

# Comparison of Two Quadrotor Dynamic Models

J. de J. Rubio, *Member, IEEE*, J. H. P. Cruz, Z. Zamudio and A. J. Salinas

**Abstract**— In this paper, two dynamic models of a quadrotor are presented, where the traslational dynamic is obtained using the Euler-Lagrange method, and the rotational dynamic is obtained using the Newton-Euler method. The difference between both models is due to the sense in which the rotational matrices are used. A simulation shows the effectiveness of the presented methods.

**Keywords**— Quadrotor, dynamic model, simulation, analytic model.

## I. INTRODUCCIÓN

EXISTEN algunas investigaciones que muestran dos tipos de modelos dinámicos, unos son los analíticos usados en [1], [2], [5], [13], [16], [24], [25], [26], [30], [31], [32], [35], y otros son los modelos numéricos usados en [4], [9], [8], [17], [20], [21], [22], [27], [28], [29]. En este artículo la atención se concentrará en los modelos dinámicos analíticos.

El modelo dinámico que describe el proceso de vuelo de un cuadrotor presenta principalmente la relación entre las velocidades angulares de los cuatro motores que se encuentran unidos a las hélices y a la estructura del vehículo. El modelo dinámico es importante en el diseño del vehículo para la simulación o animación del sistema, o para el diseño de estrategias de control.

En la literatura técnica han sido presentados básicamente dos modelos dinámicos que describen el vuelo de un cuadrotor, a saber, el presentado en [10], y el presentado en [3], [6], [7], [11], [12], [15], [18], [19], [33], [37], la diferencia entre ambos modelos dinámicos es que en uno, las matrices de rotación se organizaron en un sentido, mientras que en el otro, en el sentido contrario. En adición, se presenta una comparación entre los dos modelos basada en un factor: que el vehículo se eleve.

El resto de este trabajo se organiza como sigue. En la sección II, se describe el primer modelo dinámico para el vuelo de un cuadrotor. Se introduce el segundo modelo dinámico para el vuelo del cuadrotor en la sección III. La sección IV muestra los resultados de simulación. Las conclusiones son presentadas en la sección V.

## II. PRIMER MODELO DINÁMICO QUE DESCRIBE EL VUELO DE UN QUADROTOR.

La Fig. 1 muestra el modelo básico de un cuadrotor. Un motor de enfrente y otro de atrás giran en el sentido contrario a las manecillas del reloj, mientras que el otro par de motores giran en el sentido de las manecillas del reloj. Se obtiene el movimiento de elevación aumentando (reduciendo) la velocidad del motor trasero y reduciendo (aumentando) la velocidad del motor de enfrente. Se obtiene el movimiento de balanceo similarmente usando los motores laterales. Se obtiene el movimiento viraje aumentando (reduciendo) la velocidad del motor delantero y trasero y reduciendo (aumentando) la velocidad de los motores laterales [10].

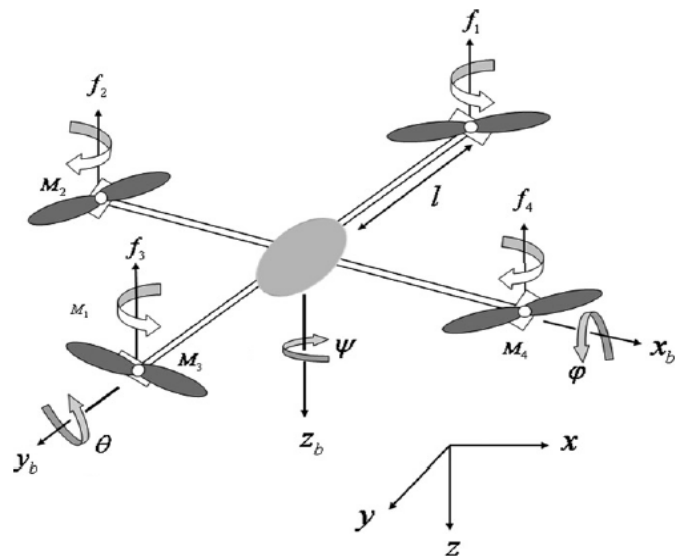


Figura 1. Modelo del cuadrotor.

En esta sección se describe el modelo en el espacio de estados del cuadrotor. La dinámica de los cuatro rotores es mucho más rápida que la dinámica del sistema principal lo cual justifica solo el uso de la dinámica de los rotores. Las coordenadas generalizadas del vehículo son  $q = (x, y, z, \varphi, \theta, \psi)$ , donde  $(x, y, z)$  representan la posición relativa del centro de masa del cuadrotor con respecto a una referencia inercial, y  $(\varphi, \theta, \psi)$  son los tres ángulos de Euler representando la orientación del vehículo, conocidos como balanceo-elevación-viraje.

Se asumen las coordenadas traslacional y rotacional como  $\xi = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  y  $\eta = (\varphi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^3$ , respectivamente.

J. de J. Rubio, Instituto Politécnico Nacional, México D.F., México, jrubioa@ipn.mx

J. H. P. Cruz, Instituto Politécnico Nacional, México D.F., México, phhhantom2001@yahoo.com.mx

Z. Zamudio, Instituto Politécnico Nacional, México D.F., México, zizzable@gmail.com

A. J. Salinas, Instituto Politécnico Nacional, México D.F., México, ing.annelsalinas@gmail.com

### II.1. Dinámica del movimiento traslacional

La dinámica traslacional se obtendrá usando el método de Euler-Lagrange. La energía cinética del vehículo es:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} \quad (1)$$

donde  $m$  es la masa del cuadrotor, la energía potencial es:

$$U = mgz \quad (2)$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad. Se define el Lagrangiano  $L$  a continuación:

$$L = T - U = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} - mgz \quad (3)$$

entonces, se obtiene la dinámica del cuadrotor como una función de fuerzas generalizadas externas:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}} - \frac{\partial L}{\partial \xi} = F_\xi \quad (4)$$

donde  $F_\xi$  se reescribe como sigue:

$$F_\xi = R F_R \quad (5)$$

donde  $F_R$  se define como:

$$F_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{bmatrix} \quad (6)$$

el empuje principal  $u$  es:

$$u = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \quad (7)$$

y las  $f_i$  se describen como  $f_i = k_i \omega_i^2$ ,  $k_i$  son constantes definidas positivas, y  $\omega_i$  son las velocidades angulares de los motores  $i$ .  $R$  es una matriz de rotación conformada a partir de las siguientes matrices de rotación [10]:

$$\begin{aligned} R_{x,\varphi} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi & S\varphi \\ 0 & -S\varphi & C\varphi \end{bmatrix} \\ R_{y,\theta} &= \begin{bmatrix} C\theta & 0 & -S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \\ R_{z,\psi} &= \begin{bmatrix} C\psi & S\psi & 0 \\ -S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

donde  $C\varphi = \cos \varphi$ ,  $S\varphi = \sin \varphi$ ,  $C\theta = \cos \theta$ ,  $S\theta = \sin \theta$ ,  $C\psi = \cos \psi$ , and  $S\psi = \sin \psi$ . Entonces se define  $R$  que representa la orientación del vehículo como sigue:

$$R = R_{x,\varphi} R_{y,\theta} R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} C\theta C\psi & S\psi C\theta & -S\theta \\ S\theta C\psi S\varphi - S\psi C\varphi & S\theta S\psi S\varphi + C\psi C\varphi & C\theta S\varphi \\ S\theta C\psi C\varphi + S\psi S\varphi & S\theta C\varphi S\psi - C\psi S\varphi & C\theta C\varphi \end{bmatrix} \quad (9)$$

sustituyendo (6) y (9) en (5) da:

$$F_\xi = u \begin{bmatrix} -S\theta \\ C\theta S\varphi \\ C\theta C\varphi \end{bmatrix} \quad (10)$$

sustituyendo (3) en (4) se obtiene el siguiente resultado:

$$m \ddot{\xi} + mg = F_\xi \quad (11)$$

sustituyendo  $\xi = (x, y, z)$  y (10) en (11) se logra reducir al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{1}{m} S\theta u \\ \ddot{y} &= \frac{1}{m} C\theta S\varphi u \end{aligned} \quad (12)$$

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m} C\theta C\varphi u$$

La ecuación (12), describe las dinámica traslacional del cuadrotor.

### II.2. Dinámica del movimiento rotacional

La dinámica rotacional se obtendrá usando el método de Newton-Euler. Las ecuaciones dinámicas angulares para los cuatro rotores son [3], [6], [7], [14], [15], [18], [19], [23], [33], [34], [36], [37]:

$$J \ddot{\eta} = -\dot{\eta} \times J \dot{\eta} + F_{ext} \quad (13)$$

donde el símbolo  $\times$  representa el producto vectorial,  $J$  es una matriz de inercia dada como sigue:

$$J = \text{diag}(I_x, I_y, I_z) \quad (14)$$

donde  $I_x, I_y, I_z$  son la inercia del cuerpo.  $F_{ext}$  es la sumatoria de fuerzas externas dada como sigue:

$$F_{ext} = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} \quad (15)$$

donde  $\tau_x = -J_p \Omega$ ,  $\tau_y = J_p \Omega$ ,  $\tau_x = l\tau_\varphi$ ,  $\tau_y = l\tau_\theta$ ,  $\tau_z = l\tau_\psi$ ,  $J_p$  es la inercia del rotor-propulsor,  $\Omega = \omega_2 + \omega_4 - \omega_1 - \omega_3$ ,  $l$  es la longitud del centro de masa

a cada motor,  $\omega_i$  son las velocidades angulares de los motores  $i$ .  $\tau_\phi$ ,  $\tau_\theta$ , y  $\tau_\psi$  son los torques que permiten realizar los movimientos balanceo-elevación-viraje descritos a continuación:

$$\begin{aligned}\tau_\phi &= (f_3 - f_1)l \\ \tau_\theta &= (f_2 - f_4)l \\ \tau_\psi &= c(f_1 - f_2 + f_3 - f_4)\end{aligned}\quad (16)$$

donde las  $f_i$  se describen como  $f_i = k_i \omega_i^2$ ,  $k_i$  son constantes positivas,  $c$  es un parámetro constante.

Sustituyendo (14), (15), (16) en (13) se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\theta}\dot{\psi}(I_z - I_y) \\ \dot{\phi}\dot{\psi}(I_x - I_z) \\ \dot{\phi}\dot{\theta}(I_y - I_x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix}\quad (17)$$

Considerando (15), las ecuaciones (17) se puede reescribir como sigue:

$$\begin{aligned}\ddot{\phi} &= \dot{\theta}\dot{\psi} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_p}{I_x} \Omega + \frac{l}{I_x} \tau_\phi \\ \ddot{\theta} &= \dot{\phi}\dot{\psi} \frac{(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{J_p}{I_y} \Omega + \frac{l}{I_y} \tau_\theta \\ \ddot{\psi} &= \dot{\phi}\dot{\theta} \frac{(I_y - I_x)}{I_z} + \frac{l}{I_z} \tau_\psi\end{aligned}\quad (18)$$

La ecuación (18), describe la dinámica rotacional del cuadrotor.

### II.3. Modelo dinámico en variables de estado

Definidas las siguientes variables de estado  $x_1 = x$ ,

$x_2 = \dot{x}$ ,  $x_3 = y$ ,  $x_4 = \dot{y}$ ,  $x_5 = z$ ,  $x_6 = \dot{z}$ ,  $x_7 = \phi$ ,  $x_8 = \dot{\phi}$ ,  $x_9 = \theta$ ,  $x_{10} = \dot{\theta}$ ,  $x_{11} = \psi$ ,  $x_{12} = \dot{\psi}$ , la entradas  $u_1 = u$ ,  $u_2 = \tau_\phi$ ,  $u_3 = \tau_\theta$ ,  $u_4 = \tau_\psi$ ,  $u_5 = \Omega$ . Entonces el modelo de ecuaciones (12), (18) se puede expresar como sigue:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{m} Sx_9 u_1 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{m} Sx_7 Cx_9 u_1 \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= -g + \frac{1}{m} Cx_7 Cx_9 u_1 \\ \dot{x}_7 &= x_8 \\ \dot{x}_8 &= x_{10} x_{12} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} - \frac{J_p}{I_x} u_5 + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \dot{x}_9 &= x_{10} \\ \dot{x}_{10} &= x_8 x_{12} \frac{(I_x - I_z)}{I_y} + \frac{J_p}{I_y} u_5 + \frac{l}{I_y} u_3 \\ \dot{x}_{11} &= x_{12} \\ \dot{x}_{12} &= x_8 x_{10} \frac{(I_y - I_x)}{I_z} + \frac{l}{I_z} u_4\end{aligned}\quad (19)$$

## III. SEGUNDO MODELO DINÁMICO QUE DESCRIBE EL VUELO DE UN CUADROTOR.

Este modelo dinámico se obtiene con el mismo método que el modelo anterior, la diferencia está en la obtención de la dinámica del movimiento traslacional.

### III.1. Dinámica del movimiento traslacional

Las ecuaciones de la (1) a la (7), y (11) son las mismas a las empleadas en esta sección.  $R$  es una matriz de rotación conformada a partir de las siguientes matrices de rotación [3], [6], [7], [11], [12], [15], [18], [19], [33], [37]:

$$\begin{aligned}
R_{x,\varphi} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi & -S\varphi \\ 0 & S\varphi & C\varphi \end{bmatrix} \\
R_{y,\theta} &= \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix} \\
R_{z,\psi} &= \begin{bmatrix} C\psi & -S\psi & 0 \\ S\psi & C\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (20)$$

donde  $C\varphi = \cos \varphi$ ,  $S\varphi = \sin \varphi$ ,  $C\theta = \cos \theta$ ,  $S\theta = \sin \theta$ ,  $C\psi = \cos \psi$ , and  $S\psi = \sin \psi$ . Entonces se define  $R$ , que representa la orientación del vehículo, como sigue:

$$\begin{aligned}
R &= R_{z,\psi} R_{y,\theta} R_{x,\varphi} \\
&= \begin{bmatrix} C\theta C\psi & S\theta C\psi S\varphi - C\varphi S\psi & S\theta C\psi C\varphi + S\psi S\varphi \\ C\theta S\psi & S\theta S\psi S\varphi + C\varphi C\psi & S\theta S\psi C\varphi - C\psi S\varphi \\ -S\theta & C\theta S\varphi & C\theta C\varphi \end{bmatrix} \quad (21)
\end{aligned}$$

sustituyendo (6) y (21) en (5) se obtiene:

$$F_{\xi} = u \begin{bmatrix} S\theta C\psi C\varphi + S\psi S\varphi \\ S\theta C\varphi S\psi - C\psi S\varphi \\ C\theta C\varphi \end{bmatrix} \quad (22)$$

sustituyendo  $\xi = (x, y, z)$  y (10) en (11) da el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= \frac{1}{m} (S\theta C\psi C\varphi + S\psi S\varphi) u \\
\ddot{y} &= \frac{1}{m} (S\theta C\varphi S\psi - C\psi S\varphi) u \\
\ddot{z} &= -g + \frac{1}{m} C\theta C\varphi u
\end{aligned} \quad (23)$$

La ecuación (23), describe la dinámica traslacional del cuadrotor.

### III.3. Modelo dinámico en variables de estado

Definidas las siguientes variables de estado  $x_1 = x$ ,

$x_2 = \dot{x}$ ,  $x_3 = y$ ,  $x_4 = \dot{y}$ ,  $x_5 = z$ ,  $x_6 = \dot{z}$ ,  $x_7 = \varphi$ ,  $x_8 = \dot{\varphi}$ ,  $x_9 = \theta$ ,  $x_{10} = \dot{\theta}$ ,  $x_{11} = \psi$ ,  $x_{12} = \dot{\psi}$ , la entradas  $u_1 = u$ ,  $u_2 = \tau_{\varphi}$ ,  $u_3 = \tau_{\theta}$ ,  $u_4 = \tau_{\psi}$ ,  $u_5 = \Omega$ . Entonces el modelo de ecuaciones (18), (23) se puede expresar como a continuación se describe:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= \frac{1}{m} (C x_7 S x_9 C x_{11} + S x_7 S x_{11}) u_1 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{m} (C x_7 S x_9 S x_{11} - S x_7 C x_{11}) u_1 \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= -g + \frac{1}{m} C x_7 C x_9 u_1 \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= x_{10} x_{12} \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \frac{J_p u_5}{I_x} + \frac{l}{I_x} u_2 \\
\dot{x}_9 &= x_{10} \\
\dot{x}_{10} &= x_8 x_{12} \frac{(I_x - I_z)}{I_y} \frac{J_p u_5}{I_y} + \frac{l}{I_y} u_3 \\
\dot{x}_{11} &= x_{12} \\
\dot{x}_{12} &= x_8 x_{10} \frac{(I_y - I_x)}{I_z} \frac{l}{I_z} u_4
\end{aligned} \quad (24)$$

### IV. SIMULACIÓN.

En este artículo se presenta un ejemplo para poder determinar dos factores importantes: 1) se va a observar si existen similitudes o diferencias entre los dos modelos dinámicos mencionados los cuales describen el comportamiento dinámico del proceso de vuelo de un cuadrotor, 2) se va a observar si los modelos dinámicos cumplen con el objetivo de que exista elevación en el vehículo aéreo, lo cual es indicado cuando  $x_5 = z$  es positivo. Los valores de los parámetros de los dos modelos dinámicos se muestran en la Tabla 1 [10].

TABLA I. PARAMETROS DEL CUADROTOR.

Parametro	Valor
$l$	0.3m
$m$	0.8kg
$g$	9.8m/s <sup>2</sup>
$I_x$	15.67x10 <sup>-3</sup>
$I_y$	15.67x10 <sup>-3</sup>
$I_z$	28.346x10 <sup>-3</sup>
$J_p$	6.01x10 <sup>-5</sup>
$k_i$	192.3208x10 <sup>-7</sup>
$c$	4.003x10 <sup>-7</sup> Nms <sup>2</sup>
$w_i$	1x10 <sup>3</sup> radm/s

**Ejemplo:** Simulación de los modelos dinámicos que describen el vuelo de un cuadrotor.

En estas simulaciones, el primer modelo dinámico propuesto por [10] de la ecuación (19) se denota por Modelo1, y el segundo modelo dinámico propuesto por [3], [6], [7], [11], [12], [15], [18], [19], [33], [37] de la ecuación (24) se denota por Modelo 2. Dichos modelos se van a comparar usando el hecho de que  $x_5 = z \geq 0$  se usa para el vuelo. 0.1 es considerado como la condición inicial para todos los estados de los dos modelos dinámicos.

Las Figs. 2, 3, 4 muestran las entradas, los estados traslacionales, y los estados rotacionales de los dos modelos dinámicos, respectivamente.

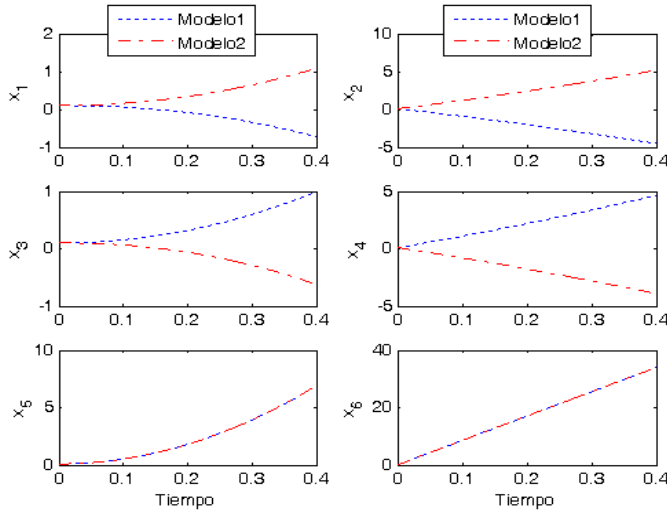


Figura 2. Entradas.

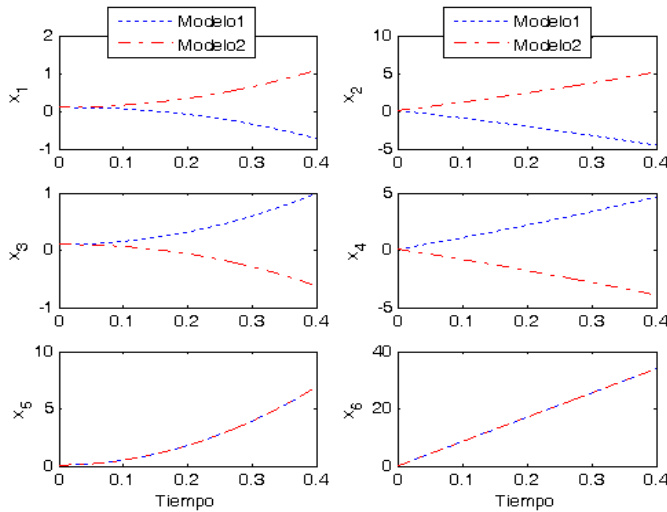


Figura 3. Estados traslacionales.

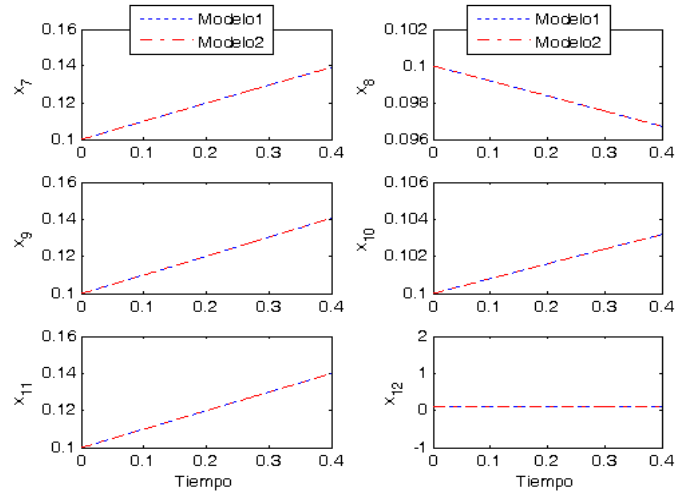


Figura 4. Estados rotacionales.

De las Figs. 2 y 4, se puede ver que los resultados emitidos por ambos modelos dinámicos son idénticos dado que para ambos casos se consideraron las mismas entradas, y los mismos estados rotacionales.

De la Fig. 3, se puede ver que  $x_5 = z$  es positivo para ambos modelos dinámicos lo cual muestra que ambos presentan resultados satisfactorios. Además se muestra que para los estados  $x_1$  a  $x_4$  se presentan resultados opuestos.

## V. CONCLUSIONES.

En este artículo, se presentaron dos modelos dinámicos que describen el comportamiento de un cuadrotor, se explicó la diferencia entre los dos modelos dinámicos, y se presentó la comparación de ambos en el caso de simulación, mostrando que para el movimiento angular y para la elevación, ambos modelos dan el mismo resultado. Sin embargo, para los movimientos traslacionales se observaron comportamientos opuestos. En el futuro, se va a proponer un observador, un identificador, o un controlador para mejorar el comportamiento del cuadrotor.

## VI. AGRADECIMIENTOS.

Los autores agradecen al editor y a los revisores por sus valiosos comentarios y sugerencias que permitieron mejorar esta investigación significativamente. Los autores agradecen a la Secretaría de Investigación y Posgrado, a la Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas del IPN, y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su ayuda en esta investigación. El segundo y el tercer autor agradecen a CONACYT por la beca otorgada para la realización de la estancia posdoctoral en la SEPI, ESIME Azcapotzalco, IPN.

## REFERENCIAS

- [1] S. Alcantara, A. Ibeas, J. A. Herrera, R. Vilanova, C. Pedret, Multi-Model Smith Predictor Based Control of Multivariable Systems with

- Uncertain Bounded External Delays, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 7, no. 1, pp. 42-53, 2009.
- [2] L. O. de Araújo, J. F. Galdino, P. C. Pellanda, Switching LTI Models via Haar Transform for Non-Stationary Dynamic Systems Modeling, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 2, pp. 1496-1503, 2012.
  - [3] A. Benallegue, A. Mokhtari, L. Fridman, High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV, *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 18, pp. 427-440, 2008.
  - [4] E. M. Bizerra JR, D. S. Silveira, M. L. P. M. Cruz, F. J. A. Wanderley, A Method for Generation of Tests Instances of Models from Business Rules Expressed in OCL P, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 5, pp. 2105-2111, 2012.
  - [5] J. Bocanegra, J. Peña, A. Ruiz, Interorganizational Business Modeling: an Approach for Traceability of Goals, Organizational Models and Business Processes, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 9, no. 1, pp. 113-120, 2011.
  - [6] S. Bouabdallah, P. Murrieri, R. Siegwart, Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor, *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, pp. 4393-4398, 2004.
  - [7] S. Bouabdallah, Design and control of quadrotors with application to autonomous flying, Ph.D. thesis of Lausanne Polytechnic University, 2007.
  - [8] A. L. da Silva, P. S. da Silva, J. C. Breda, L. Nepomuceno, Combined Pool/Bilateral Short-Term Hydrothermal Scheduling Model for Day-Ahead Energy Markets, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 5, pp. 2094-2104, 2012.
  - [9] M. Danziger, M. A. A. Henriques, Computational Intelligence Applied on Cryptology: a Brief Review, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 3, pp. 1798-1810, 2012.
  - [10] A. Das, K. Subbarao, F. Lewis, Dynamic inversion with zero-dynamics stabilisation for quadrotor control, *IET Control Theory Appl.*, vol. 3, no. 3, pp. 303-314, 2009.
  - [11] T. Dierks, S. Jagannathan, Output Feedback Control of a Quadrotor UAV Using Neural Networks, *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 21, no. 1, pp. 50-66, 2010.
  - [12] M. O. Efe, Neural Network Assisted Computationally Simple PI-D Control of a Quadrotor UAV, *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 7, no. 2, pp. 354-361, 2011.
  - [13] E. T. Gonzalez, J. G. C. Guizar, The Effect of Induction Motor Modeling in the Context of Voltage Sensitive: Combined Loads and Reactive Power Generation, on *Electric Networks Steady State Analysis*, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 4, pp. 1924-1930, 2012.
  - [14] N. Guenard, T. Hamel, R. Mahony, A Practical Visual Servo Control for an Unmanned Aerial Vehicle, *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 24, no. 2, pp. 331-340, 2008.
  - [15] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, J. Ostrowski, Dynamic and configuration stabilization for an x4-flyer, *IFAC*, 2002.
  - [16] G. Llano, J. Reig, L. Rubio, Modeling and Analysis in Frequency of the UWB Channel with Lognormal Statistics for MB-OFDM, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 7, no. 1, pp. 33-41, 2009.
  - [17] M. Maglianesi, G. Stegmayer, Methodology for the Construction of a Biometric Facial Recognition System Based on a Neural Classifier, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 5, pp. 2175-2184, 2012.
  - [18] V. Mistler, A. Benallegue, N. K. MSirdi, Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback, *IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication*, pp. 581-591, 2001.
  - [19] R. Olfati-Saber, Nonlinear Control of Underactuated Mechanical Systems with Application to Robotics and Aerospace Vehicles, Ph.D. thesis of Massachusetts Institute of Technology, 2001.
  - [20] R. Perez, E. Matos, S. Fernandez, Identification of the Nonlinear Model Proposed by the MIT for Power Transformers by Applying Genetic Algorithms, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 7, no. 6, pp. 636-642, 2009.
  - [21] J. H. Pérez-Cruz, J. J. Rubio, J. Pacheco, E. Soriano, State estimation in MIMO nonlinear systems subject to unknown deadzones using recurrent neural networks, *Neural Computing and Applications*, 2014.
  - [22] G. Pezzotti, J. Valencia, N. Londoño, Discrete Deadbeat Control of a Plant Pressure Through Identification by Neural Networks, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 4, pp. 1967-1972, 2012.
  - [23] P. Pounds, R. Mahony, P. Corke, Modelling and control of a large quadrotor robot, *Control Engineering Practice*, vol. 18, pp. 691-699, 2010.
  - [24] A. Ramos, P. Bertemes, Electrode Probe Modeling for Skin Cancer Detection by using Impedance Method, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 2, pp. 1466-1475, 2012.
  - [25] E. J. A. Rodríguez, R. A. P. Rosas, Design of a Gain Scheduling Control Based on Linear Matrix Inequalities for a Dynamic System, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 2, pp. 1459-1465, 2012.
  - [26] J. J. Rubio, C. Torres, R. Rivera, C. A. Hernández, Comparison of four mathematical models for braking of a motorcycle, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 9, no. 5, pp. 630-637, 2011.
  - [27] J. J. Rubio, D. M. Vázquez, D. Mújica-Vargas, Acquisition system and approximation of brain signals, *IET Science, Measurement & Technology*, vol. 7, no. 4, pp. 232-239, 2013.
  - [28] J. J. Rubio, Evolving intelligent algorithms for the modelling of brain and eye signals, *Applied Soft Computing*, vol. 14, no. part B, pp. 259-268, 2014.
  - [29] M. Rubiolo, G. Stegmayer, and O. Chiotti, Neural Networks and Wireless Communications Modeling, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 8, no. 5, pp. 486-492, 2010.
  - [30] R. Silva, G. Silva, V. M. Hernández, V. R. Barrientos, J. M. Albarrán y V. M. Silva, Trajectory Tracking in a Mobile Robot without Using Velocity Measurements for Control of Wheels, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 6, no. 7, pp. 598-607, 2008.
  - [31] R. C. Silva, S. Kurokawa, Alternative Model of Three-Phase Transmission Line Theory-Based Modal Decomposition, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 5, pp. 2074-2079, 2012.
  - [32] A. Talia, G. Villalba, E. Davalos, D. Pinto Roa, Optimal Selection of p-cycles on WDM Optical Networks with Shared Risk Link Group Independent Restorability using Genetic Algorithm, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 1, pp. 1385-1390, 2012.
  - [33] A. Tayebi, S. McGilvray, Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot, *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1216-1221, 2004.
  - [34] A. Tayebi, S. McGilvray, Attitude Stabilization of a VTOL Quadrotor Aircraft, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, no. 3, pp. 562-571, 2006.
  - [35] C. Torres, J. J. Rubio, C. Aguilar, J. H. Pérez-Cruz, Stable optimal control applied to a cylindrical robotic arm, *Neural Computing and Applications*, 2012.
  - [36] R. Zhang, Q. Quan, K.-Y. Cai, Attitude control of a quadrotor aircraft subject to a class of time-varying disturbances, *IET Control Theory Appl.*, vol. 5, no. 9, pp. 1140-1146, 2011.
  - [37] Z. Zuo, Trajectory tracking control design with command-filtered compensation for a quadrotor, *IET Control Theory Appl.*, vol. 4, no. 11, pp. 2343-2355, 2010.



**José de Jesús Rubio (M'08)** was born in México City. He received the B.S. degree from the ESIME Azcatenco, Instituto Politécnico Nacional in México in 2001. He received the M.S. degree in automatic control from the CINVESTAV IPN in México in 2004, and the Ph.D. degree in automatic control from the CINVESTAV IPN in México in 2007. He was a full time Professor at Universidad Autónoma Metropolitana, México City from 2006 to 2008. Since 2008, he is a Professor-Researcher at Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional. He has published 61 papers in International Journals, 1 International Book, 8 chapters in International Books, and he has presented 27 papers in International Conferences with 384 citations. He is a member of the IEEE AFS Adaptive Fuzzy Systems. He is part of the editorial board of the *Evolving Systems* journal. He has been the tutor of 2 P.Ph.D. students, 3 Ph.D. student, 26 M.S. students, 4 S. students, and 16 B.S. students. His research interests are primarily focused on dynamic modeling, quadrotors, evolving intelligent systems, stable intelligent systems, intelligent control, nonlinear control, adaptive control, sliding mode control, optimal control, neural-fuzzy systems, Kalman filter, least square, bounded ellipsoid, delayed systems, collisions detector, trajectory generator, pattern recognition, identification, prediction, image processing, fuel cells, robotic, mechatronic, medic, automotive, alternative energy, signal processing, greenhouse, petroleum, incubators, warehouse, chemical reactor, and mixing.



**J. H. Pérez-Cruz** was born in México. He received the diploma in electronic engineering from Oaxaca Institute of

Technology, México in 1999, the M.S degree from Toluca Institute of Technology, México in 2004, and the Ph.D. degree in automatic control from CINVESTAV. Currently, he is a Professor-Researcher at Oaxaca Institute of Technology. He has published 15 papers in International Journals. His fields of interest are dynamic modeling, system identification, intelligent control, neural networks, and stability.



**Z. Zamudio** was born in México. She received the diploma in electronic engineering from Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec, México in 2006, the M.S degree in automatic control from CINVESTAV, México in 2008, and the Ph.D. degree in automatic control from CINVESTAV, México in 2013. She was a professor at Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec until 2013. She was a professor at La Salle university until 2013. Currently, she is a P.Ph.D. student in the Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional. She has published 2 papers in International Journals. Her fields of interest are dynamic modeling, quadrotors, image processing, and stability.



**A. J. Salinas** was born in México. She received the diploma in Automation and Control engineering from ESIME Zacatenco, IPN, México in 2008. Currently, she is a M.S. student in the Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, ESIME Azcapotzalco, Instituto Politécnico Nacional. She has published 1 papers in International Journals. Her fields of interest are dynamic modeling, quadrotors, control, and stability.