

1. 假设 $\{G_i\}$ 是 $V(s)$ 的采样：

1) 假设 $E(G_i) = \mu$ ，则 $E(V) = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t E(G_i) = \frac{1}{t} t \mu = \mu$

2) $var(V) = E(G_i^2) - (E(G_i))^2$ ，由于 G_i 的误差是被平方放大的，所以随着样本数量增加，估计误差应该呈平方反比衰减。

3) $E(V) = \sum_{i=0}^{\infty} (1-\alpha)^{t-i} \alpha^i E(G_i) = 1 E(G_i) = \mu$

2. 因为在一个确定性策略中，重要性采样率往往是大于 0 的，例如 $w = \frac{\pi(A_k|S_k)}{\mu(A_k|S_k)}$ ，分子在确定性策略中为 1，或者 0，分母往往为小于 1 的实数，所以重要性采样会导致更新权重增加，引入更大的方差。

3. 首次拜访

1) **repeat** $k=1,2,3,\dots$

2) 使用策略 μ 采样第 k 条轨迹， $S_1, A_1, S_2, A_2, \dots, S_T$

3) $\hat{C} = C, \hat{Q} = Q, G = 0, W = 1$

4) **for** $t=T-1, T-2, \dots, 0$ **do**

5) $G = \gamma G + R_{t+1}$

6) $\hat{C}(S_t, A_t) = C(S_t, A_t) + W$

7) $\hat{Q}(S_t, A_t) = Q(S_t, A_t) + \frac{W}{\hat{C}(S_t, A_t)} (G - Q(S_t, A_t))$

8) $W = W \frac{\pi(A_k|S_k)}{\mu(A_k|S_k)}$

9) 如果 $W=0$ 推出循环

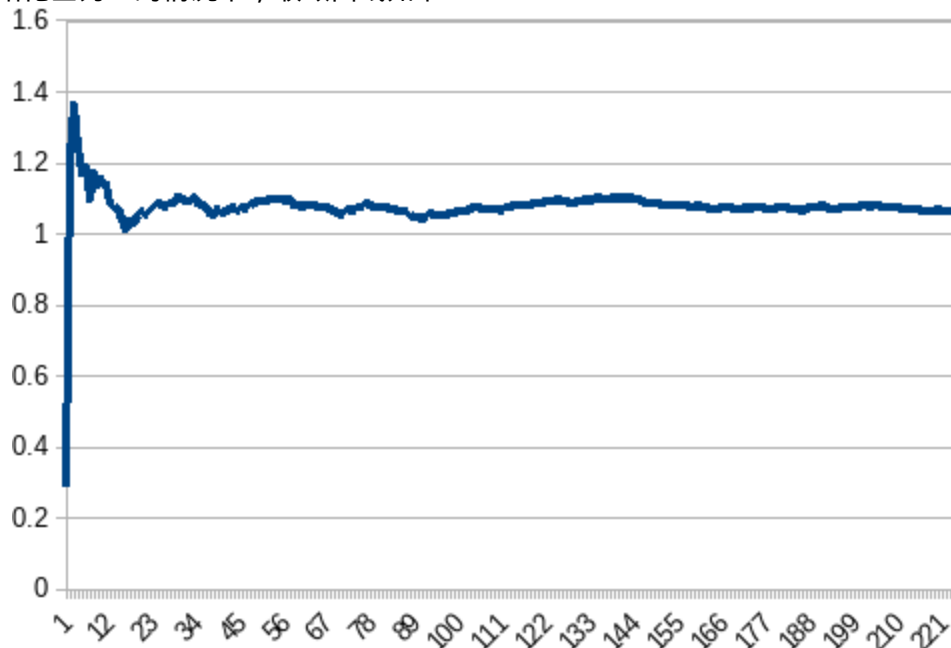
10) **end for**

11) $C = \hat{C}, Q = \hat{Q}$

12) **until** 收敛

4. 编程作业

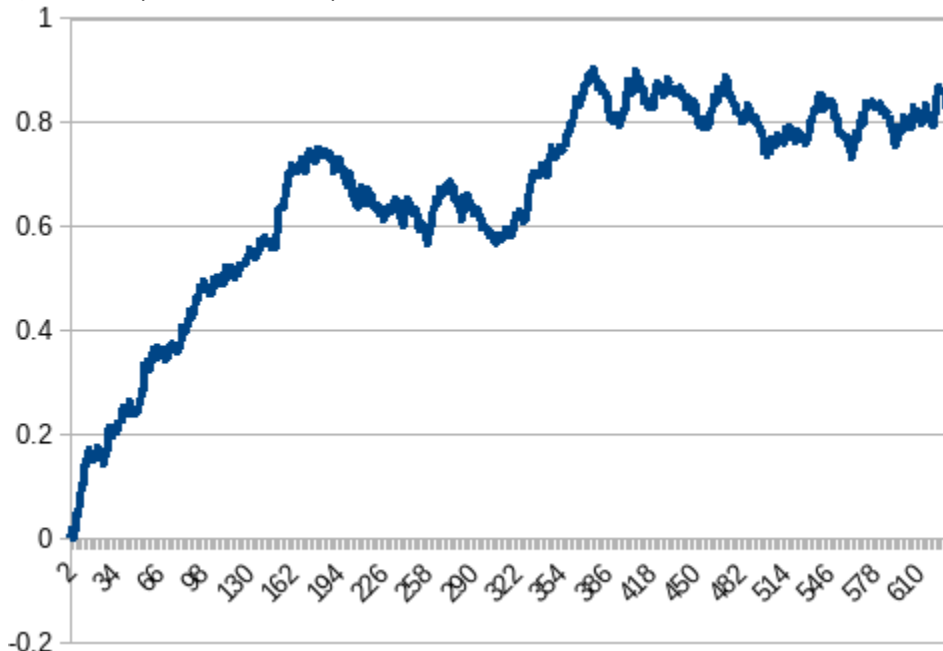
1) 初始化全为 0 的情况下，收敛曲线如下：



值如下：

| | | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| 3.04634997564735 | 8.71955434733304 | 4.45818439900392 | 5.35693105542727 | 2.35200508032313 |
| 1.32614375715851 | 2.82913497326059 | 2.2498735712252 | 2.16105159659388 | 1.02217869640418 |
| 0.080978575014017 | 0.622677677448487 | 0.660405292033089 | 0.511203427550124 | -0.14726285311398 |
| 0.094364522942562 | -0.245163356225806 | -0.251582310734253 | -0.527817374204291 | -1.09557571409284 |
| -1.11984288204221 | -0.750330751290055 | -1.11914821406506 | -1.51878657412185 | -1.45528980226634 |

2) 固定步长更新，初始值全为 0，收敛曲线如下：



值如下：

| | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 3.24131006910427 | 8.65906376211387 | 4.57062850422882 | 5.32085828014935 | 1.60932137782774 |
| 1.28635199164241 | 2.4143482901023 | 2.16885398939022 | 2.14360211349217 | 0.712100684536799 |
| -0.111057778076717 | 0.697749737004357 | 0.60329531087445 | 0.403067383469183 | -0.511980366912051 |
| -1.01420449019762 | -0.617806055657609 | -0.444779458743911 | -0.528550366870863 | -1.08400495083697 |
| -1.8726910672582 | -1.51554039978956 | -1.40573248079615 | -1.35383729761303 | -2.00521421431674 |

固定步长更新在初始值偏离较大的情况下收敛较快，但是收敛值不稳定。

3) 最优策略为：

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 0 | 2 | 3 | 2 |
| 3 | 0 | 0 | 2 | 2 |
| 3 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| 0 | 0 | 2 | 2 | 2 |
| 0 | 0 | 2 | 2 | 0 |

最优值函数为：

| | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 18.1613864620216 | 20.2718261058549 | 18.8556968936593 | 16.8254743110867 | 15.2348559634193 |
| 15.4802208904371 | 18.0186245437172 | 16.3134174557142 | 15.1015675156634 | 13.2031124476355 |
| 13.5228206292625 | 15.6716350620038 | 13.7816723876023 | 12.8963922443277 | 11.988363014435 |
| 11.7649792196089 | 13.619825422762 | 12.2153841448541 | 11.8434831437241 | 10.3787026518968 |
| 10.6886301564739 | 11.7689615849423 | 10.3396823079757 | 9.51155755789362 | 9.14774987687646 |

4) 不能，因为不是所有行为都被更新，导致 Q 函数估计不准确。

5) 最优策略为：

3 0 2 0 2
3 0 0 0 2
0 0 2 0 2
0 0 2 0 0
3 0 2 3 0

6)

最优值函数为：

| | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 21.1105412651199 | 21.7298942673537 | 19.1073221159073 | 16.7852923822887 | 13.5324058618211 |
| 17.5758259986523 | 19.2397278263228 | 16.9205107605134 | 14.9083330473701 | 12.8573367590128 |
| 15.6182412619093 | 16.9493451501234 | 16.54288017789 | 13.2547595862463 | 11.8618652356224 |
| 13.9451976892963 | 14.9144304481817 | 12.4405093114957 | 12.4977186497899 | 11.2270668092037 |
| 11.2455145317168 | 13.2129818753664 | 12.0422667686216 | 9.27904553063915 | 10.3025247995148 |