課題 DSP2-1-1

	2019	年	5	月	8	日
クラス	5J	番号	2			

1. 巡回自己相関関数

2,1,0,1 が周期的に繰り返される信号について，巡回型自己相関関数にて計算を行う．

$$\mathrm{R_{xx}}(0)=\frac{1}{4}(2*2+1*1+0*0+1*1)=1.5$$

$$\mathrm{R_{xx}}(1)=\frac{1}{4}(2*1+1*0+0*1+1*2)=1$$

$$\mathrm{R_{xx}}(2)=\frac{1}{4}(2*0+1*1+0*2+1*1)=0.5$$

$$\mathrm{R_{xx}}(3)=\frac{1}{4}(2*1+1*2+0*1+1*0)=1$$

2. 非巡回自己相関関数

2,1,0,1 が周期的に繰り返されていない信号について，非巡回型自己相関関数にて計算を行う．

$$\mathrm{R_{xx}}(0)=\frac{1}{4}(2*2+1*1+0*0+1*1)=1.5$$

$$\mathrm{R_{xx}}(1)=\frac{1}{4}(2*1+1*0+0*1+1*0)=0.5$$

$$\mathrm{R_{xx}}(2)=\frac{1}{4}(2*0+1*1+0*0+1*0)=0.25$$

$$\mathrm{R_{xx}}(3)=\frac{1}{4}(2*1+1*0+0*0+1*0)=0.5$$

3. 4 点 FFT による巡回自己相関関数

2,1,0,1 が周期的に繰り返される信号について，DFT を用いた巡回型自己相関関数にて計算を行う．

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2+1+0+1 \\ 2+j1+0-j \\ 2-1+0-1 \\ 2-j+0+j \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

パワースペクトルは,

$$\begin{pmatrix} |X_0|^2 \\ |X_1|^2 \\ |X_2|^2 \\ |X_3|^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 16 \\ 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

ウィナー・ヒンチンの定理より,

$$\begin{pmatrix} R_{xx}(0) \\ R_{xx}(1) \\ R_{xx}(2) \\ R_{xx}(3) \end{pmatrix}=\frac{1}{4}IFFT\left[\begin{pmatrix} 16 \\ 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}\right]=\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1.5 \\ 1 \\ 0.5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4.　8点 FFT による非巡回自己相関関数

2,1,0,1 が周期的に繰り返されていない信号について，FFT を用いた非巡回型自己相関関数にて計算を行う．

元データ行列に 0,0,0,0 を追加した行列についてパワースペクトルを求めると，以下のようになる．

$$\begin{pmatrix} |X_0|^2 \\ |X_1|^2 \\ |X_2|^2 \\ |X_3|^2 \\ |X_4|^2 \\ |X_5|^2 \\ |X_6|^2 \\ |X_7|^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 6 \\ 4 \\ 6 \\ 0 \\ 6 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

ウィナー・ヒンチンの定理より，

$$\begin{pmatrix} R_{xx}(0) \\ R_{xx}(1) \\ R_{xx}(2) \\ R_{xx}(3) \\ \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \frac{1}{4} IFFT\left[\begin{pmatrix} 16 \\ 6 \\ 4 \\ 6 \\ 0 \\ 6 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}\right] = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 0.5 \\ 0.25 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 0.25 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

以上より，１と３，２と４にて同じ結果になることが確認できた．