

Teoría de Juegos

EC0285

Parcial No. 1

Tiempo: 120 minutos

Puntaje total: 120 puntos

Pánico bancario y regulación bancaria

Usted va a analizar la interacción estratégica entre ahorradores, los determinantes de un pánico bancario y el rol de la regulación bancaria. Considere un banco pequeño que ha captado el ahorro de dos personas (A y B). La persona A depositó en el banco una cantidad $d_A > 0$ de dinero, mientras que la persona B depositó un monto de dinero igual a $d_B > 0$. El banco no puede utilizar la totalidad de los depósitos como capital para otorgar crédito. En cambio, el banco debe constituir un encaje bancario (E) igual a una fracción $e \leq 1$ de los depósitos en reservas líquidas. Por lo tanto,

$$E = e(d_A + d_B)$$

El banco utiliza el encaje bancario para responder ante los ahorradores ante un posible pánico bancario. Los ahorradores enfrentan un dilema: retiran sus ahorros en el presente (P) o esperan y retiran sus ahorros en el futuro (F). Un pánico bancario ocurre cuando todos los ahorradores de un banco deciden retirar la totalidad de sus ahorros en el presente. Si ocurre un pánico bancario, entonces el banco reparte el encaje bancario por partes iguales entre ambos ahorradores ($E/2$).

Si un ahorrador decide retirar todos sus ahorros en el presente mientras que el otro ahorrador decide esperar, entonces el ahorrador impaciente recibe la totalidad del encaje bancario (E) y el ahorrador paciente no obtiene pago alguno.

Finalmente, los ahorradores reciben una rentabilidad sobre sus ahorros únicamente si todos los ahorradores son pacientes y deciden retirar sus depósitos en el futuro. Bajo esta circunstancia, el banco pagaría una tasa de interés igual a $r > 0$ sobre los depósitos y por lo tanto cada ahorrador obtendría un pago igual a $d_i(1 + r)$, donde d_i corresponde al dinero ahorrado por la persona i .

Primera Parte: análisis preliminar del juego [15 puntos]

- 1) Defina el conjunto de agentes (N), el conjunto de acciones de cada agente (A_i) y el conjunto de acciones conjuntas de todo el juego (A). [3 puntos].
- 2) Brinde un ejemplo de la función de pagos del ahorrador A (u_A) y un ejemplo de la función de pagos del ahorrador B (u_B). [2 puntos].
- 3) Construya una matriz de dos filas y dos columnas que permita representar la interacción estratégica entre ambos ahorradores. Utilice las filas para representar las acciones del agente A y las columnas para representar las acciones del agente B . [5 puntos].
- 4) ¿Qué condiciones deberían cumplir los pagos de este juego para que fuese considerado como un juego de coordinación pura (*common-payoff game*)? [2 puntos].
- 5) La Superintendencia Financiera hace la siguiente afirmación: “Si la tasa de encaje bancario es positiva ($e > 0$), entonces los agentes impacientes podrían apropiarse de los ahorros realizados por los agentes pacientes.” ¿Qué opina usted de esta afirmación? ¿Es verdadera, falsa o indeterminada? [3 puntos].

Segunda Parte: Equilibrios de Nash en Estrategias Puras y dominancia [35 punt.]

La Superintendencia Financiera quiere entender más a fondo las consecuencias del encaje bancario sobre el comportamiento estratégico de los ahorradores. La Superintendencia Financiera quiere definir un rango para la tasa de encaje bancario (e) que precluya el comportamiento oportunista entre los ahorradores. El comportamiento oportunista ocurre cuando un único ahorrador se apropia de la totalidad del encaje bancario.

- 6) Halle las **tres condiciones matemáticas** que debe cumplir la tasa de encaje bancario (e) para que los únicos dos Equilibrios de Nash en Estrategias Puras sean el pánico bancario (P, P) y la rentabilidad del ahorro conjunto a futuro (F, F). Brinde una interpretación económica de las cotas superiores que debe cumplir la tasa de encaje bancario (e). [10 puntos].

- 7) Suponga que los dos ahorradores depositaron la misma cantidad de dinero en el banco ($d_A = d_B$), que la tasa de interés sobre los depósitos es 10% ($r = 0.1$) y que la tasa de encaje bancario es igual a 20% ($e = 0.2$). Bajo esta configuración de parámetros, ¿se cumplen las tres condiciones necesarias que usted halló en la pregunta 6 para inducir dos Equilibrios de Nash en Estrategias Puras? Justifique su respuesta. [5 puntos].
- 8) Ahora suponga que el ahorrador A depositó el doble de dinero depositado por el ahorrador B ($d_A = 2d_B$), la tasa de interés sobre los depósitos es igual a 10% ($r = 0.1$) y la tasa de encaje bancario es igual a 40% ($e = 0.4$). Bajo esta configuración de parámetros, ¿se cumplen las tres condiciones necesarias que usted halló en la pregunta 6 para inducir dos Equilibrios de Nash en Estrategias Puras? Justifique su respuesta. [5 puntos].
- 9) Suponga que se cumplen las tres condiciones matemáticas que usted halló en la pregunta 6. ¿Retirar el dinero en el futuro (F) domina estrictamente la acción de retirar el dinero en el presente (P)? Justifique su respuesta. [5 puntos].

s_i strictly dominates s'_i if: $\left\{ \begin{array}{l} U_i(s_i, s_{-i}) > U_i(s'_i, s_{-i}) \quad \forall s_{-i} \in S_{-i} \end{array} \right.$

Dominancia estricta (d.e.)

- 10) Ahora suponga que la tasa de encaje bancario es igual a cero ($e = 0$).
¿Retirar el dinero en el futuro (F) domina débilmente la acción de retirar dinero en el presente (P)? Justifique su respuesta. [5 puntos].

s_i weakly dominates s'_i if: $\left\{ \begin{array}{l} U_i(s_i, s_{-i}) \geq U_i(s'_i, s_{-i}) \quad \forall s_{-i} \in S_{-i} \\ U_i(s_i, s_{-i}) > U_i(s'_i, s_{-i}) \quad \exists s_{-i} \in S_{-i} \end{array} \right.$

Dominancia débil (d.d.)

- 11) ¿Qué condiciones matemáticas se deben cumplir para que aquella estrategia conjunta donde ambos ahorradores son pacientes (F, F) domine en el sentido de Pareto a la estrategia conjunta del pánico bancario (P, P). Justifique brevemente su respuesta. [5 puntos].

Tercera parte: Equilibrios de Nash en Estrategias Mixtas [40 puntos]

Para analizar los posibles Equilibrios de Nash en Estrategias Mixtas, suponga que la probabilidad con la cual el ahorrador A espera hasta el futuro para retirar sus ahorros más los respectivos rendimientos financieros es igual a $q_A = s_A(F)$. De igual forma, $q_B = s_B(F)$ mide la probabilidad de que el ahorrador B espere hasta el futuro.

- 12) Defina la utilidad esperada del ahorrador A de retirar sus ahorros en el presente, $u_A^E(P)$. [5 puntos].
- 13) Defina la utilidad esperada del ahorrador A de ser paciente y esperar al futuro para retirar su dinero, $u_A^E(F)$. [5 puntos].
- 14) Construya la correspondencia de mejor respuesta del ahorrador A , $BR_A(q_B)$. Esta correspondencia debe tener tres partes. Todos sus pasos de álgebra deben ser explícitos. Brinde una interpretación económica de la correspondencia que usted ha construido. [10 puntos]. (Pista: suponga que $2d_A(1+r) - E > 0$).
- 15) Construya la correspondencia de mejor respuesta del ahorrador B , $BR_B(q_A)$. Esta correspondencia también debe tener tres partes. Utilice el hecho de que el juego es simétrico para construir esta correspondencia con base en su respuesta a la pregunta 14. [10 puntos]. (Pista: ahora suponga que $2d_B(1+r) - E > 0$).
- 16) Halle el Equilibrio de Nash en Estrategias Mixtas que le asigna una probabilidad positiva tanto al pánico bancario (P, P) como al retiro a futuro de los ahorros de ambos agentes (F, F) . Es decir, $0 < q_A^* < 1$ y $0 < q_B^* < 1$. Interprete económicamente el equilibrio que usted ha encontrado. [10 p.]

Cuarta parte: Diseño óptimo de la regulación financiera [30 puntos]

El punto de partida para los análisis en esta sección es el Equilibrio de Nash en Estrategias Mixtas que usted halló en la pregunta 16.

- 17) Halle la derivada de la probabilidad en equilibrio de que el ahorrador sea paciente con respecto a la tasa de encaje bancario ($\frac{dq_A^*}{de}$). ¿Cuál es el signo de esta derivada? Brinde una interpretación económica de su resultado matemático. [10 puntos].
- 18) Halle la derivada de la probabilidad en equilibrio de que el ahorrador sea paciente con respecto a la tasa de interés ($\frac{dq_A^*}{dr}$). ¿Cuál es el signo de esta derivada? Brinde una interpretación económica de su resultado matemático [10 puntos].
- 19) Suponga que la Superintendencia Financiera quiere maximizar la probabilidad de que ambos ahorradores sean pacientes y esperen hasta el futuro para retirar sus ahorros (lo cual es equivalente a minimizar la probabilidad del pánico bancario). La Superintendencia Financiera tiene dos instrumentos de política: la tasa de interés (r) y la tasa de encaje bancario (e). Formule el problema de optimización que enfrenta la Superintendencia Financiera y halle las dos condiciones de primer orden del problema de optimización. Interprete ambas condiciones de primer orden desde un punto de vista económico. [5 puntos].
- 20) Según su criterio, ¿qué fallas tiene este modelo económico? ¿Qué supuestos cambiaría usted para mejorar el modelo? Crítiquelo. [5 puntos].

¡Muchos éxitos!