

Modélisation et résolution du problème de transport de gaz: application au réseau principal français

Présentation des travaux de thèse

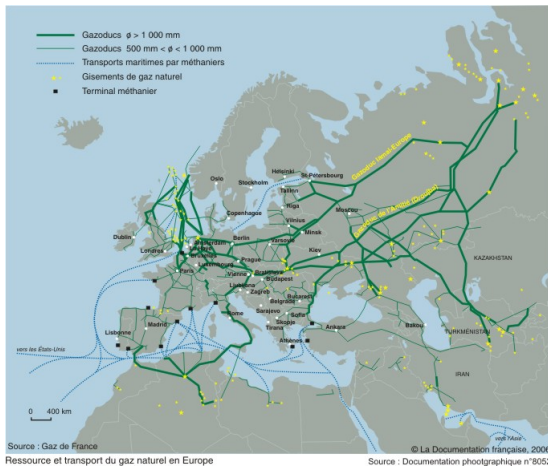
Dan GUGENHEIM

GDF SUEZ - INPT - ENSIACET - LGC

EMN 24 mars 2011

Le gaz en Europe

Les "autoroutes" du gaz :



Réseau de transport principal français (partie GRTgaz)



Présence sur une bonne partie du réseau français

- Plusieurs approvisionnements
- Plusieurs consommations
- Maillé
- Stations d'interconnexion

⇒ Impossible de prévoir le sens du gaz dans le réseau

Des réseaux étrangers, du gaz liquide

Les réseaux régionaux, des gros industriels, des stockages

Problématique abordée

Vérification de la faisabilité d'un scénario d'entrées-sorties en régime permanent

Scénario décrivant des conditions extrêmes pour le réseau physique
Exemple : Hiver froid, approvisionnement russe partiel, etc...

Implication mathématique : problème de faisabilité, pas de fonction objectif défini

Stations d'interconnexion



Carrefours du gaz

Regroupement d'ouvrages agissant sur le gaz :

- Orientation
- Compression (souvent 0 ou 1 station de compression)
- Détente

Structurant le réseau

Hypothèses simplificatrices

Gaz unique sur le réseau, même densité, même pouvoir calorifique
Stations de compression approchées par un compresseur équivalent

Modélisation du réseau

Modélisation du réseau par un graphe de flots

Différence majeure avec un problème de flots : débit sur les arcs
mais aussi **pression sur les nœuds**

Corrélation très forte entre le débit et la pression

⇒ Impossibilité de négliger la pression

Phénomènes régissant le transport de gaz

4 phénomènes :

- Equilibre des entrées et des sortie (loi des nœuds)
- Frottements dans les canalisations : perte de pression du gaz (perte de charge)
- Compression du gaz : augmentation de la pression du gaz
- Détente du gaz : diminution de la pression du gaz

Variables

Réseau représenté par un graphe $G = (V, E)$

P_i pression du gaz au nœud $i \in V$

$Q_{i,j}$ débit du gaz sur un arc $(i, j) \in E$

Sens du débit indiqué par le signe de la variable $Q_{i,j}$

Fausse variable $W_{i,j}$ travail d'un compresseur situé entre i et j

Bornes :

$$0 < \underline{P_i} \leq P_i \leq \overline{P_i} \leq 100$$

$$Q_{i,j} \in \mathbb{R}$$

$$0 \leq \underline{W_{i,j}} \leq W_{i,j} \leq \overline{W_{i,j}} \leq 10^7$$

Loi des nœuds

Au nœud i

$$\sum_{j \in E} Q_{i,j} = s_i - d_i \quad (1)$$

s_i quantité entrante au nœud i

d_i quantité sortante au nœud i

Equation linéaire, cœur du problème de flots

Perte de charge

Pour une canalisation situé entre les nœuds i et j .

$$P_i^2 - P_j^2 = c_{i,j} Q_{i,j} |Q_{i,j}| \quad (2)$$

Coefficient $c_{i,j}$ représentant la géométrie de la canalisation et le phénomène d'écoulement

$$c_{i,j} = \alpha d_0 \cdot T \cdot Z_m(P_i, P_j) \cdot \lambda(Q, D) \frac{L_{i,j}}{D_{i,j}^5}$$

Souvent considéré comme constant et proportionnel à $\frac{L_{i,j}}{D_{i,j}^5}$ en première approximation

Raffinement possible en prenant en compte Z_m

Non linéaire et non convexe

Détente du gaz

Rôle crucial dans le problème

Pour un gaz allant de i à j

$$P_i \geq P_j \quad (3)$$

Modélisation bilatérale

$$Q_{i,j}(P_i - P_j) \geq 0 \quad (4)$$

Réduction du nombre d'inéquations au total mais augmentation du nombre d'inéquations non linéaires.

Compression

Un phénomène mais 2 équations

Le travail

$$W_{i,j} = \gamma_1 Q_{i,j} \left(\left(\frac{P_j}{P_i} \right)^{\gamma_2} - 1 \right) \quad (5)$$

$$\gamma_1 \approx 0,136$$

$$\gamma_2 \approx 0,231$$

Non linéaire et non convexe

Le taux de compression admissible

$$1 \leq \frac{P_j}{P_i} \leq \tau_{i,j} < 3 \quad (6)$$

Cœur du problème de transport de gaz

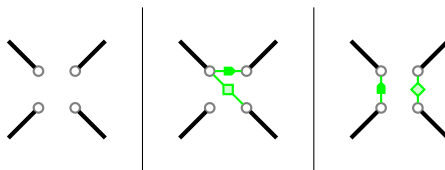
Trouver P, Q tel que

$$(P) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j \in E} Q_{i,j} + s_i = \sum_{j \in E} Q_{j,i} + d_i \\ P_i^2 - P_j^2 = c_{i,j} Q_{i,j} |Q_{i,j}| \\ W_{i,j} = \gamma_1 Q_{i,j} \left(\left(\frac{P_j}{P_i} \right)^{\gamma_2} - 1 \right) \\ Q_{i,j} (P_i - P_j) \geq 0 \\ 1 \leq \frac{P_j}{P_i} \leq \tau_{i,j} \\ \text{combinatoire liée aux interconnexions} \\ \text{bornes} \end{array} \right. \quad (7)$$

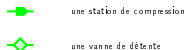
Non linéaire, non convexe et en nombres entiers

Modélisation en nombres entiers

Modélisation classique :



LEGENDE :



Sur le réseau français : 3^{300} possibilités

Exercice 1

Soit une interconnexion $I \subset V \times V$, écrivez les différentes équations qui décrivent les phénomènes et les choix possibles à l'aide de variables binaires, des variables, $P_i, P_j, Q_{i,j}, W_{i,j}, (i, j) \in I$ et des paramètres précédemment cités.

Barème : 5 points

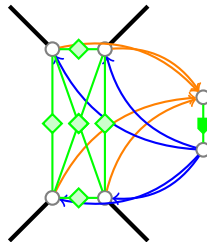
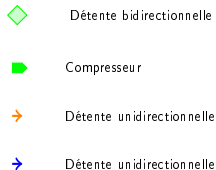
Transformation du modèle en nombres entiers

Transformation du modèle possible due à 2 facteurs

- Modélisation des détentes
- Nombre limité du nombre de compresseur par interconnexion

Modélisation continue de la station d'interconnexion

- Relier tous les nœuds entre eux à l'aide de vannes
- Placer le compresseur à un niveau "supérieur"
- Relier le compresseur à tous les nœuds



Modélisation continue de la station d'interconnexion

Exercice 2

Soit une interconnexion $I \subset V \times V$, écrivez les différentes équations qui décrivent les phénomènes et les choix possibles à l'aide des variables, $P_i, P_j, Q_{i,j}, W_{i,j}, (i, j) \in I$ et des paramètres précédemment cités.

Barème : 5 points

Comparaison des 2 modélisations

Critères	Nombres entiers	non linéaire continue
Nombre de variables	=	=
Complexité	-	+
Optimum	+	-

Meilleurs résultats de la formulation non linéaire sur des petits réseaux réalistes

Méthode des moments

Méthode d'optimisation polynomiale basée sur les travaux de Jean-Bernard Lasserre

En faisant l'approximation $\gamma_2 = 0.25$ et en posant comme variable intermédiaire $Z_i^4 = P_i$

⇒ Transformation en problème polynomial

Résultats encourageants mais ne convient pas à un problème de taille industrielle, limitation pratique à 50 variables.

Linéarisation

Utiliser la puissance des solveurs en nombres entiers pour résoudre la configuration des interconnexions

Linéarisation par morceaux :

Combinatoire des morceaux rapidement importante devant celle des interconnexions

Linéarisation successive :

Temps de calcul extrêmement long par rapport à un solveur non linéaire classique.

Méthode de résolution

Résolution brute du problème peu efficace

Suite de relaxations construites par ajout de contraintes

Exemple :

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ c1(x) \leq 0 \end{aligned}$$

x^* solution du problème ci-dessus, point d'initialisation du problème ci-dessous

$$\begin{aligned} \min g(x) \\ c1(x) \leq 0 \\ c2(x) \leq 0 \end{aligned}$$

Choix sur l'objectif

Quel objectif prendre pour le sous problème i ?

- $\min 1$
- $\min c_{i+1}(x)$
- $\min \int c_{i+1}(x)$
- Objectif métier, $\max \sum P_i, \min \sum W_{i,j}$
- Pseudo objectif métier $\min \sum (s_i - S_i)^2$

Choix sur l'ajout des contraintes

Dans quel ordre ajouter les contraintes c_i

- Aléatoire
- Géographiquement
- Egalité puis inégalité
- Par phénomène et par nombre décroissant

Résultats

Instances de 1600 variables pour 1500 contraintes

Solveur : Ipopt via l'interface GAMS

Intel Duo-Core 2,26Ghz 2Go de RAM

36 cas tests

Objectif	Relaxation	Réussite	Temps moyen (sec)
$\min W_{i,j}$	1	30	340
	2	34	301
$\max P_i$	1	30	249
	2	30	296
$\min(S_i - s_i)^2$	1	36	45
	2	36	43

Conclusion & Perspectives

Grâce à un travail sur la modélisation, obtention de résultats encourageants sur un problème de taille industrielle

Étendre le modèle afin de coller aux problèmes des opérationnels, gaz différents en fonction des provenances, stations de compression réelles

Regarder la possibilité de transformer une classe de MINLP en NLP

Questions en suspens

- Ordre d'ajout des contraintes lors de la sous création des problèmes
- Quelle fonction objectif choisir
- Solveur plus approprié que IPOPT ?
- Autre méthode de résolution