

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1)

Εστω οτι $V1$ η χρησιμοτητα για τον Max ο οποίος παιζει εναντιον ενος μη βελτιστου Min είναι μικροτερη απο αυτη εναντιον ενος βελτιστου Min($V2$).
Αρα $(V1 < V2)$

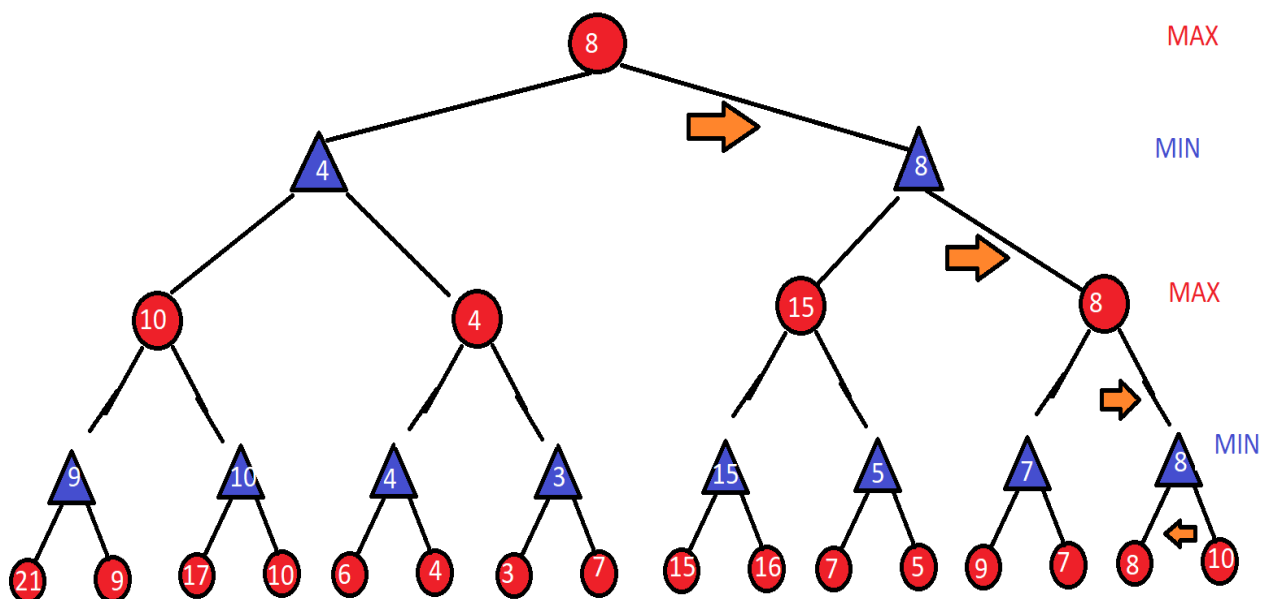
Για χαριν της απλοτητας υποθετουμε οτι εχουμε ενα δυαδικο δεντρο. Εστω οτι εχουμε τα επιπεδα κ, λ με $\kappa < \lambda$. Υποθετουμε διχως βλαβην της γενικοτητας οτι ο min κανει μονο μια λαθος επιλογη στο κ επιπεδο

Στο κ επιπεδο αναμεσα στις τιμες κ_1, κ_2 με $\kappa_1 < \kappa_2$ ο Min δεν θα επιλεξει το κ_1 , αλλα το κ_2 ($\lambda_1 = \kappa_2$). Αυτο σημαινει οτι στο λ επιπεδο απο τις τιμες λ_1, λ_2 . Ο max που λειτουργει σωστα θα επιλεξει την μεγαλυτερη.

- Αν $\lambda_1 < \lambda_2$ τοτε η τελικη χρησιμοτητα του max θα ειναι ιδια με αυτη που θα ειχε εναντιον ενος βελτιστου ($V1 = V2$).
- Αν $\lambda_1 > \lambda_2$ σημαινει οτι η $V1 > V2$ αφου στο κ επιπεδο παρθηκε μια αποφαση η οποια εξυπηρετει τον Max

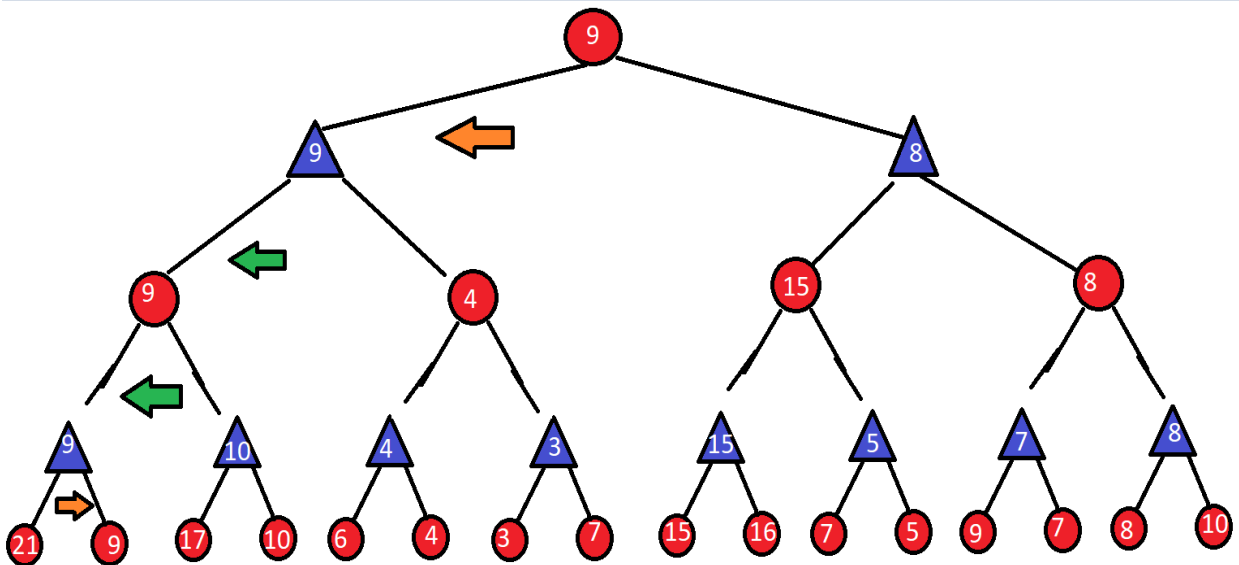
Απο τα παραπανω οδηγουμεστε σε ατοπο. Συνεπως $V1 \geq V2$

Ενα δεντρο οπου θα λειτουργουσε optimal minimax και απο τις δυο μεριες θα εμοιαζε καπως ετσι



Με τελικη χρησιμοτητα να ειναι ιση με 8

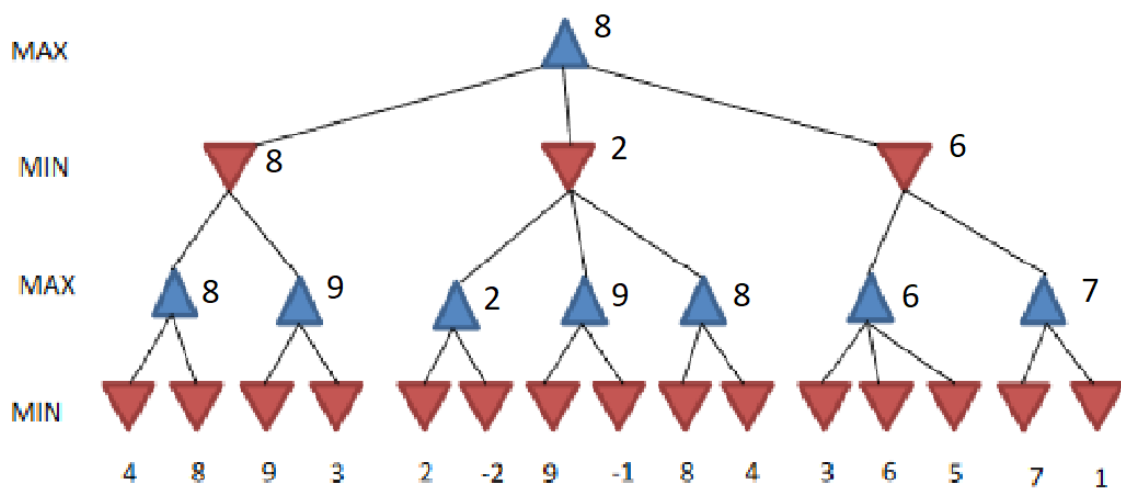
Το ίδιο δέντρο όπου δεν είναι optimal ούτε ο min ούτε ο max θα είναι κάπως έτσι



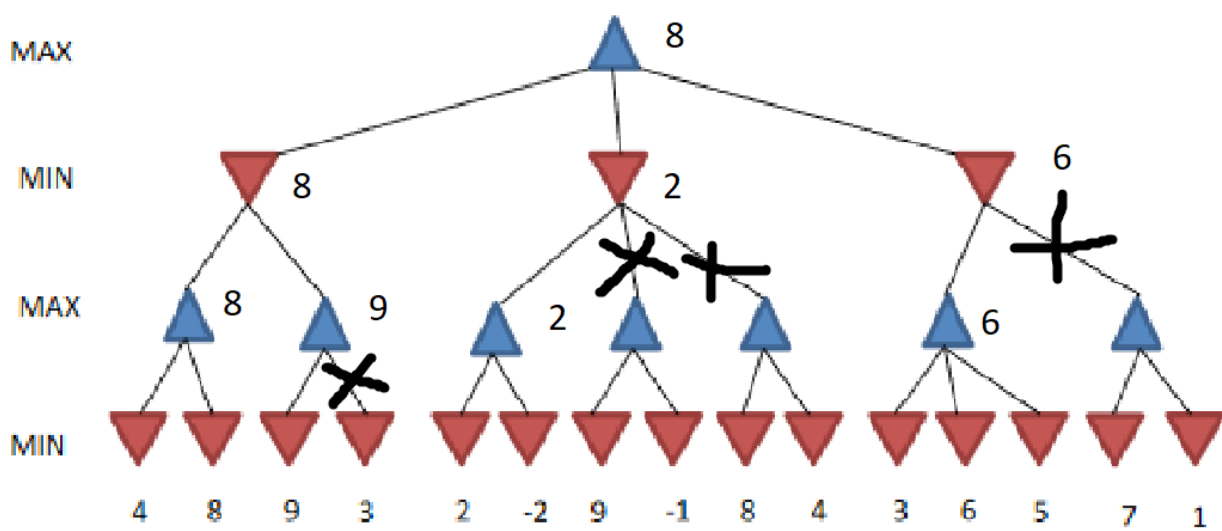
Στο παραπάνω παραδειγμα βλέπουμε οτι παροτι ο min και ο max πήραν απο μια λαθος αποδειξη ο καθενας (πρασина βελακια) το τελικο αποτελεσμα ηταν καλυτερο, αφου $9 > 8$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2)

α, β)

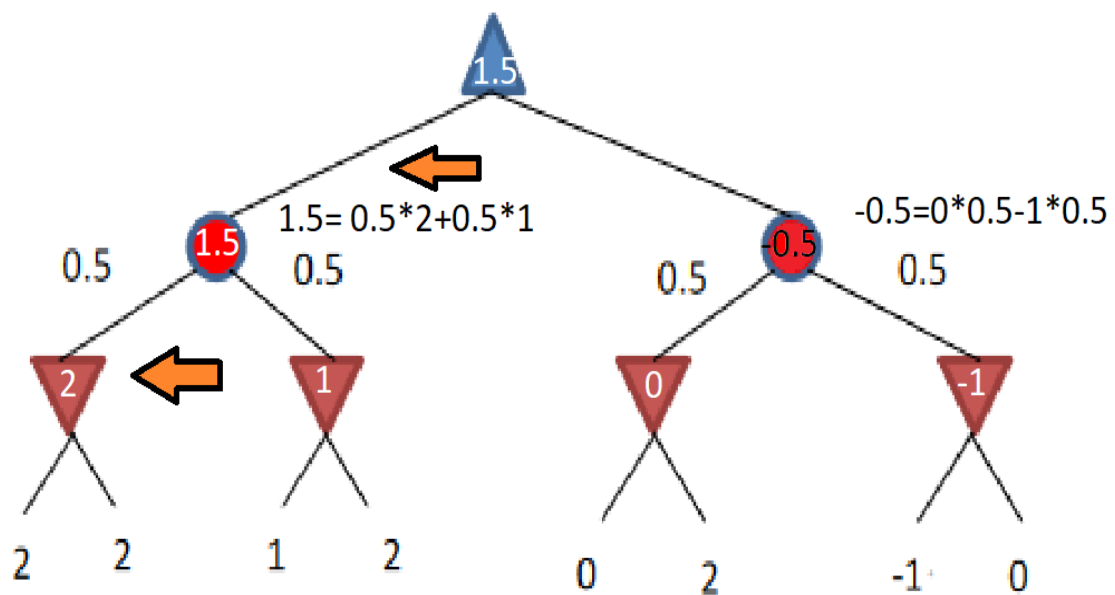


γ)



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3)

(α)



(β)

Αν ξέρουμε τις τιμές μόνο των πρώτων 6 φύλλων, δεν μπορούμε να ξέρουμε με σιγουριά την καλύτερη κίνηση της ρίζας. Αυτό διότι αν η τιμή του μικρότερου εκ των δύο φύλλων είναι μεγαλύτερη του 3 τότε η expectimax

αλλάζει και γίνεται μεγαλύτερη από 1,5 συνεπώς ο MAX θα επιλέξει τον αριστερό κομβό τυχής.

Ωστόσο δεν ισχύει το ίδιο αν γνωρίζουμε τα πρώτα 7 φύλλα. Αν το ογδοο φύλλο είναι μεγαλύτερο ή ίσο του -1 τότε ο min θα επιλέξει το εβδομοο (-1) συνεπώς η απόφαση του max θα είναι ίδια. Αν το φύλλο είναι μικρότερο από -1, ο min θα το επιλέξει, αλλά θα μειωθεί κι άλλο η exrectimax τιμή του συνεπώς η απόφαση του Max θα παραμείνει η ίδια.

Αρα μπορούμε να ξέρουμε την κίνηση γνωρίζοντας τα 7 πρώτα φύλλα, όχι όμως γνωρίζοντας τα πρώτα 6

(γ)

Εστω x η τιμή που μπορεί να πάρει ο δεύτερος κομβός MIN με $x \in [-2, 2]$.

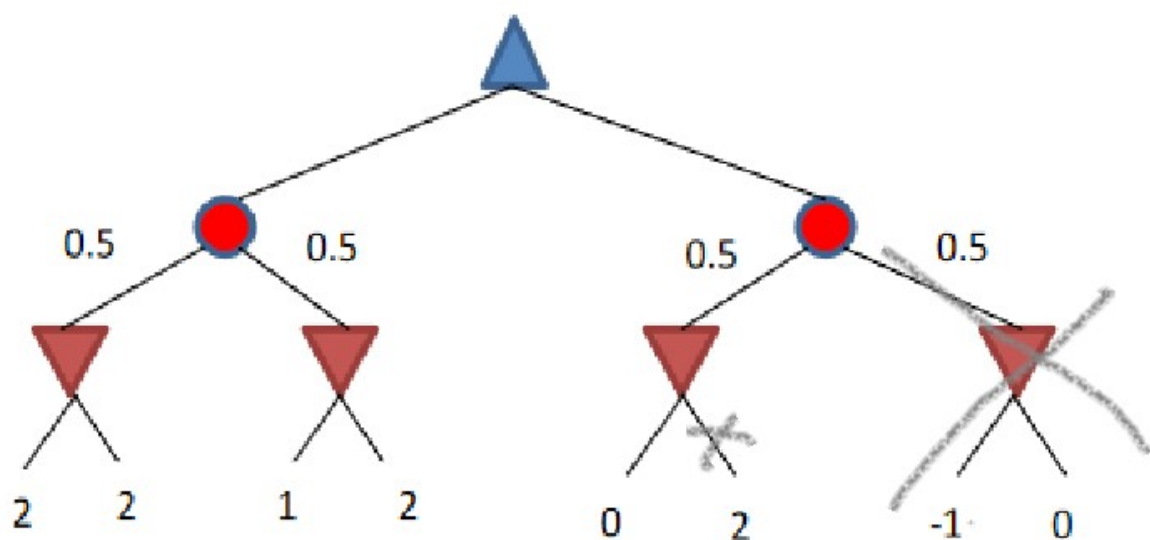
Αφού γνωρίζουμε τις πρώτες 2 τιμές η τιμή y του αριστερού κομβού τυχής θα είναι: $y = 0,5 \cdot 2 + 0,5x$

Ομως

$$\begin{aligned} -2 &\leq x \leq 2 \\ -1 &\leq 0,5x \leq 1 \\ 0 &\leq 1 + 0,5x \leq 2 \end{aligned}$$

Αρα $\underline{0 \leq y \leq 2}$

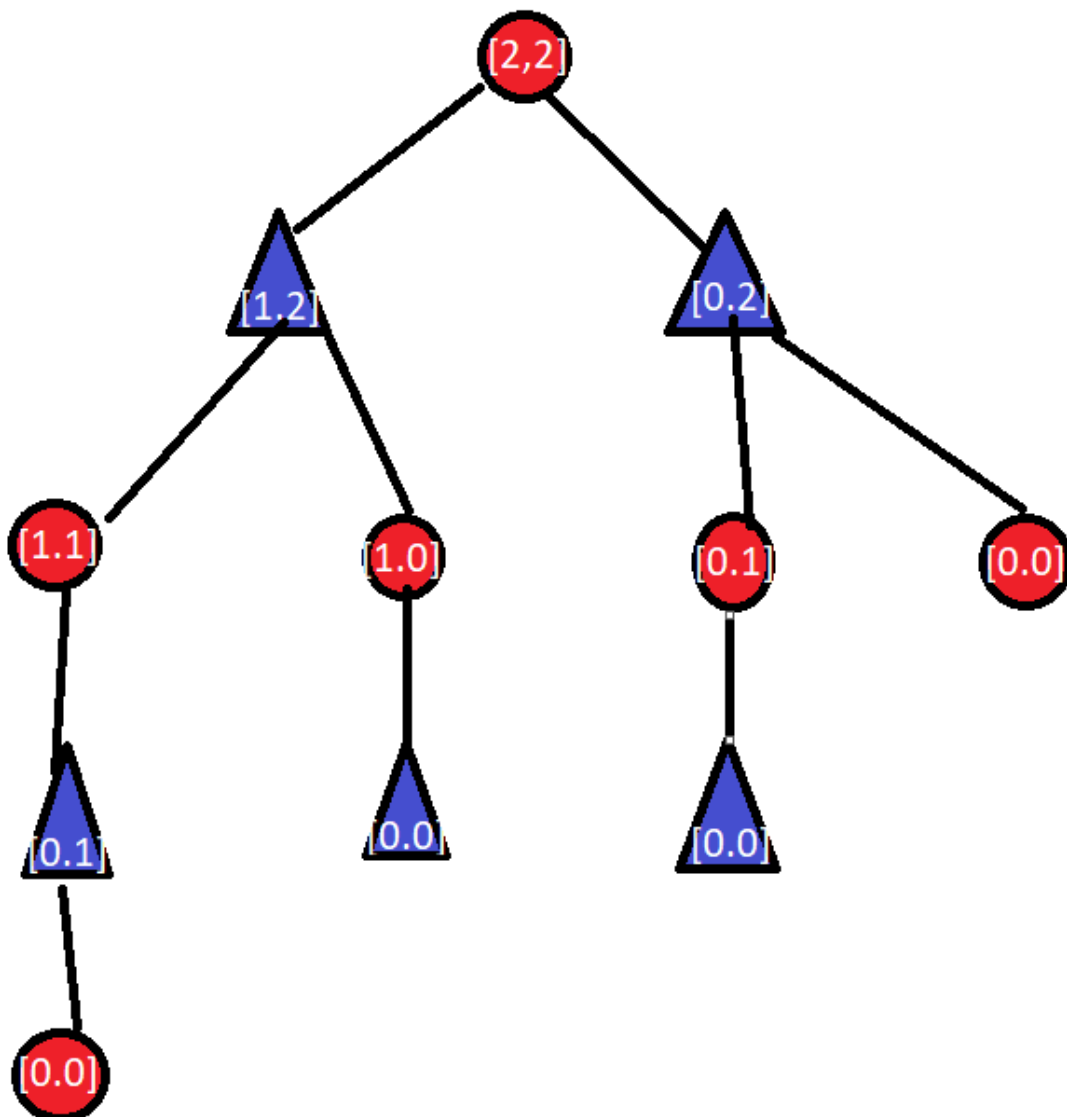
(δ)



Ο αλγοριθμος μας εδω απο τι στιγμή που θα δει το 0 , θα ξερει οτι το αποτελεσμα του κομβου θα ειναι 0 η μικροτερο. Αρα η τιμη του κομβου $exprectimax$ θα ειναι το πολυ 1. Αρα αφου γνωριζοντας οτι απο τον αλλο κομβο εχει σιγουρα 1.5 δεν θα μπει καν στον κοπο να εξετασει τους υπολοιπους κομβους και θα ληξει.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4)

1)

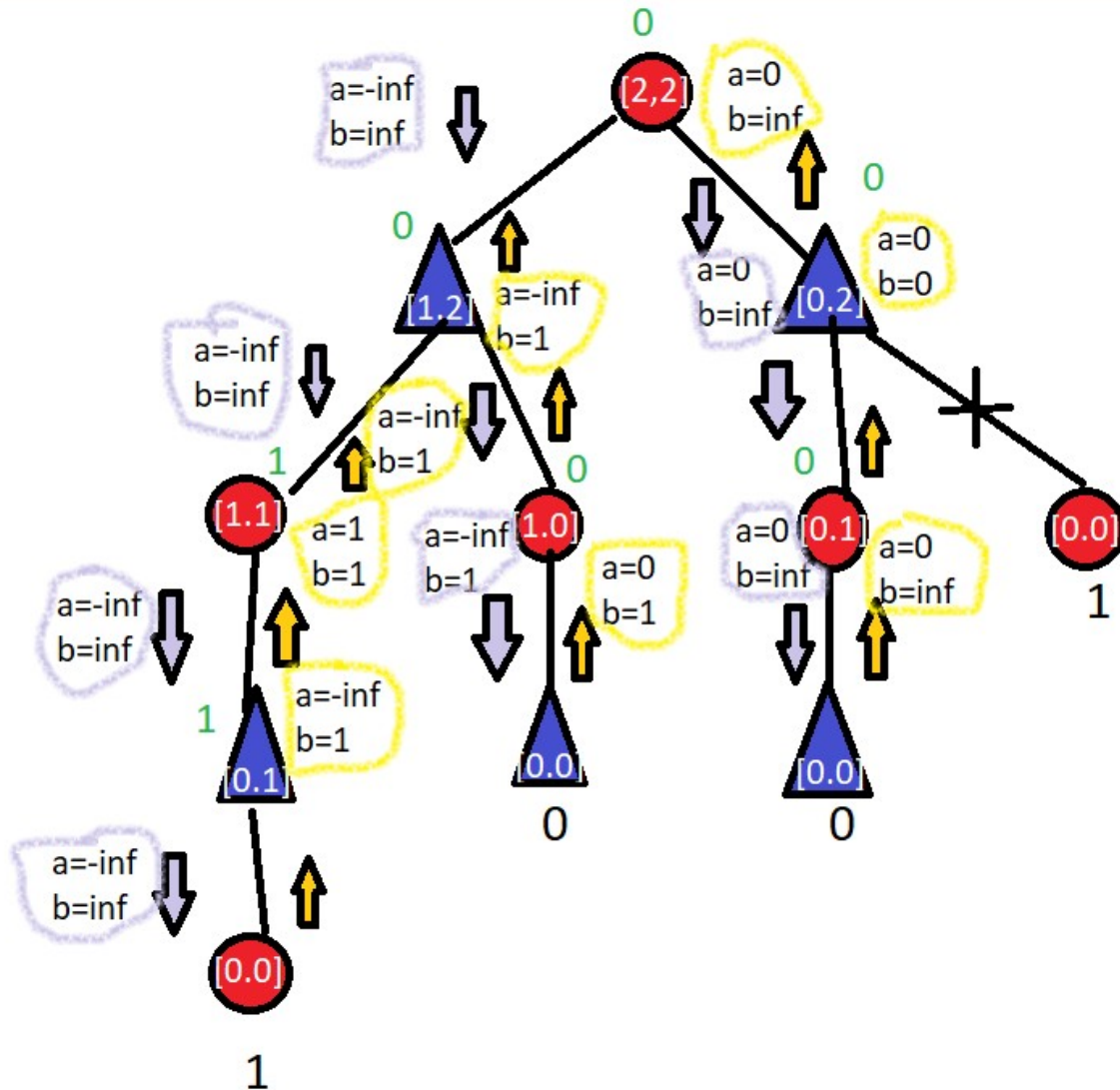


2)

Στο σχημα που ακολουθει

- με γκρι ειναι τα α, β οταν καλειται ο αλγοριθμος σε ενας κομβο
- με κιτρινο ειναι οταν επιστρεφονται αποτελεσματα
- με πρασινο ειναι οι τιμες που θα εχουν οι κομβοι

* Στο τριγωνο $[1,2]$ παραλειπεται η παριπτωση $[0,2]$ διχως βλαβην της γενικοτητας αφου την εξεταζουμε αλλου.



3)

Εστω δυο παιχτες . Ο πρωτος θα λεγεται MAX και ο δευτερος MIN. Αν ο MIN παιζει αλανθαστα θα κερδιζει συνεχεια . Οι στοιβες στην αρχη ειναι ισες , οποια κινηση και να κανει ο max η ισοροπια θα διαταραχθει.Οταν οι δυο στοιβες δεν ειναι ισες τοτε ο Min θα θελει παντα να τις κανει ισες μεχρι τη στιγμη που μια απο τις δυο στοιβες θα γινει 0 απο πραξη του MAX και τοτε ο

MIN θα παρει τα παντα απο την αλλη στοιβα και θα κερδισει. Με αλλα η χρησιμοτητα που θα καταληγει στον MAX μεσω του minimax αλγοριθμου , θα ειναι παντα 0