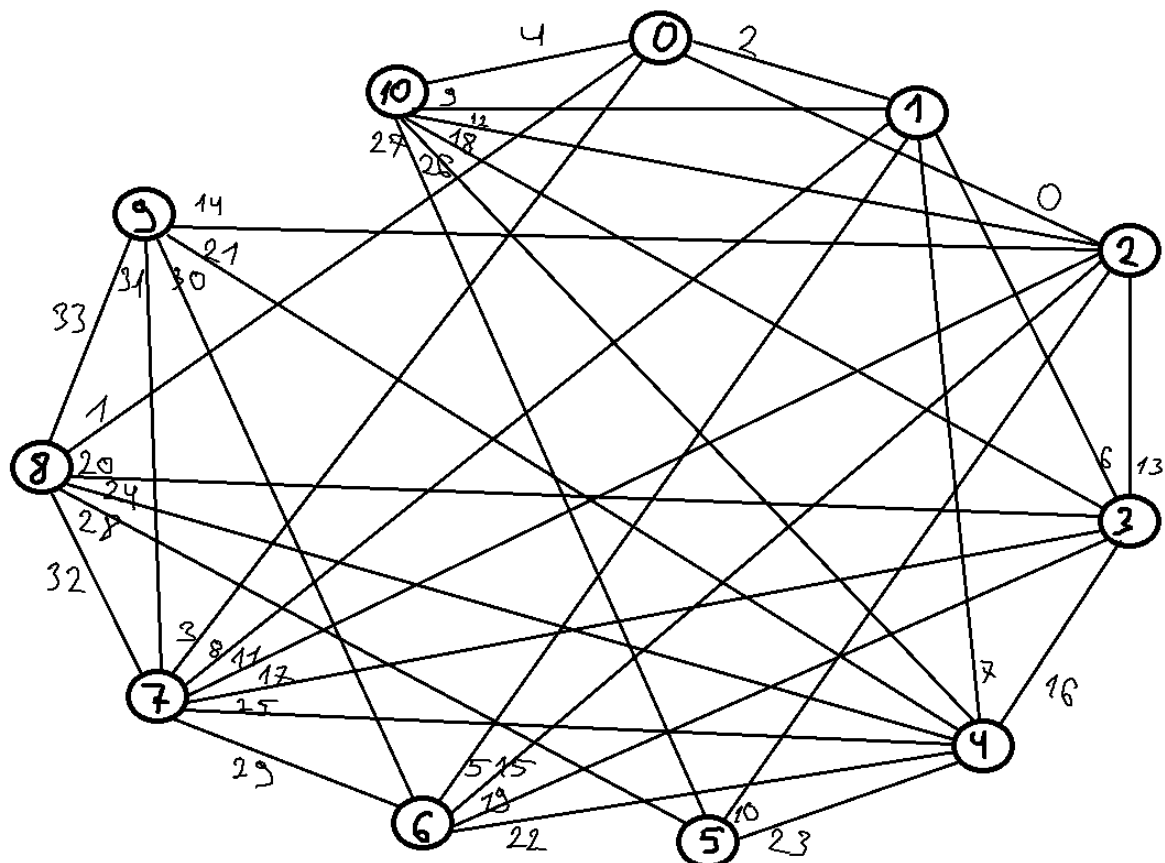


# Teoria Grafów Projekt

## Piotr Pyrczak Informatyka i Systemy Inteligentne

### Zadanie 1 (1pkt)

Wykonaj szkic grafu



### 2. Zadanie 2 (1pkt)

Opisz graf w formie macierzy incydencji.

|    | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| 0  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 1  | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 2  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 3  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 4  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 5  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |
| 6  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0 |
| 7  | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 1  | 1  | 0 |
| 8  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  |   |
| 9  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 1  |   |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |

### Zadanie 3 (3pkt)

Czy ten graf jest hamiltonowski/pół-hamiltonowski? Jeśli tak to podaj ścieżkę/cykl Hamiltona.

Graf ten jest hamiltonowski. Jego cykl to  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 4 \rightarrow 10 \rightarrow 0$

Jeśli graf jest hamiltonowski to jednocześnie jest też półhamiltonowski. Cykl Hamiltona jest zarazem ścieżką Hamiltona. Jego ścieżka to  $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 4 \rightarrow 10$ .

### Zadanie 4 (3pkt)

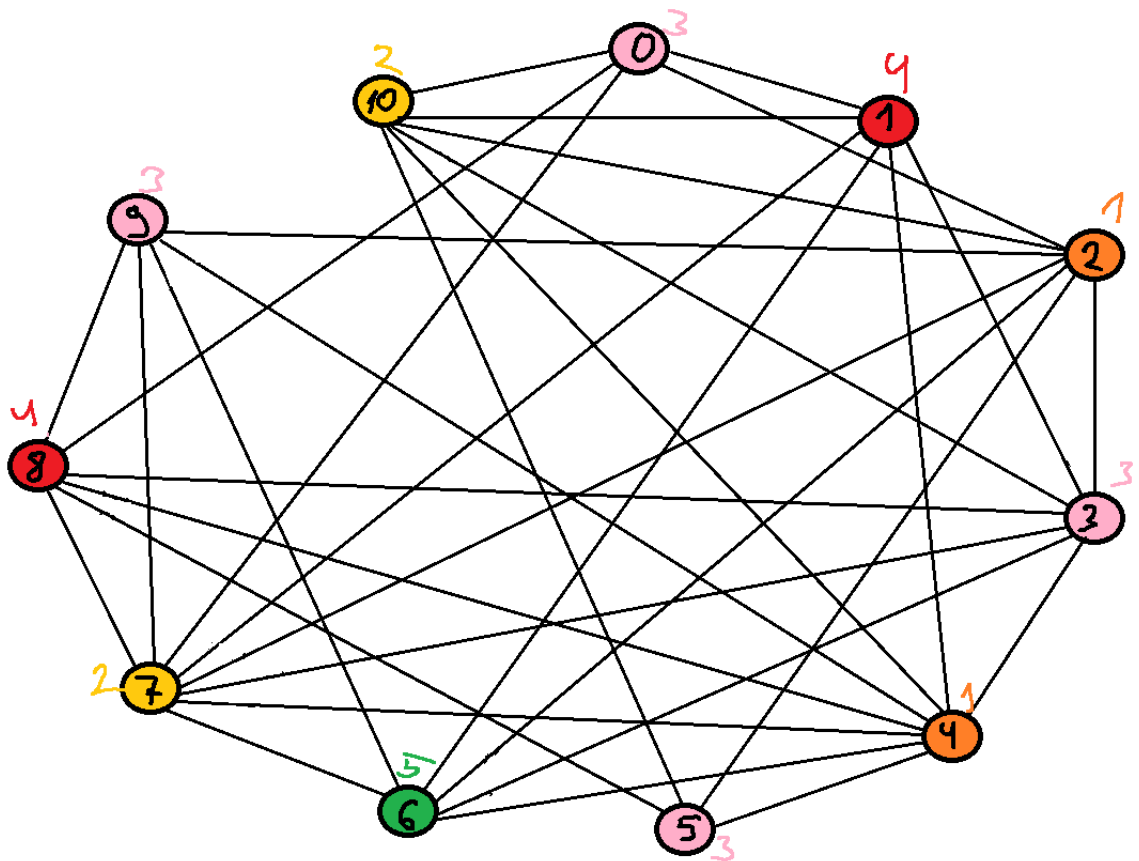
Czy ten graf jest eulerowski/pół-eulerowski? Jeśli tak to podaj ścieżkę/cykl Eulera.

Graf ten nie jest półeulerowski, ponieważ posiada więcej niż 2 wierzchołki nieparzystego stopnia. Jeżeli graf nie jest półeulerowski to nie jest też eulerowski.

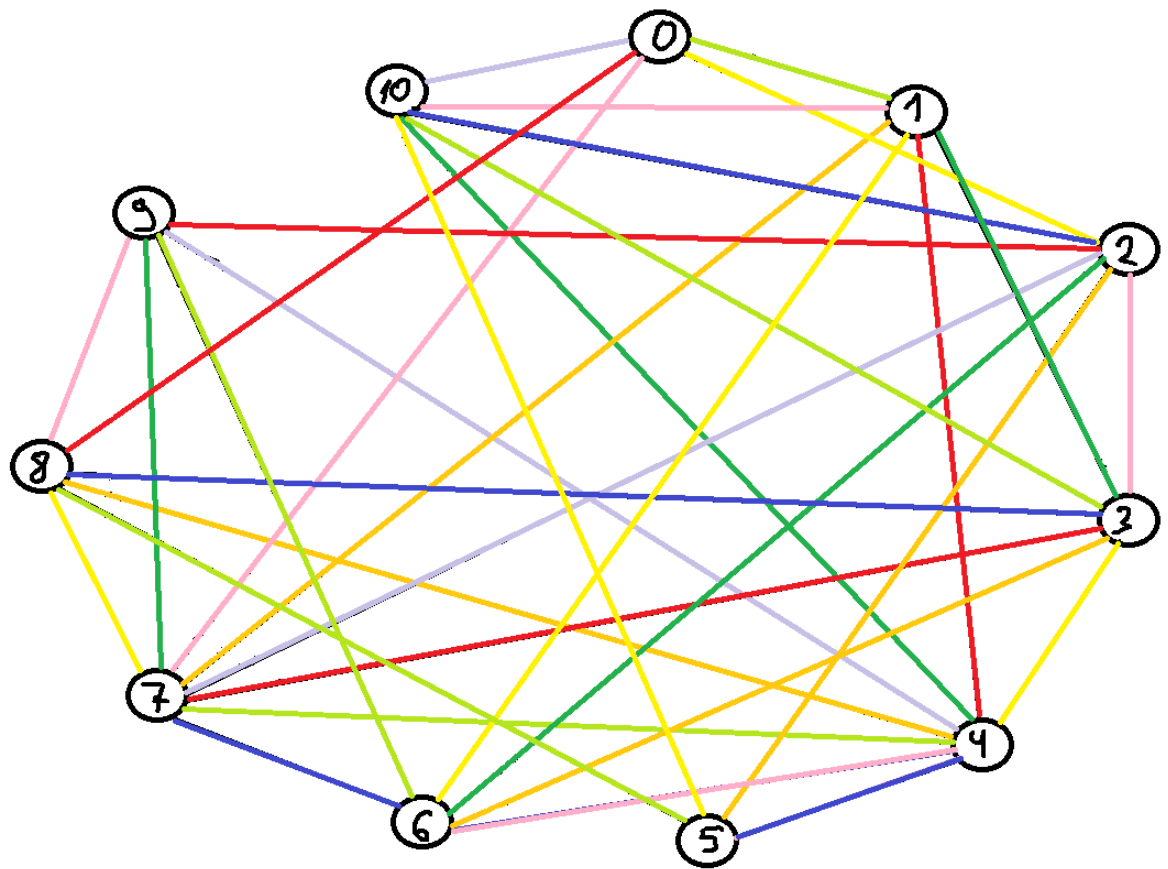
### Zadanie 5 (2pkt)

Pokoloruj graf wierzchołkowo oraz krawędziowo.

a) wierzchołkowo



b) krawędziowo ?



#### Zadanie 6 (1pkt)

Podaj liczbę chromatyczną oraz indeks chromatyczny dla grafu.

Liczba chromatyczna  $\chi(G) = 5$

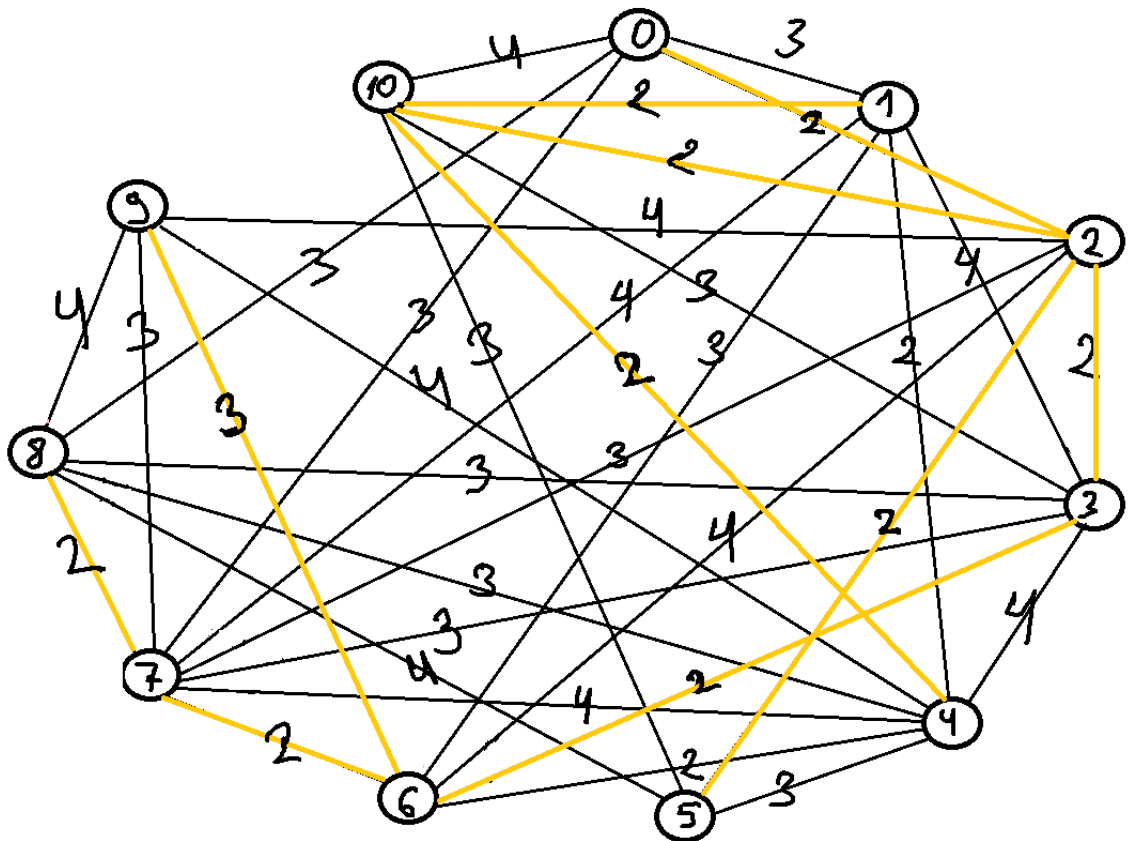
Indeks chromatyczny  $\chi'(G) = 8$

### Zadanie 7 (1pkt)

Wyznacz minimalne drzewo rozpinające dla analizowanego grafu.

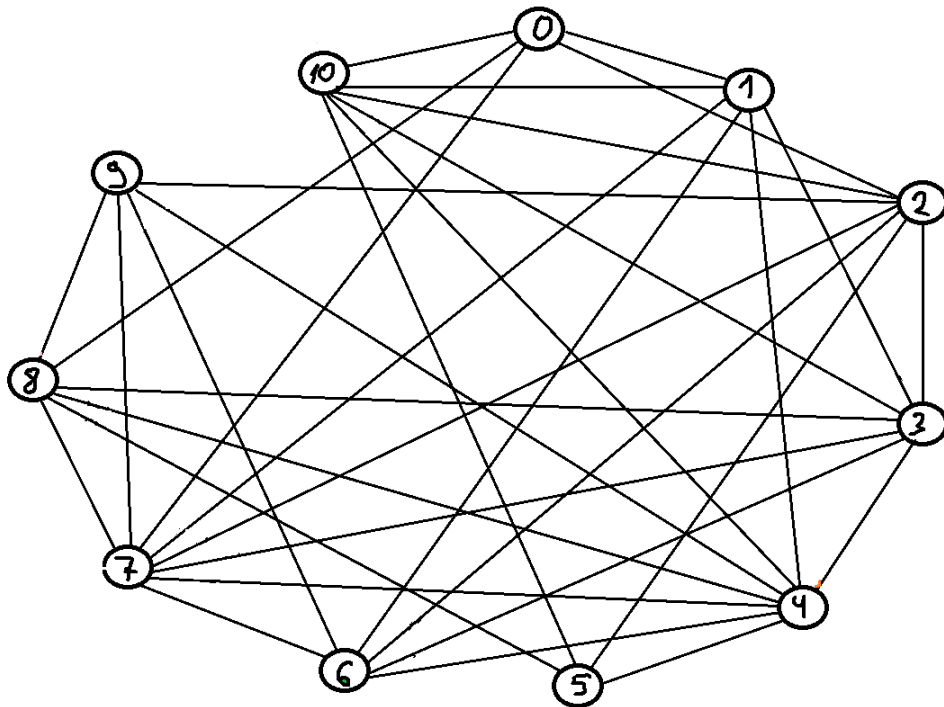
| krawędź | waga |
|---------|------|
| (0,2)   | 2    |
| (1,10)  | 2    |
| (2,10)  | 2    |
| (2,3)   | 2    |
| (3,6)   | 2    |
| (2,5)   | 2    |
| (6,7)   | 2    |
| (7,8)   | 2    |
| (6,9)   | 3    |
| (10,4)  | 2    |

Suma wag równa się 21 -> jest to minimalne drzewo rozpinające

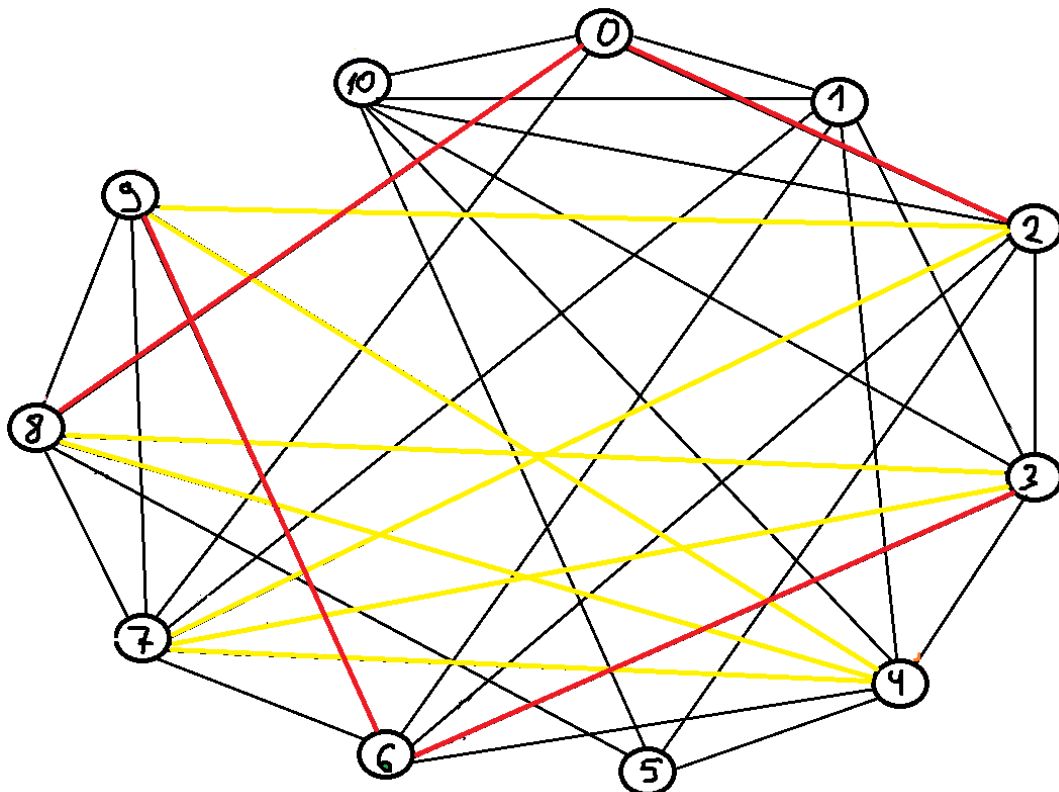


### Zadanie 8 (2pkt)

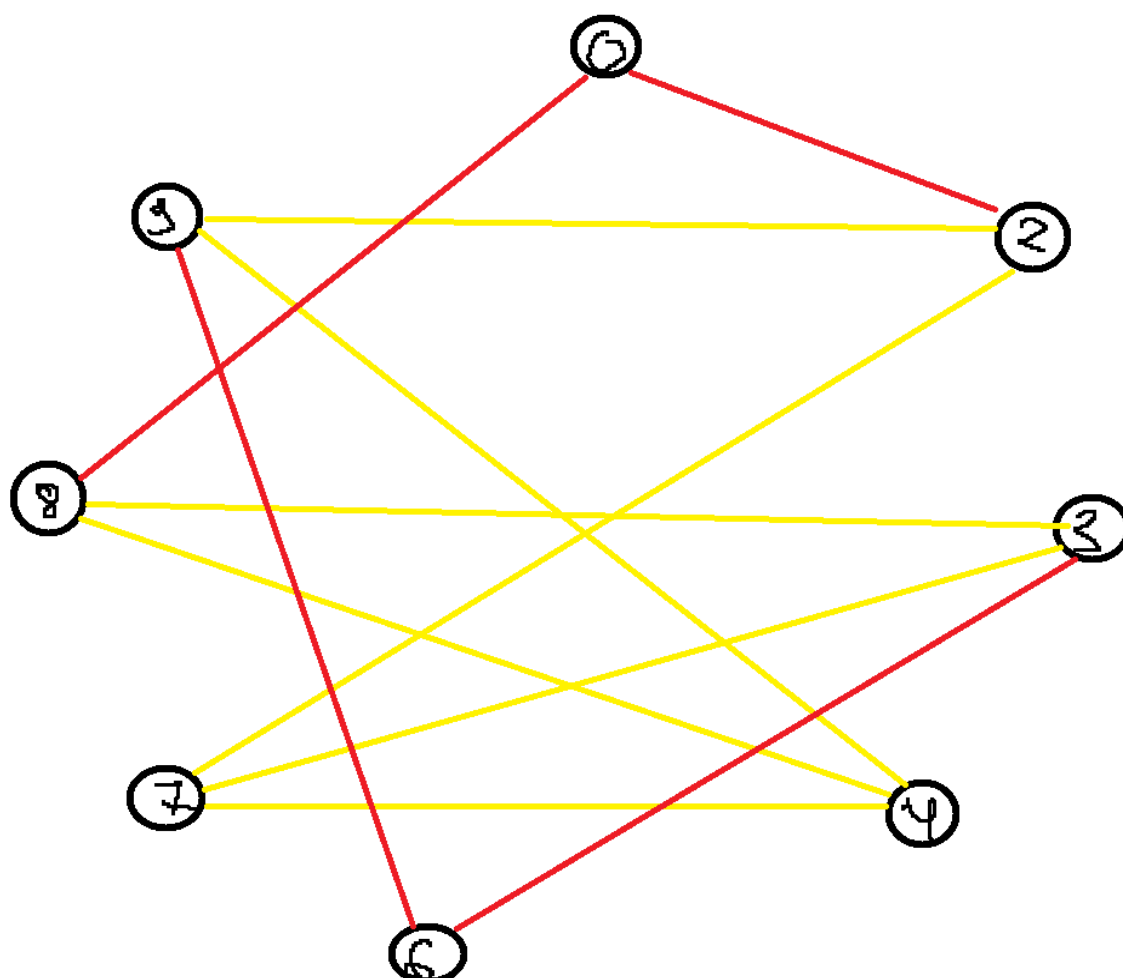
Czy rysunek tego grafu jest planarny? Jeśli nie, to czy da się go przedstawić jako planarny? Jeśli tak, to ile ścian można w nim wyznaczyć? Proszę to wykazać na rysunku



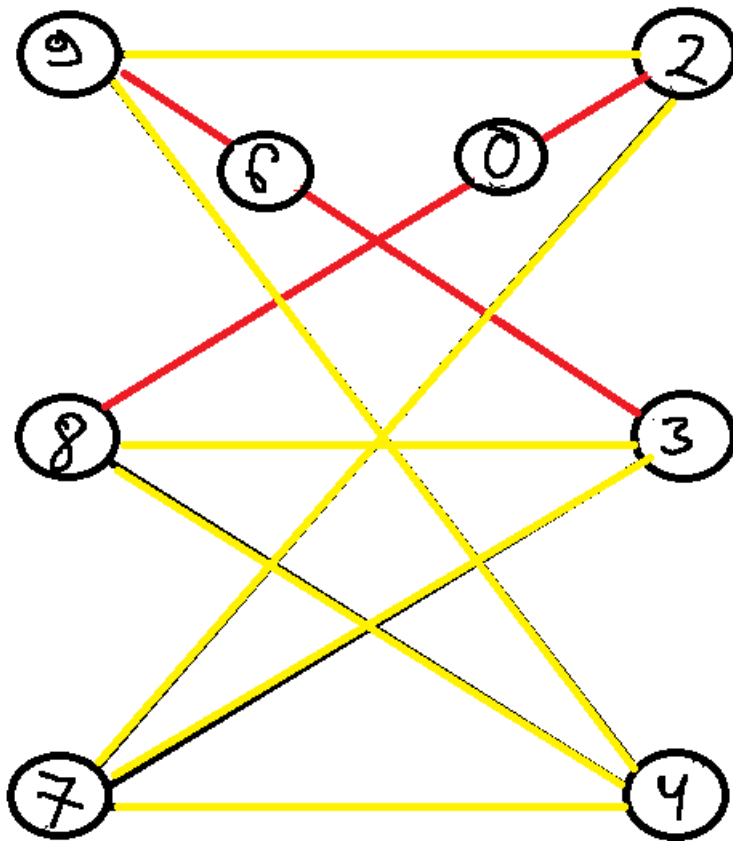
Nie, rysunek tego grafu nie jest planarny. Wybieram podgraf



Graf  $G$  nie może być planarny, bo zawiera podgraf homeomorficzny z grafem  $K_{3,3}$  (z twierdzenia Kuratowskiego).



Dany podgraf jest homeograficzny z grafem  $K_{3,3}$



## Część programistyczna

### Zaimplementuj poniższy algorytm w wybranym języku.

Algorytm może zostać zaimplementowany w wybranym języku - Java, Kotlin, C, C++, Python, JS, TS, C#. Implementację proszę dostarczyć w formie linku do repozytorium (GitHub, GitLab - preferowane) lub archiwum zip. Program ma wczytywać graf z pliku (lista sąsiedztwa bądź macierz incydencji), a następnie uruchomić zaimplementowany algorytm na tym grafie. W repozytorium musi znajdować się instrukcja uruchomienia projektu.

### Zaimplementuj metodę Forda-Fulkersona (np. algorytmem Edmondsa-Karpa) (10pkt)

Przeanalizuj powyższy algorytm: jakie problemy rozwiązuje, konkretne przykłady wykorzystania, z jakich metod korzysta się obecnie do rozwiązywania tych problemów (4pkt)

Metoda Forda-Fulkersona to algorytm służący do wyznaczania maksymalnego przepływu. Jest to algorytm bardzo ogólny, dlatego często nie jest nazywany algorytmem, a metodą. Popularną implementacją tej metody jest algorytm Edmondsa-Karpa. Algorytm można opisać następująco:

1. Wyznacz sieć residualną
2. Znajdź w sieci residualnej dowolną ścieżkę powiększającą.
3. Jeśli nie udało się wyznaczyć żadnej ścieżki powiększającej, zakończ działanie algorytmu.
4. W przeciwnym razie zwiększ przepływ w sieci i wróć do punktu 1.

Sieć residualna jest grafem skierowanym tworzonym na podstawie sieci przepływowej i jej aktualnego przepływu. Wagi łuków w sieci residualnej oznaczają, o ile można zmienić przepływ w odpowiadającym mu łuku sieci przepływowej.

Metoda ta ma różne zastosowania w praktyce. Jednym z nich jest eksport Kawy z Meksyku. Znajduje się ona w 4 meksykańskich portach i jest kierowana do 4 miast. Z Informacji o portach, importerach, ilości zamówionego towaru i ładowności na poszczególnych odcinkach można skonstruować sieć przepływową. Za pomocą tej metody można również analizować ruch w mieście. Z danych o przejazdach samochodów w poszczególnych miejscach i kierunkach można oszacować maksymalną przepustowość na drogach i sprawdzić czy są korki. Sieci wodociągowe także są tworzone w oparciu o tę metodę.