты, магистранты, учителя и школьники. Так на ФМФ традиционными стали онлайн конференции «Физико-математическое образование: традиции, инновации, перспективы» и «Инновационные подходы к обучению физике, математике, информатике» [5].

Таким образом, в БГПУ ведется подготовка современных педагогов, владеющих не только традиционными методами обучения, но и умеющими эффективно использовать электронные образовательные ресурсы, организовывать сетевое взаимодействие между участниками образовательного процесса и адаптировать учебный контент к потребностям цифрового поколения.

Список литературы

1. Бейтс, А. В. Преподавание в цифровую эпоху: Руководство по разработке методов преподавания и обучения / А. В Бейтс. – 3-е изд. – Tony Bates Associates Ltd, 2022. – 1061 с. – URL: https://pressbooks.bccampus.ca/teachinginadigitalagev3m/ (дата обращения: 30.06.2025).
2. Горюнова, М. А. Цифровая грамотность и цифровая компетентность педагога в системе среднего профессионального образования / М. А. Горюнова, М. Б. Лебедева, В. П. Топоровский // Человек и образование. – 2019. – № 4 (61). – С. 83–89.
3. Климович, А. Ф. ИКТ-компетентность как составляющая профессионализма педагога в условиях цифровой трансформации образования / А. Ф. Климович, Н. И. Быковская, И. Н. Демченко // Вес. БДПУ. Сер. 3, Фізіка. Матэматыка. Інфарматыка. Біялогія. Геаграфія. – 2019. – № 1. – С. 47–53.
4. Климович, А. Ф. Модернизация состава ИКТ-компетенций педагогов для подготовки будущих учителей в области методов электронного обучения и сетевого взаимодействия / А. Ф. Климович, О. А. Минич // Информатика и образование. – 2022. – № 37 (4). – С. 80–87.
5. Конференции на физмате. Физико-математический факультет. – URL: https://clck.ru/3PJgfA (дата обращения: 30.06.2025).
6. Минич, О. А. Состав ИКТ-компетенций для педагогической подготовки в области методов электронного обучения и сетевого взаимодействия / О. А. Минич. – URL: https://clck.ru/3PJhLo (дата обращения: 30.06.2025).
7. Петрова, Н. В. Формирование ИКТ-компетенций будущих магистров педагогического образования в аспекте совместной научно-исследовательской деятельности внутри сетевого сообщества / Н. В. Петрова, С. Р. Удалов // Информатика и образование. – 2022. – № 37 (3). – С. 74–79.
8. Пищова, А. В. Цифровые компетенции современного педагога: возможности развития в образовательном процессе / А. В. Пищова, К. С. Автухович, О. М. Тапстова // Повышение качества профессиональной подготовки специалистов социальной и образовательной сфер. – URL: https:// rep.vsu.by/ handle/123456789/44189 (дата обращения: 30.06.2025).
9. СДО Moodle БГПУ имени Максима Танка – URL: https://bspu.by/moodle/ (дата обращения: 30.06.2025).

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ В ОЛИМПИАДАХ ПО ИНФОРМАТИКЕ

П. А. Корнилов, к. ф.-м. н., доцент,
Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского,
Н. П. Федотова, к. ф.-м. н.,
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова,
Ярославль, Россия
e-mail: kornilovpa@yandex.ru; natatulik@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается взаимосвязь идей, методов и задач из предметных областей «Математика» и «Информатика», приводятся примеры задач с математическим содержанием, которые авторы включали в различные олимпиады по информатике.

Ключевые слова: олимпиады по информатике, инварианты, количество информации. алгоритмы вслепую.

MATHEMATICAL PROBLEMS IN COMPUTER SCIENCE COMPETITIONS.

P. A. Kornilov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
K. D. Ushinsky Yaroslavl State Pedagogical University,
N. P. Fedotova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
P. G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russia

Annotation. The article discusses the relationship between ideas, methods, and tasks from the subject areas of Mathematics and Computer Science, and provides examples of mathematical problems that the authors have included in various computer science competitions.
Keywords: computer science competitions, invariants, amount of information, blind algorithms

Изучение информатики требует знания многих разделов математики и, в свою очередь, улучшает понимание некоторых из них. Сейчас даже в школьном курсе информатики математическим основам информатики уделяется значительно больше внимания, чем другим разделам информатики [4]. Здесь можно назвать системы счисления, логику и теорию алгоритмов, теорию графов и другие разделы дискретной математики.

Ниже мы приведем ряд задач из этих и некоторых других разделов, которые авторы включали в течение ряда лет в городские и областные олимпиады школьников по информатике в Ярославле. Коллектив авторов в те годы специально устраивал в один из двух дней городских и областных олимпиад теоретический тур [1].

Одним из видов заданий, которые мы почти каждый год включали в итоговый вариант, было обоснование работы алгоритма. В нем требовалось по готовому коду программы определить, что она делает, и обосновать ответ. Здесь подразумевалось использование инвариантов, этот приём реально работает в одном из разделов верификации программ. Вот один из примеров:

Задача 1. Определите, что делает данная программа. Ответ обоснуйте.

```
алг X(вещ a,y нат n)
 арг a,n
 рез y
нач нат k, вещ t,b
b := 1; t := a; k := n
нц пока k<>0
  если  mod(k, 2) = 0
    то     t := t * t; k := div(k, 2)
    иначе  b := b * t; k := k - 1
  все
кц
y := b
кон
```

Для того чтобы появилась гипотеза о том, что делает эта программа, можно пошагово смоделировать её работу при значениях аргументов, например, $n = 10$ и $a = 2$. Полученный результат – число 1024 – сразу же помогает выдвинуть гипотезу, что данная программа возводит a в степень n. Однако, доказывать, что программа всегда работает корректно, какими-то обычными рассуждениями весьма затруднительно. А при использовании инвариантов доказательство будет убедительным. В данном случае мы можем заметить, что неизменной в ходе выполнения цикла остается следующая комбинация изменяющихся параметров: $b \cdot t^k$. Действительно, на каждой итерации цикла, в случае четного числа k имеем $b \cdot t^k = b \cdot (t^2)^{k/2}$, а в случае нечетного k имеем $b \cdot t^k = (b \cdot t) \cdot t^{k-1}$. Остается заметить, что в начале исполнения программы эта величина равна $b \cdot t^k = 1 \cdot a^n = a^n$, а в конце работы программы эта же величина равна $b \cdot t^k = y \cdot t^0 = y$. Тем самым, $y = a^n$.

Авторы разобрали еще несколько задач подобного типа в статье [3]. Там же можно посмотреть ряд интересных задач, предлагавшихся авторами в различных олимпиадах и посвященных еще одному разделу, который изучается и в математике, и в информатике –

системам счисления. Важным разделом математики, имеющим прикладное значение в информатике, в частности в шифровании информации, является модульная арифметика. С примерами олимпиадных задач из данного раздела можно познакомиться в работах [2–3].

В курсе информатики рассматриваются разнообразные задачи на вычисление количества информации. Эти задачи часто пересекаются с математическими задачами типа «Оценка плюс пример». Приведем одну из оригинальных задач на взвешивание, которую мы предлагали школьникам.

Задача 2. В ряд выложены 10 одинаковых по виду монет. Слева расположены несколько настоящих монет (не менее 1), которые весят по 10 граммов, а справа – несколько фальшивых (тоже не менее 1), которые весят по 9 граммов. За какое наименьшее количество взвешиваний на чашечных весах без гирь можно определить, сколько в ряду настоящих монет?

Для оценки в задачах подобного типа надо посчитать количество вариантов ответа. Поскольку в условии сказано, что и настоящие, и фальшивые монеты точно есть, то остается 9 вариантов, где может проходить граница между настоящими и фальшивыми монетами. При взвешиваниях на чашечных весах есть 3 варианта результата взвешивания – больше, равно и меньше. Поэтому при каждом взвешивании все варианты ответа разбиваются на 3 группы (возможно, какие-то из них пустые). Значит максимум среди количества вариантов за одно взвешивание может уменьшиться не более, чем в 3 раза. Тем самым, при оценке числа взвешиваний изначальное количество вариантов сравнивают со степенями тройки. При 9 вариантах ответа оценка будет 2 взвешивания минимум. При 10 вариантах ответа было бы уже минимум 3 взвешивания. Для построения примера, при котором двух взвешиваний всегда хватит, надо следить, чтобы при взвешивании были возможны все три варианта результата взвешивания и при этом варианты должны делиться поровну. Это означает, что бессмысленно взвешивать, например, по одной монете, потому что левая из двух монет не может оказаться легче. Также не оптимально взвешивать, например, монеты 1+2+3 и монеты 4+5+6, потому что снова левая чашка весов не может оказаться выше правой.

Если мы хотим разбить за одно взвешивание все варианты ответа на три равные группы, то, по всей видимости, это должны быть группы с границами после 1-й, 2-й или 3-й монеты, после 4-й, 5-й или 6-й монеты и после 7-й, 8-й или 9-й монеты. В этой задаче есть красивый способ сделать это. Надо на одну чашку весов положить 1-ю и 10-ю монеты, а на другую – 4-ю и 7-ю монеты. На левой чашке 19 граммов. Если правая чашка перевесит, значит на ней 20 граммов, 7-я монета настоящая и ответ находится в 3-й группе. Если на весах будет равновесие, то значит 4-я монета настоящая, а 7-я фальшивая и ответ во второй группе. А если левая чашка перевесит, то справа 18 граммов, 4-я монета фальшивая и граница между настоящими и фальшивыми монетами проходит после одной из первых 3 монет. Второе взвешивание полностью аналогично первому. Надо оставить 19 граммов на одной чашке, а на вторую класть обе монеты из «подозрительной» группы (8 и 9, 5 и 6, 2 и 3 соответственно). Таким образом, за 2 взвешивания мы всегда вычислим количество настоящих монет.

В последнее время в информатике появился раздел, посвященный теории систем. В частности, в нем рассматриваются системы с обратной связью и без обратной связи. В олимпиадной математике также достаточно недавно появился раздел с условным названием «Алгоритмы вслепую». Рассмотрим пару красивых задач про системы с частичной обратной связью. Первую из них мы включили в олимпиаду школьников Ярославля в 2008/2009 уч. г., а вторую – в сезоне 2002/2003 уч. г. [1].

Задача 3. *«Игральный автомат».* В игральном автомате в ряд расположены 100 закрытых лунок. В одной из них находится шарик. За один ход можно нажать на кнопку рядом с лункой, и она на время откроется. Если шарик там, то Вы выиграли. Иначе лунка закрывается, а шарик перемещается в какую-то из двух соседних с ним лунок. Можно ли гарантированно поймать шарик?

С первого взгляда кажется, что задача неразрешима. Мы должны нажимать на все кнопки. Если мы будем нажимать их по порядку, то шарик может находиться, например, в ячейке $k + 1$, когда мы нажимаем на кнопку k, а потом перепрыгнуть в ячейку k, а мы будем нажимать уже на кнопки с большими номерами. Нажатие на кнопки по несколько раз подряд не поможет, поскольку шарик может именно при последнем нажатии на кнопку k попасть в ячейку $k +1$, а потом снова перепрыгнуть в ячейку k. Однако здесь все-таки есть небольшая информация о передвижениях шарика, которой хватает для решения задачи: мы знаем, что шарик двигается только в соседнюю ячейку, а значит, постоянно меняет свою четность. Если мы последовательно нажимаем на кнопки 1, 2, 3, ..., и при этом наша четность совпадает с четностью шарика, то он не сможет перепрыгнуть через нас. Значит, уже в половине случаев мы его найдем. Если же мы нажали на все кнопки и не нашли шарик, то теперь нам известно, что его четность не совпадает с нашей и нам надо сменить нашу четность. Поэтому заведомо выигрышная стратегия нажатий следующая: 1, 2, 3, ..., 100, 100, 99, 98, ..., 2, 1.

Задача 4. «Барабан». Приз лежит за дверью, перед которой стоит барабан с вертикальной осью вращения и четырьмя отверстиями по бокам. Внутри каждого отверстия стоит переключатель, имеющий два положения: «вверх» и «вниз». Игрок может засунуть руки одновременно в любые два отверстия, пощупать, как стоят переключатели, и произвольно переключить один или оба сразу (можно и не переключать). Затем барабан быстро вращается и после его остановки уже нельзя определить, в каких отверстиях переключатели трогали в предыдущий раз. Дверь открывается, когда все переключатели встанут в одно положение. Опишите алгоритм, по которому игрок обязательно получит приз.

По условиям задачи мы можем ни разу даже не дотронуться до какого-то из переключателей. Если бы требовалось все их переключить вверх, то задача была бы неразрешима. Но нам для выигрыша можно достичь либо положения «все переключатели вверх», либо положения «все переключатели вниз». Для начала надо понять, какие действия мы можем совершать. Оказывается, есть всего два варианта выбора отверстий – рядом или напротив. Мы можем за первые два раза сделать и то, и другое и поднять вверх три переключателя. Если нам повезет, то дверь откроется. Если не повезет, то мы уже будем знать состояние системы – «три переключателя вверх и один вниз». Далее нам надо, сохраняя контроль за состоянием системы, постепенно менять её состояние. Третьим ходом мы выберем противоположные переключатели. Если повезет, то мы переведём последний переключатель в положение «вверх» и выиграем, а если оба переключателя будут старые, то мы один из них переключим вниз и тогда система перейдет в состояние «два соседних переключателя вверх и два соседних вниз». Теперь до выигрыша нам осталось два хода (каких?). На четвертом ходу мы выберем соседние переключатели. Если они одинаковые, то мы выиграем уже на этом ходу, переключая их оба. А если они разные, то мы переключим оба из них и переведем систему в состояние «два противоположных переключателя вверх и два противоположных переключателя вниз». Последний ход очевиден – выбираем противоположные переключатели, переключаем оба и забираем приз.

Есть еще много красивых математических задач, которые пересекаются с изучаемыми в курсе информатики разделами. Мы желаем читателям самостоятельно находить и решать их, а, может быть, придумывать свои задачи и делиться ими с остальными любителями математики и информатики.

Список литературы

1. Волченков, С. Г. Ярославские олимпиады по информатике: Сборник задач с решениями / С. Г. Волченков, П. А. Корнилов [и др.]. – М. : Бином. Лаборатория знаний, 2010. – 406 с.
2. Заводчиков, М. А. Элементы теории чисел как математическая основа решения задач на обработку целочисленной информации / М. А. Заводчиков, Н. И. Заводчикова // Информатика в школе. – 2021. – № 8. – С. 32–36.
3. Корнилов, П. А. Задачи с математическим содержанием на олимпиадах и конкурсах по информатике / П. А. Корнилов, Н. П. Федотова. – Информатика в школе. – 2025. – №1. – С. 10–18.
4. Семёнов, А. Л. Современный курс математики и информатики в школе – А. Л. Семёнов // Содержание образования. – 2004. – № 1. – С. 103–118.

СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ КОМПОНЕНТ СИСТЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ ШКОЛЬНИКОВ В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Л. П. Латышева, к. пед. н., доцент,
А. А. Олехов, старший преподаватель,
А. Ю. Скорнякова, к. пед. н., доцент,
Е. Л. Черемных, к. пед. н., доцент,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Пермь, Россия
e-mail: latisheva@pspu.ru, olehov_aa@pspu.ru,
skornyakova_anna@pspu.ru, cheremnyhel@pspu.ru

Аннотация. Характеризуется возможность развития исследовательских умений школьников в рамках освоения ими программы дополнительного образования «Формирование исследовательских умений школьников в процессе проектной деятельности с использованием технологий искусственного интеллекта». Публикация выполнена в рамках государственного задания Министерства Просвещения РФ по теме «Разработка содержательного и процессуального компонентов системы формирования исследовательских умений школьников в процессе осуществления ими проектной деятельности с использованием технологий искусственного интеллекта» (номер OTGE-2025-0017, 1024122400004-0-5.3.1).

Ключевые слова: исследовательские умения школьников, искусственный интеллект, проектная деятельность, дополнительное математическое образование.

CONTENT COMPONENT OF THE SYSTEM FOR FORMING RESEARCH SKILLS OF SCHOOLCHILDREN IN ADDITIONAL MATHEMATICAL EDUCATION

L. P. Latysheva, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
A. A. Olekhov, Senior Lecturer,
A. J. Skornyakova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
E. L. Cheremnykh, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Perm State Humanitarian and Pedagogical University,
Perm, Russia
e-mail: latisheva@pspu.ru, olehov_aa@pspu.ru,
skornyakova_anna@pspu.ru, cheremnyhel@pspu.ru

Annotation. The article describes the possibility of developing students' research skills as part of their additional education program «Developing Students' Research Skills through Project Activities Using

Artificial Intelligence Technologies». The publication was carried out as part of the state assignment of the Ministry of Education of the Russian Federation on the topic «Developing the Content and Process Components of the System for Developing Students' Research Skills through Project Activities Using Artificial Intelligence Technologies» (OTGE-2025-0017, 1024122400004-0-5.3.1).
Keywords: research skills of schoolchildren, artificial intelligence, project activities, and additional mathematical education.

В условиях быстрого развития и проникновения во все сферы жизнедеятельности человека информационных технологий, в том числе основанных на применении искусственного интеллекта, все большую значимость среди профессиональных качеств приобретают креативность, способность к исследовательской, творческой деятельности, критичность мышления. Во многих областях успех специалистов зависит от наличия у них навыков самостоятельного проведения наблюдений и опытов, генерирования идей и гипотез. Несмотря на возможность совершенствования обозначенных качеств в рамках соответствующих курсов повышения квалификации [4], фундамент для их развития создается в период обучения в школе [2] и в вузе [1, 6] в процессе вовлечения обучающихся в различные виды исследовательской деятельности.

В Пермском государственном гуманитарно-педагогическом университете (ПГГПУ) имеется опыт взаимодействия со школьниками Пермского края в контексте формирования у них исследовательских умений: проводятся проектные олимпиады обучающихся (проектное конкурсное мероприятие «Фридмановская олимпиада» и др.) [5], проектная школа «TESTO» (коллаборация науки и бизнеса с привлечением инновационных технологий) [3], реализуются программы дополнительного образования школьников (программа «Формирование исследовательских умений школьников в процессе проектной деятельности с использованием технологий искусственного интеллекта» и др.), организуются конкурсы, экскурсии для обучающихся, профессиональные пробы.

В условиях быстроразвивающегося цифрового мира возникает необходимость привлечения новых технологий, способных улучшить учебный процесс в основном и дополнительном образовании, а также повысить эффективность формирования исследовательских умений обучающихся в проектной деятельности. Примером таких технологий является генеративный искусственный интеллект, использование которого связано не только с положительными эффектами, но и с рисками (генерация работ обучающимся в рамках учебных заданий, поиск готовых решений задач, создание тематических презентаций без участия ученика для последующей сдачи преподавателю и др.). Неоспоримыми являются положительные стороны применения искусственного интеллекта в обучении, реализовать которые удается на занятиях по программе курса дополнительного математического образования для учащихся 10–11-х классов «Формирование исследовательских умений школьников в процессе проектной деятельности с использованием технологий искусственного интеллекта». Программа курса предполагает изучение математических методов, применяемых в машинном обучении и анализе данных. С помощью библиотек Python (Pandas, TensorFlow, NumPy и др.) ребята осваивают принципы работы с большими данными и построения искусственных нейронных сетей в области числовых данных, изображений и звуков. В ходе обучения школьники решают задачи регрессии, классификации, детекции объектов, обработки естественных языков. Результатами работы учащихся являются самостоятельно спланированный и реализованный проект искусственной нейронной сети, встроенной в удобную для пользователя оболочку (например, приложение для смартфона, веб-сайт или чат-бот в мессенджере), и план проекта искусственной нейронной сети для его дальнейшей самостоятельной реализации. Цель курса − вовлечение учащихся в проектно-исследовательскую деятельность, формирование у них базовых компетенций в области машинного обучения, исследовательских и проектных умений.

Ключевыми темами программы «Формирование исследовательских умений школьников в процессе проектной деятельности с использованием технологий искусственного интеллекта» являются следующие.

– Роль математики в анализе данных (знакомство с базовыми понятиями описательной статистики, обработка готовых данных с целью выяснения математических закономерностей, обсуждение важности правильной визуализации данных после их обработки и др.).

– Принципы работы нейронных сетей. Полносвязные нейронные слои (знакомство с базовыми понятиями машинного обучения, изучение биологической интерпретации нейрона и его математической модели, модели нейронных слоев, их функций и способов обучения, знакомство со средой для разработки «Google colab», написание совместно с преподавателем сверточной нейронной сети для классификации изображений).

– Обработка графических данных с помощью нейронных сетей. Сверточные слои. Задачи классификации (знакомство учащихся с методами представления цветных изображений в цифровом виде, с методами аугментации данных, принципами работы сверточных слоев нейронных сетей, слоев для отключения нейронов и нормализации данных).

– Разработка оболочки для пользователей с внедрением нейронной сети (работа с библиотеками Python для написания ботов, изучение принципов создания бота для Telegram, методов внедрения предобученных нейронных сетей в Telegram-бот, верстка Telegram-бота для распознавания изображений с внедрением в него нейронной сети, написанной на занятии).

– Задача обучения нейронной сети классификации визуальных объектов с интеграцией в удобный для пользователя интерфейс. Знакомство с основными этапами проектной разработки, методологией ведения проектной деятельности; разработка собственного проекта на основе изученных ранее тем. В результате у учащихся должен получиться Telegram-бот, распознающий объект по отправленной в него фотографии (например, заболевание легких по снимку флюорографии, болезнь растений и т. п.). Продукт должен выявлять закономерности, которые недоступны глазу неподготовленного человека, тем самым принося социальную пользу.

– Детектор объектов YOLO. Принцип работы, возможности, использование (рассмотрение методов работы с нейронными сетями «Object detection», позволяющими не только распознавать изображения, но и находить на изображениях некоторые объекты и классифицировать их). Изучение нейронной сети YOLO, пропускающей изображение через сверточную нейронную сеть, делящей его на квадраты и для каждого квадрата предсказывающей вероятность центра какого-либо объекта. После получения опыта использования этой нейронной сети учащиеся создают свои проекты наподобие следующих: прогнозирования урожая путем подсчета количества плодов, мониторинга проходимости торговых точек путем нахождения людей и др. После выполнения задуманных проектов учащимся предлагается задача составления текстового описания картинки по найденным объектам. Здесь появляется необходимость изучения языковых моделей и следующей темы программы: «Рекуррентные нейронные сети».

– Принцип работы рекуррентных нейронных сетей в задачах обработки естественного языка. Модели GRU, LSTM. Использование и настройка RUGPT3 (в данной теме рассматриваются идеи обработки естественного языка с помощью рекуррентных нейронных сетей). Учащиеся знакомятся с принципами работы моделей GRU и LSTM. Путем интеграции и настройки предобученной нейронной сети RUGPT3 в Telegram-бот создается виртуальный собеседник.

– Работа над собственным проектом. Задача создания виртуального собеседника с возможностью распознавания объектов по фото и текстовому описанию (учащиеся настраивают или интегрируют в Telegram-бот нейронные сети YOLO и RUGPT3, преобразуют выходную информацию YOLO в предложения и передают в RUGPT3, в результате чего получают проект уникального виртуального собеседника).

Приведенный выше опыт взаимодействия ПГГПУ со школьниками по вовлечению их в проектно-исследовательскую деятельность в рамках проектных олимпиад, конкурсов, профессиональных проб, а также освоения программы «Формирование исследовательских умений школьников в процессе проектной деятельности с использованием технологий искусственного интеллекта» обеспечивает содержательный компонент системы формирования исследовательских умений обучающихся.

Список литературы

1. Новые формы организации научно-исследовательской практики в педагогическом вузе / Л. П. Латышева, А. Ю. Скорнякова, Е. Л. Черемных, Т. Д. Лаптева // Гуманитарные исследования. Педагогика и психология. – 2024. – № 17. – С. 97–106.

2. Обучение школьников основам технологий искусственного интеллекта в условиях дополнительного образования / Л. П. Латышева, А. А. Олехов, А. Ю. Скорнякова [и др.] // Информатика в школе. – 2023. – № 1(180). – С. 32–41.

3. Об открытии летней проектной школы «TESTO». – URL: https://pspu.ru/about_the_university/news/7374/ (дата обращения 20.06.25).

4. Олехов, А. А. Дополнительная профессиональная программа повышения квалификации работников образования «Применение машинного обучения в проектно-исследовательской деятельности естественно-научной направленности» / А. А. Олехов, А. Ю. Скорнякова, Т. Д. Лаптева // Информатика в школе. – 2023. – № 3 (182). – С. 28–35.

5. О проведении конкурса «Фридмановская олимпиада». – URL: https://pspu.ru/about_the_university/notifies/8806/ (дата обращения 01.06.25).

6. Формирование исследовательских компетенций студентов в обучении курсу «Организация проектной деятельности во внеурочной работе» / А. А. Олехов, Л. П. Латышева, А. Ю. Скорнякова [и др.] // Гуманитарные исследования. Педагогика и психология. – 2025. – № 22. – С. 18–28.

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ПО СОЗДАНИЮ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО КОНТЕНТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Д. И. Прохоров, к. пед. н., доцент,
Минский городской институт развития образования,
Минск, Беларусь
e-mail: prohorov@minsk.edu.by

Аннотация. В статье представлен примеры заданий по созданию образовательного контента, которые предлагаются учителям математики в рамках повышения квалификации по теме «Дидактический дизайн преподавания математики в учреждениях общего среднего образования». Представлено описание работы с ресурсами искусственного интеллекта, которые позволяют разрабатывать сценарии занятий, визуальные объекты, презентации и диагностический инструментарий.

Ключевые слова: искусственный интеллект, повышение квалификации, учителя математики

EXAMPLES OF TASKS FOR MATHEMATICS TEACHERS TO CREATE EDUCATIONAL CONTENT USING ARTIFICIAL INTELLIGENCE

D. I. Prokhorov, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Minsk City Institute for Education Development,
Minsk, Belarus
e-mail: prohorov@minsk.edu.by
Abstract. The article presents examples of tasks to create educational content that are offered to mathematics teachers as part of advanced training on the topic «Didactic Design of Teaching Mathematics in General Secondary Education Institutions». A description of working with artificial intelligence resources that allow developing lesson scenarios, visual objects, presentations, and diagnostic tools is presented.
Keywords: artificial intelligence, advanced training, mathematics teachers.

Искусственный интеллект и машинное обучение в настоящее время активно используются в образовательной сфере для организации и проверки контрольных работ, тестов, экзаменов, разработки дидактических многомерных инструментов, автоматического подбора учебных материалов для наполнения электронных средств обучения, построения индивидуальной траектории обучения учащихся, выявления и ликвидации пробелов в их знаниях и т. д. Важно подчеркнуть, что подобные технологии существенно увеличивают значимость учителя, а не заменяют его. Часто упоминаемая фраза Дэвида Торнбурга: «любой учитель, которого может заменить компьютер, этого заслуживает» [4], может вызывать споры, но она акцентирует внимание на том, что в настоящее время нет технологий, способных воспроизвести и, тем более, заменить множество профессиональных компетенций, присущих педагогическим работникам.

В статье используются следующие понятия и их определения:

Искусственный интеллект (англ. *artificial intelligence, AI*) – комплекс технологических решений, позволяющих имитировать когнитивные функции человека (включая самообучение и поиск решений без заранее заданного алгоритма) и получать при этом выполнении конкретных задач результаты, сопоставимые, как минимум, с результатами интеллектуальной деятельности человека [1].

Веб-ориентированный ресурс обучения – гибкий и мобильный ресурс, который содержит учебно-методический и диагностический материал, коммуникационно-методический инструментарий, позволяющий в режиме реального времени обучающемуся выстраивать свою индивидуальную траекторию обучения (самостоятельно и/или под руководством преподавателя) [3, с. 31].

Нами разработан веб-ориентированный ресурс (далее – авторский ресурс) для сопровождения обучения учителей математики в процессе повышения квалификации по теме «Дидактический дизайн преподавания математики в учреждениях общего среднего образования» [2]. Разработка учебной программы повышения квалификации была обусловлена необходимостью комплексной модернизации образовательного процесса посредством использования цифровых инструментов, формирования у учителей математики навыков работы со специальными онлайн-сервисами и приложениями по созданию дидактических многомерных инструментов и информационно емких визуальных материалов. Учебная программа повышения квалификации учителей математики направлена на совершенствование их профессиональной компетентности в области структурирования и визуализации учебной информации с использованием современных компьютерных приложений. В ходе обучения слушатели осваивают технологии работы с искусственным интеллектом (далее – ИИ).

При работе с сервисами ИИ главной задачей пользователя является корректная формулировка задания. *Приведем ряд примеров запросов, которые позволят наиболее эффективно использовать сервисы ИИ для создания образовательного контента*:

– подготовьте сценарий фрагмента учебного занятия по математике по теме «Первый и второй признаки равенства треугольников»;

– составьте план проведения часа информирования по теме «Глобальные экологические проблемы»;

– разработайте сценарий новогоднего утренника для учащихся 2 класса;

– разработайте тест для выявления уровня информационной грамотности учащихся 7 класса;

– создайте структурно-логическую схему по теме «Творчество А.С. Пушкина»;

– напишите стихотворение (12 строк) о выпускном классе текущего года (можно указать ключевые события или факты: экскурсии, конкурсы, увлечения и т. д.);

– создайте инфографику «20 правил безопасного использования интернета»;

– сократите текст в 2 раза без потери смысла;

– создайте логотип для конкурса;

– разработайте обложку для альбома выпускников школы 2025 года;

– нарисуйте картину с героями рассказа «Каштанка» в стиле Ильи Ефимовича Репина;

– улучшите качество видеозаписи;

– создайте видео для объяснения закона Ома учащимся VIII класса и т. д.

Рассмотрим возможности ресурсов ИИ по созданию образовательного контента на примере занятия по теме «*Геометрические иллюзии*», V класс, предназначенного *для проведения в 6-й школьный день*. Как было отмечено ранее, основная работа пользователя заключается в формулировании наиболее точного, подробного и понятного для нейронной сети запроса.

Разработаем **сценарий для занятия** на основе сервиса *Deepseek* (https://deepseek.com). Перейдите на страницу нейросети, установите русскоязычный интерфейс, выберите раздел *Начать разговор*. При помощи кнопки *Добавить текстовый файл* можно загрузить несколько разработанных вами ранее сценариев занятий для 6-го школьного дня для того, чтобы обучить нейронную сеть привычному вам стилю написания и оформления методических материалов.

В поле ввода запроса введите следующий текст: «Разработай сценарий занятия для V класса по теме «Геометрические иллюзии» на 45 минут. На организационном этапе добавь интерактивный метод стимулирования мотивации учения и активизации когнитивных процессов учащихся. На этапе изучения нового материала дай определение понятия «геометрическая иллюзия», приведи примеры геометрических иллюзий в окружающем мире. Опиши с точки зрения психологии, почему возникают геометрические иллюзии. Напиши про геометрические иллюзии в архитектуре Древнего Египта и Древней Греции. Дай краткое описание биографии художников Маурица Эшера и Оскара Реутерсварда. На этапе обобщения и закрепления изученного материала напиши алгоритм создания простых геометрических иллюзий при помощи листа бумаги и карандашей. Обобщи предыдущий материал в краткую памятку. На этапе подведения итогов занятия добавь интерактивный метод учебной рефлексии». Скопируйте полученный текст в документ *Microsoft Wort*, по вашему усмотрению проведите редакцию, коррекцию и форматирование материала.

Добавим **диагностический инструментарий** для контроля усвоения материала в конце занятия. Перейдите на страницу сервиса *Diffit* (https://app.diffit.me), в раздел *Введите* *тему или вопрос. Здесь* поместите теоретические сведения, знание которых вы хотите проверить в конце занятия. Установите настройки: Уровень чтения – 5 класс, Язык – Русский, Тип чтения – Информационный текст. Сгенерируйте тестовые задания, проверьте их корректность, соответствие материалам сценария и верность формулировок самих вопросов и вариантов ответов. В разделе *Вопросы с краткими ответами* сформулируйте практические задания, предназначенные для самостоятельного выполнения учащимися. При необходимости представьте дидактический инструментарий в виде раздаточных карточек (раздел *Карта пузырьков с рабочей тетрадью изображений* в правой части экрана), скачайте созданные объекты. Дополните разработанный ранее сценарий занятия диагностическим инструментарием, с этим учетом скорректируйте содержание его этапов.

Соберем **визуальные материалы**: при помощи интернет-поисковиков *Yandex* или *Google* найдите и скачайте картинки по запросам «геометрические иллюзии на плоскости», «геометрические иллюзии в пространстве», «геометрические иллюзии в архитектуре», «иллюзия Мюллера-Лайера», «картины Оскара Реутерсварда», «лестницу Эшера», «комната Эймса в миниатюре», «невозможный треугольник Пенроуза», «куб Эшера», «куб Неккера», «ваза Рубина» и т. д.

Дополним ресурсное обеспечение занятия **дидактическими многомерными инструментами**: на основе ресурса *Leonardo* (https://app.leonardo.ai) создайте инфографику. Для этого в строку запроса введите понятия, аналогичные тем, которые задавались для интернет-поисковиков. Выберите соответствующие рисунки и произведите необходимые настройки в левой части экрана, скачайте сгенерированные изображения. При помощи онлайн-сервиса *LearningApps.org* разработайте несколько учебных апплетов по теме «Геометрические иллюзии». Включите в сценарий занятия описание технологии использования разработанных дидактических многомерных инструментов на соответствующих этапах его проведения.

Объединим визуальные материалы и дидактические многомерные инструменты в **презентацию** при помощи *Gamma* (https://gamma.app): в поле ввода введите запрос, аналогичный по содержанию запросу, с помощью которого нами был разработан сценарий занятия по теме «Геометрические иллюзии», V класс, предназначенного для проведения в 6-й школьный день. Отредактируйте полученную презентацию, дополните её диагностическим инструментарием, визуальными материалами, дидактическими многомерными инструментами, учебными апплетами и т. д.

Следует подчеркнуть, что технологии ИИ не станут заменой для преподавателей и учителей; вместо этого они скорее придадут их деятельности новое значение. На данный момент еще не в полной мере разрешены психолого-педагогические и морально-этические проблемы, связанные со взаимодействием педагогических работников и, особенно, учащихся учреждений общего среднего образования с нейронными сетями.

Список литературы

1. Artificial Intelligence // Encyclopedia Britannica. – URL: https://www.britannica.com/technology/artificial-intelligence (дата обращения: 01.05.02.2025).

2. Дидактический дизайн преподавания математики в учреждениях общего среднего образования: методическое обеспечение учебной программы повышения квалификации / разраб.: Д. И. Прохоров // Минская городская платформа дистанционного обучения. – Минск: Минск. гор. ин-т развития образования, 2025. – URL: https://do.minsk.edu.by/course/view.php?id=8832#section-12 (дата обращения: 01.05.02.2025).

3. Прохоров, Д. И. Основные положения дидактической системы повышения квалификации и активизации самообразовательной деятельности учителей математики. Continuum. Математика. Информатика. Образование / Д. И. Прохоров. – 2024. – № 4 (36). – С. 29–46.

4. Торнбург, Д. Открыто. Как мы будем жить, работать и учиться / Д. Торнбург. – М.: Олимп-Бизнес, 2015. – 288 с.

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПОВ ЦИФРОВОЙ ДИДАКТИКИ

Ю. А. Семеняченко, к. пед. н., доцент,
Московский городской педагогический университет
Москва, Россия,
email: semenyachenckoua@mgpu.ru

Аннотация. В статье приведены основные принципы цифровой дидактики, описаны возможности реализации некоторых из этих принципов при обучении высшей математике студентов педагогического вуза. Приведены примеры обучения математическому анализу с учетом этих принципов будущих учителей математики.
Ключевые слова: цифровая дидактика, трансформация высшего образования, высшая математика, математический анализ.

TEACHING MATHEMATICS AT A UNIVERSITY BASED ON THE PRINCIPLES OF DIGITAL DIDACTICS

Yu. A. Semenyachenko, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Moscow City University of Education
Moscow, Russia,
email: semenyachenckoua@mgpu.ru

Abstract. The article presents the basic principles of digital didactics and describes the possibilities of implementing some of these principles in teaching higher mathematics to students of a pedagogical university. Examples of teaching mathematical analysis using these principles for future mathematics teachers are provided
Keywords: digital didactics, transformation of higher education, higher mathematics, mathematical analysis

Уже давно и активно во всех сферах жизни проходит процесс цифровизации – взаимопроникновения цифровых, материальных и социально-гуманитарных технологий и практик. Сфера образования не исключение. Можно сказать, что обучение в условиях цифровой образовательной среды в достаточной мере обосновалось на всех уровнях образования. Практически сложилась так называемая цифровая дидактика, то есть наука об организации процесса обучения в условиях цифрового общества [1]. Цифровая дидактика, с одной стороны, опирается на фундаментальные основы и законы традиционной дидактики, а с другой стороны, внедряет в образовательный процесс цифровые технологии, которые составляют ядро современного этапа технологического развития общества.

В условиях цифровой трансформации высшего профессионального образования при обучении студентов дисциплинам необходимо учитывать особенности обучающихся, которые являются представителями цифрового поколения. Среди этих особенностей отмечаются как негативные, так и позитивные аспекты. К негативным аспектам относят мозаичность и клиповость мышления, рассеянное внимание, неспособность воспринимать большие по объёму тексты, отсутствие стремления к долгому упорному труду, смешение реального и виртуального пространств, сниженная потребность в живом общении, стремление к сетевой социализации и многие другие. Необходимо отметить, что положительных аспектов также немало. Это постоянное стремление к самосовершенствованию, желание креативно мыслить, способность к многозадачности, склонность к использованию информации сразу из нескольких источников, направленность на творческий подход в решении проблем и т. д.

Опираясь на эти особенности, а также на закономерности и тенденции развития цифрового образовательного процесса, были сформулированы принципы цифровой дидактики [1], к которым отнесены:

– *принцип персонализации*, предполагающий свободу выбора обучающегося (с учетом степени свободы выбора обучающегося (с учетом степени его зрелости и самостоятельности) в постановке учебных целей, проектировании индивидуального образовательного маршрута, определении темпа и уровня освоения тех или иных элементов образовательной программы;

– *принцип доминирования процесса учения*, предполагающий фокусировку на собственной учебной деятельности обучающегося в цифровой образовательной среде;

– *принцип целесообразности*, требующий использования только таких цифровых технологий и средств обучения, которые обеспечивают достижение поставленных целей образовательного процесса;

– *принцип гибкости и адаптивности*, представляющий собой развитие идеи индивидуального подхода в обучении применительно к условиям цифрового образовательного процесса;

– *принцип успешности в обучении*, требующий гарантировать полное усвоение заданных результатов профессионального образования (обучения) – знаний, умений, навыков, компетенций, обеспечивающих овладение требуемой квалификацией или трудовой функцией;

– *принцип обучения в сотрудничестве и взаимодействии (принцип интерактивности)*. Его требование – построение учебного процесса на основе процесса активной многосторонней коммуникации, осуществляемой в разных формах (реальная, виртуально-сетевая) между обучающимися, педагогами и другими субъектами, вовлеченными в образовательный процесс профессионального образования и обучения;

– *принцип практикоориентированности*, требующий настройки целей, содержания, технологий, методов и средств профессионального образования и обучения на актуальные и перспективные требования экономики, рынка труда, используемых и перспективных производственных технологий.

– *принцип избыточности образовательной среды,* подразумевающий обеспечение избыточной ресурсной возможности для построения обучающимся индивидуального образовательного маршрута, выбора элементов содержания и уровня их освоения.

– *принцип полимодальности (мультимедийности)*, представляющий собой развитие дидактического принципа наглядности применительно к условиям цифрового образовательного процесса.

– *принцип включенного оценивания*, требующий трансформации контролирующего (констатирующего) оценивания в непрерывную, персонализованную диагностико-формирующую оценку учебной успешности, осуществляемую непосредственно в процессе выполнения учебных заданий.

Опишем возможности реализации некоторых из этих принципов при обучении будущих учителей высшей математике в вузе, опираясь на профессиональную направленность такой подготовки [2]. В качестве практических примеров будем приводить примеры обучения математическому анализу студентов 1-го курса педагогического направления подготовки с профилем «Математика».

Для реализации принципа персонализации предлагается размещать содержание математической дисциплины в системах управления обучением (ЛМС). При этом необходимо, чтобы содержание дисциплины было четко структурировано, имело пояснительные инструкции, систему навигации. В частности, в содержании дисциплины «Математический анализ» выделены разделы (модули) дисциплины, каждый из которых содержит:

– теоретический материал для изучения,
– практический материал для самоподготовки,
– материал, который предполагается решать на практическом занятии,
– содержание домашнего задания,
– материалы контроля (в случае необходимости) (рисунок 1).

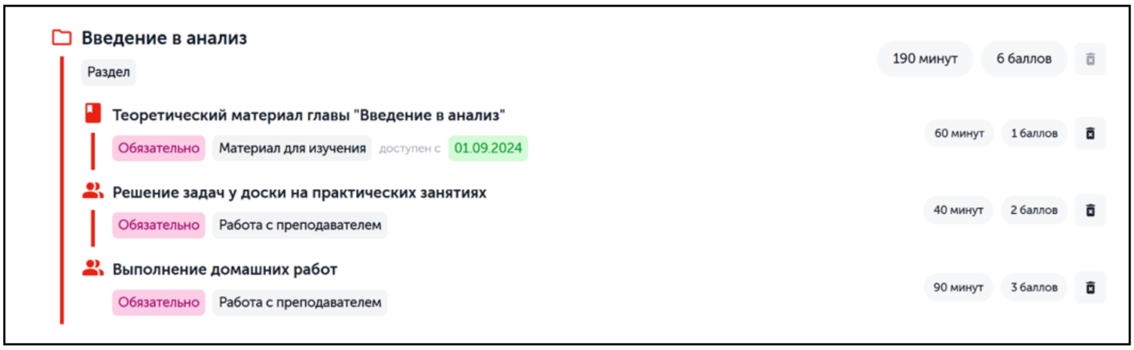


Рисунок 1 – Содержание раздела дисциплины в ЛМС вуза

Кроме аудиторных занятий по математическому анализу, у студента есть возможность изучать материал также и в этой системе. Причем, делать это он может, выбирая время, темп и уровень освоения тех или иных элементов раздела.

Для реализации *принципа полимодальности (мультимедийности)* предлагается частичный перенос теоретического материала в видеоформат. Это означает, что осуществляется частичный перенос лекций из формата прочтения в аудитории в формат видеозаписи. По математическому анализу были отсняты видеолекции, рассчитанные на 20–30 минут, по темам: «Теоремы о пределах последовательностей. Признаки сходимости последовательностей», «Свойства функций. Сложные функции. Обратимость функций», «Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница», «Достаточные условия монотонности и экстремума». Каждая видеолекция сопровождается тестом (рисунок 2).

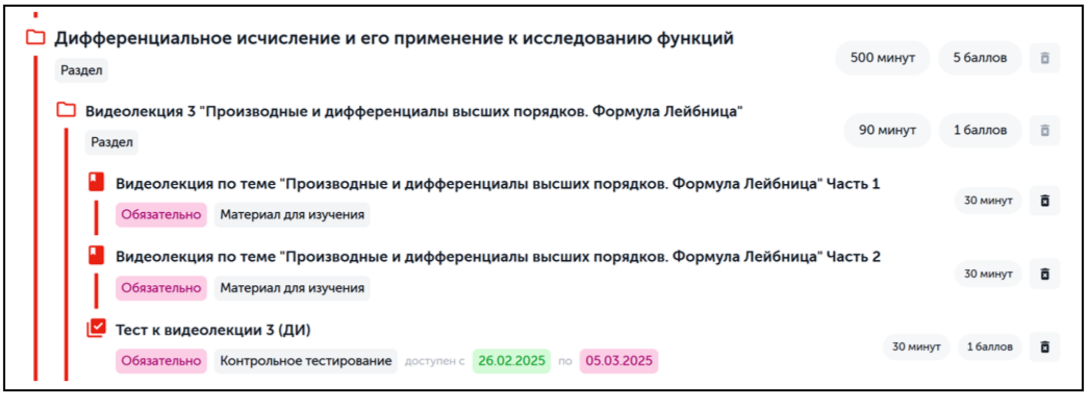


Рисунок 2 – Содержание видеолекции по дисциплине

Видеоформат позволяет внедрить в содержание лекции богатый иллюстративный материал, демонстрировать объекты на динамических математических моделях, быстро выполнять качественные геометрические построения и многое другое. Кроме того, просмотр и изучение видеолекций дает возможность обучающимся не только возвращаться к материалу повторно, но и изучать его в комфортном темпе, в удобное время.

Реализация *принципа обучения в сотрудничестве и взаимодействии* возможна через создание чатов с группой по дисциплине. В таких чатах можно выполнять следующие действия:

– размещать ссылки на электронные источники научной и методической литературы;

– размещать ссылки на образовательные каналы (имеющие экспертную профессиональную оценку) с удачными объяснениями содержания сложных тем, разбором тех или иных задач и т. п.;

– отправлять результаты контрольных мероприятий;

– устраивать голосования по вопросам организации обучения дисциплине;

– быстро оповещать об изменениях в расписании или необходимости сбора группы.

Необходимо отметить, что такой формат общения между преподавателями и студентами, которые готовятся стать учителями, весьма полезен будущим педагогам, так как формирует у них этику сетевого профессионального общения.

Таким образом, несмотря на то что, казалось бы, обучение математическим дисциплинам в вузе вряд ли может быть серьезно подвергнуто цифровой трансформации, становится ясно, что это не так. Преподавателю математической дисциплины необходимо становиться «мультипрофильным» профессионалом, который кроме виртуозного владения своей наукой и умения передавать знания студентам, должен еще уметь передавать эти знания с использованием цифровых инструментов, постоянно совершенствовать владение технологиями, которые оказывают влияние на развитие этой науки, ориентироваться в виртуально-сетевых пространствах и многое другое.

Список литературы

1. Педагогическая концепция цифрового профессионального образования и обучения: монография / В. И. Блинов, П. Н. Биленко, М. В. Дулинов [и др.]. – М. : Московский городской пед. ун-т, 2020. – 112 с.

2. Семеняченко, Ю. А. Профессиональная подготовка учителей математики для работы в условиях цифровизации образовательного процесса / Ю. А. Семеняченко, Е. А. Хилюк // Новые информационные технологии в образовании : Сборник науч. трудов XXV Междунар. науч.-практич. конф., Москва, 04–05 февраля 2025 года. – М. : ООО «1С-Паблишинг», 2025. – С. 382–384.

О СОЗДАНИИ ЦИФРОВОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО КОНТЕНТА

Л. Н. Удовенко, к. пед. н., доцент,
Московский педагогический государственный университет
Москва, Россия
e-mail: ln.udovenko@mpgu.su

Аннотация. Перечислены условия, приведшие к стремительной цифровой трансформации школьного математического образования в России. Создание Библиотеки цифрового образовательного контента как следствие этого процесса.

Ключевые слова: математическое образование, цифровизация, цифровая трансформация, цифровой образовательный контент, цифровой урок.

ABOUT CREATING DIGITAL EDUCATIONAL CONTENT

L. N. Udovenko, candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Moscow Pedagogical State University, Moscow, Russia

Annotation. The conditions that led to the rapid digital transformation of school mathematics education in Russia are listed. The creation of a Library of digital educational content as a consequence of this process.
Keywords: mathematical education, digitalization, digital transformation, digital educational content, digital lesson.

Современные образовательные реалии демонстрируют нам экспансивное наступление на математическое (и не только) образование цифровизации. Опыт подготовки будущих учителей математики в ведущем педагогическом вузе страны наглядно показывает, что работа преподавателя, организованная в традиционном очном формате с чтением лекций, проведением семинарских и практических занятий, непосредственным консультированием студентов оказывается недостаточной для разного рода проверяющих и руководящих структур. В обязанности преподавателя сегодня вменяется цифровое сопровождение учебной дисциплины, включающее помимо выгрузки на специально организованный портал рабочей программы дисциплины, учебных и методических материалов по дисциплине, контрольно-измерительных материалов с подробными образцами решения математических задач, домашние задания, а также постоянную фиксацию результатов обучающихся в процессе освоения учебной дисциплины и т. д. Высшая школа пока еще не твердо встала на этот трудный и вряд ли перспективный путь, но наша школа уже достаточно давно балансируют между остатками возможностей обучать математике с опорой на классические подходы и новыми, не всегда ясными, но весьма настойчивыми требованиями ФГОС.

В этой связи уже невозможно не замечать нарастания негативных тенденций в отечественном школьном образовании, что связано главным образом с вот уже 40 лет непрекращающимся потоком реформ. И если в начале процесса реформирования ставились задачи повышения качества образования и воспитания через обеспечение высокого научного уровня преподавания каждого предмета, главным образом математики, улучшения постановки трудового воспитания и профориентационной работы с переходом ко всеобщему профессиональному образованию молодежи, усиления внимания к воспитанию молодежи, обеспечения всесторонней заботы об учителе [3, с. 387–388], то сегодня мы столкнулись с катастрофической нехваткой учительских кадров (по разным причинам) и кардинальным изменением представлений о способах получения образования (особенно после периода пандемии COVID-19). Первая проблема назревала давно и была прогнозируема, тогда как вторая неожиданно резко превратилась в обязательное требование. Решение первой проблемы путем привлечения и сохранения работоспособного, в том числе возрастного учительского контингента за счет попыток повышения престижа учительской профессии позитивного результата не дает. А вот разработка совершенно новой модели образования, не требующей высоких интеллектуальных и иных затрат со стороны образовательной организации, отвечающая ряду установленных нормативных требований, ведется уже давно.

Так, об организации дистанционного обучения заговорили на исходе XX века, рассматривая его как обучение, «при котором все или большая часть учебных процедур осуществляются с использованием современных информационных или телекоммуникационных технологий при территориальной разобщенности преподавателя и студентов» [6, с. 17]. Основой дистанционного обучения являются технологическая, содержательная и организационная составляющие [6, с. 44–45]. Главенствующее положение в этой триаде занимает технологическая составляющая. Современная школа к началу 2019 г. в целом была обеспечена компьютерной техникой и ПО, получила возможности для сетевого сопровождения, обслуживания, технической поддержки и пр. в учебном процессе. И уже к 2011 году на волне информатизации образования «сверху» были предприняты не просто решительные попытки активного внедрения информационных технологий в обучение, а начата системная работа по синхронизации деятельности школ с обучающимися, их родителями и учителями через создание федеральных образовательных платформ.

Первыми включились в работу Департамент образования и науки и Департамент информационных технологий города Москвы, подключилось и Министерство просвещения РФ. Уже в 2018/2019 учебном году проект «Московская электронная школа» (МЭШ) охватил все школы города Москвы, а в пандемийный период, по сути, было осуществлено полномасштабное тестирование МЭШ. Процесс внедрения МЭШ в московское образовательное пространство был ускорен пандемией COVID-19, окончание которой ознаменовалось появлением на образовательно-цифровом поле новых сильных игроков. Ими оказались компании, с образованием непосредственно не связанные, но позиционирующие себя как крупнейшие операторы образовательного контента. Названия их проектов говорят сами: СберОбразование, 1С: Образование. онлайн-проекты Банка России по финансовому просвещению, Т-Образование, Цифровые образовательные решения, Программа ВТБ «Образованная страна», и этот список постоянно пополняется.

Отсутствие регламентов, кадрового потенциала, научно организованной апробации и взвешенных оценок со стороны специалистов в области образовательной деятельности с одной стороны, наличие более, чем достаточной ресурсной базы с другой стороны, приводят к появлению образовательного контента со спорной методической ценностью. В этих условиях попытку перехватить инициативу предприняло Министерство Просвещения России, начав совместно с Министерством цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации с 2022 года реализовывать федеральный проект «Цифровая образовательная среда» (ЦОС). Заявленная данным проектом необходимость цифровой трансформации образования оказалась достаточным основанием для его реализации и запуска процесса цифровизации школы, тем более что эта необходимость была усилена появлением документов «О проведении эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды» (07.12.20) [4], «О создании федеральной государственной информационной системы Минпросвещения России «Моя школа» (30.06.21) [2] и др.

Разработка различных образовательных сервисов для московских школ (условно начавшаяся в 2016 году) подвела к созданию в рамках проекта ЦОС единой [общероссийской] цифровой образовательной платформы для учеников, родителей и учителей «Моя школа» (постановление Правительства от 13.07.2022 № 1241) [5] с целью реализации образовательных программ всех уровней основного образования. По результатам реализации федерального проекта ЦОС как части национального проекта «Образование» в период 2022–2024 имеем создание федеральных систем «Моя школа» (охватывает контингент обучающихся, их родителей и учителей), «СФЕРУМ» (предоставляет средства для коммуникации в области образования), «НАВИГАТОР» (образовательный контент, связанный с дополнительным образованием), а также создание Университетом Иннополис федеральной онлайн-платформы с одноименным названием, на которой представлены образовательные курсы и материалы российских образовательных платформ. На этой образовательной онлайн-платформе появляются новые формы образовательного контента по программированию, финансовой грамотности, иностранным языкам и другим предметам. Инициаторами создания перечисленных цифровых платформ и сервисов стали Минцифры России и Минпросвещения России.

Итак, в 2021 году по инициативе и при поддержке Минцифры России Университетом Иннополис была запущена пилотная версия проекта «Цифровой образовательный контент»

(ЦОК) [1] в пятнадцати регионах России. ЦОК – это федеральная система, объединяющая ведущие онлайн-сервисы страны, в ней представлена база учебных и дидактических материалов по разным школьным учебным предметам, в том числе, и по программам дополнительного образования. С 2022 года началась системная работа по формированию Библиотеки цифрового образовательного контента (Библиотека ЦОК) [1], создание которой координировалась Академией Минпросвещения России. В 2024 году Академия Минпросвещения России реорганизована в Институт реализации государственной политики и профессионального развития работников образования, который встроен в структуру Государственного университета просвещения, на его базе продолжается работа по наполнению Библиотеки ЦОК.

В настоящее время в Библиотеке ЦОК собрано 13096 цифровых уроков по разным предметам, из них для 10–11-х классов создано 3777 уроков. В 2024 году по математике для 10–11-х классов были разработаны уроки базового уровня, в 2025 году по математике разрабатываются уроки профильного уровня. Одним из главных требований является соответствие разрабатываемых уроков требованиям ФГОС [7], ФОП [8], ФРП [9]. Разработчиками уроков математики профильного уровня стали российские учителя математики, подтвердившие свой высокий профессиональный уровень на предыдущих этапах работы. Перед тем, как появиться в Библиотеке ЦОК, каждый урок проходит через несколько этапов проверки и доработки. Авторы, эксперты, редакторы, корректоры, визуалы и программисты совместными усилиями создают цифровую версию урока. После многократной доработки каждый урок предъявляется на экспертизу содержания и экспертизу информационной безопасности в ФИПИ, Институт содержания и методов обучения, Российский государственный педагогический университет имени А.И. Герцена, в Лабораторию Касперского.

Тем не менее, риски появления уроков, не отвечающих логике развертывания конкретной математической темы, чрезвычайно высоки. Это связано с тем, что уроки определенной тематической линии могут оказаться распределенными разным авторам. Авторами могут использоваться не только учебники федерального перечня, поскольку изложение учебного математического материала в учебнике федерального перечня не всегда соответствует федеральной рабочей программе. Кроме того, федеральная рабочая программа отражает достаточно крупные тематические блоки, а темы, предлагаемых к разработке уроков, в ФПР отсутствуют, что порождает подчас вольную авторскую интерпретацию цифрового урока. Складывается впечатление, что разработка цифровых уроков имеет благую цель. С одной стороны, это помощь учителю при разработке и проведении уроков, а с другой, хотя бы какое-то обеспечение процесса обучения математике в ситуации острой нехватки учителей с постепенным, скрытым переводом процесса обучения в формат самостоятельной деятельности обучающихся. В этих обстоятельствах вопрос цифрового неравенства может свести все прилагаемые усилия к печальному результату. Стоит отметить и тот факт, что процесс разработки цифровых уроков обычно начинается в конце апреля, то есть в период завершения учебного года, и формально должен быть завершен в июле. Жесткое регламентирование объёмов и сроков создания цифровых уроков не может гарантировать на выходе безукоризненно высокий содержательный результат.

Список литературы

1. Библиотека цифрового образовательного контента. – URL: https://xn--h1aafgkbnx.xn--p1ai/#about-content (дата обращения: 25.06.2025).

2. О создании федеральной государственной информационной системы Минпросвещения России «Моя школа» // Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 30.06.2021 г.

№ 396. – URL: https://docs.edu.gov.ru/document/54a2b81fc455a554d1b0944eefef1117/download/4152/ (дата обращения: 25.06.2025).

3. Основные направления реформы общеобразовательной и профессиональной школы // Постановление Верховного Совета СССР, 12 апреля 1984 года Об Основных направлениях реформы общеобразовательной и профессиональной школы. – С. 384–407. – URL: https://docs.historyrussia.org/ru/nodes/347689#mode/inspect/page/4/zoom/6 (дата обращения: 25.06.2025).

4. Положение о проведении на территории отдельных субъектов Российской Федерации эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды // Постановление Правительства Российской Федерации от 07.12.2020 г. № 2040. – URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202012090002?ysclid=mcrx0ujkyt212273789 (дата обращения: 25.06.2025).

5. Положение о федеральной государственной информационной системе «Моя школа» // Постановление Правительства Российской Федерации от 13.07.2022 г. № 1241. – URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202207150030?ysclid=mcrqlf8iyj566262245&index=1 (дата обращения: 25.06.2025).

6. Теория и практика дистанционного обучения: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учебн. заведений / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева; под ред. Е. С. Полат. – М. : Издат. центр «Академия», 2004. – 416 с.

7. Федеральные государственные образовательные стандарты по уровням общего образования. – URL: https://fgos.ru/?ysclid=mcroybdeur934502428 (дата обращения: 25.06.2025)

8. Федеральные образовательные программы по уровням общего образования. – URL: https://static.edsoo.ru/projects/fop/index.html?ysclid=mcrp92s3v8603637879 (дата обращения: 25.06.2025).

9. Федеральные рабочие программы по уровням общего образования. – URL: https://edsoo.ru/rabochie-programmy/ (дата обращения: 25.06.2025).

ВИЗУАЛЬНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ КАК СРЕДСТВО ОБУЧЕНИЯ ОСНОВАМ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ИНТЕРНЕТА ВЕЩЕЙ

П. А. Хорошевич, старший преподаватель,
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,
Минск, Беларусь
e-mail: khoroshevich.pa@gmail.com

Аннотация. Показаны возможности применения визуализированных сред программирования для реализации практико-ориентированных проектов по изучению основ машинного обучения. Продемонстрирован пример проекта из области интернета вещей, использующего модель машинного обучения.

Ключевые слова: машинное обучение, визуализированная среда программирования, Scratch, интернет вещей.

USING VISUAL PROGRAMMING TO INTRODUCE MACHINE LEARNING CONCEPTS WITH IOT PROJECTS

P. A. Khoroshevich, Senior Lecturer,
Belarusian State Pedagogical University Named After Maxim Tank,
Minsk, Belarus

Annotation. The possibilities of using visualized programming environments for implementing practice-oriented projects in studying the fundamentals of machine learning are presented. An example of an Internet of Things (IoT) project utilizing a machine learning model is demonstrated.

Keywords: machine learning, visualized programming environment, Scratch, Internet of Things.

Алгоритмы машинного обучения нашли множество применений в повседневной жизни. Развитие вычислительной мощности аппаратного обеспечения и сбор больших объёмов структурированных данных сделали возможным применение алгоритмов машинного обучения для решения обширного круга задач, до этого решаемых лишь человеком [8]. К ним относится распознавание изображений и звуков, классификация объектов, предсказание значения дискретных и непрерывных величин по ряду свойств и многие другие.

Машинное обучение включает в себя построение математических моделей на основе обучающей выборки и одного из алгоритмов: линейной регрессии, дерева решений, метода опорных векторов, нейронных сетей и др. [5]. Обученная модель с некоторой вероятностью предсказывает результат для набора данных, отсутствовавших в обучающей выборке. Таким образом, мы получаем решение задачи без необходимости явно разрабатывать алгоритм её решения самостоятельно. Для успешного решения задачи требуются знания не только в области алгоритмизации и программирования, но и в использовании языков программирования высокого уровня. В случае с машинным обучением язык программирования Python является наиболее распространённым выбором [8]. Исходя из этого, можно сделать вывод о необходимости поиска и применения инструментов изучения основ машинного обучения, подходящих под возрастные особенности учащихся [2]. Один из вариантов решения данной задачи – использование визуализированных сред программирования. Подобная среда может содержать инструменты для сбора и маркировки обучающих данных и обучения модели без необходимости глубокого понимания работы классических алгоритмов машинного обучения. Обученная модель в дальнейшем может быть использована в визуализированной среде программирования. Это помогает избежать синтаксических ошибок, влияющих на мотивацию учащихся [2]. Приоритетным становится узнавание, а не запоминание инструкций языка программирования, выраженных в форме визуальных блоков. Ограниченный набор инструкций помогает снизить когнитивную нагрузку на учащихся.

Рассмотрим изучение учащимися основ машинного обучения на примере сервиса «Machine Learning for Kids» – ML4K («Машинное обучение для детей») [6]. Платформа представляет из себя онлайн-сервис с набором заранее обученных моделей и средствами обучения собственных моделей на основе числовых, текстовых, графических, и аудио данных. Это позволяет построить учебное занятие по принципу «исследовать – модернизировать – создать»: учащиеся изучают работу заранее обученной модели, затем модифицируют её и переходят к обучению собственной модели машинного обучения с нуля [5].

В случае обучения собственной модели работа учащихся состоит из трёх этапов: 1) создание контейнеров («классов», «меток») и наполнение их размеченными обучающими данными; 2) обучение модели и тестирование её работы на тестовой выборке данных; 3) использование обученной модели для разработки прикладных приложений на визуализированном (Scratch, App Inventor) или текстовом (Python) языках программирования [7]. Стоит отметить, что алгоритм обучения, лежащий в основе проекта, не выбирается учащимся, что уменьшает когнитивную нагрузку и помогает концентрировать внимание на базовых аспектах процесса обучения модели.

Покажем работу с сервисом ML4K на примере проекта «Умная теплица». Перед учащимися ставится задача автоматизировать работу системы полива, которая может находится в двух состояниях – включена («on») и выключена («off»). Состояние системы зависит от температуры воздуха и влажности почвы.

Целесообразно в начале работы использовать готовые «датасеты» – наборы данных для обучения. В дальнейшем учащиеся могут заняться сбором данных самостоятельно и сравнить точность работы системы, обученной на предоставленных данных и на их собственных. Задача упрощается благодаря тому, что в сервисе ML4K преподаватель может создать проект, доступный всем учащимся виртуального класса. Заполнение контейнеров-меток обучающими данных в таком случае становится общей задачей. В примере используем датасет, найденный на ресурсе Kaggle [4]. Готовые данные получены от датчиков, располагавшихся в реальной теплице.

Из представленного датасета используем информацию о температуре воздуха и влажности почвы. Первой задачей для учащихся станет извлечение из датасета требуемых столбцов. Следующим шагом станет разделение набора данных на обучающую и тестовую выборку. Для решения этих задач необходимо использовать возможности табличного процессора – Microsoft Excel, OpenOffice Calc или другой аналогичной программы.

На рисунке 1 показаны контейнеры-метки с данными из готового датасета после их загрузки в сервис ML4K.

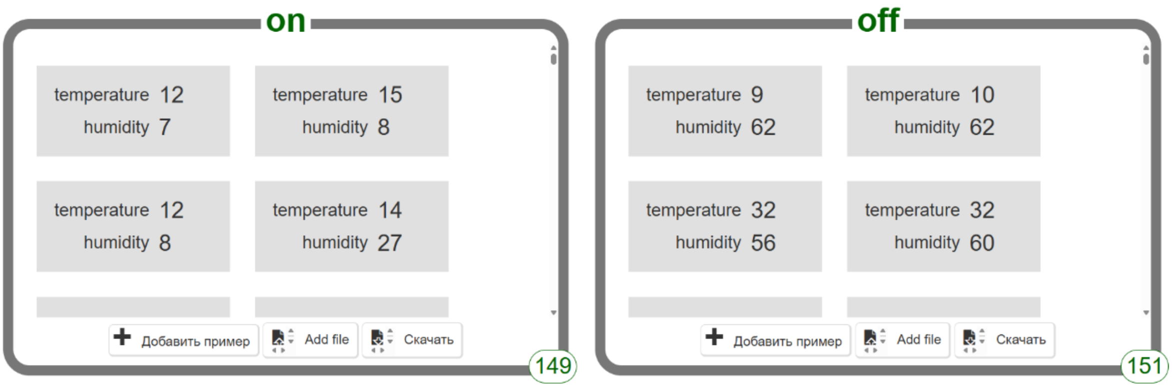


Рисунок 1 – Контейнеры-метки с данными для обучения модели

Второй этап – обучение модели и тестирование её работы. При работе с числовыми данными сервис ML4K использует алгоритм дерева решений. Важно показать учащимся вероятностный характер получаемого результата тестирования [5].

На третьем этапе учащимся необходимо смоделировать работу системы интернета вещей с помощью визуализированной среды программирования Scratch. Сервис ML4K предоставляет доступ к модифицированной среде Scratch. К стандартным категориям блоков добавляется ещё одна, служащая интерфейсом для взаимодействия с обученной на первом этапе моделью. На рисунке 2 показаны некоторые из доступных блоков.

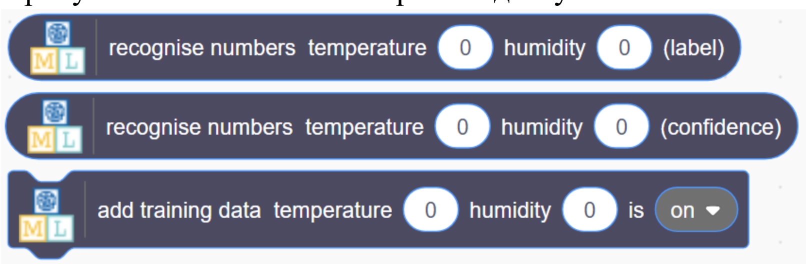


Рисунок 2 – Блоки для работы с обученной моделью в ML4K

Задача учащегося – составить скрипт, который по введенным с клавиатуры значениям температуры и влажности определит, нужно ли включить полив растений или нет. С помощью графических возможностей среды программирования Scratch, учащиеся демонстрируют результат работы модели машинного обучения.

Чтобы сделать работу проекта наглядной и подчеркнуть практическую значимость решаемой задачи, учащимся может быть предложено собрать прототип схемы, использующей реальный микроконтроллер ESP32, датчик температуры и влажности DHT11, а также сервопривод, изображающий состояние крана [1].

Программирование микроконтроллера можно осуществить с помощью визуализированной среды программирования IoTy [3]. Такой подход позволяет скрыть часть реализации низкоуровневых функций и снизить когнитивную нагрузку на учащихся.

Для коммуникации аппаратной составляющей проекта и сервиса ML4K используем протокол MQTT [1]. Данный протокол применяется для обеспечения связи между реальными устройствами интернета вещей. Его использование подчёркивает практико-ориентированный характер проекта. Сервис ML4K поддерживает отправку и получение сообщений по протоколу MQTT, что позволяет создать систему, показанную на рисунке 3.

Рисунок 3 – Взаимодействие компонентов системы проекта «Умная теплица»

На примере проекта «Умная теплица» мы продемонстрировали существование образовательных инструментов, разработанных специально для учащихся средней школы [2]. Вся программная составляющая была разработана с использованием визуализированных сред программирования, показавших свою эффективность при изучении алгоритмизации и программирования [2]. Онлайн-платформа Machine Learning for Kids может быть использована в качестве инструмента для решения практико-ориентированных задач в области машинного обучения.

Список литературы

1. Bell, Ch. MicroPython for the Internet of Things: A Beginner’s Guide to Programming with Python on Microcontrollers / Ch. Bell. – 2nd ed. – New York : Apress, 2024. – 563 p.

2. Gresse von Wangenheim, C. Visual tools for teaching machine learning in K-12: A ten-year systematic mapping / C. Gresse von Wangenheim, J.C.R. Hauck, F.S. Pacheco [et al.] // Education and Information Technologies. – 2021. – Vol. 26. – P. 5733–5778. – DOI: 10.1007/s10639-021-10570-8.

3. IoTy . – URL: https://quirkycort.github.io/IoTy/public/editor.html (дата обращения: 01.07.2025).

4. Kaggle. – URL: https://www.kaggle.com/datasets/wisam1985/iot-agriculture-2024 (дата обращения: 01.07.2025.

5. Lane, D. Machine Learning for Kids: A Project-Based Introduction to Artificial Intelligence / D. Lane. – SF.: No Starch Press, 2020. – 250 p.

6. Machine Learning for Kids – URL: https://machinelearningforkids.co.uk. – Дата обращения: 01.07.2025.

7. Хорошевич, П. А. Применение визуальных языков программирования в ходе преподавания основ машинного обучения / П. А. Хорошевич // Искусственный интеллект в образовании. Современные достижения и перспективы применения: в генерации знаний, управлении, обучении, оценке результатов обучения и формировании компетенций обучающихся: материалы Междунар. науч. практ. конф., Новокузнецк, 24 мая. 2022 г. / Кемеровск. гос. ун-т. – Новокузнецк, 2022. – URL: https://infed.ru/articles/1292/ (дата обращения: 01.07.2025).

8. Шолле, Ф. Глубокое обучение на Python / Ф. Шолле. – СПб. : Питер, 2018. – 400 с.

К ЮБИЛЕЮ А. Г. МОРДКОВИЧА: ЗНАМЕНИТЫЙ СЕМИНАР И ЕГО РУКОВОДИТЕЛЬ

Писать об Александре Григорьевиче Мордковиче легко и трудно одновременно. Легко, потому что он является Заслуженным деятелем науки России, лауреатом премии Президента России в области образования, доктором педагогических наук, профессором. Добавьте сюда авторство полной линейки учебников для школы, учтите задачники для каждого класса и книги для учителя, вспомните о базовом и профильном математическом образовании, и вы увидите, что перед вами оглавление многотомного романа под названием «Наука и Преподавание». Более внимательный взгляд покажет, что оглавление необходимо дополнить, потому что Александр Григорьевич является кандидатом физико-математических наук и автором нескольких десятков учебников и задачников для педагогических вузов. Такого перечня хватит на три жизни. А вот дальше начинаются трудности. Понятно, что всего перечисленного невозможно добиться без высокой целеустремленности, без природной трудоспособности и без воспитанного и самовоспитанного трудолюбия. Да, все эти свойства присущи юбиляру, однако никто в здравом уме не поставит себе цель заслужить премию Президента, а трудоспособность с возрастом, увы, падает. Остается понять природу трудолюбия, а вот тут мы вступаем в область литературы, психологии и исследований раннего детства, где определяется наша судьба. Авторы не рискнут говорить об этом, а лучше расскажут о Семинаре, который был основан Александром Григорьевичем.

Семинар был основан в 1987 г. и существует по настоящее время. В 1988–1992 гг. проводилось по два заседания Семинара в год, а в остальные годы – по одному заседанию, так что в юбилейный год основателя мы участвуем в 44-м, предъюбилейном заседании Семинара. При этом Минск является 30-м, «юбилейным» городом, который принимает Семинар. Вообще география Семинара весьма широка: от Брянска и Смоленска на западе до Улан-Удэ на востоке, от Сыктывкара на севере до Орска на юге.

Чем же так привлекателен Семинар? Почему его наперебой приглашают Москва и Петербург, областные центры и небольшие города, а теперь и столица дружественного государства? С уверенностью можно сказать, что все дело в персоне Александра Григорьевича и в той исключительно дружественной, комфортной атмосфере, которую он создал и многие годы поддерживал на Семинаре. Несмотря на разные научные интересы участников, на их разный возраст, жизненный путь и многое другое, руководитель Семинара демонстрирует одно важное свойство, редкое и драгоценное, – он уважает участников, причем уважение является не формой поведения, а внутренним состоянием. Никогда за долгие годы не возникало дискуссий или негативных комментариев по поводу достижений той или иной школы, её перспектив, сравнительной силы результатов и прочего, а уж персональные характеристики либо не обсуждались, либо были самыми лестными. Чувствуется, что в каждом человеке, его статьях, выступлениях, идеях тщательно разыскиваются достоинства, со вздохом отмечаются недостатки и при этом подразумевается, что достоинства будут преумножены, а недостатки немногочисленны и простительны.

Итак, да здравствует Семинар! Многие лета Александру Григорьевичу Мордковичу!

Профессор А. В. Ястребов

Спасибо, Александр Григорьевич, за...

***

Спасибо за предоставленную возможность получать ежегодную радость от научных и дружеских встреч, от путешествий по городам России, а теперь еще и Беларуси! (И. Е. Малова, Брянск).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за то, что Вы мгновенно разглядели во мне Нечто Позитивное и долгие годы поддерживали Его; узнать бы еще, что это было ☺. (А. В. Ястребов, Ярославль).

***

Дорогой Александр Григорьевич, спасибо Вам за то, что Вы – неповторимый образец для подражания! (Л. И. Боженкова, Саранск).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за то, что Вы стали большим светлым Явлением в нашей жизни и в российском образовании! Пусть длится век … (В. И. Варанкина и Е. М. Вечтомов, Киров).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за доверительное и теплое отношение к молодым начинающим преподавателям и исследователям, за неоценимую поддержку при защите диссертаций (И. Н. Власова, Пермь).

***

Спасибо за поддержку будущих кандидатов педагогических наук, за внимание к их творческим начинаниям, за человечность и прямолинейность, за преданность делу учителя! (Э. Х. Галямова, Набережные Челны).

***

Спасибо, дорогой Александр Григорьевич, за то, что Вы такой доброжелательный, остроумный, хороший друг. За миссию первого оппонента по моей докторской. За то, что в трудные минуты всегда поддерживали наш коллектив, убеждали, что не надо сдаваться. За то, что Вы были нашим рецензентом по новой книжке. Это говорит о том, что Вы профессионал высокого уровня, потому что только Профессионал всегда будет ценить и помогать другому. И до тех пор, пока мы к все вместе, у нас есть будущее (Э. Г. Гельфман, Томск).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за то, что дважды выбрали Елабугу и меня! Ваш, Мансур Гильмуллин. (М. Ф. Гильмуллин, Елабуга).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, мой Учитель, за каждую минуту излучающего тепло общения (В. И. Горбачев, Брянск).

***

Спасибо, уважаемый Александр Григорьевич, за Ваше доброе сердце, помощь, отеческую любовь и заботу (И. В. Дробышева, Калуга).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за направление моего диссертационного исследования («Профессиональная направленность курса элементарной геометрии в педагогическом ВУЗе»), за выстраивание стратегии подготовки будущих учителей математики в соответствии с принципами фундаментальности, бинарности, ведущей идеи. (Л. Н. Евелина, Самара).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за мой первый опыт работы в ВУЗе, за поддержку на защитах моих кандидатской и докторской диссертаций, за доверие вести школьную секцию на Семинаре, последнее доставляет огромное удовольствие! (М. В. Егупова, Москва).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за Ваше достойное подражания мягкое рефлексивное управление творческим развитием каждого участника организованного Вами уникального научно-педагогического сообщества, сама принадлежность к которому помогает бесстрашно браться за невозможное (В. Г. Ермаков, Гомель).

***

Да разве сердце позабудет Того, кто хочет нам добра,
Того, кто нас выводит в люди, Кто нас выводит в доктора!

Я благодарен Александру Григорьевичу за то, что он проложил путь от математики к методике её преподавания, и провел по этому пути множество математиков, включая и меня (В. И. Игошин, Саратов).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за родившуюся у Вас много лет назад идею об организации важного Семинара и замечательную реализацию её – Семинар нами, его участниками, воспринимается как целое ЯВЛЕНИЕ в образовательно-математическом сообществе (С. И. Калинин, Киров).

***

Спасибо Вам, светлый Александр Григорьевич, за Ваш огромный, продуктивный, развивающийся вклад в дело развития российского образования! (С. Р. Когаловский, Иваново).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за Вашу преданность делу совершенствования математического образования в нашей стране и возможность обрести огромное количество друзей и единомышленников благодаря проведению в Перми в 2008 г. XXVII Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов на тему «Проблемы многоуровневой подготовки учителей математики для современной школы», посвященного 70-летию со дня рождения профессора Игоря Дмитриевича Пехлецкого (Л. П. Латышева, А. Ю. Скорнякова, Е. Л. Черемных, Пермь).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за то, что благодаря Вам и Вашему семинару в Красноярском крае появилось большое количество учителей и преподавателей математики, тесно связавших свою деятельность с исследованиями по теории и методике обучения математике, ставших Вашими единомышленниками (В. Р. Майер, Красноярск).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за Ваш Подвиг всей жизни как основателя и руководителя знаменитого уже 44-го (!) действующего Международного научного

Семинара – уникальной научной Школы подготовки и коммуникации ученых-педагогов в сфере математики и информатики (Е. А. Перминов, Екатеринбург).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за то уважение к методике обучения математике и её понимание, которые Вы отразили в учебниках, в беседах с учителями, на Ваших семинарах (Н. С. Подходова, Санкт-Петербург).

***

Александр Григорьевич, спасибо за создание открытого клуба любителей математики, спасибо за СЕМИНАР. С – Совершенный, Е – единственный, М – математический и международный, И – истинный, Н – настоящий и независимый, А – активный, Р – рабочий! (М. Е. Сангалова, Арзамас).

***

Спасибо за доброжелательность, за добросердечность и за добродеятельность (П. В. Семёнов, Москва).

***

Крепкого здоровья и творческих успехов Александру Григорьевичу, создателю Ярославской школы педагогов-математиков XXI века! Инициатору создания диссертационного совета и уже традиционных Международных Колмогоровских чтений в Ярославле. Ученому, который вслед за К. Д. Ушинским, вводит нарратив о рациональной фундаментализации подготовки учителя, наше всеобщее признание и уважение! (Е. И. Смирнов, Ярославль).

***

Спасибо, дорогой Александр Григорьевич, за возможность сотрудничества с Вами по написанию школьных учебников! (И. М. Смирнова, В. А. Смирнов, Москва).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, что Вы умеете распознавать человека с первого взгляда, поверить ему и помочь! (О. А. Сотникова, Сыктывкар).

***

Спасибо, дорогой Александр Григорьевич, за пример Интеллигента, Интеллектуала, Человека, Учителя! (И. В. Столярова, Ульяновск).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за образец безграничной преданности своему делу, своим педагогическим взглядам и идеям, за классные семинары для учителей, которые дают энергию действовать и совершенствоваться! (О. В. Тарасова, Орел).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за Ваше теплое, доброжелательное отношение к вузовским преподавателям математики, решившим через участие в Вашем знаменитом семинаре заняться методическим совершенствованием своего преподавания математических курсов будущим учителям, для которых Вы стали мудрым наставником (В. А. Тестов, Вологда).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за вашу помощь, отзывчивость и поддержку на этапе защиты моей докторской диссертации (Т. И. Уткина, Орск).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за пример преданности науке (Л. Н. Тимофеева, Г. Г. Хамов, Санкт-Петербург).

***

Спасибо Александру Григорьевичу за то, что открыл для меня мир своих учебников, являясь заботливым, внимательным, невероятно интересным научным руководителем моей дипломной работы (Ю. С. Шатрова, Самара).

***

Спасибо Вам, Александр Григорьевич, за множество методических идей, которые позволили найти свою нишу в науке, за Ваш искрометный КВНовский юмор и уникальную душевную атмосферу семинара! (М. Б. Шашкина, Красноярск).

***

Спасибо, Александр Григорьевич, за то, что Вы есть на этом свете, человек-глыба, внесший неоценимый вклад в повышение качества математического образования в России, создав его теоретические основы и эффективные технологии, включающие систему учебных пособий для учащихся и методических рекомендаций для учителей, получивших широкое внедрение по всей территории нашей страны при Вашем активном участии, в процессе которого Вам удалось создать большой коллектив единомышленников – Ваши идеи проросли, развиваются, результативно внедряются Вашими благодарными учениками и войдут в анналы математического образования! (Л. В. Шкерина, Красноярск).

***

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

ОГЛАВЛЕНИЕ