

Teoría de Juegos EC0285 Taller No. 2 Entrega: jueves 27 de abril a las 3:00 PM Grupos de máximo 3 estudiantes Puntaje total: 220 puntos

Primera Sección - *Takeover bids*: gerentes, accionistas e inversionistas [110 puntos] (basado en Grossman & Hart, 1980)

Usted va a analizar la relación entre el gerente de una empresa (G), los tres accionistas dueños de ella (1,2,3) y un inversionista que quiere comprarla (I). Cada accionista es dueño de una fracción $s_i > 0$. Ningún accionista tiene una posición mayoritaria, pero la suma de las acciones de dos accionistas permite tomar el control de la empresa. En términos matemáticos:

$$s_1 < 0.5$$
 $s_2 < 0.5$ $s_3 < 0.5$ $s_1 + s_2 + s_3 = 1$
$$s_1 + s_2 > 0.5$$
 $s_1 + s_3 > 0.5$ $s_2 + s_3 > 0.5$

El valor inicial de la empresa depende del esfuerzo que realice el gerente. Si el gerente realiza poco esfuerzo en su gestión gerencial (a_L) , entonces la empresa tendrá un valor comercial bajo (L). Por el contrario, el valor comercial de la empresa será alto (H > L) si el gerente hace un esfuerzo alto (a_H) . El gerente prefiere hacer un esfuerzo laboral bajo a hacer un esfuerzo laboral alto $(U(a_L) > U(a_H) > 0)$.

El inversionista tiene la capacidad de aumentar drásticamente el valor de la empresa con un nuevo plan de negocios, pero el inversionista debe adquirir al menos el 50% de las acciones para implementar su nuevo plan. Si el inversionista logra comprar las acciones de dos o más accionistas, entonces el gerente será despedido (su pago será igual a 0) y el nuevo valor de la empresa será muy alto (T > H > L).

El diagrama adjunto (página 9) presenta la relación entre todos los agentes como un juego extensivo con información perfecta. En primer lugar (nodo naranja α), el gerente decide el nivel de esfuerzo que realiza (a_L o a_H). El inversionista hace una oferta pública de adquisición (OPA, o *takeover bid*) por medio de la cual está dispuesto a pagar hasta p por el control completo de la empresa. Suponga la siguiente relación de orden entre la oferta pública y los posibles valores de la empresa:

$$0 < L < p < H < T$$



Paso seguido, cada inversionista toma la decisión secuencial de vender (V) o mantener (M) sus acciones. Primero toma una decisión el accionista 1 (nodos azules β y γ), luego toma una decisión el accionista 2 (nodos rojos δ , a, b y c) y finalmente decide el accionista 3 (nodos verdes d, e, f, g, h, i, j y k). Si el accionista i decide vender su participación al inversionista, entonces el accionista obtendrá un pago igual a $s_i p$ (su participación accionaria multiplicada por el valor de la oferta pública).

Existen 16 nodos terminales en este juego (conjunto $Z = \{l, m, n, \tilde{n}, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$). El pago final de todos los agentes depende de la decisión del gerente, de las decisiones de los accionistas y de si el inversionista logró comprar suficientes acciones para controlar la empresa. El inversionista logra el control de la empresa en ocho de los 16 nodos terminales (aquellos destacados con un círculo negro punteado). En esos ocho casos, el inversionista compra la participación de dos o tres accionistas. A continuación, se explican los pagos en cuatro nodos terminales a manera de ejemplo:

Nodo terminal m: El gerente hace un esfuerzo bajo, los accionistas 1 y 2 venden su participación, pero el accionista 3 mantiene sus acciones. En este caso, el inversionista toma el control de la empresa. Por lo tanto, el gerente es despedido y el valor de la empresa se eleva hasta *T*. Los accionistas 1 y 2 reciben el pago por sus acciones, mientras que el accionista 3 recibe un retorno igual a su participación multiplicada por el nuevo valor de la empresa. Por lo tanto,

$$u_G(m) = 0$$
 $u_1(m) = s_1 p$ $u_2(m) = s_2 p$
$$u_3(m) = s_3 T$$
 $u_1(m) = (1 - s_3)T - s_1 p - s_2 p$

Nodo terminal p: El gerente hace un esfuerzo bajo, los accionistas 1 y 3 deciden mantener sus acciones, mientras que el accionista 2 sí vende su participación en la empresa. En este caso, el inversionista no tiene suficientes acciones para tomar el control de la empresa. Por lo tanto, el valor de la empresa es igual a *L* como consecuencia del bajo esfuerzo del gerente. Por lo tanto,

$$u_G(p) = U(a_L)$$
 $u_1(p) = s_1 L$ $u_2(p) = s_2 p$



$$u_3(p) = s_3 L \qquad \qquad u_I(p) = s_2 L - s_2 p$$

Nodo terminal u: El gerente hace un esfuerzo alto, los accionistas 1 y 3 venden sus acciones, pero el accionista 2 conserva su participación accionaria. Bajo este escenario, el inversionista tiene suficientes acciones para cambiar el rumbo de la empresa, el gerente es despedido y el valor de la empresa aumenta hasta *T*. Por lo tanto,

$$u_G(u) = 0$$
 $u_1(u) = s_1 p$ $u_2(u) = s_2 T$
$$u_3(u) = s_3 p$$
 $u_I(u) = (1 - s_2)T - s_1 p - s_3 p$

Nodo terminal z: El gerente hace un esfuerzo alto y ningún accionista vende su participación en la empresa. En esta situación, la empresa alcanza un valor igual a *H* y el inversionista no logra retorno alguno. Por lo tanto,

$$u_G(u) = U(a_H)$$
 $u_1(u) = s_1 H$ $u_2(u) = s_2 H$
$$u_3(u) = s_3 H$$
 $u_I(u) = 0$

Primera parte: representación matemática y conteo de estrategias puras [10 puntos]

La interacción entre el gerente, los accionistas y el inversionista se puede entender como un juego extensivo con información completa, $G = (N, A, H, Z, \chi, \rho, \sigma, u)$.

- (1) Defina el conjunto de jugadores (*N*) y el conjunto de acciones de todo el juego (*A*). [2 puntos].
- (2) Defina el conjunto de estrategias puras del gerente (S_G) y el conjunto de estrategias puras del primer accionista (S_1). [2 puntos].
- (3) Defina el subconjunto de nodos no terminales donde toma decisiones el segundo accionista ($h \in H$: $\rho(h) = 2$). Además, brinde un ejemplo de una estrategia pura del segundo accionista y calcule el número de elementos que tiene el conjunto de estrategias puras del segundo accionista S_2 . [3 puntos].



(4) Defina el subconjunto de nodos no terminales donde toma decisiones el tercer accionista ($h \in H: \rho(h) = 3$). Además, brinde un ejemplo de una estrategia pura del tercer accionista y calcule el número de elementos que tiene el conjunto de estrategias puras del tercer accionista S_3 . [3 puntos].

A continuación, usted realizará un proceso de inducción hacia atrás, paso a paso, para hallar el único equilibro perfecto en subjuegos de la interacción estratégica entre el gerente, los accionistas y el inversionista. Durante todo el análisis tenga en cuenta si el inversionista logra comprar las acciones suficientes para controlar la empresa y el valor de la empresa.

Segunda parte: comportamiento óptimo del tercer accionista [50 puntos]

- (5) Subjuego G_k : halle la decisión óptima del tercer accionista en el subjuego que inicia en el nodo k. Para ello, halle y compare los pagos $u_3(y)$ y $u_3(z)$. Marque en el diagrama su respuesta. [5 puntos].
- (6) Subjuego G_j : halle la decisión óptima del tercer accionista en el subjuego que inicia en el nodo j. Para ello, halle y compare los pagos $u_3(w)$ y $u_3(x)$. Marque en el diagrama su respuesta. [5 puntos].
- (7) Subjuego G_i : halle la decisión óptima del tercer accionista en el subjuego que inicia en el nodo i. Para ello, halle y compare los pagos $u_3(u)$ y $u_3(v)$. Marque en el diagrama su respuesta. [5 puntos].
- (8) Subjuego G_h : halle la decisión óptima del tercer accionista en el subjuego que inicia en el nodo h. Para ello, halle y compare los pagos $u_3(s)$ y $u_3(t)$. Marque en el diagrama su respuesta. [5 puntos].
- (9) Subjuego G_g : halle la decisión óptima del tercer accionista en el subjuego que inicia en el nodo g. Para ello, halle y compare los pagos $u_3(q)$ y $u_3(r)$. Marque en el diagrama su respuesta. [5 puntos].
- (10) Subjuego G_f : halle la decisión óptima del tercer accionista en el subjuego que inicia en el nodo f. Para ello, halle y compare los pagos $u_3(o)$ y $u_3(p)$. Marque en el diagrama su respuesta. [5 puntos].



- (11) Subjuego G_e : halle la decisión óptima del tercer accionista en el subjuego que inicia en el nodo e. Para ello, halle y compare los pagos $u_3(n)$ y $u_3(\tilde{n})$. Marque en el diagrama su respuesta. [5 puntos].
- (12) Subjuego G_d : halle la decisión óptima del tercer accionista en el subjuego que inicia en el nodo d. Para ello, halle y compare los pagos $u_3(l)$ y $u_3(m)$. Marque en el diagrama su respuesta. [5 puntos].
- (13) Considere la siguiente promesa por parte del tercer accionista a los demás propietarios de la empresa: "¡No podemos permitir que el inversionista tome control de nuestra empresa! Les prometo que si ustedes no venden sus acciones, yo tampoco las venderé. " (nodos terminales r y z). ¿Esta promesa es creíble? Justifique su respuesta. [5 puntos].
- (14) Brinde una interpretación económica de la estrategia pura óptima del tercer accionista que usted ha hallado hasta este punto de su análisis (Pista: es un vector con ocho acciones). [5 puntos].

Tercera parte: comportamiento óptimo del segundo accionista [20 puntos]

- (15) Subjuego G_c : halle el comportamiento óptimo del segundo accionista en el subjuego que inicia en el nodo c. Justifique brevemente su respuesta y señale su análisis en el diagrama. [5 puntos].
- (16) Subjuego G_b : halle el comportamiento óptimo del segundo accionista en el subjuego que inicia en el nodo b. Justifique brevemente su respuesta y señale su análisis en el diagrama. [5 puntos].
- (17) Subjuego G_a : halle el comportamiento óptimo del segundo accionista en el subjuego que inicia en el nodo a. Justifique brevemente su respuesta y señale su análisis en el diagrama. [5 puntos].
- (18) Subjuego G_{δ} : halle el comportamiento óptimo del segundo accionista en el subjuego que inicia en el nodo δ . Justifique brevemente su respuesta y señale su análisis en el diagrama. [5 puntos].



Cuarta parte: comportamiento óptimo del primer accionista y del gerente [20 puntos]

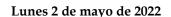
- (19) Subjuego G_{γ} : halle el comportamiento óptimo del primer accionista en el nodo γ . Justifique su respuesta y señale su análisis en el diagrama. [5 puntos].
- (20) Subjuego G_{β} : halle el comportamiento óptimo del primer accionista en el nodo β . Justifique su respuesta y señale su análisis en el diagrama. [5 puntos].
- (21) Subjuego G_{α} : finalmente, halle el comportamiento óptimo del gerente. Tenga en cuenta que si el gerente es despedido, su pago será igual a 0. Justifique su respuesta y señale su análisis en el diagrama. [5 puntos].
- (22) Indique cuáles son las estrategias puras del gerente y de los tres accionistas que configuran el equilibrio perfecto en subjuegos que usted ha encontrado (s_G, s_1, s_2, s_3) . Brinde una interpretación económica de las estrategias y del equilibrio hallado. [5 puntos].

Quinta parte: análisis económico [10 puntos]

- (23) Considere la siguiente afirmación: "Si el gerente hace un esfuerzo gerencial bajo (a_L), el valor de la empresa caerá drásticamente hasta L y por lo tanto todos los dueños tendrán un incentivo a vender su participación accionaria (costado izquierdo del diagrama o nodo l)." Esta situación no ocurre en equilibrio. ¿Por qué? (Pista: piense en los incentivos de los accionistas). [5 p.].
- (24) Este análisis tiene ciertas similitudes con el proceso de oferta pública de adquisición que el Grupo Gilinski está haciendo por Sura y Nutresa (ver nota de prensa en las páginas 7 y 8). Suponga que el Grupo Gilinski lo contrata a usted para determinar un valor de la oferta pública de adquisición (*p*) que le permita tomar el control mayoritario de Sura y Nutresa. ¿Qué recomendación le daría usted al Grupo Gilinski respecto al parámetro *p*? [5 puntos].

Referencias:

Grossman, S. J., & Hart, O. D. (1980). Takeover bids, the free-rider problem, and the theory of the corporation. *The Bell Journal of Economics*, 42-64. https://doi.org/10.2307/3003400







"Gilinski ha puesto US\$2.499 millones para filtrarse en el enroque accionario del GEA Autor: Iván Cajamarca

El tercer hombre más rico de Colombia, con un patrimonio de US\$4.200 millones, tiene 34% de Sura y, por ahora, 30% en Nutresa

Jaime Gilinski nunca olvidó la batalla legal y financiera librada desde 1997 con el entonces Sindicato Antioqueño, cuyo final tuvo lugar en 2010. Más de 20 años después de que el empresario caleño le vendiera 51% del entonces Banco de Colombia por US\$418,1 millones en efectivo al grupo paisa, regresó para acabar el enroque accionario del, ahora, Grupo Empresarial Antioqueño (GEA), sistema que se creía infalible por la posición cruzada entre las compañías de esta empresa.

Hasta ahora, el ingreso al círculo de compañías como Grupo Sura, Grupo Nutresa, Grupo Argos, Cementos Argos, Grupo Bancolombia y la AFP Protección, le ha costado al empresario más de US\$2.499 millones, cifra que ha sido desembolsada de la mano de la familia real de Abu Dabi y un crédito del First Bank de ese mismo país. Gran parte de este dinero lo han recibido los accionistas minoritarios y los fondos de pensiones gracias a que ninguna de las joyas de la corona ha cedido su participación.

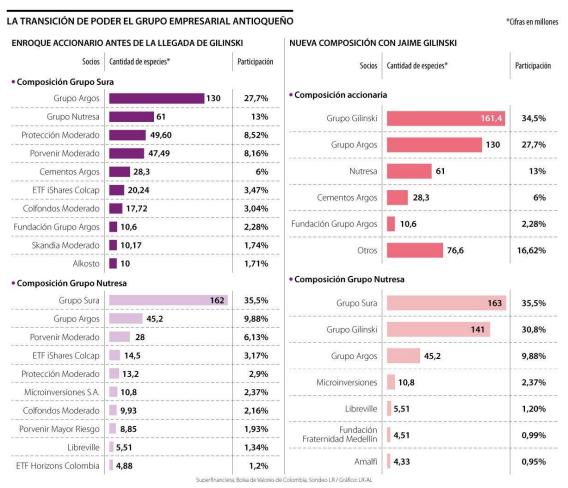
El tercer hombre más rico de Colombia, con un patrimonio de US\$4.200 millones, según la revista Forbes, posee 34,5% de las acciones de Inversiones Suramericana y 30,8% en la multilatina de alimentos, este último a la espera de que finalice la tercera OPA lanzada sobre dicho emisor. A esta presencia económica se le suma el poder político acumulado, el cual se ha visto representado en el dominio de cuatro sillas dentro de las juntas directivas de estas empresas.

Previo a esta inyección de capital, las grandes cabezas como Jorge Mario Velásquez, presidente del Grupo Argos; Gonzalo Alberto Pérez, presidente del Grupo Sura; y Carlos Ignacio Gallego, presidente del Grupo Nutresa, eran quienes mandaban la parada dentro del consorcio económico, y muchos de los negocios que se desarrollan en Antioquia, esto sin incluir el número de sillas, tanto patrimoniales e independientes, que dominaban en los directorios de cada empresa.

Hasta octubre de 2021, los accionistas mayoritarios de la empresa de seguros e inversiones eran Grupo Argos, con 27,7%; Grupo Nutresa, con 13%; el fondo moderado de Protección, con 8,52%; el fondo moderado de Porvenir, con 8,16%; y Cementos Argos, con 6%. Culminadas las ofertas, los fondos de pensiones dejaron de tener una posición importante, las empresas del GEA mantuvieron su porcentaje, y Gilinski quedó a la cabeza del listado.

Respecto a la empresa que produce marcas como Jet, Tosh, Zenú, Doria, Crem Helado, Festival o ChocoListo, su control se encontraba en manos de Grupo Sura, con 35,3%; Grupo Argos, con 9,87%; fondo moderado de Porvenir, con 6,13%; el fondo iShares Colcap, con 3,17%; fondo moderado de Protección, con 2,90%; y Microinversiones, con 2,37%. Llegado el 12 de enero, cuando finalizó la primera ronda de OPA, las AFP salieron totalmente de dicha compañía.





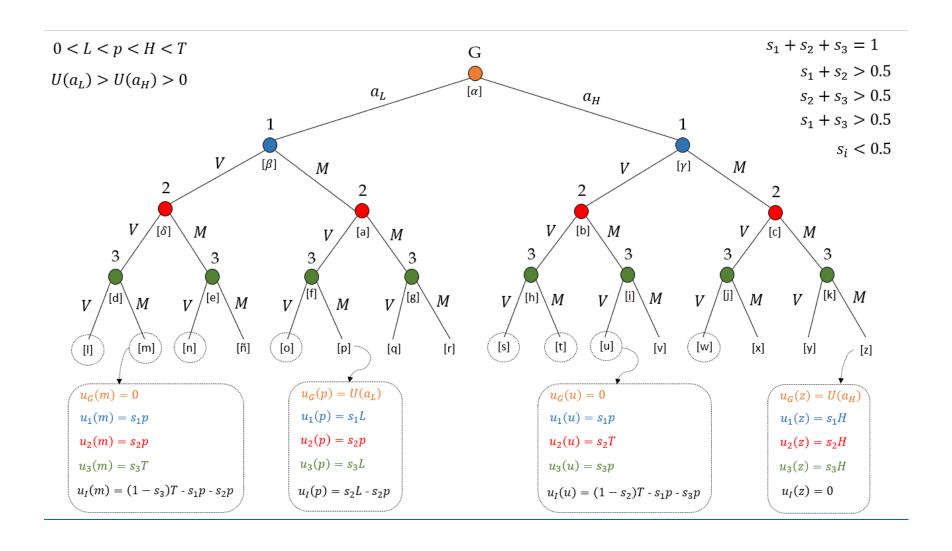
Omar Suárez, gerente de estrategia y renta variable de Casa de Bolsa, aseguró que las OPA presentadas por Gilinski han sido una muestra de que las acciones en Colombia estaban baratas. El precio del mercado ha estado por debajo de su precio justo, lo cual explica porqué continúa un movimiento de esta índole. Una oferta de este tipo siempre puede ser interesante para los accionistas si sus títulos se transan por debajo de lo que deberían moverse

Con las jugadas adelantadas hasta el momento, Gilinski adquiere una injerencia económica en otras compañías gracias a que Nutresa posee 13% en Grupo Sura y 9,47% en Grupo Argos. A esto se suma el hecho de que Grupo Sura ostenta 49,3% de la AFP Protección, 46,1% de Grupo Bancolombia, 35,2% de Grupo Nutresa, 27,2% en Grupo Argos y 16,7% de Enka. De forma indirecta, también tocaría las operaciones de Cementos Argos y Celsia, teniendo presente que Argos posee 58% y 52,9%, respectivamente.

Sin embargo, la disputa por el poder político se mantiene en el limbo después de que la asamblea extraordinaria del Grupo Sura no autorizara a cinco de los siete miembros de la Junta Directiva para discutir la oferta de compra debido a los conflictos de interés manifestados, hecho que no permitió conseguir el quórum requerido por el reglamento."

Fuente: https://www.larepublica.co/especiales/opa-por-nutresa/gilinski-ha-puesto-us-2-499-millones-para-filtrarse-en-el-enroque-accionario-del-gea-3354016







Segunda Sección - Una crisis económica en el mercado aéreo [110 puntos]

Supongan que ustedes conforman el equipo que estudia el riesgo de las solicitudes de crédito de un banco (B). Hace poco recibieron una solicitud de crédito de la junta directiva de un determinado grupo empresarial que posee una aerolínea de bajo costo (A) y que enfrenta problemas económicos. Como el futuro de la aerolínea es bastante incierto, la junta directiva contrató una empresa de consultoría para que le ayude a determinar cuál es la probabilidad de superar esta crisis económica. El panorama no es muy alentador: los escenarios de pérdida van desde 500 millones de pesos hasta 2000 millones de pesos. La empresa de consultoría estimó que la probabilidad de que la aerolínea quiebre es dos veces mayor a la probabilidad de que la aerolínea supere la crisis económica. Esta probabilidad depende, principalmente, de dos factores que afectan sus beneficios económicos:

- 1) Eventual caducidad del artículo 43 de la Ley 2068 del 2020 (IVA tiquetes aéreos del 5% hasta diciembre de 2022). Por tanto, el IVA de tiquetes aéreos podría aumentar de nuevo al 19%.
- 2) Reducción de la confianza de los consumidores en un contexto de alta inflación y baja demanda por tiquetes aéreos.

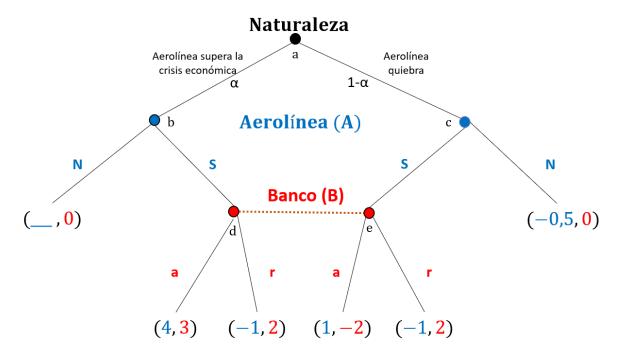
Además, la empresa de consultoría ofrece una recomendación para superar la crisis económica. La recomendación consiste en solicitar un crédito a un banco (B) para ofrecer una nueva ruta que conecte la capital del país con la costa: "si la confianza de los consumidores es suficientemente alta y la demanda por tiquetes aéreos no se reduce demasiado, los ingresos de esta nueva ruta solventarán los costos hundidos de una operación 'Low Cost'".

Los consumidores castigan las malas decisiones de la junta directiva. Así lo señala la empresa de consultoría: "(...) hay un factor reputacional que debe considerar el grupo empresarial. No solicitar el préstamo cuando el estado de naturaleza es favorable producirá el doble de pérdidas si se compara con el caso en el que se solicita el préstamo, pero el banco decide rechazar la solicitud."

Suponga que el Gobierno Nacional decidió no extender el artículo 43 (factor 1) y que el Indicador de Confianza del Consumidor (ICC) recientemente publicado por el DANE (factor 2) le permite saber a la junta directiva el estado de naturaleza que se realizó. Con esta información, la junta tiene dos opciones. La primera opción es **no** solicitar el préstamo (N), lo que conduce al inminente cierre de la aerolínea y la materialización de las pérdidas económicas para el grupo empresarial. La segunda opción es solicitar el



préstamo (S) al banco (B) para ofrecer una nueva ruta comercial. Cuando el banco (B) recibe la solicitud de crédito no puede identificar si con la nueva ruta comercial la aerolínea podrá superar la crisis económica y pagar el crédito. Por lo tanto, el equipo de riesgos del banco (B) realiza un estudio de crédito para determinar si acepta la solicitud de crédito (a) o rechaza tal solicitud (r). Este juego bayesiano extensivo se puede representar con el siguiente árbol de decisión. Las cifras están en miles de millones de pesos.



Su objetivo es determinar el equilibrio de Nash en estrategias mixtas de este juego bayesiano extensivo. Para ello:

- a) Con base en la información del enunciado, estime la probabilidad de que la aerolínea supere la crisis económica (α) y la probabilidad de que la aerolínea quiebre (1- α). Presente sus cálculos matemáticos de forma clara y detallada. Brinde una interpretación económica al respecto. [10 puntos]
- b) Con base en la información del enunciado, calcule el pago que recibe la aerolínea (A) si decide no solicitar el crédito (N) cuando el estado de la naturaleza es favorable. Recuerde que las cifras están en miles de millones de pesos. Sea consistente con esta especificación. [10 puntos]



- c) Defina el conjunto de jugadores (N), conjunto de acciones (A), conjunto de nodos de decisión (H), función de jugadores o de turnos en cada nodo de decisión ρ (.), el conjunto de información de cada jugador (\mathbb{I}_i), el conjunto de estrategias de cada jugador (S_i). [10 puntos]
- d) Uno de sus compañeros del equipo de crédito hace la siguiente afirmación:

"Para analizar esta solicitud lo mejor que podemos hacer es dividir el árbol de decisión en 5 subjuegos."

Analice esta sugerencia. ¿Es factible analizar el juego de esta forma? ¿Cuántos subjuegos tiene este juego bayesiano extensivo? Sea preciso en la notación y brinde una interpretación económica sobre sus conclusiones. [10 puntos]

- e) Construya una matriz que represente los pagos esperados de la aerolínea (A) y del banco (B) en cada **estrategia** conjunta. Presente sus cálculos de forma detallada y brinde una interpretación económica de una posible configuración del juego. (Pista: es una matriz de 4 filas y dos columnas) [20 puntos]
- f) Ahora usted realizará el análisis de estrategias mixtas de este juego bayesiano extensivo. Para ello, denote con λ a la probabilidad de que el banco (B) acepte la solicitud de crédito de la empresa (a). Denote con δ a la probabilidad de que la aerolínea no solicite el crédito (N) **independientemente** del estado de naturaleza (N, N). Denote con β a la probabilidad de que la aerolínea solicite el crédito (S) **únicamente** cuando el estado de naturaleza que se realiza le permite superar la crisis (S, N). Denote con σ a la probabilidad de que la aerolínea no solicite el crédito (N) en un estado de naturaleza favorable y que solicite el crédito (S) en un estado de naturaleza desfavorable (N, S). Construya un gráfico que agrupe las curvas de utilidad esperada de la aerolínea (A), condicionadas a la probabilidad de que el banco (B) acepte la solicitud de crédito a la empresa (λ) o la rechace (1- λ). [15 puntos]
- g) Analice el gráfico que construyó en el numeral anterior. ¿Se debe enfocar la búsqueda del equilibrio de Nash en estrategias mixtas (ENEM) en algún conjunto de estrategias? ¿En cuáles? ¿Se debe(n) descartar alguna(s) estrategia(s)? ¿Cuál(es)? Brinde una interpretación económica de sus hallazgos [10 puntos]
- h) Halle el equilibrio de Nash en estrategias mixtas de este juego bayesiano extensivo. Esto es equivalente a encontrar los valores de: δ , β , σ , γ λ . Interprete



- económicamente el ENEM que emerge de este juego bayesiano extensivo. [15 puntos]
- i) Construya un código de programación que calcule la matriz de utilidades esperadas (numeral e) y el gráfico que agrupa las curvas de utilidad esperada de la aerolínea (numeral f) para cualquier probabilidad de quiebra de la aerolínea ($0 < (1-\alpha) < 1$). Adjunte el código que construyó con una breve explicación de su estructura. Utilice el paquete estadístico de su preferencia. [10 puntos]

¡Muchos éxitos!