Bộ lọc định hướng của Madgwick

**Lê Tấn Đạt**  
Cao đẳng kỹ thuật Cao Thắng, Hồ Chí Minh,Việt Nam

*Giới thiệu* — Báo cáo này sẽ trình bày về thuật toán Madgwick, cách hoạt động, ưu nhược điểm và ứng dụng trong máy bay không người lái

Từ khóa : Madgwick, Quadcopter, IMU

# Giới thiệu

Trong nhiều ứng dụng thực tế, việc ước tính định hướng của các vật thể chuyển động là một bài toán quan trọng và thách thức. Các cảm biến IMU (Inertial Measurement Unit) và MARG (Magnetic, Angular Rate and Gravity) là những thiết bị phổ biến để đo các thông số về gia tốc, vận tốc góc và từ trường của các vật thể chuyển động. Tuy nhiên, các cảm biến này cũng có những hạn chế như nhiễu, sai số tích lũy và giới hạn độ phân giải. Do đó, cần có những thuật toán để xử lý tín hiệu từ các cảm biến này và ước tính định hướng của chúng một cách chính xác và hiệu quả.

Một trong những thuật toán nổi bật trong lĩnh vực này là thuật toán Madgwick, được đề xuất bởi Robert Madgwick vào năm 2010. Ý tưởng chính của thuật toán này là sử dụng phương pháp lọc bốn số (quaternion filter) để biểu diễn định hướng của cảm biến IMU hoặc MARG so với hệ tọa độ của trái đất. Phương pháp này không bị ảnh hưởng bởi các điểm suy biến (singularities) khi sử dụng góc Euler để biểu diễn định hướng. Thuật toán Madgwick sử dụng thuật toán suy giảm độ dốc (gradient descent algorithm) để tối thiểu hóa một hàm mục tiêu (objective function) dựa trên dữ liệu từ gia tốc kế, từ kế và con quay hồi. Thuật toán Madgwick có ưu điểm là nhanh, chính xác và tiết kiệm năng lượng so với các thuật toán khác.

# Nền tảng Lý thuyết

## Quaternions

Quaternions là các toán tử toán học được sử dụng để xoay và kéo dãn các vector. Quaternions được mô tả lần đầu tiên bởi nhà toán học người Ireland William Rowan Hamilton vào năm 1843 và được áp dụng vào cơ học trong không gian ba chiều. Quaternions có thể được biểu diễn dưới dạng tổ hợp tuyến tính của bốn số thực a, b, c, d và bốn vector đơn vị 1, i, j, k như sau:

( 1)

Trong đó a là phần thực và bi + cj + dk là phần ảo của quaternion. Các phép nhân của quaternions là không giao hoán. Quaternions có thể được sử dụng để biểu diễn hướng của các đối tượng trong không gian ba chiều bằng cách sử dụng các quaternion đơn vị (có chuẩn bằng 1) hoặc các quaternion xoay (có phần thực bằng 0).

Quaternions có thể được sử dụng để biểu diễn hướng của một vật thể cố định hoặc khung tọa độ trong không gian 3 chiều. Một hướng bất kì của khung B so với khung A có thể đạt được thông qua góc quay θ quanh trục xác định trong khung A có quaternions là .

( 2)

Liên hợp của quaternions được kí hiệu là \*, có thể được sử dụng để hoán đổi khung tọa độ. Ví dụ biểu diễn hướng của khung A so với khung B sẽ tương tự với

( 3)

A picture containing drawing, line, sketch, diagram

Description automatically generated

Hình 1 : Hướng của khung B đạt được sau phép quay quay θ quanh trục

Phép nhân quaternions được kí hiệu là , có thể được sử dụng để diễn tả một phép toán để kết hợp hai quaternions thành một quaternion mới, có thể được hiểu là một phép xoay liên tiếp của hai quaternions ban đầu.

( 4)

Một vector 3 chiều có thể quay bởi quaternions bằng cách chèn thêm 0 vào phần tử đầu tiên để biến thành vector 4 phần tử.

*( 5)*

Phép chuyển đổi quaternions sang các góc Euler: là một phép toán để biểu diễn hướng của một đối tượng bằng ba góc xoay quanh ba trục tọa độ, thường được gọi là góc nghiêng (pitch), góc hướng (yaw) và góc cuộn (roll). Công thức phép chuyển đổi quaternions sang các góc Euler là:

( 6)

( 7)

( 8)

## Ước tính góc quay

Trong một hệ động học, vận tốc góc tức thời của một vật thể rắn được mô tả trong khung cố định trùng khớp với khung cơ thể của nó. Do đó vận tốc này được tính theo khung cơ thể.

Trong trường hợp tốc độ góc được đo bằng con quay hồi chuyển, cung cấp các phep đo cục bộ tính bằng rad/s, tại các thời điểm rời rạc = n trong khung cảm biến cục bộ. Thông số được gọi là bước thời gian hoặc kích thước bước của tích phân.

Một hướng được mô tả bởi tại thời điểm .Thay đổi trong thời gian một lượng quay thực hiện trong khung cục bộ.

Phép quay này thay đổi quanh trục tức thời thông qua góc . Cũng có thể mô tả bằng một quaternions

( 9)

Có nghĩa là . Để tính được đạo hàm, xem xét như trạng thái ban đầu tại thời điểm t. Sự khác biệt giữa 2 trạng thái được tính như sau:

( 10)

Ta có đạo hàm của quaternions

( 11)

Hướng tại thời điểm có thể được tính bằng cách tích phân các đạo hàm :

( 12)

## Phương pháp suy giảm độ dốc

Thuật toán Madgwick sử dụng phương pháp lọc bậc 4 (quaternion filter) để ước lượng hướng của cảm biến IMU. Phương pháp này dựa trên việc tối thiểu hóa một hàm mục tiêu (objective function) bằng cách sử dụng thuật toán giảm gradient (gradient descent algorithm). Hàm mục tiêu là hàm đo sự khác biệt giữa một hướng tham chiếu (ví dụ như trọng lực hay từ trường của trái đất) và hướng tương ứng của cảm biến (ví dụ như gia tốc kế hay từ kế).

( 13)

( 14)

Thuật toán gradient descent là một thuật toán tìm kiếm cục bộ để tìm điểm cực tiểu của một hàm số. Thuật toán này bắt đầu từ một điểm khởi tạo q0 và lặp lại quá trình di chuyển theo hướng âm của gradient của hàm số với một bước nhảy μ khi đó hướng ước định tại lần lặp được tính như sau:

( 15)

Trong đó là gradient của hàm mục tiêu tại điểm ,là chuẩn L2 của gradient. Chuẩn L2 của gradient được dùng để chuẩn hóa gradient trong công thức của thuật toán gradient descent. Mục đích của việc này là để đảm bảo rằng bước nhảy μ không phụ thuộc vào độ lớn của gradient, mà chỉ phụ thuộc vào hướng của gradient. Điều này giúp cho thuật toán gradient descent hội tụ nhanh hơn và ổn định hơn. Gradient của giải pháp này được xác định bởi hàm mục tiêu và Jacobian của nó.

( 16)

# Prepare Your Paper Before Styling

Before you begin to format your paper, first write and save the content as a separate text file. Complete all content and organizational editing before formatting. Please note sections A-D below for more information on proofreading, spelling and grammar.

Keep your text and graphic files separate until after the text has been formatted and styled. Do not use hard tabs, and limit use of hard returns to only one return at the end of a paragraph. Do not add any kind of pagination anywhere in the paper. Do not number text heads-the template will do that for you.

## Abbreviations and Acronyms

Define abbreviations and acronyms the first time they are used in the text, even after they have been defined in the abstract. Abbreviations such as IEEE, SI, MKS, CGS, sc, dc, and rms do not have to be defined. Do not use abbreviations in the title or heads unless they are unavoidable.

## Units

* Use either SI (MKS) or CGS as primary units. (SI units are encouraged.) English units may be used as secondary units (in parentheses). An exception would be the use of English units as identifiers in trade, such as “3.5-inch disk drive”.
* Avoid combining SI and CGS units, such as current in amperes and magnetic field in oersteds. This often leads to confusion because equations do not balance dimensionally. If you must use mixed units, clearly state the units for each quantity that you use in an equation.
* Do not mix complete spellings and abbreviations of units: “Wb/m2” or “webers per square meter”, not “webers/m2”. Spell out units when they appear in text: “. . . a few henries”, not “. . . a few H”.
* Use a zero before decimal points: “0.25”, not “.25”. Use “cm3”, not “cc”. (*bullet list*)

## Equations

The equations are an exception to the prescribed specifications of this template. You will need to determine whether or not your equation should be typed using either the Times New Roman or the Symbol font (please no other font). To create multileveled equations, it may be necessary to treat the equation as a graphic and insert it into the text after your paper is styled.

Number equations consecutively. Equation numbers, within parentheses, are to position flush right, as in (1), using a right tab stop. To make your equations more compact, you may use the solidus ( / ), the exp function, or appropriate exponents. Italicize Roman symbols for quantities and variables, but not Greek symbols. Use a long dash rather than a hyphen for a minus sign. Punctuate equations with commas or periods when they are part of a sentence, as in:

*a**b* 

Note that the equation is centered using a center tab stop. Be sure that the symbols in your equation have been defined before or immediately following the equation. Use “(1)”, not “Eq. (1)” or “equation (1)”, except at the beginning of a sentence: “Equation (1) is . . .”

## Some Common Mistakes

* The word “data” is plural, not singular.
* The subscript for the permeability of vacuum **0, and other common scientific constants, is zero with subscript formatting, not a lowercase letter “o”.
* In American English, commas, semicolons, periods, question and exclamation marks are located within quotation marks only when a complete thought or name is cited, such as a title or full quotation. When quotation marks are used, instead of a bold or italic typeface, to highlight a word or phrase, punctuation should appear outside of the quotation marks. A parenthetical phrase or statement at the end of a sentence is punctuated outside of the closing parenthesis (like this). (A parenthetical sentence is punctuated within the parentheses.)
* A graph within a graph is an “inset”, not an “insert”. The word alternatively is preferred to the word “alternately” (unless you really mean something that alternates).
* Do not use the word “essentially” to mean “approximately” or “effectively”.
* In your paper title, if the words “that uses” can accurately replace the word “using”, capitalize the “u”; if not, keep using lower-cased.
* Be aware of the different meanings of the homophones “affect” and “effect”, “complement” and “compliment”, “discreet” and “discrete”, “principal” and “principle”.
* Do not confuse “imply” and “infer”.
* The prefix “non” is not a word; it should be joined to the word it modifies, usually without a hyphen.
* There is no period after the “et” in the Latin abbreviation “et al.”.
* The abbreviation “i.e.” means “that is”, and the abbreviation “e.g.” means “for example”.

An excellent style manual for science writers is [7].

# Using the Template

After the text edit has been completed, the paper is ready for the template. Duplicate the template file by using the Save As command, and use the naming convention prescribed by your conference for the name of your paper. In this newly created file, highlight all of the contents and import your prepared text file. You are now ready to style your paper; use the scroll down window on the left of the MS Word Formatting toolbar.

## Authors and Affiliations

**The template is designed for, but not limited to, six authors.** A minimum of one author is required for all conference articles. Author names should be listed starting from left to right and then moving down to the next line. This is the author sequence that will be used in future citations and by indexing services. Names should not be listed in columns nor group by affiliation. Please keep your affiliations as succinct as possible (for example, do not differentiate among departments of the same organization).

### For papers with more than six authors: Add author names horizontally, moving to a third row if needed for more than 8 authors.

### For papers with less than six authors: To change the default, adjust the template as follows.

#### Selection: Highlight all author and affiliation lines.

#### Change number of columns: Select the Columns icon from the MS Word Standard toolbar and then select the correct number of columns from the selection palette.

#### Deletion: Delete the author and affiliation lines for the extra authors.

## Identify the Headings

Headings, or heads, are organizational devices that guide the reader through your paper. There are two types: component heads and text heads.

Component heads identify the different components of your paper and are not topically subordinate to each other. Examples include Acknowledgments and References and, for these, the correct style to use is “Heading 5”. Use “figure caption” for your Figure captions, and “table head” for your table title. Run-in heads, such as “Abstract”, will require you to apply a style (in this case, italic) in addition to the style provided by the drop down menu to differentiate the head from the text.

Text heads organize the topics on a relational, hierarchical basis. For example, the paper title is the primary text head because all subsequent material relates and elaborates on this one topic. If there are two or more sub-topics, the next level head (uppercase Roman numerals) should be used and, conversely, if there are not at least two sub-topics, then no subheads should be introduced. Styles named “Heading 1”, “Heading 2”, “Heading 3”, and “Heading 4” are prescribed.

## Figures and Tables

#### Positioning Figures and Tables: Place figures and tables at the top and bottom of columns. Avoid placing them in the middle of columns. Large figures and tables may span across both columns. Figure captions should be below the figures; table heads should appear above the tables. Insert figures and tables after they are cited in the text. Use the abbreviation “Fig. 1”, even at the beginning of a sentence.

1. Table Type Styles

| Table Head | Table Column Head | | |
| --- | --- | --- | --- |
| Table column subhead | Subhead | Subhead |
| copy | More table copya |  |  |

1. Sample of a Table footnote. (*Table footnote*)
2. Example of a figure caption. (*figure caption*)

Figure Labels: Use 8 point Times New Roman for Figure labels. Use words rather than symbols or abbreviations when writing Figure axis labels to avoid confusing the reader. As an example, write the quantity “Magnetization”, or “Magnetization, M”, not just “M”. If including units in the label, present them within parentheses. Do not label axes only with units. In the example, write “Magnetization (A/m)” or “Magnetization {A[m(1)]}”, not just “A/m”. Do not label axes with a ratio of quantities and units. For example, write “Temperature (K)”, not “Temperature/K”.

##### Acknowledgment *(Heading 5)*

The preferred spelling of the word “acknowledgment” in America is without an “e” after the “g”. Avoid the stilted expression “one of us (R. B. G.) thanks ...”. Instead, try “R. B. G. thanks...”. Put sponsor acknowledgments in the unnumbered footnote on the first page.

##### References

The template will number citations consecutively within brackets [1]. The sentence punctuation follows the bracket [2]. Refer simply to the reference number, as in [3]—do not use “Ref. [3]” or “reference [3]” except at the beginning of a sentence: “Reference [3] was the first ...”

Number footnotes separately in superscripts. Place the actual footnote at the bottom of the column in which it was cited. Do not put footnotes in the abstract or reference list. Use letters for table footnotes.

Unless there are six authors or more give all authors’ names; do not use “et al.”. Papers that have not been published, even if they have been submitted for publication, should be cited as “unpublished” [4]. Papers that have been accepted for publication should be cited as “in press” [5]. Capitalize only the first word in a paper title, except for proper nouns and element symbols.

For papers published in translation journals, please give the English citation first, followed by the original foreign-language citation [6].

1. G. Eason, B. Noble, and I. N. Sneddon, “On certain integrals of Lipschitz-Hankel type involving products of Bessel functions,” Phil. Trans. Roy. Soc. London, vol. A247, pp. 529–551, April 1955. *(references)*
2. J. Clerk Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, 3rd ed., vol. 2. Oxford: Clarendon, 1892, pp.68–73.
3. I. S. Jacobs and C. P. Bean, “Fine particles, thin films and exchange anisotropy,” in Magnetism, vol. III, G. T. Rado and H. Suhl, Eds. New York: Academic, 1963, pp. 271–350.
4. K. Elissa, “Title of paper if known,” unpublished.
5. R. Nicole, “Title of paper with only first word capitalized,” J. Name Stand. Abbrev., in press.
6. Y. Yorozu, M. Hirano, K. Oka, and Y. Tagawa, “Electron spectroscopy studies on magneto-optical media and plastic substrate interface,” IEEE Transl. J. Magn. Japan, vol. 2, pp. 740–741, August 1987 [Digests 9th Annual Conf. Magnetics Japan, p. 301, 1982].
7. M. Young, The Technical Writer’s Handbook. Mill Valley, CA: University Science, 1989.

**IEEE conference templates contain guidance text for composing and formatting conference papers. Please ensure that all template text is removed from your conference paper prior to submission to the conference. Failure to remove template text from your paper may result in your paper not being published.**