Facultad de Ingeniería | Universidad de Buenos Aires

95.10 | Modelación numérica

75.12 | Análisis numérico I A

95.13 | Métodos matemáticos y numéricos

Trabajo Práctico 3 – Cuatrimestre 1 2023

Paz Blanco, Pilar	**105600**
Méndez San Antonio Sara Angélica	**107418**
Covini, Juan Pablo	**101114**

Fecha	Correcciones / Observaciones	Docente

Calificación Final	Docente	Fecha
8 (ocho)	Pablo Garcia	09/07/2023

Índice

1. Introducción

En el siguiente informe se busca calcular y analizar el balance de oxígeno disuelto en la Laguna Mar Chiquita a partir de un análisis de su volumen, oxígeno disuelto y la demanda bioquímica de oxígeno.

2. Metodología

Para el siguiente informe se utilizarán los métodos de Euler y Runge-Kutta para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales planteado. Las ecuaciones utilizadas serán:

$$V\,\frac{dOD}{dt} = Qe.ODe - Qs\,.OD + Ka.V.(ODs - OD) - Kbd0\,\frac{(OD^2)}{(OD^2+Ko2^2}.V.DBO = \textbf{\textit{Ecuación 1}}$$

$$V\,\frac{dDBO}{dt} = Qe.DBOe - Qs.DBO - Kbd0\,\frac{(OD^2)}{(OD^2+Ko2^2}.V.DBO = \textbf{\textit{Ecuación 2}}$$

$$\frac{dv}{dt} = Qe - Qs = \textbf{\textit{Ecuacion 3}}$$

En el caso de Euler sabemos que:

$$\frac{\delta u}{\delta t} = f(u,t), \qquad u_0 = u(0), \qquad t_0 < t < t_n$$

$$u_{n+1} = u_n + h.f(u_n, t_n)$$

- Donde h es el paso de discretización.

En el caso de Runge-Kutta plantearemos que:

$u^*_{n+1} = u_n + h.f(u_n, t_n)$ como paso intermedio.

$$u\_(n+1) = u\_n + h/2.\,[f(u\_n, t\_n\ ) + f(u\_(n+1)\hat{}\ *, t\_(n+1)\ )$$

3. Resolución

Todos los códigos y tablas referenciados se encuentran en el anexo.

Discretización de las ecuaciones de OD y DBO con esquemas numéricos de orden 1 y orden 2.

Utilizando el sistema de ecuaciones (Ecuaciones 1, 2 y 3) y las fórmulas planteadas en metodología, calculamos los valores de OD y DBO.

En primer lugar, para los valores iniciales se utilizó OD y DBO igual a cero, y para el valor inicial de volumen se utilizó el método de interpolación como se ve a continuación:

74	0	33	43,625	-6,1875
76	66	207,5	6,5	-
78	481	233,5	-	-
80	948	-	-	-

Tabla 1: Cálculo de coeficientes

X	f(x)
74,00	0,00
74,50	-32,46
75,00	-29,19
75,50	5,18
76,00	66,00
76,50	148,63
77,00	248,44
77,30	314,63
77,50	360,77

Tabla 2: Valores.

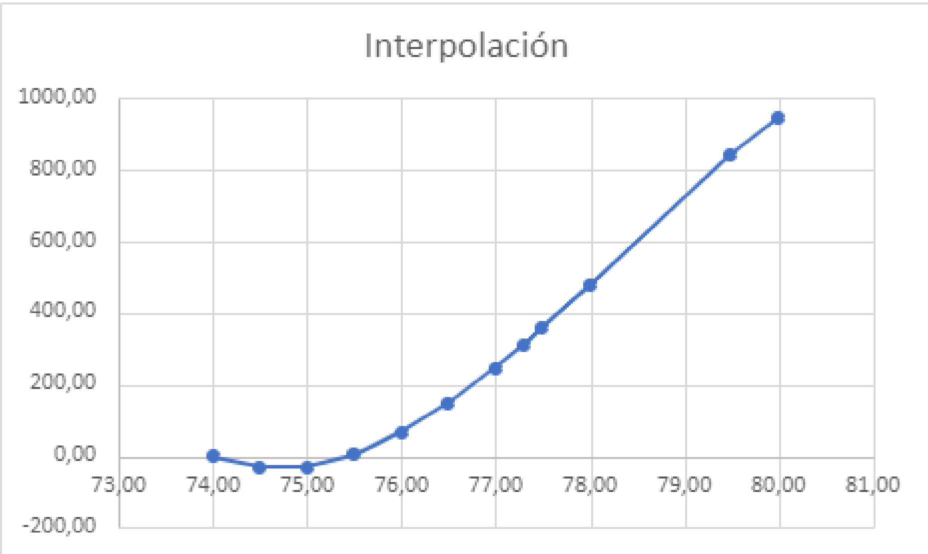


Gráfico 1: resultados de interpolación.

Luego se cambiaron las unidades de Hm^3 a m^3 para que todos los valores concuerden.

Se observa que, según el polinomio interpolante, existen valores de volumen negativos. Esto no tiene sentido físico y se debe simplemente al error generado por el efecto de Runge en los puntos intermedios de la función interpolante.

Debido a esto, se procedió a realizar un ajuste de la función con el método de cuadrados mínimos empleando el método de Newton (**Código 1**) llegando al siguiente resultado:

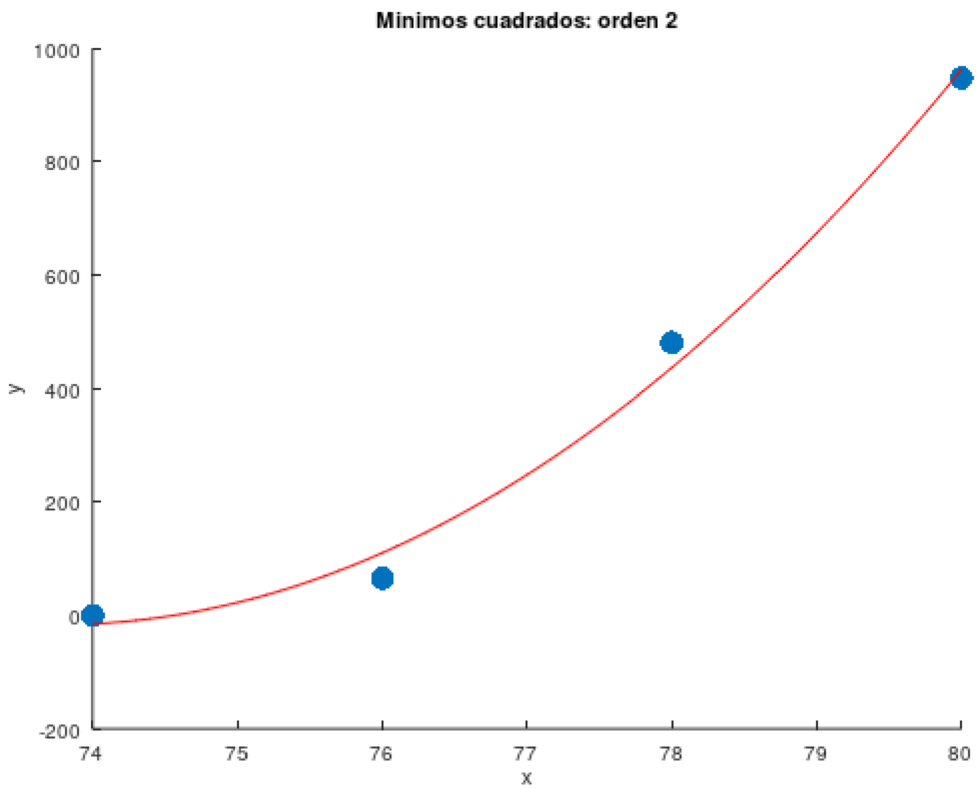


Gráfico 2: resultados obtenidos aproximando por Mínimos Cuadrados.

Se aprecia que el polinomio de ajuste se condiciona mucho mejor con el modelo físico, al entregando todos volúmenes positivos que aumentan a medida que aumenta el valor de cota.

Una vez obtenidos estos valores, se modificaron los caudales por mes a $\frac{m^3}{dia}$ obteniendo los siguientes valores:

Qe $\left(\frac{m^3}{dia}\right)$	Qs $\left(\frac{m^3}{dia}\right)$	Periodo del año (días)
518400	0	31
777600	0	59
1036800	1036800	90
1296000	1296000	120
1641600	1641600	151
2160000	3801600	181
2160000	2937600	212
1555200	1555200	243
1209600	1209600	273
864000	864000	304
604800	0	334
518400	0	365

Tabla 3: caudal utilizado.

A su vez, se eligio agregar una columna donde se especifique a qué días del año corresponde el valor para facilitar el código a la hora de aplicar Euler y Runge-Kutta. Todas las tablas correspondientes a los valores graficados se encuentran en el anexo.

Euler (método orden 1)

Empleando el método visto en clase, se llegó al siguiente resultado de OD y DBO, utilizando un paso de discretizacion de h=1 día, lo cual se traduce a un paso diario, para un plazo de 5 años:

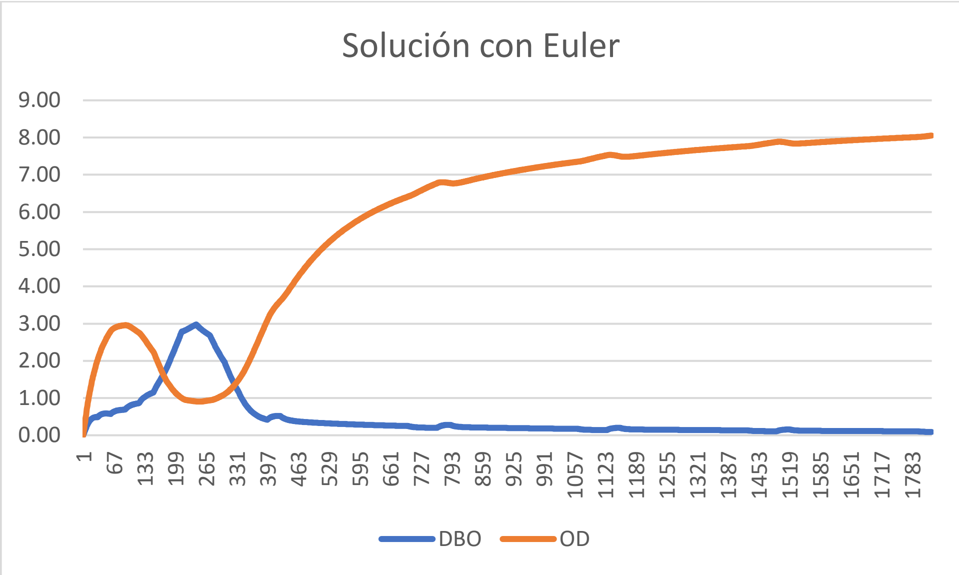


Gráfico 3: resultados obtenidos de DBO y OD para Euler, h = 1.

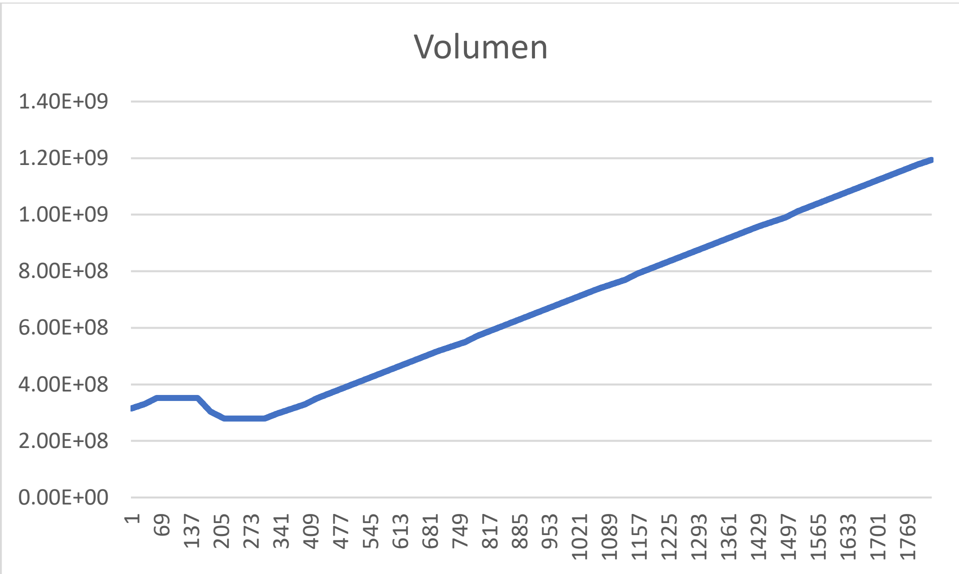


Gráfico 4: Resultados obtenidos de volumen para Euler, h = 1.

Una vez obtenidos estos resultados, se procedió a determinar el error del método respecto a una solución exacta. Se considerará como solución exacta aquella tal que el paso se reduce a la mitad, reduciéndose así el error. Por lo que, se repetió el procedimiento pero utilizando h = 0,5 días, es decir, medio dia, y se calculó el error (diferencia entre ambas soluciones). Se descartó el primer año dado que estos resultados se encontraban influenciados por los valores iniciales adoptados:

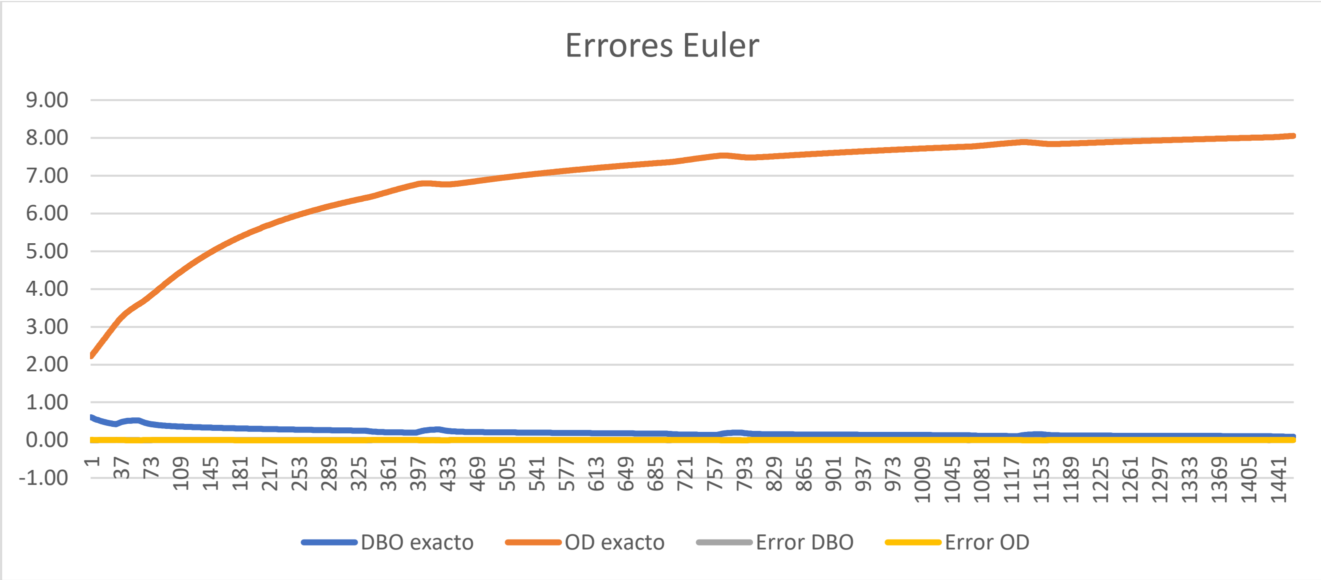


Gráfico 5: Resultados con distinto paso y el error asociado.

<u>Donde</u>:
Maxima difrencia DBO = 0.019783
Maxima difrencia OD = 0.020257

Runge-Kutta:
Se repitió el proceso utilizando los mismos datos para el método de Runge-Kutta de orden 2 obteniendo los siguientes resultados:

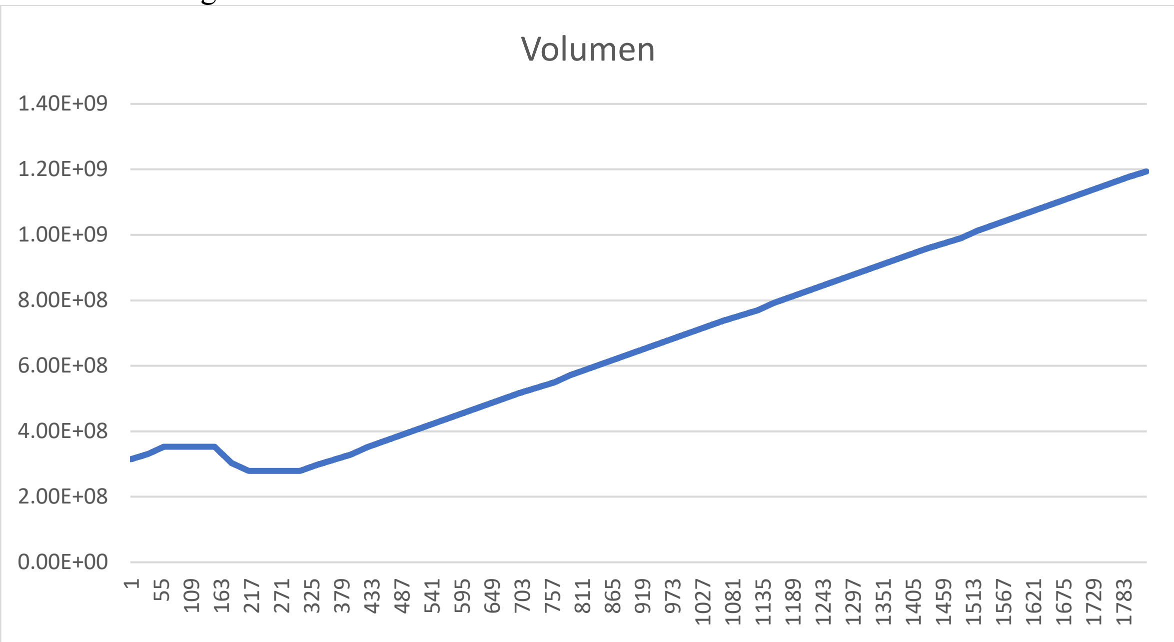


Gráfico 6: volumen obtenido con Runge- Kutta, para h=1.

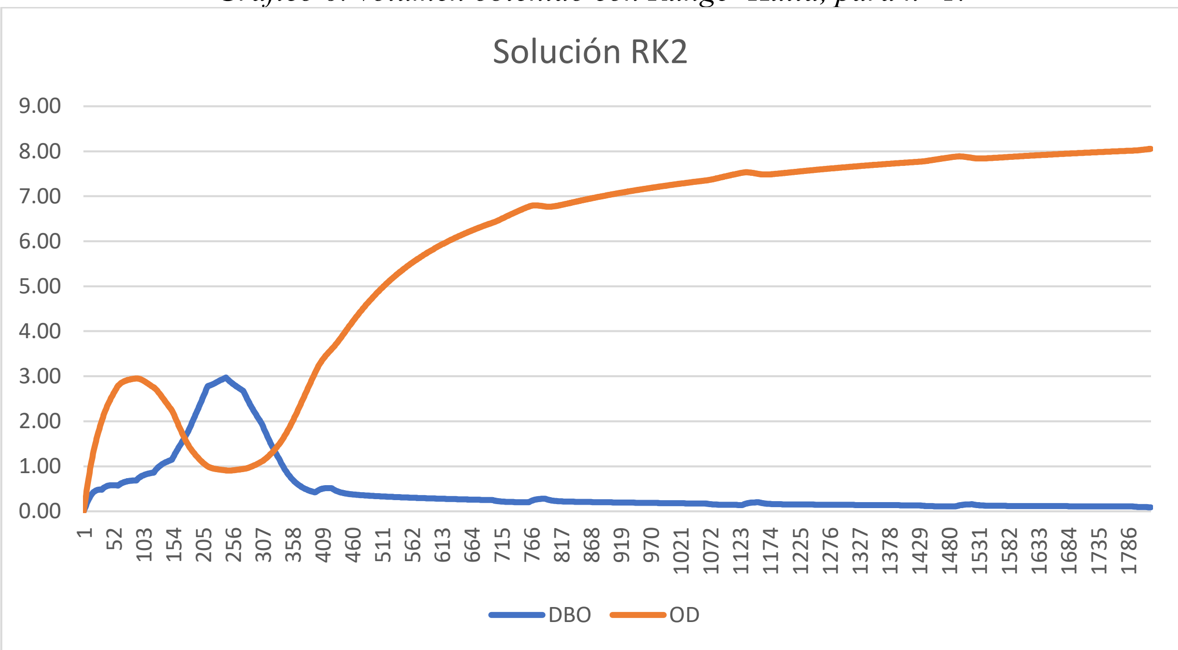


Gráfico 7: OD y DBO obtenido para h=1 con Runge-Kutta.

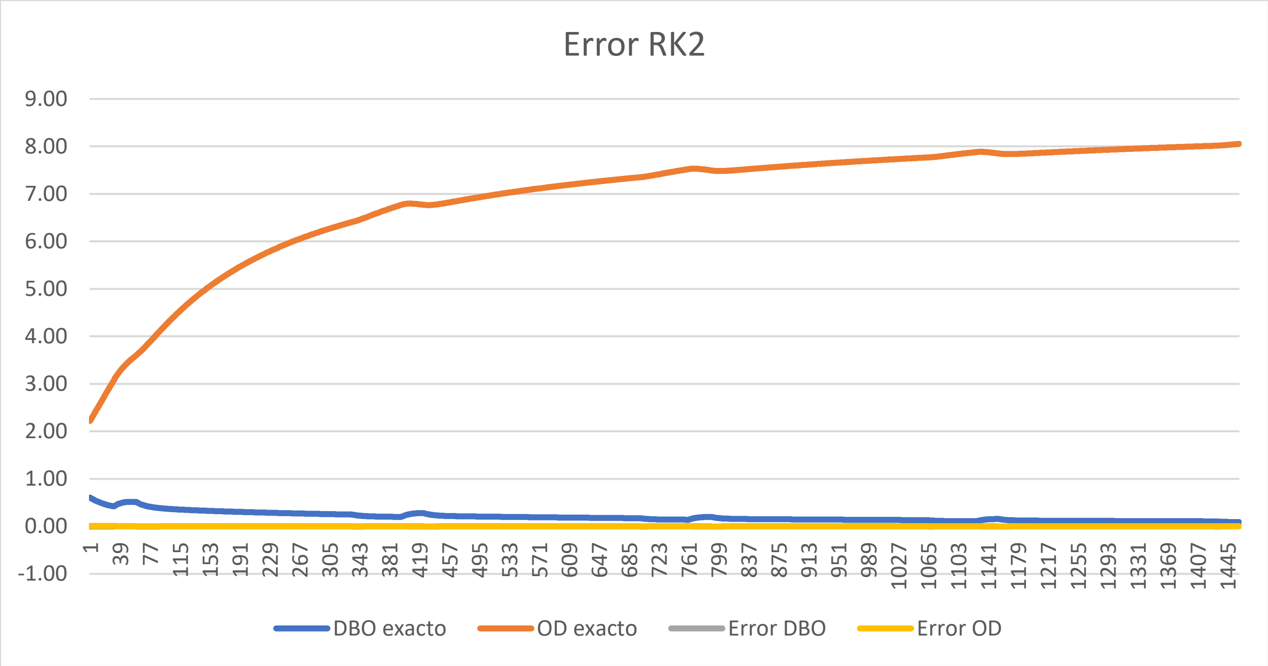


Gráfico 8: Errores calculados con Runge Kutta.

Donde:
Maxima diferencia DBO = 0.021783
Maxima Difrencia OD = 0.020727

Se observa que los gráficos obtenidos por ambos métodos se corresponden, obteniendo valores similares. Se observa existe una relación anticíclica entre DBO y OD. Los errores entre ambos métodos son del mismo orden de magnitud.

Determinar el porcentaje en que se debe reducir la concentración de DBO del río para que en todo el año se garantice OD mínimo en la laguna de 4 g/m3. Graficar OD y DBO resultante en la laguna.

Para la problemática planteada se utilizó el siguiente código:

```
Y0_2 = [Vo,0,0];
[t, Y_act] = euler_method_system(f,Y0_2,tspan,hD, caudal);

#DBO OD
while (min(Y_act(365:end,3)) < 4) #Descarto el primer año
  DBOe= DBOe - 0.1;
  Y0_2 = [Vo,0,0];
  [t, Y_act] = euler_method_system(f,Y0_2,tspan,hD, caudal);
end

display('DBOe para OD = 4 min');
display(DBOe);
```

El código busca actualizar la concentracion de DBO hasta que se cumpla la condicion. Este mismo presenta un margen de error puesto que el calculo se repite restando de a 0.1. En caso de querer un valor más exacto se puede achicar el valor que se resta al DBOe inicial en cada iteracion para obtener mejores resultados. Cabe resaltar que no se considera el primer año, puesto que en un principio el OD y el DBO son nulos, por lo que es imposible cumplir la condicion hasta no tener una aproximacion mas a la larga, es por eso que la condicion de corte es que a partir del año, el OD sea siempre mayor a $4\frac{g}{m^3}$.

Con el valor actual se alcanza que la concentracion de DBO debe ser igual a $14.6\ \frac{g}{m^3}$. Con este valor el DBO y el OD a lo largo de 5 años, utilizando h=1 se muestra en el siguiente gráfico:

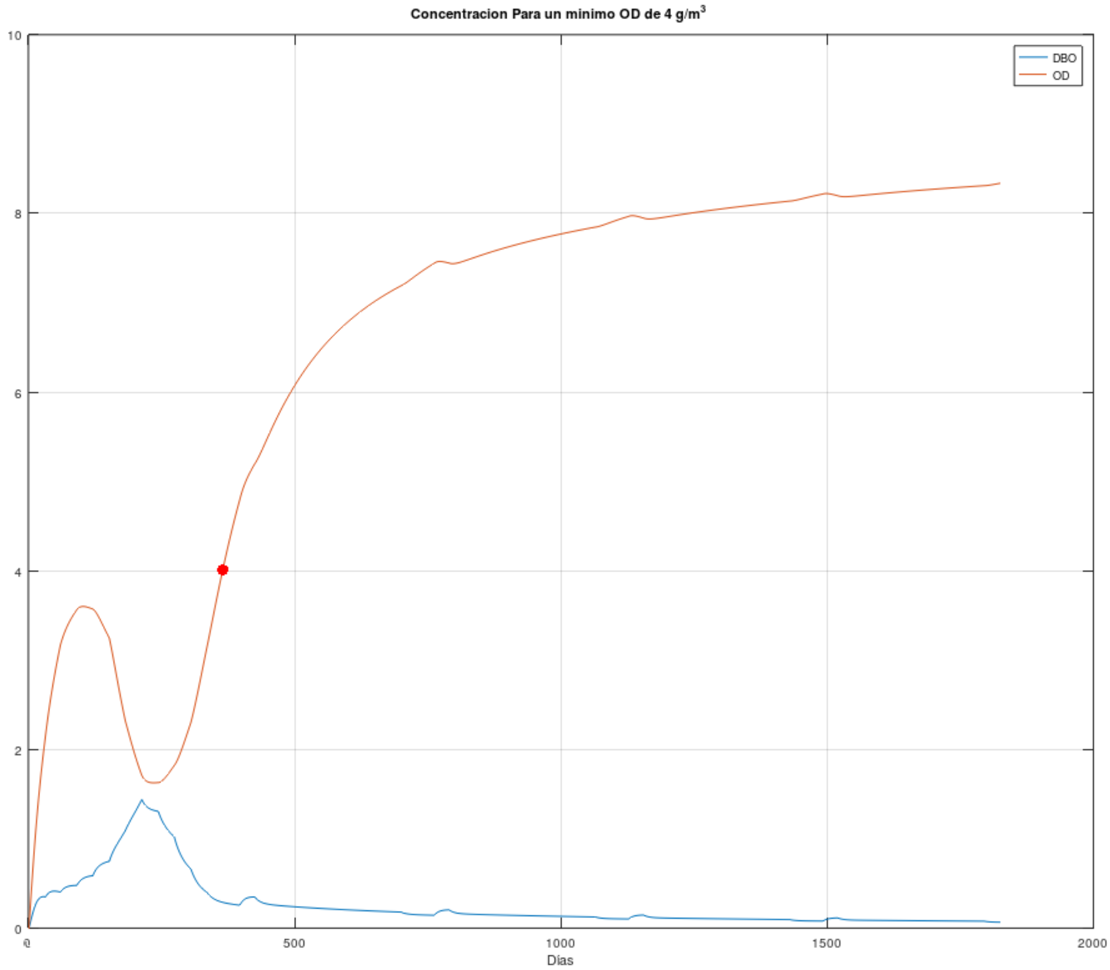
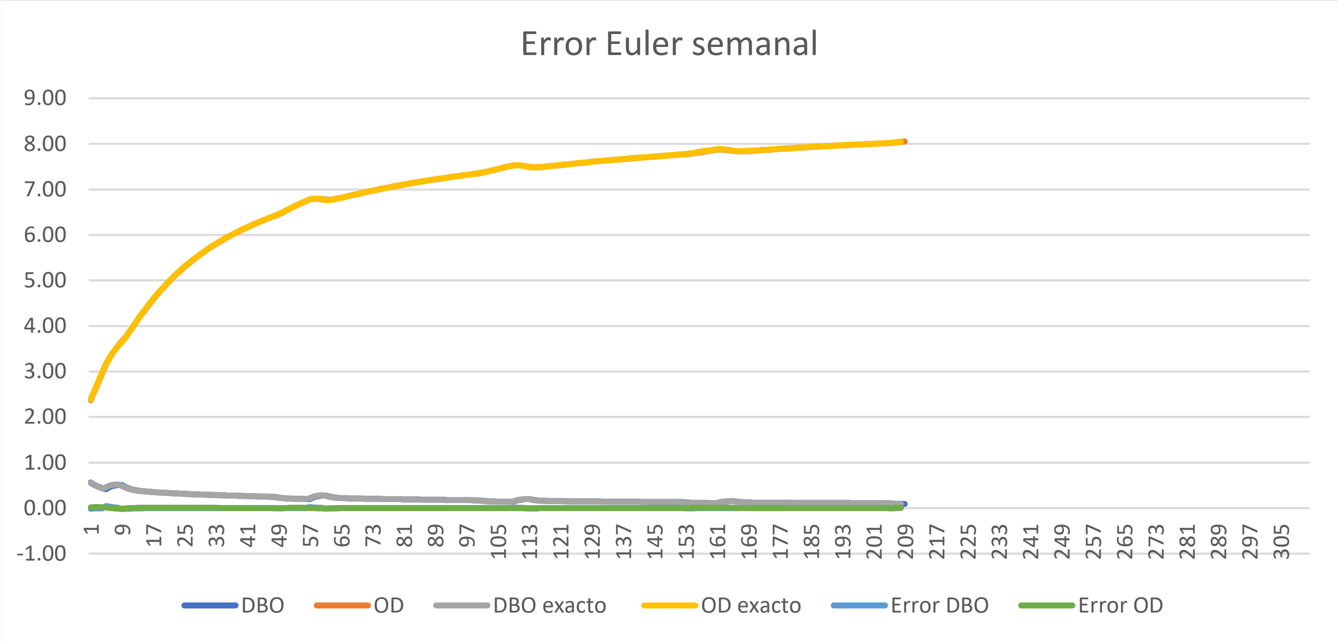


Gráfico 9: DBO y OD al cumplir la condicion de que OD minimo sea 4$\frac{g}{m^3}$. Se marca en el grafico con un punto al valor correspondiente al año (dia 365).

Cabe resaltar que si bien este calculo fue realizado con el método de Euler, la lógica sería exactamente la misma con Runge-Kutta.

Euler: agrandar paso de discretizacion a una semana (h=7)



Grfico 10: error al calcular DBO y OD con h=7, comparado con h=0.5.Euler

Se puede ver a simple vista que al disminuir el paso de discretizacion, el error decrece. Esto se debe a que tanto Euler como Runge-Kutta son metodos que tienen consistencia, es decir, que al tender a 0 el paso de calculo, el error tambien tiende a 0. De esta forma, al disminuir el paso de calculo el error obtenido es menor.

Por lo que se puede ver que el DBO es aproximadamente 7.82 veces mas alto y el od es 8.55 veces mas alto. Para el caso de Euler, por ser un método de orden 1, la disminución del paso será igual a la disminución del error. Es decir que si el paso disminuye 7 veces, el error será aproximadamente 7 veces menor.

Se procede a realizar el mismo análisis para Runge-Kutta:

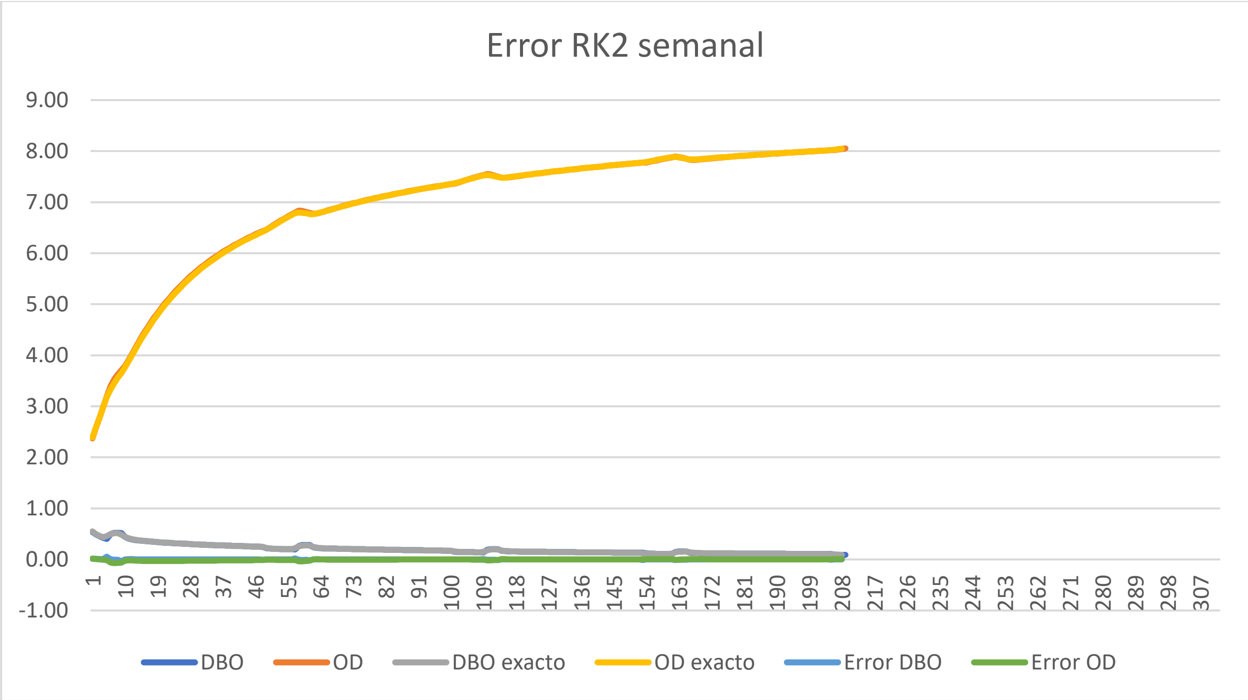


Gráfico 11: error con h=7 comparado con h=0.5. Runge-Kutta.

En el caso de Runge-Kutta, se observa que al tratarse de un método de orden 2, la relación entre la disminución del paso y el error es de orden cuadrático. En este caso, debido a los valores outliers/ picos repentinos obtenidos, el error se ve afectado considerablemente al tratarlo de forma numérica y más general, por lo que no puede apreciarse que el error para h=1 días es 49 veces menor aproximadamente que el error para h=7 días.

4. Conclusiones

El análisis realizado confirma la relación supuesta en la metodología entre la DBO y la OD. Se observa como era de esperarse, que cuando la DBO alcanza valores máximos, el OD se encuentra en sus valores mínimos debido a la alta actividad de las bacterias aeróbicas. Una vez disminuye la DBO (producto de la actividad bacteriana), los niveles de oxígeno se recuperan, alcanzando valores máximos hasta que nuevamente aumente la DBO y por ende, la actividad bacteriana. El sistema se comporta de forma cíclica (anticíclica entre las variables).

El método permite predecir los niveles de DBO y OD para cualquier día del año, pudiéndose contrastar los mismos con la legislación vigente. En caso de no cumplir con las normativas actuales, se deberá trabajar sobre los valores de entrada del modelo (DBOe y Qe), debiéndose actuar sobre los posibles focos contaminantes (industrias, hogares, etc.) aguas arriba. Por ejemplo, se observa que para garantizar un nivel mínimo de OD de 4 g/m3 de manera anual se deberá trabajar con una concentración de DBO de 14,6 g/m3, lo cual es reducir en un 27% la concentración de DBO respecto de la inicial.

Otra observación interesante es que el modelo puede trabajar con distintos pasos de discretización. Se deberá encontrar una solución de compromiso entre la precisión (tamaño del error) que se busca obtener respecto al costo computacional con el que se desea trabajar. Trabajar con un paso de discretización diario parece adecuado, dado que los errores obtenidos son aceptables y permiten realizar diagnósticos adecuados que luego devengarán en las acciones correspondientes.

5. Anexo:

Códigos

Cargar los datos del problema:

```
caudal = load('caudalpormes.txt');
global cota0=77.3;
global Kbdo=0.1;
global Ka=0.01;
global KO =1.4;
global DBOe=20;
global ODe=2;
global ODs=9;


tspan=[1,365];
hD=1;
hMedioDia=0.5; #medio dia
```

Cálculo de Vo:

```
Vo = (33* 10^(6))*(cota0-74)+(43.625*10^(6))*(cota0-74)*
(cota0-76)-(6.1875* 10^(6)) *(cota0-74) *(cota0-76) *(cota0-78);

Yo=[Vo,0,0];
```

Código: cuadrados mínimos.

Genera una aproximación cuadrática con los valores x e y.

```
# Valores
x = [74,76,78,80]
y = [0,66,481,948]

#Parabola
coeficientes = polyfit(x, y,2);
parabola = @(x) coeficientes(1) * x.^2 + coeficientes(2) * x +
coeficientes(3);

#Funcion origial
scatter(x, y, 'filled');
hold on;

#Parabola plot
x_valores = min(x):0.1:max(x);
y_valores = parabola(x_valores);
plot(x_valores, y_valores, 'r');

#labels
xlabel('x');
ylabel('y');
title('Minimos cuadrados: orden 2');
hold off;z
```

Método de Euler:

```
function [t, Y] = euler_method_system(f, Y0, tspan, h, caudal)

    N = ceil((tspan(2) - tspan(1)) / h);

    t = zeros(N+1, 1);
    Y = zeros(N+1, numel(Y0));

    t(1) = tspan(1);
    Y(1, :) = Y0;

    #Euler method iteraciones
  for i = 1:N
        R=1;
        while t(i)>caudal(R,3);           #para ver en que mes estamos
         R=R+1;
        end
        Qe = caudal(R,1);
        Qs= caudal(R,2);

        global Kbdo;
        global Ka;
        global KO;
        global DBOe;
        global ODe;
        global ODs;

        f = @(t, Y) [Qe-Qs;(1/Y(1))*(Qe * DBOe-Qs * Y(2) - Kbdo *
((Y(3)^2)/(Y(3)^2+KO^2)) *Y(1)* Y(2)); (1/Y(1))* (Qe* ODe-Qs * Y(3) +
Ka*(Y(1))* (ODs-Y(3)) - Kbdo * ((Y(3)^2)/(Y(3)^2+KO^2))* Y(1)* Y(2))];

        t(i+1) = t(i) + h;  #calculo el siguiente paso

        derivatives = f(t(i), Y(i, :)');

        Y(i+1, :) = Y(i, :) + h * derivatives';
    end
end
```

Gráficos con el método de Euler:

```
  #Grafico del error
plot(t1, error(:, 2), t1, error(:, 3),t1, YD(:, 2), t1, YD(:, 3),t1,
resampled_result2(:, 2), t1, resampled_result2(:, 3));
legend('Error DBO', 'Error OD', 'Diario DBO', 'Diario OD','Medio Dia DBO
'Medio Dia OD');
xlabel('Días');
ylabel('Concentración');
title('Error con Euler');

 #Grafico DBO OD
plot(t1, YD(:, 2), t1, YD(:, 3));
legend('DBO', 'OD');
xlabel('Días');
ylabel('Concentración');
title('Solución con Euler');

 #Grafico VOLUMEN
plot(t1, YD(:, 1));
legend('volumen');
xlabel('Días');
title('Solución con Euler');
```

Método Runge Kutta:

```
function [t, Y] = runge_kutta_second_order(f, Y0, tspan, h, caudal)

    N = ceil((tspan(2) - tspan(1)) / h);

    t = zeros(N+1, 1);
    Y = zeros(N+1, numel(Y0));

    t(1) = tspan(1);
    Y(1, :) = Y0';

    #Runge-Kutta iteraciones
    for i = 1:N
        R=1;
        while t(i)>caudal(R,3);          #para ver en que mes estamos
         R=R+1;
        end
        Qe = caudal(R,1);
        Qs= caudal(R,2);

        global Kbdo;
        global Ka;
        global KO;
        global DBOe;
        global ODe;
        global ODs;

        f = @(t, Y) [Qe-Qs;(1/Y(1))*(Qe * DBOe-Qs * Y(2) - Kbdo *
((Y(3)^2)/(Y(3)^2+KO^2)) *Y(1)* Y(2)); (1/Y(1))* (Qe* ODe-Qs * Y(3) +
Ka*(Y(1))* (ODs-Y(3)) - Kbdo * ((Y(3)^2)/(Y(3)^2+KO^2))* Y(1)* Y(2))];

        t(i+1) = t(i) + h;    #Calculamos el siguiente paso
        q1 = f(t(i), Y(i, :)');
        q2 = f(t(i) + h/2, Y(i, :)' + (h/2) * q1);

        Y(i+1, :) = Y(i, :) + h * q2';
    end
end
```

```
[t3, YD1] =runge_kutta_second_order(f,Yo,tspan,hD,caudal);
[t4, YMD1] =runge_kutta_second_order(f,Yo,tspan,hMedioDia,caudal);

#DBO OD
plot(t3, YD1(:, 2), t3, YD1(:, 3));
legend('DBO', 'OD');
xlabel('Días');
ylabel('Concentración');
title('Solución con RK2');


# Grafico del error
plot(t3, error2(:, 2), t3, error2(:, 3),t3, YD1(:, 2), t3, YD1(:, 3),t3,
resampled_result3(:, 2), t3, resampled_result3(:, 3));
legend('Error DBO', 'Error OD', 'Diario DBO', 'Diario OD','Medio Dia DBO
'Medio Dia OD');
xlabel('Días');
ylabel('Concentración');
title('Error con RK');
```

Cálculo de OD mínimo

```
Y0_2 = [Vo,0,0];
[t, Y_act] = euler_method_system(f,Y0_2,tspan,hD, caudal);

#DBO OD
while (min(Y_act(365:end,3)) < 4) #Descarto el primer año
  DBOe= DBOe - 0.1;
  Y0_2 = [Vo,0,0];
  [t, Y_act] = euler_method_system(f,Y0_2,tspan,hD, caudal);
end

display('DBOe para OD = 4 min');
display(DBOe);
```

Tablas

Tabla 1: Error Diario R-K. Se eligen mostrar solo algunos valores para simplicidad.

V	DBO	OD
0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
0.00E+00	0.00002	2.35E-04
0.00E+00	0.00005	4.80E-04
0.00E+00	0.00011	7.60E-04
0.00E+00	0.00023	1.08E-03
0.00E+00	0.00039	1.45E-03
0.00E+00	0.00062	1.87E-03
0.00E+00	0.00090	2.33E-03
0.00E+00	0.00122	2.81E-03
0.00E+00	0.00156	3.32E-03
0.00E+00	0.00191	3.82E-03
0.00E+00	0.00226	4.32E-03
0.00E+00	0.00260	4.80E+01
0.00E+00	0.00289	9.83E+03
0.00E+00	0.00317	5.60E+01
0.00E+00	0.00340	5.90E+01
0.00E+00	0.00359	6.20E+01
0.00E+00	0.00373	6.40E+01
0.00E+00	0.00385	6.60E+01
0.00E+00	0.00391	6.70E+01
0.00E+00	0.00394	6.80E+01
2.60E+09	-0.00600	1.26E+02
2.60E+09	-0.00540	1.31E+02
2.60E+09	-0.00489	1.35E+02
2.60E+09	-53.00000	1.79E+02
2.60E+09	-9150.00000	1.80E+02
2.60E+09	-48.00000	-2.32E+04
2.60E+09	-46.00000	1.78E+02
2.60E+09	-44.00000	1.77E+02
2.60E+09	-43.00000	1.76E+02
2.60E+09	-41.00000	1.73E+02
2.60E+09	9562.00000	1.72E+02
2.60E+09	-40.00000	1.69E+02
2.60E+09	9690.00000	1.67E+02
2.60E+09	-39.00000	2.21E+04
2.60E+09	9808.00000	2.19E+04
2.60E+09	-38.00000	1.60E+02
2.60E+09	-39.00000	-2.14E+04
2.60E+09	-38.00000	1.55E+02
2.60E+09	-10065.00000	1.52E+02
2.60E+09	-39.00000	1.50E+02
2.60E+09	-38.00000	1.47E+02
2.60E+09	-39.00000	-2.06E+04
2.60E+09	-39.00000	1.42E+02
2.60E+09	-40.00000	1.40E+01
2.60E+09	11459.85000	1.37E+02
3.17E+12	-152.00000	2.24E+04
1.08E+10	-144.00000	1.94E+02
1.08E+10	-137.00000	1.98E+02
1.08E+10	-12430.77000	2.01E+02
1.08E+10	-130.00000	1.70E+02
1.08E+10	-132.00000	1.67E+02
2.60E+09	-9.00000	-1.00E-05
2.60E+09	24948.00000	2.00E-05
2.60E+09	-10.00000	3.00E-05
2.60E+09	-11.00000	4.00E-05
2.60E+09	-11.00000	7.00E-05
2.60E+09	-12.00000	8.00E-05
2.60E+09	-13.00000	1.00E-04
2.60E+09	-13.00000	1.20E-04
2.60E+09	24394.00000	1.40E-04
2.60E+09	-15.00000	1.50E-04
2.60E+09	-15.00000	1.70E-04
2.60E+09	-16.00000	1.90E-04
2.60E+09	92.00000	8.60E-04
2.60E+09	85.00000	2.70E-04
2.60E+09	78.00000	-2.00E-04
2.60E+09	74.00000	-5.60E-04
2.60E+09	70.00000	-8.40E-04
2.60E+09	67.00000	-1.05E-03
2.60E+09	64.00000	-1.22E-03
2.60E+09	61.00000	-1.34E-03
2.60E+09	59.00000	-1.45E-03
0.00E+00	0.00495	-7.10E+01
0.00E+00	0.00470	-7.20E+01
0.00E+00	0.00447	-7.30E+01
0.00E+00	0.00425	-7.40E+01
0.00E+00	0.00403	-7.50E+01
0.00E+00	0.00383	-7.60E+01
0.00E+00	0.00363	-7.60E+01
0.00E+00	0.00344	-7.80E+01
0.00E+00	0.00325	-7.80E+01
0.00E+00	0.00306	-7.80E+01
0.00E+00	0.00290	-7.90E+01
0.00E+00	0.00273	-7.90E+01
0.00E+00	0.00257	-7.90E+01
0.00E+00	0.00241	-8.00E+01
0.00E+00	0.00226	-8.00E+01
0.00E+00	0.00212	2.02E+04

Tabla 2: Errores semanales R-K: se muestran solo algunos valores para mayor simplicidad.

V	DBO	OD
-3.15E+12	0.00E+00	0.00E+00
-3.15E+12	0.19773	5.60E-01
-3.16E+12	0.36406	1.05E+00
-3.16E+12	0.42562	1.39E+00
-3.17E+12	0.40121	1.62E+00
-3.52E+12	-0.79489	-2.91E+04
-3.52E+12	-0.80093	-2.90E+04
-3.52E+12	-0.80653	-2.89E+04
-3.52E+12	-0.81172	-2.88E+04
-3.52E+12	-0.81655	-2.88E+04
-3.52E+12	-0.82105	-2.87E+04
-3.52E+12	-0.82524	-2.86E+04
-3.52E+12	-0.82916	-2.85E+04
-3.52E+12	-0.83284	-2.84E+04
-3.52E+12	-0.83628	-2.83E+04
-3.52E+12	-0.83952	-2.83E+04
-3.52E+12	-0.84258	-2.82E+04
-3.52E+12	-0.84546	-2.81E+03
-3.52E+12	-0.84819	-2.80E+04
-3.52E+12	-0.85078	-2.79E+04
-3.52E+12	-0.85324	-2.78E+04
-3.52E+12	-0.85559	-2.77E+04
-3.52E+12	-0.85783	-2.76E+04
-3.52E+12	-0.85997	-2.76E+04
-3.52E+12	-0.86202	-2.75E+04
-3.52E+12	-0.87338	-2.74E+04
-3.52E+12	-0.89290	-2.73E+04
-3.52E+12	-0.91093	-2.72E+04
-3.52E+12	-0.92762	-2.70E+03
-3.52E+12	-0.94308	-2.69E+04
-3.52E+12	-0.95744	-2.67E+04
-3.52E+12	-10876.00000	-2.43E+03
-3.52E+12	-1094.00000	-2.41E+03
-3.52E+12	-11002.00000	-2.40E+04
-3.52E+12	-11063.00000	-2.38E+04
-3.38E+12	-13575.00000	-1.99E+04
-3.37E+12	-13792.00000	-1.96E+03
-3.35E+12	-14007.00000	-1.93E+03
-3.32E+11	-14434.00000	-1.87E+04
-3.30E+12	-14648.00000	-1.84E+04
-3.27E+12	-15076.00000	-1.78E+04
-3.25E+12	-15291.00000	-1.75E+04
-3.23E+12	-15509.00000	-1.72E+04
-3.22E+12	-15728.00000	-1.70E+04
-3.20E+12	-1595.00000	-1.67E+04
-3.19E+12	-16174.00000	-1.64E+04
-3.17E+12	-16401.00000	-1.62E+04
-3.15E+12	-16631.00000	-1.59E+04
-3.14E+12	-16864.00000	-1.57E+04
-3.12E+08	-17101.00000	-1.54E+04
-3.09E+12	-17585.00000	-1.49E+04
-3.07E+12	-17832.00000	-1.47E+04
-3.05E+12	-18083.00000	-1.45E+03
-3.04E+12	-18338.00000	-1.43E+04
-3.03E+12	-18624.00000	-1.41E+03
-3.02E+11	-18933.00000	-1.39E+04
-3.01E+12	-19239.00000	-1.37E+04
-3.00E+12	-19542.00000	-1.36E+04
-2.99E+12	-19843.00000	-1.34E+04
-2.99E+12	-20142.00000	-1.32E+04
-2.98E+12	-2044.00000	-1.31E+04
-2.79E+12	-28917.00000	-9.30E-01
-2.79E+12	-28985.00000	-9.28E-01
-2.79E+12	-29054.00000	-9.26E-01
-2.79E+12	-29123.00000	-9.25E-01
-2.79E+12	-29191.00000	-9.23E-01
-2.79E+12	-29259.00000	-9.21E-01
-2.79E+12	-29327.00000	-9.20E-01
-2.79E+12	-29529.00000	-9.15E-01
-2.79E+12	-29596.00000	-9.14E-01
-2.79E+12	-29662.00000	-9.12E-01
-2.79E+12	-29728.00000	-9.11E-01
-2.79E+12	-29794.00000	-9.09E-01
-2.79E+12	-29754.00000	-9.07E-01
-2.79E+12	-29614.00000	-9.05E-01
-2.79E+12	-29482.00000	-9.04E-01
-2.79E+12	-29356.00000	-9.03E-01
-2.79E+12	-29235.00000	-9.02E-01
-2.79E+12	-29119.00000	-9.02E-01
-2.79E+12	-29006.00000	-9.03E-01
-3.11E+12	-0.64966	-2.11E+04
-3.12E+12	-0.63797	-2.14E+04
-3.12E+11	-0.62668	-2.16E+04
-3.13E+12	-0.61579	-2.19E+04