

Teoría de Juegos [EC0285]

Taller 2. Juegos extensivos con información completa y perfecta, y juegos extensivos con información incompleta e imperfecta.

Grupos de máximo tres (3) personas

Plazo máximo de entrega: jueves 20 de octubre, 2:00 PM

1. La importancia de las cláusulas contractuales en los préstamos bancarios. Basado en Tadelis, 2013, Ejercicio 8.7, p. 171. [Valor: 2 puntos]

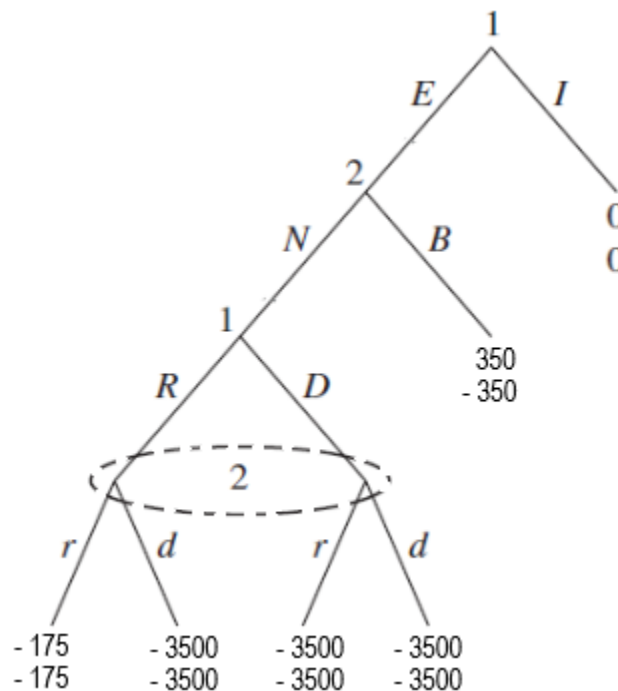
Un proyecto que cuesta 100 millones de pesos produce un rendimiento bruto de 110 millones de pesos. El único banco del país (B) recibe una solicitud de préstamo de una empresa (E) que quiere invertir en el proyecto. Después de estudiar los estados financieros de la empresa, el banco puede decidir no ofrecer el préstamo (N). Si esto ocurre, ninguno de los jugadores obtiene algún beneficio. Por el contrario, si el banco opta por ofrecer el préstamo (P) de 100 millones de pesos, el contrato estipula que la empresa tendrá que pagar (C) el capital inicial (100 millones de pesos) más los intereses (5 millones de pesos) una vez finalice el proyecto. Si la empresa considera que este contrato no es justo, decidirá incumplirlo (I). En este caso, el banco podría perder los \$100 millones de pesos que prestó si decide no demandar (ND) a la empresa, que en caso de no recibir una demanda obtendría una utilidad de 110 millones de pesos. Si el banco decide demandar (D), la empresa puede elegir conciliar (C) con el banco o ir a juicio (J). Conciliar (C) implica que la empresa pague una prima de 2 millones más los 5 millones estipulados en el contrato por concepto de intereses. Ir a juicio (J) implica que la empresa pierda el juicio y en ese caso debe pagarle al banco los 5 millones estipulados en el contrato por concepto de intereses más una prima por daños y perjuicios de 5 millones de pesos adicionales. Con base en la información anterior:

- i) Construya un árbol de decisión que represente este juego extensivo. Denote con letras minúsculas (iniciando con “a”) cada uno de los nodos no terminales. Represente en cada una de las ramas las decisiones de los jugadores, siguiendo la notación del enunciado. Denote con letras griegas cada uno de los nodos terminales. En cada nodo terminal, ubique el pago del banco en la primera entrada del vector, y ubique el pago de la empresa en la segunda entrada del vector. [0.2 puntos]
- ii) Defina el conjunto de jugadores, conjunto de acciones de todo el juego (A), el conjunto de nodos no terminales (H) y el conjunto de nodos terminales (Z). [0.1 puntos]
- iii) Defina la función de jugadores (o función de turnos) de todo el juego ($\rho: H \rightarrow$, pista: son cuatro instancias). [0.1 puntos]
- iv) Defina la función de acciones en aquellos nodos en los cuales toma decisiones el banco. [0.1 puntos]

- v) Defina la función de acciones en aquellos nodos en los cuales toma decisiones la empresa. [0.1 puntos]
- vi) Defina todas las funciones de sucesiones del juego (σ). [0.2 puntos]
- vii) Construya el conjunto de estrategias puras del banco (S_b). ¿Cuántos elementos tiene dicho conjunto? (Pista: ver definición 4.2.1 de LB&S). [0.2 puntos]
- viii) Construya el conjunto de estrategias puras de la empresa (S_e). ¿Cuántos elementos tiene dicho conjunto? Elija uno de los elementos del conjunto de estrategias de la empresa y brinde una interpretación económica de dicha estrategia. [0.2 puntos]
- ix) Recuerde que las estrategias económicas en juegos extensivos se pueden interpretar como promesas o amenazas. Brinde un ejemplo de una estrategia de la empresa (un elemento del conjunto S_e) que esté basada en una promesa o amenaza que no sea creíble. Explique su respuesta. [0.3 puntos]
- x) ¿Cuáles y cuántos subjuegos tiene este juego de pago y reembolso? Identifique el subjuego que inicia en el nodo " h " por medio de la notación " Gh ". Para esta pregunta no es necesario que dibuje de nuevo todos los árboles. [0.2 puntos]
- xi) Utilice inducción hacia atrás para construir el único Equilibrio Perfecto en Subjuegos (SPE). Sea claro en cada uno de los pasos de su procedimiento. Explique e interprete el equilibrio hallado. Interprete económicamente las promesas o amenazas creíbles que hace el banco y la empresa en equilibrio. [0.3 puntos]

2. La guerra fría. Basado en Tadelis, 2013, capítulo 8. [Valor: 1.5 puntos]

En 1962 hubo un conflicto diplomático entre Estados Unidos (EE. UU.) y la Unión Soviética (URSS). La crisis comenzó con el descubrimiento por parte de Estados Unidos de misiles nucleares soviéticos en Cuba. Para analizar esto como un juego, consideremos como jugador 1 a Estados Unidos y como jugador 2 a la URSS. El juego comienza con la elección de EE. UU. de ignorar el incidente (I), lo que resulta en el mantenimiento del statu quo con ganancias (0, 0), o escalar la situación (E). Tras la escalada por parte de EE. UU., URSS puede retroceder (B), lo que le hará perder poder político y les reportará una recompensa de (350, -350), o puede optar por proceder a una confrontación nuclear (N). Tras esta elección, los jugadores juegan una partida de movimientos simultáneos en la que pueden retirarse (R para EE. UU., r para URSS) o elegir el Día del Juicio Final (D para el EE. UU., d para URSS), en el que el mundo queda prácticamente destruido. Si ambos cancelan la partida y se retiran, sufren una pequeña pérdida debido al proceso de movilización de tropas y los resultados son (-175, -175), mientras que, si cualquiera de las partes elige el Día del Juicio Final, el mundo se destruye y los resultados son (-3500, -3500). El siguiente árbol representa la tensión internacional como un juego extensivo.



- i) Denote con letras minúsculas (iniciando con “a”) cada uno de los nodos no terminales. Denote con letras griegas cada uno de los nodos terminales. Defina el conjunto de acciones de todo el juego (A) y el conjunto de nodos no terminales (H). [0.1 puntos]
- ii) Defina la función de jugadores (o función de turnos) de todo el juego. [0.1 puntos]
- iii) Defina todos los conjuntos de información de EE, UU, y de la URSS. [0.1 puntos]
- iv) Construya una matriz que represente las estrategias puras de ambos países. En las filas ubique las estrategias puras de EE, UU., en las columnas ubique las estrategias puras de la URSS. (Pista: es una matriz 4x4) [0.2 puntos]
- v) Encuentre los Equilibrios de Nash en Estrategias Puras (ENEP) de la matriz del punto anterior). Identifique cuales ENEP (si los hay) están basados en promesas o amenazas no creíbles. Brinde una interpretación económica de un ENEP basado en promesas o amenazas no creíbles (si lo hay) y brinde una interpretación económica de un ENEP basado en promesas o amenazas creíbles (si lo hay). [0.3 puntos]
- vi) ¿Cuáles y cuántos subjuegos tiene este juego? Identifique el subjuego que inicia en el nodo “h” por medio de la notación “ Gh ”. Para esta pregunta no es necesario que dibuje de nuevo todos los árboles. (Pista: recuerde que un subjuego no puede separar nodos no terminales que pertenecen a un mismo conjunto de información) [0.2 puntos]
- vii) El último subjuego (la capa más profunda del árbol) se resuelve como un juego simultáneo de 2x2. Resuelva este juego, encuentre e interprete los ENEP del subjuego asociado. (Pista: son dos ENEP’s) [0.2 puntos]
- viii) Con base en los equilibrios encontrados en el punto anterior, utilice inducción hacia atrás para hallar los dos Equilibrios Perfectos en Subjuegos. Interprete cada uno de los equilibrios. [0.2 puntos]

- ix) La Teoría de Juegos puede ser una herramienta valiosa para las personas interesadas en relaciones internacionales. Con base en los resultados de este juego y con el siguiente video, expliquen brevemente cómo la Teoría de Juegos provee herramientas para entender las relaciones estratégicas entre países. [0.1 puntos]

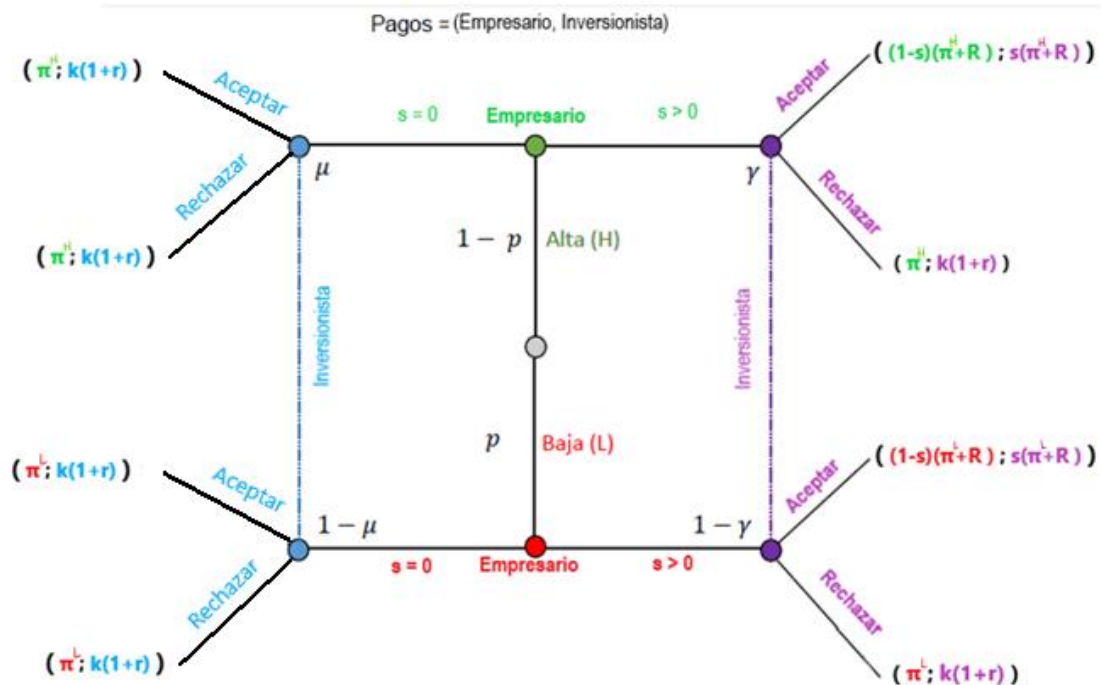
Video: <https://www.youtube.com/watch?v=IYlWEul3l0s>

Nota: “The Coldest Game” es una película de Netflix que relaciona la Teoría de Juegos con la tensión nuclear en los años 60.

3. La estructura de capital de una empresa como una señal en un juego con información asimétrica. Basado en Gibbons, 1992, capítulo 4, página 205. [Valor: 1.5 puntos]

Consideremos un empresario que creó una empresa, pero necesita financiación externa para emprender un nuevo y atractivo proyecto. El empresario dispone de información privada sobre la rentabilidad de su empresa (π), pero la rentabilidad del nuevo proyecto (R) no puede separarse de la rentabilidad de la empresa existente; todo lo que puede observarse es el beneficio agregado de la empresa. Supongamos que el empresario ofrece a un posible inversionista una participación accionaria (s) en la empresa a cambio de la financiación necesaria (k). El beneficio de la empresa existente puede ser alto (π^H) o bajo (π^L), donde $\pi^H > \pi^L > 0$. Sea k la inversión requerida, el retorno del proyecto será R , la tasa de rendimiento alternativa del capital del inversionista es r , tal que $R > k(1+r)$.

La naturaleza determina el beneficio de la empresa existente. Sea p la probabilidad de que la empresa tenga una rentabilidad baja (π^L). El empresario conoce con certeza la realización de π y puede ofrecer una participación accionaria ($s > 0$) al inversionista, o no ceder participación accionaria alguna y renunciar al proyecto ($s = 0$). El inversionista observa la participación accionaria (s) ofrecida por el empresario, pero no conoce la rentabilidad de la empresa (π). Por tanto, si $s > 0$, el inversionista puede aceptar (A) o rechazar la oferta (Re). El proyecto de inversión solo se llevará a cabo si el empresario ofrece una participación accionaria estrictamente positiva y el inversionista acepta dicha oferta. Si el inversionista rechaza (Re) la oferta, su recompensa es $k(1+r)$ y la recompensa del empresario es π^H o π^L (según sea el estado de la naturaleza). Si el inversionista acepta la participación accionaria ($s > 0$), su recompensa será $s(\pi + R)$ y la del empresario es $(1-s)(\pi+R)$. Si $s = 0$, entonces el empresario renunció al proyecto de inversión. Esto implica que la recompensa del inversionista es $k(1+r)$ y la recompensa del empresario es π^H o π^L (según sea el estado de la naturaleza). **En caso de que alguna decisión deje indiferente al inversionista, éste siempre rechazará la oferta e invertirá en la opción alternativa ($k(1+r)$).** El siguiente árbol representa esta interacción como un juego de señales:



- Definición de una estrategia para la parte informada (el empresario).** Defina las estrategias comportamentales del empresario (α^H ; α^L) de tal forma que el empresario ofrece participación accionaria independientemente de la rentabilidad de su empresa: si la rentabilidad es alta (A), entonces elige $s > 0$; si la rentabilidad es baja (L), también elige $s > 0$. [0.2 puntos]
- Consistencia del sistema de creencias del receptor.** Utilice la Regla de Bayes para conectar el sistema de creencias del inversionista (μ, γ) con las estrategias comportamentales del empresario (α^H ; α^L) y la fuente exógena de incertidumbre (p). Interprete las dos ecuaciones correspondientes (Pista: es una ecuación para μ y otra ecuación para γ) [0.2 puntos]
- Racionalidad secuencial del receptor (primera parte).** Determine la decisión óptima del inversionista dado que recibe una participación accionaria positiva (conjunto de información derecho destacado en violeta asociado a la creencia γ). Brinde una interpretación económica de su análisis matemático. (Pista: deben construir 2 ecuaciones de utilidad esperada para el inversionista. Recuerden que si hay una decisión que deje indiferente al inversionista, éste preferirá rechazar la oferta). [0.2 puntos]

- iv) **Racionalidad secuencial del receptor (segunda parte).** Determine la decisión óptima del inversionista dado que no recibe una participación accionaria (conjunto de información izquierdo destacado en azul asociado a la creencia μ). Brinde una interpretación económica de su análisis matemático. (Pista: deben construir 2 ecuaciones de utilidad esperada para el inversionista. Recuerden que si hay una decisión que deje indiferente al inversionista, éste preferirá rechazar la oferta). [0.2 puntos]
- v) **Racionalidad secuencial del emisor.** Determine si el empresario tiene o no un incentivo a cambiar su estrategia comportamental. Para ello establezca las condiciones que deben cumplirse en las instancias de pagos del empresario para que no tenga un incentivo a desviarse. Brinde una interpretación económica de su análisis matemático. (Pista: compare por medio de desigualdades los pagos que obtiene el empresario en cada una de las posibles configuraciones del juego). [0.3 puntos]
- vi) **Verificación de congruencia y definición del equilibrio secuencial.** Verifique la congruencia de su análisis y el comportamiento óptimo del empresario (el emisor) que usted definió en la pregunta anterior. ¿Es este un equilibrio aglomerante (pooling equilibrium) o un equilibrio separador (separating equilibrium)? Justifique su respuesta. [0.2 puntos]
- vii) Considere ahora un escenario en el que el empresario decide ofrecerle participación accionaria al inversionista **solo** cuando la rentabilidad de la empresa es alta. Demuestre matemáticamente porqué de esta estrategia no emerge un equilibrio secuencial. Para ello realice los 4 pasos sugeridos por Muñoz-García (2012). (Pista: para la comprobación matemática es útil comparar, por medio de desigualdades, las condiciones que deben cumplirse en las instancias de pagos del empresario en el cuarto paso. Deben llegar a una contradicción matemática con los supuestos del modelo. Recuerde que $\pi^H > \pi^L > 0$). [0.2 puntos]