



UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

– UFV  
– CCE  
– DEL

# FUNDAMENTOS DO CONTROLE DE RETIFICADORES E INVERSORES TRIFÁSICOS PARA CONEXÃO À REDE ELÉTRICA



CAMILO COELHO GOMES – ESPECIALISTA 2  
ALLAN FAGNER CUPERTINO – GERENTE

VIÇOSA, MARÇO DE 2016.

## SUMÁRIO

<b>SUMÁRIO .....</b>	<b>II</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>III</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>V</b>
<b>1. O INVERSOR FOTOVOLTAICO TRIFÁSICO .....</b>	<b>6</b>
1.1. ESTRUTURA .....	6
1.2. DISPOSITIVOS SEMICONDUTORES .....	6
1.3. ESTRATÉGIAS DE MODULAÇÃO .....	7
1.4. BARRAMENTO DE CORRENTE CONTÍNUA .....	14
1.5. FILTRO PASSIVO: L, LC E LCL.....	17
1.6. OBJETIVOS DE CONTROLE .....	17
<b>2. TEORIA DE FASORES ESPACIAIS E TRANSFORMAÇÕES.....</b>	<b>18</b>
2.1. FASOR ESPACIAL DE UM SISTEMA TRIFÁSICO .....	18
2.2. TRANSFORMAÇÃO DE CLARKE .....	20
2.3. TRANSFORMAÇÃO DE PARK .....	25
2.4. POTÊNCIA ATIVA E REATIVA EM OUTRAS ORIENTAÇÕES .....	30
<b>3. MODELAGEM DO INVERSOR FOTOVOLTAICO .....</b>	<b>34</b>
3.1. MODELAGEM DO BARRAMENTO CC .....	34
3.2. CONSIDERAÇÕES DA MODELAGEM DO LADO CA .....	35
3.3. MODELO EM COORDENADAS NATURAIS (ABC) .....	36
3.4. MODELO EM COORDENADAS ESTACIONÁRIAS ( $\alpha\beta$ ) .....	36
3.5. MODELO EM COORDENADAS SÍNCRONAS.....	37
3.6. MODELO X ESTRUTURA DE CONTROLE.....	38
<b>4. FUNDAMENTOS DE CONTROLE DE SISTEMAS .....</b>	<b>39</b>
4.1. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA - FT .....	39
4.2. DIAGRAMA DE BLOCOS DE UM SISTEMA DE CONTROLE.....	40
4.3. CONTROLADOR PID.....	41
4.4. ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE UM SISTEMA DINÂMICO .....	45
4.5. PROJETO DE CONTROLADORES PI PELO MÉTODO DE ALOCAÇÃO DE POLOS .....	48
4.6. CONTROLE EM CASCATA .....	52
4.7. CONTROLE DIGITAL .....	52
<b>5. PROJETO DO FILTRO LCL .....</b>	<b>60</b>
5.1. FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DO FILTRO .....	60
5.2. DIMENSIONAMENTO DOS COMPONENTES DO FILTRO .....	62
5.3. PROJETO DO AMORTECIMENTO PASSIVO.....	65
<b>6. CONTROLE DO INVERSOR FOTOVOLTAICO EM COORDENADAS SÍNCRONAS .....</b>	<b>70</b>
6.1. INTRODUÇÃO .....	70
6.2. MALHA DE SINCRONISMO DE FASE - PLL.....	71
6.3. AJUSTE DOS CONTROLADORES DE CORRENTE .....	74
6.4. AJUSTE DO CONTROLADOR DE POTÊNCIA REATIVA.....	80
6.5. AJUSTE DO CONTROLADOR DA TENSÃO DE BARRAMENTO CC .....	81

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.1. Estrutura de um inversor fotovoltaico trifásico. ....	6
Fig. 1.2. Características de um IGBT: (a) Símbolo do dispositivo; (b) Característica de condução de um IGBT comercial em função da tensão de <i>gate</i> . ....	7
Fig. 1.3. Representação do inversor trifásico para estudo da modulação: (a) Circuito elétrico equivalente; (b) Tensão de fase sintetizada para operação em onda quadrada; (c) Espectro harmônico da tensão sintetizada. ....	8
Fig. 1.4. Operação de um inversor trifásico em modo <i>six-step</i> : (a) Formas de onda de tensão; (b) Espectro harmônico das tensões. ....	9
Fig. 1.5. Modulador senoidal: (a) Diagrama de blocos do modulador; (b) Formas de onda típicas. ....	9
Fig. 1.6. Operação de um inversor com modulador senoidal na região linear: (a) Formas de onda sintetizadas; (b) Espectro das tensões sintetizadas. ....	10
Fig. 1.7. Operação de um inversor com modulador senoidal na região de sobremodulação: (a) Formas de onda sintetizadas; (b) Espectro das tensões sintetizadas. ....	11
Fig. 1.8. Efeito da inserção de terceiro harmônico no SPWM: (a) Extensão da região linear do modulador; (b) Formas de onda sintetizadas pelo inversor; (c) Espectro harmônico das tensões sintetizadas. ....	13
Fig. 1.9. Diagrama de blocos dos moduladores PWM modernos. ....	13
Fig. 1.10. Modulador SVPWM: (a) Estrutura de geração de sequência zero para o SVPWM; (b) Formas de onda típicas do modulador. ....	13
Fig. 1.11. Circuito equivalente para análise do <i>ripple</i> de corrente no barramento de cc. ....	15
Fig. 1.12. Formas de onda da corrente do barramento cc: (a) Injeção de 1 pu de potência ativa; (b) Espectro para injeção de 1 pu de potência ativa; (c) Injeção de 1 pu de potência reativa; (d) Espectro para injeção de 1 pu de potência reativa; ....	16
Fig. 2.1. Disposição espacial das bobinas para a definição do conceito de fasor espacial. ....	18
Fig. 2.2. Obtenção de uma máquina equivalente com bobinas defasadas 90°. ....	21
Fig. 2.3. Representação geométrica da transformação de Clarke e de Park. ....	25
Fig. 3.1. Circuito equivalente para a modelagem do barramento cc do inversor. ....	34
Fig. 3.2. Circuito equivalente para a modelagem do lado ca do inversor. ....	35
Fig. 3.3. Circuito equivalente simplificado para a modelagem do lado ca do inversor. ....	35
Fig. 3.4. Circuito de um retificador ativo. ....	38
Fig. 4.1. Circuito RL série. ....	39
Fig. 4.2. Diagrama de blocos de um sistema de controle e suas funções de transferência. ....	41
Fig. 4.3. Diagrama de blocos para o controle da corrente de um circuito RL. ....	42
Fig. 4.4. Resposta do sistema com controlador proporcional: (a) Corrente medida e corrente de referência para vários valores de $K_p$ ; (b) Respostas de controle; (c) Detalhe da dinâmica da corrente medida. ....	42
Fig. 4.5. Comparação do sistema para elevado valor de $K_p$ considerando a saturação da ação de controle: (a) Corrente medida e corrente de referência; (b) Ações de controle. ....	43

Fig. 4.6. Resposta do sistema com controlador proporcional-integral: (a) Corrente medida e corrente de referência para vários valores de $K_i$ ; (b) Respectivas ações de controle; (c) Detalhe da dinâmica da corrente medida. ....	44
Fig. 4.7. Resposta do sistema com controlador proporcional-integral-derivativo e comparação com o controlador PI para um sinal de medição sem ruído: (a) Corrente medida e corrente de referência; (b) Respectivas ações de controle. ....	45
Fig. 4.8. Resposta do sistema com controlador proporcional-integral-derivativo e comparação com o controlador PI para um sinal de medição com ruído aleatório de 10 mA de pico: (a) Corrente medida e corrente de referência; (b) Respectivas ações de controle. ....	45
Fig. 4.9. Resposta de 3 sistemas a um degrau unitário. Note que o sistema 3 não é capaz de seguir o degrau, por ser instável. ....	47
Fig. 4.10. Diagrama de Bode do circuito RL estudado. ....	47
Fig. 4.11. Análise da estabilidade do controle por meio do diagrama de Bode. ....	48
Fig. 4.11. Exemplo de controle em cascata. ....	52
Fig. 4.12. Discretização de um sinal qualquer. ....	53
Fig. 4.13. Funcionamento de um segurador de ordem zero. ....	55
Fig. 5.1. Filtro LCL. ....	60
Fig. 5.2. Diagrama de Blocos do filtro LCL. ....	60
Fig. 5.3. Diagrama de Blocos do filtro LCL com amortecimento passivo. ....	66
Fig. 5.4. Efeito da inserção do resistor de amortecimento na função de transferência $G_{gis}$ . ....	66
Fig. 5.7. Diagrama de blocos em malha fechada de $I_g$ . ....	68
Fig. 5.8. Diagrama de blocos em malha fechada discretizado. ....	69
Fig. 5.9. Efeito da variação de $R_d$ no mapa dos polos da função de transferência em malha fechada. ....	69
Fig. 6.1. Estrutura de controle de um inversor fotovoltaico trifásico em coordenadas síncronas. ....	71
Fig. 6.2. Diagrama de blocos da SRF-PLL. ....	72
Fig. 6.3. Diagrama de blocos da equação (6.4). ....	72
Fig. 6.4. Controle do subsistema de eixo direto para o estágio inversor. ....	75
Fig. 6.5. Sistema equivalente para o subsistema de eixo direto do retificador. ....	75
Fig. 6.6. Controle do subsistema de eixo de quadratura para o estágio retificador. ....	76
Fig. 6.7. Sistema equivalente para o subsistema de eixo de quadratura do inversor. ....	76
Fig. 6.8. Diagrama de blocos do controle de potência reativa. ....	80
Fig. 6.9. Modelo simplificado das malhas de controle de potência reativa. ....	80
Fig. 6.10. Modelo da malha do barramento CC. ....	82
Fig. 6.11. Modelo da malha do barramento CC. ....	82
Fig. 6.12. Estrutura completa para o controle de $v_{dc}$ . ....	83
Fig. 6.13. Diagrama de blocos em malha fechada do controle de $v_{dc2}$ . ....	84
Fig. 6.14. Estrutura completa para o controle de $v_{dc2}$ . ....	85

---

## LISTA DE TABELAS

Tab. 4.1. Parâmetros utilizados nas análises da resposta dos controladores.....	42
Tab. 4.2. Métodos de discretizações disponibilizados pelo Matlab.....	57
Tab. 5.1. Parâmetros do inversor fotovoltaico. ....	64
<i>Tab. 6.1. Parâmetros do inversor fotovoltaico. ....</i>	<i>78</i>

# 1. O INVERSOR FOTOVOLTAICO TRIFÁSICO

Este capítulo tem por finalidade apresentar conceitos gerais relacionados com a estrutura de um inversor para aplicação de sistemas fotovoltaicos. Detalhes a respeito dos dispositivos semicondutores, filtros e estratégias de modulação são discutidas neste capítulo. Deve-se ressaltar que este capítulo tem caráter introdutório e é de suma importância para a compreensão dos capítulos posteriores.

## 1.1. ESTRUTURA

O painel solar fotovoltaico gera tensão contínua. Desta forma, para a injeção de potência na rede elétrica é necessário um dispositivo que realize a conversão da tensão contínua em tensão alternada. Um dispositivo que realiza esta função é o inversor.

Os inversores podem ser monofásicos ou trifásicos. Os inversores trifásicos são utilizados em aplicações de potência acima de 7 kW e serão o foco de estudo deste material. Este inversor é responsável por controlar a tensão nos terminais do painel fotovoltaico e resultar na operação sob o ponto de máxima potência do arranjo fotovoltaico.

A estrutura completa de um inversor para sistemas fotovoltaicos é apresentada na Fig. 1.1. Observa-se a presença de duas chaves semicondutoras por fase e um filtro passivo que tem a finalidade de garantir a qualidade da energia injetada na rede elétrica. O detalhamento da estrutura física do inversor e da função de cada um dos componentes é realizada nas subseções a seguir.

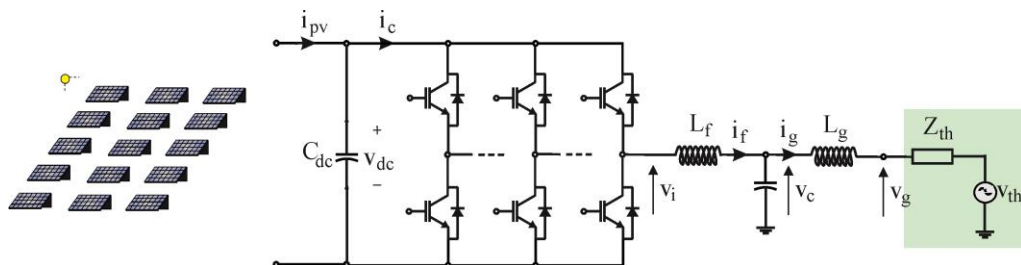
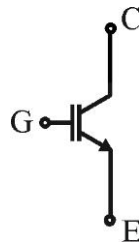


Fig. 1.1. Estrutura de um inversor fotovoltaico trifásico.

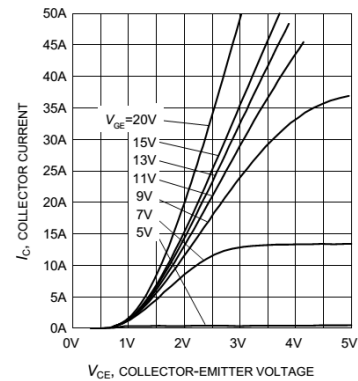
## 1.2. DISPOSITIVOS SEMICONDUCTORES

De fato, para que o inversor opere chaveando em alta frequência, chaves mecânicas não são capazes de realizar tal operação. Desta forma, devem ser utilizadas chaves semicondutoras. Dentre as chaves semicondutoras mais utilizadas para inversores, pode-se citar o IGBT (*Insulate Gate Bipolar Transistor*).

O IGBT é uma chave semicondutora de 3 terminais. Seu símbolo é apresentado na Fig. 1.2 (a). A circulação de corrente entre o coletor e o emissor do IGBT é controlada pela tensão aplicada entre o *gate* e o emissor do mesmo. Desta forma, dada uma tensão aplicada no gate é capaz de passar do estado de circuito aberto para curto circuito. Esta característica é apresentada na Fig. 1.2 (b), que apresenta a corrente de coletor  $I_c$  em função da tensão  $V_{CE}$  para diversos valores de  $V_{GE}$ .



(a)



(b)

Fig. 1.2. Características de um IGBT: (a) Símbolo do dispositivo; (b) Característica de condução de um IGBT comercial em função da tensão de *gate*.

Os IGBT's apresentam uma tensão máxima de bloqueio. Acima desta tensão, o campo elétrico no interior do dispositivo atinge valores elevados e resulta num fenômeno conhecido como avalanche. Isto ocasiona a queima do dispositivo. Um fato interessante é que a falha do IGBT por sobretensão é independente da corrente que circula pelo dispositivo e ocorre em uma velocidade absurdamente alta (visto que o campo elétrico viaja na velocidade da Luz). Em relação aos valores, as faixas mais comuns de tensão são 600 V, 1200 V e 1800 V. Com as novas tecnologias tem sido possível fabricar IGBT's com tensões mais altas, contudo isso não será tratado neste material. Com a finalidade de evitar a queima do dispositivo, geralmente utiliza-se um dispositivo com capacidade de bloqueio no mínimo 2 vezes a máxima tensão imposta pelo circuito.

Além disso, os IGBT's apresentam uma corrente máxima que pode circular entre o coletor e o emissor. Acima desta corrente, o dispositivo vai aquecer até que sua junção seja danificada. Deve-se observar que a corrente máxima é uma função da temperatura na junção do dispositivo. Assim, na maioria das aplicações é necessário um projeto térmico, que tem por finalidade evitar a queima dos dispositivos.

De fato, não existem chaves semicondutoras bidirecionais em corrente. Além disso, os IGBT's são sensíveis a polarização reversa (tensão negativa entre coletor e emissor). A título de curiosidade, um IGBT de 1800 V pode queimar com uma tensão de -20 V!!!! Desta forma, na aplicação inversora, é instalado em paralelo com cada IGBT um diodo, conforme indicado na figura tal B. Isto resulta em uma chave bidirecional. A queda de tensão diretamente polarizada do diodo não passa de 2, 5V (aqui os diodos são de potência, a regra do 0,7 é para diodos de silício de baixa potência), e portanto o IGBT está protegido.

### 1.3. ESTRATÉGIAS DE MODULAÇÃO

Considere o diagrama apresentado na Fig. 1.3 (a). Ele representa uma simplificação da Fig. 1.1. O barramento de corrente contínua é representado por duas fontes de tensão conectadas em série e na saída do inversor é conectada uma carga resistiva. O objetivo desta seção é entender como a tensão alternada surge na carga, quais suas características e como podemos otimizar o aproveitamento do barramento cc.

Inicialmente deve ser observado que os pares de chaves ( $S_1, S_2$ ), ( $S_3, S_4$ ) e ( $S_5, S_6$ ) devem ser complementares a fim de evitar um curto-circuito no barramento. Se as chaves forem comutadas com a frequência da rede elétrica, a forma de onda da tensão  $v_{ao}$  é dada pela Fig. 1.3 (b). Isto seria o funcionamento básico de um inversor de onda quadrada. Observe que a forma de onda está com a metade do barramento ou o seu negativo. Portanto existem dois níveis de tensão apenas, o que justifica chamar esta topologia de inversor de dois níveis.

O espectro desta tensão é apresentado na Fig. 1.3 (c). O grande problema desta metodologia é que o espectro de uma onda quadrada contém harmônicos ímpares de baixa ordem que são de difícil filtragem e portanto, são indesejáveis.

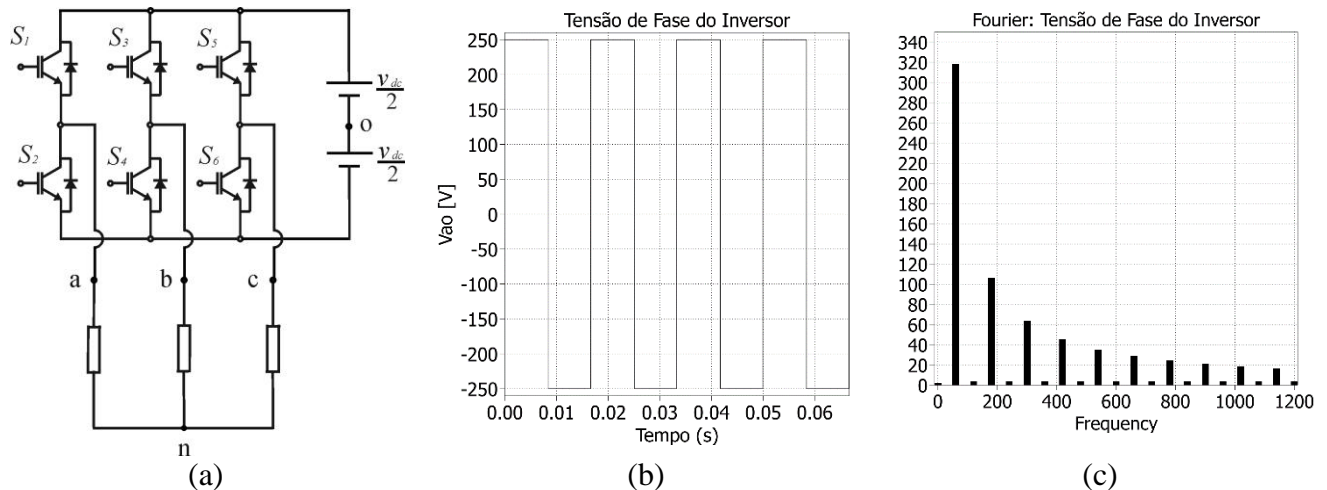


Fig. 1.3. Representação do inversor trifásico para estudo da modulação: (a) Circuito elétrico equivalente; (b) Tensão de fase sintetizada para operação em onda quadrada; (c) Espectro harmônico da tensão sintetizada.

Utilizando-se o mesmo exemplo e medindo-se agora as tensões de linha  $v_{ab}$  e  $v_{an}$  é possível obter as formas de onda apresentadas na Fig. 1.4 (a). Os espectros harmônicos destas tensões são apresentados na Fig. 1.4 (c). Observa-se inicialmente que não existem harmônicos ímpares múltiplos de 3 na tensão de linha. Como a tensão de fase na carga é uma composição da tensão de linha, observa-se que não aparecem estes harmônicos na tensão  $v_{an}$ . Isto é possível, visto que não existe conexão elétrica entre os pontos  $o$  e  $n$ .

Outro ponto interessante é que a tensão aplicada na carga apresenta 6 saltos dentro de um ciclo. Por este motivo, quando um inversor opera desta forma, costuma-se dizer que ele está operando em modo *six-step*. De fato, a componente fundamental da tensão sintetizada por fase pelo inversor  $v_{ao,f}$  vale

$$v_{ao,f} = \frac{2}{\pi} v_{dc} \quad (1.1)$$



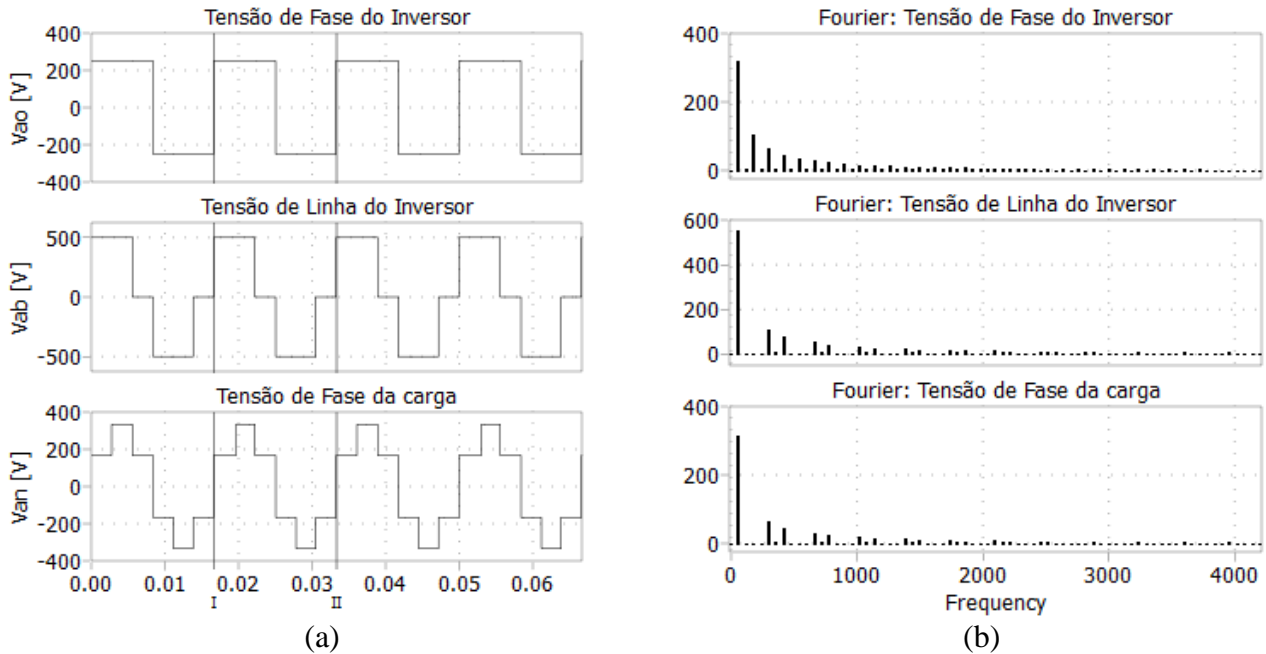


Fig. 1.4. Operação de um inversor trifásico em modo *six-step*: (a) Formas de onda de tensão; (b) Espectro harmônico das tensões.

Esta relação é o limite superior do aproveitamento do barramento cc da topologia estudada. Observe que os 318 V de componente fundamental da forma de onda da Fig. 1.3 (c) respeitam essa relação.

Observa-se que no modo de operação *six-step* não é possível controlar a amplitude da tensão que está sendo sintetizada. Desta forma, estratégias que proporcionem obter uma tensão variável sem conteúdo harmônico de baixa frequência é interessante. Neste contexto a modulação por largura de pulso (PWM – do inglês *pulse width modulation*) é uma técnica largamente utilizada para determinar os sinais de chaveamento dos dispositivos semicondutores. Esta estratégia permite o controle da tensão e da frequência aplicada na carga.

A estratégia tradicional conhecida como modulação senoidal (SPWM), compara o sinal senoidal a qual deseja-se sintetizar com uma portadora triangular na frequência de chaveamento, conforme ilustrado na Fig. 1.5 (a). A comparação da onda senoidal com a portadora triangular de alta frequência gera a sequência de pulsos mostrada na Fig. 1.5 (b).

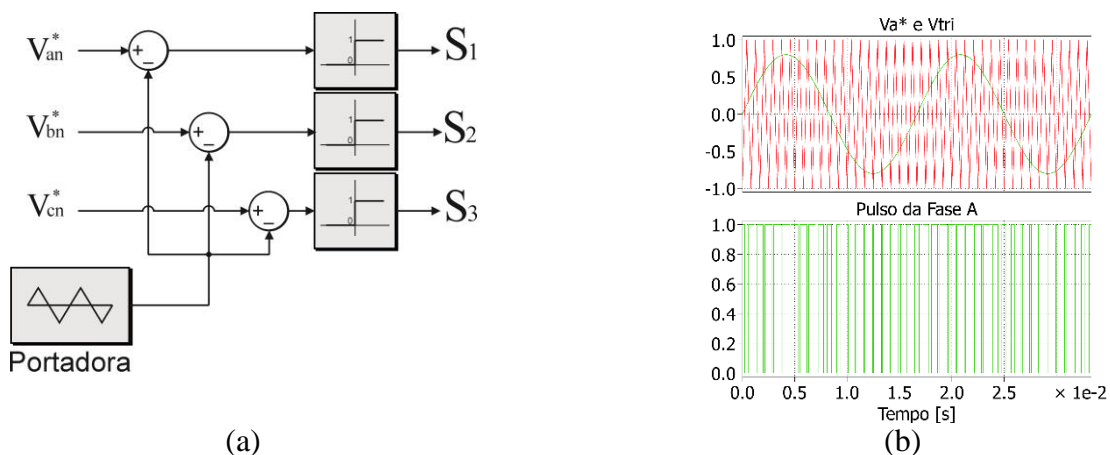


Fig. 1.5. Modulador senoidal: (a) Diagrama de blocos do modulador; (b) Formas de onda típicas.

A medida que a amplitude do sinal senoidal (que será referida a partir de agora como *referência*) aumenta em relação a amplitude da triangular (que será referida a partir de agora como *portadora*), a tensão sintetizada também aumenta. É possível provar que enquanto a amplitude da referência menor que da onda triangular a relação é linear. Quando o modulador opera nesta região, diz-se que ele está operando na região linear.

Considerando-se a amplitude da referência igual a amplitude da portadora, uma tensão de barramento cc de 500 V e uma frequência de chaveamento igual a 1200 Hz, é possível obter as formas de onda apresentadas na Fig. 1.5 (a) e (b). Observa-se que o primeiro conjunto de harmônicos se encontram em torno da frequência de chaveamento, o que facilita a filtragem.

Além disso, a linearidade entre a amplitude da portadora e a tensão sintetizada faz com que o modulador seja apenas um ganho na malha de controle do inversor. Por fim, observa-se que no limite da região linear o modulador sintetiza uma tensão máxima igual a

$$v_{ao,f} = \frac{v_{dc}}{2}. \quad (1.2)$$

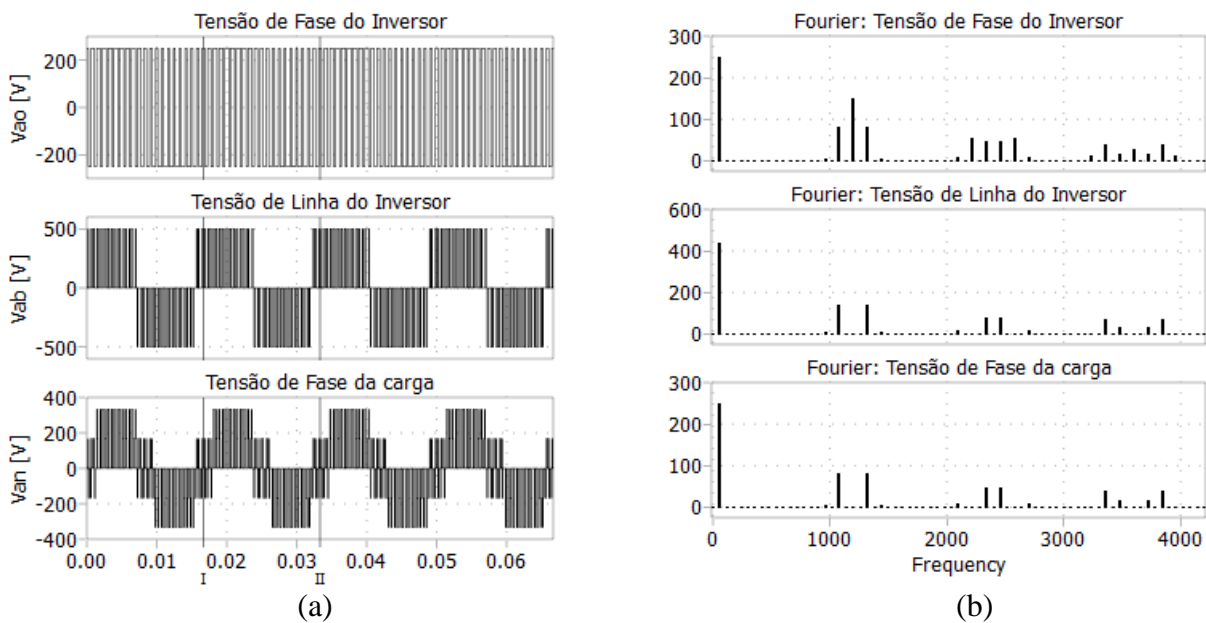


Fig. 1.6. Operação de um inversor com modulador senoidal na região linear: (a) Formas de onda sintetizadas; (b) Espectro das tensões sintetizadas.

Costuma-se mensurar a extensão da região linear de um modulador em termos de sua capacidade de sintetizar tensão em termos do máximo teórico. Desta forma, define-se o *índice de modulação* como sendo

$$m = \frac{v_{ao}}{v_{six\ step}} = \frac{v_{ao}}{\frac{2}{\pi} v_{dc}}. \quad (1.3)$$

Desta forma, o índice de modulação máximo alcançado na região linear do SPWM é 0,785. Quando a amplitude da referência se torna maior que a amplitude da portadora, ocorre um fenômeno

conhecido como sobremodulação. Nesta região, a relação entre a tensão sintetizada e a amplitude da referência não é mais linear. Além disso, harmônicos de baixa frequência aparecem no sinal sintetizado. As formas de onda para essa situação, considerando-se a amplitude da referência igual 1,5 vezes a amplitude da triangular são apresentadas na Fig. 1.7 (a) e (b).

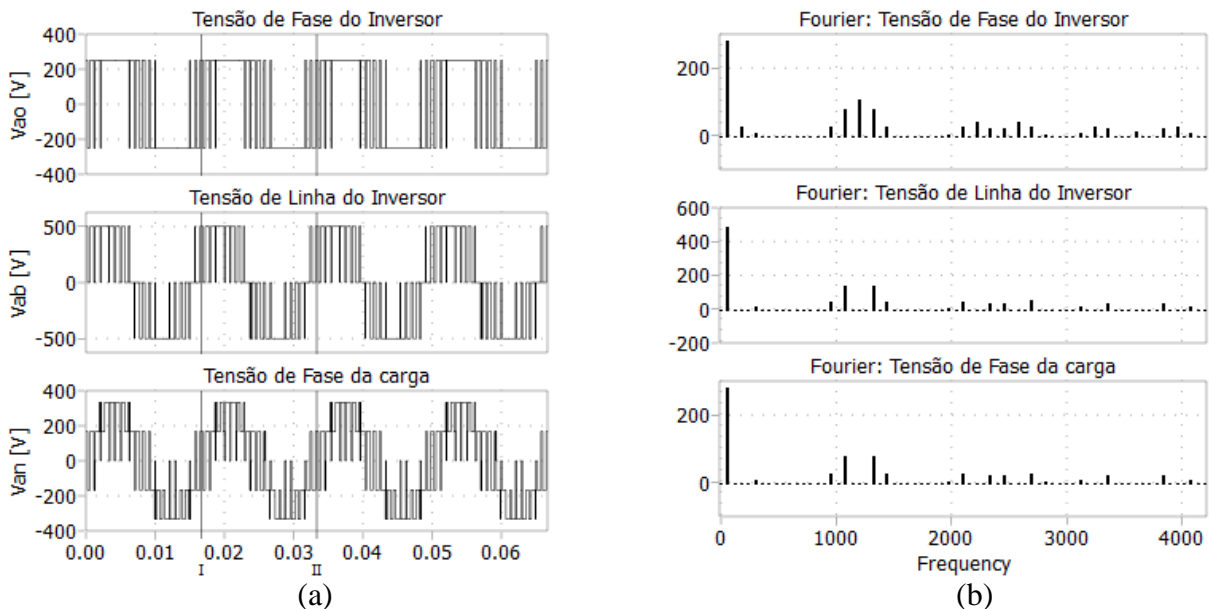


Fig. 1.7. Operação de um inversor com modulador senoidal na região de sobremodulação: (a) Formas de onda sintetizadas; (b) Espectro das tensões sintetizadas.

**Tarefa 1.1 (PLECS)** Considere um inversor com os seguintes parâmetros:  $v_{dc} = 500$  V,  $f_s = 1200$  Hz,  $f_n = 60$  Hz.

Implementar um modulador senoidal para este inversor. Considere a amplitude da triangular unitária. Testar o modulador para os seguintes pontos de operação:

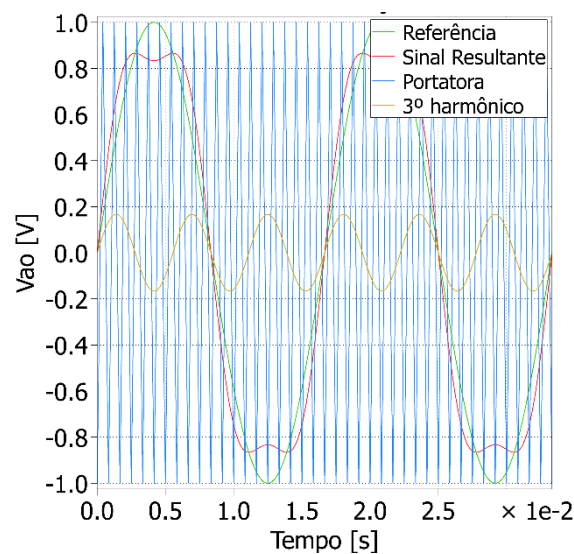
- $v_{ao} = 125$  V;
- $v_{ao} = 250$  V;
- $v_{ao} = 275$  V;
- $v_{ao} = 8000$  V;
- Nas letras c e d, você deve ter observado que o inversor não sintetizou a tensão de referência. Justifique esse fato.

A região de sobremodulação é bastante explorada na área de acionamentos elétricos, visto que é possível sintetizar mais tensão (isto pode ser utilizado durante uma sobrecarga no eixo do motor). Contudo esta não é uma alternativa muito interessante para inversores fotovoltaicos, onde a qualidade de energia é priorizada e portanto, deve-se evitar a geração de harmônicos de baixa frequência.

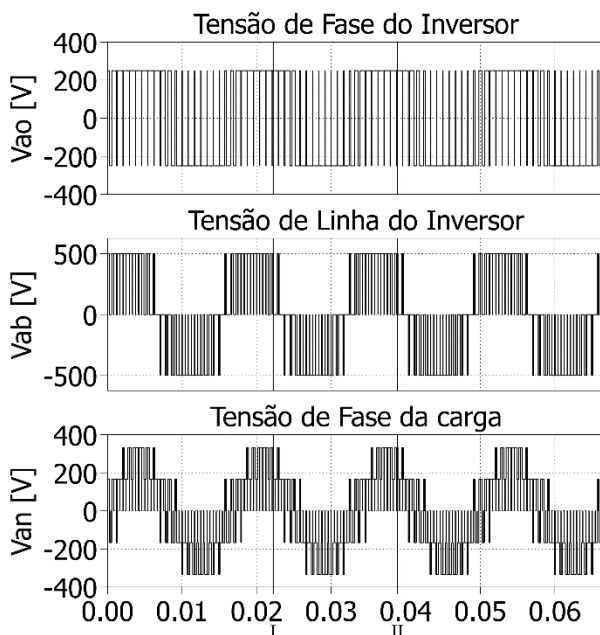
A limitação da máxima tensão a ser sintetizada pela técnica SPWM está intimamente relacionada com a característica do sinal de referência. De fato, a inserção de componentes de sequência zero (harmônicos ímpares múltiplos de 3) ao sinal de referência permite um maior aproveitamento do barramento cc.

Para elucidar este fato, considere a Fig. 1.8. Quando uma onda de terceiro harmônico com um sexto da amplitude do sinal de referência é somada ao sinal de referência, a amplitude da onda resultante reduz, conforme ilustrado na Fig. 1.8 (a). Desta forma, a região linear se estende, visto que pode-se adicionar mais componente fundamental até que as amplitudes do novo sinal de referência e da portadora se igualem.

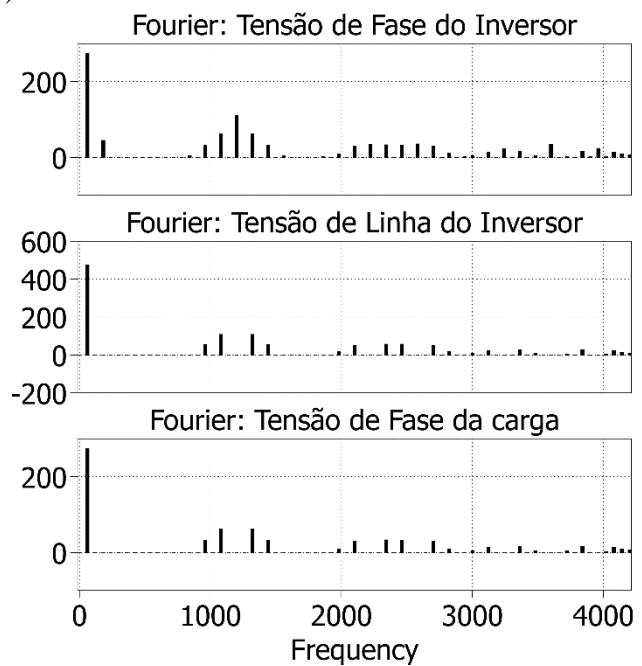
Desta forma, o inversor consegue sintetizar a referência sem atingir a região de sobremodulação, como pode ser visto nas Fig. 1.8 (b) e (c). Como consequência, a tensão  $v_{ao}$  apresentará uma componente de terceiro harmônico. Contudo, o leitor deve lembrar que a componente de terceiro harmônico não aparece na tensão de linha do inversor, visto que vamos inserir a mesma componente nas três fases. A conclusão é que inserir uma componente de sequência zero estende a região linear do modulador sem acrescentar harmônicos de baixa frequência na tensão da carga.



(a)



(b)



(c)

Fig. 1.8. Efeito da inserção de terceiro harmônico no SPWM: (a) Extensão da região linear do modulador; (b) Formas de onda sintetizadas pelo inversor; (c) Espectro harmônico das tensões sintetizadas.

Assim, o que diferencia as técnicas de modulação mais modernas é a forma de obtenção da sequência zero a ser adicionada. O diagrama de blocos destas técnicas é apresentado na Fig. 1.9.

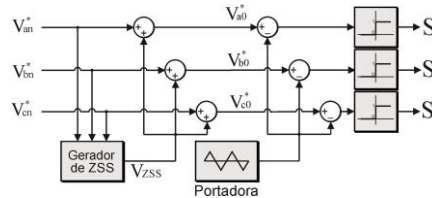


Fig. 1.9. Diagrama de blocos dos moduladores PWM modernos.

A técnica de modulação conhecida como *Space Vector PWM* (SVPWM) baseia-se na teoria de fasores espaciais e associa à cada estado de condução das chaves um vetor espacial no plano complexo. Na sua implementação mais elegante, o SVPWM detecta a posição no plano complexo da tensão seleciona sempre quatro vetores para sintetizá-lo. Tradicionalmente utilizam-se os dois vetores adjacentes à tensão que se deseja obter e os vetores nulos. Isto permite chavear um dispositivo semiconductor por vez, além de reduzir a ondulação na corrente de saída.

Neste trabalho, a implementação do SVPWM é realizada através do cálculo da componente de sequência zero a ser adicionada ao sinal de referência. A tensão de sequência zero para esta técnica é obtida através do teste da menor magnitude entre os três sinais de referência escalonados por 0,5. O diagrama de blocos desta estrutura é apresentado na Fig. 1.10 (a). As formas de onda típicas para este modulador são apresentadas na Fig. 1.10 (b).

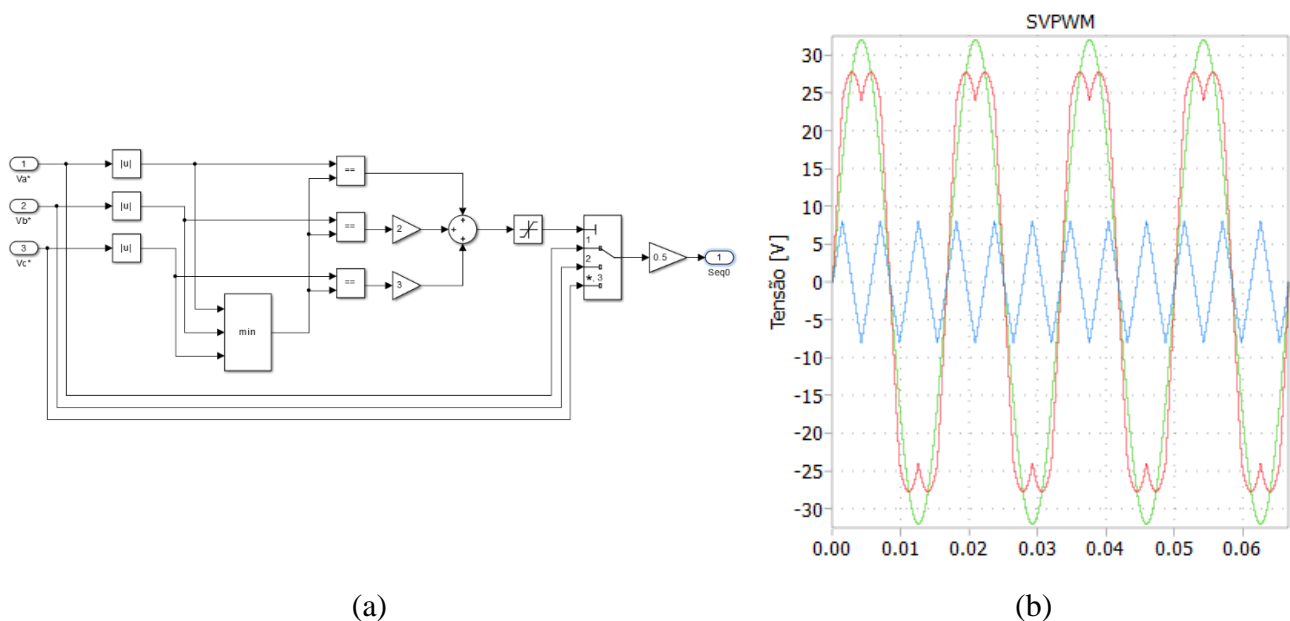


Fig. 1.10. Modulador SVPWM: (a) Estrutura de geração de sequência zero para o SVPWM; (b) Formas de onda típicas do modulador.

No limite da região linear, o modulador SVPWM sintetiza uma tensão máxima igual a

$$v_{ao,f} = \frac{v_{dc}}{\sqrt{3}}. \quad (1.4)$$

Observa-se que a estratégia de modulação SVPWM apresenta um ganho de aproximadamente 15 % em relação ao SPWM. De fato, a modulação vetorial resulta em um maior aproveitamento do barramento cc do inversor.

**Tarefa 1.2 (PLECS)** Considere um inversor com os seguintes parâmetros:  $v_{dc} = 500 \text{ V}$ ,  $f_s = 1200 \text{ Hz}$ ,  $f_n = 60 \text{ Hz}$ .

Implementar um modulador SVPWM para este inversor. Considere a amplitude da triangular unitária. Testar o modulador para os seguintes pontos de operação:

- a)  $v_{ao} = 125 \text{ V}$ ;
- b)  $v_{ao} = 250 \text{ V}$ ;
- c)  $v_{ao} = 275 \text{ V}$ ;
- d)  $v_{ao} = 8000 \text{ V}$ ;
- e) Calcule para esse modulador o índice de modulação no limite da região linear.

## 1.4. BARRAMENTO DE CORRENTE CONTÍNUA

A topologia de inversor utilizada necessita de um barramento de corrente contínua com tensão regulada. As especificações deste barramento incluem o valor da tensão do mesmo e o valor da capacitância.

De fato, o barramento de corrente contínua necessita de um valor mínimo. Este valor mínimo tem a finalidade de garantir que o modulador irá operar na região linear e portanto não irá gerar harmônicos de baixa frequência. Deve-se lembrar que o inversor está conectado à rede elétrica e portanto deve sintetizar uma tensão superior a tensão da rede a fim de proporcionar injeção de potência na mesma. Assim, são realizadas as seguintes considerações:

- A impedância de saída do conversor é considerada 0.08 pu com uma variação de 5 % em torno deste valor;
- A tensão da rede pode variar em torno de 5 %;
- O barramento cc no pior caso de operação irá apresentar 10 % de oscilação e um erro de 2 % em regime permanente.

Baseado nestas considerações, a tensão mínima a ser sintetizada pelo inversor é dada por:

$$\hat{V}_{s,inv} = 1,05 \times (1 + 0,08 \times 1,05) V_g = 1,139 \hat{V}_g. \quad (1.5)$$

onde  $\hat{V}_{s,inv}$  é o pico da tensão de fase sintetizada pelo inversor e  $\hat{V}_g$  é o pico da tensão de fase no ponto de conexão com a rede.

De acordo com a 3ª consideração realizada, o valor mínimo da tensão do barramento cc será

$$v_{dc,min} = 0.88 v_{dc}. \quad (1.6)$$

Utilizando-se a equação (1.4), pode-se escrever que, para o pior caso

$$\frac{0.88 v_{dc}}{\sqrt{3}} = 1,139 \hat{V}_g \Leftrightarrow \boxed{v_{dc} = 2,24 \hat{V}_g}. \quad (1.7)$$

Por sua vez, o capacitor de barramento cc é importante para filtrar as oscilações de tensão do barramento cc. As oscilações de tensão são provenientes da corrente pulsada que é absorvida do barramento cc. Para compreender o comportamento desta corrente, considere a . De fato, a corrente  $i_c$  pode ser descrita pela equação

$$i_c = d_1 i_a + d_2 i_b + d_3 i_c. \quad (1.8)$$

onde  $d_i$  corresponde ao sinal do chaveamento da chave semicondutora  $S_i$  da parte superior da ponte.

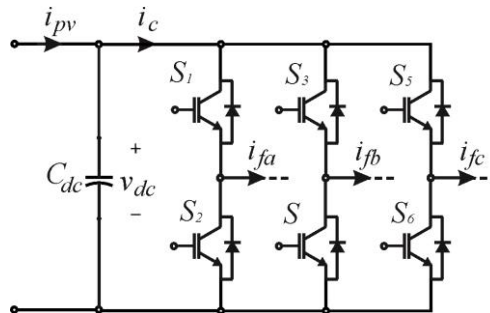


Fig. 1.11. Circuito equivalente para análise do *ripple* de corrente no barramento de cc.

Considerando-se o inversor injetando potência ativa, pode-se obter as formas de onda da Fig. 1.12 (a). Os resultados são apresentados em pu. Como pode ser observado na Fig. 1.12 (b), a corrente do barramento cc apresenta um valor médio, que corresponde a transferência de potência ativa da fonte contínua para a fonte alternada e um *ripple* de alta frequência, que corresponde ao *ripple* do barramento cc.

Para o inversor injetar potência reativa, pode-se obter as formas de onda da Fig. 1.12 (c). Observe na Fig. 1.12 (d) que a componente cc da corrente no barramento é aproximadamente zero. Isto significa que para gerar potência reativa, não é necessário existir uma fonte no barramento cc. Apenas a capacitância é necessária. Isto pode ser explicado pelo fato da média da potência reativa em um ciclo ser zero. Portanto numa parcela do ciclo o capacitor ira descarregar, fornecendo energia para a rede e na segunda parcela a energia irá fluir da rede elétrica para o capacitor do barramento.



Não será apresentado neste material o equacionamento do valor mínimo do capacitor do barramento cc. A capacitância mínima pode ser determinada por

$$C_{dc,min} = \frac{3I}{4 \omega \Delta v_{dc}} \quad (1.9)$$

onde  $I$  é o pico da corrente de fase do conversor,  $\omega$  é a frequência da rede elétrica e  $\Delta v_{dc}$  é a máxima variação de barramento permitida pelo projeto, denominada muitas vezes pelo termo *ripple*.

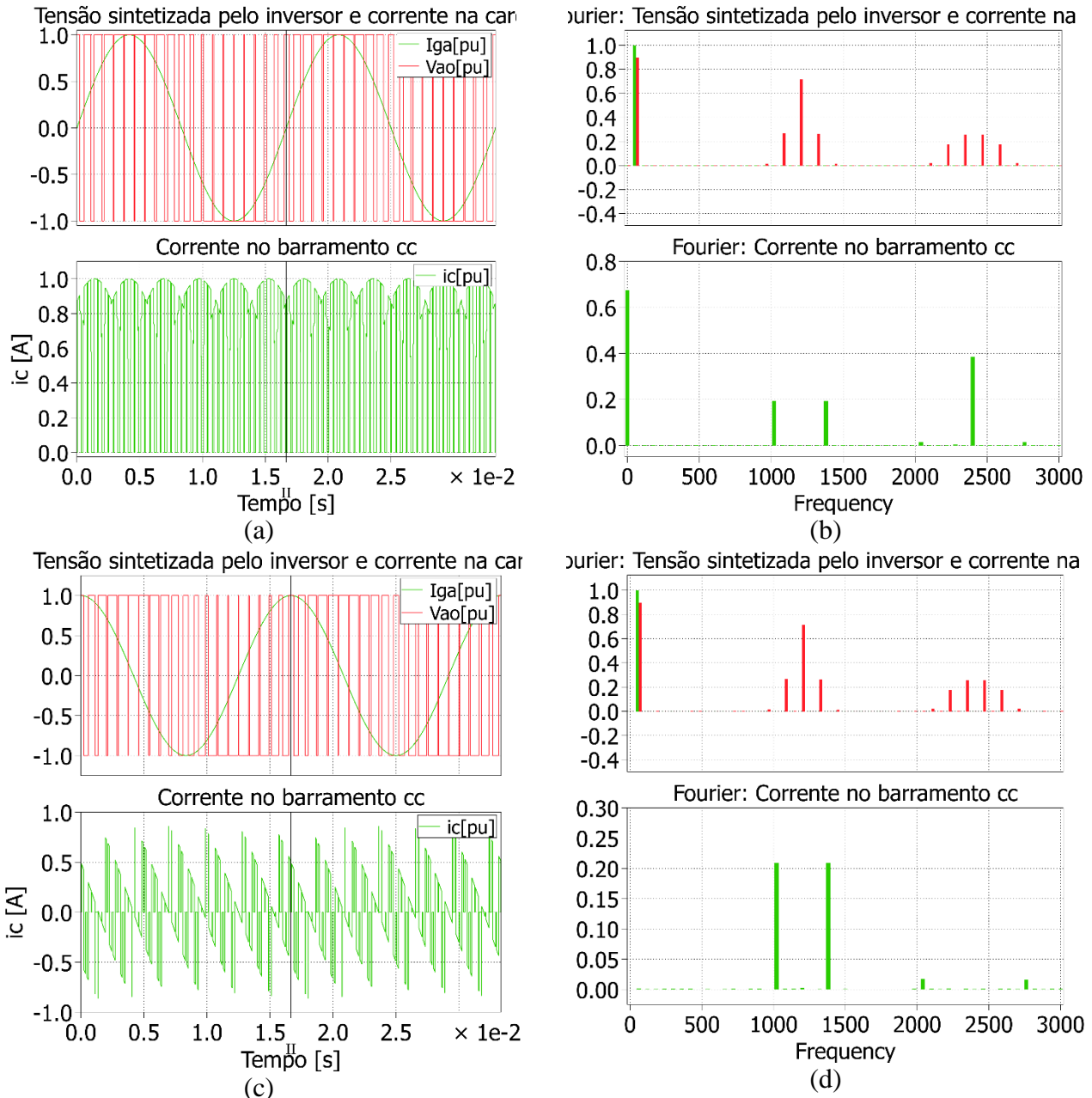


Fig. 1.12. Formas de onda da corrente do barramento cc: (a) Injeção de 1 pu de potência ativa; (b) Espectro para injeção de 1 pu de potência ativa; (c) Injeção de 1 pu de potência reativa; (d) Espectro para injeção de 1 pu de potência reativa;



**Tarefa 1.3 (Matlab)** *Projetar o barramento de corrente contínua de um inversor de 10 kW que irá se conectar a uma rede de 60 Hz com 380 V (tensão fase-fase RMS). Considere um ripple máximo de 3 %.*

## 1.5. FILTRO PASSIVO: L, LC E LCL

Conversores PWM geram harmônicos de tensão conforme verificado anteriormente. Desta forma, é necessário a utilização de um filtro passivo impedindo que correntes harmônicas circulem para a rede elétrica.

Dentre as topologias apresentadas na literatura, os mais tradicionais são: filtro indutivo (L), indutivos capacitivos (LC) e indutivos-capacitivos-indutivos (LCL). Os filtros L são de primeira ordem, possuindo a atenuação na região de altas frequências de apenas 20 dB/década. Assim são utilizados para aplicações de baixa potência, pois resultam em um indutor muito volumoso.

Já os filtros LC são de segunda ordem e tem portanto uma atenuação de 40 dB/década, resultando em um indutor menos volumoso. No entanto, a conexão direta do capacitor em paralelo com a rede gera transitórios significativos de conexão além de uma frequência de ressonância que tende a instabilizar o controle de corrente quando conectado à rede. Dessa forma, os filtros LC tem sua maior aplicação em inversores isolados e *no-breaks*.

Por fim o filtro LCL consiste em dois indutores e um capacitor, como mostra a. Esse filtro é amplamente utilizado por ter indutores menos volumosos e uma atenuação de 40 dB/década. Além disso, a segunda indutância do filtro reduz os transitórios de conexão. Entretanto, o filtro LCL apresenta também uma frequência de ressonância. Essa deve ser cuidadosamente analisada, visto que tende a instabilizar o controle de corrente do conversor conectado à rede.

Neste trabalho será considerado um filtro LCL. O Capítulo 5 é dedicado ao projeto deste filtro bem como sua modelagem.

## 1.6. OBJETIVOS DE CONTROLE

Os principais objetivos de controle de um conversor fotovoltaico são:

- Controle da tensão do barramento cc do inversor, garantindo uma operação correta do modulador e seguimento da máxima potência do painel solar;
- Controle da potência reativa injetada na rede elétrica, possibilitando operação com fator de potência unitário ou não;
- Controle das correntes do conversor, com a finalidade de proteger os IGBT's durante transitórios.

Os próximos capítulos tem a finalidade de fornecer ferramentas e conhecimentos a respeito da modelagem do conversor. De posse da modelagem do mesmo, será proposta uma estrutura de controle com a finalidade de alcançar os objetivos supracitados.

## 2. TEORIA DE FASORES ESPACIAIS E TRANSFORMAÇÕES

Este capítulo apresenta fundamentos básicos relacionados as transformações de coordenadas aplicados a sistemas trifásicos. Tais transformações tem por finalidade facilitar alguns aspectos acerca da modelagem e do controle de inversores trifásicos conectados à rede elétrica.

### 2.1. FASOR ESPACIAL DE UM SISTEMA TRIFÁSICO

A teoria de fasores espaciais surgiu como uma forma de representar e compreender a geração de fluxos magnéticos no interior de uma máquina elétrica. Desta forma, este conceito será apresentado da forma a qual foi introduzido e posteriormente será aplicado à situação de interesse.

Considere inicialmente três bobinas dispostas simetricamente no espaço separados entre si por uma distância correspondente a  $120^\circ$  conforme apresentado na Fig. 2.1. Considere que cada uma destas bobinas é alimentada por uma fase de um sistema trifásico equilibrado. Portanto, as correntes que percorrem cada fase podem ser descritas por:

$$\begin{cases} i_a(t) = \hat{I} \cos(\omega_n t + \theta_0) \\ i_b(t) = \hat{I} \cos\left(\omega_n t + \theta_0 - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c(t) = \hat{I} \cos\left(\omega_n t + \theta_0 - \frac{4\pi}{3}\right). \end{cases} \quad (2.1)$$

Onde  $\hat{I}$  é o valor de pico da corrente em fase,  $\omega_n$  é a velocidade angular da rede e  $\theta_0$  a fase inicial.

Define-se força magnetomotriz um vetor cuja direção se encontra sobre o eixo da bobina e cuja amplitude é obtida através do produto da corrente que circula na bobina pelo número de espiras da mesma. A força magnetomotriz é responsável por gerar o campo magnético da bobina. Assim:

$$\begin{cases} |F_a(t)| = N_a |i_a(t)| \\ |F_b(t)| = N_b |i_b(t)| \\ |F_c(t)| = N_c |i_c(t)|. \end{cases} \quad (2.2)$$

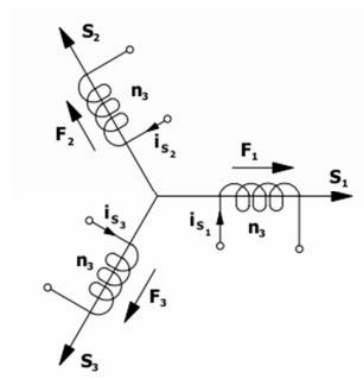


Fig. 2.1. Disposição espacial das bobinas para a definição do conceito de fasor espacial.

A força magnetomotriz resultante gerada é obtida pela soma vetorial instantânea das forças magnetomotrizes de cada fase. Desta forma, tem-se que:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_a + \vec{F}_b + \vec{F}_c. \quad (2.3)$$

Considerando-se que o sistema de referência angular é inicia-se no eixo da fase a, utilizando-se os vetores unitários na direção de cada fase, pode ser obtido que:

$$\vec{F}_R = N_a i_a(t) e^{j0} + N_b i_b(t) e^{j\frac{2\pi}{3}} + N_c i_c(t) e^{j\frac{4\pi}{3}}. \quad (2.4)$$

Considerando-se ainda que as bobinas de cada fase apresentam o mesmo número de espiras ( $N = N_a = N_b = N_c$ ), pode-se obter que:

$$\vec{F}_R = N \left( i_a(t) e^{j0} + i_b(t) e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_c(t) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = N \vec{i}. \quad (2.5)$$

A variável  $\vec{i}$  é definida como sendo o fasor espacial de corrente do sistema trifásico apresentado a seguir. Considerando as correntes dadas pela equação (2.1) e utilizando a relação de Euler ( $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$ ) é possível obter que:

$$\vec{i} = \frac{3}{2} \hat{I} e^{j(\omega_n t + \theta_0)}. \quad (2.6)$$

Observa-se que o fasor espacial é um número complexo que representa o efeito conjunto das três fases na geração de fluxo no interior da máquina elétrica. Como pode ser observado na equação (2.6), a amplitude do fasor espacial difere-se da amplitude da corrente de fase por um fator  $3/2$ . Assim, muitos trabalhos definem o fasor espacial de corrente por:

$$\vec{i} = \frac{2}{3} \left( i_a(t) e^{j0} + i_b(t) e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_c(t) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (2.7)$$

resultando na invariância em amplitude da transformação.

Na sua essência, o fasor espacial foi um conceito definido apenas para correntes que são as responsáveis pela geração de campo magnético. Contudo, é possível definir o fasor espacial de tensão para um sistema trifásico como:

$$\vec{v} = \frac{2}{3} \left( v_a(t) e^{j0} + v_b(t) e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c(t) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (2.8)$$

**Tarefa 2.1 (Matlab)** Considere o sistema de correntes trifásicas abaixo:

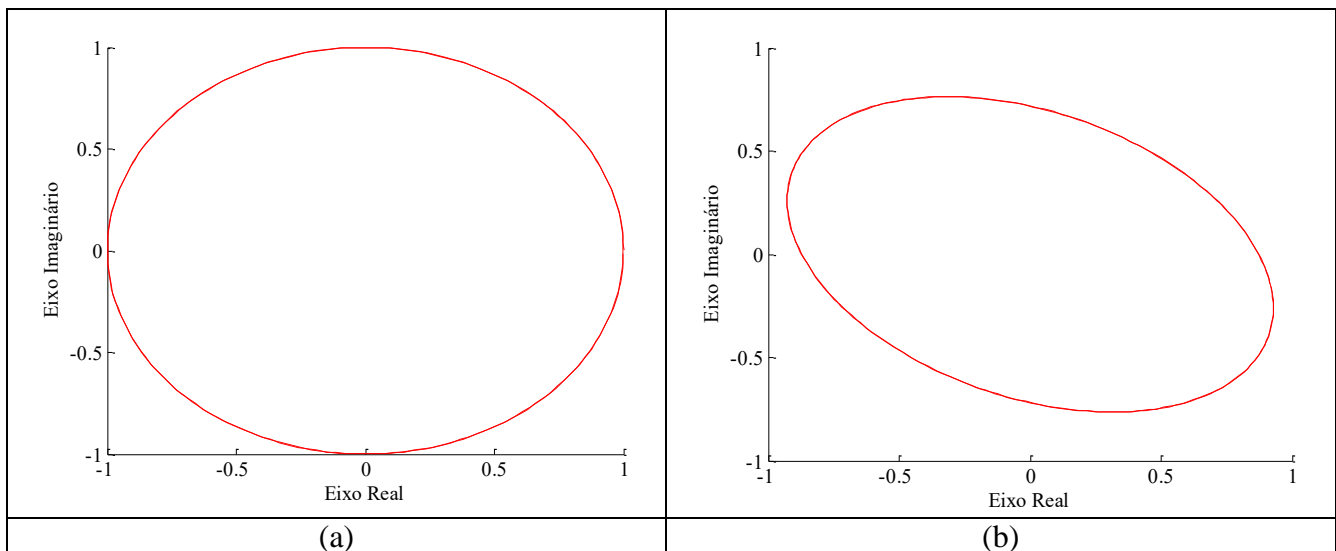
$$\begin{cases} i_a(t) = \hat{I}_a \cos(377 t) \\ i_b(t) = \hat{I}_b \cos\left(377 t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c(t) = \hat{I}_c \cos\left(377 t - \frac{4\pi}{3}\right). \end{cases}$$

Calcular o fasor espacial destas correntes e plote-o em coordenadas polares para os seguintes casos:

a)  $I_a = I_b = I_c = 1 \text{ p.u.}$

b)  $I_a = I_b = 1 \text{ p.u. e } I_c = 0,5 \text{ p.u.}$

**Resultados Esperados**



## 2.2. TRANSFORMAÇÃO DE CLARKE

A motivação para obtenção de novas formas de enxergar um sistema trifásico se baseiam também no mundo das máquinas elétricas. De fato, as bobinas do enrolamento de estator de uma máquina trifásica de dois polos estão defasadas de  $120^\circ$ . Assim, os enlaces de fluxo em uma das fases influenciam na dinâmica das correntes das bobinas das outras fases. Este efeito que é caracterizado por uma indutância mútua entre os enrolamentos do estator da máquina.

Simplificações nas equações dinâmicas poderiam ser obtidas se fosse possível representar as três fases desta máquina por uma máquina equivalente que apresentasse dois enrolamentos defasados  $90^\circ$  no espaço (indutância mútua nula). Isso é apresentado na Fig. 2.2. As bobinas da máquina equivalente são denominadas  $\alpha$  e  $\beta$ .

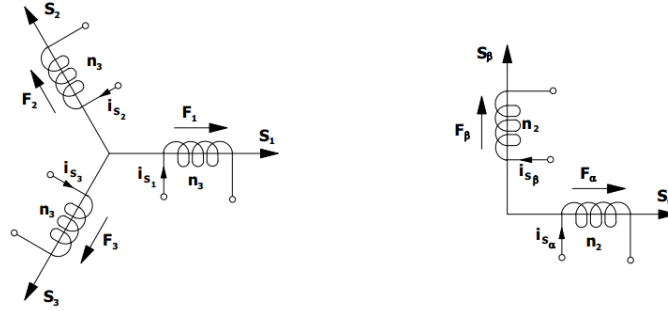


Fig. 2.2. Obtenção de uma máquina equivalente com bobinas defasadas 90°.

A condição para que isso seja possível é que ambas as máquinas (real e equivalente) gerem a mesma força magnetomotriz. Assim,

$$\begin{aligned} F_\alpha &= F_a + F_b \cos \frac{2\pi}{3} + F_c \cos \frac{4\pi}{3} \\ F_\beta &= 0 + F_b \sin \frac{2\pi}{3} + F_c \sin \frac{4\pi}{3} \end{aligned} \quad (2.9)$$

ou, na sua forma matricial,

$$\begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Considerando-se

$$\begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \end{bmatrix} = N_2 \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} F_a \\ F_b \\ F_c \end{bmatrix} = N_3 \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

pode-se obter que:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{N_3}{N_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Para que a transformação seja invertível, a matriz de transformação deve ser quadrada. Assim, define-se a corrente  $i_0$  dada por:

$$i_0 = k \frac{N_3}{N_2} (i_a + i_b + i_c). \quad (2.13)$$

Desta forma,

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = [T_{\alpha\beta}] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

onde :

$$T_{0\alpha\beta} = \frac{N_3}{N_2} \begin{bmatrix} k & k & k \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Para que uma transformação seja invariante em potência, a matriz de transformação deve ser ortogonal (a transposta deve ser igual a inversa). Desta forma,

$$[T_{0\alpha\beta}][T_{0\alpha\beta}]^{-1} = [T_{0\alpha\beta}][T_{0\alpha\beta}]^T = I \quad (2.16)$$

onde :

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Portanto,

$$\left(\frac{N_3}{N_2}\right)^2 \begin{bmatrix} k & k & k \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k & 1 & 0 \\ k & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ k & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Assim,

$$\begin{cases} 3 \left(\frac{N_3}{N_2}\right)^2 k^2 = 1 \\ \frac{3}{2} \left(\frac{N_3}{N_2}\right)^2 = 1 \end{cases} \quad (2.19)$$

que resulta em:

$$\begin{cases} k = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{N_3}{N_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \end{cases}. \quad (2.20)$$

Portanto, a matriz  $T_{\alpha\beta}$  é dada por:

$$[T_{0\alpha\beta}] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Por sua vez, a transformação inversa é dada por:

$$[T_{0\alpha\beta}]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Esta transformação de coordenadas é conhecida como transformação de Clarke e foi proposta por Edith Clarke em 1943.

Na forma como foi definida, a matriz  $T_{\alpha\beta}$  resulta em componentes cuja amplitude diferem do valor de pico real por um fator  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  (isso pode ser verificado matematicamente e ficará a cargo do leitor). Além disso é necessária uma mudança adicional na que considera a sequência zero. Desta forma, para que a transformação seja invariante em amplitude, a matriz  $T_{\alpha\beta}$  deve ser dada por:

$$[T_{0\alpha\beta}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

E a matriz da transformação inversa invariante em amplitude é dada por:

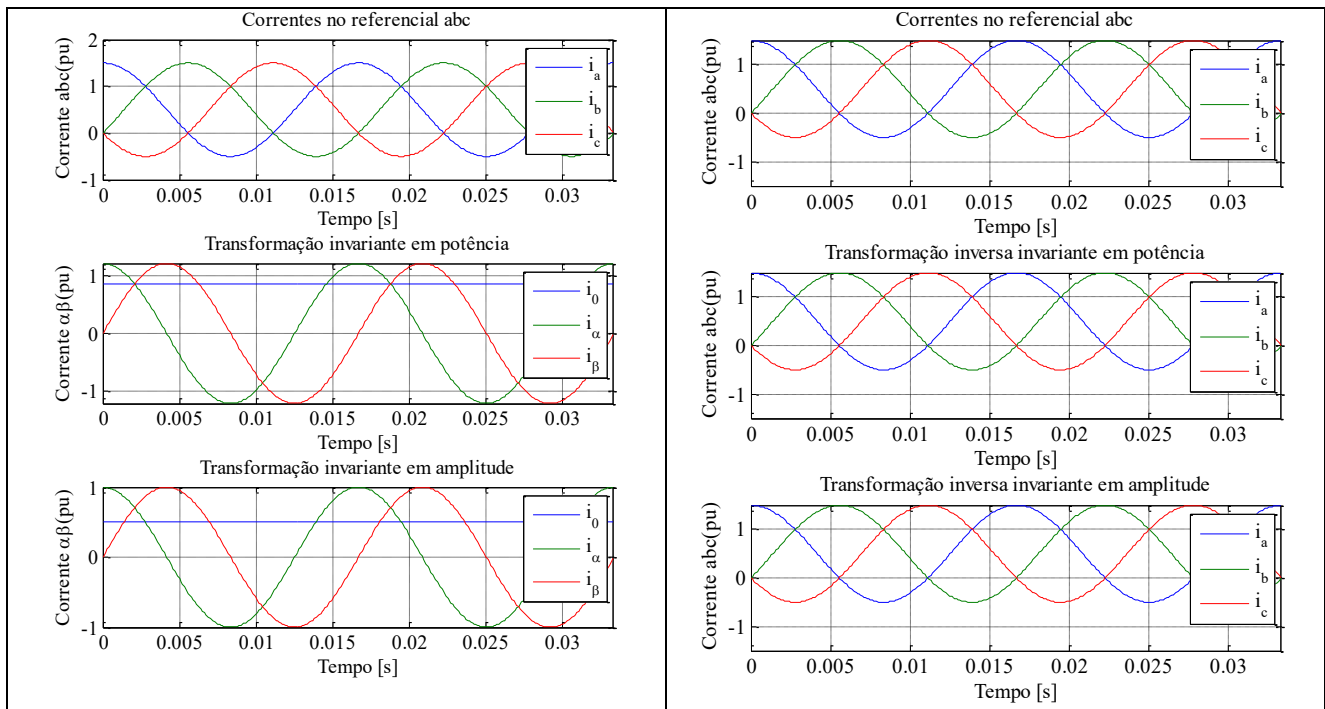
$$[T_{0\alpha\beta}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

**Tarefa 2.2 (Matlab)** Considere o sistema de correntes trifásicas abaixo:

$$\begin{cases} i_a(t) = \hat{I}_a \cos(377 t) + \frac{\hat{I}_a}{2} \\ i_b(t) = \hat{I}_b \cos\left(377 t - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\hat{I}_a}{2} \\ i_c(t) = \hat{I}_c \cos\left(377 t - \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{\hat{I}_a}{2} \end{cases}$$

Calcule as componentes  $i_\alpha$  e  $i_\beta$  destas correntes utilizando a transformação invariante em potência e a transformação invariante em amplitude. Compare. Em seguida aplicar as respectivas transformações inversas. Conclua.

### Resultados Esperados



Da forma como foram definidas, pode-se observar que as variáveis descritas em coordenadas  $\alpha\beta$  correspondem a parte real e imaginária do fasor espacial de corrente. Desta forma:

$$\vec{i} = \frac{2}{3} \left( i_a(t) e^{j0} + i_b(t) e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_c(t) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = i_\alpha(t) + j i_\beta(t) \quad (2.25)$$

Dois pontos importantes devem ser mencionados neste momento. O primeiro está relacionado ao significado da transformação de Clarke. Esta transformação refere a um sistema ortogonal as componentes instantâneas das correntes/tensões trifásicas. Como este sistema de coordenadas é



estacionário, se as tensões em coordenadas  $abc$  são senoidais e equilibradas, as componentes nos eixos  $\alpha\beta$  serão senoidais e terão a mesma amplitude. Para verificar isso, basta combinar as equações (2.6) e (2.25) que resultam em:

$$\vec{i} = \hat{I} e^{j(\omega_n t + \theta_0)} = i_\alpha(t) + j i_\beta(t) = \hat{I}(\cos(\omega_n t + \theta_0) + j \sin(\omega_n t + \theta_0)) \quad (2.26)$$

O segundo ponto é que em sistemas equilibrados ou em sistemas trifásicos a três fios a corrente de sequência zero é nula. Isto se deve ao fato de que nestes sistemas a soma das correntes nas três fases deve ser nula. Portanto, só haverá circulação de corrente de sequência zero em sistemas trifásicos a 4 fios desbalanceados.

### 2.3. TRANSFORMAÇÃO DE PARK

A transformação de Park consiste referenciar os componentes ortogonais dos fasores espaciais a um referencial girante cujos eixos se denominam  $d$  e  $q$ . Esse fato é ilustrado na Fig. 2.3.

As componentes de eixo  $d$  e de eixo  $q$  podem ser obtidas em função das componentes  $\alpha$  e  $\beta$  como segue:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

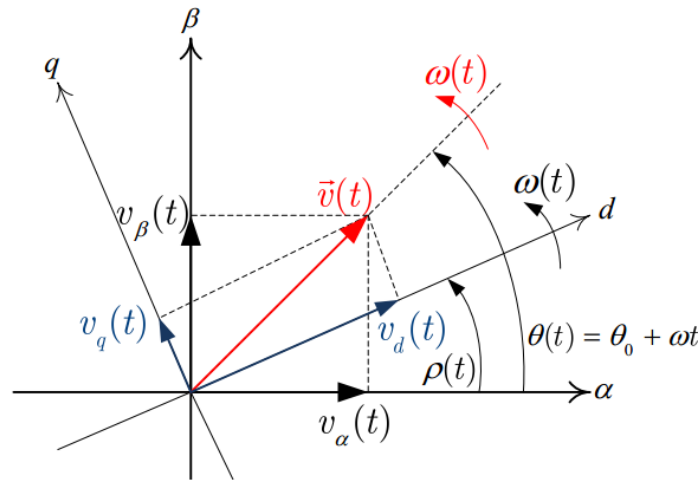


Fig. 2.3. Representação geométrica da transformação de Clarke e de Park.

Para a obtenção da transformação de Park, considera-se que as componentes de sequência zero não se alteram. Assim,

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \rho & \sin \rho \\ 0 & -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Desta forma, utilizando-se a transformação invariante em amplitude:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \rho & \sin \rho \\ 0 & -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Realizando-se as devidas multiplicações, será obtido que:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \cos \rho & -\frac{1}{2} \cos \rho + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \rho & -\frac{1}{2} \cos \rho - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \rho \\ -\sin \rho & \frac{1}{2} \cos \rho + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \rho & \frac{1}{2} \cos \rho - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

Por inspeção, a equação (2.30) pode ser reduzida a

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \cos \rho & \cos \left( \rho - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \rho - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -\sin \rho & -\sin \left( \rho - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \rho - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

Portanto, a matriz de transformação de Park  $T_{dq}$  invariante em amplitude é dada por:

$$[T_{dq}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \cos \rho & \cos \left( \rho - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \rho - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -\sin \rho & -\sin \left( \rho - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \rho - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

E a sua inversa  $T_{dq}^{-1}$  é

$$[T_{dq}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \cos \rho & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \cos \left( \rho - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \rho - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \cos \left( \rho - \frac{4\pi}{3} \right) & -\sin \left( \rho - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

*Tarefa 3 – Considere o sistema de correntes trifásicas abaixo:*

$$\begin{cases} i_a(t) = \cos(377 t + \theta) \\ i_b(t) = \cos\left(377 t - \frac{2\pi}{3} + \theta\right) \\ i_c(t) = \cos\left(377 t - \frac{4\pi}{3} + \theta\right) \end{cases}$$

*Calcule as componentes  $i_d$  e  $i_q$  destas correntes considerando:*

- $\rho = 0$  e  $\theta = 0$ . Qual a amplitude das componentes obtidas? Qual a frequência das formas de onda obtidas? Conclua.*
- $\rho = 377t$  e  $\theta = 0$ . Qual a amplitude das componentes obtidas? Qual a frequência das formas de onda obtidas? Conclua.*
- $\rho = 377t$  e  $\theta = 90^\circ$ . Qual a amplitude das componentes obtidas? Qual a frequência das formas de onda obtidas? Conclua.*

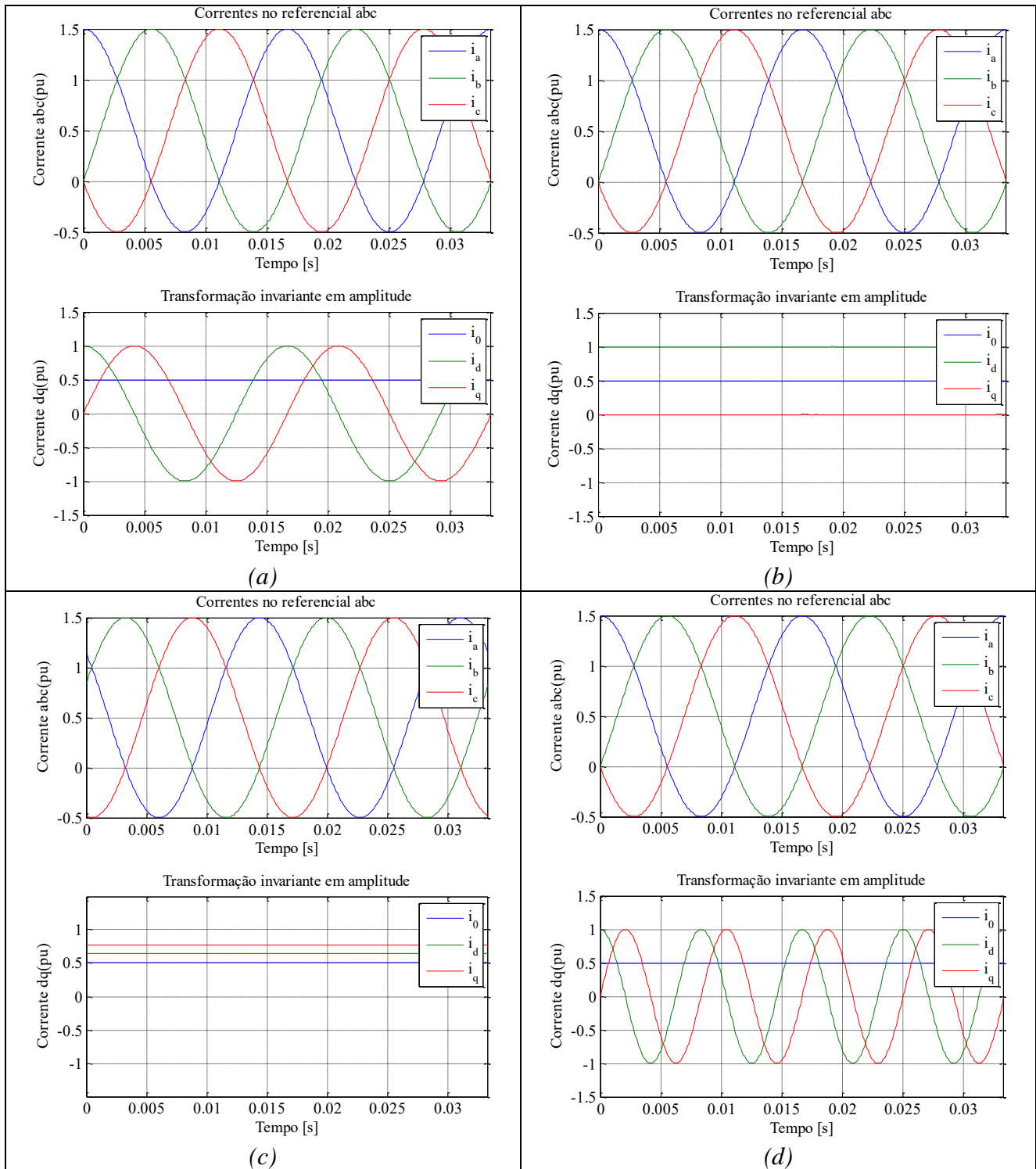
**Tarefa 2.3(Matlab)** *Considere o sistema de correntes trifásicas abaixo:*

$$\begin{cases} i_a(t) = \hat{I}_a \cos(377 t + \theta) + \frac{\hat{I}_a}{2} \\ i_b(t) = \hat{I}_b \cos\left(377 t - \frac{2\pi}{3} + \theta\right) + \frac{\hat{I}_a}{2} \\ i_c(t) = \hat{I}_c \cos\left(377 t - \frac{4\pi}{3} + \theta\right) + \frac{\hat{I}_a}{2} \end{cases}$$

*Calcule as componentes  $i_d$  e  $i_q$  destas correntes considerando:*

- $\rho = 0$  e  $\theta = 0^\circ$ . Qual a amplitude das componentes obtidas? Qual a frequência das formas de onda obtidas? Conclua.*
- $\rho = 377t$  e  $\theta = 0^\circ$ . Qual a amplitude das componentes obtidas? Qual a frequência das formas de onda obtidas? Conclua.*
- $\rho = 377t$  e  $\theta = 50^\circ$ . Qual a amplitude das componentes obtidas? Qual a frequência das formas de onda obtidas? Conclua.*
- $\rho = -377t$  e  $\theta = 0^\circ$ . Qual a amplitude das componentes obtidas? Qual a frequência das formas de onda obtidas? Conclua.*

### **Resultados Esperados**



Suponha agora o seguinte sistema de tensões trifásicas equilibradas:

$$\begin{cases} v_a(t) = \hat{V} \cos(\omega t + \theta_0) \\ v_b(t) = \hat{V} \cos\left(\omega t + \theta_0 - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_c(t) = \hat{V} \cos\left(\omega t + \theta_0 - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (2.34)$$

Onde  $\hat{V}$  é o pico da tensão de fase.

A aplicação da transformação de Park resulta em:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \cos \rho & \cos\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\rho - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin \rho & -\sin\left(\rho - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V} \cos(\omega t + \theta_0) \\ \hat{V} \cos\left(\omega t + \theta_0 - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \hat{V} \cos\left(\omega t + \theta_0 - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Realizando-se as devidas multiplicações e simplificações (baseadas em identidades trigonométricas que ficam a cargo do leitor), pode-se obter que:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{V} \cos(\omega t + \theta_0 - \rho) \\ \hat{V} \sin(\omega t + \theta_0 - \rho) \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

Desta forma, se a variável  $\rho(t)$  apresentar o mesmo valor temporal que  $\omega t$ , as variáveis em eixos  $d$  e  $q$  apresentarão valores contínuos. Visto que controladores convencionais não tem boas respostas perante sinais senoidais, a aplicação da transformação de Park para obtenção de sinais contínuos permite a utilização de controladores PI convencionais. A título de curiosidade, esta transformação foi proposta por R. H. Park em 1929 como uma ferramenta para facilitar a modelagem de máquinas síncronas.

Uma outra interpretação para a transformação é utilizada a fim de combinar os conceitos de referencial girante e fasor espacial. De fato, para a obtenção das componentes  $d$  e  $q$ , é necessário que o sistema de referência gire com uma determinada velocidade, tentando acompanhar o fasor espacial. Este efeito pode ser introduzido multiplicando-se o fasor espacial de tensão pelo fasor  $e^{-j\rho(t)}$  como segue:

$$\vec{v}_{dq} = \vec{v} e^{-j\rho(t)} = \hat{V} e^{-j(\{\omega t - \rho(t)\} + \theta_0)} \quad (2.37)$$

onde  $\rho(t) = \omega_s t$  e  $\omega_s$  é a velocidade angular de giro do sistema de referência.

Se a condição  $\omega_s = \omega$  é satisfeita, pode-se escrever que:

$$\vec{v}_{dq} = \hat{V} e^{-j(\{\omega t - \omega t\} + \theta_0)} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{dq} = \hat{V} e^{-j\theta_0}}. \quad (2.38)$$

As componentes  $d$  e  $q$  são obtidas a partir do fato que  $\vec{v}_{dq} = v_d + j v_q$ . Daí:

$$\begin{cases} v_d = \hat{V} \cos(\theta_0) \\ v_q = \hat{V} \sin(\theta_0) \end{cases}. \quad (2.39)$$

## 2.4. POTÊNCIA ATIVA E REATIVA EM OUTRAS ORIENTAÇÕES

A potência instantânea de um sistema trifásico é dado por:

$$p(t) = [V_{abc}]^T [I_{abc}] \quad (2.40)$$

onde

$$V_{abc} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \text{ e } I_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}.$$

Desta forma, pode-se escrever em coordenadas  $\alpha\beta 0$  que

$$\left[ [T_{0\alpha\beta}]^{-1} [V_{0\alpha\beta}] \right]^T \left[ [T_{0\alpha\beta}]^{-1} I_{0\alpha\beta} \right] \Leftrightarrow [V_{0\alpha\beta}]^T \left[ [T_{0\alpha\beta}]^{-1} \right]^T [T_{0\alpha\beta}]^{-1} [I_{0\alpha\beta}] \quad (2.41)$$

$$\text{onde } V_{0\alpha\beta} = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} \text{ e } I_{0\alpha\beta} = \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}.$$

Se a transformação for invariante em potência, a matriz é ortogonal e portanto:

$$p(t) = [V_{0\alpha\beta}]^T [I_{0\alpha\beta}] \Leftrightarrow \boxed{p(t) = v_0 i_0 + v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta}. \quad (2.42)$$

Se a transformação não for ortogonal, é necessário calcular o produto matricial  $\left[ [T_{0\alpha\beta}]^{-1} \right]^T [T_{0\alpha\beta}]^{-1}$ . Neste caso, se uma transformação invariante em amplitude for utilizada, tem-se que:

$$\left[ [T_{0\alpha\beta}]^{-1} \right]^T [T_{0\alpha\beta}]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Portanto, se for utilizada a transformação invariante em amplitude,

$$p(t) = [V_{0\alpha\beta}]^T \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} [I_{0\alpha\beta}] \Leftrightarrow \boxed{p(t) = 3 v_0 i_0 + \frac{3}{2} v_\alpha i_\alpha + \frac{3}{2} v_\beta i_\beta}. \quad (2.44)$$

Utilizando-se um raciocínio análogo, é possível mostrar que, para uma transformação invariante em potência (as manipulações matemáticas ficam a cargo do leitor).

$$p(t) = v_0 i_0 + v_d i_q + v_d i_q. \quad (2.45)$$

E para a transformação invariante em amplitude

$$p(t) = [V_{0dq}]^T \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} [I_{0dq}] \Leftrightarrow p(t) = 3 v_0 i_0 + \frac{3}{2} v_d i_d + \frac{3}{2} v_q i_q. \quad (2.46)$$

Para uma análise mais completa e obtenção das expressões das potências ativa e reativa instantâneas, vamos considerar o sistema equilibrado e que as componentes de sequência zero são nulas. Sabe-se que a potência trifásica complexa para um sistema equilibrado pode ser calculada a partir dos fasores espaciais de tensão e corrente por

$$S_{3f} = \frac{3}{2} \vec{v} \vec{i}^* = p + j q \quad (2.47)$$

onde  $\vec{v}$  e  $\vec{i}$  são os fasores que representam a tensão e a corrente de fase respectivamente.  $p$  é a potência ativa instantânea e  $q$  é a potência reativa instantânea. O  $*$  indica o conjugado de um número complexo.

Lembrando que

$$\begin{cases} \vec{i} = \frac{2}{3} \left( i_a(t) e^{j0} + i_b(t) e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_c(t) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \\ \vec{v} = \frac{2}{3} \left( v_a(t) e^{j0} + v_b(t) e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c(t) e^{j\frac{4\pi}{3}} \right), \end{cases} \quad (2.48)$$

pode-se obter uma expressão da potência complexa. Isto resulta em (as manipulações algébricas ficam a cargo do leitor):

$$S_{3f} = (v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c) + j \frac{1}{\sqrt{3}} [(v_a - v_b) i_c + (v_b - v_c) i_a + (v_c - v_a) i_b]. \quad (2.49)$$

Desta forma,

$$\begin{cases} p = S_{3f} = (v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c) + j \frac{1}{\sqrt{3}} [(v_a - v_b) i_c + (v_b - v_c) i_a + (v_c - v_a) i_b] \\ q = \frac{1}{\sqrt{3}} [(v_a - v_b) i_c + (v_b - v_c) i_a + (v_c - v_a) i_b]. \end{cases} \quad (2.50)$$

Escrevendo-se as expressões dos fasores espaciais em coordenadas  $\alpha\beta$ , pode-se escrever que

$$\begin{cases} \vec{i} = i_\alpha + j i_\beta \\ \vec{v} = v_\alpha + j v_\beta. \end{cases} \quad (2.51)$$

Utilizando-se esta informação, é possível escrever que

$$S_{3f} = \frac{3}{2} (v_\alpha + j v_\beta) (i_\alpha - j i_\beta) \Rightarrow S_{3f} = \frac{3}{2} [(v_\alpha i_\beta + v_\beta i_\alpha) + j (v_\beta i_\alpha - v_\alpha i_\beta)]. \quad (2.52)$$

Como  $S_{3f} = p + j q$ , por comparação, obtém-se que:

$$\begin{cases} p = \frac{3}{2} (v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta) \\ q = \frac{3}{2} (v_\beta i_\alpha - v_\alpha i_\beta). \end{cases} \quad (2.53)$$

Já no sistema de coordenadas síncronas, é possível escrever que

$$\begin{cases} \vec{i} = i_d + j i_q \\ \vec{v} = v_d + j v_q \end{cases} \quad (2.54)$$

Portanto, a expressão das potências ativa e reativa instantâneas serão dadas por:

$$\begin{cases} p = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) \\ q = \frac{3}{2} (v_q i_d - v_d i_q). \end{cases} \quad (2.55)$$

**Tarefa 2.4 (Matlab)** Considere o sistema de correntes trifásicas e tensões trifásicas abaixo:

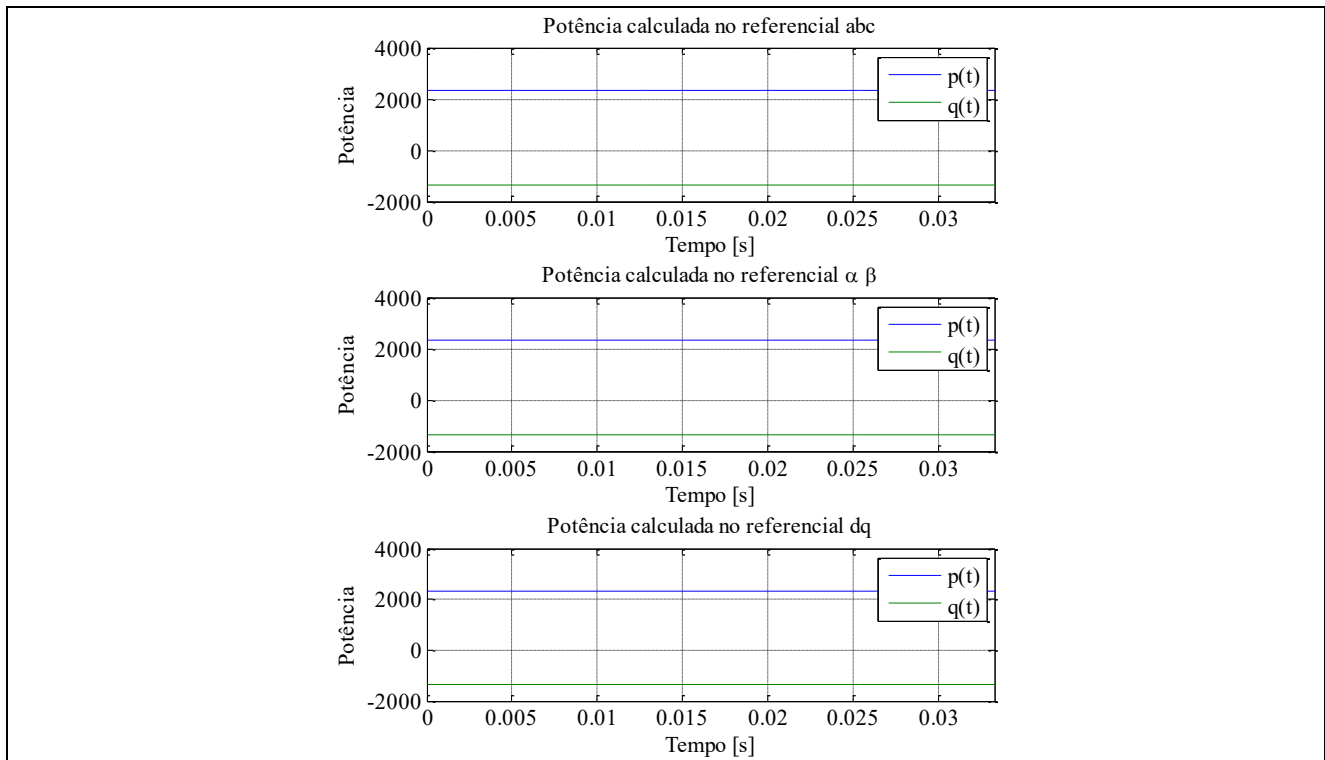
$$\begin{cases} i_a(t) = 10 \cos(377 t + 30^\circ) \\ i_b(t) = 10 \cos\left(377 t - \frac{2\pi}{3} + 30^\circ\right) \\ i_c(t) = 10 \cos\left(377 t - \frac{4\pi}{3} + 30^\circ\right) \end{cases} \quad \begin{cases} v_a(t) = 180 \cos(377 t) \\ v_b(t) = 180 \cos\left(377 t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_c(t) = 180 \cos\left(377 t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Utilizando as transformações invariantes em amplitude, calcule:

- a) As potências ativa e reativa instantâneas em coordenadas naturais (abc).
- b) As potências ativa e reativa instantâneas em coordenadas estacionárias ( $\alpha\beta$ ).
- c) As potências ativa e reativa instantâneas em coordenadas síncronas (dq). Considere que o sistema de coordenadas gira em sincronismo com o fasor espacial de tensão ( $\rho = \omega t$ ).

### Resultados Esperados





### 3. MODELAGEM DO INVERSOR FOTOVOLTAICO

Basicamente existem duas dinâmicas que descrevem o comportamento de um inversor fotovoltaico. A primeira seria a dinâmica do barramento cc do inversor e está relacionada com o comportamento da tensão do barramento cc. A segunda dinâmica é a dinâmica do lado de corrente alternada, que se refere a evolução das correntes nos indutores e capacitores do filtro. Este capítulo tem por finalidade mostrar como modelar estas dinâmicas. A compreensão deste capítulo é de suma importância a fim de compreender o comportamento do conversor e realizar seu controle.

#### 3.1. MODELAGEM DO BARRAMENTO CC

Na modelagem da dinâmica do barramento cc do inversor, podem ser utilizadas duas abordagens. A primeira abordagem descreve a dinâmica da tensão do barramento cc. O modelo equivalente do barramento cc é apresentado na Fig. 3.1.  $i_{pv}$  é a corrente gerada pelos painéis solares e  $i_c$  é a corrente drenada pelo conversor. Por sua vez,  $P_{pv}$  é a potência ativa gerada pelos painéis solares e  $P_c$  é a potência ativa drenada pelo conversor.

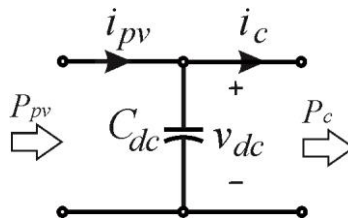


Fig. 3.1. Circuito equivalente para a modelagem do barramento cc do inversor.

Deve ser ressaltado que a corrente  $i_c$  é constituída de um valor médio, adicionado de uma oscilação, como foi observado na seção 141.4. Além disso, a tensão de barramento cc apresenta oscilações que são limitadas ao valor determinado pelo projeto da capacitância do barramento cc. Portanto, o modelo aqui apresentado se refere a *dinâmica média* de cada uma das variáveis. Quando estamos interessados em controlar o barramento cc do conversor, queremos controlar seu valor médio.

Desta forma, a equação que descreve a dinâmica da tensão do barramento cc é dada por

$$C_{dc} \frac{dv_{dc}}{dt} = i_{pv} - i_c \quad (3.1)$$

A segunda abordagem escreve a dinâmica do barramento cc em termos do quadrado da tensão do barramento cc. De fato, quando queremos controlar o barramento cc, estamos interessados em controlar o fluxo de energia do mesmo.

De acordo com a Fig. 3.1, pode-se escrever que

$$\frac{dU_c}{dt} = P_{pv} - P_c \quad (3.2)$$

onde  $U_c$  é a energia armazenada na capacitância do barramento cc e dada por

$$U_c = \frac{1}{2} C_{dc} v_{dc}^2. \quad (3.3)$$

Desta forma, pode-se descrever a dinâmica do quadrado da tensão do barramento cc por

$$\frac{dv_{dc}^2}{dt} = \frac{2(P_{pv} - P_c)}{C_{dc}}. \quad (3.4)$$

Estas equações serão utilizadas nos próximos capítulos quando o controle da tensão de barramento cc for apresentado.

### 3.2. CONSIDERAÇÕES DA MODELAGEM DO LADO CA

Conforme foi apresentado na seção 1.3, a tensão sintetizada pelo inversor apresenta uma componente fundamental adicionada de componentes harmônicas da ordem da frequência de chaveamento. De fato, quando controlamos a corrente do conversor, estamos interessados em controlar sua componente fundamental. Os harmônicos tendem a ser atenuados pelo filtro LCL, que será projetado posteriormente. Desta forma, a Fig. 3.2 apresenta um modelo do conversor que considera apenas a dinâmica das componentes fundamentais das variáveis.  $v_i$  representa a componente fundamental da tensão sintetizada pelo inversor e  $v_g$  representa a componente fundamental da tensão da rede elétrica.

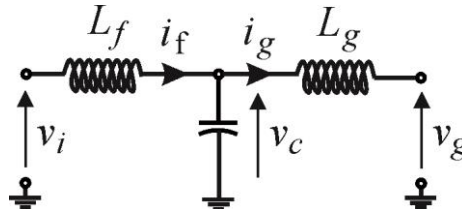


Fig. 3.2. Circuito equivalente para a modelagem do lado ca do inversor.

Contudo, o capacitor do filtro LCL é projetado de forma que ele tenha uma impedância muito baixa para as componentes harmônicas e uma impedância alta para a componente fundamental. Se isso não acontecesse, o conversor iria ter uma corrente reativa muito grande fluindo pelo capacitor do filtro. Assim, podemos considerar  $i_c = 0$  e, portanto, o capacitor do filtro será desconsiderado na modelagem. Além disso, serão consideradas as resistências parasitas dos indutores  $L_f$  e  $L_g$ . O circuito equivalente simplificado da dinâmica de corrente alternada do conversor é apresentado na Fig. 3.3.

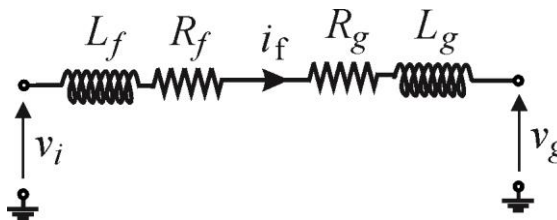


Fig. 3.3. Circuito equivalente simplificado para a modelagem do lado ca do inversor.

### 3.3. MODELO EM COORDENADAS NATURAIS (ABC)

Como foi considerado que  $i_{cf} = 0$ , podemos afirmar pela lei de Kirchhoff das correntes que  $i_f = i_g = i$ . Portanto, aplicando-se a lei de Kirchhoff das tensões na malha indicada pela Fig. 3.3, pode-se obter que

$$\begin{cases} v_{ia}(t) - (R_f + R_g) i_a(t) - (L_f + L_g) \frac{di_a(t)}{dt} - v_{ga}(t) = 0 \\ v_{ib}(t) - (R_f + R_g) i_b(t) - (L_f + L_g) \frac{di_b(t)}{dt} - v_{gb}(t) = 0 \\ v_{ic}(t) - (R_f + R_g) i_c(t) - (L_f + L_g) \frac{di_c(t)}{dt} - v_{gc}(t) = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

Observa-se que em coordenadas naturais são necessárias três equações para descrever a dinâmica do lado ca do conversor. Além disso, os sinais são grandezas senoidais.

### 3.4. MODELO EM COORDENADAS ESTACIONÁRIAS ( $\alpha\beta$ )

Tendo o sistema modelado em coordenadas naturais, inicialmente escreve-se as equações em função dos fasores espaciais de tensão e corrente. Desta forma,

$$\begin{cases} \left[ v_{ia}(t) - (R_f + R_g) i_a(t) - (L_f + L_g) \frac{di_a(t)}{dt} - v_{ga}(t) \right] \frac{2}{3} e^{j0} = 0 \\ \left[ v_{ib}(t) - (R_f + R_g) i_b(t) - (L_f + L_g) \frac{di_b(t)}{dt} - v_{gb}(t) \right] \frac{2}{3} e^{j\frac{2\pi}{3}} = 0 \\ \left[ v_{ic}(t) - (R_f + R_g) i_c(t) - (L_f + L_g) \frac{di_c(t)}{dt} - v_{gc}(t) \right] \frac{2}{3} e^{j\frac{4\pi}{3}} = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

Somando as três equações, pode-se obter que:

$$\vec{v}_i - R \vec{i} - L \frac{d\vec{i}}{dt} - \vec{V}_g = 0 \quad (3.7)$$

onde  $R = R_f + R_g$  e  $L = L_f + L_g$ .

Utilizando-se a informação  $\vec{X} = \vec{X}_{\alpha\beta} = X_\alpha + j X_\beta$  onde  $\vec{X}$  é um fasor espacial qualquer, pode-se escrever que

$$\vec{v}_{i,\alpha\beta} - R \vec{i}_{\alpha\beta} - L \frac{d\vec{i}_{\alpha\beta}}{dt} - \vec{v}_{g,\alpha\beta} = 0 \quad (3.8)$$

Separando-se a igualdade em suas partes real e imaginária, é possível reescrever a dinâmica do sistema como sendo

$$\begin{cases} v_{i\alpha}(t) - R i_{\alpha}(t) - L \frac{di_{\alpha}(t)}{dt} - v_{g\alpha}(t) = 0 \\ v_{i\beta}(t) - R i_{\beta}(t) - L \frac{di_{\beta}(t)}{dt} - v_{g\beta}(t) = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Deve ser observado que o modelo em coordenadas estacionárias reduz o comportamento dinâmico do lado ca a duas equações. Contudo, as variáveis ainda são sinais senoidais.

### 3.5. MODELO EM COORDENADAS SÍNCRONAS

De posse do modelo em coordenadas estacionárias, o modelo em coordenadas síncronas pode ser obtido multiplicando-se a relação (3.8) por  $e^{-j\rho} e^{j\rho}$ , pode-se obter que:

$$\vec{v}_{i,\alpha\beta} e^{-j\rho} e^{j\rho} - R \vec{i}_{\alpha\beta} e^{-j\rho} e^{j\rho} - L \frac{d}{dt} (\vec{i}_{\alpha\beta} e^{-j\rho} e^{j\rho}) - \vec{v}_{g,\alpha\beta} e^{-j\rho} e^{j\rho} = 0 \quad (3.10)$$

Sabendo que  $\vec{X}_{\alpha\beta} e^{-j\rho} = \vec{X}_{dq}$ , onde  $\vec{X}_{\alpha\beta}$  é um fasor espacial qualquer, a relação (3.10) pode ser reescrita como:

$$\vec{v}_{i,dq} e^{j\rho} - R \vec{i}_{dq} e^{j\rho} - L \frac{d}{dt} (\vec{i}_{dq} e^{j\rho}) - \vec{v}_{g,dq} e^{j\rho} = 0 \quad (3.11)$$

onde  $\vec{v}_{g,dq} = v_{g,d} + j v_{g,q}$ ;  $\vec{i}_{dq} = i_d + j i_q$ ;  $\vec{v}_{i,dq} = v_{i,d} + j v_{i,q}$ .

Expandindo-se a derivada, é obtido que:

$$\vec{v}_{i,dq} e^{j\rho} - R \vec{i}_{dq} e^{j\rho} - L \frac{d\vec{i}_{dq}}{dt} e^{j\rho} - j L \vec{i}_{dq} \frac{d\rho}{dt} e^{j\rho} - \vec{v}_{g,dq} e^{j\rho} = 0 \quad (3.12)$$

Separando-se a relação (3.12) em suas partes real e imaginária, será obtido o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} v_{i,d} - R i_d - L \frac{di_d}{dt} + L i_q \frac{d\rho}{dt} - v_{g,d} = 0 \\ v_{i,q} - R i_q - L \frac{di_q}{dt} - L i_d \frac{d\rho}{dt} - v_{g,q} = 0. \end{cases} \quad (3.13)$$

Este sistema representa a dinâmica do lado ca do inversor em coordenadas síncronas. Deve ser observado que a dinâmica foi reduzida a duas equações novamente. Contudo, através da escolha do sinal  $\rho$  é possível tornar as variáveis sinais contínuos no tempo. Isto vai facilitar a utilização de controladores convencionais nas malhas de controle do inversor.

**Tarefa 3.1** Considere o circuito de um retificador ativo, bastante utilizado em aplicações de energia eólica e apresentado na Fig. 3.4.

a) Obter o modelo da dinâmica ca do retificador em coordenadas naturais (abc).

- b) Obter o modelo da dinâmica ca do retificador em coordenadas estacionárias ( $\alpha\beta$ ).  
 c) Obter o modelo da dinâmica ca do retificador em coordenadas síncronas ( $dq$ ).  
 d) Obter as equações dinâmicas do barramento cc do retificador ( $v_{dc}$  e  $v_{dc}^2$ )

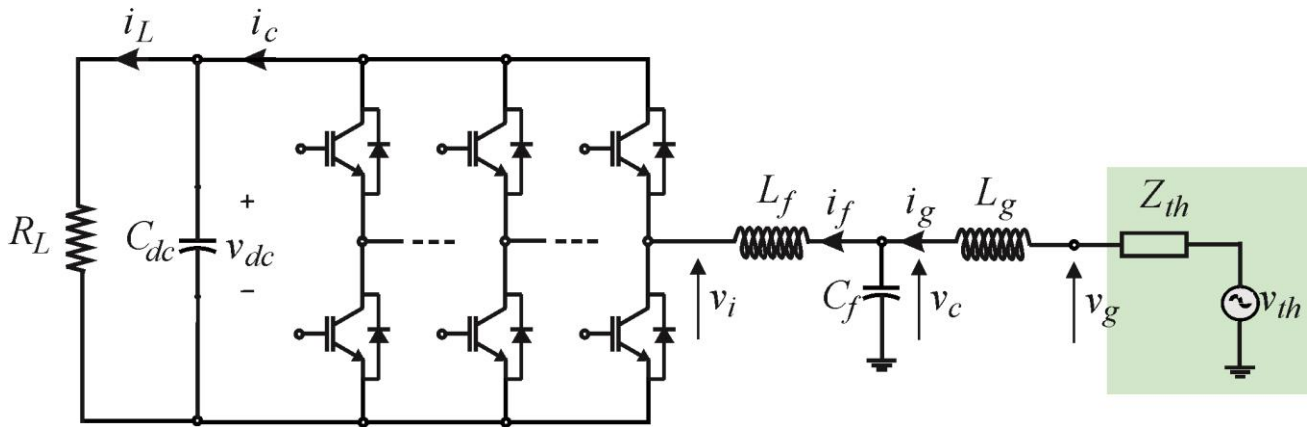


Fig. 3.4. Circuito de um retificador ativo.

### 3.6. MODELO X ESTRUTURA DE CONTROLE

De posse da modelagem do conversor, é necessário definir a estrutura das malhas de controle a serem utilizadas. Basicamente existem 3 formas de controle para a topologia estudada:

- Controle no sistema de coordenadas natural;
- Controle no sistema de coordenadas estacionárias;
- Controle no sistema de coordenadas síncrono;

O controle no sistema de coordenadas natural ou  $abc$  utiliza controladores individuais para cada fase e dispensa transformações de coordenadas. Os diferentes tipos de ligação delta, estrela com e sem neutro interferem no projeto dos controladores. Além disso, tal estrutura necessita a utilização de controladores não lineares como *dead-beat* ou histerese, pois os sinais de referência são senoidais.

Já o controle no sistema de coordenadas estacionárias, utiliza-se as variáveis em coordenadas  $\alpha\beta 0$ . Na inexistência de sequência zero, ocorre uma redução no número de variáveis a serem controladas. Nesta estrutura geralmente são utilizados controladores proporcionais ressonantes (PR) ou controladores proporcional integral complexo (PCI). Nesta estrutura os sinais de referência ainda são senoidais.

No sistema de coordenadas síncrono a vantagem se resume no fato das referências serem sinais contínuos. Isto permite a utilização de controladores proporcional-integral convencionais (PI). Em compensação torna-se necessário a implementação de um PLL (do inglês *Phase-Locked Loop*) que fornece o ângulo do sistema de coordenadas  $\rho(t)$  com precisão. Nesta versão deste material, apenas o controle em coordenadas síncronas será apresentado.

## 4. FUNDAMENTOS DE CONTROLE DE SISTEMAS

Este capítulo tem por finalidade fornecer conhecimentos básicos a respeito de controle de sistemas dinâmicos e projeto de controladores. Os temas seguirão uma abordagem direcionada para o que será utilizado neste material. Para abordagens mais aprofundadas, é recomendado ao leitor procurar bibliografia especializada sobre teoria de controle.

### 4.1. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA - FT

Uma função de transferência é um modelo matemático que apresenta as seguintes características:

- Constitui um método operacional para expressar a equação diferencial que relaciona a variável de saída à variável de entrada de um sistema;
- Representa uma propriedade do sistema, independente da magnitude ou natureza da função de entrada ou excitação;
- Inclui as unidades necessárias para relacionar a entrada e saída, mas não fornece nenhuma informação em relação a natureza física do sistema;
- Se a FT for conhecida, possibilita o estudo de várias possibilidades de entrada
- Se a FT não for conhecida, ela pode ser determinada experimentalmente, através de entradas conhecidas e observação das respectivas respostas.

Para a compreensão do significado da função de transferência, considere o circuito RL série da Fig. 4.1. Este circuito pode ser descrito pela seguinte equação diferencial

$$v_f = R i + L \frac{di}{dt} \quad (4.1)$$

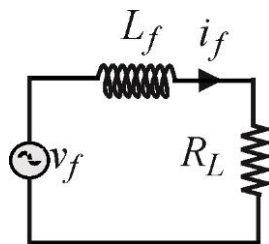


Fig. 4.1. Circuito RL série.

Aplicando-se a transformada de Laplace, pode-se escrever que

$$V_f(s) = R I(s) + Ls I(s) \quad (4.2)$$

Portanto, a função de transferência que relaciona a corrente do indutor e a tensão aplicada no circuito é dada por

$$\frac{I(s)}{V_f(s)} = \frac{1}{Ls + R} \quad (4.3)$$

Observe que a função de transferência não depende nem da entrada nem da saída do sistema. Além disso, como a transformada de um impulso unitário é igual a 1, pode-se interpretar a função de transferência como a transformada de Laplace da resposta do sistema a um impulso unitário.

## 4.2. DIAGRAMA DE BLOCOS DE UM SISTEMA DE CONTROLE

O diagrama geral de um sistema de controle é apresentado na Fig. Podem ser identificadas as seguintes funções de transferência:

- $F(s)$  é a função de transferência que representa o sistema que será controlado. Muitas vezes essa função de transferência é referida como planta;
- $H(s)$  é a função de transferência que representa a função de transferência do elemento sensor que consiste no dispositivo que mede a variável  $X(s)$ ;
- $G(s)$  é a função de transferência que representa o controlador. O controlador é uma função de transferência que tem como entrada o erro (subtração entre o valor de referência  $X^*(s)$  e o valor medido  $X(s)$ ); A sua saída é a ação de controle.
- A saída do controlador é enviada para a função de transferência  $J(s)$ . Essa função de transferência representa o atuador, dispositivo que transforma a ação de controle em uma entrada da planta.

A função  $G(s)$  deve ser determinada corretamente para que o sinal  $X(s)$  acompanhe o valor de referência  $X^*(s)$ . A escolha da função de transferência  $G(s)$  consiste no projeto do controlador. A função de transferência dada por

$$M_F(s) = \frac{X(s)}{X^*(s)} \quad (4.4)$$

é conhecida como função de transferência em malha fechada do sistema de controle. Utilizando manipulação algébrica (Fica a cargo do leitor) pode-se obter que

$$M_F(s) = \frac{G(s)J(s)F(s)}{1 + G(s)J(s)F(s)H(s)} \quad (4.5)$$

Idealmente, se a função de transferência em malha fechada fosse igual a 1, significaria que o sistema iria seguir instantaneamente a referência. É claro que isso não é possível para os sistemas dinâmicos reais, visto que o sistema demora um determinado valor de tempo para responder a uma mudança de referência.

Uma curiosidade interessante é que se o módulo da função  $G(s)$  for muito grande e a função  $H(s)$  apresentar um módulo igual a 1, a função de transferência em malha fechada tende a unidade (prove



isso). Portanto, dado a frequência do sinal de referência, o controlador deve apresentar um ganho muito grande para esta frequência, resultando em um erro zero em regime permanente.

$$MA(s) = G(s)J(s)F(s)H(s) \quad (4.6)$$

é conhecida por função de transferência em malha aberta do sistema.

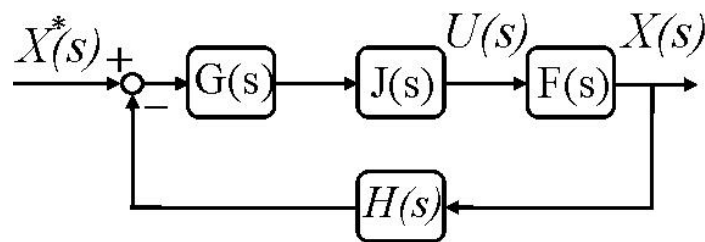


Fig. 4.2. Diagrama de blocos de um sistema de controle e suas funções de transferência.

### 4.3. CONTROLADOR PID

Dentre os controladores mais utilizados está o controlador PID (proporcional, integral e derivativo). Este é um controlador de fácil implementação e é largamente utilizado em plantas de controle industriais. Em sua concepção mais simples, a função de transferência de um controlador PI é dada por

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (4.7)$$

onde  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  são os ganhos proporcional, integral e derivativo do controlador, respectivamente. Ajustar um controlador PID consiste em encontrar valores adequados para estes ganhos.

Para a compreensão destes controladores, considere novamente o circuito  $RL$  apresentado na Fig. 4.1. Considere o problema de controle de regular a corrente deste circuito, por meio da variação da tensão aplicada. O elemento sensor deste diagrama de controle é um sensor de corrente. O elemento atuador é a fonte de tensão controlada cujo valor pode variar de 0 a 50 V. A função de transferência  $F(s)$  é dada por

$$F(s) = \frac{1}{Ls + R} \quad (4.8)$$

Será considerado que o sensor e o atuador são ideais e portanto  $H(s) = J(s) = 1$ . Assim, o diagrama de blocos do sistema de controle proposto é apresentado na Fig. 4.3. Os parâmetros utilizados nas análises a seguir são apresentados na Tab. 4.1. A metodologia de projeto e escolha dos ganhos do controlador serão apresentadas posteriormente.

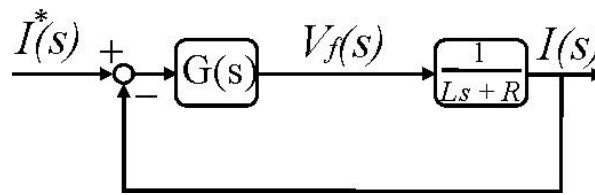


Fig. 4.3. Diagrama de blocos para o controle da corrente de um circuito RL.

Tab. 4.1. Parâmetros utilizados nas análises da resposta dos controladores

Parâmetro	Valor
$R$	50 mΩ
$L$	5 mH
$k_p$	31,42
$k_i$	314,15
$k_d$	0,004

Inicialmente vamos considerar  $K_i = K_d = 0$ . Pode ser observado na Fig. 4.4 (a) que quanto maior for o ganho proporcional, maior a velocidade de resposta do sistema. Contudo, maior será a ação de controle calculada pelo controlador, conforme ilustrado na Fig. 4.4 (b).

Apesar da elevada velocidade de resposta, a Fig. 4.4 (c) mostra que sempre existe um erro em regime permanente, visto que para existir ação de controle o erro deve ser diferente de zero (note que a ação é o  $K_p$  multiplicado pelo erro).

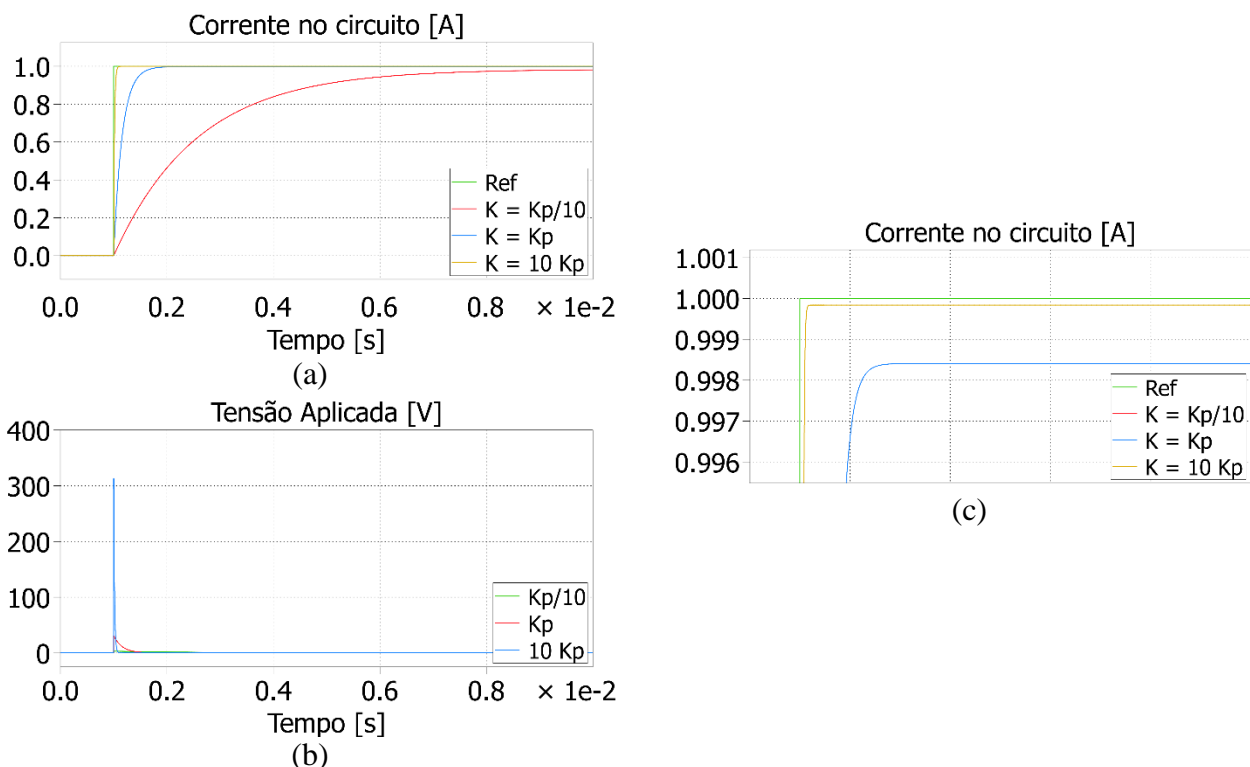


Fig. 4.4. Resposta do sistema com controlador proporcional: (a) Corrente medida e corrente de referência para vários valores de  $K_p$ ; (b) Respectivas ações de controle; (c) Detalhe da dinâmica da corrente medida.

Observe que a análise para um  $K_p$  10 vezes maior que o ajustado resulta em uma ação de controle que supera 300 V que não é realizável na prática. Desta forma, o controle deve ser saturado de forma que a ação de controle seja limitada aos 50 V. Utilizando-se um saturador, é possível obter a resposta apresentada na Fig. 4.5. Note na Fig. 4.5 (a) que o tempo de resposta para essa situação aumenta, visto que agora a ação de controle ficou limitada ao valor máximo que pode ser sintetizado na prática, conforme a Fig. 4.5 (b). Assim, o aumento do ganho proporcional é limitado pelos parâmetros físicos do sistema.

A finalidade da parcela integral do controlador é anular o erro em regime permanente que aparece com um controlador proporcional. Este controlador é conhecido como controlador PI. A ideia é que quando o erro for zero, o integrador terá calculado a ação de controle necessária para anular o erro.

O efeito da utilização da parcela integral é apresentado na Fig. 4.6. Conforme observado na Fig. 4.6 (a), o ajuste correto do controlador PI permite anular o erro em regime permanente. Além disso, ele mantém as ações de controle comportadas como mostrado na Fig. 4.6 (b).

Como poder ser observado na Fig. 4.6 (c), quando a parcela integral é bem ajustada, sua contribuição ocorre na redução do erro em regime. Ganhos integrais pequenos fazem aparecer o erro em regime permanente. Ganhos integrais elevados tendem a influenciar a velocidade da resposta e gerar sobressinal na resposta (o sinal medido fica maior que o valor de referência antes de alcançar a referência).

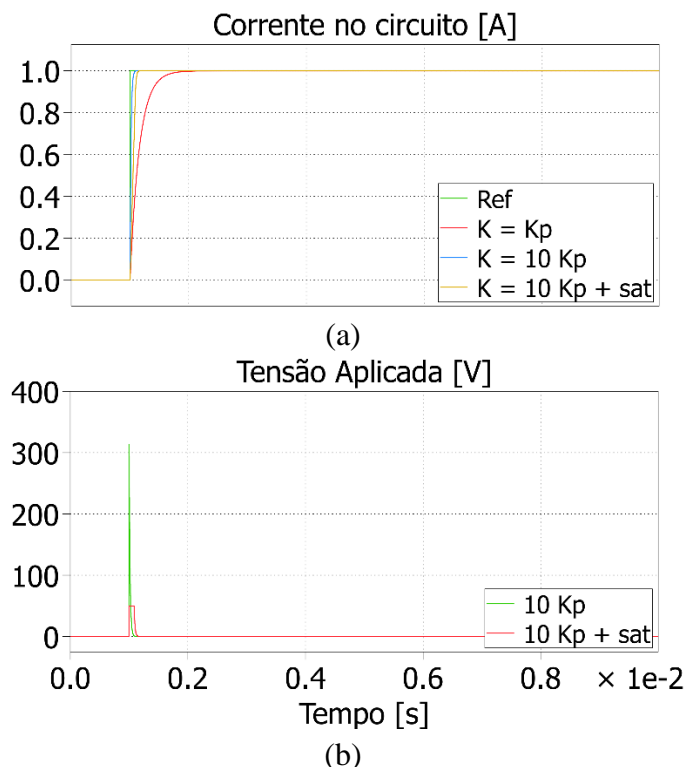


Fig. 4.5. Comparação do sistema para elevado valor de  $K_p$  considerando a saturação da ação de controle: (a) Corrente medida e corrente de referência; (b) Ações de controle.

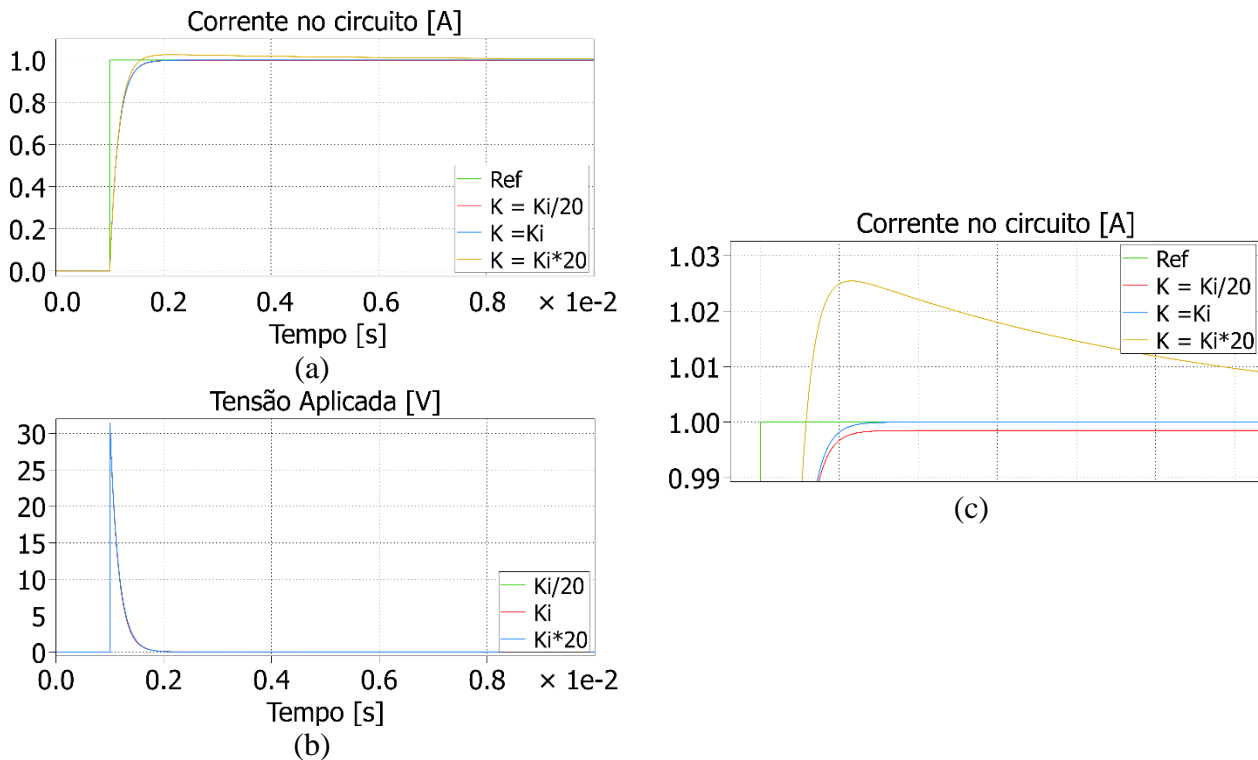


Fig. 4.6. Resposta do sistema com controlador proporcional-integral: (a) Corrente medida e corrente de referência para vários valores de  $K_i$ ; (b) Respectivas ações de controle; (c) Detalhe da dinâmica da corrente medida.

A finalidade da parcela derivativa do controlador é aumentar a velocidade de resposta do controlador proporcional, toda vez que houver variação na referência. A ideia é que quando houver variação no erro, o derivativo já gera uma ação de controle antes da parcela proporcional atuar.

O efeito da utilização da parcela derivativa é apresentado na Fig. 4.7. Conforme observado na Fig. 4.7 (a), o ajuste correto do controlador PID permite anular o erro em regime permanente e resulta em uma resposta muito mais rápida em relação ao controlador PI. Deve ser observado que a limitação da ação de controle foi considerada nesta análise, como sugere a Fig. 4.7 (b).

Um problema da utilização do controlador PID é apresentado na Fig. 4.8. Como o sinal medido na prática geralmente apresenta ruído, a parcela derivativa interpreta essas variações como variações na referência e pode instabilizar a resposta, conforme ilustrado na Fig. 4.8 (a). Note que a ação de controle mostrada na Fig. 4.8 (b) é extremamente ruidosa, como se a parcela derivativa amplificasse o ruído. Isto não é observado para o controlador PI.

Desta forma, nas aplicações em que é utilizado, o controlador PID utiliza um ganho derivativo muito pequeno. Em aplicações de eletrônica de potência, os sinais apresentam ruídos de alta frequência no sinal medido devido ao chaveamento do dispositivo. Isto justifica a preferência em utilizar controladores PI nestas aplicações.

Assim, para a maioria das aplicações

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s}. \quad (4.9)$$

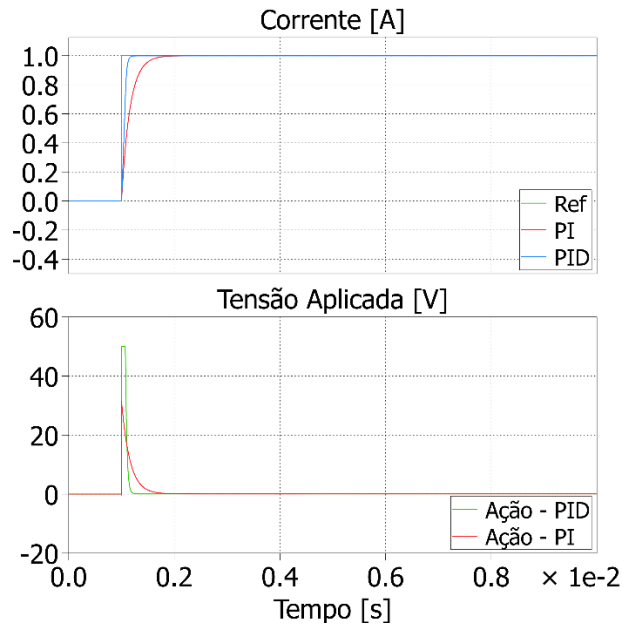


Fig. 4.7. Resposta do sistema com controlador proporcional-integral-derivativo e comparação com o controlador PI para um sinal de medição sem ruído: (a) Corrente medida e corrente de referência; (b) Respectivas ações de controle.

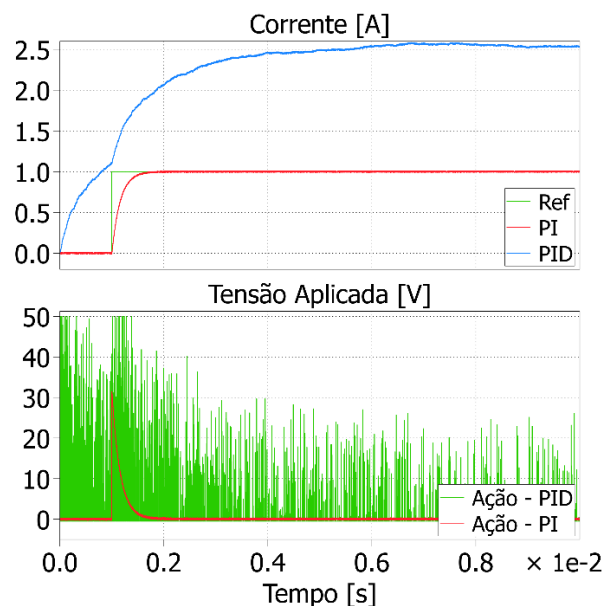


Fig. 4.8. Resposta do sistema com controlador proporcional-integral-derivativo e comparação com o controlador PI para um sinal de medição com ruído aleatório de 10 mA de pico: (a) Corrente medida e corrente de referência; (b) Respectivas ações de controle.

#### 4.4. ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE UM SISTEMA DINÂMICO

A estabilidade de um sistema dinâmico se refere a um sistema em malha fechada na qual a ação de controle sempre age na finalidade de diminuir o erro em regime permanente. Isto acontece geralmente se a velocidade de resposta do controlador é condizente com a velocidade de resposta do sistema.

Uma das formas mais simples de verificar a estabilidade de um sistema é por meio dos polos da função de transferência em malha fechada. Para que uma função de transferência seja estável, seus polos devem ter parte real negativa. Para verificar tal fato, considere a função de transferência

$$F(s) = \frac{1}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (4.10)$$

Utilizando-se o método das frações parciais, é possível escrever que

$$F(s) = \frac{A_1}{s + p_1} + \frac{A_2}{s + p_2} + \dots + \frac{A_n}{s + p_n} \quad (4.11)$$

Aplicando-se a transformada inversa de Laplace, pode-se obter que

$$F(s) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots + A_n e^{p_n t} \quad (4.12)$$

Note que se todos os polos forem reais, a resposta a um impulso (transformada inversa da função de transferência) só converge se todos os polos forem negativos. Note que se um polo for um número complexo  $p = x + jy$ , a resposta no tempo deste polo será

$$A e^{pt} = A e^x e^{jy} = A e^x (\cos y + j \sin y) \quad (4.13)$$

Desta forma, a resposta converge se todos os polos apresentarem parte real negativa.

O exemplo de resposta de três sistemas é apresentado na Fig. 4.9. Observe que os sistema segue a referência, visto que apresenta polos com parte real negativa. O segundo sistema, os polos apresentam parte real nula. Neste caso a resposta é oscilante, visto que os polos estão sobre o eixo real. Por fim, o terceiro sistema apresenta uma resposta instável, caracterizada pelo aumento das oscilações no tempo.

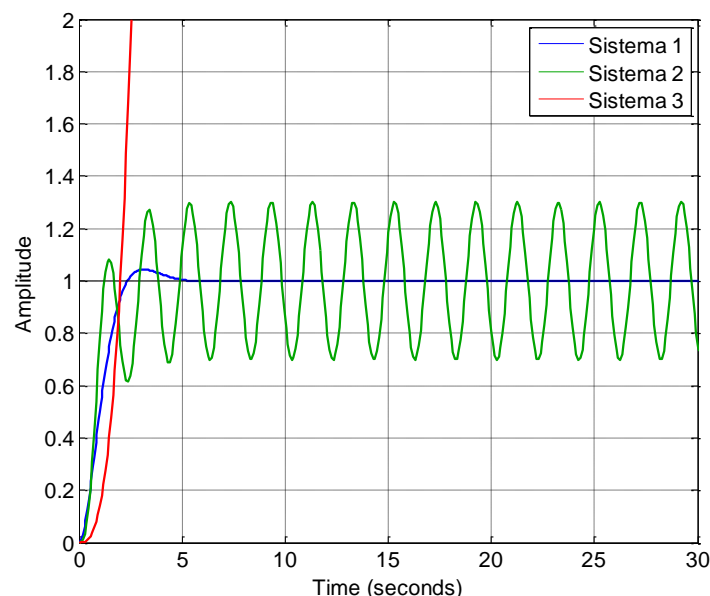


Fig. 4.9. Resposta de 3 sistemas a um degrau unitário. Note que o sistema 3 não é capaz de seguir o degrau, por ser instável.

Outra metodologia para verificar estabilidade é o diagrama de Bode. Tal diagrama é uma ferramenta matemática bastante utilizada em teoria de controle. O diagrama de bode de uma função de transferência mostra o comportamento de um circuito para uma excitação senoidal em regime permanente. De fato para uma excitação senoidal em regime permanente é possível substituir  $s = j\omega$  na função de transferência e avaliar o que acontece com o módulo e o ângulo desta função à medida que  $\omega$  varia.

Por exemplo, o diagrama de Bode da planta utilizada no exercício anterior é apresentado na Fig. 4.10. Observe que o circuito tem uma característica de um filtro passa-baixas.

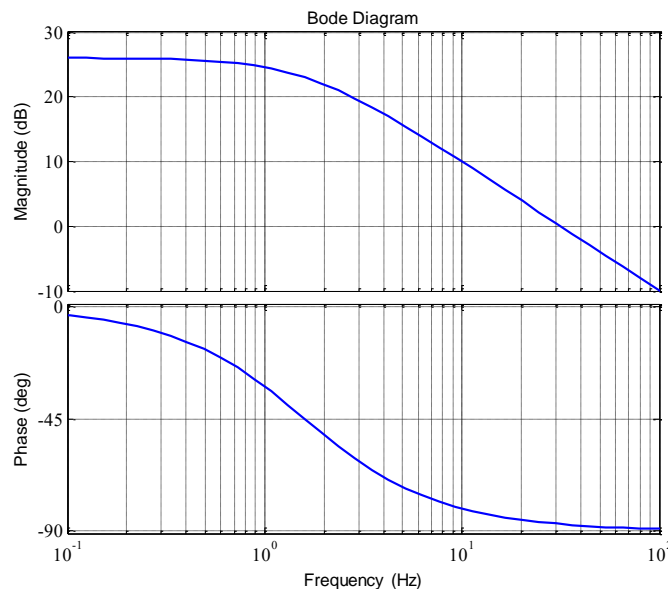


Fig. 4.10. Diagrama de Bode do circuito RL estudado.

No diagrama de Bode da função de transferência em malha aberta de um sistema é possível identificar duas grandezas importantes. Estas grandezas são importantes para a determinação da estabilidade do sistema. *Estabilidade* é a característica de um sistema de malha fechada de forma que sua ação de controle diminua o módulo do erro com o passar do tempo.

A primeira grandeza é a *margem de fase*, que consiste no valor da fase do diagrama de bode quando gráfico do módulo da função de transferência plotado em dB passa por zero. O segundo é a *margem de ganho* que consiste no valor do ganho do sistema quando sua fase vale  $-180^\circ$ .

De fato, um sistema é estável em malha fechada se a margem de fase e a margem de ganho da função de transferência em malha aberta são positivas. A margem de fase é positiva no intervalo  $-90^\circ \leq \varphi_m \leq 90^\circ$ . Por sua vez, a margem de ganho é positiva se o ganho da função de transferência é negativo quando o gráfico do ângulo passa por  $180^\circ$ .

Considerando o sistema para controle da corrente no circuito RL, a função de transferência em malha aberta é o produto da planta e da função de transferência do controlador. O diagrama de bode desta função é apresentada na Fig. 4.11. Observe na que as margens de fase do sistema são positivas. Além disso, o gráfico de fase não atinge 180°, resultando em uma margem de ganho infinita. Portanto, o sistema de controle em malha fechada é estável.

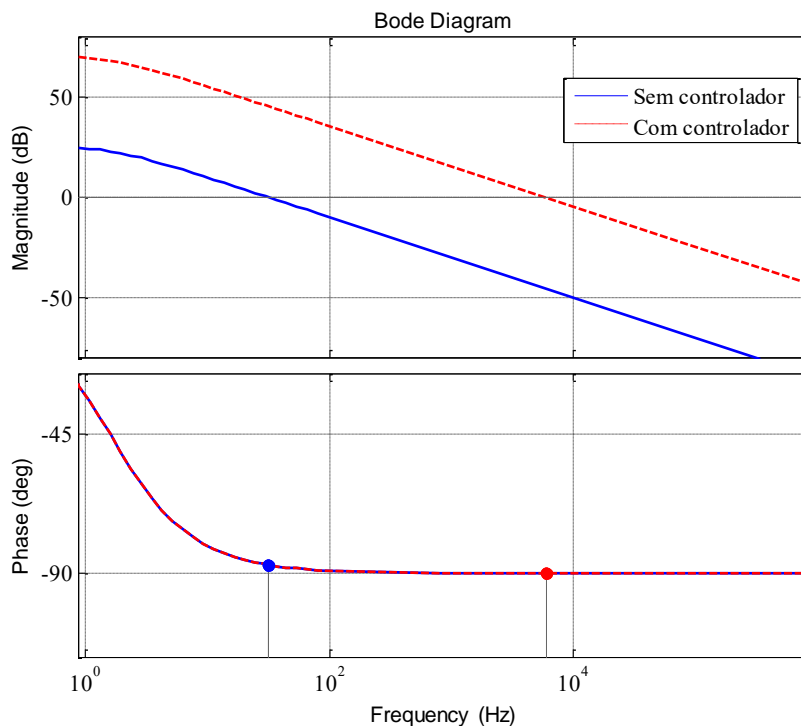


Fig. 4.11. Análise da estabilidade do controle por meio do diagrama de Bode.

## 4.5. PROJETO DE CONTROLADORES PI PELO MÉTODO DE ALOCAÇÃO DE POLOS

Existem diversas metodologias para ajustar controladores PI. Esta seção apresenta o método de alocação de polos que pode ser utilizado quando a planta consiste em funções de transferência simples. Em toda a metodologia foi considerado que  $H(s) = J(s) = 1$ .

### Malha aberta é de Primeira Ordem

Considere que a planta de primeira ordem dada por

$$F(s) = \frac{K}{1 + T_{ma}s} \quad (4.14)$$

onde  $K$  é o ganho do sistema e  $T_{ma}$  é a sua constante de tempo.



O controlador PI é descrito pela seguinte função de transferência

$$G(s) = k_p \frac{1 + sT_i}{s T_i} \quad (4.15)$$

onde  $k_p$  é o ganho proporcional e  $T_i = k_p/k_i$  é a constante de integração.

A malha aberta do sistema será dada por

$$MA(s) = G(s)F(s) = k_p \frac{1 + sT_i}{s T_i} \frac{K}{1 + T_{ma}s}. \quad (4.16)$$

O método de alocação de polos consiste em alocar o zero do controlador de forma que saiba-se a dinâmica obtida em malha fechada. Note que utilizando-se  $T_i = T_{ma}$ , cancela-se o polo da planta com o zero do controlador. Portanto, a função de malha aberta se reduz a

$$MA(s) = \frac{k_p K}{s T_i}. \quad (4.17)$$

Desta forma a função de transferência em malha fechada é dada por

$$MF(s) = \frac{\frac{k_p K}{s T_i}}{1 + \frac{k_p K}{s T_i}} = \frac{1}{1 + s \frac{T_i}{k_p K}}. \quad (4.18)$$

Observe que o ajuste realizado garante que a função de transferência de malha fechada é de primeira ordem. Além disso, o ganho desta função de transferência é igual a 1, ou seja, não haverá erro em regime permanente. Definindo-se o tempo de resposta da malha fechada por  $T_{MF}$ , pode-se escrever que

$$T_{MF} = \frac{T_i}{k_p K} \Leftrightarrow k_p = \frac{T_{MF} K}{T_i}. \quad (4.19)$$

É comum descrever a velocidade da resposta em malha fechada em função da frequência do seu polo  $f_c$ . Para um sistema de primeira ordem, tem-se que

$$T_{MF} = \frac{1}{2\pi f_c}. \quad (4.20)$$

Portanto, os ganhos do controlador são dados por

$$T_i = T_{ma} \quad (4.21)$$

$$k_p = 2 \pi f_c \frac{K}{T_i} \quad (4.22)$$

Geralmente a frequência  $f_c$  é limitada pela velocidade de atuação do sistema. De fato, ela é limitada a um décimo da máxima frequência que o atuador é capaz de responder.

### **Malha aberta é um simples ganho**

Considere que a planta dada por

$$F(s) = K \quad (4.23)$$

onde  $K$  é o ganho do sistema.

O controlador PI é descrito pela seguinte função de transferência

$$G(s) = \frac{s k_p + k_i}{s} \quad (4.24)$$

onde  $k_p$  é o ganho proporcional e  $k_i$  é o ganho integral.

A malha aberta do sistema será dada por

$$MA(s) = G(s)F(s) = \left( \frac{s k_p + k_i}{s} \right) K. \quad (4.25)$$

Desta forma a função de transferência em malha fechada é dada por

$$MF(s) = \frac{\left( \frac{s k_p + k_i}{s} \right) K}{1 + \left( \frac{s k_p + k_i}{s} \right) K} = \frac{\frac{k_p}{k_i} s + 1}{\left( \frac{1 + K k_p}{K k_i} \right) s + 1}. \quad (4.26)$$

Observe que o ajuste realizado garante que a função de transferência de malha fechada apresenta um polo e um zero. Além disso, o ganho desta função de transferência é igual a 1, ou seja, não haverá erro em regime permanente. Este tipo de função de transferência apresenta um comportamento muito semelhante a de primeira ordem quando o polo do sistema é dominante. Para tal, considerar-se alocar o zero da malha fechada em uma frequência 10 vezes maior que a frequência do polo. Portanto,

$$\frac{1}{2\pi f_{c1}} = \frac{K k_p}{K k_i}. \quad (4.27)$$

$$\frac{1}{2\pi f_{c2}} = \frac{1 + Kk_p}{K k_i}. \quad (4.28)$$

Definindo-se o polo e o zero, pode-se encontrar os ganhos proporcional e integral pelas relações

$$k_p = \frac{2\pi f_{c2}}{2\pi K(f_{c1} - f_{c2})} \quad (4.29)$$

$$k_i = 2\pi f_{c1} k_p. \quad (4.30)$$

### **Malha aberta é um integrador na origem**

Considere que a planta dada por

$$F(s) = \frac{K}{s} \quad (4.31)$$

onde  $K$  é o ganho do sistema.

O controlador PI é descrito pela seguinte função de transferência

$$G(s) = \frac{s k_p + k_i}{s} \quad (4.32)$$

onde  $k_p$  é o ganho proporcional e  $k_i$  é o ganho integral.

A malha aberta do sistema será dada por

$$MA(s) = G(s)F(s) = \left( \frac{s k_p + k_i}{s} \right) \frac{K}{s}. \quad (4.33)$$

Desta forma a função de transferência em malha fechada é dada por

$$MF(s) = \frac{\left( \frac{s k_p + k_i}{s} \right) \frac{K}{s}}{1 + \left( \frac{s k_p + k_i}{s} \right) \frac{K}{s}} = \frac{s k_p K + k_i K}{s^2 + s k_p K + k_i K}. \quad (4.34)$$

Observe que o ajuste realizado garante que a função de transferência de malha fechada é de segunda ordem. Além disso, o ganho desta função de transferência é igual a 1, ou seja, não haverá erro em regime permanente. A dinâmica de segunda ordem pode apresenta sobressinal que pode ser indesejável. Desta forma, um ajuste que melhora a performance em termos de sobressinal é

considerar que os dois polos da malha fechada, denominados por  $f_{c1}$  e  $f_{c2}$  são reais. Desta forma, pode-se escrever que

$$-\frac{(-2\pi f_{c1} - 2\pi f_{c2})}{1} = k_p K \quad (4.35)$$

$$\frac{(-2\pi f_{c1})(-2\pi f_{c2})}{1} = k_i K. \quad (4.36)$$

Note que foram utilizadas equações de Girard pra um polinômio de segundo grau. Além disso, os polos devem ser negativos para garantir estabilidade. Desta forma, os ganhos do controlador podem ser determinados por

$$k_p = \frac{2\pi}{K} (f_{c1} + f_{c2}) \quad (4.37)$$

$$k_i = \frac{4\pi^2}{K} f_{c1} f_{c2}. \quad (4.38)$$

## 4.6. CONTROLE EM CASCATA

Considere o sistema de controle apresentado na . Note que este sistema apresenta uma estrutura em malha fechada que regula a variável  $x_1$  enquanto existe uma outra malha, mais externa que regula a variável  $x_2$ . Note também que a referência da malha interna é calculada pela malha externa. Desta forma, diz-se que este é um controle em cascata.

O controle em cascata é utilizado quando necessita-se o controle de mais de um estado do sistema. Em eletrônica de potência, geralmente a malha interna é uma malha de corrente. A existência desta malha permite proteger o circuito eletrônico controlado de rápidos transitórios de corrente (visto que a dinâmica é definida pelo controle de corrente). Além disso, durante transitórios e sobrecargas, a existência desta malha permite limitar a corrente que circula pelo circuito ao seu valor máximo, evitando queima de componentes.

Uma restrição no projeto dos controladores é que as malhas internas devem ser mais rápidas que as externas. Isto é necessário visto que a malha externa toma uma decisão que irá atuar na malha inter e posteriormente na planta. Uma malha interna lenta corresponde a um atuador lento. E não é possível impor em um sistema uma velocidade superior a do atuador.

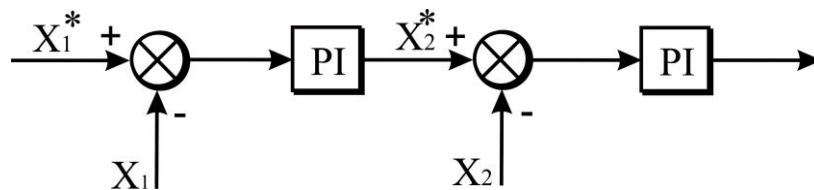


Fig. 4.12. Exemplo de controle em cascata.

## 4.7. CONTROLE DIGITAL

Em processamento de sinais, discretização (que também pode ser chamado de quantização) é o processo de atribuição de valores discretos para um sinal cuja amplitude varia entre infinitos valores. Isto é interessante do ponto de vista de controle pois a maioria das implementações atuais são realizadas em microcontroladores.

Os conhecimentos apresentados a seguir foram extraídos de um documento interno da Gerência sobre discretização, fruto do trabalho dos especialistas Lucas Yule e Thálisson.

### **Discretização de uma resposta no domínio contínuo**

A resposta de um sistema no domínio do tempo representado pela equação diferencial de estado pode ser obtida utilizando-se uma aproximação discreta no tempo.

A aproximação discreta no tempo corresponde a uma divisão do eixo do tempo em intervalos de tempo infinitesimais ( $\Delta t \rightarrow 0$ ), conforme ilustrado na Fig. 4.13.

Os valores das variáveis de estado são calculados para sucessivos valores de  $\Delta t$ , com  $t$  variando através dos seguintes valores: 0,  $T$ ,  $2T$ ,  $3T$ , ...

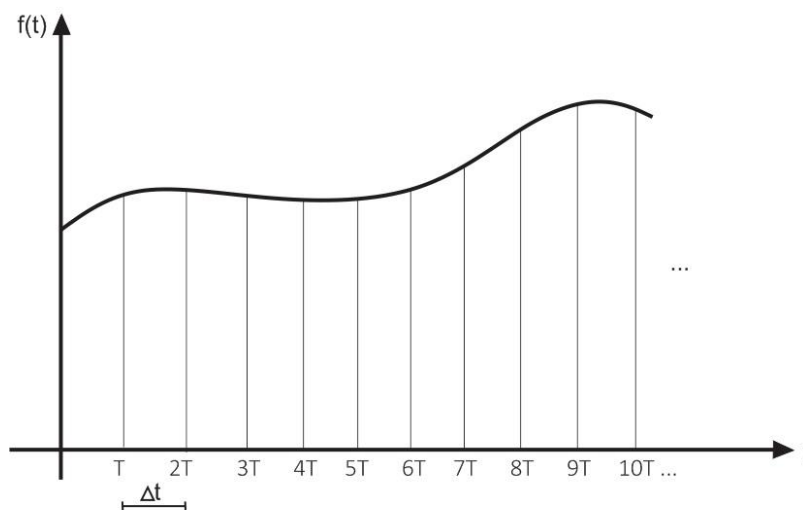


Fig. 4.13. Discretização de um sinal qualquer.

Se o período de amostragem é menor do que todas as constantes de tempo do sistema, ou seja, se  $\Delta t$  for suficientemente pequeno em comparação às constantes de tempo do sistema, a precisão da aproximação é boa. Caso contrário, é ruim. Uma escolha usualmente adotada é:

$$T \leq \frac{\delta}{2} \quad (4.39)$$

onde  $\delta$  é a menor constante de tempo do sistema.

Como se sabe, a equação de estado é representada na forma da Equação 33.

$$\dot{X} = AX + BU \quad (4.40)$$

A partir da definição de derivada

$$\dot{x}(t) = \lim_{\Delta t} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} \quad (4.41)$$

e da aproximação ( $\Delta t = T$ ), (4.41) pode ser representada na forma a seguir:

$$\dot{x}(t) = \frac{x(t+T) - x(t)}{T} \quad (4.42)$$

Substituindo-se (4.42) em (4.40), tem-se a seguinte relação.

$$\frac{X(t+T) - X(t)}{T} \cong AX(t) + BU(t) \quad (4.43)$$

Por meio de simples manipulações matemáticas obtém-se

$$X(t+T) \cong TAX(t) + X(t) + TBU(t) \quad (4.44)$$

Agrupando os termos,

$$X(t+T) \cong (TA + I) X(t) + TBU(t) \quad (4.45)$$

Como o tempo ( $t$ ) é dividido em intervalos ( $\Delta t = T$ ), tem-se que

$$t = kT \quad (4.46)$$

onde ( $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ).

Desta forma, pode-se escrever que

$$X[(k+1)T] \cong (TA + I) X(kT) + TBU(kT) \quad (4.47)$$

A Equação (4.47) é a equação de estado discreta. Na literatura, a matriz  $(TA + I)$  é representada por uma matriz  $\varphi(T)$  que depende do valor  $T$  escolhido.

### **Segurador de Ordem Zero**

O Zero-Order Hold (segurador de ordem zero) é um modelo matemático para a prática de reconstrução de sinais utilizando um conversor analógico-digital (A/D). Ele recebe os valores de um sinal contínuo “segurando” cada amostra em um intervalo de tempo previamente calculado. A Fig. 4.14 mostra o método.

Inicialmente o sinal é amostrado obtendo-se um trem de impulsos conforme a Fig. 4.14 (a). O conversor recebe o valor de um determinado ponto do sinal e o mantém por um período de amostragem, a forma de onda característica do segurador de ordem zero, apresentada na Fig. 4.14 (b).

Para a utilização de tal método, é de extrema importância a escolha do período de amostragem adequado. Deve ser considerado o Teorema de Nyquist, que diz que a frequência de amostragem de um sinal analógico, para que o mesmo possa posteriormente ser reconstruído com o mínimo de perda de informação, deve ser igual ou maior a duas vezes a maior frequência do espectro desse sinal. Uma

escolha errada pode ocasionar o fenômeno de *aliasing*, porém determinado assunto não é o foco desse trabalho e portanto não será discutido detalhadamente.

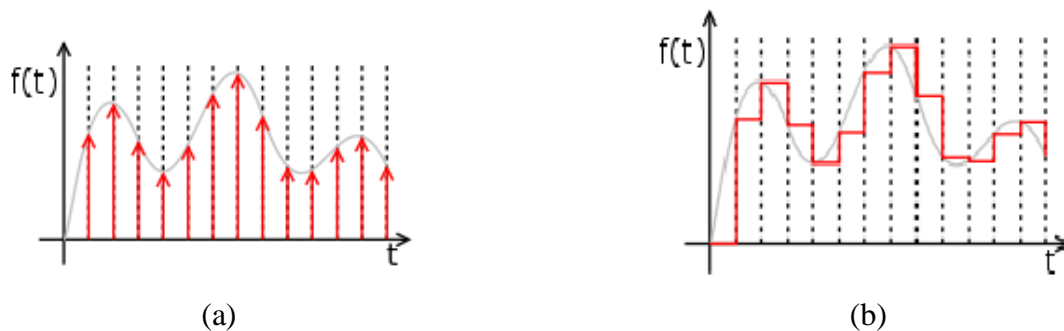


Fig. 4.14. Funcionamento de um segurador de ordem zero.

### Transformada Z

A transformada Z é o equivalente de tempo discreto da transformada de Laplace, sendo análogas suas propriedades. Partindo do pressuposto que já se tenha o conhecimento e domínio da transformada de Laplace, considere um sistema invariante no tempo e linear (LIT), de tempo de discreto e com resposta ao impulso  $h[n]$ , a resposta  $y[n]$  do sistema a uma entrada exponencial complexa na forma  $z^n$  é:

$$y[n] = H(z)z^n \quad (4.48)$$

onde

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n] z^{-n}. \quad (4.49)$$

Para  $z = e^{j\omega}$  com  $\omega$  real (ou seja, com  $|z| = 1$ ), (4.49) corresponde à transformada de Fourier de tempo discreto de  $h[n]$ . Porém, caso o  $|z|$  não esteja limitado à unidade, (4.49) é conhecida como a transformada z de  $h[n]$ .

A transformada z bilateral de um sinal genérico de tempo discreto  $x[n]$  é definida como:

$$X(z) \triangleq \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] z^{-n} \quad (4.50)$$

em que  $z$  é uma variável complexa.

Existe também a transformada z unilateral. Tal transformada difere da transformada bilateral apenas no intervalo do somatório, que se estende apenas de 0 (zero) à  $+\infty$ . Frequentemente, a transformada z de um sinal discreto é representada como:

$$X[n] \xleftrightarrow{z} X(z). \quad (4.51)$$

Quando se deseja determinar uma sequência de um sinal genérico cuja transformada z é conhecida, dentre os vários procedimentos existentes, pode-se calcular sua transformada z inversa.

Esse procedimento é realizado através de uma integração no plano  $z$ . Tal integração é realizada em torno de um contorno circular fechado em sentido anti-horário, centralizado na origem e com raio  $r$ . Essas características estão ilustradas por

$$X[n] = \frac{1}{2\pi j} \oint X(z) z^{n-1} dz \quad (4.52)$$

O valor do raio do contorno circular ( $r$ ) pode ser escolhido como qualquer valor para o qual  $X(z)$  converge, ou seja, de modo que o contorno de integração circular ( $|z| = r$ ) esteja dentro da região de convergência (RDC). De fato, o cálculo da transformada inversa não é trivial e utiliza-se a tabela de transformadas para realizar os cálculos.

Um sistema qualquer, de transformada  $z$  conhecida, pode ser completamente caracterizado por uma equação de diferenças de coeficientes constantes. Tal fato se torna possível graças à aplicação das propriedades da transformada  $z$ .

Para melhor compreensão desse fato, considere um sistema representado pela transformada  $z$  dada por

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z + \frac{1}{3}}{z - \frac{1}{2}} \quad (4.53)$$

Dividindo ambos os lados por  $z$ , ela pode ser reescrita como:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \quad (4.54)$$

Desta forma, pode-se escrever que

$$Y(z) - \frac{1}{2}z^{-1}Y(z) = X(z) + \frac{1}{3}z^{-1}X(z) \quad (4.55)$$

Finalmente, partindo-se das propriedades de linearidade e deslocamento no tempo da transformada de  $z$ , o sistema em questão pode ser completamente caracterizado de acordo com, que é definida como a equação de diferenças do sistema.

$$y[n] - \frac{1}{2} y[n-1] = x[n] + \frac{1}{3} x[n-1] \quad (4.56)$$

Note que a transformada  $z$  possibilita transformar uma equação diferencial em uma equação algébrica que é de fácil implementação nos microprocessadores.

### **Discretização no MATLAB**



Por meio do comando '*c2d*' (continuous to discrete-time conversions) presente no Matlab é possível obter o resultado da transformada Z de uma função transferência no modelo matemático. Tal comando possui cinco diferentes métodos de discretização, mostrados na Tab. 4.2.

O primeiro método apresentado na tabela é o Segurador-de-Ordem Zero (do inglês *Zero-Order Hold*). Posteriormente, tem-se o método Segurador de Primeira-Ordem (do inglês *First-Order Hold*) que fornece discretização exata no domínio do tempo por meio de entradas lineares por partes. FOH difere do ZOH pelo mecanismo de retenção subjacente. Para transformar amostras de entrada  $u[k]$  em um sinal de entrada  $u(t)$ , FOH faz uso de interpolação linear entre as amostras:

$$u(t) = u[k] + \frac{t - KT_s}{T_s} (u[k + 1] - u[k]), \quad KT_s \leq t \leq (k + 1)T_s \quad (4.57)$$

Dentre as principais características desse método, tem-se: sinal de saída muito suave, uma resposta de frequência estável em faixas de frequência de interesse e a inexistência de erro de fase. Tal método possui os mesmos resultados que o ZOH para atrasos de tempo.

Tab. 4.2. Métodos de discretizações disponibilizados pelo Matlab

Modo no c2d	Método de discretização	Usado Quando:
zoh (padrão)	<i>Zero-Order Hold</i>	Se deseja discretização exata no do domínio do tempo por meio de entradas na forma de degraus.
foh	<i>First-Order Hold</i>	Se deseja discretização exata no do domínio do tempo por meio de entradas lineares por partes.
impulse	<i>Impulse-Invariant Mapping</i>	Se deseja discretização exata no do domínio do tempo por meio de entradas por trem de impulso.
matched	<i>Zero-Pole Matching Equivalents</i>	Se possui um modelo SISO(única entrada e única saída) e se deseja boa correspondência no domínio da frequência entre os modelos contínuo e discreto.
Tustin	<i>Tustin Approximation</i>	- Se deseja boa correspondência no domínio da frequência entre os modelos contínuo e discreto. - Se possui um modelo que apresenta dinâmicas importantes para uma frequência em particular.

Já o método de Mapeamento de Impulso Invariante (do inglês *Impulse-Invariant Mapping*) converte as funções de transferência analógicas para digitais de tal forma que a resposta ao impulso em ambos os casos seja a mesma nos instantes de amostragem. Assim, se  $y(t)$  representa a resposta ao impulso de um filtro analógico (tempo contínuo), o filtro digital (tempo discreto) resultante da conversão apresentará resposta ao impulso  $y[nT]$ , onde T representa o intervalo de amostragem em

segundos. Tal método pode ser usado tanto para sistemas de única entrada e única saída quanto para de múltiplas entradas e múltiplas saídas com atrasos de tempo, mas não suporta modelos de espaço de estado com atraso de tempo interno. Para os modelos nos quais o método pode ser o usado, o mesmo resulta em discretizações exatas de atrasos de tempo.

O *Zero-Pole Matching Equivalents* é um método de conversão computando as combinações equivalentes zero-polo é aplicado somente para sistemas com única entrada e única saída. Os sistemas contínuos e discretizados possuem ganhos DC correspondentes. Seus polos e zeros estão relacionados com a transformação:

$$z_i = e^{s_i T_s} \quad (4.58)$$

onde  $z_i$  é o  $i$ ésimo polo ou zero do sistema de tempo discreto,  $s_i$  é o  $i$ ésimo polo ou zero do sistema de tempo contínuo e  $T_s$  é o tempo de amostragem. Tal método pode ser usado para sistemas de única entrada e única saída com atrasos de tempo, mas não suporta modelos de espaço de estado com atraso de tempo interno.

O método utilizado para a obtenção dos resultados finais desse trabalho foi a aproximação Tustin (do inglês *Tustin Approximation*), que também é conhecida como aproximação bilinear. Esta aproximação corresponde a aproximar um integrador pela regra do trapézio.

Utilizando-se o método de Tustin, as funções de transferência do domínio de  $s$  e de  $z$  são relacionadas usando a aproximação:

$$z = e^{sT_s} \approx \frac{1 + st_s/2}{1 - st_s/2} \quad (4.59)$$

Em conversões de tempo contínuo para tempo discreto, a discretização  $H_d(z)$  de uma função transferência contínua  $H(s)$  é mostrado na (4.60). Tal método pode ser usado tanto para sistemas de única entrada e única saída quanto para de múltiplas entradas e múltiplas saídas com atrasos de tempo de entrada, de saída, ou atrasos de transferência.

$$H_d(z) = H(s'), \quad s' = \frac{2}{T_s} \frac{z - 1}{z + 1} \quad (4.60)$$

## **Estabilidade**

De fato, um sistema contínuo é estável se a função de transferência em malha fechada apresenta todos seus polos do lado esquerdo do plano  $s$ . Lembre-se que para a discretização do sistema utiliza-se a transformada  $z$  é

$$z = e^{Ts} \quad (4.61)$$

Isto significa que se os polos do sistema contínuo estão a esquerda do plano  $s$ , suas partes reais são menores que zero e portanto o número complexo  $z$  apresenta um módulo menor que 1. Assim, basta verificar se os polos do sistema discreto estão dentro de uma circunferência de raio igual a 1.

Desta forma, costuma-se dizer que a transformada  $Z$  mapeia a parte esquerda do plano  $s$  em uma circunferência centrada na origem de raio unitário.

## 5. PROJETO DO FILTRO LCL

Este capítulo tem como finalidade apresentar a modelagem e o projeto dos componentes do filtro LCL utilizado no inversor. São considerados aspectos do volume dos indutores, fator de potência e taxa de distorção harmônica da corrente da rede no cálculo dos componentes.

### 5.1. FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DO FILTRO

Considere o filtro LCL apresentado na Fig. 5.1. Para a modelagem deste componente, vamos desprezar inicialmente a resistência dos indutores. Estamos interessados em compreender como os harmônicos de tensão gerados pelo chaveamento do conversor geram harmônicos nas correntes do filtro. A compreensão destas funções de transferência permitem projetar o filtro de forma a limitar a taxa de distorção da corrente injetada na rede elétrica.

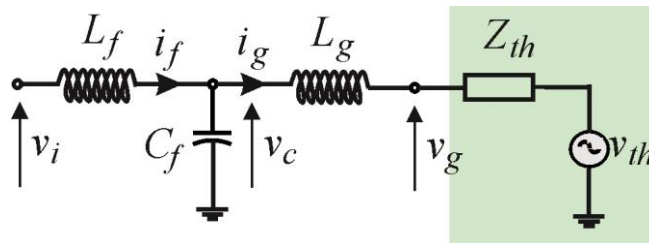


Fig. 5.1. Filtro LCL.

Utilizando-se a lei das malhas e dos nós pode-se escrever que

Equações das malhas no tempo

$$\begin{cases} v - v_c = L_f \frac{di_f}{dt} \\ v_c = \frac{1}{C_f} \int i_c dt \\ v_c - v_g = L_g \frac{di_g}{dt} \end{cases} \quad (5.1)$$

As relações presentes em (5.1) sugerem o diagrama de blocos apresentado na Fig. 5.2.

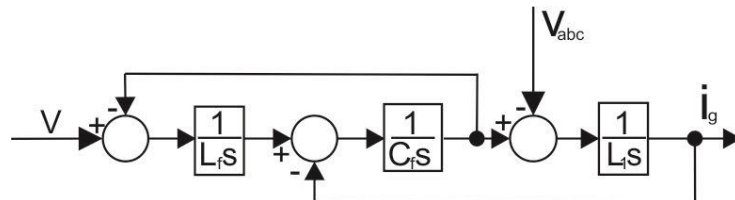


Fig. 5.2. Diagrama de Blocos do filtro LCL.

Aplicando-se a transformada de Laplace, pode-se obter que

Equações no domínio Laplace

$$\begin{cases} V(s) - V_c(s) = sL_f I_f(s) \\ V_c(s) = \frac{I_c(s)}{sC_f} \\ V_c(s) - V_g(s) = sL_g I_g(s) \end{cases} \quad (5.2)$$

Desta forma, fazendo as devidas manipulações, pode-se obter que:

$$G_{gi}(s) = \frac{I_g(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{sC_f L_f L_g} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{1}{C_f} \cdot \left( \frac{1}{L} + \frac{1}{L_g} \right)}. \quad (5.3)$$

Manipulando-se as relações de (5.2), também é possível obter que

$$G_{fi}(s) = \frac{I_f(s)}{V_i(s)} = \frac{s^2 C_f L_g + 1}{s^3 C_f L_f L_g + s(L_f + L_g)} \quad (5.4)$$

Assim, dividindo-se a relação (5.3) pela relação (5.4), é possível obter a relação de atenuação dos harmônicos da corrente da primeira para a segunda indutância

$$F_{gf} = \frac{I_g(s)}{I_f(s)} = \frac{1}{s^2 C_f L_g + 1}. \quad (5.5)$$

**Tarefa 5.1** Considere agora que os indutores do filtro apresentam uma resistência elétrica, denominada por  $R_f$  e  $R_g$ . Encontre as novas expressões para  $G_{gi}(s)$ ,  $G_{fi}(s)$  e  $F_{gf}(s)$ .

**Resultados Esperados**

$$G_{gi}(s) = \frac{1}{s^3 L_g L_f C_f + s^2 C_f (L_f R_g + L_g R_f) + s(L_f + L_g + C_f R_g R_f) + R_f + R_g}$$

$$G_{fi}(s) = \frac{s^2 C_f L_g + s C_f R_g + 1}{s^3 L_g L_f C_f + s^2 C_f (L_f R_g + L_g R_f) + s(L_f + L_g + C_f R_g R_f) + R_f + R_g}$$

$$F_{gf}(s) = \frac{1}{s^2 C_f L_g + s C_f R_g + 1}$$

Note que as funções de transferência que relacionam a tensão da rede e as correntes do filtro apresentam um par de polos complexos conjugados, que caracterizam a frequência de ressonância do mesmo. A frequência de ressonância pode ser determinada por

$$f_{res} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{C_f} \cdot \left( \frac{1}{L} + \frac{1}{L_g} \right)} \quad (5.6)$$

A frequência de ressonância é um parâmetro importante do filtro, visto que esta tende a instabilizar o controle de corrente. Uma das possíveis soluções é ajustar o controle de corrente de forma que o sistema ainda seja estável. Contudo, esta é uma abordagem pouco usada, visto que a banda do controle de corrente fica limitada e o fato da frequência de ressonância ser influenciada por variações paramétricas e pela indutância da rede (que no modelo conecta-se em série com a indutância  $L_g$ ). Outra solução é utilizar alguma estratégia para amortecer a ressonância do filtro. Para atenuar a frequência de ressonância são utilizadas técnicas de amortecimento que dividem-se em dois grupos: passivo e ativo.

As técnicas de amortecimento passivo consistem na adição de elementos passivos no filtro, a fim de atenuar a ressonância do mesmo. A metodologia mais conhecida, por consiste na conexão de um resistor em série com o capacitor do filtro LCL.

As técnicas de amortecimento ativo consistem em amortecer o par de polos complexos – que ocasionam a ressonância – por meio de modificações na estrutura de controle. A vantagem da utilização do amortecimento ativo em detrimento do passivo é a diminuição do volume do filtro, redução de perdas de potência (causadas pelos elementos passivos extras) e melhoria da atenuação do filtro, visto que o amortecimento passivo tende a diminuir a atenuação do filtro da região de altas frequências (isto será mostrado posteriormente).

Contudo, o amortecimento ativo tem uma maior influência na dinâmica do sistema controlado e muitas técnicas necessitam de medições adicionais que encarecem a instrumentação do inversor. Dessa forma, o amortecimento ativo tem se mostrado uma solução interessante em aplicações de alta potência.

## 5.2. DIMENSIONAMENTO DOS COMPONENTES DO FILTRO

O dimensionamento do filtro LCL é escolhido baseando-se em três critérios: O valor da indutância do filtro, a taxa de distorção harmônica (THD) da corrente na rede elétrica e o fator de potência do filtro.

Esses valores serão calculados em função da potência do conversor ( $S_n$ ), a tensão eficaz da rede ( $V_g$ ), a frequência da rede ( $f_n$ ), a tensão do barramento de c.c. ( $v_{dc}$ ) e a frequência de chaveamento do conversor ( $f_s$ ).

O primeiro passo do projeto consiste na definição da grandeza  $r_f$ , dada por

$$r_f = \frac{f_s}{f_{res}}. \quad (5.7)$$

Note que  $r_f$  é a relação a frequência de chaveamento e a frequência de ressonância do filtro ( $f_{res}$ ). Para o amortecimento passivo, considera-se  $f_{res} \leq \frac{f_s}{2}$ , a fim de que os harmônicos de chaveamento não excitem a frequência de ressonância do filtro.

Contudo, tal grandeza é muito importante para aplicações que utilizam amortecimento ativo, visto que estas técnicas só fazem sentido se a frequência de ressonância estiver nas frequências presentes na banda do controle digital.

Para compreender este fato, basta lembrar que a banda de um controlador digital é limitada na metade da frequência de amostragem - Limite de Nyquist. Como geralmente o controle do conversor é amostrado na frequência de chaveamento,  $r_f \approx 3$  deve ser adotado.

O segundo passo do projeto é a definição da grandeza  $r_l$ , dada por:

$$r_l = \frac{L_f}{L_g}. \quad (5.8)$$

Note que  $r_l$  é a relação entre primeira e segunda indutância do filtro. Utilizando-se  $r_l = 1$ , minimiza-se o valor dos indutores e capacitores do circuito. Além disso, esta estratégia é economicamente interessante. Como desvantagem, tal escolha resulta na mínima atenuação na frequência de chaveamento. Apesar disso, variações de  $r_l$  entre 0,5 e 2 resultam em um ganho de apenas 12% na atenuação do filtro. Portanto, adota-se  $r_l = 1$ .

O terceiro passo é a definição da capacitância do filtro. Esse valor é função da potência reativa do filtro. Esta variável é função da razão entre a impedância do capacitor e dos indutores do filtro em pu, denominada  $r_q$ . Esta pode ser determinada por

$$r_q = \frac{C_f}{L_T} = Z_b^2 \frac{C_f}{L_T}. \quad (5.9)$$

onde  $C_f$  é a capacitância do filtro em pu e  $L_T = L_f + L_g$ .  $Z_b = V_g^2/S_n$  é a impedância base do conversor, calculada em função da tensão nominal de linha eficaz  $V_g$  e a potência nominal  $S_n$ .

Um valor de  $r_q = 1$  resulta no menor valor de capacitância do filtro e no menor valor de energia armazenada pelo mesmo. Além disso são obtidos os maiores fatores de potência e menores valores de distorção harmônica de corrente. Contudo, a escolha de  $r_q = 1$  resulta em indutores tão volumosos quanto se fosse utilizado um filtro indutivo. Desta forma, escolhe-se um valor de  $r_q$  maior que 1 com a finalidade de reduzir as indutâncias necessárias.

As variáveis do filtro são calculadas de acordo com os seguintes valores:  $Z_b, L_b = Z_b/(2\pi f_n)$ ,  $I_n = S_n/(\sqrt{3}V_{gabc})$ ,  $m_f = f_s/f_n$  e  $\omega_n = 2\pi f_n$ , onde  $Z_b$  é a impedância base da rede,  $L_b$  é a indutância base,  $I_n$  a corrente base,  $m_f$  a relação entre a  $f_s$  e  $f_n$  e  $\omega_n$  a frequência angular da frequência de rede.

O valor da indutância total do filtro por unidade (pu) é dada por

$$l_t = r_f \cdot \frac{f_n}{f_s} \cdot \frac{1 + r_l}{\sqrt{r_l \cdot r_q}}. \quad (5.10)$$

Por sua vez, a estimativa da taxa THD é dada por

$$THD_{i_g} = \frac{1}{I_n} \frac{\pi \cdot V_{dc}}{12 \cdot Z_b} \cdot \frac{\sqrt{r_l}}{1 + r_l} \cdot \frac{\sqrt{r_q}}{r_f^3} \cdot \frac{1}{\left[ \left( 1 - \frac{6}{m_f} \right)^2 \cdot \omega_n^2 - \omega_{res}^2 \right]} \cdot f(m) \quad (5.11)$$

onde,

$$m = \frac{\sqrt{3}}{V_{dc}} \cdot \sqrt{\frac{V_n^2}{3} + (\omega_n \cdot L_t \cdot I_n)^2} \quad (5.12)$$

$$f(m) = \frac{3}{2} \cdot m^2 - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} + \left( \frac{9}{8} \cdot \frac{3}{2} - \frac{9}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\pi} \cdot m^4 \right). \quad (5.13)$$

Já o fator de potência pode ser estimado por

$$FP = 1 - \frac{q^2}{2} \quad (5.14)$$

onde  $q$  é a potência reativa do filtro, dada em pu. Esta pode ser descrita por

$$q = \frac{r_q - 1}{\sqrt{r_q}} \cdot \frac{1 + r_l}{\sqrt{r_l}} \cdot r_f \cdot \frac{f_n}{f_{sw}} \quad (5.15)$$

As indutâncias, a taxa de distorção harmônica e o fator de potencia FP são plotados em função de  $r_q$ . Escolhe-se um valor de  $r_q$  que resulte em indutores relativamente pequenos e com um FP e THD aceitáveis. Define-se um fator de potência mínimo de 0,995 e uma taxa de distorção harmônica máxima de 3%.

Definido o valor de  $r_q$ , os valores de indutância, capacitância e frequência de ressonância são calculados por

$$C_f = r_q \cdot \frac{L_t}{Z_b^2} \quad (16)$$

$$L = \frac{L_t}{r_l + 1} \quad (17)$$

$$L_g = r_l \cdot L \quad (18)$$

$$f_{res} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{C_f} \cdot \left( \frac{1}{L} + \frac{1}{L_g} \right)}. \quad (19)$$

**Tarefa 5.2 (MATLAB)** Considere um inversor trifásico com parâmetros apresentados na Tab. 5.1.

Tab. 5.1. Parâmetros do inversor fotovoltaico.

$S_n$	20 kVA
$V_g$	380 V
$f_n$	60 Hz
$f_s$	6 kHz
$V_{dc}$	700 V

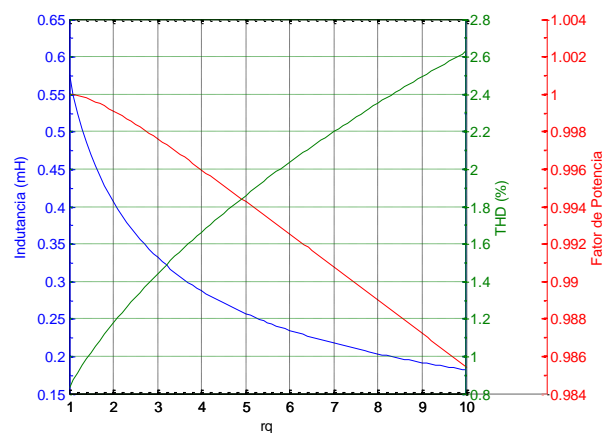


- a) Projetar o filtro LCL para este inversor;
- b) Plote em um mesmo gráfico o diagrama de bode das funções de transferência  $G_{gi}(s)$  e  $G_{fi}(s)$ . Explique as diferenças observadas.
- c) Considere que os indutores apresentem uma relação  $\frac{X}{R} = 40$ . Comparar o diagrama de Bode da função de transferência  $G_{gi}(s)$  considerando as resistências dos indutores com o caso ideal. Explique as diferenças observadas.

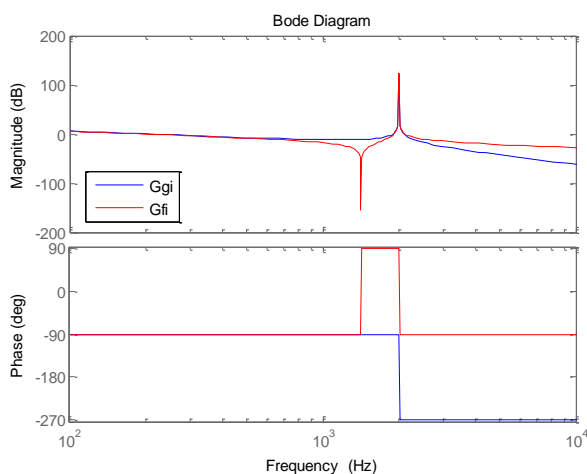
### Resultados Esperados

Escolhendo  $r_q = 2$

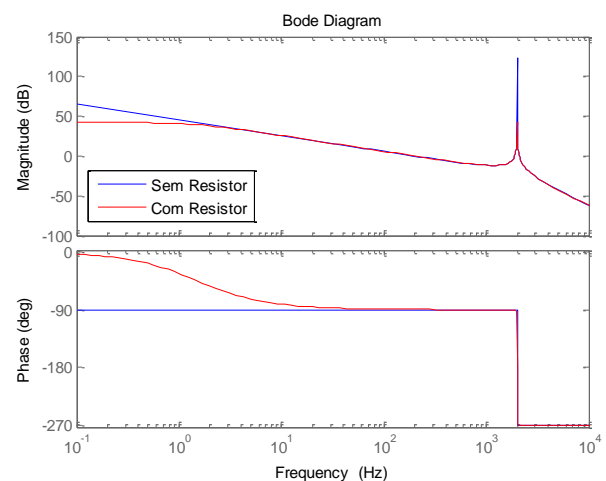
$$\begin{aligned} L_f &= 0.4063 \text{ mH} \\ L_g &= 0.4063 \text{ mH} \\ C_f &= 31.1744 \text{ } \mu\text{F} \\ f_{res} &= 2 \text{ kHz} \\ FP &= 0.9991 \\ THD &= 1,18 \% \end{aligned}$$



(a)



(b)



(c)

## 5.3. PROJETO DO AMORTECIMENTO PASSIVO

Conforme comentado anteriormente, geralmente é utilizada alguma técnica de amortecimento com a finalidade de amortecer a ressonância do filtro. Esta seção é dedicada ao projeto do amortecimento passivo baseado na inserção de um resistor em série com o capacitor do filtro.

Para o projeto do amortecimento, deve-se definir inicialmente qual corrente será controlada: a corrente  $i_f$  ou a corrente  $i_g$ . O controle da corrente  $i_f$  é interessante do ponto de vista que controla-se diretamente a corrente das chaves semicondutoras e portanto resulta em uma maior proteção das chaves. Por outro lado, o controle da corrente da rede permite um controle preciso do fator de potência, visto que esta é de fato a corrente de saída do conversor. Neste trabalho será considerado o controle da corrente  $i_g$ .

A inserção do resistor de amortecimento é realizado de acordo com a Fig. 5.3. O efeito desta inserção na função de transferência  $G_{gi}$  é apresentado na Fig. 5.4. Note que o aumento do resistor de amortecimento reduz o pico de ressonância do filtro mas diminui a atenuação na região das altas frequências. Além disso, o resistor aumenta as perdas do filtro. Tais fatores limitam a utilização de amortecimento passivo apenas para aplicações de baixa potência.

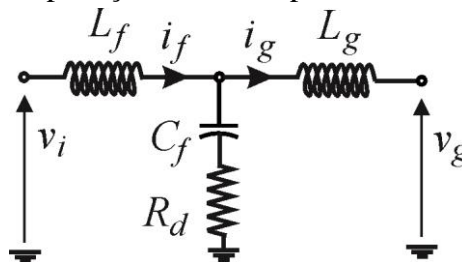


Fig. 5.3. Diagrama de Blocos do filtro LCL com amortecimento passivo.

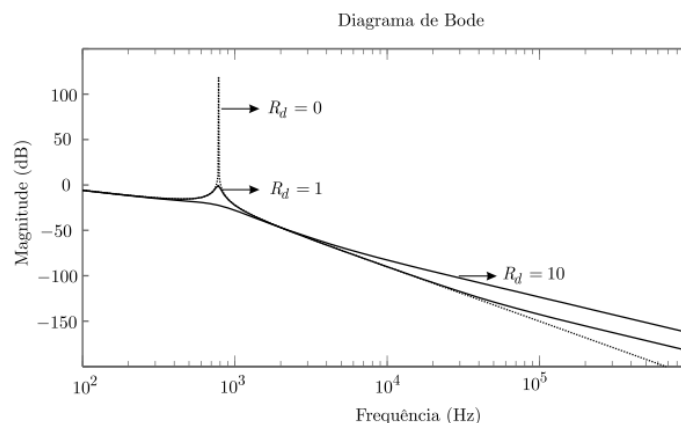


Fig. 5.4. Efeito da inserção do resistor de amortecimento na função de transferência  $G_{gi}(s)$ .

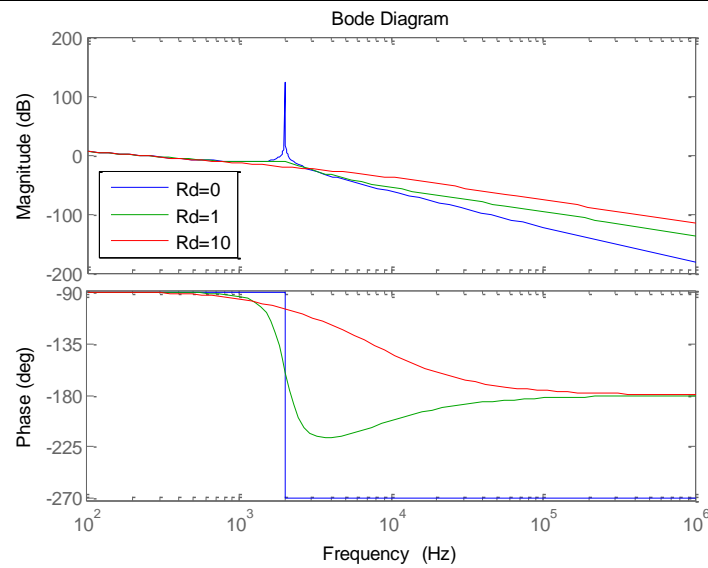
### Tarefa 5.3 (MATLAB)

a) Deduzir a função de transferência  $G_{gi}(s)$  quando o resistor de amortecimento é utilizado. Desconsidere a resistência dos indutores do filtro. Plote em um mesmo gráfico o diagrama de bode das funções de transferência  $G_{gi}(s)$  considerando  $R_d = 0$ ,  $R_d = 1$  e  $R_d = 10$ . Explique as diferenças observadas.

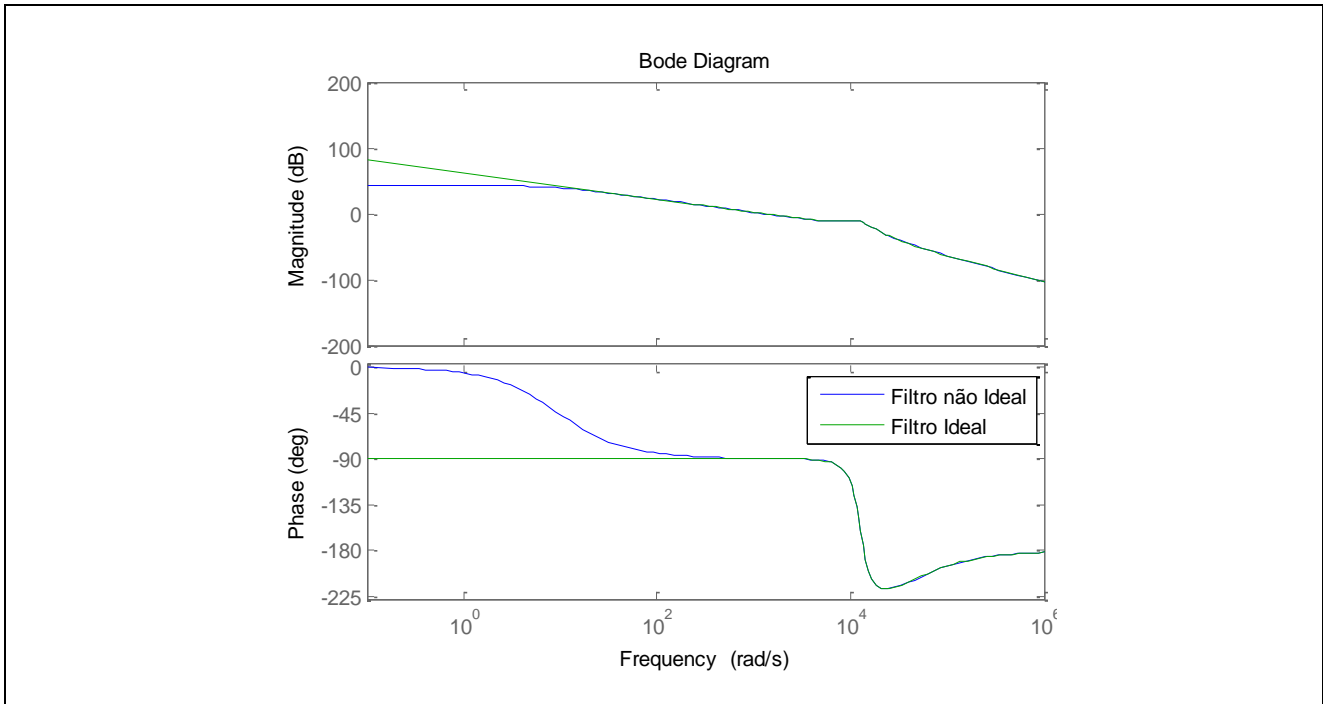
b) Considere agora que os indutores apresentem uma relação  $\frac{X}{R} = 40$ . Comparar o diagrama de Bode da função de transferência  $G_{gi}(s)$  considerando as resistências dos indutores com o caso ideal. Para esta alternativa usar para  $R_d = 1$ .

### Resultados Esperados

$$G_{gi}(s) = \frac{sC_f R_d + 1}{s^3 C_f L_f L_g + s^2 (L_f + L_g) R_d C_f + s(L_f + L_g)}$$



$$G_{gi}(s) = \frac{sC_f R_d + 1}{s^3 C_f L_f L_g + s^2 C_f (L_g(R_d + R_f) + L_f(R_d + R_g)) + s(L_g + L_f + C_f(R_f R_d + R_f R_g + R_d R_g)) + R_f + R_g}$$



O diagrama de blocos em malha fechada considerando um controlador PI e o filtro com amortecimento é apresentado na Fig. 5.5. As resistências dos filtros foram novamente desprezadas. Note que este caso é o pior caso para a ressonância do filtro, visto que as resistências dos indutores geram um pequeno amortecimento no sistema. Assim, o amortecimento passivo é projetado para o pior caso.

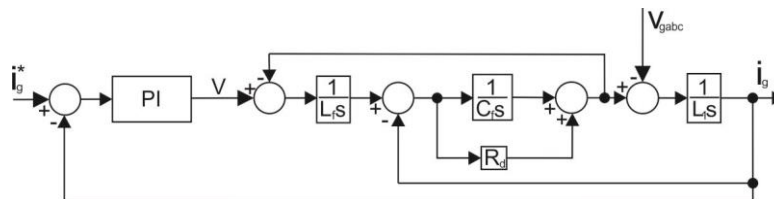


Fig. 5.5. Diagrama de blocos em malha fechada de  $I_g$ .

Um das maneiras de dimensionar o resistor de amortecimento  $R_d$  é a análise dos polos da malha fechada do sistema. Geralmente esta análise é realizada no domínio discreto visto que o controle geralmente é implementado em microprocessadores.

O diagrama de blocos do sistema discreto é apresentado na. Neste diagrama de blocos pode-se identificar as seguintes funções de transferência:

- $D(z)$  que corresponde a função de transferência discretizada do controlador PI. Geralmente utiliza-se a discretização pela regra do trapézio ou de Tustin;
- $G(z)$  que corresponde a função de transferência discretizada da planta considerando o segurador de ordem zero;

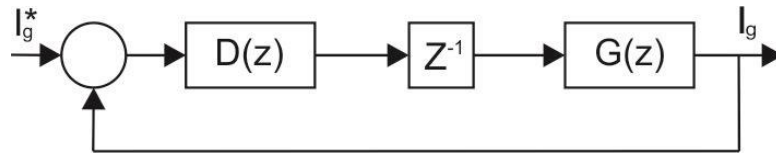


Fig. 5.6. Diagrama de blocos em malha fechada discretizado.

Desta forma, a função de transferência em malha fechada é dada por

$$\frac{I_g^*(z)}{I_g(z)} = \frac{D(z)G(z)}{z + D(z)G(z)}. \quad (20)$$

O efeito da resistência  $R_d$  no mapa de polos do sistema em malha fechada é ilustrado na Fig. 5.7. Note que o aumento da resistência  $R_d$  aumenta o amortecimento dos polos de alta frequência, resultando na estabilidade. Outro ponto interessante é que o aumento do resistor não afeta consideravelmente os outros 2 polos que correspondem à dinâmica dominante do sistema.

Geralmente projeta-se o resistor para resultar em um amortecimento pequeno, com a finalidade de minimizar as perdas no filtro. Cada uma das curvas fechadas da Fig. 5.7 representam um valor do amortecimento  $\xi$ . Geralmente escolhe-se o resistor a fim de obter  $\xi = 0,2$ , conforme destacado na Fig. 5.7.

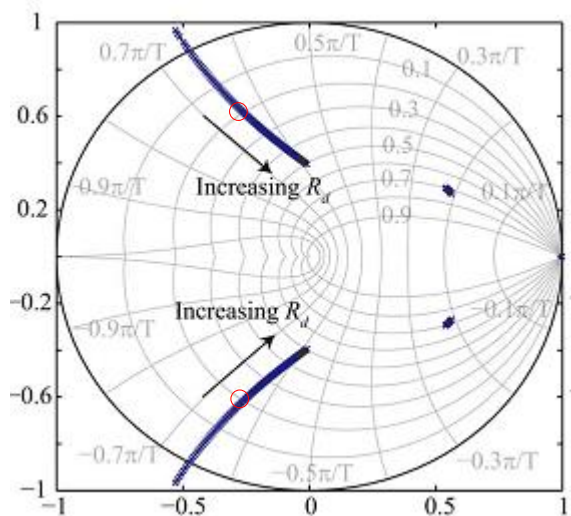


Fig. 5.7. Efeito da variação de  $R_d$  no mapa dos polos da função de transferência em malha fechada.

#### Tarefa 5.4 (MATLAB)

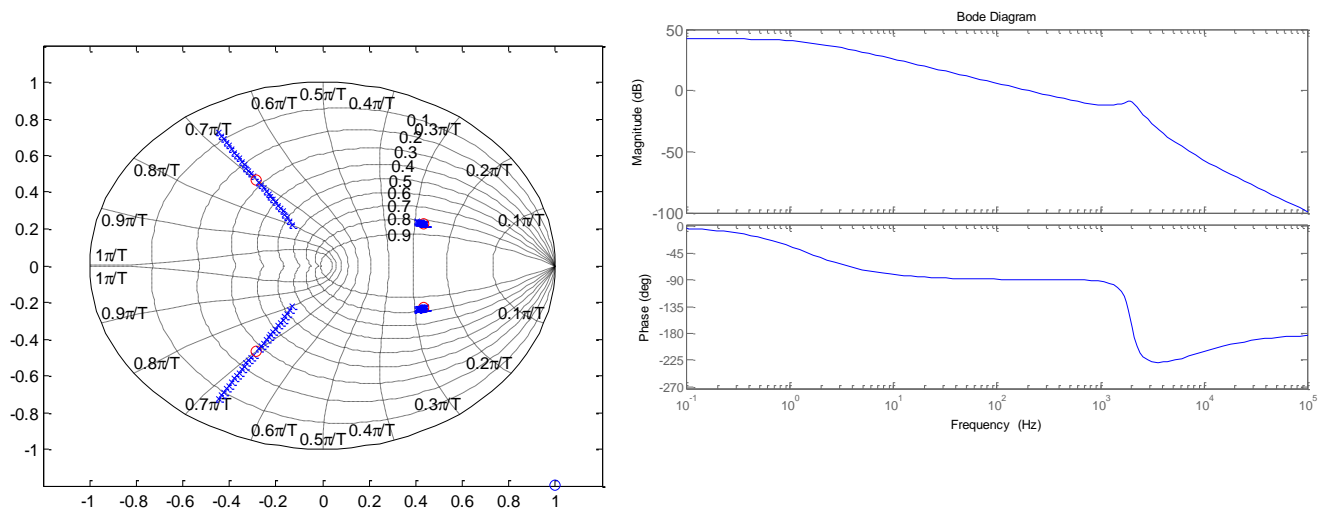
Calcule o valor do resistor de amortecimento necessário para garantir  $\xi = 0,2$  para o filtro projetado na Tarefa 5.2, considerando  $\frac{X}{R} = 40$  para os indutores. Plotar o mapa de polos do sistema discreto. Verificar o amortecimento no diagrama de Bode da malha aberta.

Dica: Considere os seguintes ganhos para o controlador PI (a dedução destas equações será realizada no próximo capítulo):

$$\begin{cases} K_p = \frac{2\pi f_s L_T}{20} \\ K_i = \frac{2\pi f_s R_T}{20} \end{cases}$$

Onde  $L_T = L_f + L_g$  e  $R_T = R_f + R_g$ .

### Resultados Esperados



## 6. CONTROLE DO INVERSOR FOTOVOLTAICO EM COORDENADAS SÍNCRONAS

Conforme mencionado na seção 3.6, a controle em coordenadas síncronas transforma os sinais senoidais em grandezas contínuas e portanto a utilização de controladores PI convencionais apresentam resultados bastante interessantes. Este capítulo dedica-se a descrição desta estrutura de controle e ao projeto dos controladores PI utilizados.

### 6.1. INTRODUÇÃO

A estrutura de controle consagrada na literatura é apresentada na Fig. 6.1. Geralmente em aplicações de eletrônica de potência são utilizadas malhas de corrente com a finalidade de proteger o conversor de sobrecorrentes. Desta forma, o controle em coordenadas síncronas apresenta malhas internas (mais rápidas) para efetuar o controle das correntes de eixo direto e de quadratura.

Além disso a estrutura inclui malhas externas (mais lentas), que tem a finalidade de controlar a tensão do barramento cc e a potência reativa injetada na rede elétrica (objetivos de controle do inversor). Por fim, é necessário a malha de sincronismo de fase ou PLL para realizar o sincronismo do inversor com a rede.

Note que o controle calcula a tensão que deve ser sintetizada pelo inversor. Esta informação passa pelo algoritmo de modulação que calcula a largura dos pulsos de chaveamento do inversor.

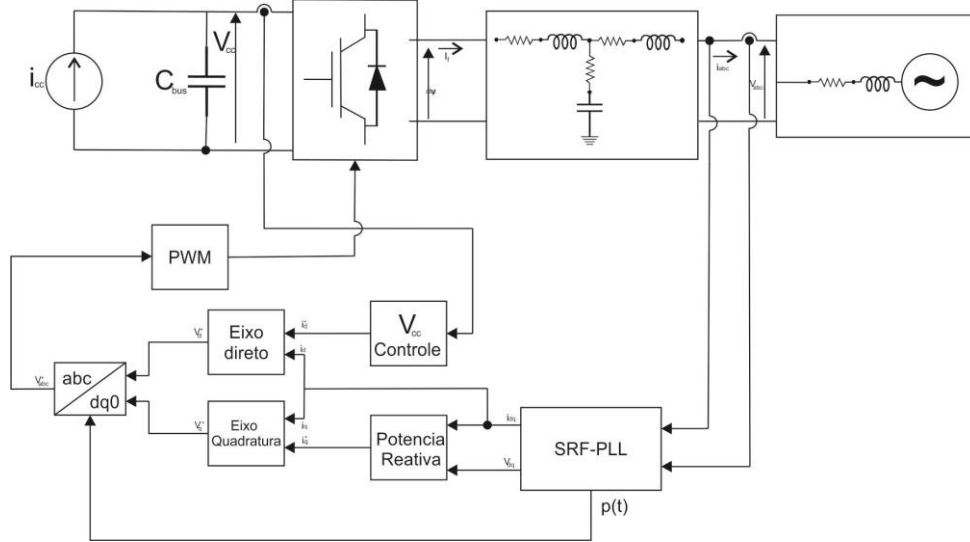


Fig. 6.1. Estrutura de controle de um inversor fotovoltaico trifásico em coordenadas síncronas.

## 6.2. MALHA DE SINCRONISMO DE FASE - PLL

Na literatura encontram-se diversas estruturas de PLL. A estrutura utilizada neste trabalho é o SRF-PLL (PLL baseado no sistema de referência síncrono). Seu princípio de funcionamento é anular a componente de quadratura da tensão da rede por meio de um controlador que ajusta o valor de  $\rho(t)$ . Nesta situação a tensão terá somente componente em eixo direto (considerando o sistema equilibrado). De posse do ângulo calculado, são obtidas as componentes diretas e de quadratura da corrente.

Como mostrado no Capítulo 3, para um sistema equilibrado, as componentes de eixo direto e de quadratura da rede podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{cases} v_{g,d} = \hat{V}_g \cos(\omega_n t + \theta_0 - \rho(t)) \\ v_{g,q} = \hat{V}_g \sin(\omega_n t + \theta_0 - \rho(t)) \end{cases} \quad (6.1)$$

onde  $\hat{V}$  é o valor de pico em volts,  $\omega_n$  é a frequência fundamental, e  $\theta_0$  é o ângulo de fase da componente fundamental da rede. Por sua vez,  $\rho(t) = \omega_s t + \varphi_0$ .

Nota-se que  $v_{d,g} = \hat{V}_g$  e  $V_q = 0$  quando  $\rho(t) = \omega_n t + \theta_0$ . Deste modo, pode-se projetar um controlador  $G(s)$  para obter  $\rho(t)$  de tal modo que  $V_q$  seja nulo em regime permanente. A estrutura da SRF-PLL é apresentada na Fig. 6.2. Analisando-se esta estrutura pode-se observar que:

$$\omega = \frac{d\rho}{dt} = G(s)v_{g,q}. \quad (6.2)$$

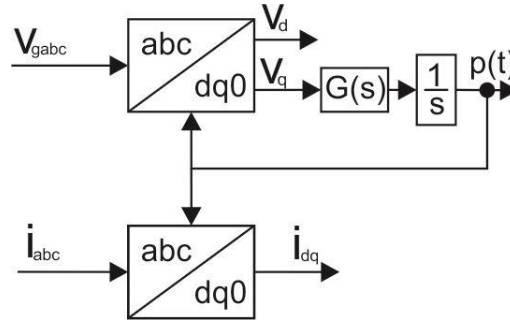


Fig. 6.2. Diagrama de blocos da SRF-PLL.

Aplicando-se a relação (6.1) em (6.2), será obtido que:

$$\omega = G(s) \hat{V}_g \sin(\omega_n t + \theta_0 - \rho(t)). \quad (6.3)$$

Observa-se uma dinâmica não linear do circuito de sincronismo. Pode-se linearizar este sistema considerando-se que  $\rho(t) \approx \omega_n t + \theta_0$  e utilizando-se que  $\sin \gamma \approx \gamma$  para  $\gamma \approx 0$ , é possível reescrever (6.3) como:

$$\omega = G(s) \hat{V}_g (\omega_n t + \theta_0 - \rho(t)) \quad (6.4)$$

A relação (6.4) pode ser representada pelo diagrama de blocos da Fig. 6.3.

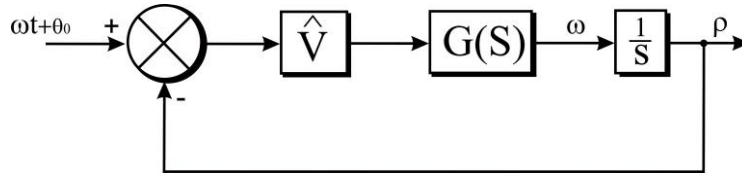


Fig. 6.3. Diagrama de blocos da equação (6.4).

A função de transferência em malha fechada da Fig. 6.3 é:

$$\frac{P(s)}{\Theta(s)} = \frac{G(s) \hat{V}_g}{s + G(s) \hat{V}_g}. \quad (6.5)$$

Neste trabalho utilizou-se um controlador um controlador PI, escrito na forma:

$$G(s) = k_p \frac{1 + s \tau_i}{s \tau_i} \quad (6.6)$$

onde  $K_p$  é o ganho e  $\tau_i$  é a constante de tempo do controlador.

Substituindo a relação (6.6) na relação (6.5), será obtido que:



$$\frac{P(s)}{\theta(s)} = \frac{k_p \hat{V}_g \frac{1+s\tau_i}{s\tau_i}}{s + k_p \hat{V}_g \frac{1+s\tau_i}{s\tau_i}} \quad (6.7)$$

Esta expressão pode ser escrita na forma canônica:

$$H(s) = \frac{2\xi\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.8)$$

onde:

$$\omega_n = \sqrt{\hat{V}_g} \quad (6.9)$$

$$\xi = \frac{k_p \hat{V}_g}{2\omega_n} = \frac{\sqrt{\tau_i k_p \hat{V}_g}}{2}. \quad (6.10)$$

Os valores do amortecimento  $\xi$  e da frequência  $\omega_n$  são ajustados de modo a garantir um bom desempenho dinâmico na obtenção do ângulo de referência, além de uma boa filtragem. Um bom compromisso entre estas duas características utilizando-se o método de *Wiener*. Tal método define  $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$  e ajusta o valor de  $\omega_n$  de acordo com a faixa de passagem do controlador.

A faixa de passagem da PLL tem duas restrições. Uma PLL com banda muito pequena demora muito tempo para sincronizar o ângulo estimado com o valor real. Por outro lado, uma PLL com banda muito elevada será susceptível a ruídos e harmônicos presentes na tensão da rede. Desta forma, geralmente define-se a frequência natural como um terço da frequência da rede. Portanto,

$$\omega_n = \frac{2\pi f_n}{3}. \quad (6.11)$$

Com a PLL ajustada, a componente de eixo de quadratura da tensão da rede  $v_{gq} = 0$ . Nesta situação, a expressão das potências ativa e reativa obtidas na seção 2.4 se reduzem a

$$P = \frac{3}{2} v_{g,d} i_{g,d} \quad (6.12)$$

$$Q = -\frac{3}{2} v_{g,d} i_{g,q} \quad (6.13)$$

Note que na presença da PLL, controlar a potência reativa se resume a controlar a corrente de eixo de quadratura. Por outro lado, controlar a potência ativa (e portanto o barramento cc) se resume a

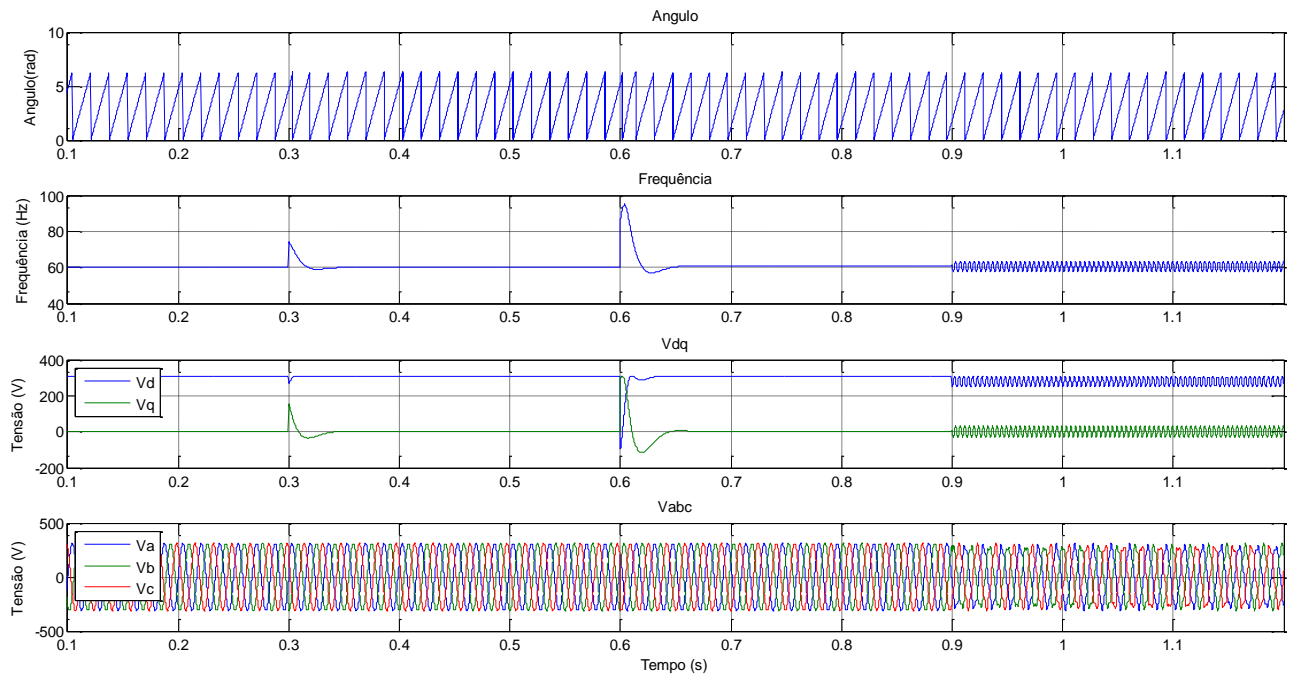
controlar a corrente de eixo direto. Por este motivo, a estrutura de controle em cascata apresentada na Fig. 6.1 faz sentido.

### Tarefa 6.1 (PLECS)

Implementar uma SRF-PLL para um inversor que irá se conectar a uma rede de 60 Hz e 380 V (tensão fase-fase). Verificar a dinâmica do ângulo, da frequência e das componentes de eixo direto e de quadratura estimada para as seguintes perturbações

- Degrau no ângulo da rede de 30°;
- Degrau de 60 para 60,5 Hz na frequência da rede;
- Inserção de 10% de 5° harmônico na tensão da rede.

### Resultados Esperados



## 6.3. AJUSTE DOS CONTROLADORES DE CORRENTE

Da modelagem do sistema temos a seguinte equação em coordenadas síncronas realizada na Seção 3.5, tem-se que para a dinâmica de eixo direto que

$$v_{i,d} - R i_{g,d} - L \frac{di_{g,d}}{dt} + L i_{g,q} \frac{d\rho}{dt} - v_{g,d} = 0. \quad (6.14)$$

A utilização da PLL garante que  $\frac{d\rho}{dt} = \omega_n$ . Utilizando-se esta informação e aplicando-se a transformada de Laplace, pode-se obter que:

$$(R + L s) I_{g,d}(s) = V_{i,d}(s) + \omega_n L I_{g,q}(s) - V_{g,d}(s) \quad (6.15)$$

Note que este subsistema pode ser representado pelo diagrama de blocos da Fig. 6.4 (a). Este sistema tem a característica de ter um somador na entrada que acopla a dinâmica do eixo direto do eixo de quadratura. Para eliminar este termo, utiliza-se uma estratégia conhecida compensação por ação direta ou ação *feed-foward*. Tal técnica consiste em adicionar as estimativas  $\tilde{V}_{g,d}$  e  $\omega_n L \hat{I}_{d,q}$  no controlador. Assim a malha fechada de controle do subsistema de eixo direto é feito segundo o diagrama de blocos mostrado na Fig. 6.4 (b).

Para deixar mais clara a ideia da compensação por ação direta, suponha que a saída do controlador seja um sinal  $\delta$  qualquer. Pode ser obtido a partir da Fig. 6.4 (b) que o sinal que chegará na função de transferência  $\frac{1}{Ls+R}$  é:

$$(\delta + \tilde{V}_{g,d} - \omega_n L \tilde{I}_{g,q}) + \omega_n L I_{g,q} - V_{g,d} \approx \delta \quad (6.16)$$

Foi assumido que  $\tilde{V}_{g,d} \approx V_{g,d}$  e  $\omega_n L \tilde{I}_{g,q} \approx \omega_n L I_{g,q}$ . Assim, a compensação por ação direta permite que o diagrama de blocos da Fig. 6.4 (b) possa ser reescrito na forma apresentada na Fig. 6.5. Note que para este sistema equivalente é possível projetar o controlador por técnicas convencionais, como alocação de polos.

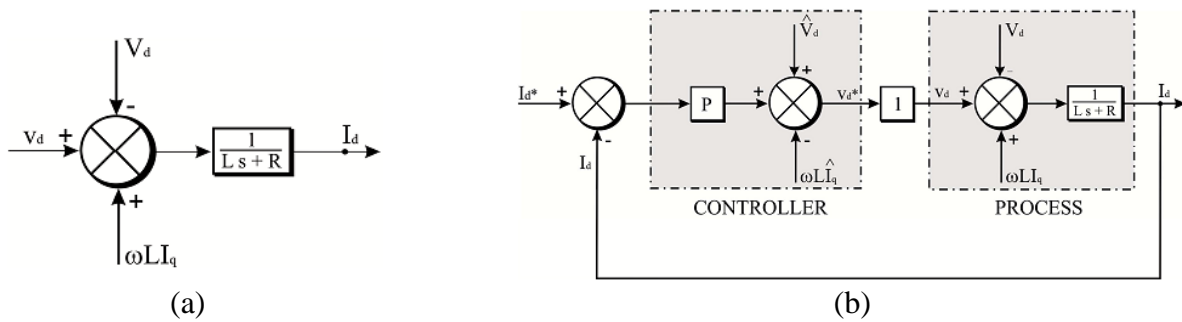


Fig. 6.4. Controle do subsistema de eixo direto para o estágio inversor.  
(a) Diagrama de blocos da planta. (b) Controle em malha Fechada.

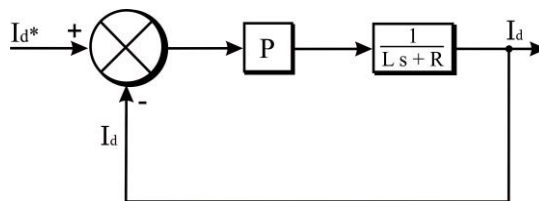


Fig. 6.5. Sistema equivalente para o subsistema de eixo direto do retificador.

Por sua vez, a dinâmica do eixo de quadratura é dado por

$$v_{i,q} - R i_{g,q} - L \frac{di_{g,q}}{dt} - L i_{g,d} \frac{d\rho}{dt} - v_{g,q} = 0 \quad (6.17)$$

Na existência do *PLL* tem-se que  $\frac{d\rho}{dt} = \omega_n$  e  $v_{g,q} = 0$ . Portanto a equação (6.17) pode ser reescrita como:

$$R i_q + L \frac{di_q}{dt} = v_{i,q} - \omega_n L i_{g,d} \quad (6.18)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace será obtido que:

$$(R + L s)I_{g,q}(s) = V_{i,q}(s) - \omega_n L I_{g,d} \quad (6.19)$$

Note que este subsistema pode ser representado pelo diagrama de blocos da Fig. 6.6 (a). Este sistema tem a característica de ter um somador na entrada que acopla a dinâmica do eixo direto do eixo de quadratura. Para eliminar este termo basta usar uma compensação por ação direta. Tal técnica consiste em adicionar a estimativa  $\omega_n L \tilde{I}_{g,q}$  no controlador. Assim a malha fechada de controle do subsistema de eixo direto é feito segundo o diagrama de blocos mostrado na Fig. 6.6 (b).

Para deixar mais clara a ideia da compensação por ação direta, suponha que a saída do controlador seja um sinal  $\delta$  qualquer. Pode ser obtido a partir da Fig. 6.6 (b) que o sinal que chegará na função de transferência  $\frac{1}{Ls+R}$  é:

$$(\delta + \omega_n L \tilde{I}_{g,q}) - \omega_n L I_{g,d} \approx \delta \quad (6.20)$$

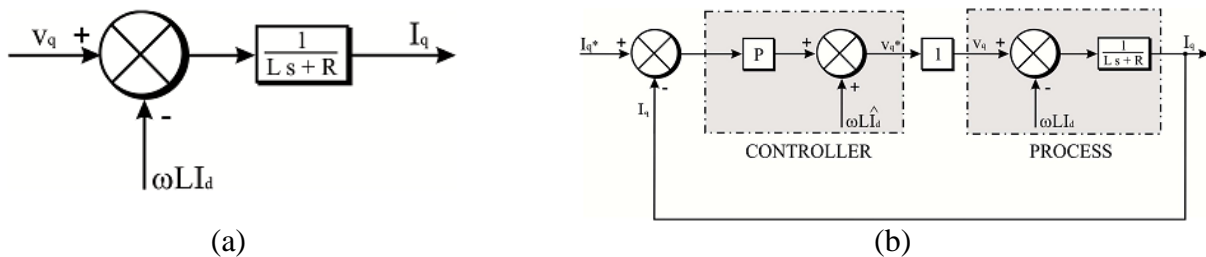


Fig. 6.6. Controle do subsistema de eixo de quadratura para o estágio retificador.  
(a) Diagrama de blocos da planta. (b) Controle em malha Fechada.

Foi assumido que  $\omega_n L \tilde{I}_{g,q} \approx \omega_n L I_{g,d}$ . Assim, a compensação por ação direta permite que o diagrama de blocos da Fig. 6.6 (b) possa ser reescrito na forma apresentada na Fig. 6.7.

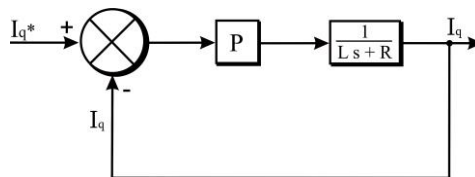


Fig. 6.7. Sistema equivalente para o subsistema de eixo de quadratura do inversor

Observe que as plantas para o controle de corrente de eixo direto e de eixo de quadratura são iguais. Desta forma, podem ser utilizados os mesmos ganhos para ambas as malhas de controle.

### Ajuste de um controlador proporcional

Como a função de transferência de um controlador P é representada por um ganho denotado por  $k_{p,dq}$ , pode ser obtido da Fig. 6.7 que:

$$\frac{I_d(s)}{I_d^*(s)} = \frac{k_{p,dq}}{Ls + R + k_{p,dq}} \quad (6.21)$$

sendo  $f_{c,dq}$  a frequência do polo em malha fechada desejado, tem-se que o ganho do controlador proporcional será:

$$-2\pi f_{c,dq} = -\frac{R + k_{p,dq}}{L} \Rightarrow \boxed{k_{p,dq} = 2\pi f_{c,dq}L - R} \quad (6.22)$$

Deve ser observado que quanto maior  $f_{cd}$ , mais rápido é o controle de corrente. Note que este modelo desconsiderou o atraso gerado pelo PWM. Desta forma, a frequência do polo da malha deve ser inferior a frequência de chaveamento do inversor. Como regra prática, a frequência  $f_{cd}$  é limitada a um décimo da frequência de chaveamento do inversor.

### **Ajuste de um controlador proporcional-integral**

Observe que o sistema constituído por  $\frac{1}{Ls+R}$ , possui um polo localizado em  $s = -\frac{R}{L}$ , que apesar de ser negativo, devido a baixa resistência do filtro LCL é muito próximo da origem, fazendo com que o filtro tenha um péssimo amortecimento. Sendo assim esse polo pode ser cancelado por meio da utilização de um controlador PI ajustado pela técnica de alocação de polos.

A malha aberta do sistema pode ser descrita por

$$MA_{d,q}(s) = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{L}{R}s + 1} \frac{\left(\frac{k_{p,dq}}{k_{i,dq}}s + 1\right)}{s} \quad (6.23)$$

Para cancelar o polo é necessário que

$$sK_p + Ki = sL + R \quad (6.24)$$

Desta forma, a função de transferência em malha fechada pode ser escrita como

$$MF_{d,q}(s) = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{L}{R}s + 1} k_{i,dq} \frac{\left(\frac{k_{p,dq}}{k_{i,dq}}s + 1\right)}{s} \quad (6.25)$$

Porém sabemos que  $f_{cd} > f_n$ , então temos que, levando isso em consideração, chegamos que

$$MF_{d,q}(s) = \frac{1}{1 + \frac{R}{k_{i,dq}}s} \quad (6.26)$$

Definindo-se  $f_{c,dq}$  a frequência do polo em malha fechada desejado, pode-se obter que

$$-\frac{k_{i,dq}}{R} = -2\pi f_{c,dq} \quad (6.27)$$

Portanto, os ganhos proporcional e integral do controlador podem ser calculados por

$$\begin{cases} k_{p,dq} = 2\pi f_{c,dq} L \\ k_{i,dq} = 2\pi f_{c,dq} R \end{cases} \quad (6.28)$$

**Tarefa 6.2 (PLECS)** Considere um inversor trifásico com parâmetros apresentados na Tab. 6.1.

Tab. 6.1. Parâmetros do inversor fotovoltaico.

$S_n$	20 kVA
$V_g$	380 V
$f_n$	60 Hz
$f_s$	6 kHz
$V_{dc}$	700 V

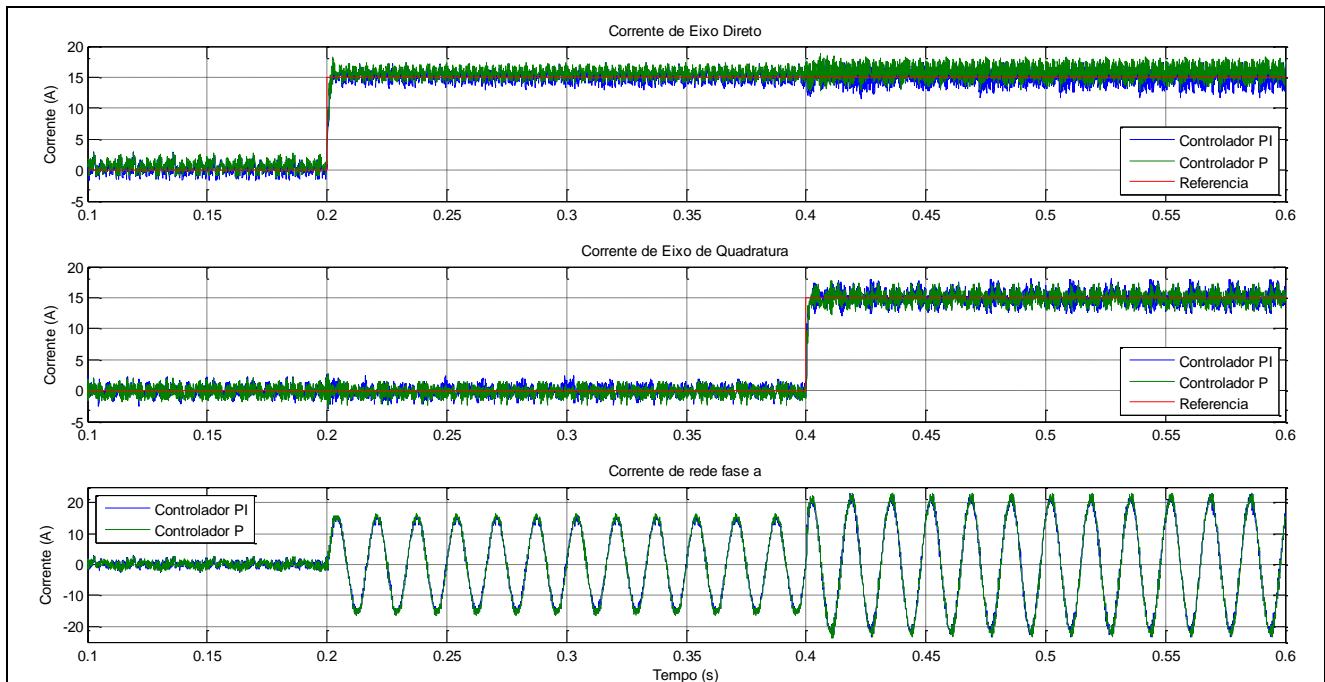
Considere que o barramento cc deste inversor é uma fonte de tensão contínua. Propor uma estrutura de controle baseada em

- Controladores proporcionais;
- Controladores proporcionais integrais.

Avaliar a dinâmica da corrente  $i_g$  em coordenadas naturais e em coordenadas síncronas. Devem ser realizados degraus nas referências de corrente das malhas de eixo direto e da malha de eixo de quadratura.

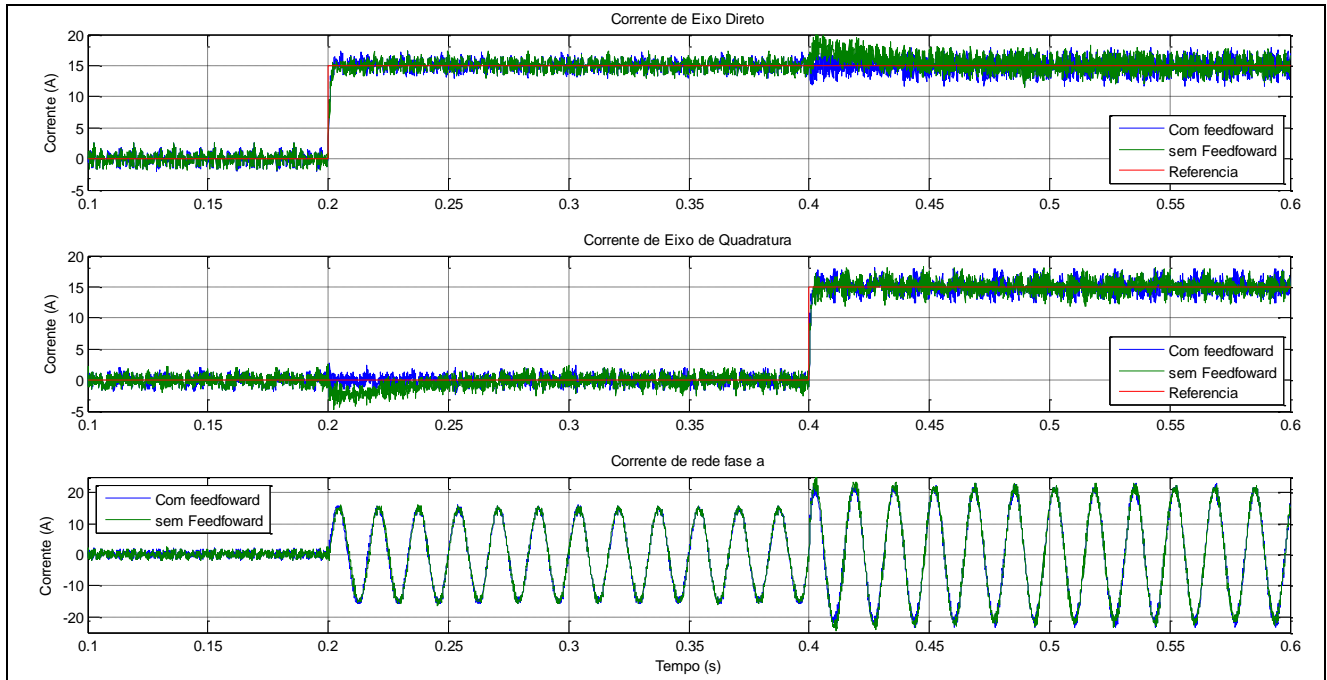
Dica: inicie a simulação com referências nulas e só aplique os degraus depois que acabar o transitório inicial.

**Resultados Esperados**



**Tarefa 6.3 (PLECS)** Para a estrutura de controle baseada em controladores PI, comparar a performance do sistema com e sem o feed-foward de corrente. Nesta tarefa, apenas o feed-foward da tensão  $v_{g,d}$  será mantido. Compare as respostas durante variações em degrau na referência. Como se justificam as diferenças observadas?

### Resultados Esperados



## 6.4. AJUSTE DO CONTROLADOR DE POTÊNCIA REATIVA

Sabe-se que as malhas de potência ativa e reativa podem ser escritas como:

$$Q = -\frac{3}{2} v_{gd} i_{g,q} \quad (6.29)$$

Deste modo é possível representar as malhas de potência ativa e reativa segundo a Fig. 6.8.

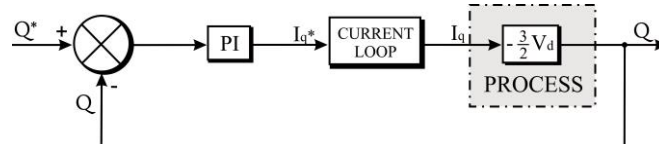


Fig. 6.8. Diagrama de blocos do controle de potência reativa.

Considerando-se que a malha de corrente é suficientemente rápida em relação a malha de potência, pode-se considerar que  $i_{g,d} \approx i_{g,d}^*$  e  $i_{g,q} \approx i_{g,q}^*$ . Portanto a malhas de potência reativa pode ser representada pelos diagrama de bloco da Fig. 6.9.

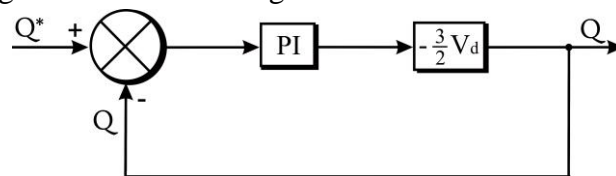


Fig. 6.9. Modelo simplificado das malhas de controle de potência reativa.



Como a função de transferência de um controlador PI é representada por  $k_{p,Q} + \frac{k_{i,Q}}{s}$ , pode ser obtido da Fig. 6.9 (a) que:

$$\frac{Q(s)}{Q^*(s)} = \frac{H (k_{p,Q} s + k_{i,Q})}{(1 + H k_{p,Q})s + H k_{i,Q}} \quad (6.30)$$

$$\text{Onde } H = -\frac{3}{2} v_{g,d}.$$

Trabalhando-se a expressão, obtém-se que:

$$\frac{P(s)}{P^*(s)} = \frac{1 + T_1 s}{1 + T_2 s} \quad (6.31)$$

$$\text{onde } T_1 = \frac{k_{p,Q}}{K_{i,Q}} \text{ e } T_2 = \frac{1+H k_{p,Q}}{H k_{i,Q}}.$$

Utilizando-se a técnica de alocação de polos obtêm-se as seguintes frequências de corte de zero e polo por:

$$2 \pi f_{c1,Q} = \frac{1}{T_1} \quad (6.32)$$

$$2 \pi f_{c2,Q} = \frac{1}{T_2} \quad (6.33)$$

Para o projeto define-se  $f_{c1,Q} = \frac{f_{c,dq}}{10}$  e  $f_{c2,Q} = \frac{f_{c1,Q}}{10}$ . Isto garante que a malha de corrente será 10 vezes mais rápida que a malha de potência (a frequência de passagem da malha de corrente é 10 vezes maior) garantindo a aproximação utilizada.

Deste modo, será obtido que:

$$k_{p,Q} = \frac{2 \pi f_{c2,Q}}{2 \pi H (f_{c1,Q} - f_{c2,Q})} \quad (6.34)$$

$$k_{i,Q} = 2 \pi f_{c1,Q} K_p \quad (6.35)$$

## 6.5. AJUSTE DO CONTROLADOR DA TENSÃO DE BARRAMENTO CC

### Ajuste de um controlador de $v_{dc}$

A equação dinâmica da tensão do barramento cc é dada por:

Allan Fagner Cupertino – Gerente  
Camilo Coelho Gomes – Especialista 2

Março/2016

$$C \frac{dv_{dc}}{dt} = i_{pv} - i_c \quad (6.36)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace em (6.36) obtém-se que :

$$CsV_{dc}(s) = I_{pv}(s) - I_c(s) \quad (6.37)$$

Considerando-se que as perdas no conversor são pequenas, em regime permanente pode-se escrever que:

$$v_{dc}^* i_c = \frac{3}{2} v_{g,d} i_{d,g} \quad (6.38)$$

Deste modo pode-se representar o controle do barramento cc pelo diagrama de blocos da Fig. 6.10.

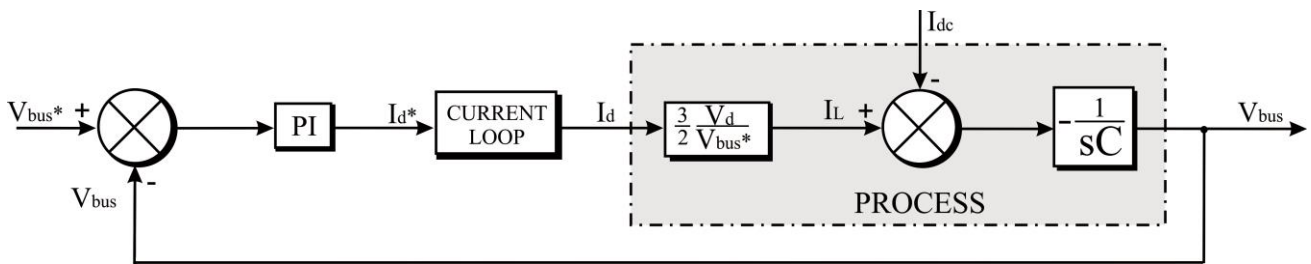


Fig. 6.10. Modelo da malha do barramento CC.

Considerando-se a malha de corrente rápida o suficiente e desprezando-se a perturbação  $i_{pv}$  (que não é uma variável controlada) pode-se simplificar a dinâmica do barramento CC de acordo com a Fig. 6.11.

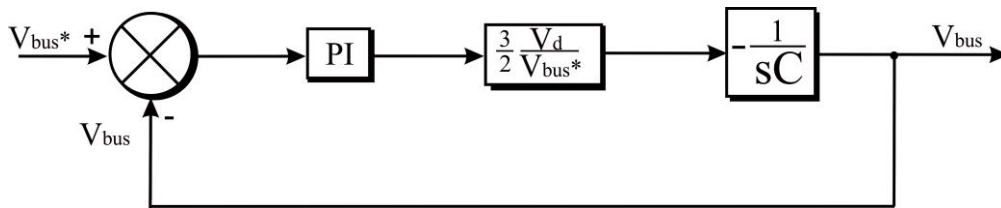


Fig. 6.11. Modelo da malha do barramento CC.

Como a função de transferência de um controlador PI é representada por  $-(k_{p,dc} + \frac{k_{i,dc}}{s})$ , pode ser obtido da Fig. 6.11 que:

$$\frac{V_{dc}(s)}{V_{dc}^*(s)} = \frac{(k_{p,dc} s + k_{i,dc}) G}{Cs^2 + k_{p,dc} G s + k_{i,dc} G} \quad (6.39)$$

Onde  $G = \frac{3}{2} \frac{v_{d,g}}{v_{dc}^*}$ .

Igualando-se as raízes do denominador da função de transferência (6.39) com uma equação do segundo grau com raízes reais, garante-se que a resposta da malha de tensão do barramento CC terá uma resposta com baixo sobressinal. Deste modo, sendo  $f_{c1,dc}$  e  $f_{c2,dc}$  as frequências de polo desejadas, podem ser obtidos os seguintes resultados:

$$-\frac{k_{p,dc}G}{C} = -2\pi (f_{c1,dc} + f_{c2,dc}) \quad (6.40)$$

$$\frac{k_{i,dc}G}{C} = (-2\pi f_{c1,dc}) (-2\pi f_{c2,dc}) \quad (6.41)$$

Daí serão obtido os seguintes ganhos para o controlador do barramento cc:

$$k_{p,dc} = \frac{2\pi}{G} (f_{c1,dc} + f_{c2,dc}) C \quad (6.42)$$

$$K_{i,dc} = \frac{4\pi^2}{G} f_{c1,dc} f_{c2,dc} C \quad (6.43)$$

A de controle completa é apresentada na Fig. 6.12.

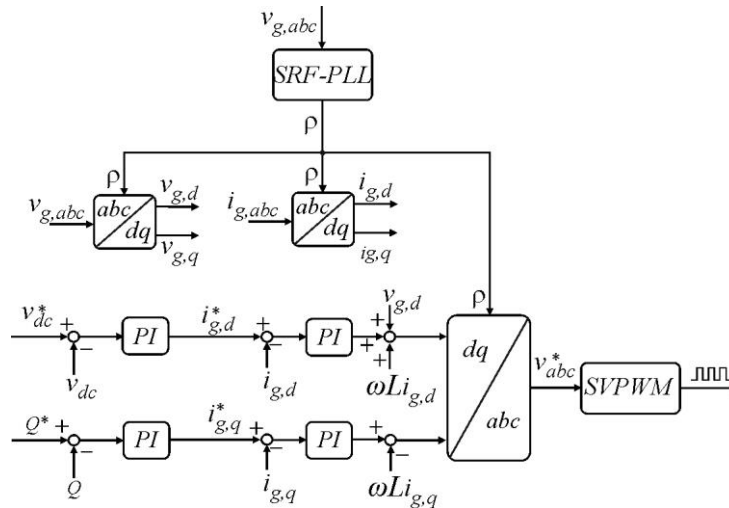


Fig. 6.12. Estrutura completa para o controle de  $v_{dc}$ .

### Ajuste de um controlador de $v_{dc}^2$

A equação dinâmica do quadrado da tensão do barramento cc é dada por:

$$\frac{dv_{dc}^2}{dt} = \frac{2(P_{pv} - P_c)}{C_{dc}} \quad (6.44)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace em (6.36) obtém-se que :

$$sV_{dc}^2(s) = \frac{2}{C_{dc}} (P_{pv}(s) - P_c(s)) \quad (6.45)$$

Desconsiderando-se a perturbação causada por  $P_{pv}$  e considerando-se que a malha interna é ideal, pode-se obter o diagrama de blocos da Fig. 6.11.

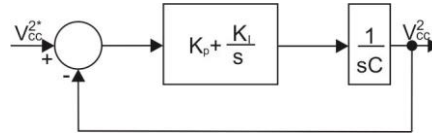


Fig. 6.13. Diagrama de blocos em malha fechada do controle de  $v_{dc}^2$

Como a função de transferência de um controlador PI é representada por  $-(k_{p,dc2} + \frac{k_{i,dc2}}{s})$ , pode ser obtido que

$$\frac{V_{dc}^2(s)}{V_{dc}^{2*}(s)} = \frac{2(sk_{p,dc2} + k_{i,dc2})}{Cs^2 + 2(sk_{p,dc2} + k_{i,dc2})}$$

Por alocação de polos chega-se um valor de:

$$k_{p,dc2} = C\pi(f_{c,dc1} + f_{c,dc2}) \quad (6.46)$$

$$K_{i,dc2} = 2\pi^2 C(f_{c,dc1} + f_{c,dc2}) \quad (6.47)$$

Note que o controlador de  $v_{dc}^2$  calcula a potência ativa que deve ser injetada na rede elétrica. Desta forma, deve-se dividir a saída do controlador por  $\frac{3}{2} v_{g,d}$  com a finalidade de calcular a referência da corrente de eixo direto. Assim, a estrutura completa com controle de  $v_{dc}^2$  é apresentada na Fig. 6.14.

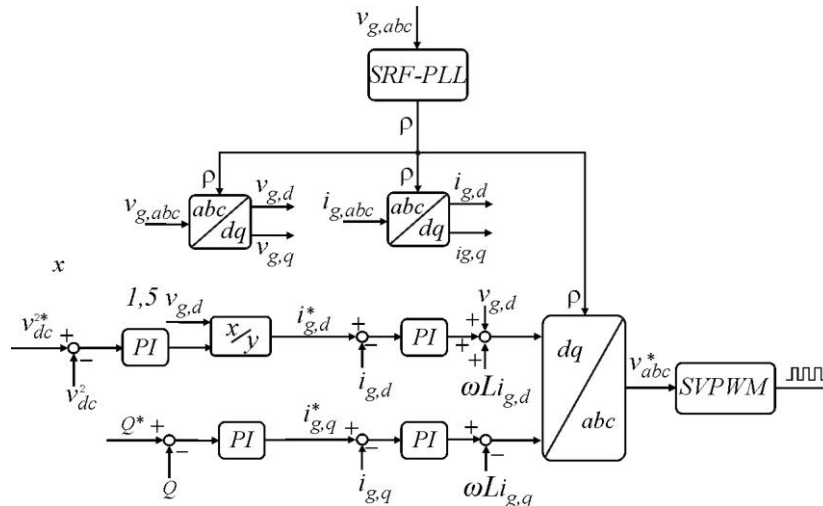
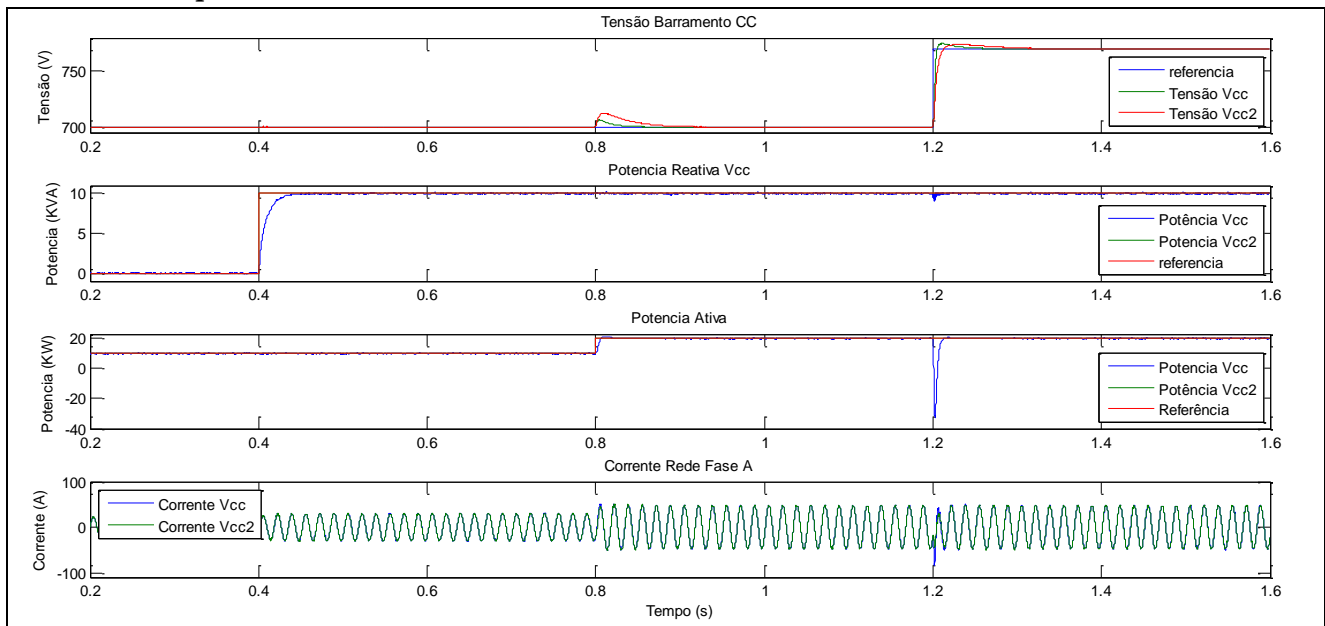


Fig. 6.14. Estrutura completa para o controle de  $v_{dc}^2$ .

**Tarefa 6.4 (PLECS)** Implementar as malhas externas no controle do inversor da Tarefa 6.2 utilizando-se a técnica do controle de  $v_{dc}$  e  $v_{dc}^2$ . Avaliar o resultado por meio de variações em degrau da potência reativa e variações em degrau da tensão de referência e na potência gerada. Comente a respeito dos resultados obtidos.

*Dica:* Conectar uma fonte de corrente em paralelo com barramento cc para modelar uma injeção de potência no barramento cc.

### Resultados esperados



**Tarefa 6.5 (PLECS)** Implementar as malhas externas no controle do inversor da Tarefa 6.2 utilizando-se a técnica do controle de  $v_{ac}$  e  $v_{ac}^2$ . Considerar agora variações em rampa na tensão de diferença. Quais melhorias podem ser observadas? Justifique.

### Resultados Esperados

