يويا آقاحسيني- ٩٥١٣٠٠٦

: تابع های g و h را به این صورت تعریف میکنیم

$$g(x) = |Sin(x)|$$

$$h(x) = |Cos(x)|$$

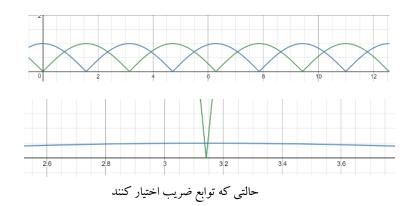
این دو تابع را وقتی رسم کنیم مشخص است که به صورت متناوب در بازه [0,1] نوسان میکنند، و این نوسان به گونه ای است که به ازای

$$x = \frac{(2k+1)\pi}{2}$$

تابع h با هر ضریبی صفر میشود و حتما از g کمتر میشود همچنین تابع g نیز در نقاط

$$x = k\pi$$

صفر و در نتیجه از تابع h کمتر میشود .



برای اثبات فرض میکنیم که

$$g(x) = O(h)$$

و بدین معنا است که

 $\exists c>0\;, \forall n\;>n_0\;, 0\leq |Sin\;x|\leq c.\,|Cos\;x|$

در صورتی که هر n_0 ای که انتخاب کنیم، $\frac{(2k+1)\pi}{2}$ ای پیدا میشود که از n_0 بزرگتر باشد و در آن نقطه مقدار k00 صفر میشود در صورتیکه k1 این این شده و اگر ضریب هم داشته باشد در هر صورت بیشتر میشود و با شرطی که ذکر شد در تناقض است.

همچنین برای حالت دوم نیز فرض میکنیم

$$h(x) = O(g)$$

و

 $\exists c > 0$, $\forall n > n_0$, $0 \le |Cos x| \le c$. |Sin x|

در این حالت نیز برای هرno ای که انتخاب کنیم، در نقاط kπ مقدار تابع سینوس صفر میشود و تابع کسینوس با هر ضریبی از آن بیشتر میشود و شرط بالا نقض میشود.

پس از این دو تابعی که تعریف شد هیچ کدام از بالا توسط دیگری bound نمیشود.