

به نام خدا

پاسخ کوییز اول درس یادگیری عمیق، نیم سال اول ۱۴۰۰-۱۴۰۱

سوال ۱.

نقطه اولیه برای centroid اول: $(5, 2)$ به صورت متوسط انتخاب کردم.

$(2, 5) : 18$

$(6, 3) : 2$

$(7, 2) : 4$

$(2, 1) : 10$

$(1, 0) : 20$

$(0, 1) : 26$

choose next centroid

with prob. proportional
to $D(x)^2$

$(0, 1)$ as 2nd centroid

حالا برای هر نقطه نزدیکترین مرکز به آن را در نظر می گیریم و
فاصله تا آن را در نظر می گیریم و بر اساس آن مرکز بعدی را انتخاب می کنیم.

$(2, 5) : 18$

$(6, 3) : 2$

$(7, 2) : 4$

$(2, 1) : 4$

$(1, 0) : 2$

choose next centroid

$(2, 5)$ as 3rd centroid

$(6, 3) : 2$

$(7, 2) : 4$

$(2, 1) : 4$

$(1, 0) : 2$

choose next centroid

$(7, 2)$ as 4th centroid.

اجرای الگوریتم:

centroid 2: $(0, 1)$, $(5, 2)$

	② (0, 1)	① (5, 2)
(2, 5)	$\sqrt{20}$	$\sqrt{18}$
(6, 3)	$\sqrt{40}$	$\sqrt{2}$
(7, 2)	$\sqrt{50}$	$\sqrt{4}$
(2, 1)	$\sqrt{4}$	$\sqrt{10}$
(1, 0)	$\sqrt{2}$	$\sqrt{20}$

cluster 1

$(5, 2) (2, 5) (6, 3) (7, 2)$

↓ mean

$(5, 3)$

cluster 2

$(0, 1) (2, 1) (1, 0)$

↓ mean

$(1, \frac{2}{3})$

(2, 1, 0)

	(1, 2/3)	(5, 3)
5, 2	$\sim \sqrt{17}$	①
2, 5	$\sim \sqrt{12.9}$	③
6, 3	$\sqrt{30}$	①
7, 2	$\sqrt{37}$	⑤
2, 1	①	$\sqrt{13}$
1, 0	④	$\sqrt{25}$
0, 1	②	$\sqrt{29}$

خوشه ها تقسیم شدند.

اجزاء 3 کے centroid : 3 centroid

	③ (2,5)	② (0,1)	① (5,2)	(1,10,10)
6,3	$\sqrt{20}$	$\sqrt{40}$	$\sqrt{2}$	
7,2	$\sqrt{34}$	$\sqrt{50}$	2	
2,1	4	2	$\sqrt{10}$	
1,0	$\sqrt{26}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{20}$	

cluster 3	cluster 2	cluster 1
(2,5)	(0,1)(2,1)(1,0)	(5,2)(6,3)(7,2)
	↓	↓ mean
	(1, 2/3)	(6, 7/3)

	③ (2,5)	② (1, 2/3)	① (6, 7/3)	(2,10,10)
(5,2)	$\sqrt{18}$	$\sqrt{17}$	$\sqrt{1.11}$	
(0,1)	$\sqrt{20}$	$\sqrt{1.11}$	$\sqrt{37}$	
(2,5)	0	$\sqrt{19.7}$	$\sqrt{23}$	
(6,3)	$\sqrt{20}$	$\sqrt{30}$	$\sqrt{0.44}$	
(7,2)	$\sqrt{34}$	$\sqrt{37}$	$\sqrt{1.11}$	
(2,1)	4	$\sqrt{1.1}$	$\sqrt{17}$	
(1,0)	$\sqrt{26}$	$\sqrt{0.44}$	$\sqrt{30}$	

clusters didn't change!

clus. 4	clus. 3	clus. 2	Cluster 1	④ (7,2)	③ (2,5)	② (0,1)	① (5,2)	اجزاء 4 کے centroid : 4 centroid
(6,3)	(2,5)	(0,1)	(5,2)	6,3	$\sqrt{2}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{40}$	$\sqrt{2}$
(7,2)	↓	(2,1)	↓	2,1	$\sqrt{26}$	4	2	$\sqrt{10}$
↓	↓	(1,0)	↓	1,0	$\sqrt{40}$	$\sqrt{26}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{20}$
(13/2, 5/2)	(2,5)	(1, 2/3)	(5,2)	(13/2, 5/2)	(2,5)	(1, 2/3)	(5,2)	
				6,3	$\sqrt{0.5}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{30}$	$\sqrt{2}$
				2,1	$\sqrt{22}$	4	$\sqrt{1.1}$	$\sqrt{10}$
				1,0	$\sqrt{36}$	$\sqrt{26}$	$\sqrt{0.44}$	$\sqrt{20}$
				0,1	$\sqrt{44}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{1.11}$	$\sqrt{26}$
				7,2	$\sqrt{0.5}$	$\sqrt{34}$	$\sqrt{37}$	2

clusters didn't change!

• finds optimal Total within-clusters sum of squares (elbow) $\hat{\mu} \approx 1.7$

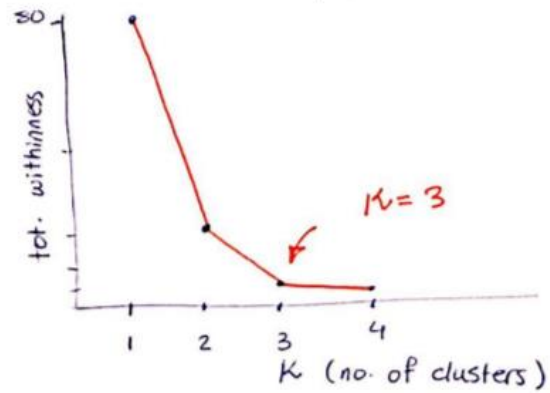
$$W(C_k) = \sum_{x_i \in C_k} (x_i - \mu_k)^2, \text{ tot. withinness: } \sum_{k=1}^K W(C_k)$$

centroid 1 k : 80

" 2 " : ~ 22.7

" 3 " : ~ 5.32

" 4 " : ~ 3.66



$$h_i = \frac{1}{1 + e^{-(w_i i + w_r r + b_i)}}$$

$$h_r = \frac{1}{1 + e^{-(w_p i + w_s r + b_r)}}$$

$$o_i = \frac{1}{1 + e^{-(w_o h_i + w_y h_r + b_r)}}$$

A

$$o_r = \frac{1}{1 + e^{-(w_r h_i + w_n h_r + b_r)}}$$

$$\text{update } w_o: \frac{\delta E}{\delta w_o} = \frac{\delta E}{\delta o_i} \times \frac{\delta o_i}{\delta w_o}$$

$$\frac{\delta E}{\delta w_o} = \gamma \times \frac{1}{\gamma} \times (o_i - t_i)$$

$$\frac{\delta w_o}{\delta o} = h_i \times (1 + e^{-A})^{-\gamma} \times e^{-A}$$

$$w_o' = w_o - \gamma \frac{\delta E}{\delta w_o}$$

$$\text{update } w_1 : \frac{\delta E}{\delta w_1} = \sum_{O_i \in O} \frac{\delta E}{\delta O_i} \times \frac{\delta O_i}{\delta h_1} \times \frac{\delta h_1}{\delta w_1}$$

$$= (O_1 - t_1) \times w_a \times \frac{e^{-A_{O_1}}}{(1 + e^{-A_{O_1}})} \times i_1 \times \frac{e^{-A_{h_1}}}{(1 + e^{-A_{h_1}})} +$$

$$(O_r - t_r) \times w_v \times \frac{e^{-A_{O_r}}}{(1 + e^{-A_{O_r}})} \times i_1 \times \frac{e^{A_{h_1}}}{(1 + e^{-A_{h_1}})}$$

$$w'_1 = w_1 + \eta \frac{\delta E}{\delta w_1}$$