

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Задания для самостоятельной работы студентов
учебных групп заочной формы получения
высшего образования

1. Даны множества $A = \{1, 2, 5, 8, 9\}$, $B = \{2, 7, 8\}$. Найдите их объединение, пересечение, разности и дополнения до множества $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
2. Даны множества $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{1, 2, 3\}$. Запишите элементы прямого произведения $A \times B$ этих множеств. Определите мощности множеств и число их подмножеств.
3. Даны множества $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, M_1 – множество всех чисел, кратных 3, M_2 – множество всех чисел, кратных 5. Найдите объединение, пересечение, разности и дополнения множеств M_1 и M_2 . Определите мощности множеств.
4. Запишите все перестановки из элементов множества $\{a, b, c\}$. Найдите к каждой из них обратную.
5. Решите следующие комбинаторные задачи.
 - 1) Метка состоит из буквы и цифры. Определите количество меток, составленных из 5 букв и 6 цифр.
 - 2) В лотерее выбирается шесть разных номеров из первых 45 натуральных чисел. Определите количество возможных вариантов выбора.
 - 3) Определите, сколькими способами в кондитерской можно выбрать 2 булочки из 5 видов, если:
 - нельзя выбирать булочки одного вида, и порядок выбора важен;
 - можно выбирать булочки одного вида, и порядок выбора важен;
 - нельзя выбирать булочки одного вида, но порядок выбора неважен;
 - можно выбирать булочки одного вида, но порядок выбора неважен.
 - 4) Из пункта A в пункт B проложено две дороги, из пункта B в пункт C – три, из пункта C в пункт D – четыре, из D в A – пять. Определите, сколько существует вариантов поездок из пункта A в пункт C .
 - 5) Для записи целого числа используется строка из 16 двоичных цифр. Определите, сколько различных целых чисел может быть использовано при таком способе записи, если первая цифра зарезервирована под знак.
 - 6) На полке в холодильнике лежат фрукты: 3 банана, 4 груши, 5 яблок. Определите

количество вариантов выбора двух фруктов разных видов.

7) Регистрационный знак легкового автомобиля представляет собой запись двух букв 12-буквенного алфавита и четырех арабских цифр. Определите, сколько различных номеров может быть выдано.

8) На каждой из игровых костей может выпасть от одного до шести очков. Определите количество вариантов выпадения очков при подбрасывании трех костей.

9) Из колоды в 36 карт произвольно вытягивается 3 карты. Определите количество комбинаций, содержащих ровно 1 туза (напомним, что в колоде 4 туза).

10) Для составления пароля, состоящего из трех различных символов, используется 10 цифр. Определите:

- сколько можно создать разных паролей;
- сколько можно создать разных паролей, в которые войдут цифры 0 и 1;
- сколько можно создать паролей, в которых не будет ни цифры 0, ни цифры 1;
- сколько можно создать паролей, в которых будет или цифра 0, или цифра 1 (но не обе).

11) Все буквы, составляющие слова «МАТЕМАТИКА», нарисованы на отдельных карточках, которые перевернуты изображением вниз и перемешаны. Определите, сколько существует вариантов собрать это слово «вслепую».

12) Определите, сколько различных «слов» можно составить из слова МАТЕМАТИКА».

6. Определите количество натуральных чисел, не превосходящих 100, которые не делятся ни на 3, ни на 5.

7. Постройте код Грея для $n = 5$.

8. Задано отношение $R = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, b), (b, c), (b, e), (c, d), (c, e), (d, a), (d, e), (e, a)\}$ на множестве $V = \{a, b, c, d, e\}$.

1) Найдите матрицу отношения R .

2) Найдите матрицу минимального рефлексивного расширения отношения R .

3) Найдите матрицу минимального симметричного расширения отношения R .

4) Найдите матрицу минимального транзитивного расширения отношения R с помощью алгоритма Уоршолла.

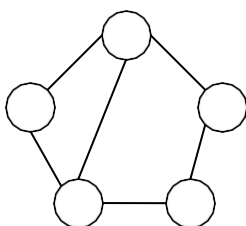
5) Постройте орграф G , определяемый отношением R .

6) Найдите матрицу два-путей в орграфе G .

7) Найдите соотнесенный граф $G(1)$ орграфа G .

8) Проверьте граф $G(1)$ на связность по алгоритму Уоршолла.

9. Постройте для графа матрицы смежности и инцидентности, сопряженный (реберный) граф.



10. Изобразите граф со множеством $V = \{a, b, c, d\}$ вершин и множеством $E = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, d)\}$ ребер. Составьте его матрицы смежности и инцидентности. Определите степени вершин. Выясните, является ли он планарным.

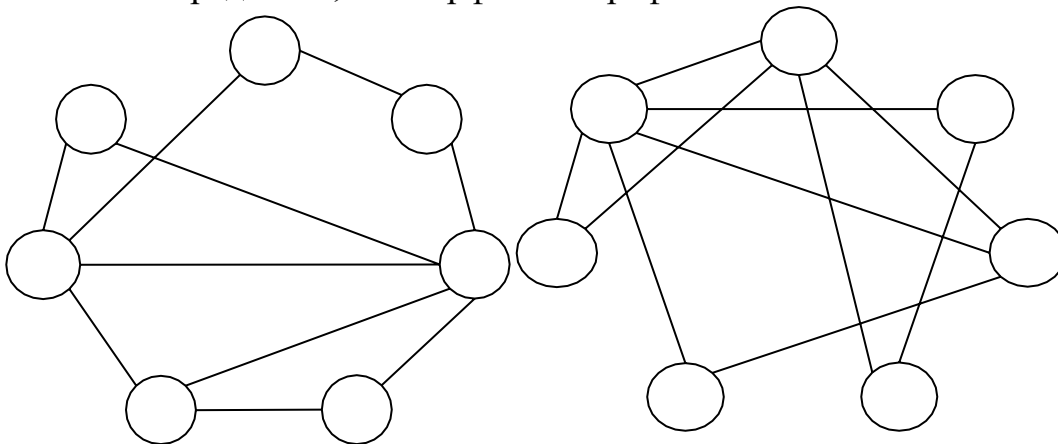
11. Изобразите орграф со множеством $V = \{a, b, c, d\}$ вершин и множеством $E = \{(a, b), (b, c), (b, d), (c, d), (d, a), (d, b)\}$ ребер. Составьте его матрицы смежности и инцидентности. Определите полустепени входа и выхода его вершин.

12. Постройте плоский граф, изоморфный полному, состоящему из четырех вершин.

13. Постройте граф, для которого задана матрица смежности

$$\begin{array}{c}
 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\
 \begin{array}{c}
 1 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 3 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 5 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \end{array}$$

14. Определите, изоморфны ли графы



15. Постройте оргграф по его матрице смежности

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Рекомендуемая литература

1. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. – М.: Энергия, 1980. – 342 с.
2. Липский В. Комбинаторика для программистов. – М.:Мир, 1988. – 213 с.
3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика. М.: Вузов. кн., 2005.
4. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. (2-е изд).М.-С.-Пб.:Питер.2005.
5. Андерсон, Дж. А. Дискретная математика и комбинаторика. - Пер. с англ. — М. : Издательский дом "Вильямс", 2004.
6. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов. – М.: Техносфера, 2005.
7. Плотников А.Д. Дискретная математика: учеб. пособие . — М.: Новое знание, 2005.