NOME:____ 3º_____ NOTA:____________

CEFET-MG CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS	*CAMPUS* – LEOPOLDINA Professor *José Eduardo Salgueiro* INTEGRADO – DIURNO AVALIAÇÃO FORMATIVA DE MATEMÁTICA	3º ELE/INF/MEC 2º BIM - 2023 Valor: 6,0 pontos 28/06/2023

Observações:
- Respostas somente a caneta;
- Serão desconsideradas quaisquer resposta a lápis;
- Todas as respostas deverão, obrigatoriamente, ser acompanhada dos cálculos complementares;
- Se questão for resolvida por outro método que não tenha sido ensinado pelo professor, deverá ser explicado o raciocínio empregado;
- Seja organizado ao resolver a prova.

BOA SORTE!!!

1) Qual é o coeficiente do termo que contém o fator x^8 no desenvolvimento binomial de $\left(\frac{1}{2}x^2 - y\right)^{10}$.

$$T_{P+1} = \binom{n}{p} a^p \cdot x^{n-p}$$
$$T_{P+1} = \binom{10}{p} (-y)^p \cdot \left(\frac{1}{2}x^2\right)^{10-p}$$
$$T_{P+1} = \binom{10}{p} (-y)^p \cdot \left(\frac{1}{2}x^2\right)^{10-p}$$
$$T_{P+1} = \binom{10}{p} (-y)^p \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10-p} \cdot (x)^{20-2p}$$

$Como: x^8,\ temos:\ \ 20 - 2p = 8 \to\ \ p = 6$

$$T_{6+1} = \binom{10}{6} (-y)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10-6} \cdot (x)^{20-2(6)}$$
$$T_7 = \left(\frac{10!}{6!\,(10-6)!}\right) \cdot (y)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (x)^8$$
$$T_7 = (210) \cdot y^6 \cdot \frac{1}{16} x^8$$
$$T_7 = \frac{210}{16} \cdot\ x^8 y^6 \to T_9 = \boxed{\frac{105}{8}} \cdot x^8 \cdot y^6$$

2) Qual o termo independente de x no desenvolvimento $\left(-x + \frac{\sqrt{2}}{x}\right)^8$.

$$T_{P+1} = \binom{n}{p} a^p \cdot x^{n-p}$$
$$T_{P+1} = \binom{8}{p} \left(2^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-1}\right)^p \cdot (-x)^{8-p}$$
$$T_{P+1} = \binom{8}{p} \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^p (x^{-1})^p \cdot (-x)^{8-p}$$

$Como$: termo independente x^0

$-p + 8 - p = 0 \to\ \ p = 4,$ $\quad temos$:

$$T_{4+1} = \binom{8}{4} \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^4 (x^{-1})^4 \cdot (-x)^{8-4}$$
$$T_5 = \binom{8}{4} \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{x^4} \cdot x^4$$
$$T_5 = \left(\frac{8!}{4!\,(8-4)!}\right) \cdot 4 \quad \to T_5 = \boxed{280}$$

3) Dado o binômio $\left(x^3 + \frac{q}{x}\right)^n$ determine os valores de n e q a fim de que o termo central ocupe o 6º lugar e seja dado por $8064\,x^{10}$.

Solução. Se o termo central será o 6º, então há 5 termos antes e 5 termos depois. Um total de 11 termos. Logo, n = 10. Na 6ª posição, p = 5. Escrevendo o termo geral, vem:

$$\left(x^3 + \frac{q}{x}\right)^n = (x^3 + q \cdot x^{-1})^{10}$$

$$T_{P+1} = \binom{10}{5} \cdot (x^3)^{10-5} \cdot (q \cdot x^{-1})^5$$
$$T_{P+1} = \binom{10}{5} \cdot (x^{15}) \cdot q^5 \cdot x^{-5}$$
$$T_{P+1} = \binom{10}{5} \cdot q^5 \cdot x^{10}$$

$$\binom{10}{5} \cdot q^5 \cdot x^{10} = 8064\,x^{10}$$
$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1!} \cdot q^5 = 8064$$
$$252 \cdot q^5 = 8064$$

$$q = \sqrt[5]{\frac{8064}{252}} = \sqrt[5]{32} = 2 \quad \to \quad \textbf{\textit{Logo}},\ \boxed{\mathbf{n = 10}}\ \ \boxed{\mathbf{q = 2}}$$

4) Calcule o desenvolvimento da seguinte expressão $(x^2 - 3y)^4$.

$$\binom{4}{0}(-3y)^0(x^2)^4 + \binom{4}{1}(-3y)^1(x^2)^3 + \binom{4}{2}(-3y)^2(x^2)^2 + \binom{4}{3}(-3y)^3(x^2)^1 + \binom{4}{4}(-3y)^4(x^2)^0$$

$$\boxed{\mathbf{x^8 - 12\,x^6 \cdot y + 54\,x^4 \cdot y^2 - 108\ x^2 \cdot y^3 + 81\ y^4}}$$

5) A soma dos dois últimos elementos de certa linha do Triângulo de Pascal é 11. Qual o quarto elemento da linha anterior.

Solução. A soma dos dois últimos é igual à soma dos dois primeiros. O primeiro é sempre 1 e o segundo indica o valor de $\underline{n}$. Como $n + 1 = 11,$ *então* $n = 10$. A linha anterior será a linha 9.

Calculando o quarto elemento dessa linha, temos:

$$C_9^3 = \frac{9!}{3!\,(9-3)!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{3 \cdot 2 \cdot 1! \cdot 6!} = \frac{32760}{24} = \boxed{\mathbf{84}}$$