



## Prvi izborni ispit

3. svibnja 2025.

### Zadaci

| Zadatak            | Vremensko ograničenje | Memorijsko ograničenje | Bodovi |
|--------------------|-----------------------|------------------------|--------|
| <b>Hijerarhija</b> | 1 sekunda             | 1024 MiB               | 100    |
| <b>Promet</b>      | 2 sekunde             | 1024 MiB               | 100    |
| <b>Vrsta</b>       | 1 sekunda             | 512 MiB                | 100    |
| <b>Ukupno</b>      |                       |                        | 300    |



## Zadatak Hijerarhija

Bliže se lokalni izbori!

Prije promjene vlasti potrebno je podijeliti bonuse u jednom neimenovanom odjelu gradske uprave. Hijerarhiju uprave možemo predstaviti stablom u kojem je čvor 1 označen kao direktor, a izravni šef svakog zaposlenika je njegov roditelj u stablu.

Ako  $i$ -ti zaposlenik dobije bonus u iznosu od barem  $c_i$ , njegova će se produktivnost u sljedećoj godini povećati za  $p_i$ , dok u suprotnom ostaje nepromijenjena. Nije nužno da svi zaposlenici dobiju bonus, ali za svakog zaposlenika koji dobije bonus mora vrijediti da je  $i$  njegov izravni šef dobio barem neki pozitivan bonus (makar u iznosu 1).

Odredite najveće moguće povećanje ukupne produktivnosti odjela ako je ukupan iznos proračuna za bonuse najviše  $K$ .

### Ulazni podaci

U prvom retku su prirodni brojevi  $N$  i  $K$ .

U drugom je retku  $N - 1$  brojeva  $s_i$  ( $1 \leq s_i \leq i$ ) gdje  $i$ -ti broj označava izravnog šefa  $i + 1$ -tog radnika.

U trećem je retku  $N$  brojeva  $p_1, p_2, \dots, p_N$ .

U četvrtom je retku  $N$  brojeva  $c_1, c_2, \dots, c_N$ .

### Izlazni podaci

U jedini redak ispišite najveće moguće povećanje produktivnosti uz zadani proračun.

### Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi  $2 \leq N \leq 5\,000$  i  $1 \leq K \leq 5\,000$ .

Za sve  $i = 1, \dots, N$  vrijedi da je  $1 \leq p_i \leq 10^5$  i  $1 \leq c_i \leq 5\,000$ .

| Podzadatak | Broj bodova | Ograničenja  |
|------------|-------------|--|
| 1          | 7           | $N \leq 20$  |
| 2          | 9           | $c_i = 1$ za sve $i$ i dodatno ako je $j$ šef od $i$ tada $p_j \geq p_i$ . |
| 3          | 14          | Za sve $i < N$ , izravan šef od $i + 1$ je $i$ .                           |
| 4          | 19          | $N, K \leq 500$  |
| 5          | 21          | $N \leq 100$   |
| 6          | 30          | Nema dodatnih ograničenja.   |



## Probni primjeri

**ulaz**

2 100  
1  
10 10  
101 100

**izlaz**

0

**ulaz**

5 7  
1 1 2 2  
2 1 2 3 3  
4 2 4 2 3

**izlaz**

6

**ulaz**

4 9  
1 2 2  
3 4 4 2  
2 5 5 4

**izlaz**

7

### Pojašnjenje drugog probnog primjera:

Primjer valjane dodjele bonusa je sljedeći: zaposlenici dobiju redom 1, 1, 0, 2 i 3 bonusa.

Dodjela 1, 1, 1, 2, 3 nije valjana jer ukupni broj dodijeljenih bonusa premašuje dozvoljeni proračun.

Dodjela 0, 1, 1, 2, 3 također nije valjana jer je zaposlenik 2 dobio bonus, a njegov izravni šef nije.



## Zadatak Promet

Sve vrvi od različitih prometnih planova, a malog Ivicu zanima samo jedno pitanje, koliko će mu zanimljiv biti put do škole!

Možemo zamisliti da se Zagreb sastoji od  $N$  kvartova označenih brojevima od 1 do  $N$ . Između nekih parova kvartova  $i$  te  $j$  (gdje  $i < j$ ) postoje jednaosmjerne ulice. *Prometni plan* sastoji se od nekog skupa takvih jednosmjernih ulica.

Ivičina kuća nalazi se u kvartu 1, a škola u kvartu  $N$ . Sada ga zanima, za svaki  $K$  od 0 do  $N$ , koliko postoji prometnih planova, tako da broj kvartova koji se nalaze na **nekom** mogućem putu od kvarta 1 do kvarta  $N$  je **točno**  $K$ .

Kako su ti brojevi možda jako veliki, zanima ga njihov ostatak pri dijeljenju s  $P$ .

### Ulazni podaci

U prvom retku su prirodni brojevi  $N$  i  $P$ .

### Izlazni podaci

U jedini redak ispišite  $N + 1$  brojeva gdje  $i$ -ti broj predstavlja broj prometnih planova s  $i - 1$  bitnih kvartova modulo  $P$ .

### Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi  $2 \leq N \leq 2000$  i  $10^8 \leq P \leq 10^9 + 100$ ,  $P$  je prost broj.

| Podzadatak | Broj bodova | Ograničenja                |
|------------|-------------|----------------------------|
| 1          | 4           | $N \leq 7$                 |
| 2          | 7           | $N \leq 18$                |
| 3          | 23          | $N \leq 50$                |
| 4          | 13          | $N \leq 100$               |
| 5          | 18          | $N \leq 300$               |
| 6          | 35          | Nema dodatnih ograničenja. |

### Probni primjeri

ulaz

2 1000000007

izlaz

1 0 1

ulaz

3 1000000007

izlaz

3 0 3 2

ulaz

5 1000000007

izlaz

183 0 183 286 250 122



**Pojašnjenje drugog probnog primjera:**

Vrijedi  $K = 0$  za prometne planove

- $\{\}$
- $\{(1, 2)\}$
- $\{(2, 3)\}$

Vrijedi  $K = 2$  za prometne planove

- $\{(1, 3)\}$
- $\{(1, 3), (1, 2)\}$
- $\{(1, 3), (2, 3)\}$

Vrijedi  $K = 3$  za prometne planove

- $\{(1, 2), (2, 3)\}$
- $\{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$



## Zadatak Vrsta

Mirko ima skrivenu permutaciju  $p_1, p_2, \dots, p_N$  brojeva od 1 do  $N$ . Njegov prijatelj Slavko želi otkriti srž Mirkove permutaciju, no on će mu odgovarati samo na pitanja određenog oblika.

Slavko može odabrati bilo koji podniz permutacije, tj. segment  $p_i, p_{i+1}, \dots, p_j$  ( $1 \leq i < j \leq N$ ), i pitati Mirka na kojoj se poziciji nalazi drugi najveći broj u tom segmentu. Mirko mu tada odmah odgovori s traženom pozicijom.

Nakon što mu je odgovorio na sva pitanja, Mirko je odlučio ispitati Slavkovo znanje. Postavit će mu  $Q$  upita istoga oblika, a od njega će očekivati da za svaki da točan odgovor.

Slavko ne zna Mirkova pitanja unaprijed, a kako ga ne bi razljutio, želi ga pitati što je moguće manje pitanja. Točnije, Slavko smije postaviti Mirku upit najviše  $K$  puta. Pomozite Slavku postaviti pitanja i zatim odgovoriti na Mirkove upite.

### Interakcija

Ovo je interaktivni zadatak. Vaš program treba uspostaviti dijalog s programom izrađenim od strane organizatora.

Na početku, vaš program treba sa standardnog ulaza učitati broj  $N$ , duljinu permutacije.

Zatim može slati upite ispisivanjem na standardni izlaz. Svaki upit mora biti ispisan u zaseban redak i imati oblik " $? i j$ ", gdje su  $i$  i  $j$  prirodni brojevi za koje vrijedi  $1 \leq i < j \leq N$ . Brojevi  $i$  i  $j$  predstavljaju granice podniza za koji Slavko želi znati odgovor. Vaš program smije postaviti najviše  $K$  ovakvih upita.

Nakon svakog ispisanog upita, program mora napraviti *flush* izlaza te sa standardnog ulaza učitati odgovor na upit — poziciju  $k$  za koju vrijedi  $i \leq k \leq j$ .

Kada završi s postavljanjem vlastitih upita, program treba ispisati znak "!" kako bi označio kraj Slavkovih pitanja i zatim napraviti *flush* izlaza.

Nakon toga, potrebno je učitati prirodan broj  $Q$  — broj Mirkovih upita. Zatim treba učitati  $Q$  upita, svaki u obliku " $a b$ ", gdje su  $a$  i  $b$  prirodni brojevi za koje vrijedi  $1 \leq a < b \leq N$ . Nakon učitavanja svih  $Q$  upita, za svaki je potrebno ispisati prirodan broj  $k$  — poziciju drugog najvećeg elementa u podnizu  $p_a, \dots, p_b$ .

Nakon ispisa odgovora na sve upite, vaš program treba napraviti *flush* izlaza. Kada odgovori na posljednji upit, program može završiti izvođenje.

### Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi  $N \leq 512$ ,  $K = 2048$  i  $Q = 2048$ .

| Podzadatak | Broj bodova | Ograničenja   |
|------------|-------------|---|
| 1          | 6           | $N \leq 64$   |
| 2          | 10          | Ne postoji $i$ takav da je $p_i > \max\{p_{i-1}, p_{i+1}\}$ |
| 3          | 11          | $p_1 = N$   |
| 4          | 13          | Ne postoji $i$ takav da je $p_i < \min\{p_{i-1}, p_{i+1}\}$ |
| 5          | 26          | $N \leq 256$  |
| 6          | 34          | Nema dodatnih ograničenja.                                  |



## Primjer interakcije

Pretpostavimo Mirko ima permutaciju 2 1 4 3.

| Izlaz | Ulaz |
|-------|------|
|       | 4    |
| ? 1 2 |      |
|       | 2    |
| ? 1 3 |      |
|       | 1    |
| !     |      |
|       | 2    |
|       | 1 4  |
|       | 2 3  |
| 4     |      |
| 2     |      |