

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 1
Вариант 13

Студент
Шубин Егор Вячеславович
Р3109

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

Функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ принимает значение 1 при $-2 \leq x_2x_3 - x_4x_5 \leq 3$ и неопределенное значение при $x_2x_3 - x_4x_5 = -2$.

Таблица истинности

№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_2x_3	x_4x_5	$x_2x_3 - x_4x_5$	f
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	2	-2	d
2	0	0	0	1	0	0	4	-4	0
3	0	0	0	1	1	0	6	-6	0
4	0	0	1	0	0	2	0	2	1
5	0	0	1	0	1	2	2	0	1
6	0	0	1	1	0	2	4	-2	d
7	0	0	1	1	1	2	6	-4	0
8	0	1	0	0	0	4	0	4	0
9	0	1	0	0	1	4	2	2	1
10	0	1	0	1	0	4	4	0	1
11	0	1	0	1	1	4	6	-2	d
12	0	1	1	0	0	6	0	6	0
13	0	1	1	0	1	6	2	4	0
14	0	1	1	1	0	6	4	2	1
15	0	1	1	1	1	6	6	0	1
16	1	0	0	0	0	0	1	-1	1
17	1	0	0	0	1	0	3	-3	0
18	1	0	0	1	0	0	5	-5	0
19	1	0	0	1	1	0	7	-7	0
20	1	0	1	0	0	2	1	1	1
21	1	0	1	0	1	2	3	-1	1
22	1	0	1	1	0	2	5	-3	0
23	1	0	1	1	1	2	7	-5	0
24	1	1	0	0	0	4	1	3	1
25	1	1	0	0	1	4	3	1	1
26	1	1	0	1	0	4	5	-1	1
27	1	1	0	1	1	4	7	-3	0
28	1	1	1	0	0	6	1	5	0
29	1	1	1	0	1	6	3	3	1
30	1	1	1	1	0	6	5	1	1
31	1	1	1	1	1	6	7	-1	1

Аналитический вид

Каноническая ДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 \overline{x_5} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 \overline{x_5} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 x_4 x_5$$

Каноническая КНФ:

$$f = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4 \vee \overline{x_5}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee x_5) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5})$$

Минимизация булевой функции методом Квайна–Мак-Класки

Кубы различной размерности и простые импликанты

$K^0(f)$			$K^1(f)$			$K^2(f)$		$Z(f)$
m_0	00000	✓	m_0-m_1	0000X	✓	$m_0-m_1-m_4-m_5$	00X0X	001X0
m_4	00100	✓	m_0-m_4	00X00	✓	$m_0-m_4-m_{16}-m_{20}$	X0X00	0X001
m_{16}	10000	✓	m_0-m_{16}	X0000	✓	$m_4-m_5-m_{20}-m_{21}$	X010X	1X000
m_1	00001	✓	m_4-m_5	0010X	✓	$m_{10}-m_{11}-m_{14}-m_{15}$	01X1X	010X1
m_5	00101	✓	m_4-m_6	001X0		$m_{10}-m_{14}-m_{26}-m_{30}$	X1X10	0X110
m_9	01001	✓	m_1-m_5	00X01	✓	$m_{14}-m_{15}-m_{30}-m_{31}$	X111X	1100X
m_{10}	01010	✓	m_1-m_9	0X001				110X0
m_{20}	10100	✓	$m_{16}-m_{20}$	10X00	✓			X1001
m_{24}	11000	✓	$m_{16}-m_{24}$	1X000				11X01
m_6	00110	✓	m_4-m_{20}	X0100	✓			1X101
m_{14}	01110	✓	$m_{10}-m_{11}$	0101X	✓			111X1
m_{21}	10101	✓	m_9-m_{11}	010X1				00X0X
m_{25}	11001	✓	$m_{10}-m_{14}$	01X10	✓			X0X00
m_{26}	11010	✓	m_6-m_{14}	0X110				X010X
m_{11}	01011	✓	$m_{20}-m_{21}$	1010X	✓			01X1X
m_{15}	01111	✓	$m_{24}-m_{25}$	1100X				X1X10
m_{29}	11101	✓	$m_{24}-m_{26}$	110X0				X111X
m_{30}	11110	✓	m_5-m_{21}	X0101	✓			
m_{31}	11111	✓	m_9-m_{25}	X1001				
			$m_{10}-m_{26}$	X1010	✓			
			$m_{14}-m_{15}$	0111X	✓			
			$m_{11}-m_{15}$	01X11	✓			
			$m_{25}-m_{29}$	11X01				
			$m_{26}-m_{30}$	11X10	✓			
			$m_{21}-m_{29}$	1X101				
			$m_{14}-m_{30}$	X1110	✓			
			$m_{30}-m_{31}$	1111X	✓			
			$m_{29}-m_{31}$	111X1				
			$m_{15}-m_{31}$	X1111	✓			

Таблица импликант

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам (это те, которые покрывают вершины, не покрытые другими импликантами), а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Затем вычеркнем импликанты, не покрывающие ни одной вершины.

Простые импликанты		0-кубы															
		0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
		0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
		0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
		0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1
		0	4	5	9	10	14	15	16	20	21	24	25	26	29	30	31
A	001X0		X														
B	0X001				X												
C	1X000								X			X					
D	010X1				X												
E	0X110						X										
F	1100X											X	X				
G	110X0											X		X			
H	X1001				X								X				
I	11X01												X		X		
J	1X101										X				X		
K	111X1														X		X
L	00X0X	X	X	X													
M	X0X00	X	X						X	X							
N	X010X		X	X						X	X						
O	01X1X					X	X	X									
P	X1X10					X	X							X		X	
Q	X111X						X	X								X	X

Ядро покрытия:

$$T = \{\}$$

Метод Петрика:

Запишем булево выражение, определяющее условие покрытия всех вершин:

$$Y = (L \vee M) (A \vee L \vee M \vee N) (L \vee N) (B \vee D \vee H) (O \vee P) (E \vee O \vee P \vee Q) (O \vee Q) (C \vee M) (M \vee N) \\ (J \vee N) (C \vee F \vee G) (F \vee H \vee I) (G \vee P) (I \vee J \vee K) (P \vee Q) (K \vee Q)$$

Приведем выражение в ДНФ:

$$Y = BCILNPQ \vee BCIMNPQ \vee BFIMNPQ \vee BFJLMPQ \vee BFJMN PQ \vee BFKMNOP \vee \\ BFKMN PQ \vee BGIMNOQ \vee BGIMNPQ \vee CDILNPQ \vee CDIMNPQ \vee CHILNPQ \vee CHIMNPQ \vee \\ CHJLMPQ \vee CHJLNPQ \vee CHJMN PQ \vee CHKLNOP \vee CHKLN PQ \vee CHKMNOP \vee \\ CHKMNPQ \vee DFIMNPQ \vee DFJLMPQ \vee DFJMN PQ \vee DFKMNOP \vee DFKMN PQ \vee \\ DGIMNOQ \vee DGIMNPQ \vee FHIMNPQ \vee FHJLMPQ \vee FHJMN PQ \vee FHKMNOP \vee \\ FHKMN PQ \vee GHIMNOQ \vee GHIMNPQ \vee GHJLMOQ \vee GHJLMPQ \vee GHJMN PQ \vee \\ GHJMN PQ \vee GHKMNOP \vee GHKMNOQ \vee GHKMNPQ \vee \dots \text{(термы высших рангов)}$$

Возможны следующие покрытия:

$$C_1 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ I \\ L \\ N \\ P \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0X001 \\ 1X000 \\ 11X01 \\ 00X0X \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{Bmatrix} \quad C_2 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ C \\ I \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0X001 \\ 1X000 \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{Bmatrix} \quad C_3 = \begin{Bmatrix} T \\ B \\ F \\ I \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0X001 \\ 1100X \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{Bmatrix}$$

$$S_1^a = 24 \quad S_1^b = 31 \quad S_2^a = 24 \quad S_2^b = 31 \quad S_3^a = 24 \quad S_3^b = 31$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} T \\ B \\ F \\ J \\ L \\ M \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X001 \\ 1100X \\ 1X101 \\ 00X0X \\ X0X00 \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_4^a &= 24 \\ S_4^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_5 = \begin{pmatrix} T \\ B \\ F \\ J \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X001 \\ 1100X \\ 1X101 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_5^a &= 24 \\ S_5^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_6 = \begin{pmatrix} T \\ B \\ F \\ K \\ M \\ N \\ O \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X001 \\ 1100X \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ 01X1X \\ X1X10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_6^a &= 24 \\ S_6^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_7 = \begin{pmatrix} T \\ B \\ F \\ K \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X001 \\ 1100X \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_7^a &= 24 \\ S_7^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_8 = \begin{pmatrix} T \\ B \\ G \\ I \\ M \\ N \\ O \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X001 \\ 110X0 \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ 01X1X \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_8^a &= 24 \\ S_8^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_9 = \begin{pmatrix} T \\ B \\ G \\ I \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0X001 \\ 110X0 \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_9^a &= 24 \\ S_9^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_{10} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ D \\ I \\ L \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ 010X1 \\ 11X01 \\ 00X0X \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{10}^a &= 24 \\ S_{10}^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_{11} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ D \\ I \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ 010X1 \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{11}^a &= 24 \\ S_{11}^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_{12} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ H \\ I \\ L \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ X1001 \\ 11X01 \\ 00X0X \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{12}^a &= 24 \\ S_{12}^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_{13} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ H \\ I \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ X1001 \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{13}^a &= 24 \\ S_{13}^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_{14} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ H \\ J \\ L \\ M \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ X1001 \\ 1X101 \\ 00X0X \\ X0X00 \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{14}^a &= 24 \\ S_{14}^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_{15} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ H \\ J \\ L \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ X1001 \\ 1X101 \\ 00X0X \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{15}^a &= 24 \\ S_{15}^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_{16} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ H \\ J \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ X1001 \\ 1X101 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{16}^a &= 24 \\ S_{16}^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_{17} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ H \\ K \\ L \\ N \\ O \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ X1001 \\ 111X1 \\ 00X0X \\ X010X \\ 01X1X \\ X1X10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{17}^a &= 24 \\ S_{17}^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_{18} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ H \\ K \\ L \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ X1001 \\ 111X1 \\ 00X0X \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} S_{18}^a &= 24 \\ S_{18}^b &= 31 \end{aligned}$$

$$C_{19} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ H \\ K \\ M \\ N \\ O \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ X1001 \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ 01X1X \\ X1X10 \end{pmatrix} \quad C_{20} = \begin{pmatrix} T \\ C \\ H \\ K \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1X000 \\ X1001 \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} \quad C_{21} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ F \\ I \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 010X1 \\ 1100X \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$S_{19}^a = 24 \\ S_{19}^b = 31$$

$$S_{20}^a = 24 \\ S_{20}^b = 31$$

$$S_{21}^a = 24 \\ S_{21}^b = 31$$

$$C_{22} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ F \\ J \\ L \\ M \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 010X1 \\ 1100X \\ 1X101 \\ 00X0X \\ X0X00 \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} \quad C_{23} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ F \\ J \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 010X1 \\ 1100X \\ 1X101 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} \quad C_{24} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ F \\ K \\ M \\ N \\ O \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 010X1 \\ 1100X \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ 01X1X \\ X1X10 \end{pmatrix}$$

$$S_{22}^a = 24 \\ S_{22}^b = 31$$

$$S_{23}^a = 24 \\ S_{23}^b = 31$$

$$S_{24}^a = 24 \\ S_{24}^b = 31$$

$$C_{25} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ F \\ K \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 010X1 \\ 1100X \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} \quad C_{26} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ G \\ I \\ M \\ N \\ O \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 010X1 \\ 110X0 \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ 01X1X \\ X111X \end{pmatrix} \quad C_{27} = \begin{pmatrix} T \\ D \\ G \\ I \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 010X1 \\ 110X0 \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$S_{25}^a = 24 \\ S_{25}^b = 31$$

$$S_{26}^a = 24 \\ S_{26}^b = 31$$

$$S_{27}^a = 24 \\ S_{27}^b = 31$$

$$C_{28} = \begin{pmatrix} T \\ F \\ H \\ I \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1100X \\ X1001 \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} \quad C_{29} = \begin{pmatrix} T \\ F \\ H \\ J \\ L \\ M \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1100X \\ X1001 \\ 1X101 \\ 00X0X \\ X0X00 \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} \quad C_{30} = \begin{pmatrix} T \\ F \\ H \\ J \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1100X \\ X1001 \\ 1X101 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$S_{28}^a = 24 \\ S_{28}^b = 31$$

$$S_{29}^a = 24 \\ S_{29}^b = 31$$

$$S_{30}^a = 24 \\ S_{30}^b = 31$$

$$C_{31} = \begin{pmatrix} T \\ F \\ H \\ K \\ M \\ N \\ O \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1100X \\ X1001 \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ 01X1X \\ X1X10 \end{pmatrix} \quad C_{32} = \begin{pmatrix} T \\ F \\ H \\ K \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1100X \\ X1001 \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} \quad C_{33} = \begin{pmatrix} T \\ G \\ H \\ I \\ M \\ N \\ O \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110X0 \\ X1001 \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ 01X1X \\ X111X \end{pmatrix}$$

$$S_{31}^a = 24 \\ S_{31}^b = 31$$

$$S_{32}^a = 24 \\ S_{32}^b = 31$$

$$S_{33}^a = 24 \\ S_{33}^b = 31$$

$$\begin{aligned}
C_{34} &= \begin{pmatrix} T \\ G \\ H \\ I \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110X0 \\ X1001 \\ 11X01 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} & C_{35} &= \begin{pmatrix} T \\ G \\ H \\ J \\ L \\ M \\ O \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110X0 \\ X1001 \\ 1X101 \\ 00X0X \\ X0X00 \\ 01X1X \\ X111X \end{pmatrix} & C_{36} &= \begin{pmatrix} T \\ G \\ H \\ J \\ L \\ M \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110X0 \\ X1001 \\ 1X101 \\ 00X0X \\ X0X00 \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} \\
S_{34}^a &= 24 & S_{35}^a &= 24 & S_{36}^a &= 24 \\
S_{34}^b &= 31 & S_{35}^b &= 31 & S_{36}^b &= 31 \\
C_{37} &= \begin{pmatrix} T \\ G \\ H \\ J \\ M \\ N \\ O \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110X0 \\ X1001 \\ 1X101 \\ X0X00 \\ X010X \\ 01X1X \\ X111X \end{pmatrix} & C_{38} &= \begin{pmatrix} T \\ G \\ H \\ J \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110X0 \\ X1001 \\ 1X101 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} & C_{39} &= \begin{pmatrix} T \\ G \\ H \\ K \\ M \\ N \\ O \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110X0 \\ X1001 \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ 01X1X \\ X1X10 \end{pmatrix} \\
S_{37}^a &= 24 & S_{38}^a &= 24 & S_{39}^a &= 24 \\
S_{37}^b &= 31 & S_{38}^b &= 31 & S_{39}^b &= 31 \\
C_{40} &= \begin{pmatrix} T \\ G \\ H \\ K \\ M \\ N \\ O \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110X0 \\ X1001 \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ 01X1X \\ X111X \end{pmatrix} & C_{41} &= \begin{pmatrix} T \\ G \\ H \\ K \\ M \\ N \\ P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110X0 \\ X1001 \\ 111X1 \\ X0X00 \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} \\
S_{40}^a &= 24 & S_{41}^a &= 24 \\
S_{40}^b &= 31 & S_{41}^b &= 31
\end{aligned}$$

Рассмотрим следующее минимальное покрытие:

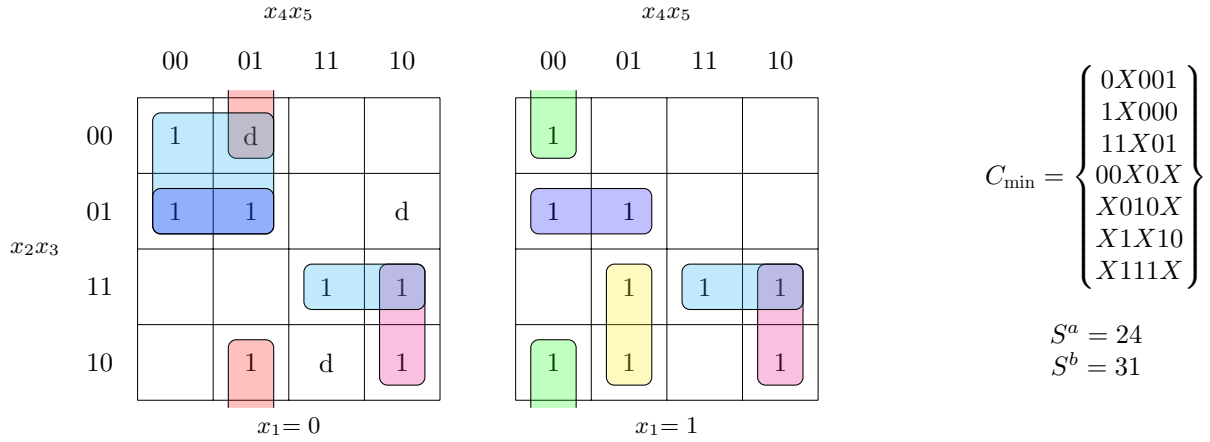
$$\begin{aligned}
C_{\min} &= \begin{pmatrix} 0X001 \\ 1X000 \\ 11X01 \\ 00X0X \\ X010X \\ X1X10 \\ X111X \end{pmatrix} \\
S^a &= 24 \\
S^b &= 31
\end{aligned}$$

Этому покрытию соответствует следующая МДНФ:

$$f = \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 x_2 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee x_2 x_4 \overline{x_5} \vee x_2 x_3 x_4$$

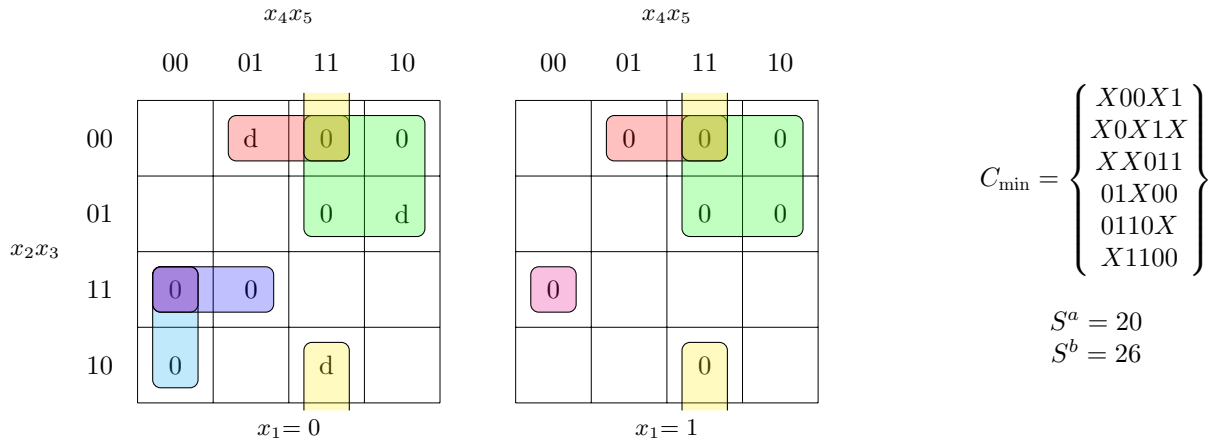
Минимизация булевой функции на картах Карно

Определение МДНФ



$$f = \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 x_2 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee x_2 x_4 \overline{x_5} \vee x_2 x_3 x_4$$

Определение МКНФ



$$f = (x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (x_2 \vee \overline{x_4}) (x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5)$$

Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторизация и декомпозиция МДНФ

$$f = \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_4} x_5 \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_4} \overline{x_5} \vee x_1 x_2 \overline{x_4} x_5 \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_4} \vee \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} \vee x_2 x_4 \overline{x_5} \vee x_2 x_3 x_4 \quad S_Q = 31 \quad \tau = 2$$

$$f = \overline{x_4} (\overline{x_1} (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} x_5) \vee \overline{x_2} x_3 \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_5} \vee x_1 x_2 x_5) \vee x_2 x_4 (x_3 \vee \overline{x_5}) \quad S_Q = 27 \quad \tau = 6$$

$$\varphi = \overline{x_2} \vee \overline{x_3} x_5$$

$$\overline{\varphi} = x_2 (x_3 \vee \overline{x_5})$$

$$f = \overline{x_4} (\overline{x_1} \varphi \vee \overline{x_2} x_3 \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_5} \vee x_1 x_2 x_5) \vee \overline{\varphi} x_4 \quad S_Q = 25 \quad \tau = 6$$

Факторизация и декомпозиция МКНФ

$$f = (x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_5}) (x_2 \vee \overline{x_4}) (x_3 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_5}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4 \vee x_5) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) \quad S_Q = 26 \quad \tau = 2$$

$$f = (x_2 \vee \overline{x_4}) (x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_2 \overline{x_4}) (x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_4 \vee \overline{x_3} x_5) (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4 \vee x_5) \quad S_Q = 21 \quad \tau = 3$$

$$\varphi = x_2 \overline{x_4}$$

$$\overline{\varphi} = \overline{x_2} \vee x_4$$

$$f = (x_2 \vee \overline{x_4}) (x_3 \vee \overline{x_5} \vee \varphi) (\overline{\varphi} \vee x_1 \vee \overline{x_3} x_5) (\overline{\varphi} \vee \overline{x_3} \vee x_5) \quad S_Q = 20 \quad \tau = 4$$

Синтез комбинационных схем

Будем анализировать схемы на следующих наборах аргументов:

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 1]) = 0$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

$$f([x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1, x_4 = 0, x_5 = 0]) = 1$$

Булев базис

Схема по упрощенной МДНФ:

$$f = \overline{x_4} (\overline{x_1} \varphi \vee \overline{x_2} x_3 \vee x_1 \overline{x_3} \overline{x_5} \vee x_1 x_2 x_5) \vee \overline{\varphi} x_4 \quad (S_Q = 25, \tau = 6)$$

$$\varphi = \overline{x_2} \vee \overline{x_3} x_5$$

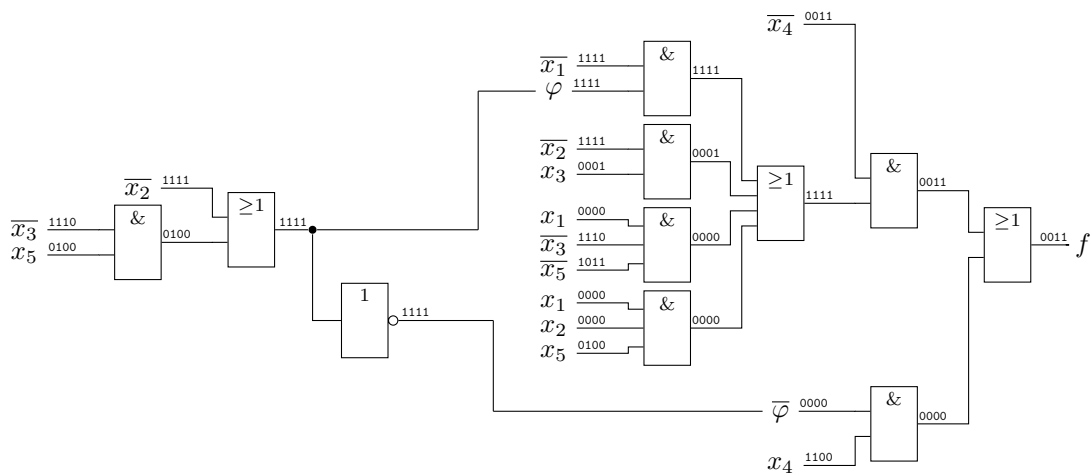
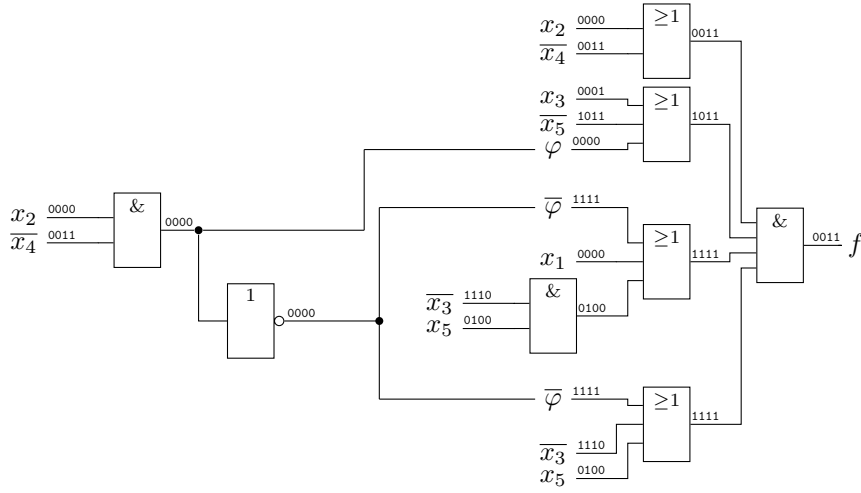


Схема по упрощенной МКНФ:

$$f = (x_2 \vee \overline{x_4}) (x_3 \vee \overline{x_5} \vee \varphi) (\overline{\varphi} \vee x_1 \vee \overline{x_3} x_5) (\overline{\varphi} \vee \overline{x_3} \vee x_5) \quad (S_Q = 20, \tau = 4)$$

$$\varphi = x_2 \overline{x_4}$$



Сокращенный булев базис (И, НЕ)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{\overline{\varphi x_4 x_1 x_4 \varphi x_2 x_3 x_4 x_1 x_3 x_4 x_5 x_1 x_2 x_4 x_5}} \quad (S_Q = 33, \tau = 8)$$

$$\varphi = x_2 \overline{x_3 x_5}$$

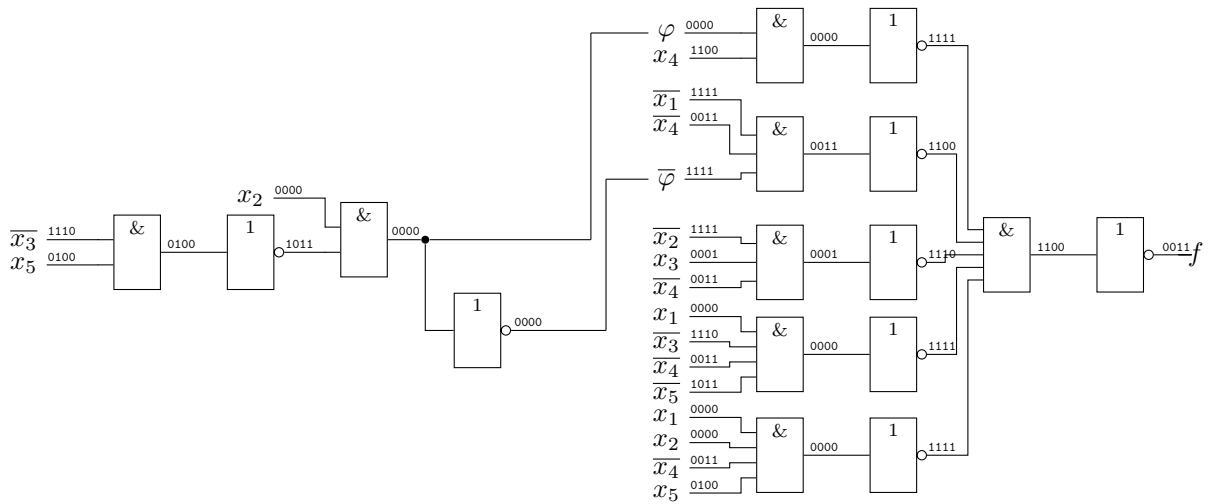
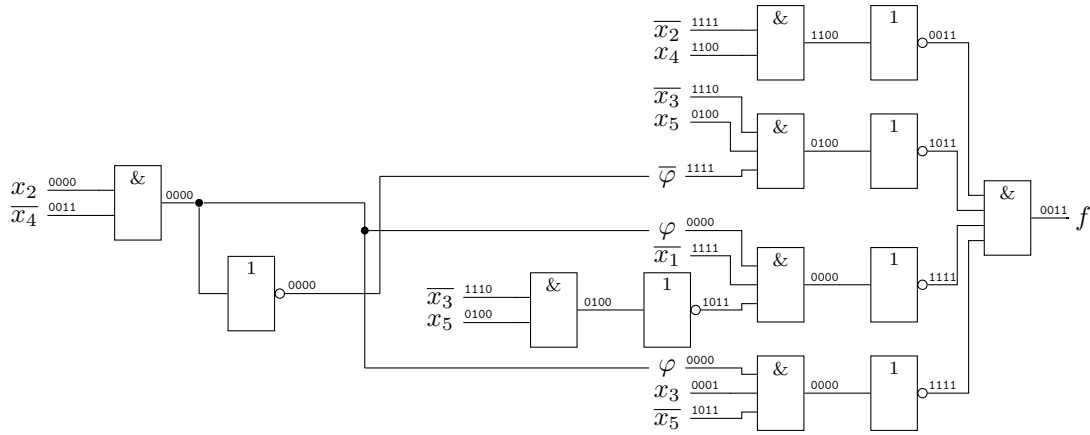


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И, НЕ:

$$f = \overline{x_2} \overline{x_4} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{\varphi} \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{\varphi} \overline{x_3} \overline{x_5} \quad (S_Q = 25, \tau = 5)$$

$$\varphi = x_2 \overline{x_4}$$



Универсальный базис (И-НЕ, 2 входа)

Схема по упрощенной МДНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{x_4} \overline{x_1} \overline{x_3} \overline{x_5} \overline{x_2} \overline{x_5} \overline{x_1} \overline{\varphi} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{\varphi} \overline{x_4} \quad (S_Q = 30, \tau = 8)$$

$$\varphi = \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_5}$$

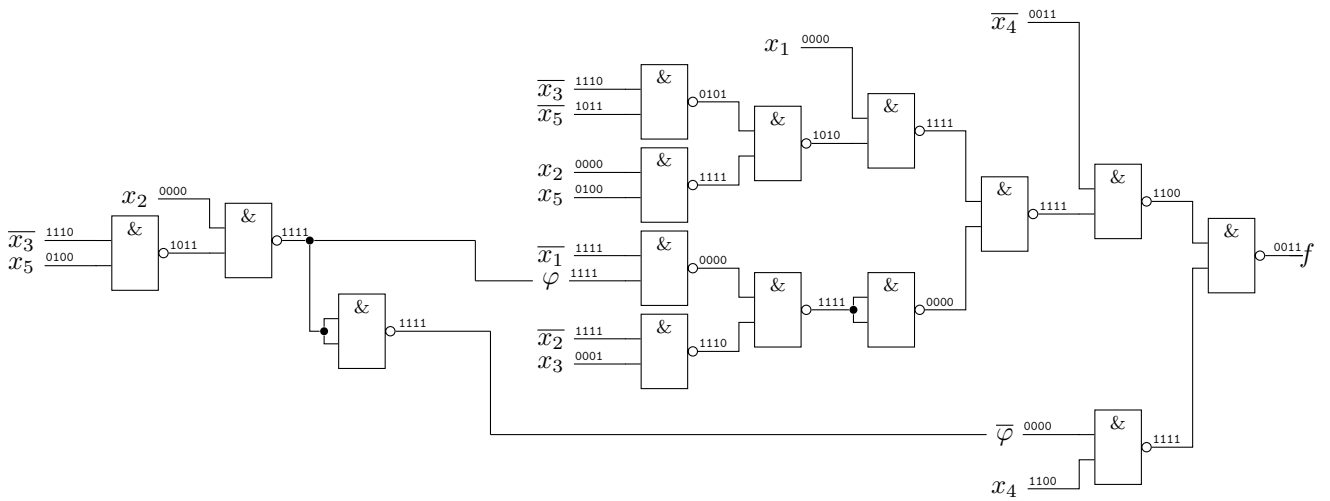


Схема по упрощенной МКНФ в базисе И-НЕ с ограничением на число входов:

$$f = \overline{\overline{x_2 x_4 x_3 x_5 x_2 x_4 x_2 x_4 x_1 x_3 x_5 x_3 x_5}} \quad (S_Q = 32, \tau = 10)$$

