Hrvatska informatička olimpijada

27. travnja 2025.

Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
Automatizacija	1 sekunda	512 MiB	100
Bolivija	1 sekunda	512 MiB	100
Korupcija	1 sekunda	512 MiB	100
Lirili Larila	3 sekunde	512 MiB	100
Ukupno			400

Zadatak Automatizacija

Životni je cilj uspješne poduzetnice Elene Mošus zamijeniti svu ljudsku radnu snagu umjetnom inteligencijom. Kako bi ubrzala taj proces, zaključila je da je potrebno uključiti se u hrvatsko zakonodavstvo. Njezin naum došao je do predsjednika države, koji ju je postavio na čelo novonastalog Ministarstva automatizacije logičkih načela i analitičkog razmišljanja (skraćeno MALNAR). Njihov je prvi zadatak automatizirati sljedeću igru.

Igra se sastoji od dva igrača. Svakom je igraču dan skup od K (različitih) brojeva između 1 i N. Svaki igrač ima pristup jedino brojevima vlastitog skupa, a cilj igre pronaći je veličinu presjeka danih skupova. Igrači ne mogu komunicirati direktno, već samo koristeći zajedničku ploču na koju mogu postavljati žetone. Pravila igre su sljedeća:

- Ploča se sastoji od N praznih polja na kojima se mogu postavljati žetoni.
- Igrači naizmjenično postavljaju žetone na željeno slobodno polje. Jednom kada je žeton postavljen na polje, ono se smatra zauzetim i na njega se više ne mogu postavljati drugi žetoni.
- Prvi igrač postavlja plave žetone, a drugi igrač crvene.
- Oba igrača u svakom trenutku imaju pregled nad cijelim stanjem ploče.
- Kada je igrač na potezu, umjesto postavljanja žetona, on može odlučiti završiti igru tako da proglasi veličinu presjeka danih skupova. Ukoliko nema slobodnih polja, igrač mora završiti igru.

Tijekom igre igrači mogu komunicirati isključivo preko ploče, no naravno, prije početka igre moraju se dogovoriti oko strategije.

MALNAR je odlučio da igrače u ovoj igri treba zamijeniti automatiziranim sustavom umjetne inteligencije koji ima nepogrešivu strategiju te koji može odigrati potez odmah nakon učitavanja stanja ploče. Pomozite MALNAR-u te osmislite strategiju za oba igrača koja osigurava da barem jedan od igrača u nekom trenutku završi igru i proglasi točnu veličinu presjeka danih skupova.

Da bi automatizirani sustav mogao brzo raditi poteze, strategija će se sastojati u tome da se za svako moguće stanje ploče odredi koji potez treba odigrati. To znači da automatizirani sustav neće imati pregled nad nizom poteza koji je doveo igru do trenutnog stanja, već mora moći napraviti potez isključivo na temelju danog trenutnog stanja ploče.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj P ($P = 1$ ili $P = 2$) koji određuje radi li se o prvom ili drugom igraču.

U drugom su retku prirodni brojevi N i K iz teksta zadatka.

U trećem je retku niz od K različitih prirodnih brojeva između 1 i N, koji predstavlja zadani skup brojeva.

U četvrtom je retku prirodan broj T koji određuje broj stanja ploče za koje je potrebno odigrati potez. U testnim podacima, T će uvijek biti jednak ukupnom broju mogućih stanja ploče, što znači da odabrana strategija mora odrediti potez za svako moguće stanje ploče. Pri tome, stanje ploče smatramo *mogućim* ukoliko se ono može pojaviti u tijeku igre. Međutim, samo za potrebe probnog primjera, T može poprimiti i manju vrijednost.

U svakom od sljedećih T redaka je opis jednog od mogućih stanja ploče. Opis stanja ploče sastoji se od niza od N znakova "`P`", "`C`" ili "`.`", pri čemu znak "`P`" predstavlja plavi žeton, "`C`" predstavlja crveni žeton, a "`.`" predstavlja prazno polje.

Izlazni podaci

Za svaki od T zadanih stanja ploče ispišite po jedan redak oblika "`+` m" ili "`!` m", za neki cijeli broj m.

Ispis oblika "`+` m" predstavlja postavljanje žetona na m-tu poziciju na ploču. Da bi se ispis smatrao valjanim, mora vrijediti $1 \leq m \leq N$, te odabrano polje ne smije biti zauzeto.

Ispis oblika "`!` m" predstavlja proglašenje da veličina presjeka danih skupova iznosi m te završetak igre. Da bi se ispis smatrao valjanim, mora vrijediti $0 \leq m \leq N$.

Bodovanje

Vaše će rješenje biti testirano u dva koraka. Prvo će biti pozvano na testnom podatku u kojem je $P = 1$, a nakon toga na testnom podatku u kojem je $P = 2$. Vrijednosti ulaznih podataka N i K bit će jednake prilikom oba pokretanja. Uz pretpostavku da je ispis vašeg programa valjan prilikom oba pokretanja, program izrađen od strane organizatora simulirat će tijek igre, prateći ispisani opis strategije. Ako navedena simulacija igre završi s ispravno određenom veličinom presjeka danih skupova, vaše rješenje smatrat će se točnim. Vrijeme izvršavanja vašeg rješenja je zbroj vremena izvršavanja oba koraka evaluacije.

U svim podzadacima vrijedi $2 \leq N \leq 16$ i $1 \leq K \leq N$.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	11	Dani skupovi sastojat će se od K uzastopnih vrijednosti.
2	7	N je paran i vrijednosti brojeva u danim skupovima su između 1 i $\frac{N}{2}$.
3	16	$N \leq 4$
4	13	$N = 14$ i $K = 2$
5	12	Vrijednosti brojeva u danim skupovima su između 1 i $N - 1$.
6	41	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
1
4 2
2 3
3
....
P.C.
PCCP
```

izlaz

```
+ 1
+ 4
! 1
```

ulaz

```
2
4 2
1 3
2
P...
P.CP
```

izlaz

```
+ 3
+ 2
```

Pojašnjenje probnih primjera:

Navedeno predstavlja samo jedan primjer moguće strategije. Ispod je naveden odgovarajući tijek igre.

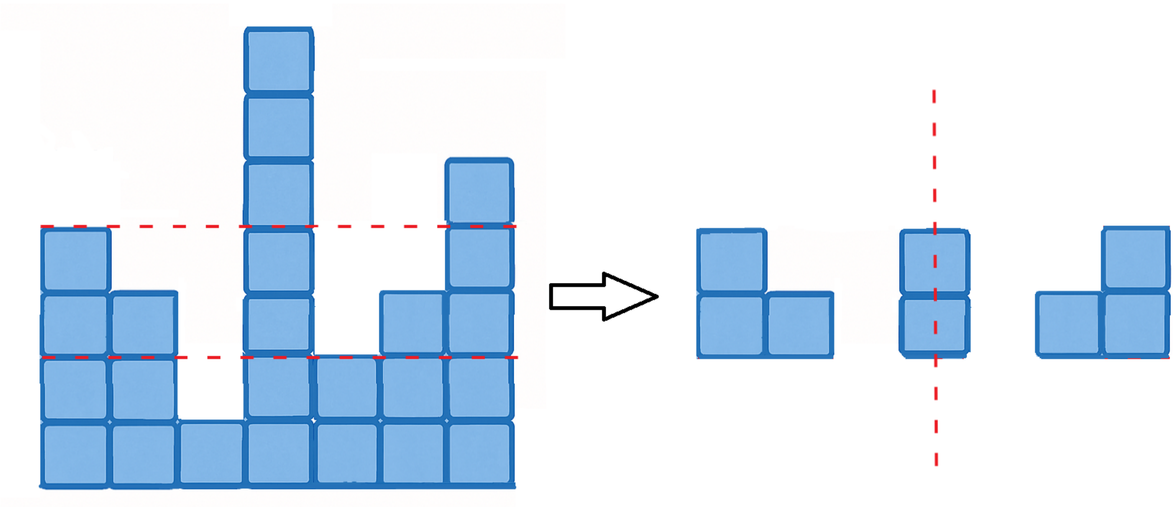
Stanje ploče	Potez	Napomena
`....`	`+ 1`	Prvi igrač postavlja žeton na prvo polje.
`P...`	`+ 3`	Drugi igrač postavlja žeton na treće polje.
`P.C.`	`+ 4`	Prvi igrač postavlja žeton na četvrto polje.
`P.CP`	`+ 2`	Drugi igrač postavlja žeton na drugo polje.
`PCCP`	`! 1`	Prvi igrač zaustavlja igru te proglašava da veličina presjeka iznosi 1. Točno!

Zadatak Bolivija

Bolivija, predivna južnoamerička država s bogatom kulturom i povijesti, prepuna prirodnih ljepota, uključujući dio Amazonske prašume te planinski lanac Ande. Bitnije za naše natjecatelje, to je mjesto održavanja sljedeće Međunarodne informatičke olimpijade!

U sklopu promocije natjecanja, organizatori su dobili zadatak fotografirati planinski lanac te sastaviti album od najzapanjujućih slika. Planinski lanac predstavljamo nizom v od N nenegativnih cijelih brojeva koji predstavljaju redom visine planina u planinskom lancu. Pri tome, N je neparan i središnja planina (na poziciji $\frac{N+1}{2}$) je upravo ona najviša, na čijem je samom vrhu ugasli vulkan Nevado Sajama.

Organizatori imaju vrlo specifične uvjete za prikupljanje fotografija. Prvo, biraju dva nenegativna cijela broja A i B tako da je $A < B$ te da je B manji ili jednak visini najvišeg vrha, Nevado Sajame. Zatim, namještaju kadar fotografije tako da širinom obuhvaća svih N planina, no tako da fotografija obuhvaća samo raspon visina između A i B. Dodatno, organizatori su zadovoljni fotografijom samo ukoliko je ona simetrična s obzirom na os simetrije koja prolazi središnjom planinom.



Slika: Primjer valjanog izbora fotografije koji odgovara drugom probnom primjeru

Organizatore sada zanima koliko različitih fotografija mogu prikupiti, odnosno koliko postoji parova brojeva A i B koji zadovoljavaju željene uvjete. Razmišljajući predugo o odgovoru, burna tektonska aktivnost dovela je do promjene visina nekih planina. Ukupno se dogodilo Q promjena visina, a vaš je zadatak pomoći organizatorima odrediti traženi broj fotografija nakon svake od promjena. Pri tome, nijedna od promjena nije utjecala na visinu središnje planine i ona je u svakom trenutku bila najviša planina.

Ulazni podaci

U prvom su retku prirodni brojevi N i Q, redom broj planina i broj promjena.

U drugom je retku niz v od N nenegativnih cijelih brojeva, redom visine planina u planinskom lancu. Garantirano je da je N neparan te da je središnja planina upravo ona najviša.

U i-tom od sljedećih Q redaka su prirodan i nenegativn cijeli broj x_i i h_i ($1 \leq x_i \leq N$), koji označavaju da je došlo do promjene visine planine na poziciji x_i koja poprima novu visinu h_i. Garantirano je da $x_i \neq \frac{N+1}{2}$ te da je nova visina manja ili jednaka visini središnje planine.

Izlazni podaci

Ispišite $Q + 1$ redaka. U i-tom retku ispišite traženi mogući broj fotografija nakon $i - 1$ tektonskih promjena.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $3 \leq N \leq 200\,000$ i $0 \leq Q \leq 200\,000$.

Za sve $i = 1, \ldots, N$ vrijedi da je $v_i \leq 654\,200$ (visina vrha Nevado Sajama u centimetrima).

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	9	$Q = 0, N \leq 300$, te $v_i \leq 300$ za sve $i = 1, \ldots, N$
2	23	$Q = 0$
3	31	Svaka promjena mijenja visinu planine najviše za 1.
4	37	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
5 5
1 5 8 7 3
1 8
4 1
2 0
4 0
5 8
```

izlaz

```
5
6
1
3
6
36
```

ulaz

```
7 0
4 3 1 7 2 3 5
```

izlaz

```
7
```

ulaz

```
7 10
1 6 7 10 5 4 3
2 7
2 8
2 9
2 9
2 10
6 5
6 6
6 7
6 8
6 9
```

izlaz

```
8
8
5
3
3
2
4
4
4
5
7
```

Pojašnjenje drugog probnog primjera:

Mogući izbori za A i B su: $(0, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (5, 6), (5, 7), (6, 7)$. Ukupno ih je sedam.

Slika u tekstu odgovara odabiru $A = 2$ i $B = 4$.

Zadatak Korupcija

... Korupcija svima, a ne samo njima. Ja nudim korupciju, koruptivni red, rad i rast. Sve što vam ovi majstori ponude, ja nudim duplo. Predlažem i osmi padež: Kome? Koliko? ...

Mali Mirko bio je očaran govorom stričeka s televizije. Bio je uvjeren kako je razumio poruku: morao je korumpirati bitove svojih binarnih brojeva.

Mirko promatra brojeve $0, 1, \ldots, 2^N - 1$ (kao binarne brojeve s N binarnih znamenki). Vođen željom za korupcijom, Mirko će izabrati dva broja X i Y $(0 \leq X, Y < 2^N)$ koja se razlikuju u točno jednom bitu. Mirko će tada prebrisati taj bit znakom "`?`" u oba broja X i Y, čime je postigao korupciju: brojevi X i Y više se ne mogu razlikovati. Mirko će ponavljati ovaj postupak s preostalim brojevima, dok na kraju ne dobije ukupno 2^{N-1} parova brojeva koji se ne mogu razlikovati. Dakle, svaki broj između 0 i $2^N - 1$ član je točno jednog para i dva broja mogu biti u paru isključivo ako se razlikuju u točno jednom bitu (binarnoj znamenci).

Radi većeg izazova, Mirko je odlučio da želi imati točno a_i parova kojima znak "`?`" stoji na mjestu i-tog bita, za $i = 0, 1, \ldots, N - 1$. Pri tome, bitove brojimo od manje značajnih do više značajnih, pa tako i-ti bit odgovara vrijednosti 2^i. Pomozite Mirku te napravite odabir parova koji zadovoljava tražene uvjete, ili odredite kako takav odabir ne postoji.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodan broj N iz teksta zadatka.

U drugom je retku niz od N nenegativnih cijelih brojeva a_i, za $i = 0, \ldots, N - 1$, pri čemu a_i predstavlja traženi broj parova koji se razlikuju u i-tom bitu. Zbroj tih brojeva iznosi točno 2^{N-1}.

Izlazni podaci

Ukoliko nije moguće napraviti odabir parova koji zadovoljava uvjete zadatka, u jedini redak ispišite `-1`.

Inače, ispišite 2^{N-1} redaka. U svaki redak ispišite dva razmakom odvojena broja X i Y koji predstavljaju odabrani par. Parove možete ispisati u bilo kojem redoslijedu.

Ukoliko postoji više rješenja, ispišite bilo koje.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $1 \leq N \leq 20$.

U svakom podzadatku, 20% bodova donosi samo odlučivanje postoji li odabir parova koji zadovoljava uvjete zadatka ili ne. Za te bodove potrebno je, ako niste ispisali `-1`, ispisati nekakav odabir parova, ali on ne mora zadovoljavati traženi uvjet.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	15	$N \leq 4$
2	15	Vrijedi $N \geq 2$ te $a_i = 0$ za sve $i > 2$.
3	20	$N \leq 6$
4	50	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz	ulaz	ulaz
2 2 0	2 1 1	3 2 0 2
izlaz	**izlaz**	**izlaz**
0 1 2 3	-1	0 1 2 6 3 7 4 5

Zadatak Lirili Larila

Sokrat: *Reci Platone, slažeš li se sa mnom oko ovoga: najjači borci su oni leteći, poput Bombardira Crocodilla ili Bombombinija Gusinija.*

Platon: *To naprosto nije tako. Kopneni borci, poput Brr Brr Patapima ili Tung Tung Tung Sahura postigli su svoje rezultate usprkos tome što nemaju mogućnost letenja.*

Sokrat: *Smatram da je jedini način da dođemo do istine da pustimo borce da se bore te da odredimo ishod na temelju toga.*

Platon: *Bravo Sokrate, slažem se da ćemo tako doći do istine.*

Odlučujuća borba odvijat će se na povezanom grafu s N čvorova i M bridova. Lirili Larila, polu slonica polu kaktus, vlasnica je grafa pa će osigurati da je riječ o njezinoj najdražoj vrsti grafa: kaktus grafu. Za potrebe ovog zadatka, *kaktus graf* definiramo kao jednostavan povezani graf u kojem svaki čvor pripada najviše jednom ciklusu.

Borba se odvija na sljedeći način. Na početku, svi leteći borci smješteni su u određenom početnom čvoru, a svi kopneni borci smješteni su u nekom drugom početnom čvoru. Kako se borba odvija, borci šire svoj utjecaj na graf te nastoje pokoriti što više čvorova. U konačnici, čvor će biti pokoren od strane ili letećih ili kopnenih boraca, ovisno o tome je li udaljenost toga čvora bliža početnom čvoru letećih boraca ili početnom čvoru kopnenih boraca. Čvorovi koji se nalaze na jednakoj udaljenosti od početnih čvorova letećih i kopnenih boraca predstavljaju veliki izazov za obje skupine boraca pa oni ostaju nepokoreni.

Lirili Larila želi namjestiti ishod borbe. Naime, ona je već unaprijed odredila prirodne brojeve A i B, koji predstavljaju broj pokorenih čvorova redom od strane letećih i kopnenih boraca. Pomozite ovoj umiljatoj kaktus-slonici da odabere početne čvorove za obje vrste boraca tako da na kraju borbe brojevi pokorenih čvorova odgovaraju brojevima A i B.

Dodatno, potrebno je napraviti takav odabir za T različitih situacija.

Ulazni podaci

U prvom je retku prirodni broj T, broj različitih situacija.

U sljedećim retcima slijede redom opisi situacija. Svaki opis zadan je u sljedećem formatu.

U prvom su retku prirodni brojevi N, M, A i B, redom broj čvorova i broj bridova u danom kaktus grafu te brojevi pokorenih čvorova redom od strane letećih i kopnenih boraca.

U sljedećih M redaka nalaze se parovi brojeva a i b ($1 \leq a, b \leq N, a \neq b$), redom bridovi grafa.

Dani graf bit će kaktus graf, to jest jednostavan povezani graf u kojem svaki čvor pripada najviše jednom ciklusu.

Testni podaci će biti takvi da je uvijek moguće pronaći izbor početnih čvorova koji zadovoljava uvjete zadatka.

Izlazni podaci

Ispišite T redaka, po jedan za svaku situaciju.

U i-tom retku ispišite dva prirodna broja odvojena razmakom, koji predstavljaju oznake početnih čvorova letećih i kopnenih boraca, željeni odabir za i-tu situaciju. Ukoliko postoji više rješenja, ispišite bilo koje.

Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi $2 \leq N \leq 200\ 000$ te $2 \leq A + B \leq N$. Dodatno, suma vrijednosti N po svim situacijama je manja ili jednaka od 200 000.

Ograničenja navedena ispod primjenjuju se na svaku od T danih situacija.

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	6	Suma vrijednosti N je ≤ 300.
2	8	Dani graf je stablo te suma vrijednosti N je ≤ 5000.
3	25	Dani graf je stablo.
4	13	Dani graf ima točno jedan ciklus te suma vrijednosti N je ≤ 5000.
5	17	Dani graf ima točno jedan ciklus te je garantirano da postoji rješenje u kojem se oba početna čvora nalaze unutar tog ciklusa.
6	8	Dani graf ima točno jedan ciklus.
7	11	Suma vrijednosti N je ≤ 5000.
8	12	Nema dodatnih ograničenja.

Probni primjeri

ulaz

```
1
6 5 3 1
1 2
2 3
2 4
4 5
5 6
```

izlaz

```
4 3
```

ulaz

```
1
6 6 3 2
1 2
2 3
3 4
4 1
3 5
5 6
```

izlaz

```
1 6
```

ulaz

```
1
6 7 3 3
1 2
2 3
3 1
2 4
4 5
5 6
6 4
```

izlaz

```
4 2
```

Pojašnjenje prvog probnog primjera:
Leteći borci pokore čvorove 4, 5 i 6, a kopneni čvor 3. Čvorovi 1 i 2 ostaju nepokoreni.

Pojašnjenje drugog probnog primjera:
Leteći borci pokore čvorove 1, 2 i 4, a kopneni čvorove 5 i 6. Čvor 3 ostaje nepokoren.

Pojašnjenje trećeg probnog primjera:
Leteći borci pokore čvorove 4, 5 i 6, a kopneni čvorove 1, 2 i 3. Ne postoje nepokoreni čvorovi.