



## Drugi izborni ispit

4. svibnja 2025.

### Zadaci

Zadatak	Vremensko ograničenje	Memorijsko ograničenje	Bodovi
<b>Stablo</b>	3 sekundi	512 MiB	100
<b>Trava</b>	3.5 sekundi	512 MiB	100
<b>Usisavač</b>	1 sekunda	512 MiB	100
<b>Ukupno</b>			300



## Zadatak Stablo

Mirko je od Slavka danas sakrio stablo s  $N$  čvorova. Slavka jako zanima kako izgleda Mirkovo stablo, no jedino što zna je da je stupanj svakog čvora unutar stabla najviše 3 t.j. svaki čvor ima najviše tri susjeda.

Mirko se sažalio nad Slavkom te dopustio mu da postavi  $K$  pitanja o stablu. Za danu trojku **različitih** čvorova  $a, b$  i  $c$ , Mirko će mu odgovoriti

- 0 ako je udaljenost između čvorova  $a$  i  $b$  **jednaka** udaljenosti između čvorova  $a$  i  $c$
- 1 ako je udaljenost između čvorova  $a$  i  $b$  **manja** od udaljenosti između čvorova  $a$  i  $c$
- 2 ako je udaljenost između čvorova  $a$  i  $b$  **veća** od udaljenosti između čvorova  $a$  i  $c$ .

Udaljenost čvorova  $u$  i  $v$  se definira kao broj bridova na putu između njih.

Pomozite Slavku odrediti Mirkovo stablo!

### Interakcija

Ovo je interaktivni zadatak. Vaš program treba uspostaviti dijalog s programom izrađenim od strane organizatora.

Na početku, vaš program treba sa standardnog ulaza učitati broj  $N$ , veličinu stabla.

Zatim može slati upite ispisivanjem na standardni izlaz. Svaki upit mora biti ispisan u zaseban redak i imati oblik “?  $a$   $b$   $c$ ”, gdje su  $a, b$  i  $c$  svi prirodni brojevi za koje vrijedi  $1 \leq a, b, c \leq N$  te  $a \neq b, b \neq c$  i  $c \neq a$ . Brojevi  $a, b$  i  $c$  predstavljaju čvorove stabla za koje Slavko želi znati odgovor. **Vaš program smije postaviti najviše 250 000 ovakvih upita.**

Nakon svakog ispisanog upita, program mora napraviti *flush* izlaza te sa standardnog ulaza učitati odgovor na upit — nenegativan broj  $k$  za koji vrijedi  $k \in \{0, 1, 2\}$ .

Kada završi s postavljanjem vlastitih upita, program treba ispisati znak “!” kako bi označio kraj Slavkovih pitanja i zatim napraviti *flush* izlaza.

Nakon toga, potrebno je ispisati bridove Mirkovog stabla. To jest, ispisati  $N - 1$  redaka gdje  $i$ -ti redak sadrži par brojeva  $u_i$  te  $v_i$ , koji predstavljaju brid u Mirkovom stablu. Nije bitan redoslijed čvorova u bridu niti redoslijed bridova u ispisu. Potrebno je ispisati sve bridove.

Nakon ispisa odgovora, vaš program treba napraviti *flush* izlaza i završiti izvođenje.

### Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi  $N < 512$ .

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	10	Svaki čvor ima najviše 2 susjeda.
2	20	Mirkovo stablo je potpuno binarno stablo, $N = 2^k - 1$ za neki prirodan $k$ .
3	70	Nema dodatnih ograničenja.

Neka je vaš program u pojedinom podzadatku ostvario rješenje u najviše  $K$  upita. Broj bodova na tom podzadatku tada će iznositi

$$\min \left( 1, \left( \frac{14000}{K} \right)^{0.7} \right) \cdot B$$

pri čemu je  $B$  broj bodova podzadatka. Računaju se samo upiti oblika “?  $a$   $b$   $c$ ”.



## Primjer interakcije

Pretpostavimo da Mirkovo stablo ima bridove  $(1, 2)$ ,  $(2, 3)$  i  $(3, 4)$ .

Izlaz	Ulaz
	4
? 1 2 3	
	1
? 1 4 3	
	2
? 2 1 3	
	0
!	
1 2	
2 3	
3 4	



## Zadatak Trava

U mirnom kutku grada nalazi se umirovljenički dom čiji stanari vole provoditi vrijeme promatrajući travnjak ispred zgrade. Travnjak je podijeljen na  $N$  segmenata, a svaki segment ima visinu trave  $a_i$  milimetara, za  $1 \leq i \leq N$ .

Umirovljenici, zbog godina i dioptrije, ne vide baš savršeno. Kada umirovljenik s dioptrijom  $k$  promatra travnjak, on ne razlikuje pojedinačne segmente unutar  $k$  uzastopnih dijelova travnjaka. Formalnije, umirovljenik s dioptrijom  $k$  na poziciji  $i$  vidi visinu trave  $\max(a_i, a_{i+1}, \dots, a_{i+k-1})$  milimetara, za sve  $1 \leq i \leq N - k + 1$ , dok ostale pozicije ne promatra.

Osim toga, s vremena na vrijeme trava na nekom segmentu može narasti za jedan milimetar, čime se mijenja izgled cijelog travnjaka, a time i visina koje umirovljenici vide.

Potrebno je obraditi  $Q$  upita sljedećih oblika:

- **? k** — umirovljenik s dioptrijom  $k$  promatra travnjak. Odredi sumu svih visina koje on vidi.
- **+ i** — trava na  $i$ -tom segmentu naraste za jedan milimetar.

### Ulazni podaci

U prvom retku nalaze se prirodani brojevi  $N$  i  $Q$  — broj segmenata travnjaka i broj upita.

U drugom retku nalazi se  $N$  cijelih brojeva  $a_1, a_2, \dots, a_N$  — početne visine trave.

U idućih  $Q$  redaka nalazi se po jedan upit opisan kao:

- **? k** ( $1 \leq k \leq N$ )
- **+ i** ( $1 \leq i \leq N$ )

### Izlazni podaci

Za svaki upit tipa **? k**, ispiši u zaseban redak jedan cijeli broj — sumu svih visina koje promatra umirovljenik s dioptrijom  $k$ .

### Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi  $1 \leq N \leq 500\,000$  te  $0 \leq Q \leq 500\,000$ . Dodatno, za sve  $1 \leq i \leq N$  vrijedi  $1 \leq A_i \leq 10^9$ .

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	13	$N, Q \leq 7\,000$
2	16	Ne postoje upiti oblika <b>+ i</b> .
3	23	U svakom trenutku vrijedit će $A_i \leq 10$ za sve $1 \leq i \leq N$ .
4	10	Vrijedit će da se u svim upitima oblika <b>? k</b> pojavljuje ista vrijednost $k$ .
5	20	$N, Q \leq 100\,000$
6	18	Nema dodatnih ograničenja.



## Probni primjeri

**ulaz**

6 5  
1 7 2 3 5 4  
+ 1  
? 2  
? 3  
+ 5  
? 3

**izlaz**

27  
24  
26

**ulaz**

10 4  
1 2 2 1 3 2 1 3 2 2  
? 4  
? 5  
+ 5  
? 4

**izlaz**

20  
18  
24



## Zadatak Usisavač

Mirko ima veliku kuću koja se sastoji od  $N$  soba povezanih s  $N - 1$  hodnikom. Svaki hodnik povezuje dvije različite sobe i sve su sobe međusobno povezane. Svaki je hodnik dugačak 1 metar. Mirko često čisti sobe u stanu ali rijetko hodnike. U hodnicima se nakupila prašina i Mirko ih sada želi usisati.

Svaki usisavač ima nažalost i kabel ograničene duljine. Svaka soba ima utičnicu i usisavač mora biti uštekan u utičnicu u nekoj sobi da bi mogao raditi. Mirko kreće od sobe 1 i može napraviti sljedeće:

Ako usisavač nije uštekan u struju, on može:

- Uštekati ga u sobi u kojoj se nalazi.
- Uzeti usisavač u ruke i prijeći u jednu od susjednih soba. Za prolazak hodnikom mu treba 1 minuta.

Ako je usisavač uštekan u struju, on može:

- Ako se nalazi u sobi u kojoj je uštekao usisavač, može ga odspojiti iz utičnice.
- Prijeći u jednu od susjednih hodnika usisavajući hodnik na putu. Ovo može napraviti **samo ako** je kabel dovoljno dugačak. To jest, ako je udaljenost od sobe u kojoj je uštekan usisavač i ciljane sobe manja ili jednaka od duljine kabla. Za čišćenje hodnika mu treba 1 minuta.

Mirkov usisavač se pokvario! Sada je u dućanu u kojem se nalazi  $Q$  usisavača,  $i$ -ti od njih ima duljinu kabla  $r_i$  metara. Zanima ga za svaki od usisavača koliko će minimalno trajati usisavanje svih hodnika ako kupi taj usisavač. Pomozite mu odrediti ta vremena!

### Ulazni podaci

U prvom retku su prirodni brojevi  $N$  i  $Q$ , broj soba i broj usisavača.

U idućih  $N - 1$  redaka nalaze se prirodni brojevi  $x_i$  i  $y_i$  ( $1 \leq x_i, y_i \leq N, x_i \neq y_i$ ) koji označavaju da postoji hodnik između soba  $x_i$  i  $y_i$ .

U posljednjem retku nalazi se  $Q$  brojeva  $r_i$  ( $1 \leq r_i \leq N$ ), duljine kablova usisavača.

### Izlazni podaci

U jedini redak ispišite  $Q$  brojeva gdje  $i$ -ti broj predstavlja minimalno trajanje čišćenja s  $i$ -tim usisavačem.

### Bodovanje

U svim podzadacima vrijedi  $2 \leq N \leq 3 \cdot 10^5$  i  $1 \leq Q \leq 3 \cdot 10^5$ .

Podzadatak	Broj bodova	Ograničenja
1	16	$N, Q \leq 1000$
2	10	Svaka soba $x = 1, 2, \dots, N - 1$ je povezana hodnikom sa sobom $x + 1$ .
3	22	$Q = 1$
4	31	$N, Q \leq 10^5$
5	21	Nema dodatnih ograničenja.



## Probni primjeri

**ulaz**

5 2  
1 2  
2 3  
3 4  
4 5  
2 5

**izlaz**

8 4

**ulaz**

10 2  
1 2  
2 4  
5 2  
6 3  
3 1  
6 7  
9 7  
8 6  
8 10  
1 3

**izlaz**

24 16

**ulaz**

6 2  
3 1  
3 5  
4 3  
4 2  
2 6  
5 1

**izlaz**

6 12

### Pojašnjenje prvog probnog primjera:

Jedan od načina na koji Mirko može najbrže usisati sve hodnike s duljinom kabla 2m je sljedeći:

- Prošeta se od sobe 1 do sobe 3. (2 minute)
- Ušteka usisavač u sobi 3.
- Usisa hodnike između soba 3 i 4 te 4 i 5 (2 minute).
- Vрати se do sobe 3. (2 minute)
- Usisa hodnike između soba 3 i 2 te 2 i 1 (2 minute). Time su svi hodnici očišćeni.