
95.10 | Modelación numérica
75.12 | Análisis numérico I A
95.13 | Métodos matemáticos y numéricos

Trabajo Práctico #3

Balance de Oxígeno Disuelto en una laguna

Introducción

La calidad de un cuerpo de agua puede ser evaluada a través de parámetros tales como el Oxígeno Disuelto (OD) y la Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO). La DBO mide la cantidad de oxígeno que se requiere para oxidar por medios biológicos la materia orgánica presente en el agua. Si la concentración de OD en el agua es baja, puede llegar a influir en la calidad de la misma afectando la vida acuática, consumo, recreación, etc.

En este trabajo, se plantea un modelo matemático de calidad de agua, que tiene en cuenta el balance OD – DBO, para evaluar la variación de oxígeno disuelto provocada por la descarga de un río contaminado en una laguna. El caso de estudio es la laguna Mar Chiquita, situada en la Cuenca del Río Salado, al noroeste de la provincia de Buenos Aires, aproximadamente a unos 20 km de la ciudad de Junín.



Descripción del problema

El balance de agua en la laguna está descrito por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dV}{dt} = Q_e - Q_s$$

siendo V el volumen instantáneo de agua en la laguna, t la coordenada temporal, Q_e el caudal ingresante, Q_s el caudal saliente.

La ecuación diferencial para el balance de masa de un contaminante arbitrario, con una concentración c , se escribe como:

$$V \frac{dc}{dt} = Q_e c_e - Q_s c + G - P$$

donde c_e es la concentración de contaminante en el flujo de ingreso, G y P las tasas de ganancia y pérdida de sustancia, respectivamente, que tienen lugar dentro de la laguna.

Las pérdidas para el OD y la DBO son debidas al proceso de biodegradación de materia orgánica disuelta. Este proceso se expresa como una reacción de primer orden:

$$P = K_{bd} V DBO$$

donde K_{bd} es el coeficiente de biodegradación de la materia orgánica disuelta, DBO es la concentración de materia orgánica disuelta. A su vez, K_{bd} depende de la concentración de oxígeno disuelto OD :

$$K_{bd} = K_{bd0} \frac{(OD^2)}{(OD^2 + kO_2^2)}$$

siendo K_{bd0} el coeficiente de biodegradación máximo y kO_2 la constante de semisaturación del oxígeno.

Para el OD se produce una ganancia por el proceso de reaeración, a través de la superficie libre del agua, que se expresa como:

$$G = K_a V (OD_s - OD)$$

donde K_a es el coeficiente de reaeración, OD_s la concentración de oxígeno de saturación.

Con las ecuaciones descriptas se pretende evaluar el balance de OD que se registra en la laguna para un año de operación normal. Para ello se dan como datos los hidrogramas de entrada y salida, en donde el agua se almacena durante las épocas de sequía y se descarga en épocas de alta.

Descripción de tareas

a) Plantear el problema numérico discretizando las ecuaciones de OD y DBO con esquemas numéricos de orden 1 y orden 2.

b) Ajustar un polinomio de grado 2 a los datos cota-volumen de la laguna. Luego efectuar una interpolación entre esos datos. Representar ambas curvas y comparar. Efectuar comentarios sobre esa comparación.

c) Implementar la solución numérica en un código computacional utilizando un paso de discretización temporal diario. Arrancar con el nivel de la laguna en $Cota0$, estimando el volumen inicial a partir de la curva que mejor representa los datos Cota-Volumen obtenida en el paso b). Graficar OD y DBO resultante en la laguna.

d) Estimar el error de truncamiento para el OD y DBO con los 2 métodos. Graficar.

e) Determinar el porcentaje en que se debe reducir la concentración de DBO del río para que en todo el año se garantice OD mínimo en la laguna de 4 g/m^3 . Graficar OD y DBO resultante en la laguna.

f) ¿Qué sucede en c) al considerar un paso de discretización temporal semanal? Evaluar el error de truncamiento.

Datos:

$$K_{bd0} = 0.1 / \text{día} \quad DBO_e = 20 \text{ g} / \text{m}^3$$

$$K_a = 0.01 / \text{día} \quad OD_e = 2 \text{ g} / \text{m}^3$$

$$kO_2^2 = 1.4 \text{ g}^2 / \text{m}^6 \quad OD_s = 9 \text{ g} / \text{m}^3$$

$$Cota0 = N^\circ \text{ Grupo} / 10$$

Volumen Laguna (Hm ³)	Cota IGM (m)
0	74
66	76
481	78
948	80

Mes	Q_e (m ³ /s)	Q_s (m ³ /s)
Enero	6	0
Febrero	9	0
Marzo	12	12
Abril	15	15
Mayo	19	19
Junio	25	44
Julio	25	34
Agosto	18	18
Septiembre	14	14
Octubre	10	10
Noviembre	7	0
Diciembre	6	0