

El mercado cambiario colombiano

Las divisas internacionales se transan en el mercado cambiario y los agentes que transan divisas son llamados Intermediarios del Mercado Cambiario (IMC). Dichos agentes cumplen un papel muy importante en el cálculo de la Tasa Representativa del Mercado (TRM), cuya metodología de cálculo ha sido definida por el Banco de la República:

“La TRM es el promedio ponderado por monto de las operaciones de compra y venta de dólares de los Estados Unidos de América a cambio de moneda legal colombiana, pactadas para cumplimiento en ambas monedas el mismo día de su negociación, efectuadas por los Intermediarios del Mercado Cambiario entre las 7:30 AM y la 1:00 PM.”

(Banco de la República, 2020, Manual del Departamento de Operaciones y Análisis de Mercados, Circular Reglamentaria Externa-DOAM-146, Asunto 8, Hoja 8-1:

<https://www.banrep.gov.co/es/normatividad/metodologia-de-calculo-de-la-trm>)

En Colombia hay 42 Intermediarios del Mercado Cambiario.¹ Faltan cinco minutos para la 1:00 PM y solamente quedan dos intermediarios transando dólares: el Banco AV Villas (AV) y el Citibank (Citi). Ambos bancos han realizado múltiples operaciones cambiarias durante el día, pero aún queda tiempo para una última operación. Ambos agentes cambiarios deben decidir si compran dólares (*Buy*) o venden dólares (*Sell*) en su última operación.

Los bancos no pueden comunicarse entre sí y deben tomar una pronta decisión. Toda transacción económica requiere de un vendedor y un comprador. Por lo tanto, la operación cambiaria se llevará a cabo solamente si uno de los dos agentes decide comprar dólares mientras que el otro agente decide venderlos. Si ambos agentes deciden comprar dólares, o ambos agentes deciden venderlos, entonces la última operación cambiaria del día no se llevará a cabo y el mercado cierra.

¹ La lista completa de Intermediarios del Mercado Cambiario se puede consultar en la siguiente página:
<https://www.banrep.gov.co/es/node/28753>

A continuación se ofrece una representación en forma normal (tabla) de la interacción estratégica entre el Banco AV Villas y el Citibank:

		Citibank (Citi)	
		Comprar dólares (<i>Buy</i>)	Vender dólares (<i>Sell</i>)
Banco AV Villas (AV)	Comprar dólares (<i>Buy</i>)	\$ 32 \$ 66	\$ 36 \$ 74
	Vender dólares (<i>Sell</i>)	\$ 40 \$ 70	\$ 32 \$ 66

Los pagos en la tabla están medidos en millones de pesos y corresponden a la utilidad diaria de cada intermediario al cerrar el mercado cambiario. Usted va a analizar la interacción estratégica entre ambos agentes cambiarios por medio de la teoría de juegos.

Primera parte: definición del juego en forma estratégica y primeros análisis
[30 puntos]

- 1) Defina el conjunto de agentes (N) y el conjunto de acciones de cada agente (A_i). [3 puntos].
- 2) Brinde la definición matemática precisa de dos instancias de la función de pagos del Banco AV Villas (u_{AV}) y dos instancias de la función de pagos del Citibank (u_{Citi}). [4 puntos].
- 3) ¿La interacción estratégica entre el Banco AV Villas y el Citibank es un juego de suma constante? Justifique su respuesta. [3 puntos].
- 4) Considere una estrategia mixta conjunta donde cada banco asigna la misma probabilidad a comprar o vender dólares. Defina el vector de

probabilidades que caracteriza esta situación. (Primera pista: es un vector con cuatro componentes; Segunda pista: recuerde la notación $s_i(a_i)$). [5 puntos].

- 5) Recuerde la definición matemática de la utilidad esperada de una estrategia mixta,

$$U_i(s) = \sum_{a \in A} \left[u_i(a) \prod_{j=1}^n s_j(a_j) \right]$$

(Leyton-Brown & Shoham, 2008, p. 8)

5a) Ofrezca una interpretación económica de la fórmula de utilidad esperada de una estrategia mixta. [5 puntos].

5b) Utilice la definición matemática para calcular la utilidad esperada de ambos agentes cambiarios bajo la estrategia mixta que usted definió en la pregunta 4 ($U_{AV}(s)$; $U_{Citi}(s)$). [5 puntos].

- 6) Suponga que, faltando cinco minutos para el cierre de las operaciones a la 1:00 PM, aún estuvieran activos los 42 intermediarios del mercado cambiario colombiano. Adicionalmente, suponga que cada agente solamente toma la decisión de comprar o vender dólares en los pocos minutos que le restan al mercado. ¿Cuántos elementos tendría el conjunto de acciones conjuntas de la interacción estratégica entre los 42 agentes cambiarios (A)? Justifique su respuesta. [5 puntos].

Segunda parte: análisis de mejores respuestas en estrategias puras y estrategias dominantes [20 puntos]

- 7) Halle la función de mejor respuesta del Banco AV Villas en estrategias puras (BR_{AV}) y brinde una breve interpretación económica de dicha función. [5 puntos].
- 8) Halle la función de mejor respuesta del Citibank en estrategias puras (BR_{Citi}) y brinde una breve interpretación económica de dicha función. [5 puntos].

- 9) La TRM se encuentra en niveles históricamente altos. El alto precio del dólar en el mercado cambiario podría motivar a ambos agentes a liquidar parte de sus posiciones y vender dólares al mismo tiempo. Analice los incentivos a desviarse que enfrentan ambos agentes bajo esta circunstancia (Pista: observe el cuadrante inferior derecho de la matriz de pagos). [5 puntos].
- 10) La gerente de la mesa de dinero del Citibank hace la siguiente afirmación: “Faltan cinco minutos para que cierre el mercado. Definitivamente, comprar dólares es nuestra estrategia dominante.”. ¿Esta afirmación es falsa o verdadera? Brinde argumentos a favor o en contra de la afirmación. [5 puntos].

Tercera parte: Equilibrios de Nash en Estrategias Puras [10 puntos]

- 11) Halle los Equilibrios de Nash en Estrategias Puras (ENEP) de la interacción entre el Banco AV Villas y el Citibank. Brinde una interpretación económica de cada uno de los equilibrios que usted haya encontrado. [10 puntos].

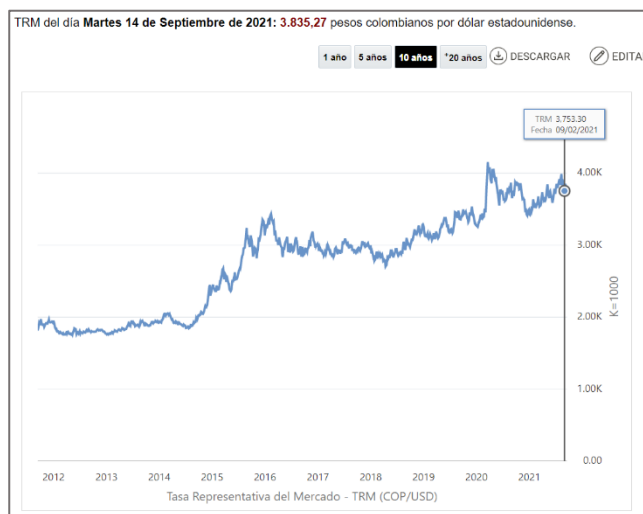
Cuarta parte: Equilibrios de Nash en Estrategias Mixtas [40 puntos]

A continuación usted analizará el comportamiento estratégico de ambos bancos basado en estrategias mixtas. Defina $p = s_{AV}(Buy)$ como la probabilidad de que el Banco AV Villas decida comprar dólares en los últimos minutos de funcionamiento del mercado cambiario. Por su parte, defina $q = s_{Citi}(Buy)$ como la probabilidad de que el Citibank decida comprar dólares.

- 12) Defina la utilidad esperada del Banco AV Villas de comprar dólares, $u_{AV}^E(Buy)$. (Pista: es una ecuación en función de la variable q). [5 puntos].
- 13) Defina la utilidad esperada del Banco AV Villas de vender dólares, $u_{AV}^E(Sell)$. [5 puntos].
- 14) Construya la correspondencia de mejor respuesta del Banco AV Villas, $BR_{AV}(q)$. Esta correspondencia debe tener tres partes. Todos sus pasos de álgebra deben ser explícitos. Brinde una interpretación económica de la correspondencia que usted ha construido. [5 puntos].
- 15) Defina la utilidad esperada del Citibank de comprar dólares, $u_{Citi}^E(Buy)$. [5].

- 16) Defina la utilidad esperada del Citibank de vender dólares, $u_{Citi}^E(Sell)$. [5].
- 17) Construya la correspondencia de mejor respuesta del Citibank, $BR_{Citi}(p)$. La correspondencia debe tener tres partes. Todos sus pasos de álgebra deben ser explícitos. Brinde una interpretación económica de la correspondencia. [5 puntos].
- 18) Haga un único gráfico en un plano cartesiano que represente las dos correspondencias de mejor respuesta $BR_{AV}(q)$ y $BR_{Citi}(p)$. El eje horizontal del gráfico debe corresponder a la probabilidad de compra del Banco AV Villas (la variable p), mientras que el eje vertical debe corresponder a la probabilidad de compra del Citibank (la variable q). [5 puntos].
- 19) Halle todos los Equilibrios de Nash en Estrategias Mixtas (ENEM) que surgen de la interacción estratégica entre ambos agentes del mercado cambiario. Interprete económicamente cada uno de los equilibrios que usted haya encontrado. Si es posible, relacione dichos equilibrios con los Equilibrios en Estrategias Puras que usted halló en la pregunta 11 [5 p].

Figura 1: Tasa Representativa del Mercado (TRM), pesos por dólar, 2011 - 2021



Fuente: Banco de la República y Superintendencia Financiera de Colombia:

<https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/trm>