



Manual de Cálculo de Hormigón Armado

2^a Edición en Base al Código ACI 318-05

 **GERDAU AZA®**



Manual de Cálculo de Hormigón Armado

2^a Edición en Base al Código ACI 318-05



GERDAU AZA®

Manual de Cálculo de Hormigón Armado
Segunda Edición en Base al Código ACI 318-05

Autores:

Alfonso Larraín Vial
Fernando Yáñez Uribe
Christian Verdugo Arnold

Editor:

Carlos Rondon S.M.

Diseño y Producción Gráfica:

Dos C

Dirección de Arte:

Soledad Casenave P.

Diseño Gráfico:

Gabriel Aiquel C.

Fotografía:

Francisco Aguayo
Jorge Brantmayer
Matías del Campo

Impresión:

M y M Servicios Gráficos S.A.

Derechos Reservados (C) por Gerdau AZA S.A.
La Unión 3070, Renca. Santiago de Chile.

Copyright (C) MMVI, por Gerdau AZA S.A.

Inscripción en Propiedad Intelectual N° 156.995

2^a Edición: 2.000 ejemplares, Agosto de 2006

Impreso en Chile - Printed in Chile

No está permitida la reproducción total o parcial de este documento, ni su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, fotocopia, registro u otros medios, sin la aprobación y por escrito de Gerdau AZA S.A.

Otros documentos técnicos de Gerdau AZA S.A. disponibles para los usuarios interesados son:

- Manual de Armaduras de Refuerzo para Hormigón
- Manual de Diseño para Angulos Estructurales L-AZA
- Detalles Estructurales con Perfiles Angulo L-AZA
- Compendio de Normas para Productos de Acero
- Catálogo Técnico de Barras y Perfiles Laminados

Para consultas sobre nuestros productos y servicios, visite nuestra página web:

www.gerdauaza.cl

Curriculum de los autores

Alfonso Larraín Vial, ingeniero civil estructural de la Universidad de Chile, "Premio Marcos Orrego Puelma 1969" otorgado por el Instituto de Ingenieros al mejor alumno y compañero de su promoción, desde el año 1973 es profesor de la cátedra de Hormigón Estructural I y II en la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile, y a partir del 2005 profesor de la misma asignatura en la Universidad de Los Andes.

Desde el inicio de su práctica profesional el año 1970, como socio de la empresa de ingeniería de proyectos Larraín, Ruiz y Saavedra y Cía. Ltda., y a partir de 1999 en Alfonso Larraín V. y Asociados, ha participado en el diseño y cálculo de proyectos estructurales para más de 3.000 obras, con una superficie superior a los siete y medio millones de metros cuadrados de construcción, donde se destacan algunos de los edificios más importantes y de mayor altura existentes en Chile.

El ingeniero señor Larraín es, además, miembro del Colegio de Ingenieros de Chile AG, del Instituto de Ingenieros de Chile, de la Asociación de Ingenieros Civiles Estructurales de Chile AG, de la Asociación Chilena de Sismología e Ingeniería Antisísmica (ACHISINA) y del Comité de Estructuras de la Cámara Chilena de la Construcción, en su calidad de especialista en diseño, cálculo y evaluación de proyectos estructurales.

Fernando Yañez Uribe, ingeniero civil estructural de la Universidad de Chile y Doctor en Ingeniería Civil (Ph. D.)

University of Canterbury (New Zealand), es Director del Instituto de Investigaciones y Ensayes de Materiales (IDIEM), profesor de la cátedra de Hormigón Estructural I y II y de Hormigón Pretensado en la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile, miembro del Colegio de Ingenieros de Chile AG, del Instituto de Ingenieros de Chile, de la Asociación Chilena de Sismología e Ingeniería Antisísmica (ACHISINA), consultor experto en comportamiento sísmico de estructuras de hormigón armado y especialista en evaluación y reparación de estructuras.

El doctor Yañez es, además, miembro activo de los comités del American Concrete Institute, ACI 318, ACI 374 y ACI 445-1, Vicepresidente de la Asociación de Ingenieros Civiles Estructurales de Chile AG y Presidente de las comisiones de Diseño Estructural y de Tecnología e Innovación de la Cámara Chilena de la Construcción.

Christian Verdugo Arnold, ingeniero civil estructural de la Universidad de Chile, fue alumno memorista de los profesores Alfonso Larraín Vial y Fernando Yañez Uribe. El título de su memoria, realizada el año 2004, es "Herramientas de Diseño para Hormigón Armado Basado en el Código ACI 318-02". Este trabajo sirvió de ayuda para el desarrollo del presente manual, ya que aborda temas acerca de las importantes modificaciones que el ACI 318-05 introduce frente al Código ACI 318-99. Actualmente, se encuentra dedicado a la docencia y a trabajos de investigación.



Vista aérea Planta Colina Gerdau AZA S.A.

Presentación

Gerdau AZA S.A., empresa perteneciente al Grupo Gerdau, tiene el agrado de presentar a la comunidad de profesionales, académicos y estudiantes de los sectores de la ingeniería y de la construcción civil, la segunda edición de su Manual de Cálculo de Hormigón Armado, obra desarrollada sobre la base de las disposiciones del Código ACI 318-05, conforme a los criterios de diseño vigentes y a lo establecido en la norma chilena NCh 433.0f96.

El presente Manual, de 300 páginas, que consta de 9 capítulos y 2 apéndices tiene su contenido orientado, fundamentalmente, hacia todos los profesionales vinculados con el diseño y el cálculo estructural y con la docencia de la especialidad hormigón armado.

Entre los temas abordados por los autores de este texto, se destacan los capítulos destinados al diseño en flexión, corte y torsión, los efectos de esbeltez en

elementos sometidos a compresión, el control de deformaciones, el diseño sísmico, algunos ejemplos y finalmente una serie de diagramas de interacción y de flexión biaxial, confeccionados mediante técnicas computacionales, que posibilitan visualizar la forma de rotura de una sección dada.

Agradecemos, muy sinceramente, el valioso aporte técnico de los autores y la favorable acogida encontrada entre los usuarios de la Primera Edición de este documento, al permitirnos una vez más, contribuir con el desarrollo de la ingeniería y la construcción de hormigón armado en Chile.

A todos ellos, un sincero reconocimiento por el respaldo y la confianza que han depositado en nuestra empresa, y de manera muy especial, a todas aquellas personas que directa o indirectamente, día a día, especifican y utilizan nuestros productos.

Indice

	Presentación	7
Capítulo 1	INFORMACION GENERAL	13
1.1	PROCESO DE FABRICACION Y CONTROL DE CALIDAD DE LAS BARRAS DE REFUERZO GERDAU AZA PARA HORMIGON	15
1.1.1	Proceso de Fabricación del Acero Gerdau AZA	15
1.1.2	Colado del Acero	15
1.1.3	Laminación en Caliente de las Barras	16
1.1.4	Control de Calidad y Certificación	17
1.2	IDENTIFICACION, CALIDADES Y CARACTERISTICAS DEL ACERO DE REFUERZO GERDAU AZA PARA HORMIGON	18
1.2.1	Identificación	18
1.2.2	Calidades del Acero de Refuerzo Gerdau AZA para Hormigón	20
1.2.3	Relaciones Tensión-Deformación	21
1.2.4	Comportamiento de las Barras de Refuerzo a Velocidades Elevadas de Deformación	22
1.2.5	Características del Acero de Refuerzo Gerdau AZA para Hormigón	25
1.2.6	Certificado de Calidad	27
Capítulo 2	ANTECEDENTES	29
2.1	FISURACION	31
2.2	FACTORES DE CARGA	33
2.3	FACTORES DE REDUCCION DE RESISTENCIA (ϕ)	33
2.4	FLEXION Y CARGA AXIAL	35
Capítulo 3	DISEÑO EN FLEXION	37
3.1	FLEXION EN VIGAS RECTANGULARES	39
3.1.1	Condición de Diseño	40
3.1.2	Equilibrio de Cargas Axiales	40
3.1.3	Equilibrio de Momentos	40
3.1.4	Deformaciones Unitarias	41
3.1.5	Valores de ξ_{lim} y μ_{lim}	42
3.1.6	Cálculo de ϕ en Flexocompresión	43

3.1.7	Ecuaciones para Calcular A_s y A'_s	44
3.2	FLEXION SIMPLE EN VIGAS T	47
3.2.1	Restricciones del Ancho Efectivo del Ala	48
3.2.2	Condición de Diseño	48
3.2.3	Equilibrio de Cargas Axiales	48
3.2.4	Equilibrio de Momentos	48
3.2.5	Procedimiento para Calcular A_s y A'_s	48
3.3	ARMADURA MINIMA PARA VIGAS SOMETIDAS A FLEXION	50
Capítulo 4	DISEÑO EN CORTE	51
4.1	CONDICION DE DISEÑO	53
4.2	COMPONENTES DE LA RESISTENCIA NOMINAL	53
4.3	REDUCCION DE V_u CERCA DE LOS APOYOS	53
4.4	RESISTENCIA AL CORTE PROPORCIONADA POR EL HORMIGON	54
4.5	RESISTENCIA AL CORTE PROPORCIONADA POR EL ACERO	55
4.6	LIMITES PARA EL ESPACIAMIENTO "S"	55
4.7	ARMADURA MINIMA PARA CORTE	56
Capítulo 5	DISEÑO EN TORSION	57
5.1	CONDICION DE DISEÑO	59
5.2	TORSION CRITICA	59
5.3	REQUISITOS DE LAS DIMENSIONES DE LA SECCION	60
5.4	RESISTENCIA NOMINAL A LA TORSION	61
5.5	ARMADURA MINIMA PARA TORSION	62
Capítulo 6	EFFECTOS DE ESBELTEZ EN ELEMENTOS SOMETIDOS A COMPRESION	63
6.1	ANALISIS DE SEGUNDO ORDEN	65
6.2	ANALISIS APROXIMADO	65
6.2.1	Marcos sin Desplazamiento Lateral	67
6.2.2	Marcos con Desplazamiento Lateral	70
Capítulo 7	CONTROL DE DEFORMACIONES	75
7.1	RESTRICCION DE ALTURA O ESPESOR MINIMO	77
7.2	RESTRICCION DE LA FLECHA	78

7.2.1	Flecha Diferida y Flecha Total	83
7.2.2	Flechas Máximas Admisibles	85
7.3	ELEMENTOS ARMADOS EN DOS DIRECCIONES	86
7.3.1	Losas sin Vigas Interiores	86
7.3.2	Para Losas con Vigas Interiores	88
Capítulo 8	DISEÑO SISMICO	89
8.1	REQUERIMIENTOS EN LOS MATERIALES	91
8.2	ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION	92
8.2.2	Armadura Transversal	93
8.3	ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXOCOMPRESION	94
8.3.1	Armadura Longitudinal	94
8.3.2	Armadura Transversal	94
8.4	DISEÑO POR CAPACIDAD	97
8.4.1	Vigas	97
8.4.2	Columnas	97
8.4.3	Unión Viga-Columna	99
8.5	LONGITUD DE DESARROLLO DE BARRAS EN TRACCION	101
8.5.1	Ganchos de 90°	101
8.5.2	Barras Rectas	101
8.6	ELEMENTOS DE BORDE PARA MUROS	102
Capítulo 9	EJEMPLOS	103
9.1	Diseño de Dintel	105
9.2	Verificación de Unión Viga-Columna	108
9.3	Diseño de Muro con Elementos de Borde	111
Apéndices	Apéndice 1: Diagramas de Interacción Pu-Mu	113
	Apéndice 2: Diagramas de Flexión Biaxial	223
Anexo	A.1 Otros Ejemplos	277
	A.2 Conversión de Unidades	295
	Area, Masa y Perímetro - Barras de Refuerzo para Hormigón	299



Certificación ISO 9001

Sistemas de Gestión Certificados



Certificación ISO 14001



Productos y procesos de calidad reconocida y certificada

Capítulo 1

Información General

1.1 Proceso de Fabricación y Control de Calidad de las Barras de Refuerzo Gerdau AZA para Hormigón

1.2 Identificación, Calidades y Características del Acero de Refuerzo Gerdau AZA para Hormigón

1.1 PROCESO DE FABRICACION Y CONTROL DE CALIDAD DE LAS BARRAS DE REFUERZO GERDAU AZA PARA HORMIGON

1.1.1 Proceso de Fabricación del Acero Gerdau AZA

En Gerdau AZA, el proceso de fabricación del acero se inicia con la selección, procesamiento y corte de trozos de acero en desuso, la chatarra, que es la materia prima básica. Otros elementos que también son empleados en la fabricación, son las ferroaleaciones, oxígeno, cal y fundentes, entre otros.

En primer lugar, la materia prima se carga en cestas, en proporciones adecuadas para satisfacer las especificaciones del proceso de fabricación del acero, las que son trasladadas a la Acería para alimentar el horno de arco eléctrico. Toda la carga es fundida en el horno de 60 toneladas de capacidad, mediante la aplicación de un arco eléctrico que desarrolla una potencia de 45.000 KVA.

Una vez terminado el proceso de fusión, en donde toda la carga pasa del estado sólido al estado líquido, momento en el cual alcanza una temperatura de alrededor de 1.630°C, el acero es trasladado a un Horno de Cuchara, donde se realiza la etapa de afino y se procede a tomar muestras de acero para realizar el análisis de espectrometría, con el propósito de conocer su composición química. Durante toda la etapa de fusión, se inyectan al horno importantes cantidades de oxígeno para extraer y remover las impurezas y cumplir así con los estándares de calidad pre establecidos.

Luego de conocido el informe sobre la composición química, se realizan las correcciones necesarias mediante el proceso de afino, lo que permite obtener la composición y purezas deseadas. De esta forma,



Operación de Carga de Horno Eléctrico, Planta Colina, Gerdau AZA.

las diferentes calidades del acero Gerdau AZA se obtienen, de un cuidadoso control de la composición y mediante la adición de ferroaleaciones, como el ferromanganese y ferrosilicio, aprovechando la mayor afinidad química de estos elementos, para formar entre otros, óxidos y sulfuros que pasan en mayor cantidad a la escoria.

Cuando el acero líquido cumple con las especificaciones requeridas, tanto de composición química como de temperatura, éste es trasladado en la cuchara hasta el proceso de colada continua, donde se realizará el colado del acero.

1.1.2 Colado del Acero

Obtenido el acero en su estado líquido, éste debe solidificarse en la forma conveniente para la utilización posterior en los trenes de laminación, lo cual se hace mediante un equipo de colada continua, en el que se aplica un proceso distinto del convencional, para transformar el acero líquido



Líneas de colada continua de acería, Planta Colina, Gerdau AZA.

en un producto semiterminado, llamado palanquilla, que son barras macizas de 130 x 130 mm de sección.

El acero líquido que se encuentra en la cuchara de colada, es transferido a una artesa o distribuidor, desde donde pasa a las vías de colada.

Desde el distribuidor, el acero cae dentro de tres lingoteras de cobre sin fondo, de doble pared y refrigeradas por agua, donde se inicia la solidificación del acero, con la formación de una delgada cáscara superficial endurecida, que contiene aún su núcleo de metal en estado líquido.

Para ayudar a acelerar la formación y engrosamiento de dicha cáscara, las lingoteras tienen un movimiento de oscilación vertical que, además, impide su adherencia a las paredes del molde y permite su transporte hacia el mecanismo extractor.

Después de dejar las lingoteras, tres metros debajo de éstas, el acero superficialmente sólido, es tomado por juegos de rodillos refrigerados con chorros de agua

a alta presión, solidificándose completamente, y ya convertido en palanquilla, cortado automáticamente mediante cizallas, a la longitud deseada.

Luego de esto, las palanquillas son inspeccionadas visualmente para detectar eventuales defectos superficiales o de forma. Después de aprobadas, las palanquillas son separadas por coladas, identificadas y almacenadas para la operación siguiente: la laminación en caliente.

1.1.3 Laminación en Caliente de las Barras

La laminación en caliente, es un proceso de transformación termomecánico, en donde se da la forma final a los productos siderúrgicos. En el caso de las barras de refuerzo Gerdau AZA para hormigón, el proceso es el siguiente: en la planta de laminación, las palanquillas son seleccionadas según la calidad del acero del producto final y son cargadas a un horno de recalentamiento horizontal, donde alcanzan una temperatura uniforme de 1.200 °C, lo que permitirá

su deformación plástica durante el proceso de laminación en caliente.

En este proceso, la palanquilla es tratada mecánicamente, haciéndola pasar sucesivamente por los rodillos de los trenes de laminación, las cuales van reduciendo su sección original y consecuentemente, aumentando la longitud inicial. De esta forma, se lleva la sección transversal de la palanquilla cada vez más próxima a la forma y diámetro final de la barra redonda, con sus resalte s característicos y las marcas que identifican el origen o fabricante, la calidad o grado del acero y el diámetro nominal de la barra.

En su planta ubicada en la comuna de Colina, Gerdau AZA posee un laminador continuo de última generación de 360.000 toneladas anuales de capacidad , que permite controlar el enfriamiento de las barras y rollos, con lo cual las propiedades mecánicas finales de las barras de refuerzo, son determinadas con gran precisión, dado que son conducidas hasta el final del tren de laminación, a una parrilla o lecho de enfriamiento donde terminan de enfriarse, para luego proceder al corte a la medida deseada y posteriormente ser empaquetadas y almacenadas. Es aquí donde se extraen las muestras para su aprobación y certificación de acuerdo a las normas vigentes.

1.1.4 Control de Calidad y Certificación

Todo el proceso de fabricación de las barras de refuerzo Gerdau AZA para hormigón, está certificado bajo las normas ISO 9001, ISO 14001 y OHSAS 18001; de esta forma, a lo largo de todas las etapas de fabricación del producto existen monitoreos, mediciones y ensayos de los procesos.

Desde la selección de la chatarra y otros insumos, pasando por la fabricación del acero líquido, su composición química, hasta el control de las dimensiones finales obtenidas en la laminación en caliente, conforman un complejo sistema que permite asegurar la obtención de productos de calidad, de acuerdo a los estándares actuales.

La certificación de calidad de todas las partidas en Gerdau AZA, da cumplimiento a la normativa legal vigente en Chile, cuyo Decreto N°1.229, del Ministerio de Obras Públicas de Junio de 1940, establece los procedimientos para certificar las barras de refuerzo para hormigón.

Esta exigencia establece la extracción, identificación y retiro de muestras por inspectores acreditados de algún organismo de ensaye de materiales autorizado por el Estado. En el caso de Gerdau AZA, el certificado es entregado por el Instituto de Investigaciones y Ensaye de Materiales de la Universidad de Chile, IDIEM.



Sala de Control de Laminación, Planta Colina, Gerdau AZA.

Las muestras son preparadas para ser sometidas a ensaye normalizados de tracción, midiéndose las propiedades mecánicas más relevantes, como la tensión de fluencia, la carga máxima y el alargamiento de ruptura. Otro importante ensaye a que son sometidas las barras de refuerzo Gerdau AZA, es el de doblado; en este caso, una probeta debe resistir el doblado sin que a simple vista se observen grietas o fisuras en la zona sometida a esfuerzos de tracción.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se verifica el cumplimiento con la norma oficial chilena NCh 204.0F77, "Acero - Barras Laminadas en Caliente para Hormigón Armado", vigente por el Decreto N°029, de fecha 10 de Enero de 1978, del Ministerio de Vivienda y Urbanismo, publicado en el Diario Oficial del 31 de Enero de 1978, y se procede a certificar las partidas. La aprobación de los lotes, permite la certificación y autorización del uso de las partidas de acero de refuerzo, en obras de hormigón armado.

Los resultados de los ensayos, se presentan en certificados de calidad, en los que se identifica el material ensayado y se entrega el veredicto de cumplimiento con la norma, constituyéndose en una garantía del producto para el usuario.

Periódicamente y como una medida adicional de control, se efectúa un análisis estadístico de las propiedades mecánicas sobre toda la producción de barras y a cada una de las coladas producidas.



Laboratorio de Ensajes Mecánicos de IDIEM, en Gerdau AZA.

1.2 IDENTIFICACION, CALIDADES Y CARACTERISTICAS DEL ACERO DE REFUERZO AZA PARA HORMIGON

1.2.1 Identificación

Gerdau AZA, en sus instalaciones ubicadas en Santiago, produce y comercializa barras de acero de refuerzo para hormigón, tanto en barras rectas, en largos normales de 6 a 12 m, como rollos de 1.500 kilogramos de peso, aproximadamente. Estas barras pueden ser:

Barra redonda lisa: Es aquella cuya sección transversal es uniforme en todo su largo. En Chile, sólo se fabrica en la calidad de acero A44-28H y en el diámetro de 6 mm.

Barra con resaltos: Es la barra con nervios longitudinales (a lo largo) y con resaltos perpendiculares o inclinados con respecto a su eje, los cuales tienen como propósito aumentar la adherencia del acero con el hormigón, debido a la mayor superficie de contacto desarrollada.

La identificación exclusiva que utiliza nuestra empresa en el acero de refuerzo para hormigón, consiste en caracteres sobre relieve, los cuales incluyen la marca de origen Gerdau AZA, la calidad o grado del acero y el diámetro correspondiente.

Gerdau AZA suministra el acero de refuerzo para hormigón en la forma de barras rectas y en rollos, tal como se indica en la tabla siguiente.

Tabla 1.2.1

Identificación del Acero de Refuerzo Gerdau AZA para Hormigón

Grado del Acero	Diámetro Nominal ϕ mm	Formas de entrega	Identificación	
			Grado del Acero	Marca de Origen y Diámetro Nominal
A44-28H	6 ⁽¹⁾ , 8, 10 y 12 6 ⁽¹⁾ a 36	Rollo Recta		
A63-42H	8, 10 y 12 8 a 36	Rollo Recta		

(1) La barra de 6 mm es lisa y no lleva identificación en relieve



Nota: Para una mayor información respecto a los diámetros mínimos de doblado recomendados para las barras de refuerzo, tolerancias de corte y fabricación, consulte en nuestra página www.gerdauaza.cl el Capítulo 4 del Manual de Armaduras de Refuerzo para Hormigón.

Además de lo anterior, Gerdau AZA, identifica el contenido de todos los atados o paquetes de barras rectas y rollos, mediante una etiqueta plástica, con todos los datos concernientes a la fabricación de las partidas del producto.

1.2.2 Calidades del Acero de Refuerzo Gerdau AZA para Hormigón

Además de la calidad que pueda tener el hormigón, es también importante la calidad o grado del acero de refuerzo con respecto a las propiedades finales de los hormigones armados; por lo tanto, debe

emplearse el acero adecuado, según lo indican los planos respectivos.

Gerdau AZA fabrica en Chile, fundamentalmente, dos grados o calidades de acero de refuerzo para hormigón: A44-28H y A63-42H.

Conforme a las denominaciones actuales adoptadas por el Instituto Nacional de Normalización, la letra A significa "acero al carbono" y la letra H indica que "su uso es para hormigón". Los números se refieren, respectivamente, a la *resistencia de rotura a la tracción* y al *límite de fluencia mínimo por tracción*.

Tabla 1.2.2**Propiedades Mecánicas del Acero de Refuerzo Gerdau AZA para Hormigón**

Grado del Acero	Resistencia a la Tracción (F_u)		Tensión de Fluencia (F_y)		Alargamiento Mínimo Probeta $\ell_0 = 200$ mm
	MPa	kgf/mm ²	MPa	kgf/mm ²	
A44-28H	440 _{min}	44,9 _{min}	280 _{min}	28,6 _{min}	16%
A63-42H	630 _{min}	64,2 _{min}	420 _{min}	42,8 _{min}	7000 - K; $\geq 8\%$
			580 _{max}	59,1 _{max}	F_u

Norma Chilena NCh 204 Of. 77: Barras laminadas en caliente para hormigón armado:

a) Son requisitos en esta norma, el cumplimiento de un ensayo de doblado efectuado sobre una probeta, además de cumplir los requisitos de la forma y dimensiones de los resalte y de masa (kg/m) de las barras.

b) K es un coeficiente que depende del diámetro nominal de la barra (ϕ), cuyo valor se indica a continuación:

ϕ (mm): 6 8 10 12 16 18 22 25 28 32 36

K : 3 2 1 0 0 0 1 2 3 4 5

1.2.3 Relaciones Tensión-Deformación

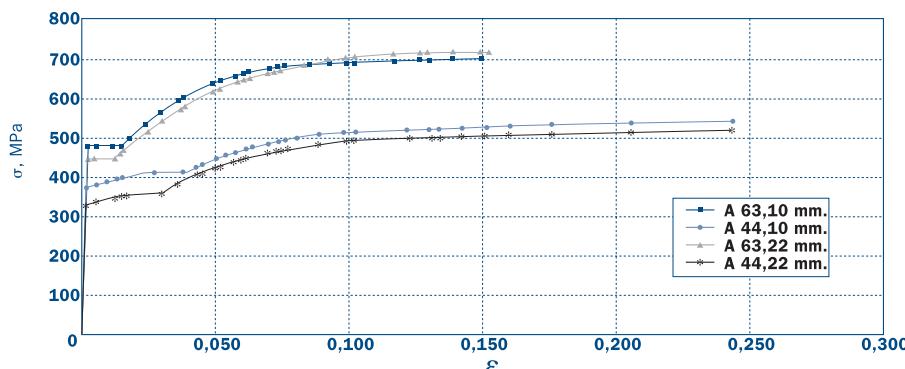
El ensaye de tracción se realiza sobre muestras de barras de refuerzo en su sección completa, de la forma como salen de la laminación, dando así cumplimiento a la norma oficial chilena NCh200.

En el gráfico siguiente se muestran los resultados de ensayos de tracción, en barras de refuerzo Gerdau AZA para hormigón, para las calidades o grados A44-28H y

A63-42H, con curvas comparativas a modo de referencia, en barras de 10 y 22 mm de diámetro.

En el caso de las barras de acero A44-28H, éstas presentan claramente una zona de fluencia, en donde una vez alcanzado el límite elástico o tensión de fluencia, la probeta empieza a deformarse plásticamente bajo tensión constante.

En el caso de todos los aceros de alta resistencia, como es la calidad o grado A63-42H, es normal que el fenómeno de fluencia a tensión constante se observe menos marcado que en los aceros de menor resistencia.

Gráfico 1.2.3.1**Curvas Tensión-Deformación Barras de Refuerzo Gerdau AZA para Hormigón**

Fuente: Laboratorio de Ensayos IDIEM

Otra importante característica, en especial en el comportamiento sísmico del hormigón armado en la flexión, es que la norma oficial chilena NCh204.0f77 establece que en los aceros calidad A63-42H debe cumplirse, además, una razón $F_u/F_y \geq 1,33$.

No obstante, cabe mencionar que a la fecha de publicación del presente manual, la norma chilena NCh204.0f77 vigente, se encuentra en la etapa de revisión y estudio, por parte de la división de normas del Instituto Nacional de Normalización (INN).

Se estima que la nueva versión oficial de la norma NCh204, será publicada y estará disponible durante el transcurso del último trimestre del año 2006.

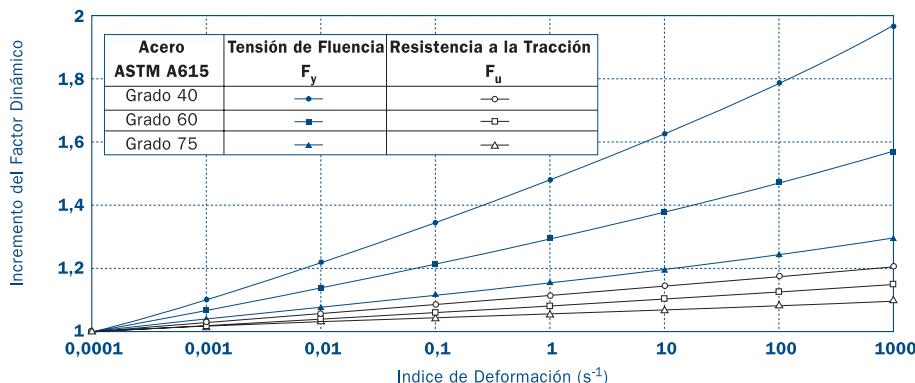
Este ensayo consiste en aplicar una carga en el sentido longitudinal de la barra (monotónica) a una velocidad muy baja (cuasiestático) hasta que se produzca la rotura de ésta. Así, se obtiene la tensión de fluencia, resistencia a la tracción, alargamiento a la ruptura, módulo de elasticidad, etc. La velocidad de este tipo de ensayos es del orden de $0,0001[s^{-1}]$.

Sin embargo, según Lowes¹, en el caso que estas barras sean sometidas a solicitudes de tipo sísmico, estarían sometidas a velocidades de deformación del orden de $0,3 [s^{-1}]$ muy superiores a las condiciones de laboratorio. Bajo estas circunstancias, las propiedades mecánicas de los materiales presentan cambios respecto de las condiciones de baja velocidad de ensayo.

1.2.4 Comportamiento de las Barras de Refuerzo a Velocidades Elevadas de Deformación

Usualmente, el comportamiento de los materiales se caracteriza mediante ensayos de laboratorio bajo condiciones controladas. En el caso de las barras de refuerzo para hormigón, las propiedades mecánicas que las caracterizan en las distintas normas se determinan mediante un ensayo de tracción.

Según lo expuesto por Malvar y Crawford², para velocidades de $0,3 [s^{-1}]$ es posible esperar que barras equivalentes a la calidad A63-42H aumenten en un 26% en la Tensión de Fluencia (F_y) y en un 8% en la Resistencia a la Tracción (F_u). Esto se puede observar en el gráfico 1.2.4, el cual representa un caso particular.

Gráfico 1.2.4**Factores de Incremento Dinámico para barras de acero ASTM A615 grados 40 y 60 y 75**

Nota: El grado 60 ASTM, es equivalente a la calidad A63-42H de la NCh 204.0f77

De lo anterior se puede inferir que al aumentar la velocidad de deformación de las barras de refuerzo hasta niveles equivalentes a los observados en sismos, podemos esperar que el cuociente de la Resistencia a la Tracción (F_u) y de la Tensión de Fluencia (F_y) disminuya respecto de los ensayos de laboratorio.

Utilizando las curvas propuestas por Malvar & Crawford², podemos calcular que para una barra que tiene un cuociente de Resistencia a la Tracción (F_u) y de Tensión de Fluencia (F_y) de 1,33 bajo condiciones de baja velocidad de deformación (requisito mínimo para la barra A63-42H en la actualidad en Chile), llegaremos a tener un cuociente de 1,14 bajo velocidades de deformación similares a las que se encuentran en los sismos.

Por el contrario, una barra que tiene un cuociente de Resistencia a la Tracción (F_u) y de Tensión de Fluencia (F_y) de 1,25 bajo condiciones de baja velocidad de deformación (requisito mínimo para la barra según ASTM A706), llegaremos a tener un cuociente de sólo 1,08 bajo velocidades de deformación similares a las que se encuentran en los sismos.

El cálculo anterior, para el ejemplo de un caso particular, que se encuentra detallado en la tabla 1.2.4 muestra que valores del cuociente de Resistencia a la Tracción (F_u) y de Tensión de Fluencia (F_y), que en condiciones ideales de laboratorio pueden parecer conservadores y holgados, bajo condiciones reales pueden entregar márgenes de seguridad relativamente bajos.

Tabla 1.2.4
Propiedades Mecánicas Dinámicas Barras A63-42H y ASTM A706 Mediante el Uso de Factores de Incremento Dinámico

Grado del acero	Propiedades Estáticas a 0,0001 [s⁻¹]			Propiedades Dinámicas a 0,3 [s⁻¹]		
	Tensión de Fluencia (F_y) MPa	Resistencia a la Tracción (F_u) MPa	F_u / F_y	Tensión de Fluencia (F_y) MPa	Resistencia a la Tracción (F_u) MPa	F_u / F_y
A63-42H	475	634	1,33	599	685	1,14
ASTM A706	475	596	1,25	599	644	1,08

De acuerdo a lo expuesto, es posible concluir que las propiedades mecánicas exigidas para las barras de refuerzo para hormigón por las normas, son válidas para condiciones o exigencias estáticas o cuasiestáticas. Esto representa muy bien el comportamiento de los materiales para aplicaciones que no estarán sometidos a condiciones dinámicas, por ejemplo; las barras instaladas en una construcción que no enfrentará condiciones extremas de energía cinética como sismos, viento o explosiones.

En el caso que una estructura deba eventualmente exponerse a condiciones extremas como las

mencionadas anteriormente, el comportamiento de los materiales será distinto a los establecido en laboratorio.

En el caso del cuociente de la Resistencia a la Tracción (F_u) y de Tensión de Fluencia (F_y), que representa la capacidad de absorción de energía antes de la falla³, éste disminuye en un 57,6% para barras tipo A63-42H y un 68,0% para barras tipo ASTM A706.

Lo anterior, sumado o no a factores de diseño, puede implicar una capacidad reducida para enfrentar situaciones severas de liberación de energía que finalmente puede resultar en el colapso de las estructuras.

Bibliografía:

- 1 Lowes, L. N.: "Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Beam-Column Bridge Connections"; PhD Dissertation Thesis, University of California, Berkeley; 1999
- 2 Malvar, L. J. & Crawford, J. E.: "Dynamic Increase Factors for Steel Reinforcing Bars"; Twenty-Eighth DDESB Seminar, Orlando, FL, August 1998.
- 3 Morales, E. M.: "Significance of the Ratio of Tensile Strength to Yield Stress (TS/YS) of Reinforcing Bars" CAST '98 Conference on Concrete Art, Science & Technology; Edsa Plaza Hotel, Mandaluyong City, Philippines (June 5-6, 1998)

1.2.5 Características del Acero de Refuerzo Gerdau AZA para Hormigón

de refuerzo para hormigón, usados corrientemente en la construcción.

En la tabla 1.2.5.1 se incluyen los diámetros normales nominales y pesos nominales de las barras de acero

Tabla 1.2.5.1

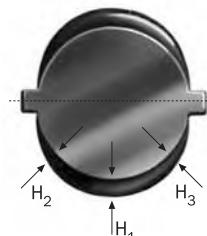
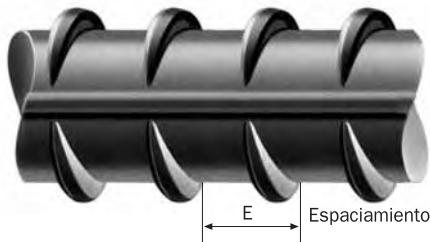
Diámetros Nominales Normales y Masas Nominales de las Barras de Refuerzo Gerdau AZA para Hormigón

Características Nominales				Dimensiones de los resalte		
Diámetro ⁽¹⁾ ϕ	Sección ⁽²⁾ S_n	Perímetro ⁽³⁾ P_n	Masa ⁽⁴⁾ M_n	Espaciamiento medio E máximo	Altura media H mínima	Ancho base A máxima
mm	cm ²	cm	kg/m	mm	mm	mm
6	0,283	1,89	0,222	-	-	-
8	0,503	2,51	0,395	5,6	0,32	2,0
10	0,785	3,14	0,617	7,0	0,40	2,5
12	1,13	3,77	0,888	8,4	0,48	3,0
16	2,01	5,03	1,58	11,2	0,64	4,0
18	2,54	5,65	2,00	12,6	0,72	4,5
22	3,80	6,91	2,98	15,4	1,10	5,5
25	4,91	7,85	3,85	17,5	1,25	6,25
28	6,16	8,80	4,83	19,6	1,40	7,0
32	8,04	10,05	6,31	22,4	1,60	8,0
36	10,2	11,31	7,99	25,2	1,80	9,0

Norma chilena NCh 204.0f77: Barras laminadas en caliente para hormigón armado:

- El diámetro nominal se determina a través de la masa lineal de las barras, de acuerdo a la expresión $\phi = 12,74\sqrt{M}$. Donde ϕ = diámetro de la barra (mm) y M = masa lineal (kg/m), la cual acepta una tolerancia de $\pm 6\%$ para una barra con resalte individual.
- Sección nominal S_n (cm²) = $0,7854 \frac{\phi^2}{100} (\phi \text{ en mm})$
- Perímetro nominal P_n (cm) = $3,1416 \frac{\phi}{10} (\phi \text{ en mm})$
- Masa nominal M_n (kg/m) = $0,785 S_n$ (S_n en cm²)

Barra de Refuerzo AZA para Hormigón



En la siguiente tabla, se describe en forma detallada la especificación normal para la entrega. No obstante lo anterior, Gerdau AZA puede suministrar otros largos de barras, incluso mayores a 12 m, los cuales estarán sujetos a consulta previa.

Tabla 1.2.5.2
Especificación de la Entrega

Diámetro de la barra ϕ mm	Rollo				Barras rectas	
	Diámetro interior ⁽¹⁾ cm	Diámetro exterior ⁽²⁾ cm	Peso aproximado kg	Largo aproximado m	Largos fijos ⁽³⁾ m	
6	80	125	1.500	6.757	6 y 12	
8	80	125	1.500	3.797	6-7*8*-9*-10*-11* y 12	
10	80	125	1.500	2.431	6-7*8*-9*-10*-11* y 12	
12	80	125	1.500	1.689	6-7*8*-9*-10*-11* y 12	
16					6-7*8*-9*-10*-11* y 12	
18					6-7*8*-9*-10*-11* y 12	
22					6-7*8*-9*-10*-11* y 12	
25					6-7*8*-9*-10*-11* y 12	
28					6-7*8*-9*-10*-11* y 12	
32					6-7*8*-9*-10*-11* y 12	
36					6-7*8*-9*-10*-11* y 12	

(1) Diámetro mínimo del rollo

(2) Diámetro máximo del rollo

(3) Otros largos especiales estarán sujetos a previa consulta a Gerdau AZA

(*)Las barras de 7 a 11 m de largo, serán a pedido



Barras.



Rollo.

1.2.6 Certificado de Calidad

A requerimiento del ingeniero estructural responsable del proyecto, el arquitecto, la empresa constructora o del inspector técnico, Gerdau AZA, está en condiciones y dispuesta a entregar, sin costo adicional, un Certificado de Calidad del Acero de Refuerzo para Hormigón, emitido por el Instituto de Investigaciones y Ensaye de Materiales de la Universidad de Chile (IDIEM) que permite certificar y autorizar el uso de las partidas de acero de refuerzo en obras de hormigón armado.

Se recomienda a quién recibe las barras en la obra, que exija a sus proveedores las partidas identificadas de acero con sus respectivas etiquetas. De esta forma, ante cualquier duda posterior, se facilitará chequear la certificación entregada, con el material respectivo.

Importante: En el caso de barras de origen o procedencia desconocida, se deberá tomar la precaución de verificar que la información del certificado de calidad sea coincidente con los datos contenidos en las etiquetas de los atados o paquetes de barras recibidos.

A continuación, se presenta un facsímil de certificado de calidad, emitido por el IDIEM, el que describe los controles necesarios a que son sometidas las barras de acero de refuerzo para hormigón, y los resultados obtenidos en los ensayos.

 UNIVERSIDAD DE CHILE Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas		 IDIEM																							
INFORME DE ENSAYO Nro. 408785 - 15																									
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%;">CLIENTE</td> <td>: GERDAU AZA S.A.</td> </tr> <tr> <td>DIRECCIÓN CLIENTE</td> <td>: La Unión 3070 , Renca - Santiago</td> </tr> <tr> <td>LABORATORIO</td> <td>: Laboratorio Idiem Colina</td> </tr> <tr> <td>DIRECCIÓN LABORATORIO</td> <td>: Panamericana Norte km.19 - Colina</td> </tr> <tr> <td>CONTROL Nro.</td> <td>: 16</td> </tr> <tr> <td>FECHA DE PRODUCCIÓN</td> <td>: 25.7.2006</td> </tr> <tr> <td>PRODUCCIÓN CONTROLADA</td> <td>: 53,181 kg</td> </tr> <tr> <td>DIÁMETRO NOMINAL</td> <td>: 16 mm</td> </tr> <tr> <td>CALIDAD</td> <td>: A63-42H (Barra con resaltes)</td> </tr> <tr> <td>TURNO</td> <td>: Dia</td> </tr> <tr> <td>COLADA</td> <td>: 38040</td> </tr> </table>				CLIENTE	: GERDAU AZA S.A.	DIRECCIÓN CLIENTE	: La Unión 3070 , Renca - Santiago	LABORATORIO	: Laboratorio Idiem Colina	DIRECCIÓN LABORATORIO	: Panamericana Norte km.19 - Colina	CONTROL Nro.	: 16	FECHA DE PRODUCCIÓN	: 25.7.2006	PRODUCCIÓN CONTROLADA	: 53,181 kg	DIÁMETRO NOMINAL	: 16 mm	CALIDAD	: A63-42H (Barra con resaltes)	TURNO	: Dia	COLADA	: 38040
CLIENTE	: GERDAU AZA S.A.																								
DIRECCIÓN CLIENTE	: La Unión 3070 , Renca - Santiago																								
LABORATORIO	: Laboratorio Idiem Colina																								
DIRECCIÓN LABORATORIO	: Panamericana Norte km.19 - Colina																								
CONTROL Nro.	: 16																								
FECHA DE PRODUCCIÓN	: 25.7.2006																								
PRODUCCIÓN CONTROLADA	: 53,181 kg																								
DIÁMETRO NOMINAL	: 16 mm																								
CALIDAD	: A63-42H (Barra con resaltes)																								
TURNO	: Dia																								
COLADA	: 38040																								
<small>Resultados de ensayos según:</small> <input checked="" type="checkbox"/> NCh200.0F72 Productos metálicos - Ensayo de tracción <input type="checkbox"/> NCh201.0F68 acero - Ensayo de doblado de planchas de espesor superior o igual a 3 mm. barras y perfiles																									
Tabla N°1: Resultados ensayos mecánicos																									
Probeta Nº	Tensión		Razón Rm/Re	Alargamiento de Ruptura %	Dobladura en Frío B/M																				
	Fluencia(Re) MPa	Máxima(Rm) MPa																							
1	506	768	1.52	15.0	B																				
2	496	755	1.52	15.0	B																				
3	509	769	1.51	14.5	B																				
OBSERVACIONES :																									
DECLARACIÓN :Las probetas ensayadas pertenecientes a la colada 38040 cumplen los requisitos de la norma NCh204.0F77 Acero - Barras laminadas en caliente para hormigón armado																									
 Vladimir Torres F. Jefe de Sección IDIEM Investigación y Ensayos de Estructuras																									
FECHA ENSAYO : 25.07.2006 FECHA INFORME: 25.07.2006																									
PLAZA ERCILLA 883 - Casilla 1420 - Santiago • Fones: (56-2) 696 7238 - 978 4151 • Fax: (56-2) 671 8979 http://www.idiem.uchile.cl • e-mail: idiem@idiem.uchile.cl																									

Certificado de Calidad IDIEM barras para hormigón.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1 Fisuración

2.2 Factores de Carga

2.3 Factores de Reducción de Resistencia (ϕ)

2.4 Flexión y Carga Axial

2.1 FISURACION

En el código ACI 318-95 se establecen reglas para la distribución de la armadura por flexión, a fin de controlar el agrietamiento en vigas y losas en una dirección. Para este efecto se define la siguiente cantidad que limita la armadura por flexión:

$$z = f_s \sqrt[3]{d_c A} [10^{-3} \text{ MN/m}]$$

[2-1]

Donde:

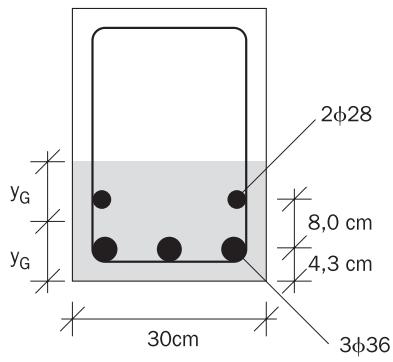
f_s : tensión de servicio ; [MPa]

d_c : espesor del recubrimiento de hormigón, medido desde la fibra extrema en tracción al centro de la barra más cercana, [mm]

A : área total efectiva del hormigón a tracción que tiene el mismo centroide que la armadura, dividida por el número de barras, [mm^2]

$f_s = M_s / (A_s j_d) \leq 0,6 f_y$ [MPa] ; j_d es el brazo palanca interno. M_s corresponde al momento de servicio, es decir sin mayorar

Ejemplo para calcular A :



Arm	y [cm]	área [cm²]	y * área [cm³]
3φ36	4,3	30,54	131,3
2φ28	12,3	12,32	151,5
Σ	-	42,86	282,8

$$y_G = \frac{282,8}{42,86} = 6,6 \text{ cm}$$

$$\text{Nº barras} = \frac{\text{A total}}{\text{A barra } \phi \text{ mayor}}$$

$$= \frac{42,86}{\text{A } 1\phi 36} = \frac{42,86}{10,18} = 4,21$$

$$A = \frac{2y_G * b}{\text{Nº barras}} = \frac{2 * 6,6 * 30}{4,21} = 94,1 \text{ cm}^2$$

Para controlar la fisuración, z debe cumplir con:

1. Para armadura con $f_y \geq 280$ Mpa, las secciones transversales de momentos máximos positivos y negativos de vigas deben cumplir con:

$$z \leq \begin{cases} 30 \text{ MN/m para exposición interior} \\ 25 \text{ MN/m para exposición exterior} \end{cases}$$

2. Para losas armadas en una dirección, los límites serán:

$$z \leq \begin{cases} 27 \text{ MN/m para exposición interior} \\ 22 \text{ MN/m para exposición exterior} \end{cases}$$

Desde el año 1999, el código ACI 318 (sección 10.6.4) no utiliza la ecuación [2-1]. En cambio propone, a modo de controlar la fisuración, que el espaciamiento s (mm) de la armadura más cercana a la superficie en tracción no debe ser mayor que el dado por:

$$s = \frac{96.000}{f_s} - 2,5 c_c \leq \frac{75.000}{f_s} \quad [2-2]$$

Donde:

s : espaciamiento de la armadura más cercana a la superficie en tracción, [mm]

c_c : recubrimiento libre desde la superficie más cercana en tracción a la superficie de la armadura, [mm]

f_s : tensión de servicio, [MPa]

La expresión [2-2] está propuesta para ser usada en losas.

2.2 FACTORES DE CARGA

Los principales factores de carga que consideran las últimas versiones del código ACI 318 son:

Tabla 2-1 Factores de Carga		
	ACI 318-99	ACI 318-02 y ACI 318-05
C.1	$U = 1,4 D + 1,7 L$	$U = 1,2 D + 1,6 L$
C.2	$U = 1,4 D + 1,4 L \pm 1,4 E$	$U = 1,4 D + 1,4 L \pm 1,4 E$
C.3	$U = 0,9 D \pm 1,4 E$	$U = 0,9 D \pm 1,4 E$
C.4	$U = 0,75 (1,4 D + 1,7 L + 1,7 W)$	$U = 1,2 D + 1,0 L + 1,3 W$
C.5	$U = 0,9 D + 1,3 W$	$U = 0,9 D + 1,6 W$

Donde:

D : cargas permanentes

E : cargas sísmicas

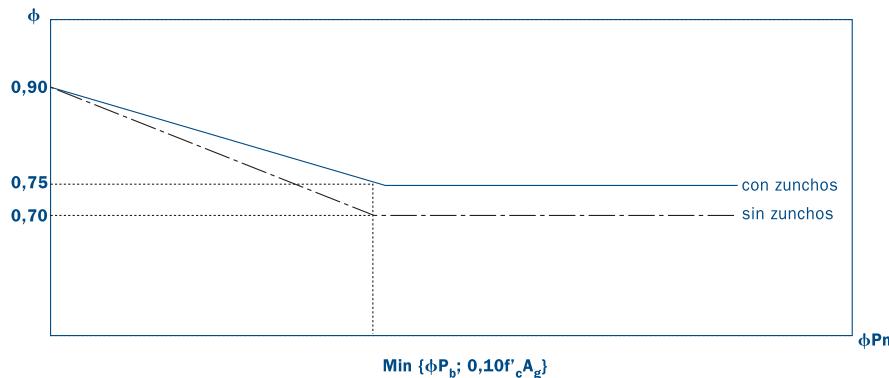
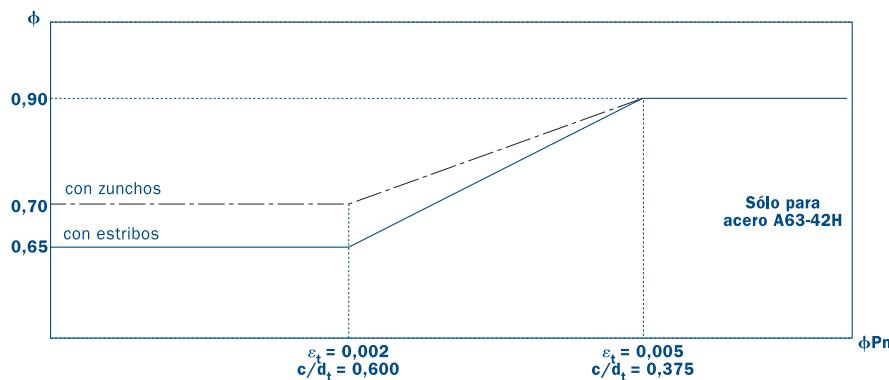
L : sobrecargas

W : cargas por viento

U : solicitudes mayoradas

2.3 FACTORES DE REDUCCIÓN DE RESISTENCIA (ϕ)

Tabla 2-2 Factores de Reducción de Resistencia (ϕ)		
	ACI 318-99	ACI 318-02 y ACI 318-05
Flexión Simple y Tracción	0,90	ver fig. (2-2)
Compresión (con zunchos)	0,75	0,70
Compresión (con estribos)	0,70	0,65
Corte y Torsión	0,85	0,75
Corte Sísmico	0,60	0,60

Figura 2-1
Flexo-compresión (ACI 318-99)

Figura 2-2
Flexo-compresión (ACI 318-02) y (ACI 318-05)


Donde:

f'_c : resistencia especificada a la compresión del hormigón

A_g : área gruesa de la sección de hormigón

P_b : resistencia nominal a carga axial, en condición de balance

ε_t : deformación unitaria del acero extremo en tracción

c : distancia desde la fibra extrema en compresión al eje neutro

d_t : distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el acero más traccionado

2.4 FLEXION Y CARGA AXIAL

A continuación, se definen:

ε_t = deformación unitaria neta de tracción en el acero más traccionado.

ε_{t1} = límite de deformación unitaria controlada por compresión.

ε_{t2} = límite de deformación unitaria controlada por tracción.

Según ACI 318-02 y ACI 318-05 (secciones 10.3.3 y 10.3.4), si:

$\varepsilon_t \leq \varepsilon_{t1}$, la sección de hormigón es controlada por compresión

$\varepsilon_t \leq \varepsilon_{t2}$, la sección de hormigón es controlada por tracción

$\varepsilon_{t1} \leq \varepsilon_t \leq \varepsilon_{t2}$, la sección de hormigón está en una zona de transición entre ambos casos anteriores.

Las secciones controladas por compresión, se espera que tengan una condición de falla frágil. Mientras que, cuando las secciones son controladas por tracción, se espera que tengan una condición de falla dúctil.

La sección 10.3.3 permite para aceros A63-42H fijar $\varepsilon_{t1} = 0,002$; y para todos los tipos de acero (pretensado y no pretensado) $\varepsilon_{t2} = 0,005$. En general $\varepsilon_{t1} = \varepsilon_y$; que es la deformación para una condición de balance.

Además, la sección 10.3.5, para asegurar un comportamiento dúctil en la falla, establece que para elementos no pretensados en flexión y flexocompresión (con carga axial menor a $0,10 f'_c A_g$), $\varepsilon_t \geq 0,004$ (para resistencia nominal). Lo anterior viene a reemplazar el límite máximo de la cuantía de acero en tracción $p_{max} = 0,75 p_b$; donde p_b es la cuantía de acero en condición balanceada.

En una sección transversal, se entiende que existe una condición de balance cuando la deformación de la fibra extrema a compresión alcanza el valor de deformación última ($\varepsilon_{cu} = 0,003$), al mismo tiempo que la armadura a tracción alcanza su primera deformación en fluencia ($\varepsilon_y = f_y / E_s$).

Capítulo 3

Diseño en Flexión

3.1 Flexión en Vigas Rectangulares (con y sin carga axial)

3.2 Flexión Simple en Vigas T

3.3 Armadura Mínima para Vigas Sometidas a Flexión

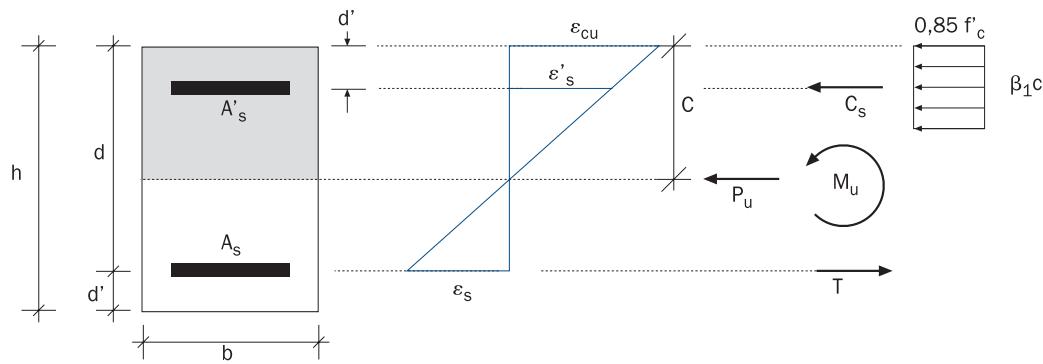
3.1 FLEXION EN VIGAS RECTANGULARES (CON Y SIN CARGA AXIAL)

Generalmente las vigas están sometidas a flexión simple. No obstante, las ecuaciones en esta sección apuntan al caso de flexocompresión que es más general.

Para el caso de flexión simple, basta con reemplazar $P_u = 0$.

Figura 3-1

Flexión en Vigas Rectangulares



h : altura total de la sección

d : altura útil de la sección

d' : recubrimiento de la armadura

b : ancho de la sección

c : profundidad de la línea neutra

ε_s : deformación unitaria al nivel del centroide de la armadura traccionada

ε'_s : deformación unitaria al nivel del centroide de la armadura comprimida

ε_{cu} : deformación unitaria de la fibra extrema en compresión, en estado último

A_s : área de armadura longitudinal traccionada

A'_s : área de armadura longitudinal comprimida

f'_c : resistencia especificada a la compresión del hormigón

M_u : momento solicitante mayorado

ϕM_n : momento nominal resistente

M_{eu} : momento equivalente mayorado con respecto al centroide de armadura traccionada

P_u : esfuerzo axial solicitante mayorado (compresión)

ϕP_n : resistencia nominal a la compresión

$T = A_s f_y$: tracción que resiste el acero

$C_c = 0,85 f'_c b \beta_1 c$: compresión que resiste el hormigón

$C_s = A'_s f'_s$: compresión que resiste el acero

3.1.1 Condición de Diseño

$$M_{eu} \leq \phi M_n$$

$$P_u \leq \phi P_n$$

Donde: $M_{eu} = M_u + P_u \left(d - \frac{h}{2} \right)$; es el momento equivalente con respecto al centroide de la armadura traccionada

3.1.2 Equilibrio de Cargas Axiales

$$P_u = \phi (C_c + C_s - T) / : \phi$$

$$\frac{P_u}{\phi} = 0,85 f'_c b \beta_1 c + A'_s f'_s - A_s f_y / : (0,85 f'_c b d)$$

$$\frac{P_u}{\phi 0,85 f'_c b d} = \beta_1 \frac{c}{d} + \frac{A'_s f_y}{0,85 f'_c b d} * \frac{f'_s}{f_y} + \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b d}$$

Definiendo:

$$U_c = 0,85 f'_c b d ; \xi = \frac{c}{d} ; \omega = \frac{A_s f_y}{U_c} ; \omega' = \frac{A'_s f_y}{U_c} ; v = \frac{P_u}{\phi U_c}$$

Suponiendo $f'_s = f_y$. (lo cual ocurre en la mayoría de los casos), la ecuación queda:

$$v = \beta_1 \xi + \omega' - \omega \quad [3-1]$$

3.1.3 Equilibrio de Momentos (respecto al centroide de la armadura traccionada)

$$M_{eu} = \phi \left\{ C_c \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + C_s (d - d') \right\}$$

$$M_{eu} = \phi \left\{ 0,85 f'_c b \beta_1 c \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + A'_s f'_s (d - d') \right\} / : (\phi U_c d)$$

Manteniendo el supuesto que $f'_s = f_y$:

$$\frac{M_{eu}}{\phi U_c d} = \beta_1 \frac{c}{d} \left(1 - \frac{\beta_1 c}{2d} \right) + \frac{A'_s f_y}{U_c} * \left(1 - \frac{d'}{d} \right)$$

Definiendo además:

$$\delta' = \frac{d'}{d}; \quad \mu = \frac{M_{eu}}{\phi U_c d} \quad (\text{reemplazar } M_{eu} \text{ por } M_u \text{ en el caso de flexión simple})$$

La ecuación queda:

$$\mu = \beta_1 \xi \left(1 - \frac{\beta_1 \xi}{2} \right) + \omega' (1 - \delta') \quad [3-2]$$

3.1.4 Deformaciones Unitarias

Del diagrama de deformaciones (ver figura 3-1) y considerando $\varepsilon_{cu} = 0,003$ (en estado último), se puede establecer que:

$$\frac{0,003}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{\varepsilon'_s}{c-d} / * \frac{1}{\frac{1}{d}}$$

$$\frac{0,003}{\xi} = \frac{\varepsilon_s}{1-\xi} = \frac{\varepsilon'_s}{\xi-\delta'}$$

De donde obtenemos las siguientes relaciones:

$$\xi = \frac{0,003}{0,003 + \varepsilon_s} \quad [3-3]$$

$$\varepsilon'_s = \frac{0,003 (\xi - \delta')}{\xi} \quad [3-4]$$

$$\varepsilon_s = \frac{0,003 (1 - \xi)}{\xi} \quad [3-5]$$

Para verificar si la armadura a compresión está fluyendo o no, usamos la ley de Hooke:

$$f'_s = E_s \varepsilon'_s \leq f_y [\text{MPa}] \quad [3-6]$$

Donde:

E_s : es la elasticidad del acero; = 200.000 MPa.

3.1.5 Valores de ξ_{lim} y μ_{lim}

La sección 10.3.5 del ACI 318-02 y ACI 318-05, para elementos no pretensados en flexión propone controlar la cuantía de acero a tracción imponiendo la restricción $\varepsilon_s \geq 0,004$; y que el momento sea compensado usando armadura a compresión, en conjunto con la armadura a tracción.

Para ello se define un valor límite para μ (μ_{lim}) tal que para valores de $\mu \leq \mu_{lim}$ se desprecie la armadura a compresión ($\omega' = 0$).

En tal caso $\mu = \mu_{lim}$, cuando $\varepsilon_s = 0,004$.

Reemplazando este valor de ε_s en la ecuación [3-3]:

$$\xi_{lim} = \frac{0,003}{0,003 + 0,004} = 0,4286 \text{ (para cualquier tipo de acero no pretensado).}$$

Considerando $\xi = \xi_{lim}$ e imponiendo que $\omega' = 0$, en la ecuación [3-2]:

$$\mu_{lim} = \beta_1 \xi_{lim} \left(1 - \frac{\beta_1 \xi_{lim}}{2} \right) \quad [3-7]$$

El factor de distribución rectangular de esfuerzos de compresión en el hormigón β_1 , queda dado por:

$$\beta_1 = \begin{cases} 0,85 & ; f'_c < 30 \text{ MPa} \\ 0,85 - 0,008 * (f'_c - 30); 30 \leq f'_c \leq 55 \text{ (MPa)} \\ 0,65 & ; f'_c > 55 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\text{Si } \beta_1 = 0,85 \longrightarrow \mu_{lim} = 0,85 * 0,4286 * \left(1 - \frac{0,85 * 0,4286}{2} \right) = 0,2979 \text{ (Para } f'_c < 30 \text{ MPa)}$$

En el ACI 318-99; ξ_{lim} , con f_y en MPa, queda dado por:

$$\xi_{lim} = 0,75 * \left(\frac{600}{600 + f_y} \right) \quad [3-8]$$

En la ecuación [3-8], ξ_{lim} está dado por el 75% del valor de ξ en condiciones de balance.

$$\text{Si } f_y = 420 \text{ Mpa} \longrightarrow \xi_{lim} = 0,75 * \left(\frac{600}{600 + 420} \right) = 0,4412$$

$$\text{Si } \beta_1 = 0,85 \rightarrow \mu_{\text{lim}} = 0,85 * 0,4412 * \left(1 - \frac{0,85 * 0,4412}{2}\right) = 0,3047$$

3.1.6 Cálculo de ϕ en Flexocompresión

El valor de ϕ en Flexocompresión, según los Códigos ACI 318-02 y ACI 318-05, depende de la calidad del acero y puede ser calculado en función que depende de ε_s , o equivalentemente en función de ξ .

Para el acero A44-28H:

$$\phi = 69,444 \varepsilon_s + 0,553 \quad [3-9]$$

$$\phi = \frac{0,208}{\xi} + 0,345 \quad [3-10]$$

Para el acero A63-42H:

$$\phi = 83,333 \varepsilon_s + 0,483 \quad [3-11]$$

$$\phi = \frac{0,250}{\xi} + 0,233 \quad [3-12]$$

Independiente que no haya carga axial, las ecuaciones [3-9], [3-10], [3-11] y [3-12] siguen siendo válidas.

Además, ϕ debe cumplir con: $0,65 \leq \phi \leq 0,90$ (con estribos)

$0,70 \leq \phi \leq 0,90$ (con zunchos)

Claramente se aprecia que para diseñar es necesario iterar, ya que:

$$\phi = \phi(\xi); \quad \mu = \mu(\phi); \quad \xi = \xi(\mu)$$

En cambio, según ACI 318-99, para Flexocompresión:

$$\phi = 0,9 \cdot \frac{2 P_u}{f'_c A_g} \geq 0,7 \quad [3-13]$$

Si se trata de Flexión Simple ($P_u = 0$); $\phi = 0,9$

3.1.7 Ecuaciones para Calcular A_s y A'_s

Si $\mu \leq \mu_{\text{lim}} \rightarrow \omega' = 0$ [3-14]

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{\beta_1} \quad [3-15]$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} \cdot v \quad [3-16]$$

Si $\mu > \mu_{\text{lim}} \rightarrow \omega' = \frac{\mu - \mu_{\text{lim}}}{1 - \delta'}$ [3-17]

$$\xi = \xi_{\text{lim}} \quad [3-18]$$

$$\omega = \beta_1 \xi_{\text{lim}} + \omega' \cdot v \quad [3-19]$$

A partir de las variables adimensionales ω y ω' , se pueden conocer A_s y A'_s , respectivamente.

Dado que según el ACI 318-05 es necesario iterar para conocer el valor de ϕ :

$$\phi = \phi(\xi) ; \quad \mu = \mu(\phi) ; \quad \xi = \xi(\mu)$$

Entonces se propone iniciar con $\xi = \xi_{\text{lim}}$; y seguir los siguientes pasos:

1º Dado ξ , calcular ϕ

2º Conocido ϕ , calcular μ

3º Conocido μ , calcular ξ

4º Si el nuevo valor de ξ difiere bastante del valor anterior, repetir los pasos 1º, 2º y 3º; hasta que ϕ converja

5º Finalmente, usar las ecuaciones correspondientes para calcular A_s y A'_s

Diagrama de Flujo para Diseño de Flexión en Vigas Rectangulares (Con y Sin Carga Axial)
ACI 318-02 y ACI 318-05

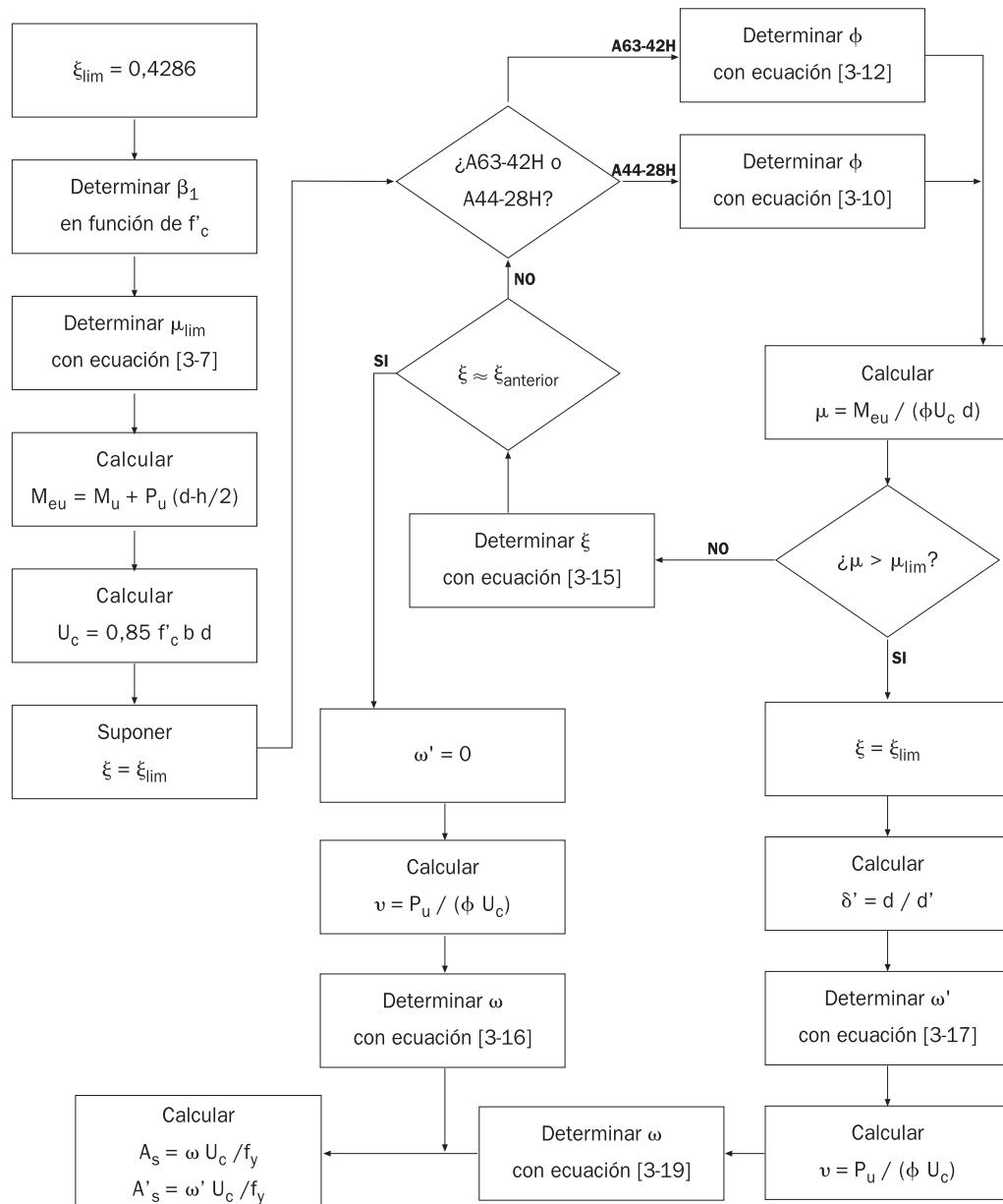
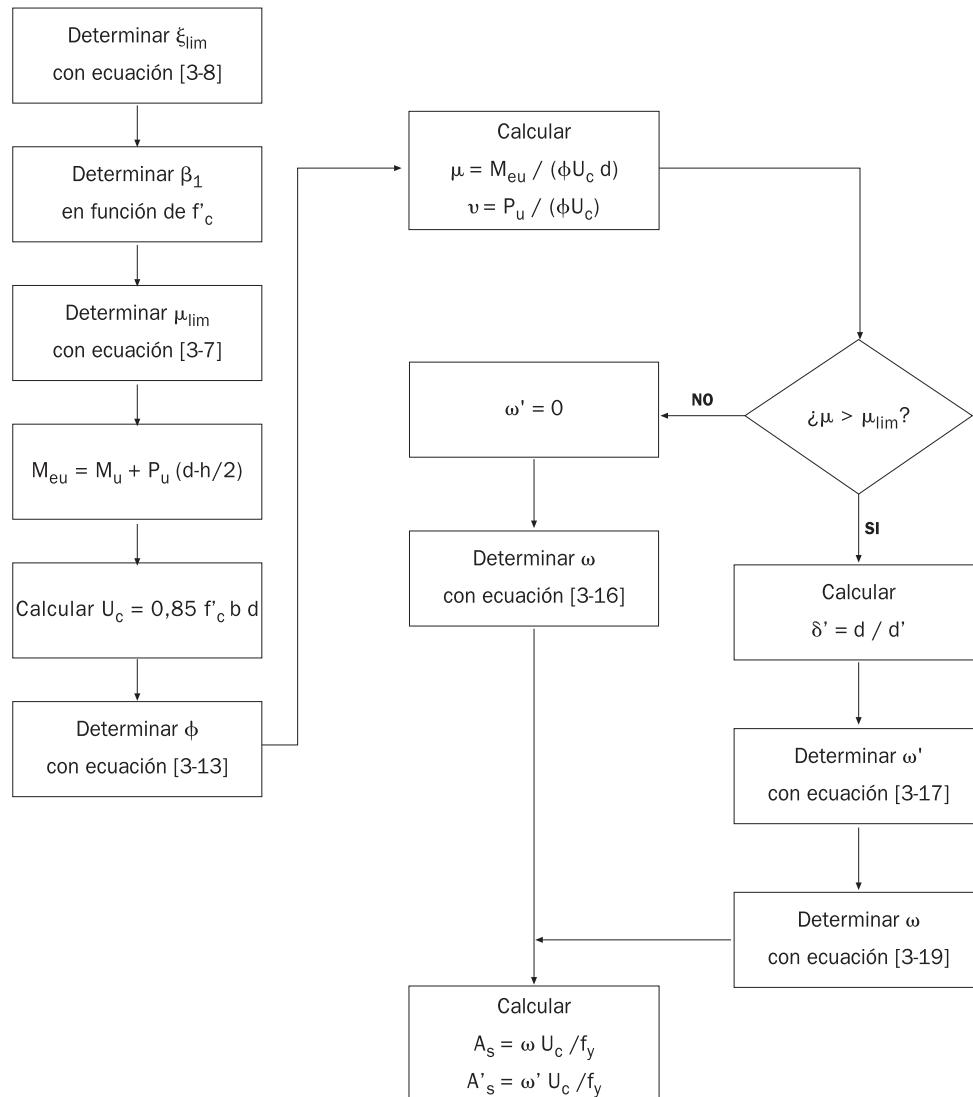


Diagrama de Flujo para Diseño de Flexión en Vigas Rectangulares (Con y Sin Carga Axial)
ACI 318-99

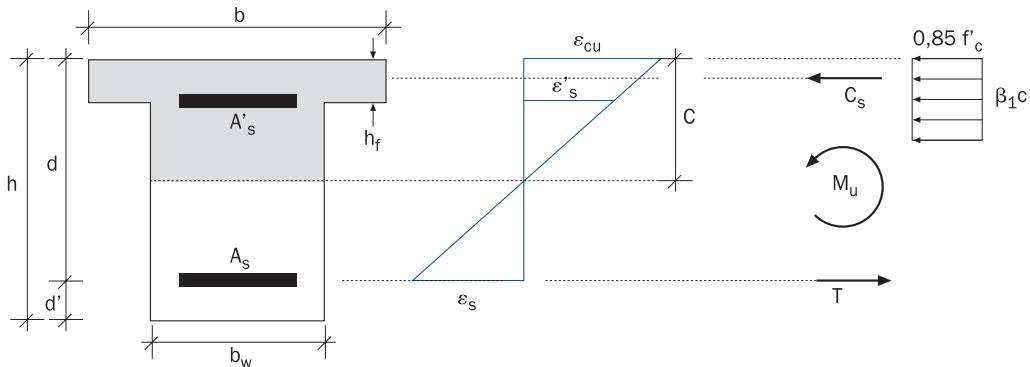


3.2 FLEXIÓN SIMPLE EN VIGAS T

En esta sección no se analizarán vigas L (aquellas con sólo un ala).

Figura 3-2

Flexión Simple en Vigas T



Donde:

- h : altura total de la sección
- hf : espesor de la losa
- d : altura útil de la sección
- d' : recubrimiento de la armadura
- b : ancho efectivo del ala de la sección
- b_w : es el ancho del alma de la sección
- c : profundidad de la línea neutra
- ε_s : deformación unitaria al nivel del centroide de la armadura traccionada
- ε'_s : deformación unitaria al nivel del centroide de la armadura comprimida
- ε_{cu} : deformación unitaria de la fibra extrema en compresión, en estado último
- f'_c : resistencia especificada a la compresión del hormigón
- A_s : área de armadura longitudinal traccionada
- A'_s : área de armadura longitudinal comprimida
- M_u : momento solicitante mayorado
- ϕM_n : momento nominal resistente
- T = A_s f_y : tracción que resiste el acero
- C_s = A'_s f'_s : compresión que resiste el acero
- C_c = 0,85 f'_c [β₁ c b_w + hf(b - b_w)] : compresión que resiste el hormigón

3.2.1 Restricciones del Ancho Efectivo del Ala

$$b \leq \frac{\text{Luz viga}}{4}$$

$$\frac{b - b_W}{2} \leq 8h_f$$

$$\frac{b - b_W}{2} \leq \frac{\text{distancia libre entre almas}}{2}$$

3.2.2 Condición de Diseño

$$M_u \leq \phi M_n$$

3.2.3 Equilibrio de Cargas Axiales

$$0 = 0,85 f'_c [\beta_1 c b_w h_f (b - b_w)] + A'_s f'_s + A_s f_y \quad [3-20]$$

3.2.4 Equilibrio de Momentos (con respecto al centroide de la armadura traccionada)

$$M_u = \phi \left\{ 0,85 f'_c \left[\beta_1 c b_w \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + h_f (b - b_w) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right] + A'_s f'_s (d - d') \right\} \quad [3-21]$$

3.2.5 Procedimiento para Calcular A_s y A'_s

Si el momento es negativo, o es positivo pero con $a = \beta_1 c \leq h_f$, entonces la viga se comporta como viga rectangular.

En el caso que la viga se comporte como T, entonces se define:

M_{lim} : Es el momento máximo que resiste la sección T sin usar armadura a compresión.

Para la condición en que la resistencia nominal a la flexión sea igual a M_{lim} , se cumple que:

$$\xi = \xi_{lim}; \quad c = \xi_{lim} d \quad (\text{ver definición de } \xi_{lim} \text{ en la sección 3.1.5})$$

$$A_s' = 0$$

y, $\phi = \phi(\xi_{lim})$, para ello, usar la ecuación [3-10] o [3-12], dependiendo de la calidad del acero

Con lo anterior:

$$M_{lim} = 0,85\phi f'_c \left[\beta_1 \xi_{lim} b_w d^2 \left(1 - \frac{\beta_1 \xi_{lim}}{2} \right) + h_f (b - b_w) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right] \quad [3-22]$$

Si $M_u > M_{lim}$:

$$c = \xi_{lim} d \rightarrow f'_s = f_y \text{ (tanto para acero A63-42H como A44-28H)}$$

$$A'_s = \frac{M_u - M_{lim}}{f_y (d - d')} \quad [3-23]$$

$$A_s = A'_s + 0,85 \frac{f'_c}{f_y} \left[\beta_1 \xi_{lim} b_w d + h_f (b - b_w) \right] \quad [3-24]$$

Si $M_u \leq M_{lim}$: (No se requiere armadura a compresión)

$$A'_s = 0 \quad [3-25]$$

Se definen:

$$a = \beta_1 c \quad [3-26]$$

$$A_{sf} = \frac{0,85 f'_c h_f (b - b_w)}{f_y} \quad [3-27]$$

$$M_{n1} = A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad [3-28]$$

$$M_{n2} = (A_s - A_{sf}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad [3-29]$$

Donde:

a : altura del bloque rectangular de esfuerzos de compresión del hormigón

A_{sf} : parte de la armadura traccionada que compensa la compresión de las alas

M_{n1} : parte de la resistencia nominal a flexión, aportada por A_{sf}

M_{n2} : parte de la resistencia nominal a flexión, aportada por la armadura que compensa la compresión del alma ($A_s - A_{sf}$)

Por la condición de diseño tenemos que:

$$M_u = \phi (M_{n1} + M_{n2}) \quad [3-30]$$

Al reemplazar A_{sf} en la ecuación [3-20] y despejar a, se obtiene:

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) f_y}{0,85 f'_c b_w} \quad [3-31]$$

Para encontrar A_s , se propone comenzar iterando con $a = h_f$; y seguir los siguientes pasos:

- 1º Con la ecuación [3-27], calcular A_{sf}
- 2º Con la ecuación [3-28], calcular M_{n1}
- 3º Dado a, despejar M_{n2} , de la ecuación [3-30]
- 4º Conocido M_{n2} , despejar $(A_s - A_{sf})$, de la ecuación [3-29]
- 5º Conocido $(A_s - A_{sf})$, recalcular a, con la ecuación [3-31]
- 6º Si el nuevo valor de a, no difiere mucho del anterior dejar de iterar y con los valores de A_{sf} y de $(A_s - A_{sf})$ obtener A_s . En caso contrario, repetir los pasos 3, 4, 5 y 6, iniciando con el nuevo valor de a

3.3 ARMADURA MÍNIMA PARA VIGAS SOMETIDAS A FLEXIÓN

En cualquier sección sometida a flexión, el área de acero a tracción proporcionada A_s no debe ser menor a:

$$A_{s \min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4f_y} b_w d \geq \frac{1,4}{f_y} b_w d \quad [3-32]$$

Si se trata de un elemento en voladizo con sección T y momento negativo (ala traccionada), A_s debe ser igual o mayor al menor de los valores dados por [3-33a] y [3-33b]:

$$A_{s \min} = \min \begin{cases} \frac{\sqrt{f'_c}}{2f_y} b_w d \geq \frac{1,4}{f_y} b_w d \\ \frac{\sqrt{f'_c}}{4f_y} b_w d \geq \frac{1,4}{f_y} b_w d \end{cases} \quad [3-33a]$$

[3-33b]

Donde b es el ancho del ala (ver figura 3-2).

En las expresiones anteriores, f'_c y f_y deben estar expresados en MPa.

Además, las disposiciones anteriores no necesitan ser aplicadas si:

$$A_{s \text{ proporcionada}} = 1,33 A_{s \text{ requerida}} \quad [3-34]$$

Capítulo 4

Diseño en Corte

4.1 Condición de Diseño

4.2 Componentes de la Resistencia Nominal

4.3 Reducción de V_u Cerca de los Apoyos

4.4 Resistencia al Corte Proporcionada por el Hormigón

4.5 Resistencia al Corte Proporcionada por el Acero

4.6 Límites para el Espaciamiento "s"

4.7 Armadura Mínima para Corte

4.1 CONDICION DE DISEÑO

$$V_u \leq \phi V_n$$

Donde:

V_u : es el esfuerzo de corte solicitante mayorado en la sección.

V_n : es la resistencia nominal al corte.

4.2 COMPONENTES DE LA RESISTENCIA NOMINAL

$$V_n = V_c + V_s$$

[4-1]

Donde:

V_c : es la resistencia al corte proporcionada por el hormigón.

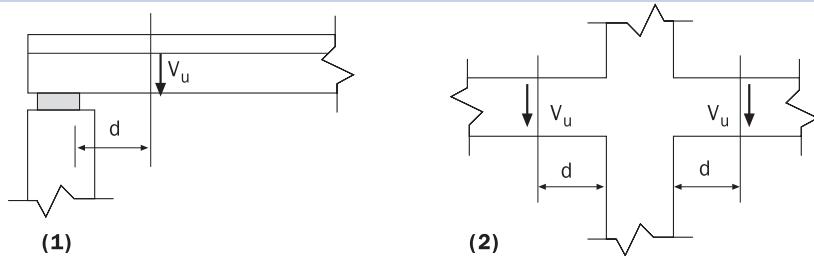
V_s : es la resistencia al corte proporcionada por el acero.

4.3 REDUCCION DE V_u CERCA DE LOS APOYOS

Se permite diseñar las secciones con un corte V_u , calculado a una distancia “d” desde la cara del apoyo. Siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones de apoyo (ver figura 4-1):

- (1) Elementos apoyados sobre soportes en la base del elemento
- (2) Elementos enmarcados monolíticamente con otro elemento

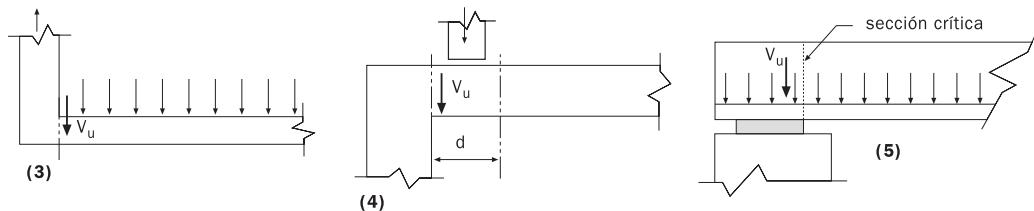
Figura 4-1



Las condiciones de apoyo en las cuales no se debe aplicar esta disposición (ver figura 4-2), incluyen:

- (3) Elementos enmarcados por un elemento de apoyo en tracción
- (4) Elementos que en las secciones, entre el apoyo y una distancia d , presentan una carga concentrada. Lo cual produce una variación importante en el corte
- (5) Elementos en los cuales las cargas no están aplicadas en o cerca de la cara superior del elemento

Figura 4-2



4.4 RESISTENCIA AL CORTE PROPORCIONADA POR EL HORMIGON

- (1) Para elementos sometidos únicamente a corte y flexión:

$$V_c = \frac{\sqrt{f'_c}}{6} b_w * d \quad [4-2]$$

- (2) Para elementos sometidos a compresión axial:

$$V_c = \left(1 + \frac{N_u}{14A_g}\right) \frac{\sqrt{f'_c}}{6} b_w * d \quad [4-3]$$

- (3) Para elementos sometidos a tracción axial significativa:

$$V_c = \left(1 + \frac{0,3N_u}{A_g}\right) \frac{\sqrt{f'_c}}{6} b_w * d \quad [4-4]$$

También es permitido despreciar V_c , cuando existe un esfuerzo axial de tracción en la sección.

En las tres ecuaciones anteriores, $\sqrt{f'_c}$ va expresado en MPa al igual que la razón $\frac{N_u}{A_g}$. En el caso de tracción axial, N_u es negativa. Además, el valor $\sqrt{f'_c}$ no debe ser mayor a 8,3 MPa.

4.5 RESISTENCIA AL CORTE PROPORCIONADA POR EL ACERO

Consideraremos el caso de armadura perpendicular al eje del elemento. En este caso:

$$V_s = \frac{A_v}{s} f_y * d \leq \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} b_w d$$

[4-5]

Donde:

A_v : área de la armadura por corte

s : espaciamiento de la armadura por corte, medida en dirección paralela a la armadura longitudinal

Si no se cumple la restricción impuesta en la ecuación [4-5], se deben cambiar las dimensiones de la sección.

Tomando en cuenta las ecuaciones [4-1] y [4-5], tenemos la siguiente relación:

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_u - V_c}{\phi f_y * d}$$

[4-6]

4.6 LIMITES PARA EL ESPACIAMIENTO "s"

Considerando la armadura por corte, perpendicular al eje del elemento y éste de hormigón no pretensado:

$$s \leq \min \{d/2 ; 60 \text{ cm}\}$$

Si $V_s > \frac{\sqrt{f'_c}}{3} b_w d$; entonces: $s \leq \min \{d/4 ; 30 \text{ cm}\}$.

4.7 ARMADURA MÍNIMA PARA CORTE

Cuando el esfuerzo de corte mayorado V_u exceda la mitad de la resistencia al corte proporcionado por el hormigón ϕV_c ; se debe disponer de la siguiente armadura mínima:

$$A_{v \min} = 0,0625 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_y} \geq 0,35 \frac{b_w s}{f_y} [\text{cm}^2] \quad [4-7]$$

Según el ACI 318-99:

$$A_{v \min} = \frac{b_w s}{3f_y} [\text{cm}^2] \quad [4-8]$$

En ambas ecuaciones, tanto b_w como s están en cm.

Capítulo 5

Diseño en Torsión

5.1 Condición de Diseño

5.2 Torsión Crítica

5.3 Requisitos de las Dimensiones de la Sección

5.4 Resistencia Nominal a la Torsión

5.5 Armadura Mínima para Torsión

5.1 CONDICION DE DISEÑO

$$T_u \leq \phi T_n$$

Donde:

T_u : es el momento de torsión solicitante mayorado en la sección

T_n : es la resistencia nominal a la torsión

5.2 TORSION CRITICA

Se desprecian los efectos de la torsión si $T_u < T_c$; donde T_c corresponde a la torsión crítica.

(1) En elementos no pretensados:

$$T_c = \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \quad [5-1]$$

(2) En elementos no pretensados, sometidos a esfuerzo axial:

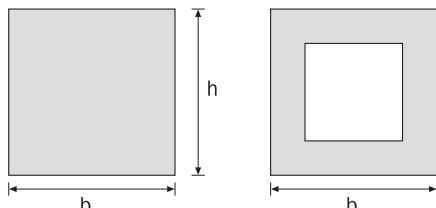
$$T_c = \frac{\phi \sqrt{f'_c}}{12} \left(\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{N_u}{A_g \frac{\sqrt{f'_c}}{3}}} \quad [5-2]$$

Donde:

A_{cp} : área encerrada por el perímetro exterior de la sección transversal

P_{cp} : perímetro exterior de la sección transversal

Figura 5-1



Tanto para secciones sólidas como para secciones huecas:
 $A_{cp} : b * h$
 $P_{cp} : 2 * (b + h)$

5.3 REQUISITOS DE LAS DIMENSIONES DE LA SECCION

Las dimensiones de la sección deben cumplir con:

(1) En secciones sólidas:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1,7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \right) \quad [5-3]$$

(2) En secciones huecas:

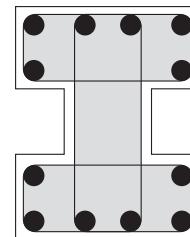
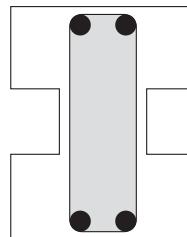
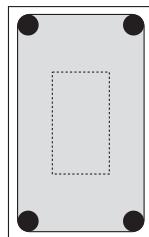
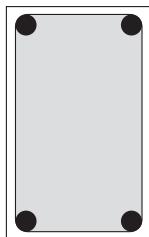
$$\left(\frac{V_u}{b_w d}\right) + \left(\frac{T_u P_h}{1,7 A_{oh}^2}\right) \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \right) \quad [5-4]$$

Donde:

A_{oh} : área encerrada por el eje de la armadura transversal cerrada más externa dispuesta para torsión

P_h : perímetro del eje de la armadura transversal cerrada dispuesta para torsión

Figura 5-2



A_{oh} : área sombreada

P_h : perímetro de área sombreada

Si en una sección hueca, el espesor t de la pared es menor que A_{oh}/P_h , la condición [5-4] debe ser reemplazada por:

$$\left(\frac{V_u}{b_w d}\right) + \left(\frac{T_u}{1,7 A_{oh} t}\right) \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + \frac{2}{3} \sqrt{f'_c} \right) \quad [5-5]$$

5.4 RESISTENCIA NOMINAL A LA TORSIÓN

La armadura transversal por torsión debe diseñarse usando:

$$T_n = \frac{2A_0 A_t f_{yv} \cot \theta}{s} \quad [5-6]$$

Donde:

A_0 : área encerrada por el flujo de corte

A_t : área de armadura transversal cerrada dispuesta por torsión

f_{yv} : tensión de fluencia de la armadura transversal cerrada dispuesta por torsión

θ : ángulo de las diagonales de compresión en la analogía del enrejado para torsión

s : espaciamiento de la armadura por torsión, medida en dirección paralela a la armadura longitudinal

Para efectos prácticos:

$$A_0 = 0,85 A_{oh}; \quad f_{yv} = f_y; \quad \cot \theta = 1$$

Los requisitos de estribos por torsión y corte se suman de esta manera:

$$\frac{A_v + t}{s} = \frac{A_v}{s} + 2 \frac{A_t}{s} \quad [5-7]$$

La armadura longitudinal adicional (A_ℓ), necesaria por torsión, no debe ser menor que:

$$A_\ell = \frac{A_t}{s} P_h \left(\frac{f_{yv}}{f_{y\ell}} \right) \cot^2 \theta \quad [5-8]$$

Donde $f_{y\ell}$: tensión de fluencia de la armadura longitudinal dispuesta por torsión.

Para efectos prácticos:

$$\frac{f_{yv}}{f_{y\ell}} = 1 \quad (f_{yv} = f_{y\ell} = f_y); \quad \cot^2 \theta = 1$$

La armadura longitudinal para torsión debe estar distribuida a lo largo del perímetro del estribo cerrado; agregándose a la armadura longitudinal para flexión.

Además el espaciamiento máximo para la armadura vertical, es:

$$s_{\max} = \min \{ P_h / 8 ; 300 \text{ mm} \}$$

[5-9]

Los estribos deben extenderse una distancia ($b_t + d$), más allá del punto donde teóricamente no son necesarios, siendo b_t al ancho de la sección que contiene los estribos cerrados de torsión.

5.5 ARMADURA MÍNIMA PARA TORSIÓN

$$A_{v+t, \min} = \frac{\sqrt{f_c} b_w s}{16 f_{yv}} \geq \frac{0,35 b_w s}{f_{yv}}$$

[5-10]

$$A_t \min = \frac{5 \sqrt{f_c} A_{cp}}{12 f_{yt}} \left(\frac{A_t}{s} \right) P_h \frac{f_{yv}}{f_{yt}}$$

[5-11]

Donde $\frac{A_t}{s}$ no debe tomarse menor que $\frac{0,175 b_w}{f_{yv}}$

Capítulo 6

Efectos de Ebeltez en Elementos Sometidos a Compresión

6.1 Análisis de Segundo Orden

6.2 Análisis Aproximado

Los efectos de esbeltez hacen que el momento M_u sea amplificado, con lo cual al diseñar una columna sometida a flexocompresión debe hacerse para:

- un esfuerzo axial P_u
- un esfuerzo de momento M_u amplificado por efectos de esbeltez

6.1 ANALISIS DE SEGUNDO ORDEN

Para el diseño de elementos en compresión, este debe estar basado en las fuerzas y momentos mayorados obtenidos a partir de un análisis de segundo orden. En tal análisis se debe considerar:

- la no-linealidad del material
- el agrietamiento del hormigón
- la curvatura del elemento
- el desplazamiento lateral
- la duración de las cargas
- la retracción y la fluencia lenta
- la interacción con las fundaciones

Las dimensiones de la sección transversal de cada elemento, usadas en éste análisis, no deben diferir en más del 10% de las dimensiones definitivas.

6.2 ANALISIS APROXIMADO

Al hacer un análisis elástico de primer orden, un piso de una estructura de hormigón armado se considera sin desplazamiento lateral si:

$$Q = \frac{\sum P_u \Delta_o}{V_u \ell_c} \leq 0,05 \quad [6-1]$$

Donde:

$\sum P_u$: carga vertical mayorada en el piso

V_u : corte en el piso

Δ_o : desplazamiento relativo de primer orden entre la parte superior e inferior del piso

ℓ_c : longitud del elemento vertical medida entre los nudos del marco

Se define la esbeltez λ de un elemento, como:

$$\lambda = \frac{k \ell_u}{r} \quad [6-2]$$

Donde:

k : factor de longitud efectiva para elementos en compresión

ℓ_u : longitud del elemento vertical, sin apoyo lateral, de un elemento en compresión

r : radio de giro de la sección, dependiendo del eje al cual se analiza

Dependiendo del valor de Q , obtenido en la ecuación [6-1] se determinará si el marco está:

- sin desplazamiento lateral (marco arriostrado)
 - continuar con la sección 6.2.1
- con desplazamiento lateral (marco no arriostrado)
 - continuar con la sección 6.2.2

Si para un elemento individual $\lambda > 100$, se debe usar el método de la sección 6.1 para determinar fuerzas y momentos en el elemento.

Para estimar el factor k en marcos, contamos con los ábacos de alineamiento de Jackson y Moreland (ver figuras 6-1 y 6-2).

$$\psi = \frac{\sum \left(\frac{|EI|}{\ell_c} \right) \text{columnas}}{\sum \left(\frac{|EI|}{\ell} \right) \text{vigas}} \quad [6-3]$$

ψ debe ser calculado para un nudo, considerando las columnas y vigas que concurren a él. Las vigas consideradas tienen que estar dentro del plano donde se analiza el pandeo.

Si el nudo está unido a un apoyo empotrado $\psi = 0$.

Para una columna dada, se calculan para cada extremo de ésta sus respectivos valores de ψ_A y ψ_B . Con los cuales trazamos una recta en el respectivo ábaco de alineamiento, sobre la columna de los valores de k . Así obtenemos una estimación de éste factor.

- Para marcos arriostrados usar la figura 6-1.
- Para marcos no arriostrados usar la figura 6-2.

Figura 6-1
Marcos Arriostrados

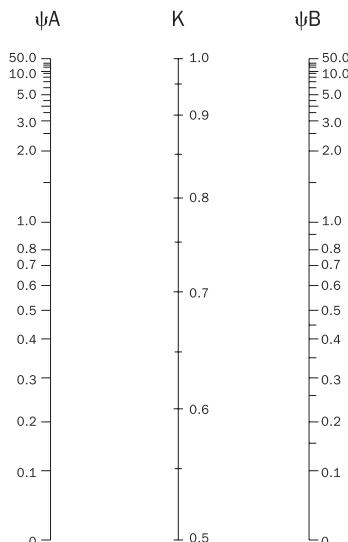
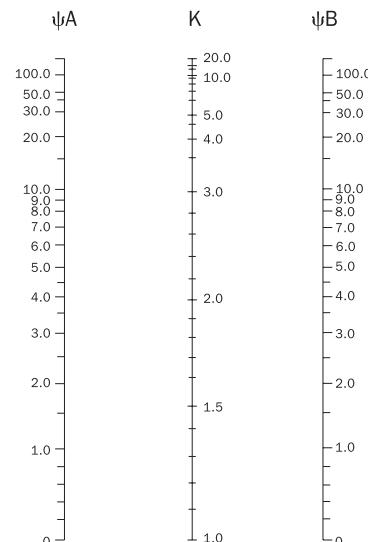


Figura 6-2
Marcos No Arriostrados



6.2.1 Marcos sin Desplazamiento Lateral

Se desprecian los efectos de esbeltez si:

$$\lambda \leq 34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$$

[6-4]

Donde:

M_1 : es el menor momento extremo del elemento correspondiente al piso analizado

M_2 : es el mayor momento extremo del elemento correspondiente al piso analizado

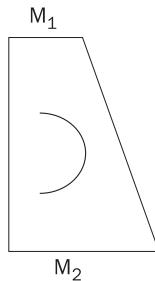
El término $34 - 12 \frac{M_1}{M_2}$ de la ecuación [6-4] no debe tomarse mayor que 40.

El signo de la razón $\frac{M_1}{M_2}$ de la ecuación [6-4] es explicado en la figura 6-3.

Figura 6-3

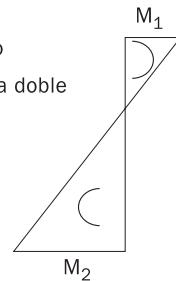
Si en el elemento
hay una curvatura simple

$$\frac{M_1}{M_2} > 0$$



Si en el elemento
hay una curvatura doble

$$\frac{M_1}{M_2} < 0$$



Para elementos sometidos a compresión, en marcos arriostrados (sin desplazamiento lateral), la condición de diseño es:

$$P_u \leq \phi P_n$$

$$M_c \leq \phi M_n$$

Donde M_c se obtiene de la ecuación [6-5].

$$M_c = \delta_{ns} * M_2$$

[6-5]

Donde δ_{ns} es el factor de amplificación de momento para marcos arriostrados.

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75 P_c}} \geq 1,0$$

[6-6]

Donde:

C_m : factor que relaciona el diagrama real de momento con un diagrama equivalente de momento uniforme

P_c : carga crítica de Euler

Para elementos sin carga transversal entre sus apoyos, C_m debe tomarse como:

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0,4$$

[6-7]

En el caso que existan cargas transversales entre los apoyos, $C_m = 1,0$.

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(k\ell_u)^2} \quad [6-8]$$

En la ecuación [6-8], EI debe tomarse como:

$$EI = \frac{0,2E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_d}; \text{ ó} \quad [6-9]$$

$$EI = \frac{0,4E_c I_g}{1 + \beta_d} \quad [6-10]$$

Donde:

E_c : elasticidad del hormigón

I_g : momento de inercia de la sección bruta de hormigón

E_s : elasticidad del acero

I_{se} : momento de inercia de la armadura con respecto al eje centroidal de la sección transversal del elemento

$$\beta_d = \frac{\text{máxima carga axial permanente mayorada}}{\text{máxima carga axial total mayorada}}$$

$$E_c = \begin{cases} 0,043w_c^{1,5} \sqrt{f'_c} & [\text{MPa}] \\ 4.700 \quad \sqrt{f'_c} & [\text{MPa}] \end{cases} \quad [6-11a]$$

$$[6-11b]$$

La expresión [6-11a] es permitida usarla para hormigones con densidad w_c comprendida entre 1.500 y 2.500 kg/m³.

Para hormigones de densidad normal puede considerarse la expresión [6-11b].

El momento M_2 , que aparece en la ecuación [6-5], no debe ser menor que:

$$M_{2, \min} = P_u * e_{\min} \quad [6-12]$$

Donde la excentricidad mínima e_{\min} está dada por:

$$e_{\min} = 15 + 0,03 h \quad [\text{mm}] \quad [6-13]$$

6.2.2 Marcos con Desplazamiento Lateral

El análisis descrito en esta sección, está referido sólo a marcos planos sometidos a cargas que causan deformaciones en su propio plano. Si los desplazamientos torsionales son significativos se debe realizar un análisis tridimensional de segundo orden.

Se desprecian efectos de esbeltez si:

$$\lambda < 22$$

[6-14]

Los momentos extremos M_1 y M_2 de un elemento individual deben tomarse como:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s}$$

[6-15]

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

[6-16]

Donde:

M_{1ns} : momento mayorado en el extremo de un elemento, donde actúa M_1 , debido a cargas que no causan desplazamiento lateral apreciable.(ej: cargas gravitacionales)

M_{2ns} : momento mayorado en el extremo de un elemento, donde actúa M_2 , debido a cargas que no causan desplazamiento lateral apreciable.(ej: cargas gravitacionales)

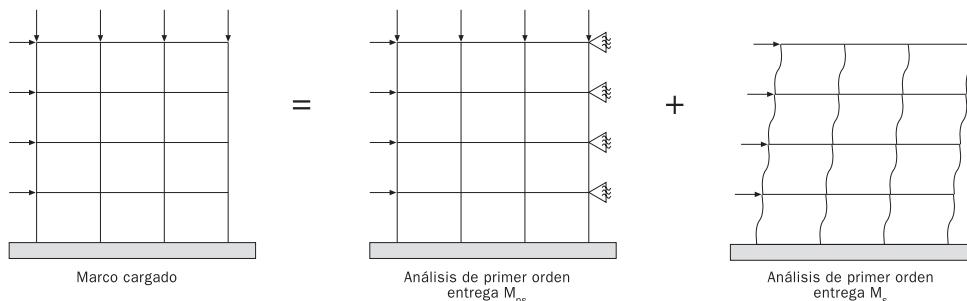
M_{1s} : momento mayorado en el extremo de un elemento, donde actúa M_1 , debido a cargas que causan un apreciable desplazamiento lateral (ej: sismo, viento, etc)

M_{2s} : momento mayorado en el extremo de un elemento, donde actúa M_2 , debido a cargas que causan un apreciable desplazamiento lateral (ej: sismo, viento, etc)

M_{1ns} y M_{2ns} se obtienen a través de un análisis elástico de primer orden, donde el desplazamiento lateral está restringido (ver figura 6-4).

Figura 6-4

Esquema de Desplazamiento Lateral



6.2.2.1 Cálculo de $\delta_s M_s$

El producto $\delta_s M_s$, puede obtenerse de :

- (1) Sección 6.2.2.2
- (2) Sección 6.2.2.3
- (3) Sección 6.2.2.4

6.2.2.2 Momentos extremos de la columna

Calculados a través de un análisis elástico de segundo orden, basados en las siguientes rigideces:

- Módulo de Elasticidad: (Ver expresiones 6-11a y 6-11b).

- Momentos de Inercia:

* vigas	→ 0,35 I_g
* columnas	→ 0,70 I_g
* muros no agrietados	→ 0,70 I_g
* muros agrietados	→ 0,35 I_g
* placas planas y losas planas	→ 0,25 I_g
- Area	→ 1,0 A_g

Los momentos de inercia deben ser divididos por $(1+\beta_d)$, cuando actúen cargas laterales sostenidas. En este caso:

$$\beta_d = \frac{\text{máximo corte permanente mayorado del piso}}{\text{máxima corte mayorado en el piso}}$$

Si las cargas laterales son eventuales, como viento o sismo, entonces $\beta_d = 0$.

6.2.2.3 De la siguiente Ecuación:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - Q} \geq M_s$$

[6-17]

Donde M_s debe obtenerse de un análisis elástico de primer orden, donde sólo actúan cargas que producen un desplazamiento lateral apreciable (ver figura 6-4).

Si $\delta_s > 1,5$; entonces $\delta_s M_s$ debe obtenerse de las secciones 6.2.2.2 ó 6.2.2.4

6.2.2.4 De la siguiente Ecuación

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - \frac{\sum P_u}{0,75 \sum P_c}} \geq M_s \quad [6-18]$$

Donde:

$\sum P_u$: es la suma de todas las cargas verticales mayoradas en el piso

$\sum P_c$: es la suma de las cargas críticas de Euler de cada columna en el piso

El valor de P_c se calcula de la ecuación [6-8], pero no olvidar que en este caso para el cálculo de EI:

$$\beta_d = \frac{\text{máximo corte permanente mayorado del piso}}{\text{máximo corte mayorado en el piso}}$$

El cual generalmente será cero, dado que en la mayoría de los casos con cargas laterales, éstas son de corta duración (solicitudes eventuales).

6.2.2.5 Condición de Diseño

Si en un elemento en compresión se cumple que:

$$\frac{l_u}{r} > \sqrt{\frac{35}{f'_c A_g}} \quad [6-19]$$

Entonces el momento máximo de la columna no estará en los extremos de ésta, sino en un punto intermedio. En tal caso se debe diseñar con:

$$P_u \leq \phi P_n$$

$$M_c \leq \phi M_n$$

Donde M_c se obtiene de la ecuación [6-5], pero en este caso los valores de M_1 y M_2 usados, serán los obtenidos con las ecuaciones [6-15] y [6-16], respectivamente. El valor de β_d a usar corresponde al señalado en las secciones 6.2.2.2 y 6.2.2.4

Si la condición [6-19] no se cumple, entonces la condición de diseño es:

$$P_u \leq \phi P_n$$

$$M_2 \leq \phi M_n$$

6.2.2.6 Chequeo de Estabilidad frente a Cargas Gravitacionales

La posibilidad de inestabilidad por desplazamiento lateral, debido a cargas gravitacionales, nos lleva a realizar el siguiente chequeo:

- (1) Cuando $\delta_s M_s$ es calculado a partir de la sección 6.2.2.2

Para la combinación $U = 1,4 D + 1,7 L + \text{Carga Lateral}$. Se debe cumplir que:

$$\frac{\text{deformación lateral de } 2^{\circ} \text{ orden}}{\text{deformación lateral de } 1^{\text{er}} \text{ orden}} \leq 2,5$$

[6-20]

- (2) Cuando $\delta_s M_s$ es calculado a partir de la sección 6.2.2.3

Usando la combinación $U = 1,4 D + 1,7 L$; para ΣP_u se debe cumplir que:

$$Q \leq 0,60$$

[6-21]

- (3) Cuando $\delta_s M_s$ es calculado a partir de la sección 6.2.2.4

$$0 < \delta_s \leq 2,5$$

[6-22]

Para los casos (1), (2) y (3); tratándose de un chequeo de estabilidad; β_d debe tomarse como:

$$\beta_d = \frac{\text{máxima carga axial permanente mayorada}}{\text{máxima carga axial total mayorada}}$$

Capítulo 7

Control de Deformaciones

7.1 Restricción de Altura o Espesor Mínimo

7.2 Restricción de la Flecha

7.3 Elementos Armados en Dos Direcciones

Las deformaciones se pueden controlar a través de imponer un valor mínimo al espesor del elemento, o restringiendo la flecha de éste a un valor admisible.

7.1 RESTRICCIÓN DE ALTURA O ESPESOR MÍNIMO.

Con el fin de asegurar una rigidez mínima para controlar deformaciones, la tabla 7-1 establece las alturas o espesores mínimos para elementos armados en una dirección, que no soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse por grandes deformaciones.

Elemento	Simplemente apoyados	Un extremo continuo	Ambos extremos continuos	Voladizos
Elementos que no soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse por grandes deformaciones				
Losas macizas reforzadas en una dirección	$\frac{\ell}{20}$	$\frac{\ell}{24}$	$\frac{\ell}{28}$	$\frac{\ell}{10}$
Vigas o losas nervadas en una dirección	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{18,5}$	$\frac{\ell}{21}$	$\frac{\ell}{8}$
Donde: ℓ : es la luz del elemento				

Los valores dados en la tabla 7-1 se deben usar directamente en elementos de hormigón de peso normal ($w_c = 2400 \text{ kg / m}^3$) y acero de refuerzo A63-42H.

Para otras condiciones los valores de la tabla 7-1, deben multiplicarse por:

- $(1,65 - 0,0003 w_c)$; para hormigones livianos con w_c , en kg / m^3 , dentro del rango de 1.500 a 2.000 kg / m^3 .
Este factor no debe ser menor que 1,09.
- $0,4 + \left(\frac{f_y}{700} \right)$; para valores de f_y , en MPa, distintos de 420 MPa.

Para elementos no pretensados que no cumplan con los requisitos de altura o espesor mínimo, o que soporten o estén ligados a divisiones u otros elementos susceptibles de dañarse con grandes deformaciones, las deformaciones deben ser controladas de acuerdo a la sección 7.2

7.2 RESTRICCIÓN DE LA FLECHA

Al calcular deformaciones inmediatas producidas por la aplicación de cargas, se debe considerar los efectos de la fisuración y de la armadura, en la rigidez del elemento. Para tales efectos contamos con la siguiente expresión:

$$\delta = \frac{M\ell^2}{K E_c I_e} \quad [7-1]$$

Donde:

δ : es la deformación instantánea de la sección fisurada,bajo cargas de servicio.

K : es un factor que depende de los apoyos y de las condiciones de carga del elemento (algunos casos son exemplificados en la tabla 7-2).

M : es el momento máximo, producido por las cargas de servicio (éstas cargas no se mayoran).

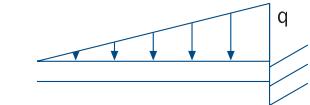
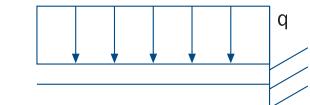
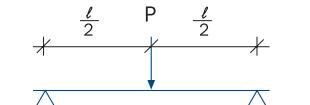
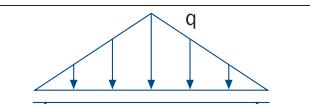
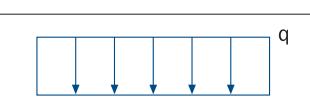
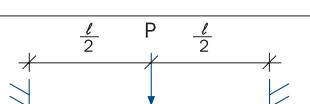
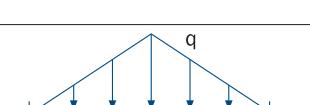
ℓ : es la luz del elemento.

E_c : es la elasticidad del hormigón. Ver expresiones [6-11a] y [6-11b] en el Capítulo 6.

I_e : es el momento de inercia efectivo.

En la tabla 7-2, el momento máximo y la flecha, se dan en la sección que están en la mitad de la luz; a excepción de los voladizos, cuyo momento máximo se da en el empotramiento y la flecha corresponde a la deformación del extremo libre.

Tabla 7-2**Valores de K Según las Condiciones de Carga**

	Caso	M_{\max}	Factor K
Elemento en Voladizo		$M = P\ell$	$K = 3$
		$M = \frac{q\ell^2}{6}$	$K = 5$
		$M = \frac{q\ell^2}{2}$	$K = 4$
Elemento Simplemente Apoyado		$M = \frac{P\ell}{4}$	$K = 12$
		$M = \frac{q\ell^2}{12}$	$K = 10$
		$M = \frac{q\ell^2}{8}$	$K = 9,6$
Elementos con Ambos Extremos Empotados		$M = \frac{P\ell}{8}$	$K = 24$
		$M = \frac{q\ell^2}{32}$	$K = \frac{120}{7}$
		$M = \frac{q\ell^2}{24}$	$K = 16$

El momento efectivo I_e , está dado por la fórmula de Branson:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g \quad [7-2]$$

Donde:

I_g : momento de inercia de la sección bruta

I_{cr} : momento de inercia de la sección fisurada. Ver figuras 7-1 y 7-2

M : momento de servicio, debido a cargas sin mayorar

M_{cr} : momento de fisuración

$$M_{cr} = f_r \frac{I_g}{y_t} \quad [7-3]$$

Donde:

f_r : módulo de rotura del hormigón

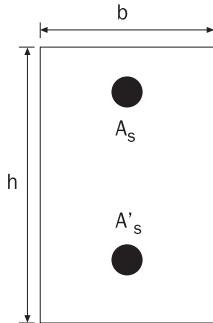
y_t : distancia desde el eje centroidal de la sección bruta a la fibra extrema en tracción, sin tomar en cuenta la armadura

Para hormigón de densidad normal:

$$f_r = 0,7 \sqrt{f'_c} \text{ [MPa]} \quad [7-4]$$

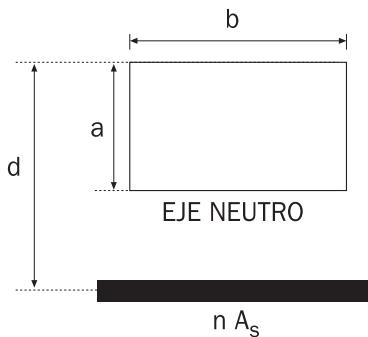
Para las figuras 7-1 y 7-2, se define:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad [7-5]$$

Figura 7-1**Momento de Inercia en Secciones Rectangulares Fisuradas**

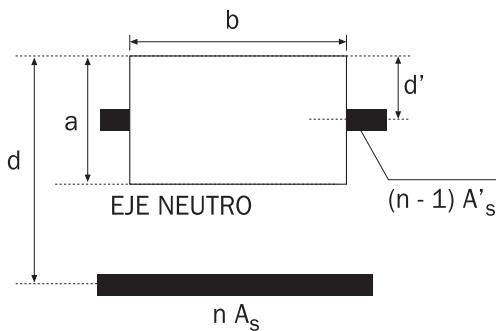
$$B = \frac{b}{nA_s} ; \quad r = \frac{(n-1)A'_s}{nA_s}$$

$$y_t = \frac{h}{2} ; \quad I_g = \frac{bh^3}{12}$$

Caso $A'_s = 0$ 

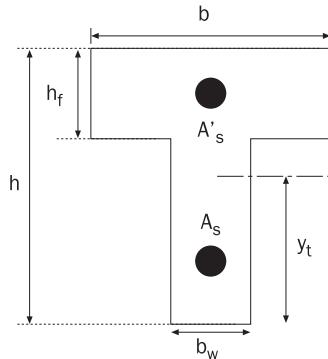
$$a = \frac{\sqrt{2dB + 1} - 1}{B}$$

$$I_{cr} = \frac{ba^3}{3} + nA_s(d-a)^2$$

Caso $A'_s \neq 0$ 

$$a = \sqrt{\frac{2dB \left(1 + \frac{rd'}{d}\right) + (1+r)^2 - (1+r)}{B}}$$

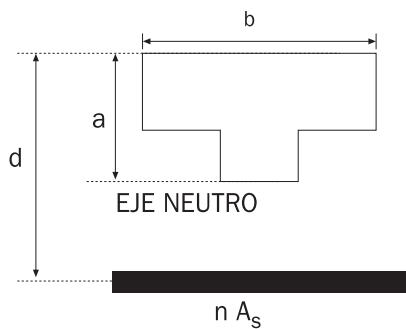
$$I_{cr} = \frac{ba^3}{3} + nA_s(d-a)^2 + (n-1)A'_s(a-d')^2$$

Figura 7-2
Momento de Inercia en Secciones T Fisuradas


$$C = \frac{b_w}{nA_s} ; \quad f = \frac{h_f(b - b_w)}{nA_s}$$

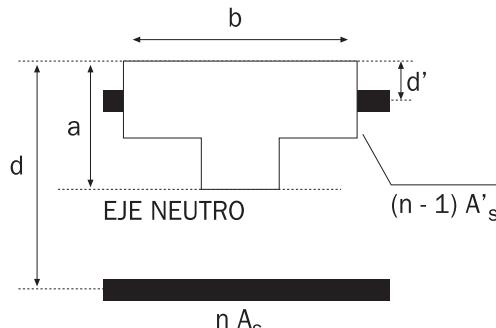
$$y_t = h - \frac{(b - b_w)h_f^2 + b_w h^2}{2[(b - b_w)h_f + b_w h]}$$

$$I_g = \frac{(b - b_w)h_f^3}{12} + \frac{b_w h^3}{12} + (b - b_w)h_f \left(h - \frac{h_f}{2} - y_t \right)^2 + b_w h \left(y_t - \frac{h}{2} \right)^2$$

Caso $A'_s = 0$


$$a = \frac{\sqrt{C(2d + f h_f) + (1 + f)^2} - (1 + f)}{C}$$

$$I_{cr} = \frac{(b - b_w)h_f^3}{12} + \frac{b_w a^3}{3} + (b - b_w)h_f \left(a - \frac{h_f}{2} \right)^2 + n A_s (d - a)^2$$

Caso $A'_s \neq 0$


$$a = \frac{\sqrt{C(2d + f h_f + 2rd') + (1 + f + r)^2} - (1 + f + r)}{C}$$

$$I_{cr} = \frac{(b - b_w)h_f^3}{12} + \frac{b_w a^3}{3} + (b - b_w)h_f \left(a - \frac{h_f}{2} \right)^2 + n A_s (d - a)^2 + (n - 1) A'_s (a - d')^2$$

Para elementos continuos:

(1) Con ambos apoyos continuos:

$$I_e = 0,70 I_{em} + 0,15 (I_{e1} + I_{e2})$$

[7-6]

(2) Con un apoyo continuo y el otro simplemente apoyado:

$$I_e = 0,85 I_{em} + 0,15 I_{e1}$$

[7-7]

Donde:

I_{em} : es el momento de inercia calculado con la ecuación [7-2] para la sección del medio del vano

I_{e1} y I_{e2} : son los momentos de inercia calculados con la ecuación [7-2] para las secciones en los apoyos continuos, 1 y 2, respectivamente.

7.2.1 Flecha Diferida y Flecha Total

La flecha diferida es una flecha desarrollada a largo plazo, que considera los efectos de retracción y de fluencia lenta, debidos a la acción de cargas permanentes.

La flecha total es la suma de la flecha diferida (δ_{dif}) y la flecha instantánea debida a sobrecargas (δ_L).

Para estimar la flecha diferida δ_{dif} , usamos la ecuación [7-8], mientras que la flecha total, estará dada por la ecuación [7-9].

$$\delta_{dif} = \lambda \delta_D$$

[7-8]

$$\delta_{total} = \delta_{dif} + \delta_L$$

[7-9]

Donde:

δ_D : es la flecha instantánea debida a cargas permanentes (D)

δ_L : es la flecha instantánea debida a sobrecargas (L)

λ : es un factor para deformación adicional a largo plazo

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

[7-10]

Donde:

ξ : es un factor dependiente del tiempo, dado por la tabla 7-3

ρ' : es la cuantía de acero a compresión; correspondiente a la sección en la mitad de la luz para tramos simples y continuos; y correspondiente a la sección en el punto de apoyo para voladizos

Tabla 7-3

Valores de ξ que dependen del Tiempo

Tiempo	ξ
5 años o más	2,0
12 meses	1,4
6 meses	1,2
3 meses	1,0

Los valores de la tabla 7-3 son satisfactorios para vigas normales y losas armadas en una dirección. Sin embargo, para el caso de losas armadas en dos direcciones, Branson sugiere un valor de $\xi = 3,0$ para un tiempo igual o mayor a cinco años.

7.2.2 Flechas Máximas Admisibles

Tabla 7-4**Flechas Máximas Admisibles**

Tipo de elemento	Tipo de flechas a considerar	Flecha límite
Azoteas planas que no sostienen ni están unidas a elementos no estructurales, que puedan dañarse por grandes flechas.	δ_L	$\frac{\ell}{180}$ ⁽¹⁾
Pisos que no sostienen ni están unidos a elementos no estructurales, que puedan dañarse por grandes flechas.	δ_L	$\frac{\ell}{360}$
Azoteas o pisos que sostienen o están unidos a elementos no estructurales, que puedan dañarse por grandes flechas.	δ_{total} ⁽³⁾	$\frac{\ell}{480}$ ⁽²⁾
Azoteas o pisos que sostienen o están unidos a elementos no estructurales, que no puedan dañarse por grandes flechas.	δ_{total} ⁽³⁾	$\frac{\ell}{240}$ ⁽⁴⁾

(1) Este límite no toma en cuenta el estancamiento de aguas, el cual debe verificarse mediante un adecuado cálculo de deformaciones.

(2) Este límite se puede exceder, si se toman medidas adecuadas para prevenir daños en elementos apoyados o unidos.

(3) Las deformaciones a largo plazo, se pueden reducir en la cantidad de deformación calculada que ocurra antes de unir los elementos no estructurales.

(4) Este límite se puede exceder si se proporciona una contraflecha, no mayor que la tolerancia establecida para los elementos no estructurales, de modo que la flecha total menos la contraflecha no exceda dicho límite.

7.3 ELEMENTOS ARMADOS EN DOS DIRECCIONES.

En esta sección se indicarán los espesores mínimos para losas u otros elementos armados en dos direcciones. En el caso que la losa tenga una razón entre el lado largo y el lado corto mayor que 2, debe tratarse como un elemento armado en una dirección (ver secciones 7.1 ó 7.2).

7.3.1 Losas sin Vigas Interiores

Válido para losas que se extiendan entre los apoyos y que tienen una razón entre lados no mayor que 2, el espesor de tales losas no debe ser inferior a lo establecido en la tabla 7-5.

Tabla 7-5						
Espesor Mínimo de Losas						
fy MPa ⁽¹⁾	Sin ábacos ⁽²⁾			Con ábacos ⁽²⁾		
	Losas exteriores		losas interiores	Losas exteriores		losas interiores
	sin vigas de borde	con vigas de borde ⁽³⁾		sin vigas de borde	con vigas de borde ⁽³⁾	
280	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{40}$	$\frac{l_n}{40}$
420	$\frac{l_n}{30}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{33}$	$\frac{l_n}{36}$	$\frac{l_n}{36}$
520	$\frac{l_n}{28}$	$\frac{l_n}{31}$	$\frac{l_n}{31}$	$\frac{l_n}{31}$	$\frac{l_n}{34}$	$\frac{l_n}{34}$

(1) Para valores intermedios de tensión de fluencia, el espesor mínimo debe obtenerse por interpolación lineal

(2) Abaco es un capitel cuyas dimensiones están definidas en las secciones 13.3.7.1 y 13.3.7.2 del ACI 318-05

(3) Losas con vigas de borde, deben tener en cada viga de borde un valor de $\alpha \geq 0,8$. (ver ecuación 7-11)

Donde:

l_n : es la luz libre del lado mayor de la losa, medida entre los bordes de los apoyos

Además de lo anterior, el espesor para losas sin vigas interiores no debe ser menor que:

- 120 mm; para losas sin ábacos
- 100 mm; para losas con ábacos

Según la ecuación [7-11], se define al coeficiente α como la razón entre la rigidez a flexión de una viga y la rigidez a flexión de una franja de losa limitada lateralmente por los ejes de las losas adyacentes (si las hay), en cada lado de la viga.

$$\alpha = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$

[7-11]

Donde:

E_{cb} : Elasticidad del hormigón de la viga (ver ecuaciones [6-11a] y [6-11b] del Capítulo 6)

E_{cs} : Elasticidad del hormigón de la losa (ver ecuaciones [6-11a] y [6-11b] del Capítulo 6)

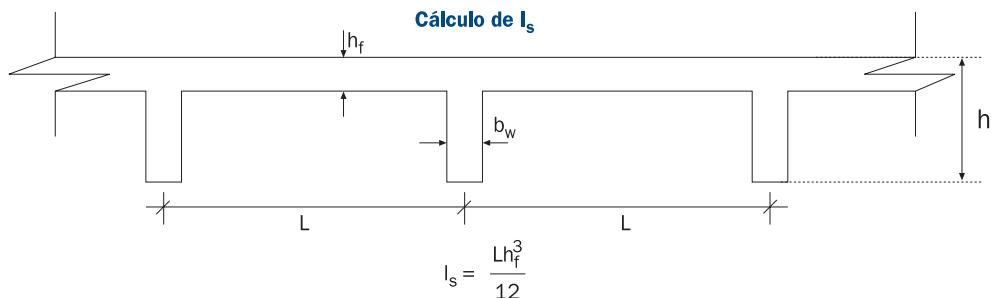
I_b : Momento de inercia, respecto al eje centroidal de la sección total de una viga (ver figura 7-3)

I_s : Momento de inercia, respecto al eje centroidal de la sección bruta de la losa (ver figura 7-3)

También se define el coeficiente α_m , como el promedio de α para todas las vigas en los bordes de una losa.

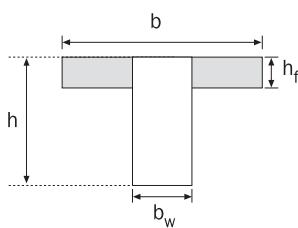
Figura 7-3

Momentos de Inercia I_s y I_b

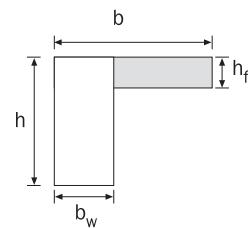


Cálculo de I_b

Para calcular I_b , se debe usar la expresión de I_g para secciones T que aparece en la figura 7-2, tomando en cuenta que el ancho b del ala, es como se indica a continuación:



$$b = b_w + 2(h - h_f) \leq b_w + 8h_f$$



$$b = b_w + h - h_f \leq b_w + 4h_f$$

7.3.2 Para Losas con Vigas Interiores

En aquellas losas con vigas inferiores que se extienden entre los apoyos en todos los lados, su espesor mínimo debe ser:

- (1) Para $\alpha_m \leq 0,2$; se aplican los valores de espesor mínimo dados por la tabla 7-5.
- (2) Para $0,2 \leq \alpha_m \leq 2,0$; el espesor no debe ser menor que el dado por la ecuación siguiente:

$$h = \frac{\zeta_n \left(0,8 + \frac{f_y}{1.500} \right)}{36 + 5\beta (\alpha_m - 0,2)} \geq 12,5 \text{ cm} \quad [7-12]$$

Donde $\beta = \frac{\text{lado largo}}{\text{lado corto}}$

- (3) Para $\alpha_m > 2,0$; el espesor no debe ser menor que:

$$h = \frac{\zeta_n \left(0,8 + \frac{f_y}{1.500} \right)}{36 + 9\beta} \geq 9,0 \text{ cm} \quad [7-13]$$

- (4) En bordes discontinuos, debe disponerse una viga de borde que tenga un valor de $\alpha \geq 0,8$; o bien aumentar en un 10% el espesor mínimo requerido por las ecuaciones [7-12] y [7-13] para la losa que tenga un borde discontinuo.

Capítulo 8

Diseño Sísmico

8.1 Requerimientos para los Materiales

8.2 Elementos Sometidos a Flexión

8.3 Elementos Sometidos a Flexocompresión

8.4 Diseño por Capacidad

8.5 Longitud de Desarrollo de Barras en Tracción

8.6 Elementos de Borde para Muros

Este capítulo está basado en las disposiciones del capítulo 21 del código ACI 318-05.

8.1 REQUERIMIENTOS PARA LOS MATERIALES

La resistencia a la compresión f'_c del hormigón, no debe ser menor que 20 MPa.

Al usar hormigón de agregado liviano, f'_c no debe ser mayor que 35 MPa, excepto en el caso que, por medio de ensayos, se demuestre que el hormigón de agregado liviano proporcione resistencia y tenacidad iguales o mayores a las del hormigón de agregado normal.

La armadura que resiste esfuerzos axiales y de flexión provocados por cargas sísmicas, en elementos de marcos y estructuras de muros, debe cumplir con las disposiciones de ASTM A 706M. Con lo anterior, se permite el uso de aceros A44-28H y A63-42H, siempre y cuando:

$$(1) f_{y \text{ real}} \leq f_y + 120 \text{ MPa}$$

Además, los reensayos no deben exceder $f_y + 140$ MPa; donde:

$f_{y \text{ real}}$: es la resistencia real a la fluencia, basada en ensayos de fábrica.

f_y : es la resistencia a la fluencia especificada.

$$(2) \frac{f_{u \text{ real}}}{f_{y \text{ real}}} \geq 1,25$$

Donde:

$f_{u \text{ real}}$: es la tensión última real de tracción.

8.2 ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXIÓN

Los elementos sometidos a flexión deben cumplir con las siguientes condiciones:

$$(1) P_u \leq \frac{A_g f'_c}{10}$$

$$(2) \frac{\ell_{libre}}{d} \geq 4$$

$$(3) \frac{b}{h} \geq 0,3$$

$$(4) b \geq 250 \text{ mm}$$

$$(5) b \leq \text{al ancho de elemento de apoyo} + \frac{3}{4}h \text{ (a cada lado)}$$

8.2.1 Armadura Longitudinal

La cuantía de acero longitudinal debe ser mayor o igual a:

$$\rho_{min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4f_y} \geq \frac{1,4}{f_y} \quad [8-1]$$

La cuantía máxima es, $\rho_{max} = 0,025$

La armadura longitudinal, debe estar compuesta a lo menos por 2 barras, tanto en la armadura superior como inferior, a lo largo de todo el elemento.

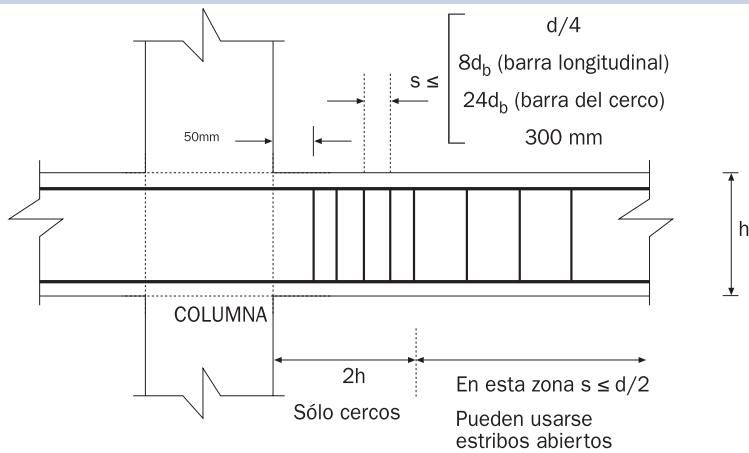
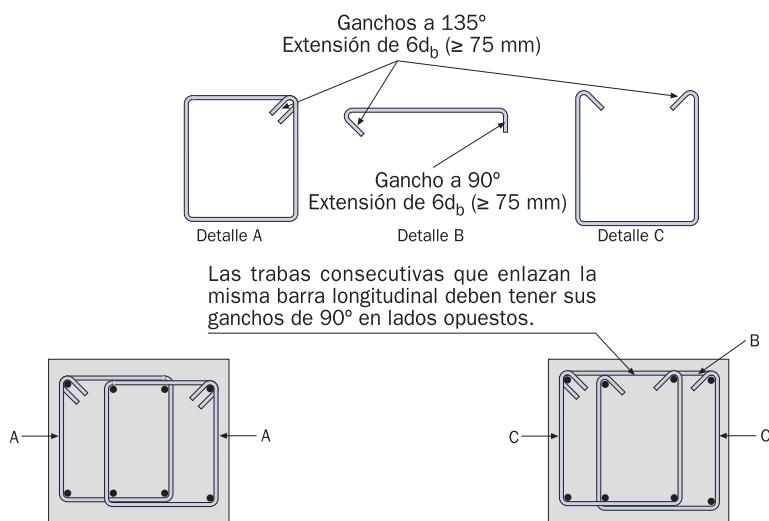
La resistencia a momento positivo en la cara del nudo (M_{n+}), no debe ser menor que la mitad de la resistencia a momento negativo en esa misma cara. Además, la capacidad a flexión tanto positiva como negativa a lo largo de todo el elemento, no debe ser menor que la cuarta parte de la resistencia máxima al momento existente en la cara de cualquiera de los nudos.

Los traslapos deben cumplir con las siguientes condiciones:

- (1) No deben usarse traslapos en los nudos, ni dentro de una zona limitada por dos veces la altura útil desde la cara de la columna, ni tampoco usarse en otras zonas posibles de plastificarse
- (2) El espaciamiento máximo de los cercos que confina las barras traslapadas, no debe ser mayor que $d/4$ ó 100 mm

8.2.2 Armadura Transversal

La armadura transversal debe estar dispuesta tal como lo señala la figura 8-1. En la figura 8-2, se dan dos ejemplos de cercos traslapados.

Figura 8-1**Disposición de la Armadura Transversal****Figura 8-2****Ejemplos de Cercos Traslapados**

8.3 ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXOCOMPRESIÓN

Los elementos de marco, que están sometidos a flexocompresión, deben cumplir con las siguientes condiciones:

$$(1) P_u \geq \frac{A_g f'_c}{10}$$

(2) la dimensión mínima de la sección transversal no debe ser menor que 300 mm.

$$(3) \frac{\text{dimensión mínima}}{\text{dimensión perpendicular}} \geq 0,4$$

(4) Para asegurar el comportamiento de viga débil-columna fuerte, se exige que:

$$\Sigma M_c \geq \frac{6}{5} \Sigma M_g$$

[8-2]

Donde:

ΣM_c : suma de las resistencias nominales a la flexión de las columnas que convergen en el nudo.

ΣM_g : suma de las resistencias nominales a la flexión de las vigas que convergen en el nudo.

8.3.1 Armadura Longitudinal

La cuantía total de acero longitudinal, ρ_g , debe cumplir con:

$$0,01 \leq \rho_g \leq 0,06$$

Los traslapos sólo pueden colocarse a media altura de la columna y deben dimensionarse como traslapes de tracción.

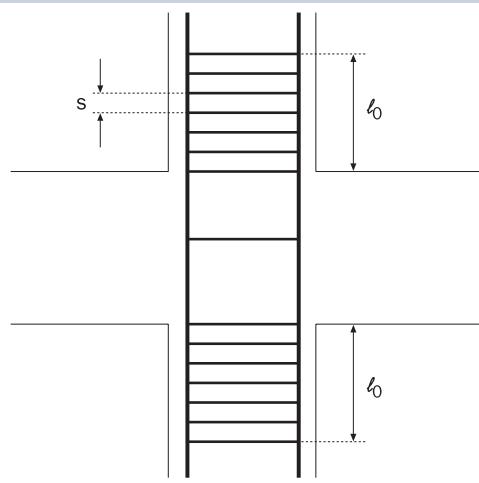
8.3.2 Armadura Transversal

Se define como zonas críticas a aquellas que están arriba y debajo de los nudos, desde la cara del nudo hasta una longitud ℓ_0 dada por:

$$\ell_0 = \max \left\{ \text{altura } h; \frac{1}{6} \text{ luz libre; } 450\text{mm} \right\}$$

[8-3]

Se debe colocar a lo menos armadura transversal mínima de confinamiento, a menos que se necesite una mayor cantidad, en zonas críticas y en cualquier otra zona donde sea esperable una rótula plástica.

Figura 8-3**Armadura Transversal en Zonas Críticas**

El espaciamiento s , debe cumplir con:

$$s \leq \min \begin{cases} \frac{1}{4} \text{ dimensión menor} \\ 6 d_b \text{ (barra longitudinal)} \\ s_x \end{cases}$$

$$s_x = \frac{100 + 350 \cdot h_x}{3} \quad [\text{mm}]$$

[8-4]

Donde:

h_x : espaciamiento máximo horizontal de cercos o ramas de amarras en todas las caras de la columna

Además, s_x debe cumplir con: $100 \text{ mm} \leq s_x \leq 150 \text{ mm}$.

Fuera de la zona crítica el espaciamiento, s no debe exceder $6 d_b$ ni 150 mm .

La armadura transversal mínima, está dada por:

$$A_{sh} \geq \max \begin{cases} 0,3 s * h_c \frac{f'_c}{f'_{yh}} \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \\ 0,09 s * h_c \frac{f'_c}{f'_{yh}} \end{cases}$$

[8-5]

Donde:

A_{sh} : es el área total de armadura transversal (incluyendo trabas) dentro del espaciamiento "s" y perpendicular a la dimensión h_c

h_c : dimensión transversal del núcleo de la columna, medida centro a centro de la armadura de confinamiento

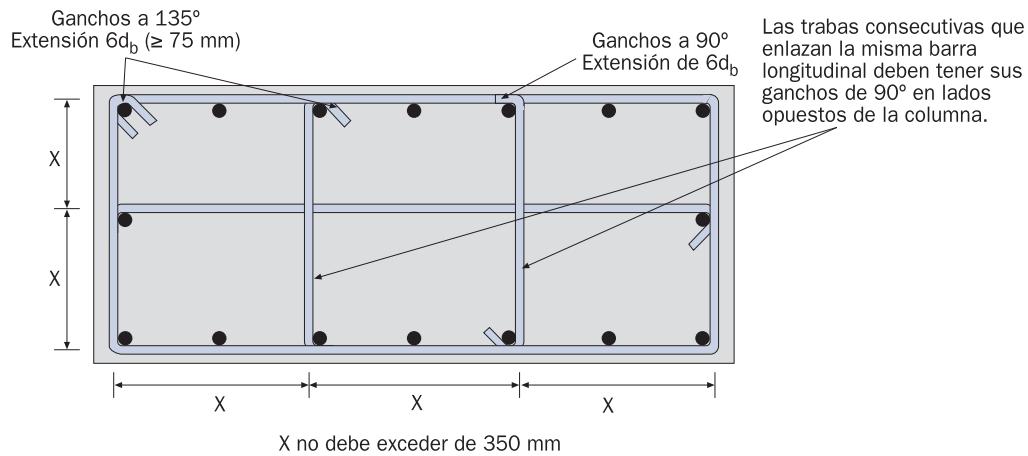
A_{ch} : área de la sección transversal de un elemento estructural, medida entre los bordes exteriores de la armadura transversal

f'_{yh} : tensión de fluencia de la armadura transversal

En el caso de no cumplirse la condición de la expresión [8-2], las columnas deben tener armadura mínima de confinamiento en las zonas críticas; pero no deben ser considerados como elementos que aporten resistencia lateral a la estructura.

Figura 8-4

Armadura Mínima de Confinamiento



X = distancia entre centros de barras de cercos o trabas

8.4 DISEÑO POR CAPACIDAD.

La armadura transversal se debe diseñar para un esfuerzo de corte V_e señalado en las secciones 8.4.1 y 8.4.2 y despreciando la resistencia al corte proporcionada por el hormigón ($V_c = 0$), cuando en un elemento de marco se produzcan simultáneamente las siguientes condiciones:

$$(1) V_e \geq \frac{1}{2} \text{ resistencia máxima requerida por corte.}$$

$$(2) P_u < \frac{A_g f'_c}{20}; \text{ donde } P_u \text{ incluye el efecto sísmico.}$$

NOTA: V_e no debe ser nunca menor que el requerido por el análisis estructural.

8.4.1 Vigas

$$V_e = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{\ell_n} \pm \frac{w_u \ell_n}{2}$$

[8-6]

Donde:

M_{pr1} y M_{pr2} : son los momentos máximos probables para cada extremo del elemento, respectivamente

ℓ_n : es la luz libre del elemento horizontal (viga)

w_u : es la carga mayorada uniformemente distribuida, debido a cargas gravitacionales de diseño

$$M_{pr} = 1,25 A_s f_y * \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

[8-7]

(1) Para efectos prácticos, $\left(d - \frac{a}{2} \right) \approx 0,9d$

(2) M_{pr1} y M_{pr2} deben ser calculados, ambos, tanto en el sentido de las manecillas del reloj como a la inversa

8.4.2 Columnas

$$V_e = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{\ell_u}$$

[8-8]

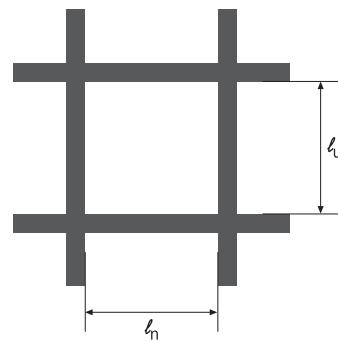
Donde:

M_{pr1} y M_{pr2} : son las capacidades a flexión del elemento en cada extremo, respectivamente

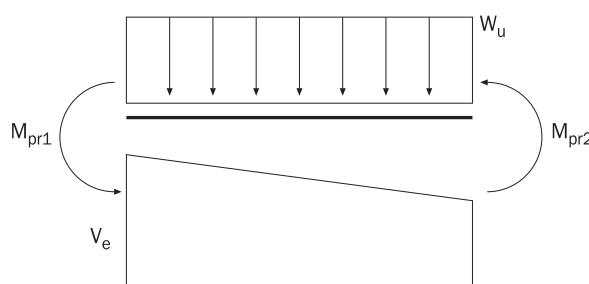
ℓ_u : es la luz libre del elemento vertical (columna)

Figura 8-5

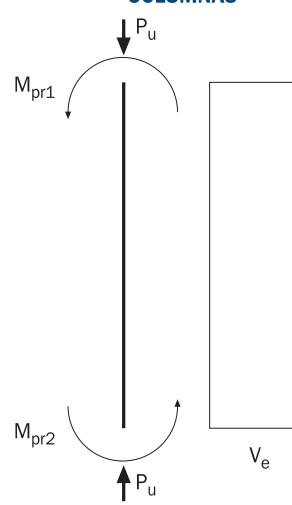
Momentos Máximos Probables en Vigas y Capacidades a Flexión en Columnas



VIGAS

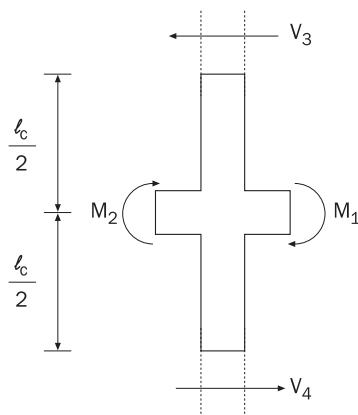
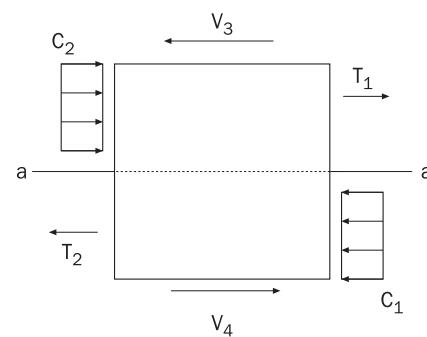


COLUMNAS



8.4.3 Unión Viga-Columna

La fuerza de corte V_u , que actúa sobre el nudo, debe calcularse en un plano horizontal a la mitad de la altura de la unión viga-columna, sumando las fuerzas horizontales que actúan en el nudo.

Figura 8-6**Elevación Unión Viga-Columna****Figura 8-7****Elevación Nudo**

Para efectos prácticos:

$$T_1 = A_s' * 1,25 f_y \quad [8-9]$$

$$T_2 = A_s * 1,25 f_y \quad [8-10]$$

$$M_1 = T_1 * 0,9 d \quad [8-11]$$

$$M_2 = T_2 * 0,9 d \quad [8-12]$$

Considerando que la columna alcanza sus puntos de inflexión en la mitad de su altura, obtenemos de la figura 8-6:

$$V_3 = V_4 = \frac{M_1 + M_2}{l_c} \quad [8-13]$$

Considerando que: $C_1 = T_1$ y $C_2 = T_2$

El corte V_u en la sección a-a, de la figura 8-7, está dado por:

$$V_u = T_1 + T_2 \cdot \frac{M_1 + M_2}{\ell_c} \quad [8-14]$$

La condición de diseño es: $V_u \leq \phi V_n$; donde $\phi = 0,85$ y V_n queda dado por la expresión [8-15].

$$V_n = \gamma \sqrt{f'_c} * b_j h \quad [8-15]$$

Donde:

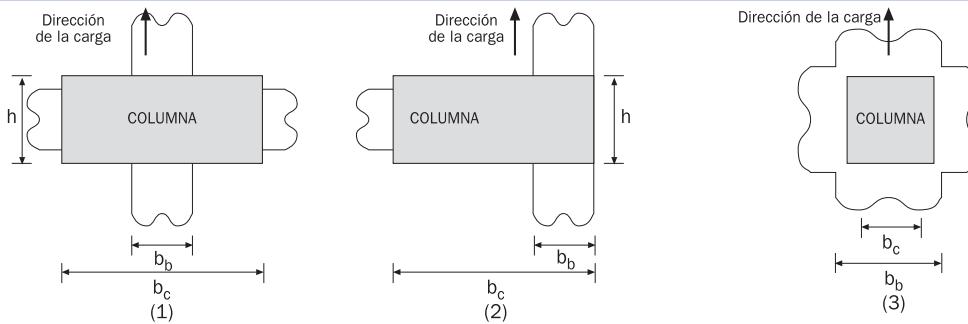
γ : es un factor que depende del confinamiento del nudo, proporcionado por las vigas que concurren a él

b_j : es el ancho efectivo del nudo (ver figura 8-8)

h : es la dimensión de la columna paralela a la dirección de la carga que produce corte en el nudo

Figura 8-8

Ancho Efectivo del Nudo



En la figura 8-8, se observan 3 condiciones que determinan el ancho efectivo del nudo.

$$(1) b_j = \frac{b_b + b_c}{2} \leq b_b + h$$

$$(2) b_j = \frac{b_b + b_c}{2} \leq b_b + \frac{h}{2}$$

$$(3) b_b = b_c$$

El factor γ de la expresión [8-15] es:

$\gamma = 1,7$; para nudos confinados en las 4 caras.

$\gamma = 1,25$; para nudos confinados en 3 caras o en 2 caras opuestas.

$\gamma = 1,0$; para otros casos.

Se considera que una viga confina al nudo, si al menos $\frac{3}{4}$ de la cara del nudo es cubierta por dicha viga.

8.5 LONGITUD DE DESARROLLO DE BARRAS EN TRACCION.

8.5.1 Ganchos de 90°

La longitud de desarrollo ℓ_{dh} , para una barra con gancho estándar de 90°, para hormigón de peso normal está dado por:

$$\ell_{dh} = \frac{f_y d_b}{5,4\sqrt{f'_c}} \leq \begin{cases} 8_{db} \\ 190 \text{ mm} \end{cases} \quad [8-16]$$

La ecuación [8-16] es válida para barras entre $\phi 10$ y $\phi 36$.

Para hormigón con agregado liviano, ℓ_{dh} queda dado por:

$$\ell_{dh} = \frac{1,25 f_y d_b}{5,4\sqrt{f'_c}} \leq \begin{cases} 10_{db} \\ 190 \text{ mm} \end{cases} \quad [8-17]$$

El gancho de 90° debe situarse dentro del núcleo confinado de una columna o elemento de borde.

8.5.2 Barras rectas

Al igual que para ganchos de 90°, las disposiciones para barras rectas son válidas sólo para barras entre $\phi 10$ y $\phi 36$.

La longitud de desarrollo ℓ_d , para barras rectas, no debe ser menor que:

- $2,5 \ell_{dh}$; si el espesor de hormigón (colocado de una sola colada) debajo de la barra no excede de 300 mm.

- $3,5 \ell_{dh}$; si el espesor de hormigón (colocado de una sola colada) debajo de la barra excede de 300 mm.

Las barras rectas que terminan en un nudo deben pasar a través del núcleo confinado de una columna o elemento de borde. Si la longitud ℓ_d se extiende más allá del volumen confinado de hormigón, entonces ℓ_d debe ser reemplazada por ℓ_{dm} :

$$\ell_{dm} = 1,6 (\ell_d - \ell_{dc}) + \ell_{dc} \quad [8-18]$$

Donde:

ℓ_{dm} : longitud de desarrollo requerida cuando la barra recta no está completamente embebida en hormigón confinado

ℓ_{dc} : longitud de la barra recta, embebida en hormigón confinado

8.6 ELEMENTOS DE BORDE PARA MUROS

Según la sección 21.7.6.2 del ACI 318-05, se indica que se deben usar elementos de borde en los muros, cuando la siguiente condición no se cumpla:

$$c \geq \frac{l_w}{600 * \left(\frac{\delta_u}{h_w} \right)}$$

[8-19]

Donde:

l_w : longitud total del muro

h_w : altura del muro

δ_u : desplazamiento de diseño

c : es la profundidad de la línea neutra en la sección del muro

Donde además la cantidad $\frac{\delta_u}{h_w}$ no debe tomarse menor que 0,007. En general, para efectos prácticos podemos considerar $\frac{\delta_u}{h_w} = 0,007$.

Dado que la condición que aparece en la ecuación [8-19] es difícil de verificar, la sección 21.7.6.3 del ACI 318-05 propone usar elementos de borde cuando la tensión de compresión de la fibra extrema correspondiente a las fuerzas mayoradas incluyendo sismo, sobrese pase a $0,2 f'_c$. Además, indica que estos elementos de borde pueden descontinuarse cuando la tensión de la fibra extrema en compresión sea menor a $0,15 f'_c$. Para dicha verificación, en el cálculo de la tensión se deben considerar las propiedades de la sección bruta: I_g y A_g .

Capítulo 9

Ejemplos

9.1 Diseño de Dintel (Viga con diseño sísmico)

9.2 Verificación de Unión Viga-Columna

9.3 Diseño de Muro con Elementos de Borde

9.1 DISEÑO DINTEL (VIGA CON DISEÑO SISMICO)

Hormigón H-40 $\rightarrow f'_c = 35 \text{ MPa}$; $\beta_1 = 0,81$

Acero A63-42H

Dintel 70/52

Luz libre 3,14 m

Luz cálculo 3,40 m



	Momento (T·m)	Corte (T)
Cargas permanente (D)	7,74	9,99
Sobrecargas (L)	3,83	4,85
Sismo (E)	53,62	30,47

Desarrollo:

a) Cálculo de Armadura Longitudinal

Se considerará $d = 45 \text{ cm}$; $v = 0$ (caso flexión simple)

$$\xi_{lim} = 0,4286$$

$$\mu_{lim} = \beta_1 \xi_{lim} \left(1 - \frac{\beta_1 \xi_{lim}}{2} \right) = 0,81 * 0,4286 * (1 - 0,5 * 0,81 * 0,4286) = 0,2869$$

$$U_c = 0,85 f'_c * b * d = 0,85 * 3500 * 0,7 * 0,45 = 937,1 \text{ T}$$

$$1,4 (D + L + E) \Rightarrow Mu (-) = 91,27 \text{ T·m}$$

$$M_{eu} = 91,27 \text{ T·m}$$

-1º iteración: Supongamos que $\phi = 0,9$

$$\mu = \frac{M_{eu}}{\phi U_c d} = \frac{91,27}{0,9 * 937,1 * 0,45} = 0,2405 < 0,2869 (\mu_{lim})$$

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{\beta_1} = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 * 0,2405}}{0,81} = 0,3452 < 0,375$$

$\Rightarrow \phi = 0,9$ (chequeado el valor de ϕ , ver figura 2-1 del capítulo 2)

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,2405} = 0,2796$$

$$A_s = \omega * U_c / f_y = \frac{0,2796 * 937,1}{4,2} = 62,38 \text{ cm}^2 \text{ (armadura negativa requerida)}$$

-0,9 D + 1,4 E \Rightarrow Mu (+) = 68,10 T

$$M_{eu} = 68,10 \text{ T-m}$$

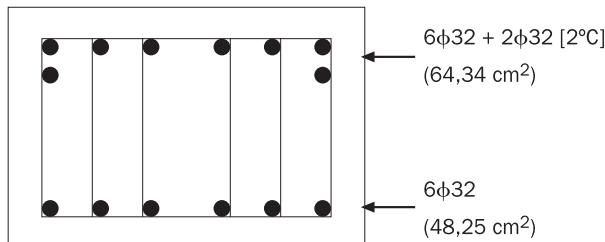
-1º iteración: Supongamos que $\phi = 0,9$

$$\mu = \frac{68,10}{0,9 * 937,1 * 0,45} = 0,1794 < 0,2869 (\mu_{lim})$$

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 * 0,1794}}{0,81} = 0,2460 < 0,375 \quad \phi = 0,9 \text{ OK (idem al caso anterior)}$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,1794} = 0,1993$$

$$A_s = \omega * U_c / f_y = \frac{0,1993 * 937,1}{4,2} = 44,47 \text{ cm}^2 \text{ (armadura positiva requerida)}$$



b) Cálculo de Armadura Transversal

► Usando $\phi = 0,6$ y $V_c = 0$

$$V_u = 1,4 * (9,99 + 4,85 + 30,47) = 63,43 \text{ T}$$

$$V_s = V_u / \phi = \frac{63,43}{0,6} = 105,72 \text{ T}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{105,72}{4,2 \times 0,45} = 55,94 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \text{ET}\phi\textbf{12@12}$$

► Diseño por Capacidad

$$v_e = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{l_n} + \frac{w_u l_u}{2}$$

$$\frac{w_u l_u}{2} = 1,4 * (9,99 + 4,85) = 20,78 \text{ T}; \text{ ya que corresponde al corte debido a cargas gravitacionales mayoradas}$$

$$M_{pr} = 1,25 * A_s * f_y * 0,9d$$

$$A_s (-) = 64,34 \text{ cm}^2 \Rightarrow M_{pr1} = 1,25 * 64,34 * 4,2 * 0,9 * 0,45 = 136,8 \text{ T-m}$$

$$A_s (+) = 48,25 \text{ cm}^2 \Rightarrow M_{pr2} = 1,25 * 48,25 * 4,2 * 0,9 * 0,45 = 102,59 \text{ T-m}$$

$$V_e = \frac{136,8 + 102,59}{3,4} + 20,78 = 91,18 \text{ T}$$

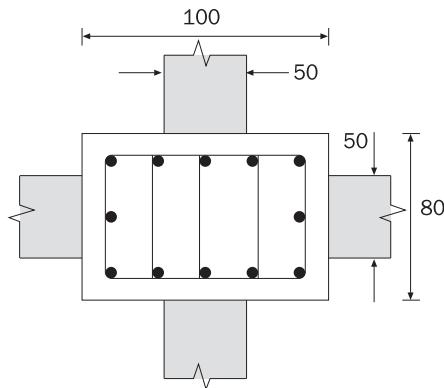
Usando $\phi = 0,75$ y $V_c = 0$

$$V_s = V_e / \phi = \frac{91,18}{0,75} = 121,57 \text{ T}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{121,57}{4,2 * 0,45} = 64,32 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow \text{ET}\phi\textbf{12@10}$$

Finalmente obtenemos mayor armadura transversal, por el Diseño por Capacidad.

9.2 VERIFICACION UNION VIGA-COLUMNA



Hormigón H-40 $\Rightarrow f'_c = 35 \text{ MPa}$

Acero A63-42H

$$\text{Viga } 50/52 \quad A'_s = 4\phi 36 = 40,72 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 4\phi 25 + 2\phi 25 [2^\circ\text{C}] = 29,45 \text{ cm}^2$$

Considerando $d = 47 \text{ cm}$

$$M_{pr} = 1,25 * A_s * f_y * 0,9d = 1,25 * 40,72 * 4,2 * 0,9 * 0,47 = \mathbf{90,43 \text{ T} \cdot \text{m}}$$

$$\text{Columna } 80/100 \quad (6\phi 32 + 6\phi 25) = 77,71 \text{ cm}^2 \Rightarrow \rho_g = 0,0097 (\approx 1\%)$$

$$b = 80 \text{ cm} ; h = 100 \text{ cm} \Rightarrow f'_c * A_g = 3500 * 0,8 = 2.800 \text{ T}$$

Para la columna tenemos los siguientes esfuerzos:

	Momento (T·m)	Carga Axial (T)
Cargas permanente (D)	23,96	570
Sobrecargas (L)	9,10	169
Sismo (E)	22,90	35,4

$$1,4(D + L + E) \Rightarrow P_{u, \max} = 1,4 * (570 + 169 + 35,4) = 1.084,2 \text{ T}$$

$$\frac{P_u}{f'_c A_g} = \frac{1.084,2}{2.800} = 0,3872$$

$$0,9 D - 1,4 E \Rightarrow P_{u, \min} = 0,9 * 570 - 1,4 * 35,4 = 463,4 \text{ T}$$

$$\frac{P_u}{f'_c A_g} = \frac{463,4}{2.800} = 0,1655$$

Para efectos de ábacos, consideraremos:

$f_y = 420 \text{ MPa}$; $f'_c = 35 \text{ MPa}$; $\gamma = 0,8$ (altura útil relativa) y columnas con armadura perimetral

Usaremos el Diagrama de Interacción $P_u - M_u$ B-020, con $\rho_g = 1\%$

$$\text{con } \frac{P_u}{f'_c A_g} = 0,3872 \Rightarrow \frac{M_u}{f'_c A_g h} \approx 0,075$$

$$\text{con } \frac{P_u}{f'_c A_g} = 0,1655 \Rightarrow \frac{M_u}{f'_c A_g h} \approx 0,1$$

Luego para la columna: $M_{pr} = 0,1 * 2.800 * 1 = 280 \text{ T} \cdot \text{m}$

► Verificación de comportamiento de viga débil-columna fuerte

$$\sum M_c \geq \frac{6}{5} \sum M_g$$

$$\frac{\sum M_c}{\sum M_g} = \frac{2 * 280}{2 * 90,43} = 3,1 > 1,2 (\text{OK})$$

T. Paulay recomienda el factor 2,5 en lugar de $\frac{6}{5}$, lo cual también se cumple en este caso.

► Verificación de Corte en el Nudo.

La condición de diseño es: $V_u \leq \phi V_n$; con $\phi = 0,85$

$$\text{Donde } V_u = T_1 + T_2 - \frac{M_1 + M_2}{l_c}$$

Consideraremos $l_c = 3 \text{ m}$

$$T_1 = A'_s * 1,25f_y = 40,72 * 1,25 * 4,2 = 213,78 \text{ T}$$

$$M_1 = T_1 * 0,9d = 213,78 * 0,9 * 0,47 = 90,4 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$T_2 = A_s * 1,25f_y = 29,45$$

$$M_2 = T_2 * 0,9d = 29,45 * 0,9 * 0,47 = 12,46 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$V_u = 213,78 + 29,45 - \frac{90,4 + 12,46}{3} = 208,94 \text{ T}$$

$$\text{Y por otro lado, } V_n = \gamma \sqrt{f'_c} * b_j h$$

$\gamma = 1,7$; para nudos confinados en las 4 caras, estamos en el caso (1) de la figura 8-8 del Capítulo 8.

$$b_j = \frac{b_b + b_c}{2} \leq b_b + h = 50 + 100 = 150 \text{ cm}$$

$$b_j = \frac{b_b + b_c}{2} = \frac{50 + 80}{2} = 65 \text{ cm} < 150 \text{ cm} \quad (\text{OK})$$

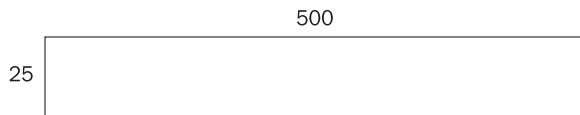
$$\Rightarrow V_n = 1,7 * \sqrt{35} * 100 * 0,65 * 1 = 653,7 \text{ T}$$

$$V_u = 208,94 \text{ T} < 0,85 * 653,7 = 555,6 \text{ T} \quad (\text{OK})$$

9.3 DISEÑO DE MURO CON ELEMENTOS DE BORDE

Hormigón H-40 $\Rightarrow f'_c = 35 \text{ MPa}$

Acero A63-42H



Los esfuerzos para el muro son:

	Carga Axial (T)	Corte (T)	Momento (T · m)
Cargas permanentes (D)	325		
Sobrecargas (L)	175		
Sismo (E)	70	150	1.800

- Verificar si necesita o no elementos de borde.

Según la sección 21.7.6.3 del ACI 318-05, se debe usar elementos de borde confinados en muros cuando la tensión extrema en compresión en el muro sobrepase a $0,2 f'_c$, y para el cálculo de tensión se deben tomar en cuenta las fuerzas mayoradas y las propiedades de la sección bruta: A_g e I_g .

$$0,2 f'_c = 0,2 * 3.500 = 700 \text{ T/m}^2$$

$$1,4 D + 1,4 L + 1,4 E \Rightarrow P_{u \max} = 1,4 * (325 + 175 + 70) = 798 \text{ T}$$

$$M_{u \max} = 1,4 * 1.800 = 2.520 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$0,9 D - 1,4 E \Rightarrow P_{u \min} = (0,9 * 325) - (1,4 * 70) = 194,5 \text{ T}$$

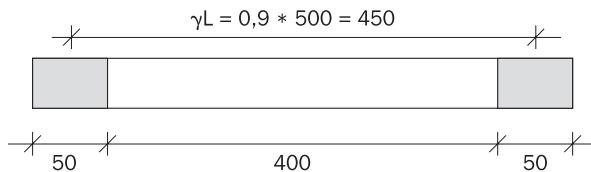
$$A_g = 0,25 * 5 = 1,25 \text{ m}^2$$

$$I_g = \frac{1}{12} * 0,25 * 5^3 = 2,60 \text{ m}^4$$

$$\sigma = \frac{798}{1,25} + \frac{2.520}{2,60} = 1.608 \text{ T/m}^2 > 700 \text{ T/m}^2 \Rightarrow \text{se deben usar elementos de borde.}$$

Para los centroides de armadura de elementos de borde, se considerará una altura útil relativa de $\gamma = 0,9$

► Diseño a Flexión.



Armadura de repartición $\rho_w = 0,0025 \Rightarrow \text{DMV } \phi 8 @ 16$

$$f'_c * A_g = 3.500 * 5 * 0,25 = 4.375 \text{ T}$$

Usaremos el Diagrama H-75

$$\frac{M_u}{f'_c * A_g * h} = \frac{2.520}{4.375 * 5} = 0,1152$$

$$\text{con } \frac{P_u}{f'_c * A_g} = \frac{798}{4.375} = 0,1824 \Rightarrow \rho = 3,2\%$$

$$\text{con } \frac{P_u}{f'_c * A_g} = \frac{194,5}{4.375} = 0,0445 \Rightarrow \rho = 6,7\% (83,75 \text{ cm}^2)$$

► Diseño a Corte.

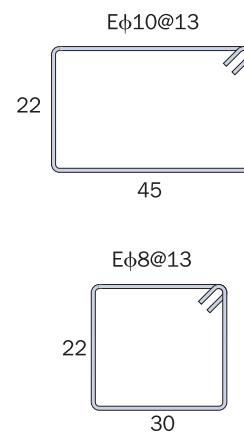
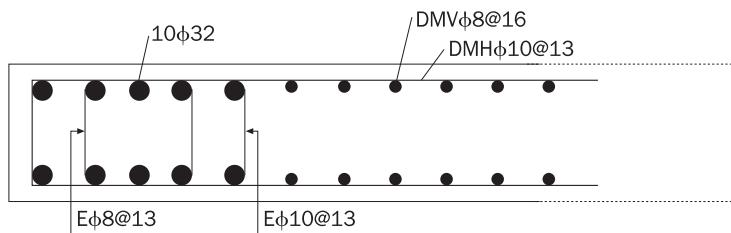
$$\phi = 0,6$$

$$d = 475 \text{ cm}$$

$$V_u = 1,4 * 150 = 210 \text{ T} \Rightarrow V_u / \phi = 350 \text{ T}$$

$$V_c = 108,4 \text{ T}$$

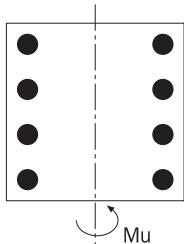
$$V_s = 241,6 \text{ T} \Rightarrow Av / s = 12,11 \text{ cm}^2/\text{m}$$



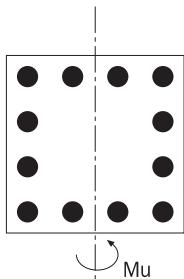
Para otros ejemplos, consultar el Anexo 1, página 277.

Apéndice 1

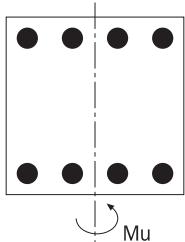
Diagramas de Interacción Pu-Mu

INDICE DIAGRAMAS DE INTERACCION Pu - Mu**A. Columnas Armadura Bordes Extremos $f_y = 420 \text{ MPa}$**

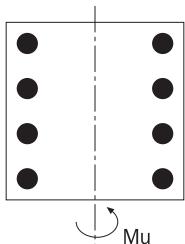
001	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	119
002	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	120
003	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	121
004	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	122
005	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	123
006	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	124
007	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	125
008	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	126
009	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	127
010	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	128
011	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	129
012	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	130
013	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	131
014	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	132
015	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	133
016	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	134

**B. Columnas Armadura Perimetral $f_y = 420 \text{ MPa}$**

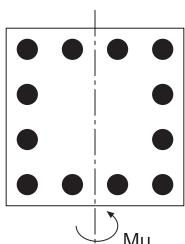
017	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	135
018	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	136
019	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	137
020	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	138
021	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	139
022	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	140
023	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	141
024	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	142
025	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	143
026	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	144
027	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	145
028	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	146
029	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	147
030	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	148
031	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	149
032	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	150


C. Columnas Armadura Lateral $f_y = 420 \text{ MPa}$

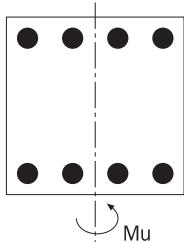
033	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	151
034	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	152
035	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	153
036	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	154
037	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	155
038	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	156
039	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	157
040	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	158


D. Columnas Armadura Bordes Extremos $f_y = 280 \text{ MPa}$

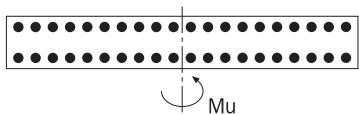
041	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	159
042	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	160
043	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	161
044	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	162
045	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	163
046	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	164
047	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	165
048	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	166


E. Columnas Armadura Perimetral $f_y = 280 \text{ MPa}$

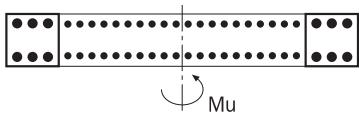
049	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	167
050	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	168
051	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	169
052	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	170
053	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	171
054	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	172
055	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	173
056	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	174

**F. Columnas Armadura Lateral $f_y = 280 \text{ MPa}$**

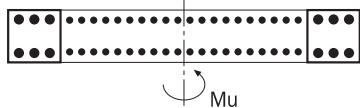
057	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	175
058	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	176
059	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	177
060	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	178
061	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	179
062	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	180
063	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	181
064	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	182

**G. Muros Armadura Uniformemente Distribuida $f_y = 420 \text{ MPa}$**

065	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 1,0$	183
066	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 1,0$	184
067	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 1,0$	185
068	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 1,0$	186
069	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 1,0$	187
070	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 1,0$	188
071	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 1,0$	189
072	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 1,0$	190

**H. Muros con Elementos de Borde $\rho_w = 0,0025 f_y = 420 \text{ MPa}$**

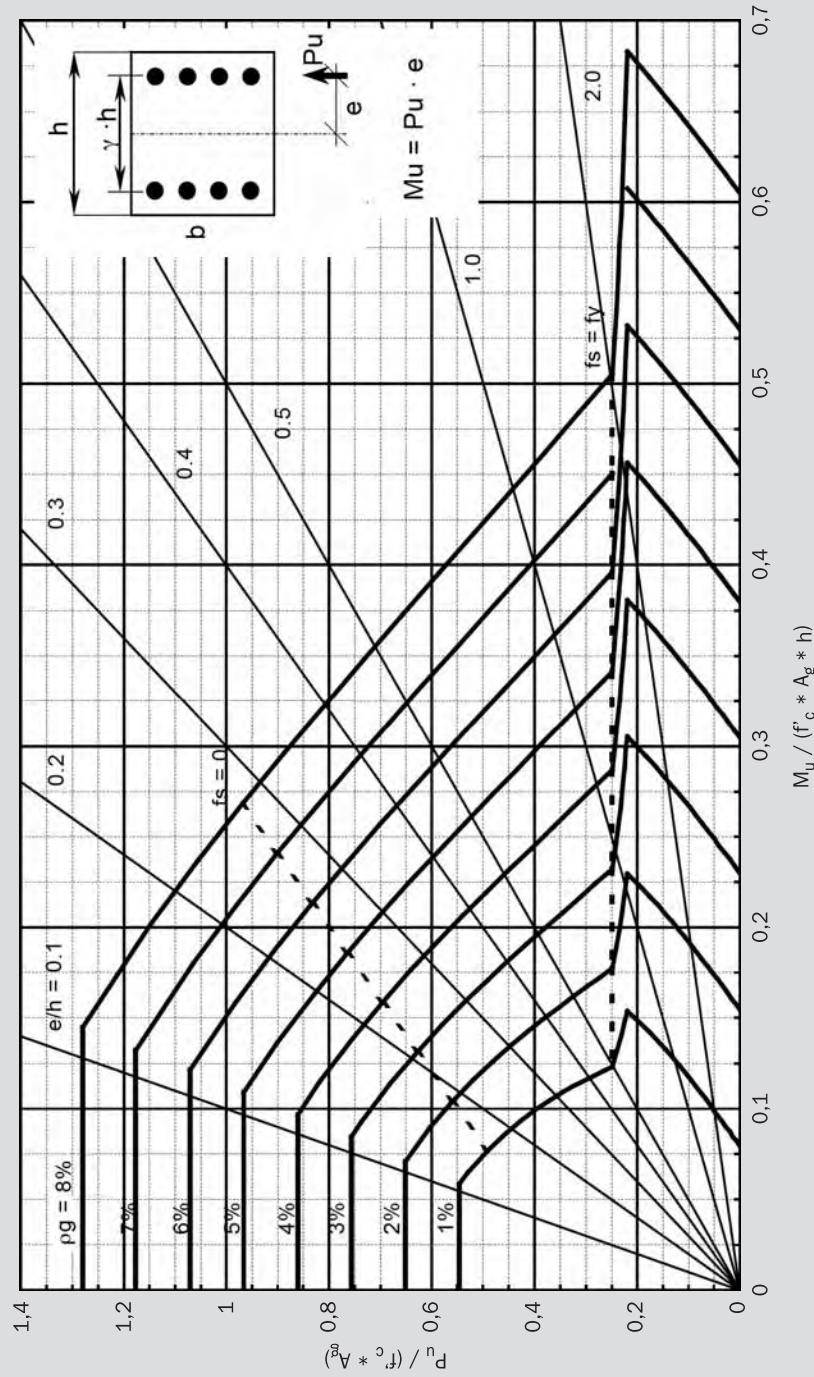
073	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	191
074	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	192
075	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	193
076	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	194
077	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	195
078	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	196
079	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	197
080	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	198
081	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	199
082	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	200
083	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	201
084	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	202
085	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	203
086	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	204
087	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	205
088	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	206


I. Muros con Elementos de Borde $\rho_w = 0,0050$ $f_y = 420$ MPa

089	$f'_c = 20$ MPa	$\gamma = 0,9$	207
090	$f'_c = 25$ MPa	$\gamma = 0,9$	208
091	$f'_c = 30$ MPa	$\gamma = 0,9$	209
092	$f'_c = 35$ MPa	$\gamma = 0,9$	210
093	$f'_c = 40$ MPa	$\gamma = 0,9$	211
094	$f'_c = 45$ MPa	$\gamma = 0,9$	212
095	$f'_c = 50$ MPa	$\gamma = 0,9$	213
096	$f'_c = 55$ MPa	$\gamma = 0,9$	214
097	$f'_c = 20$ MPa	$\gamma = 0,8$	215
098	$f'_c = 25$ MPa	$\gamma = 0,8$	216
099	$f'_c = 30$ MPa	$\gamma = 0,8$	217
100	$f'_c = 35$ MPa	$\gamma = 0,8$	218
101	$f'_c = 40$ MPa	$\gamma = 0,8$	219
102	$f'_c = 45$ MPa	$\gamma = 0,8$	220
103	$f'_c = 50$ MPa	$\gamma = 0,8$	221
104	$f'_c = 55$ MPa	$\gamma = 0,8$	222

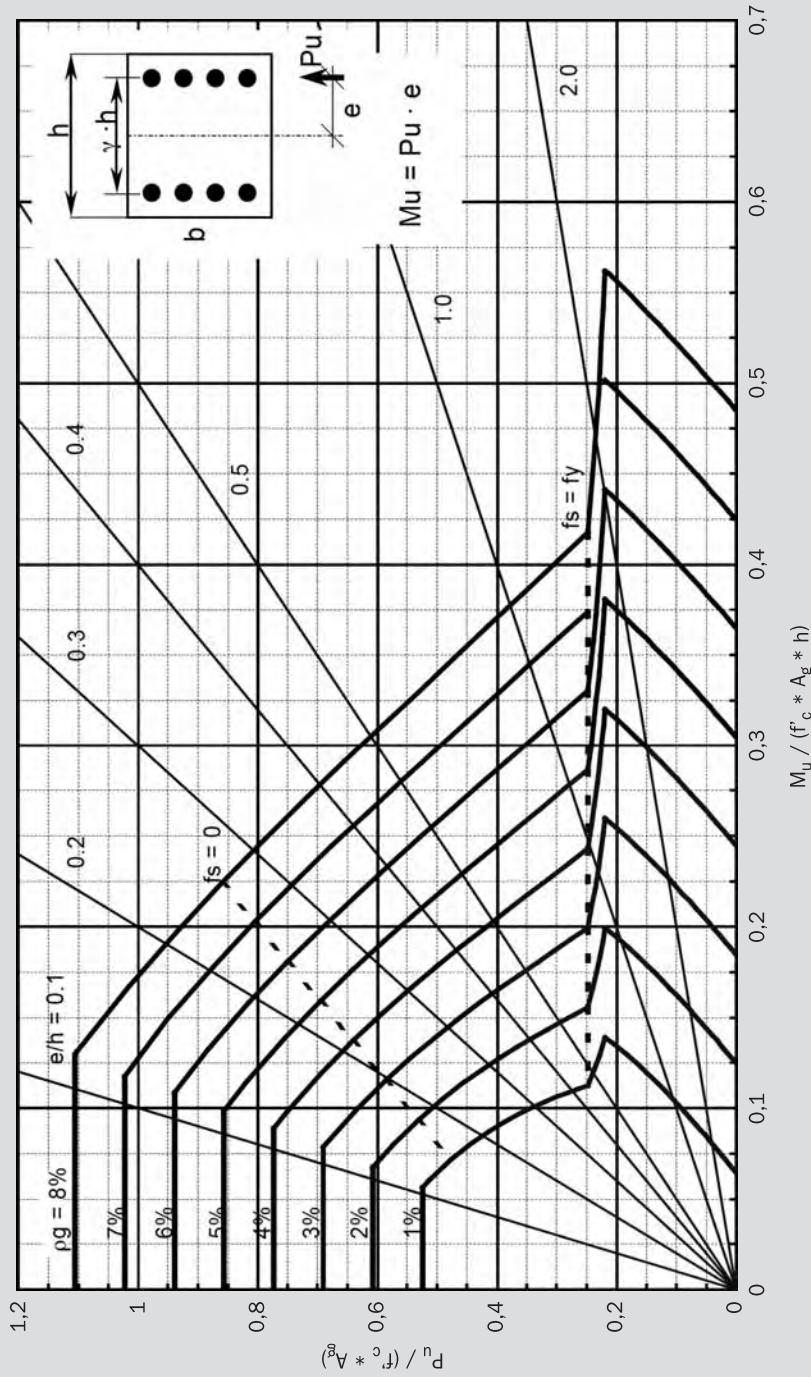
**A-001 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$

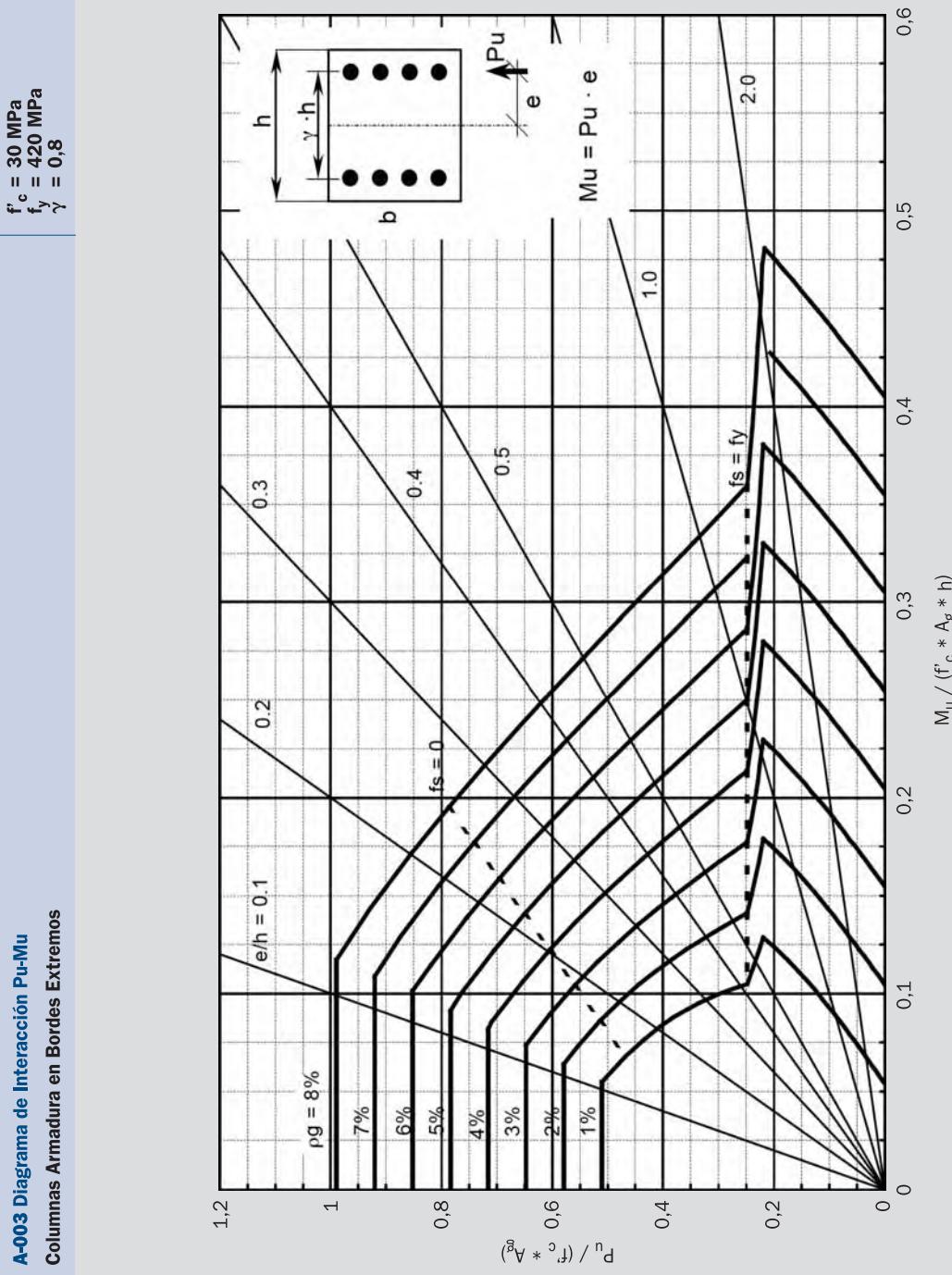


**A-002 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

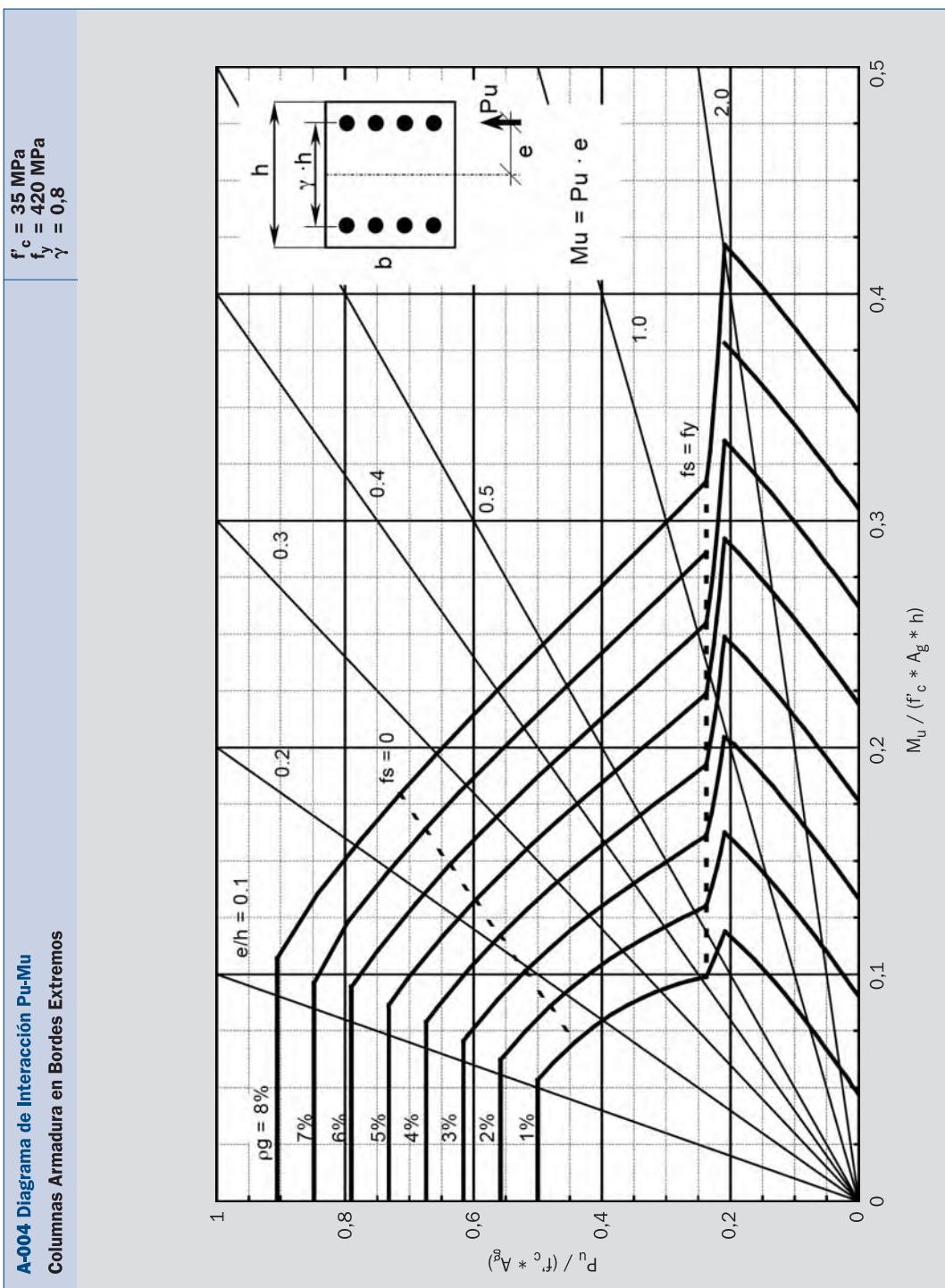
$$\begin{aligned} f'_c &= 25 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$



**A-003 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

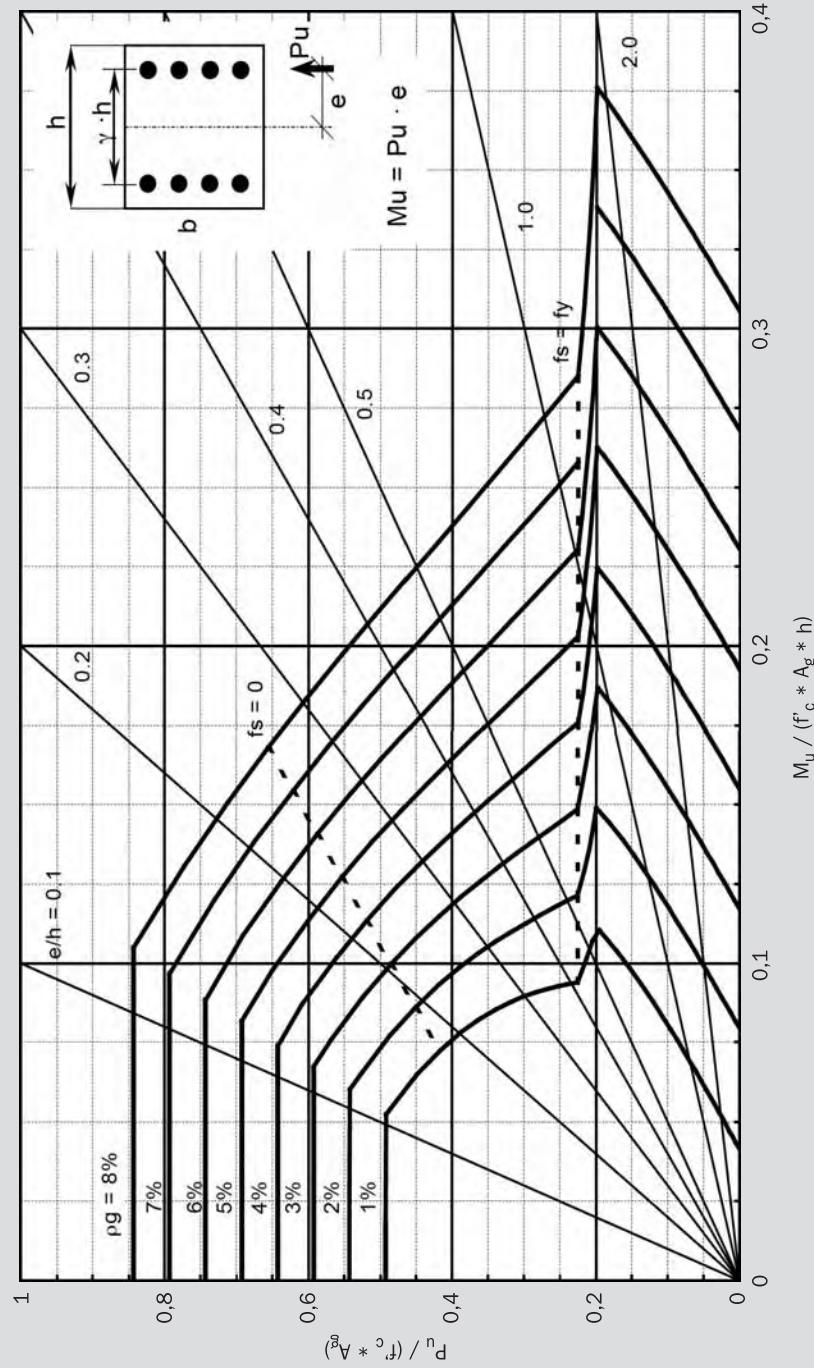


**A-004 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**



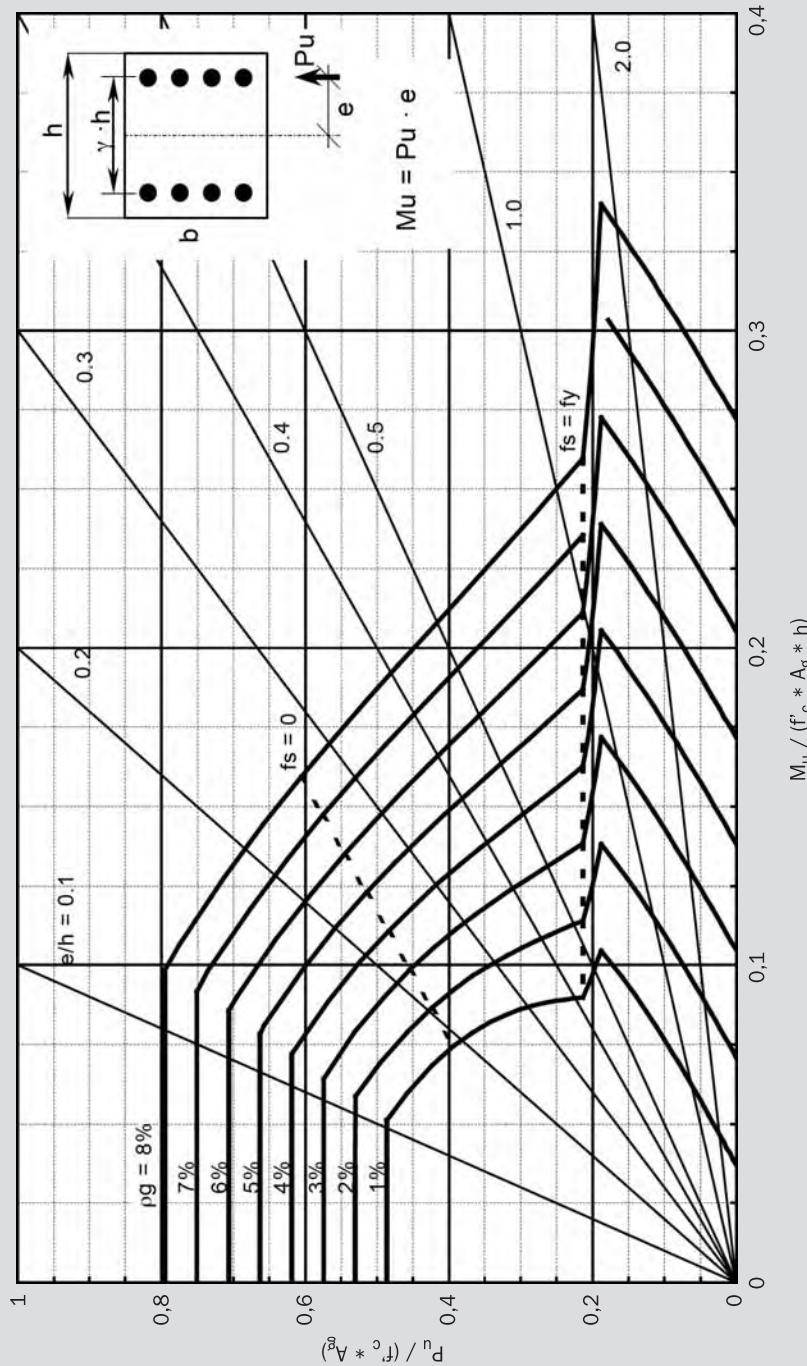
**A-005 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 40 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$



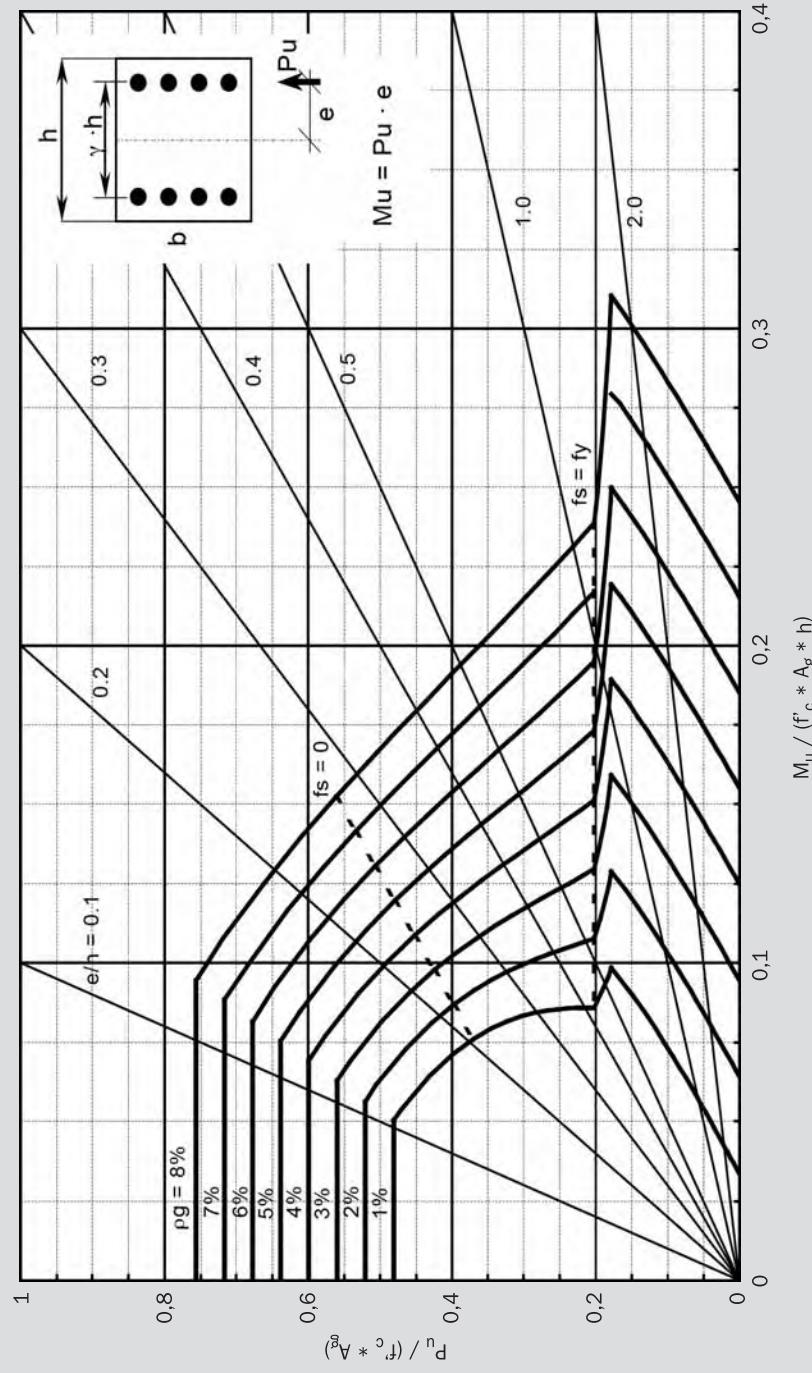
**A-006 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 45 \text{ MPa} \\f'_y &= 420 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,8\end{aligned}$$

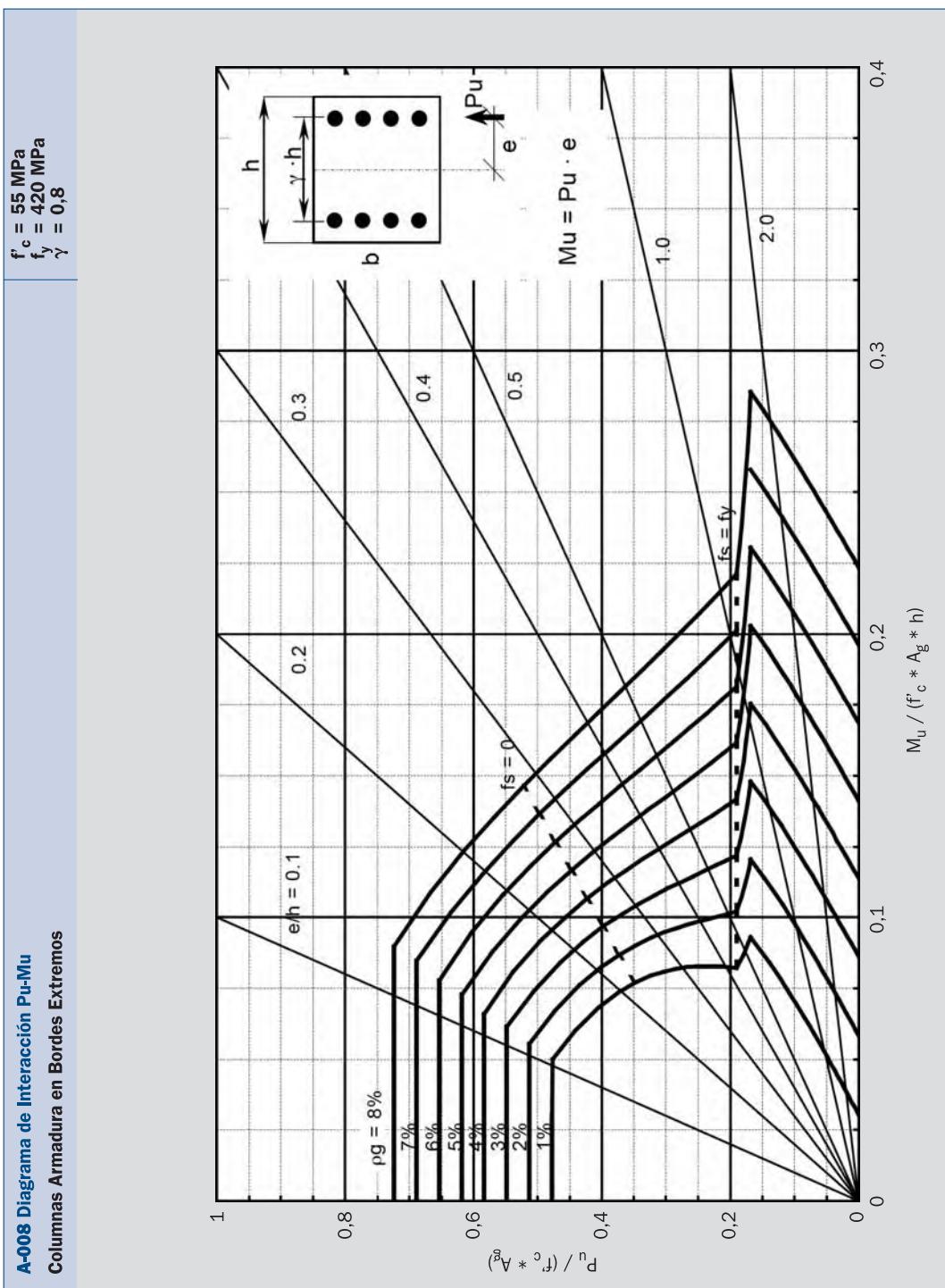


**A-007 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 50 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$

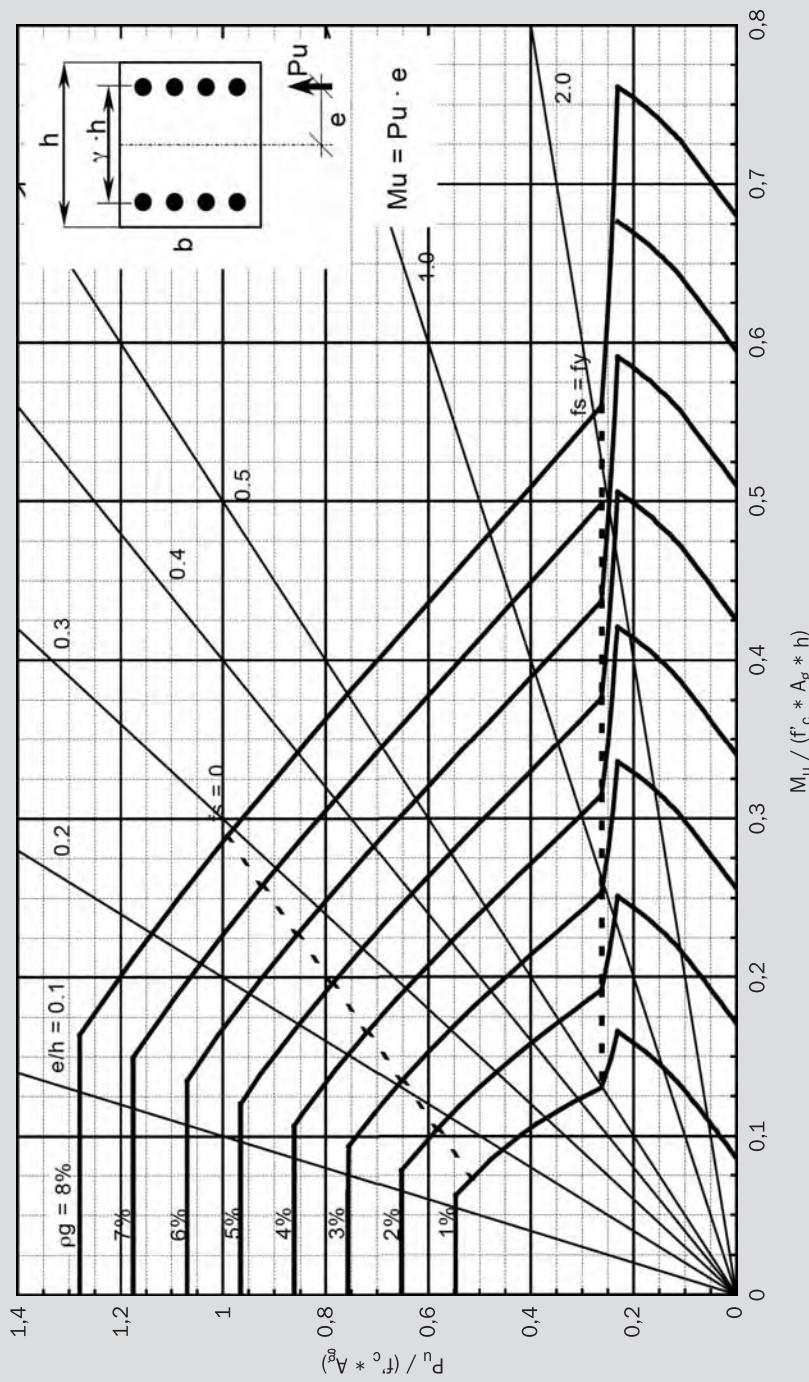


**A-008 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**



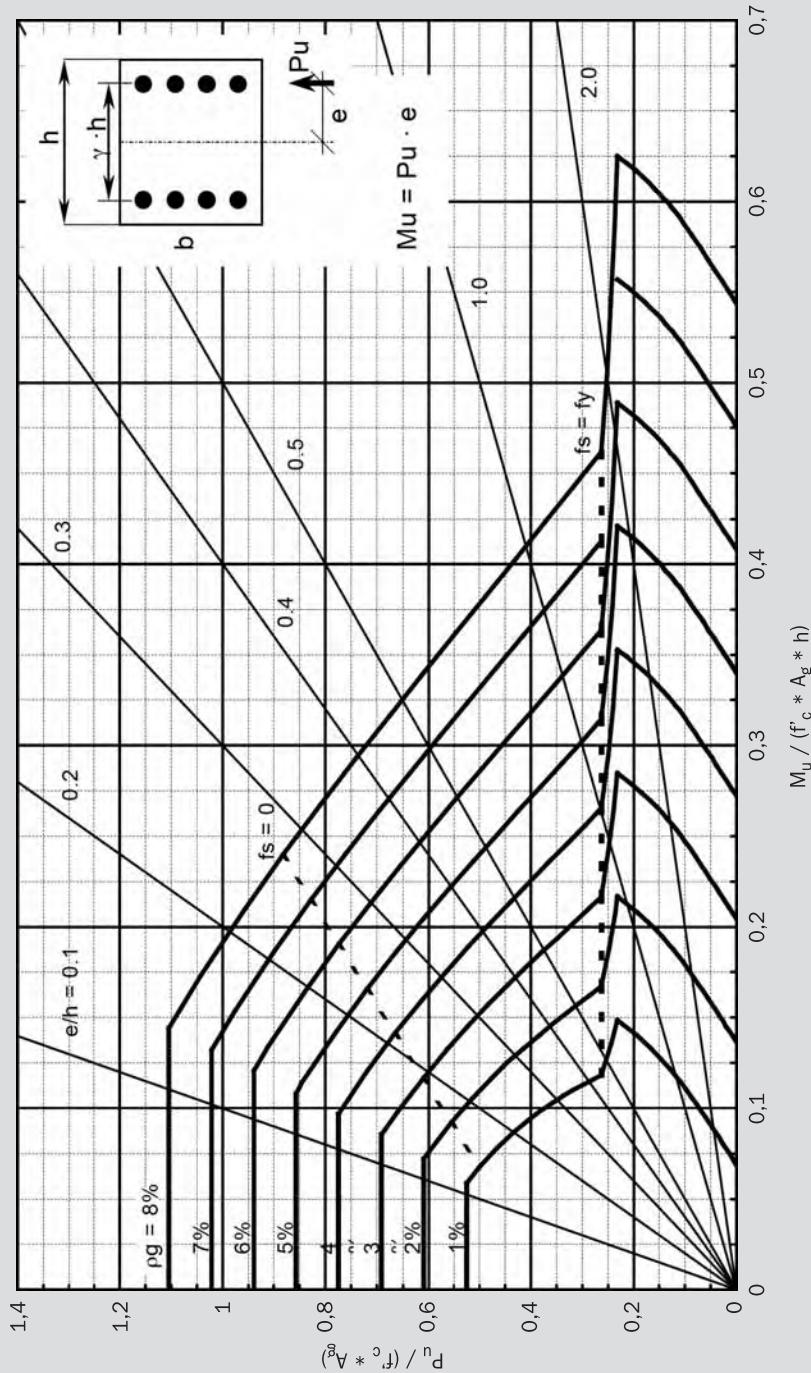
**A-009 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned} f'_c &= 20 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$



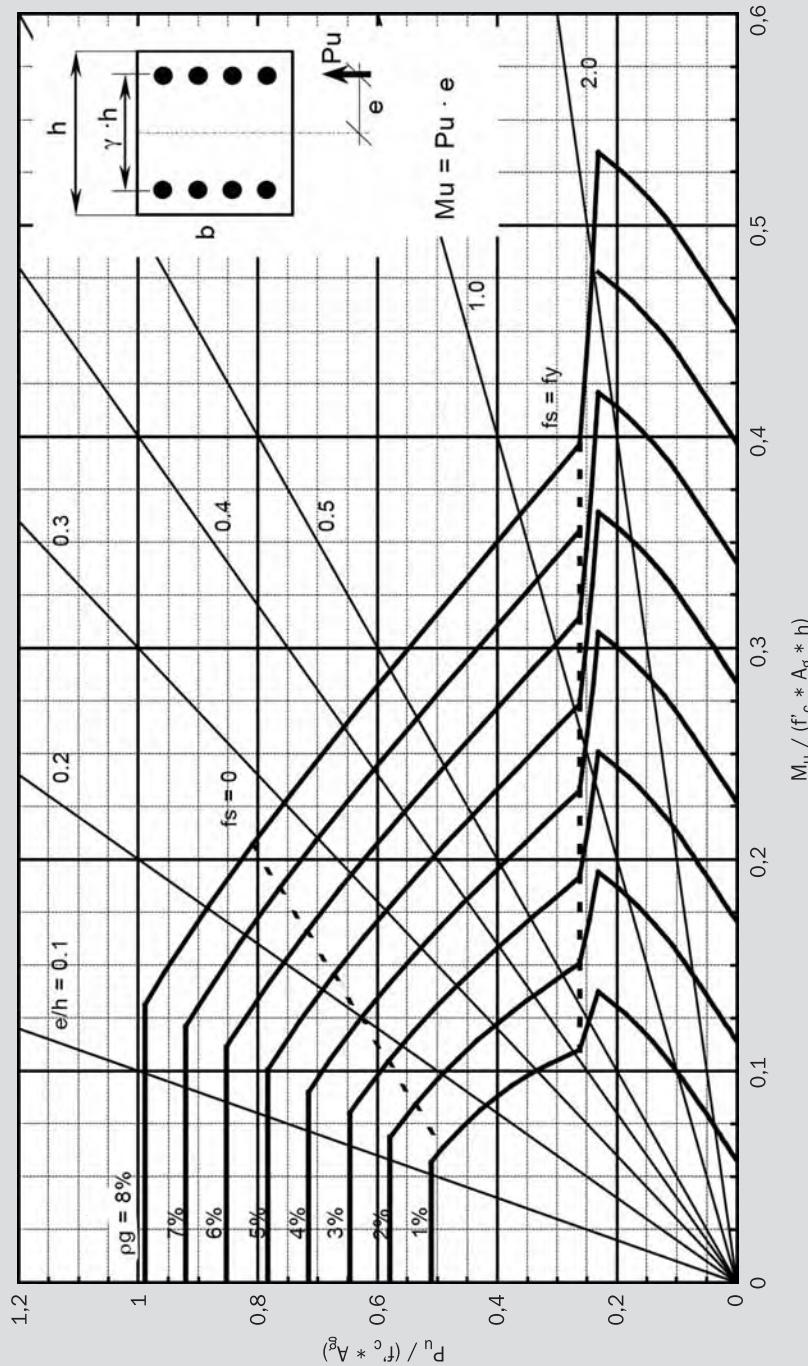
**A-010 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned} f'_c &= 25 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$



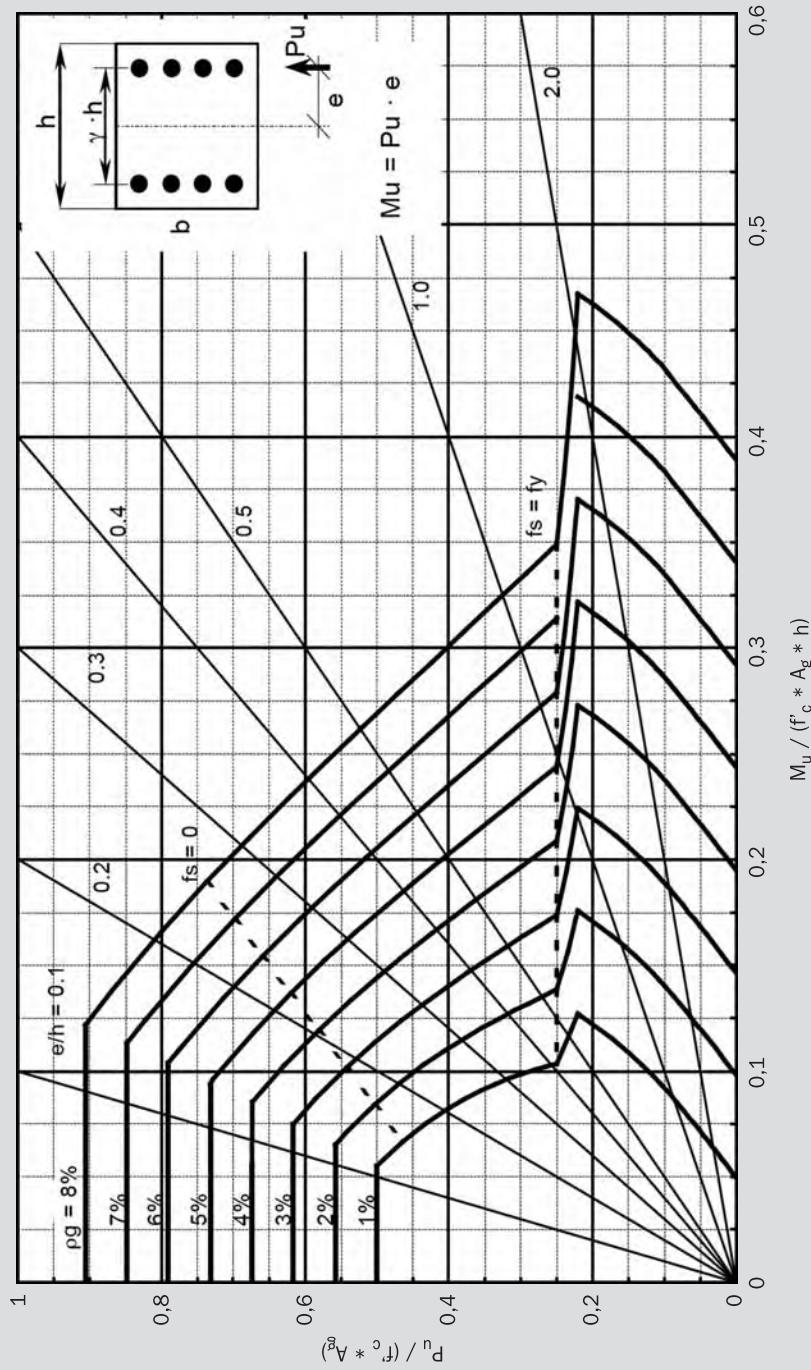
**A-011 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$



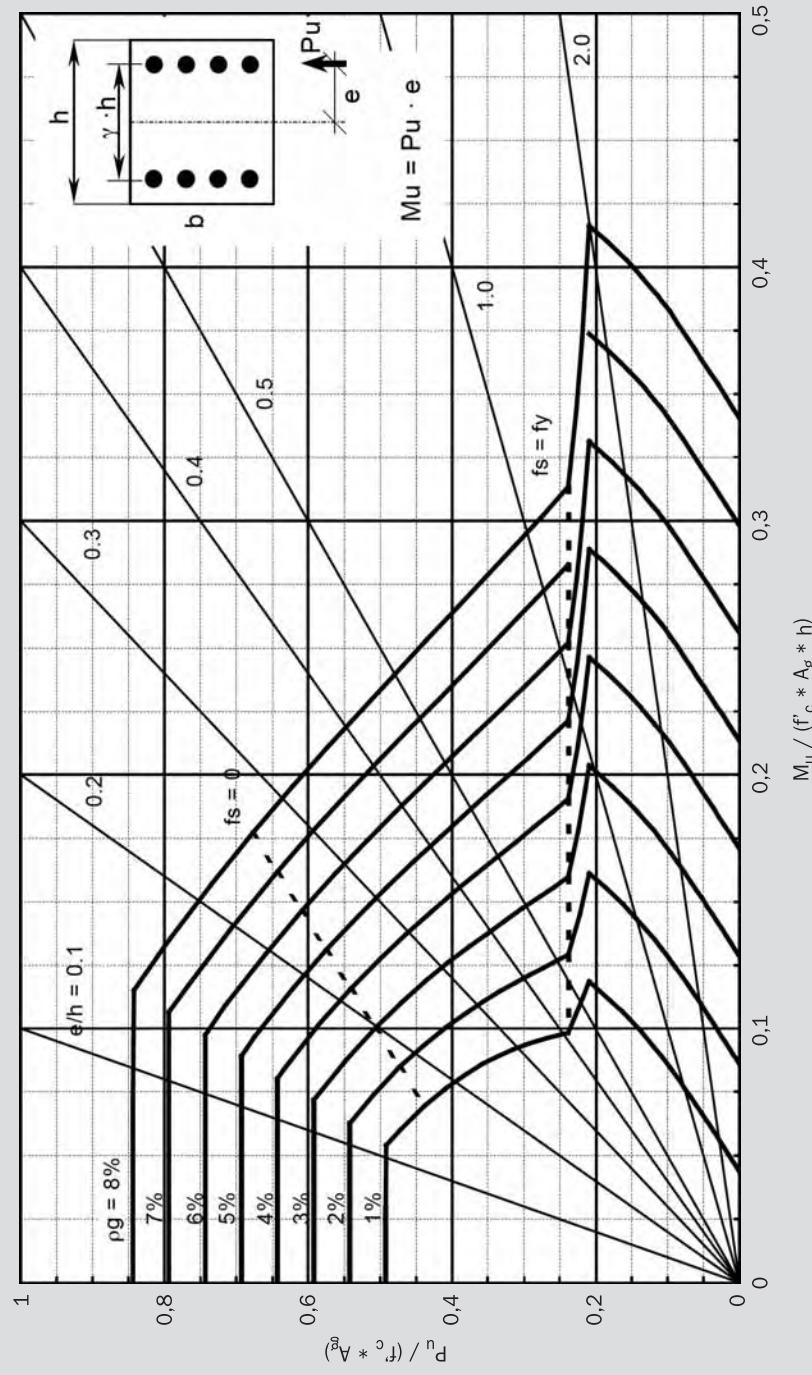
**A-012 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 35 \text{ MPa} \\f'_y &= 420 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,9\end{aligned}$$



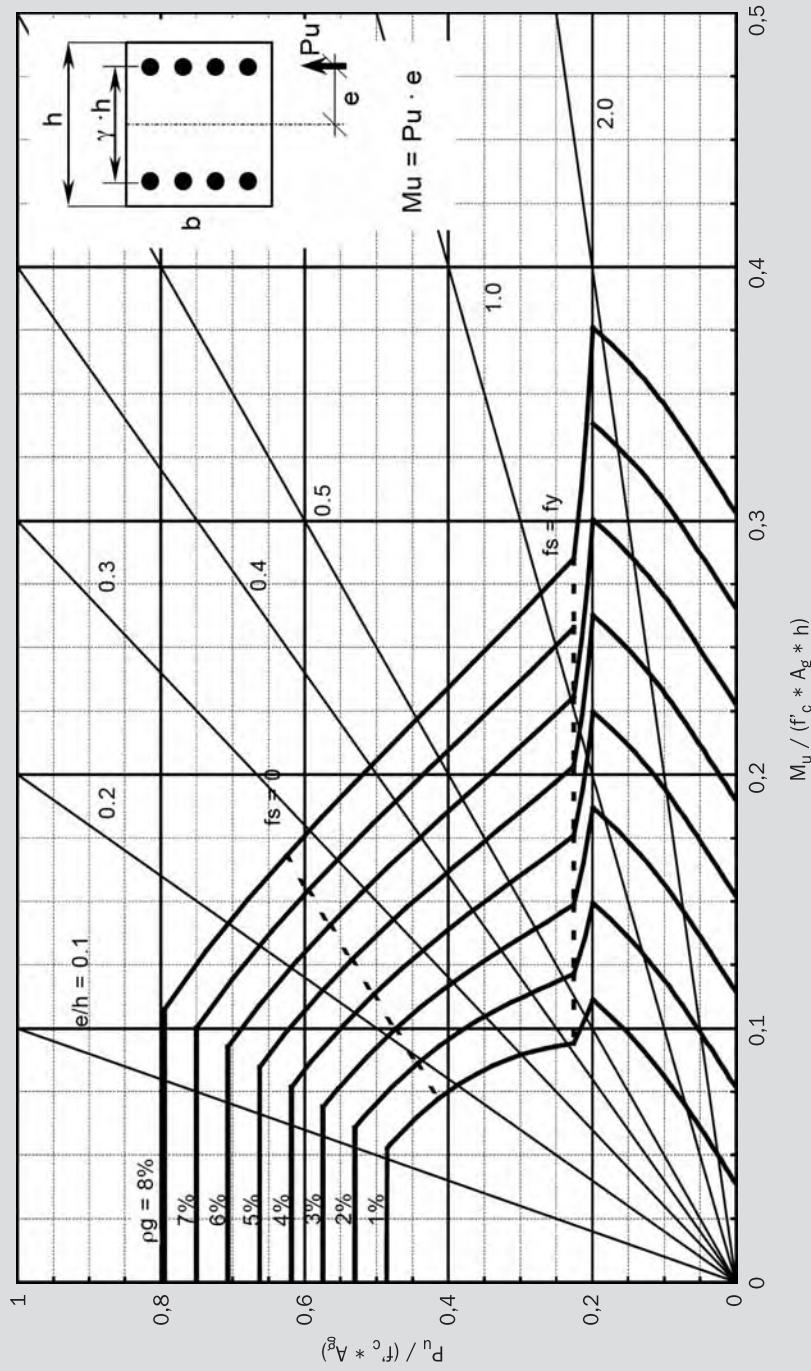
**A-013 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 40 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$



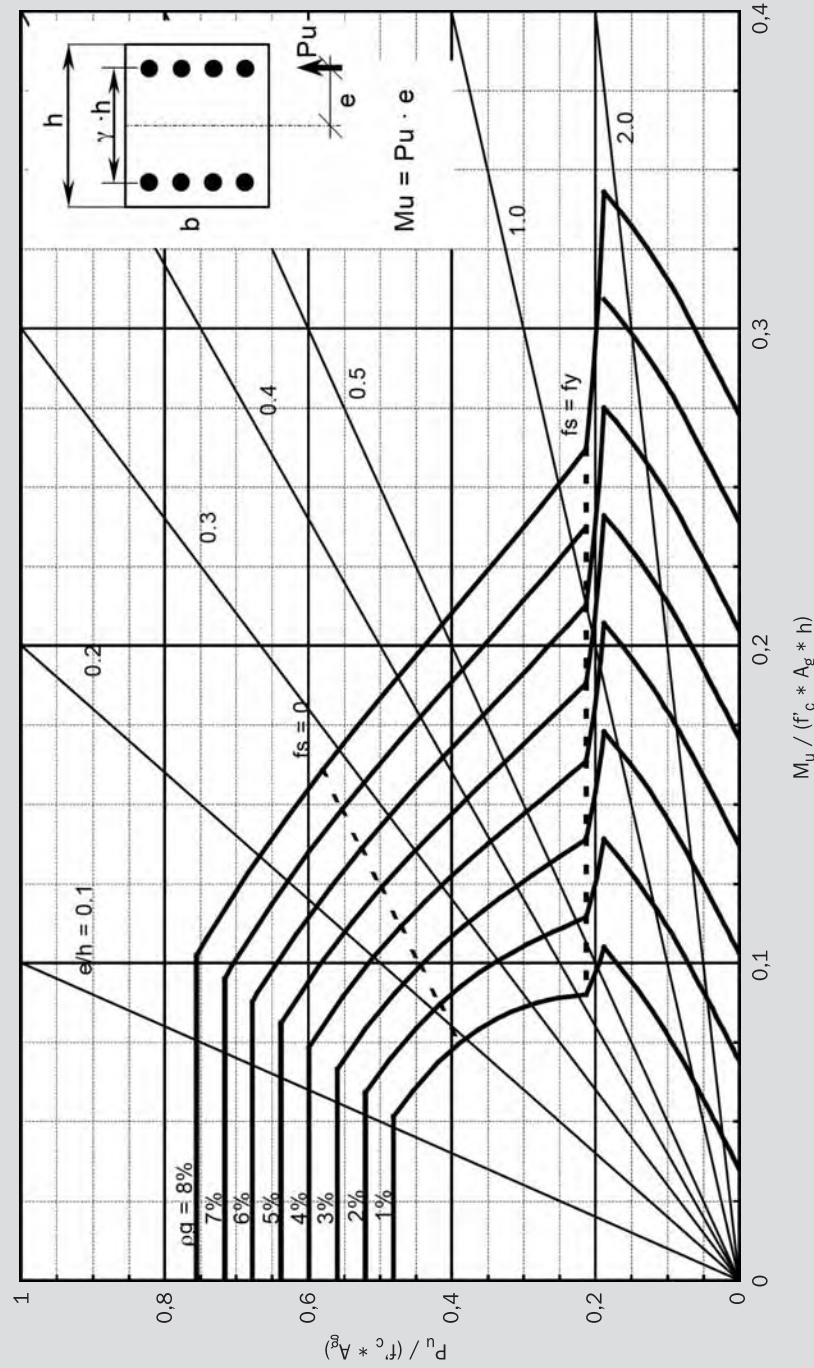
**A-014 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 45 \text{ MPa} \\f'_y &= 420 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,9\end{aligned}$$

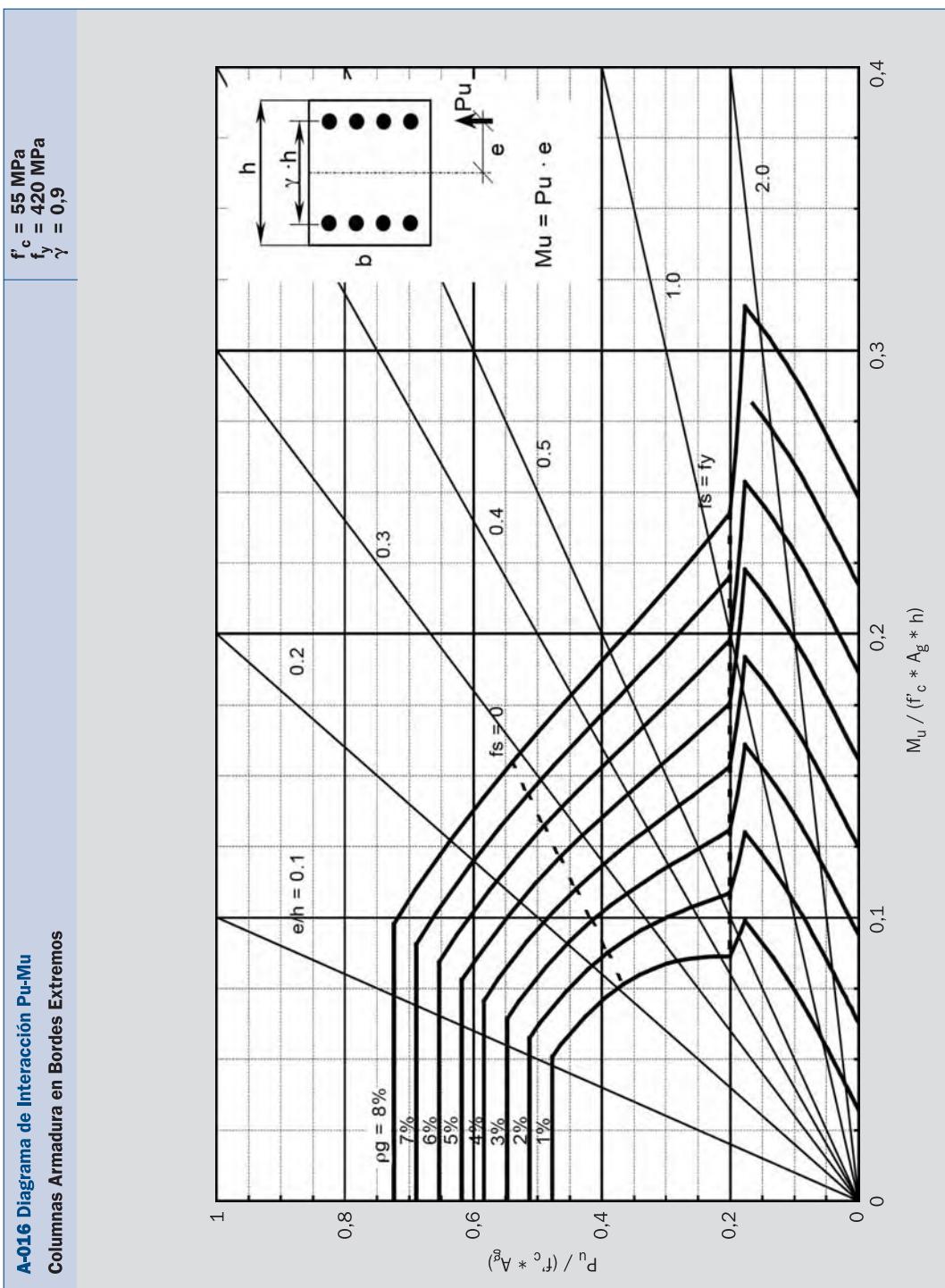


**A-015 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 50 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$

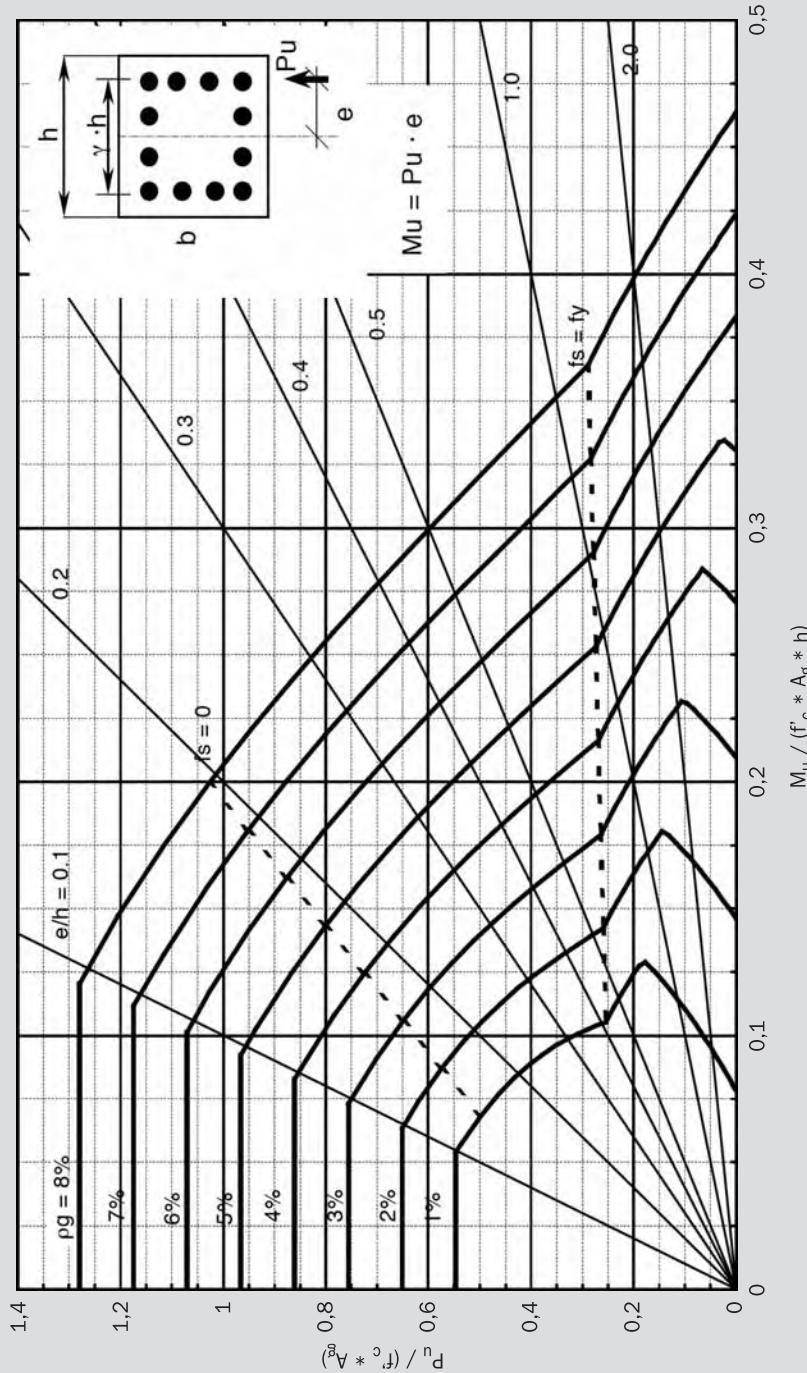


**A-016 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

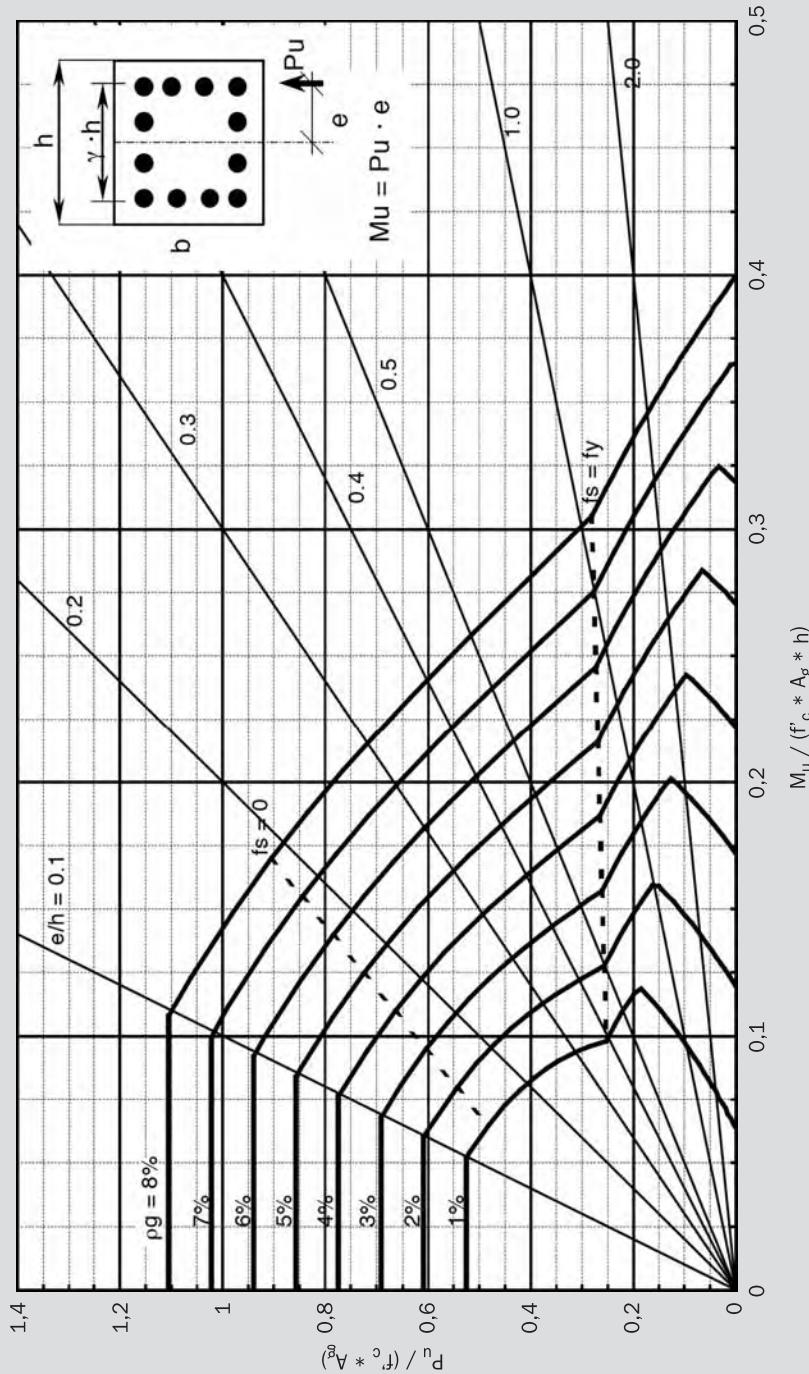


B-017 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$

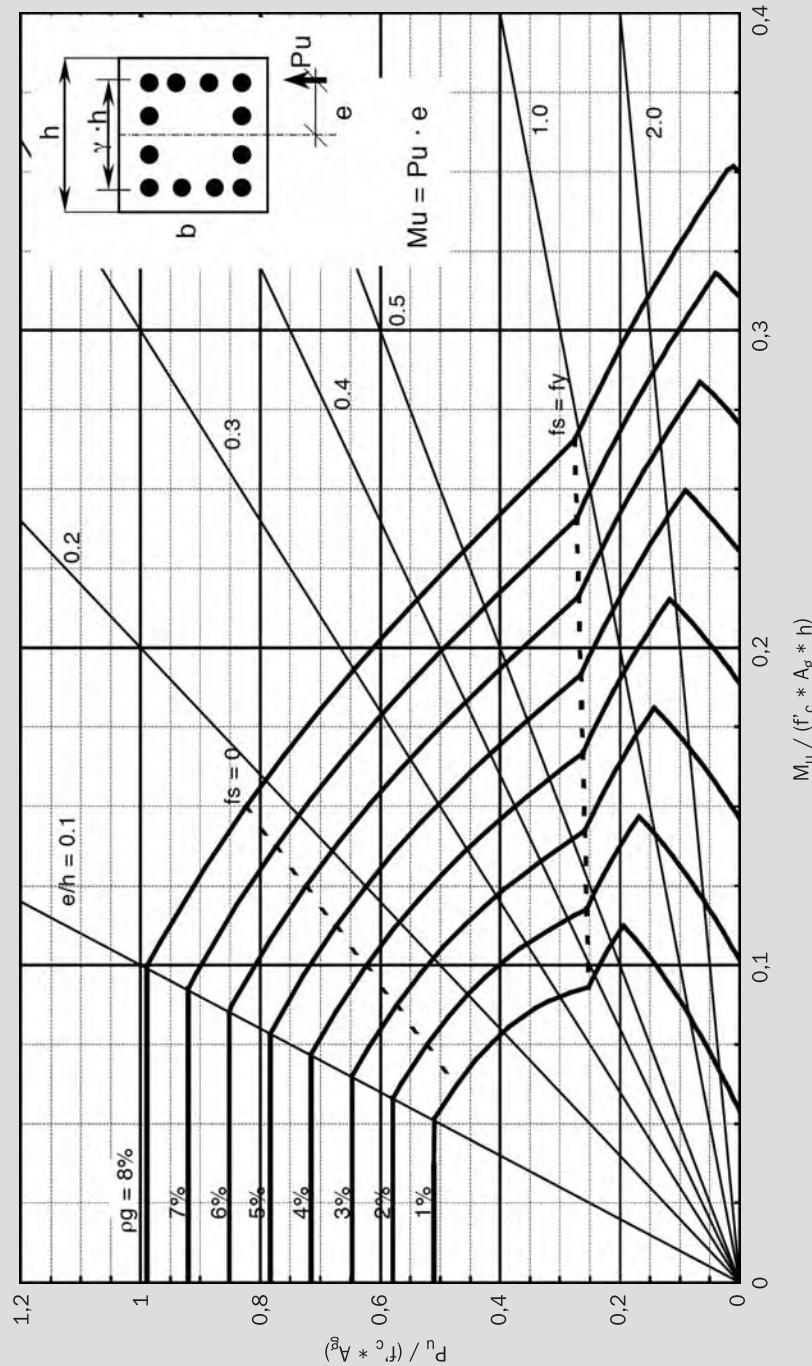


B-018 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral



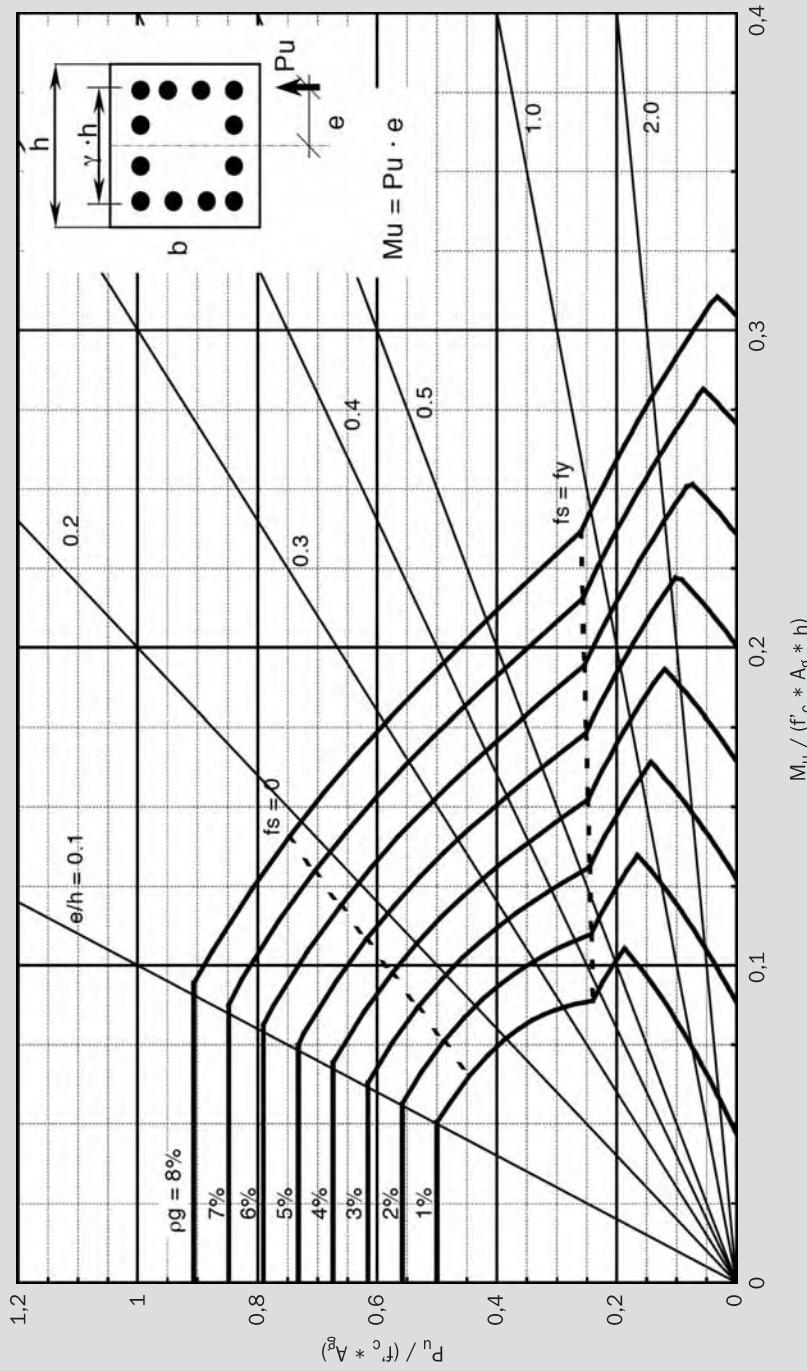
B-019 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned} f'_c &= 30 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$



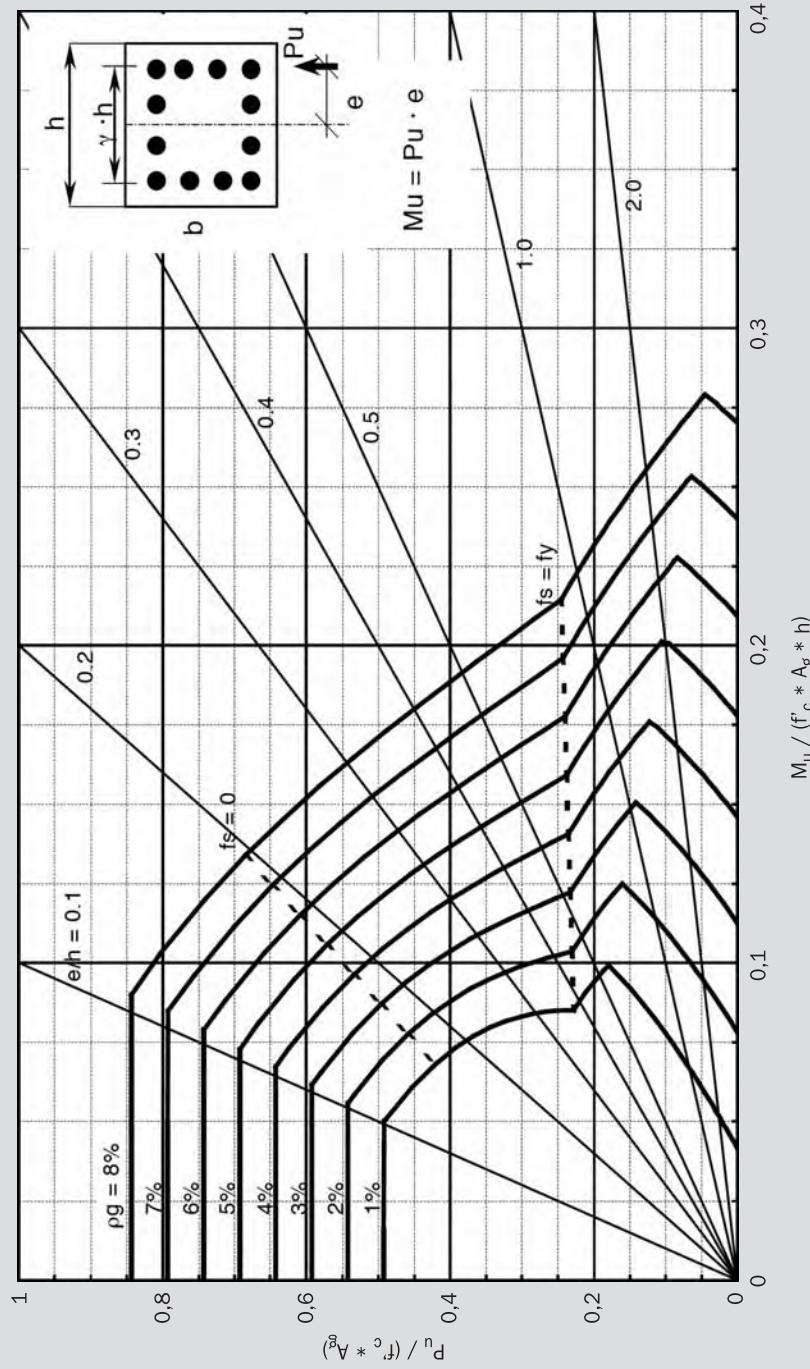
**B-020 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 35 \text{ MPa} \\f'_y &= 420 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,8\end{aligned}$$

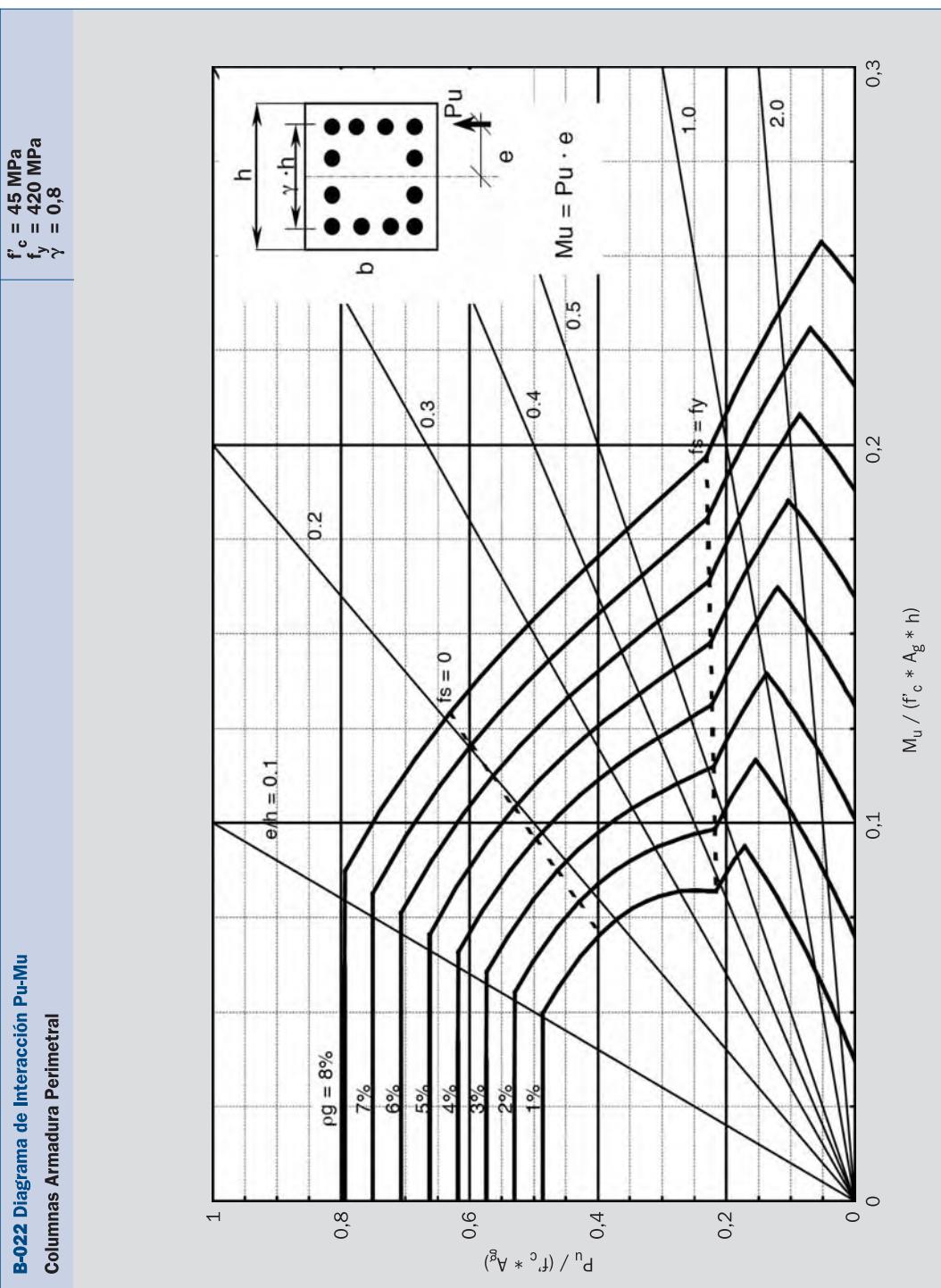


B-021 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned}f'_c &= 40 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$

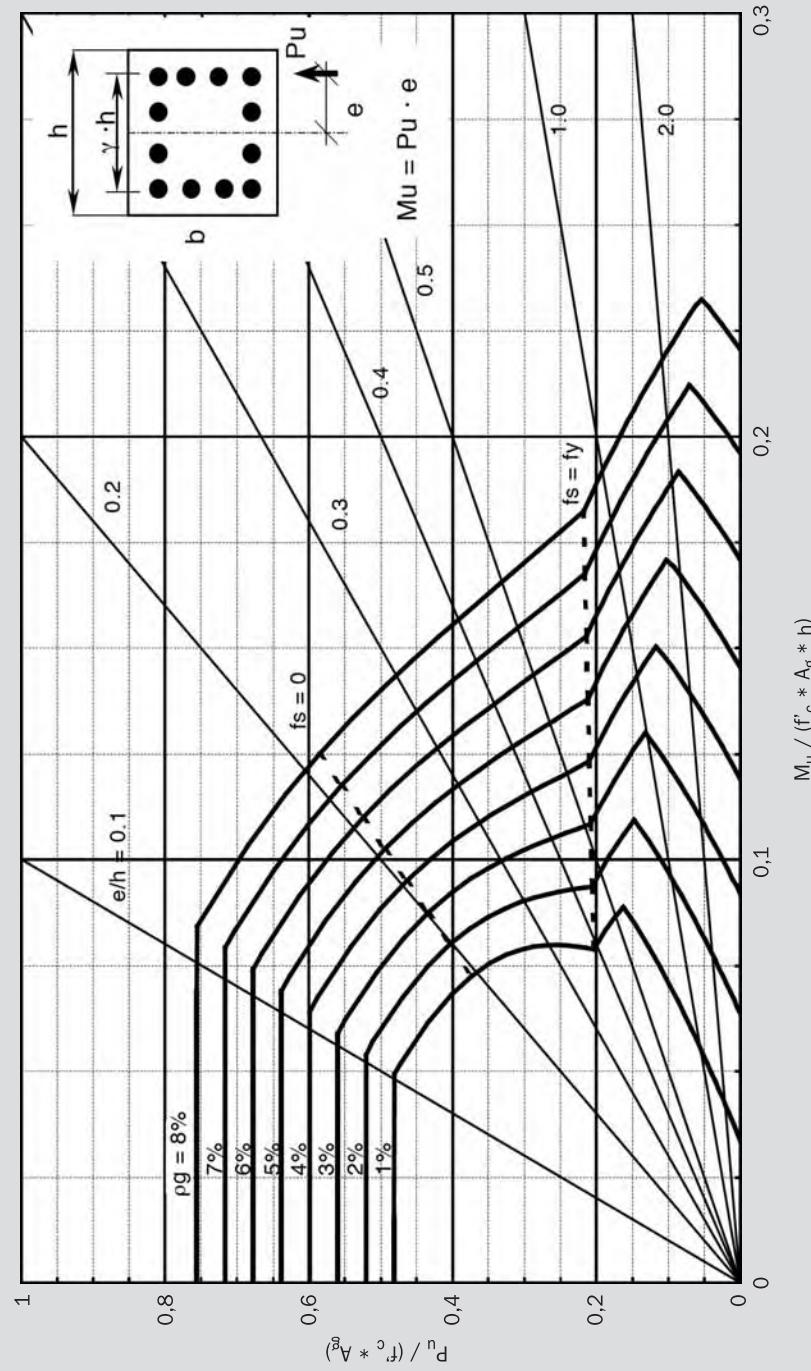


**B-022 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral**



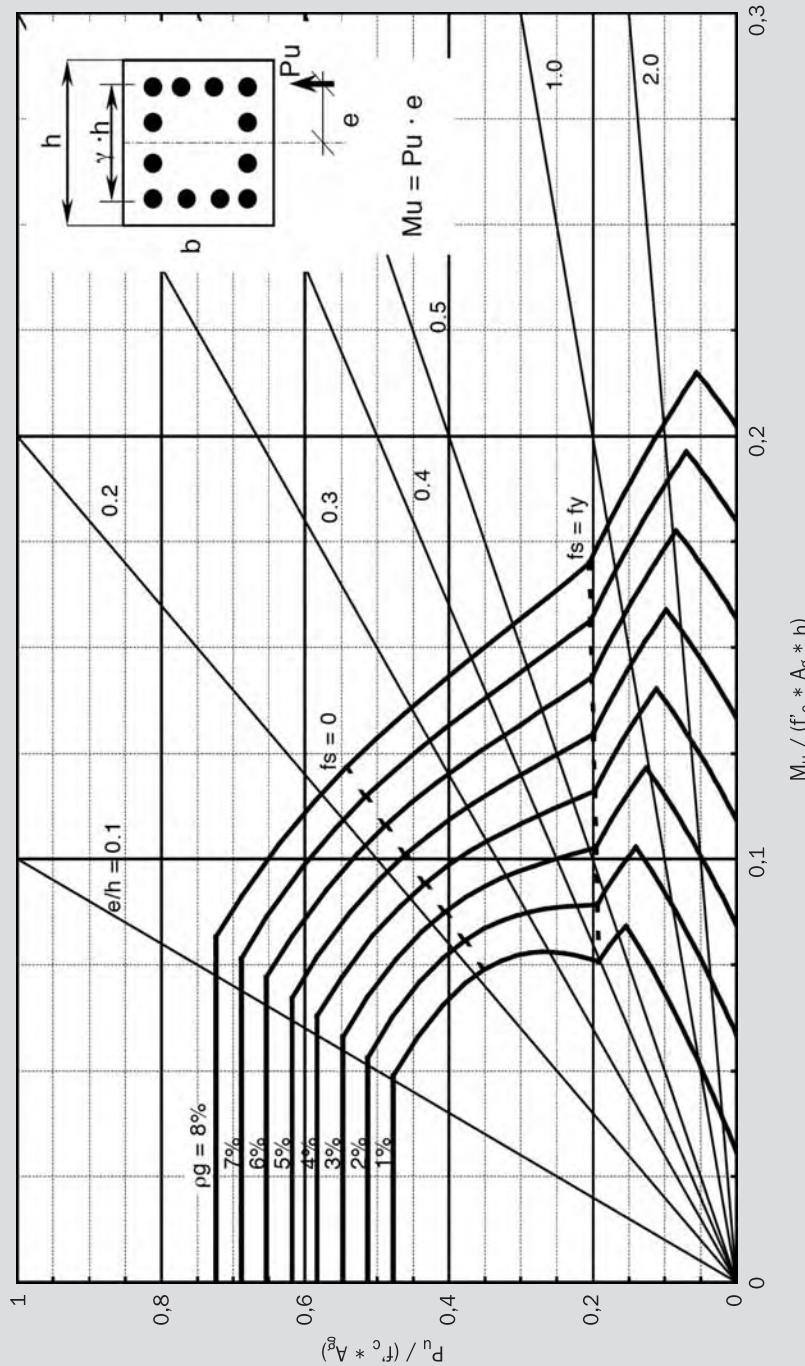
**B-023 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 50 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$



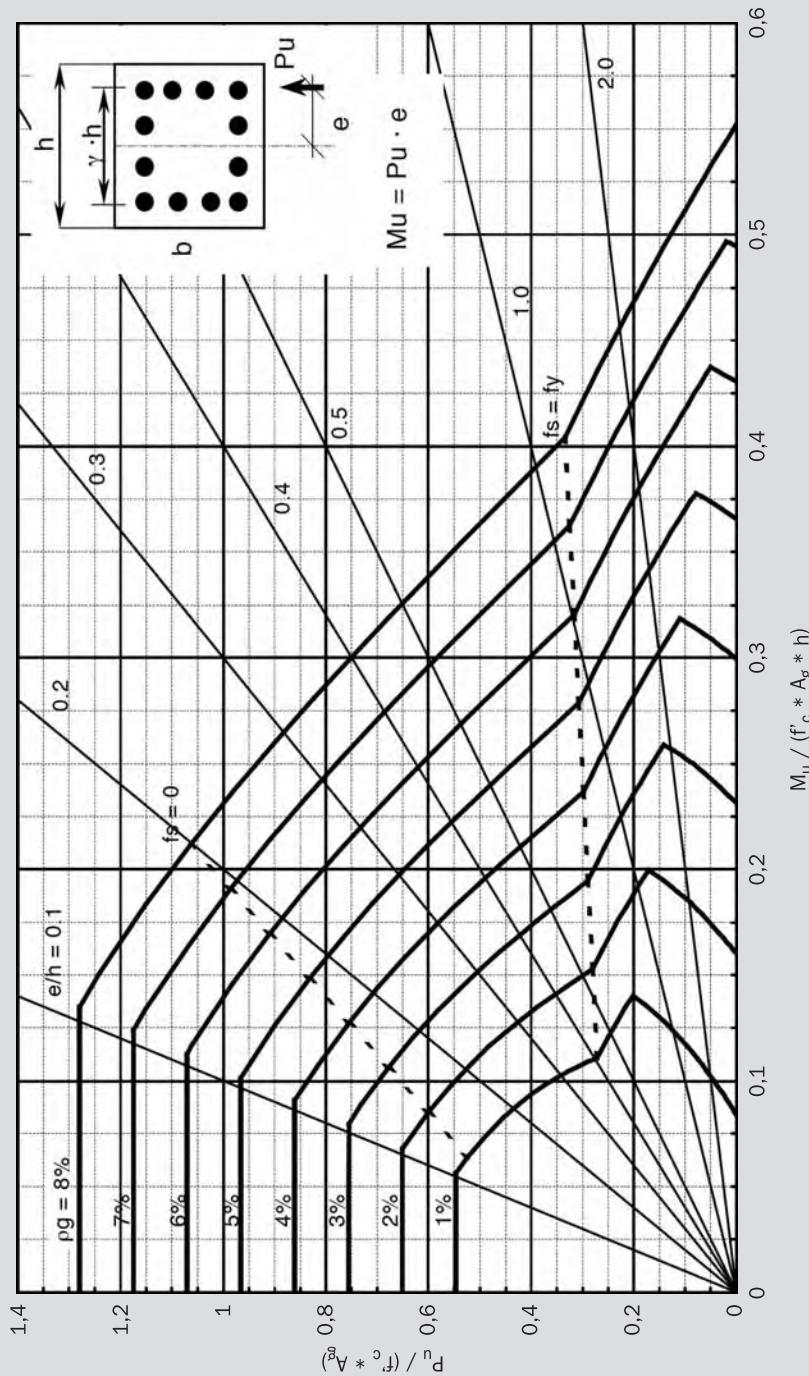
**B-024 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 55 \text{ MPa} \\f'_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$



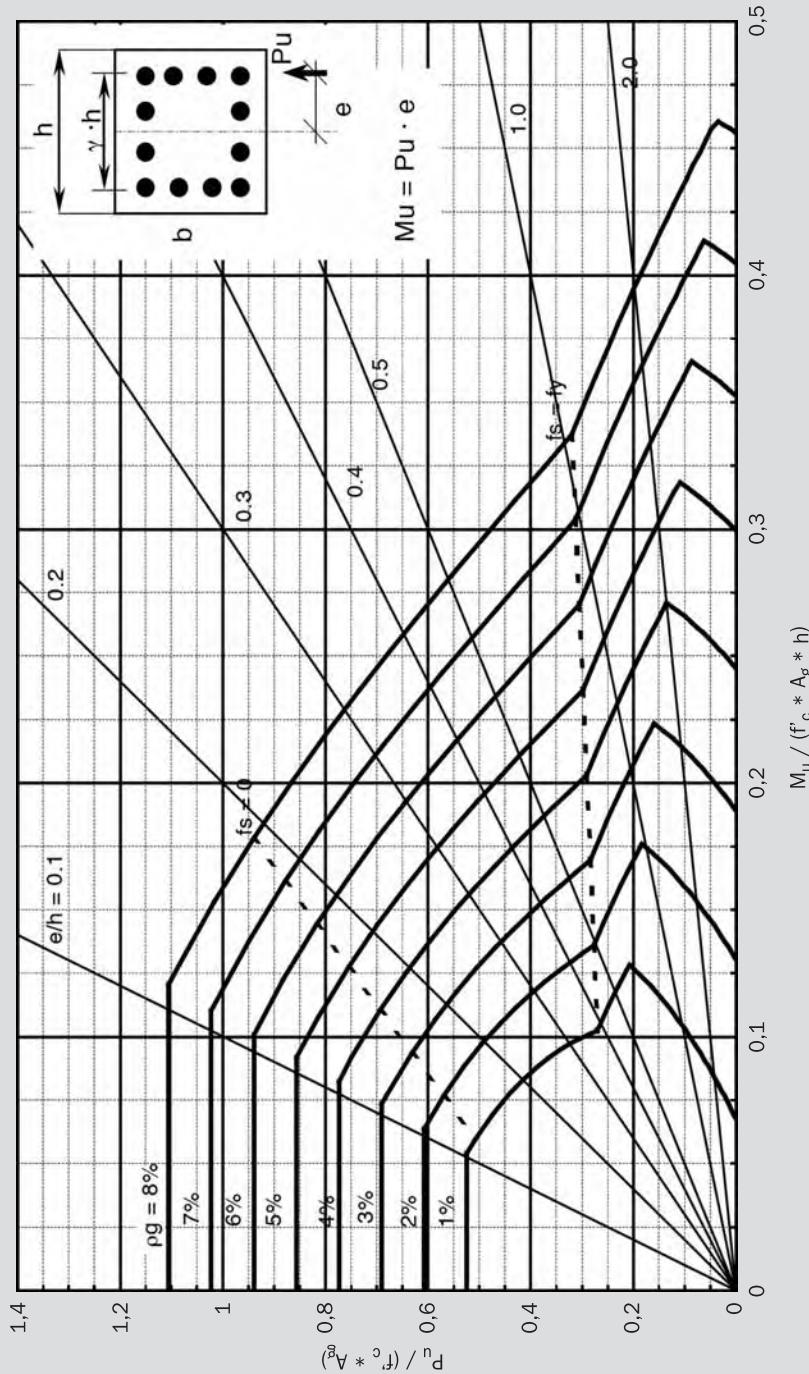
B-025 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned} f'_c &= 20 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$



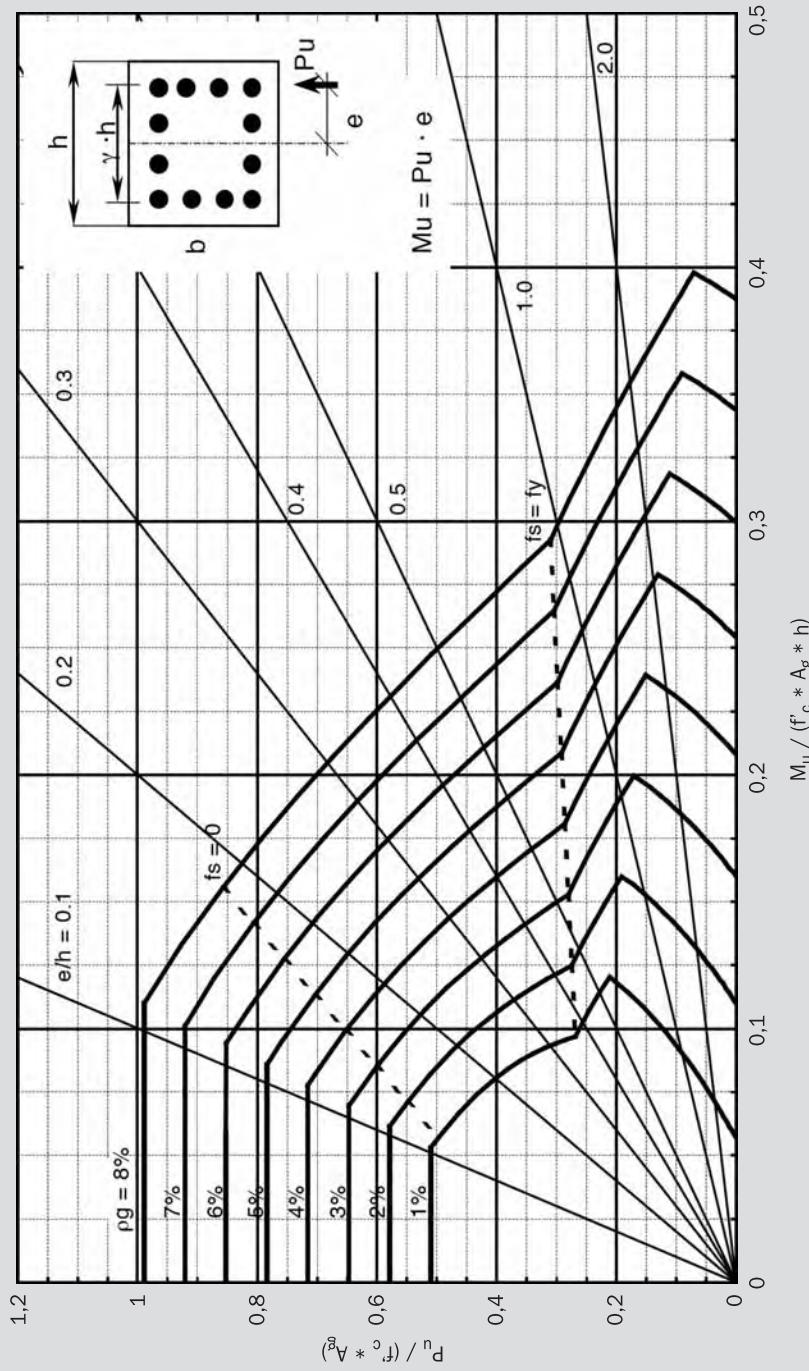
**B-026 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral**

$$\begin{aligned} f'_c &= 25 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$



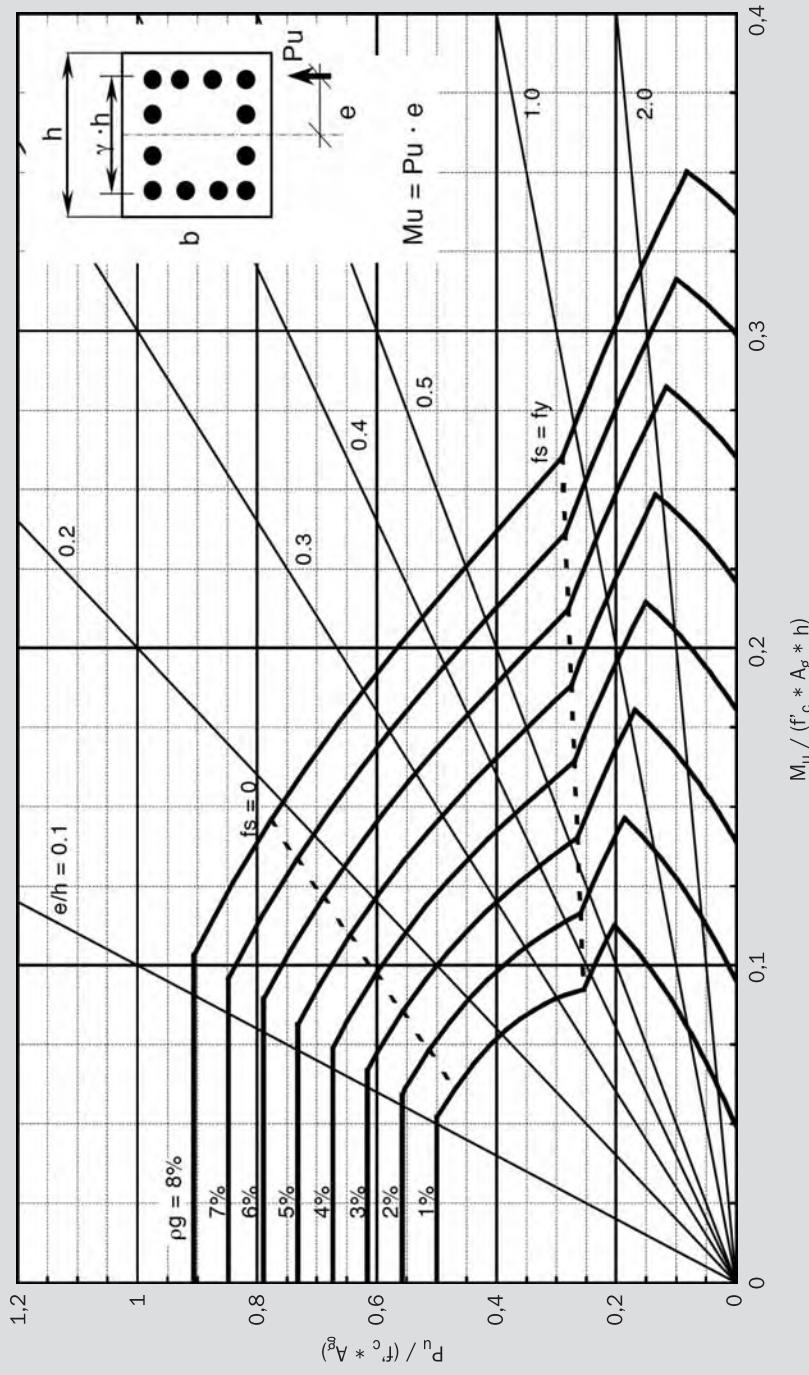
B-027 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$



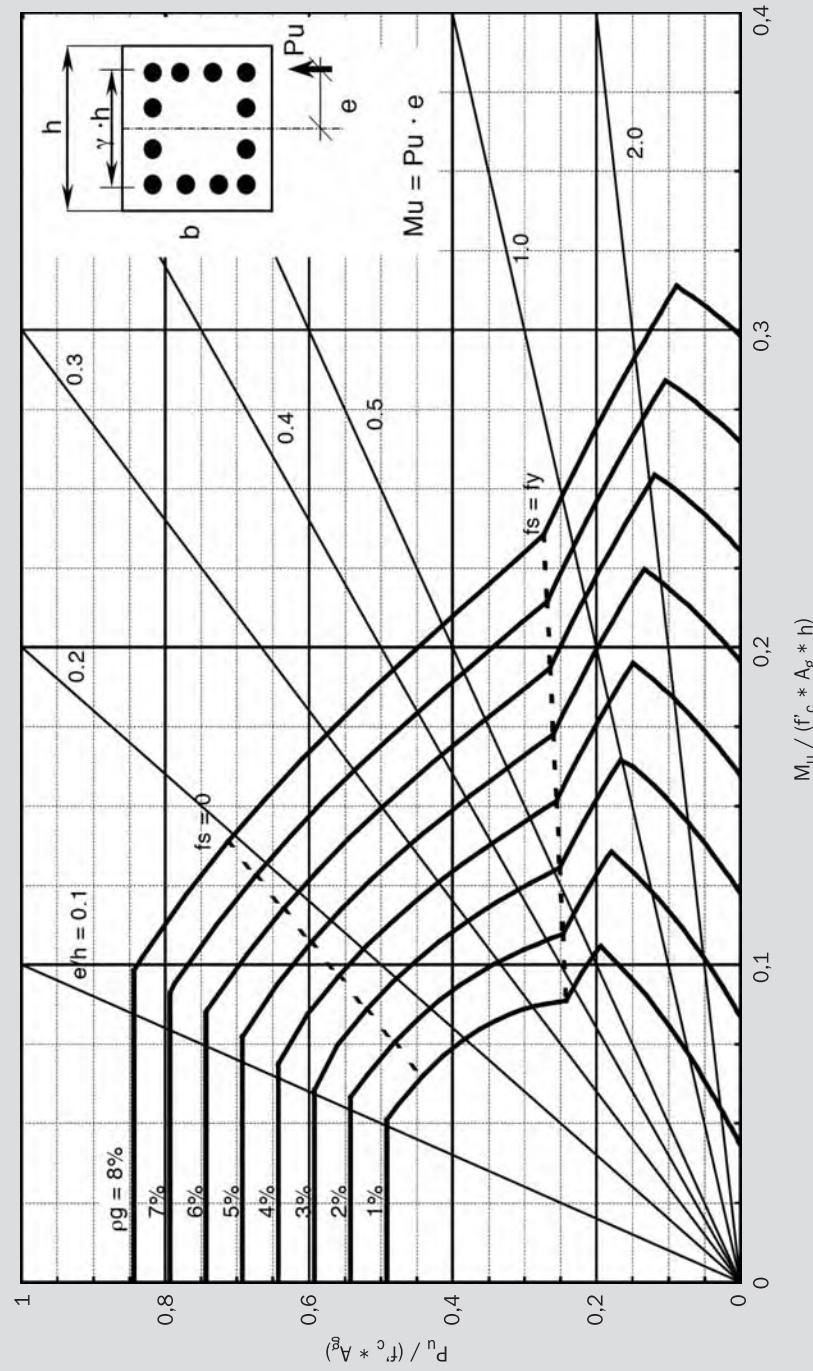
B-028 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned} f'_c &= 35 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$

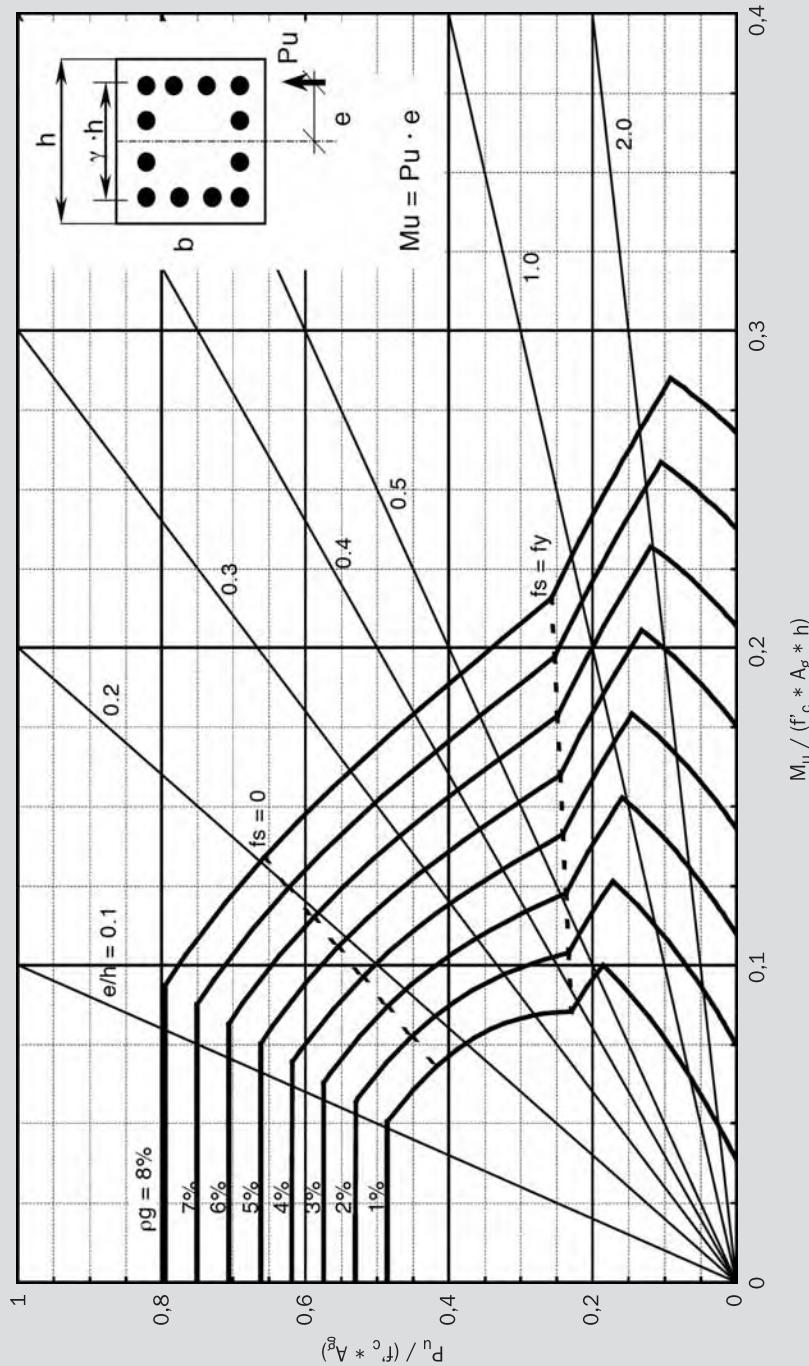


B-029 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned}f'_c &= 40 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$

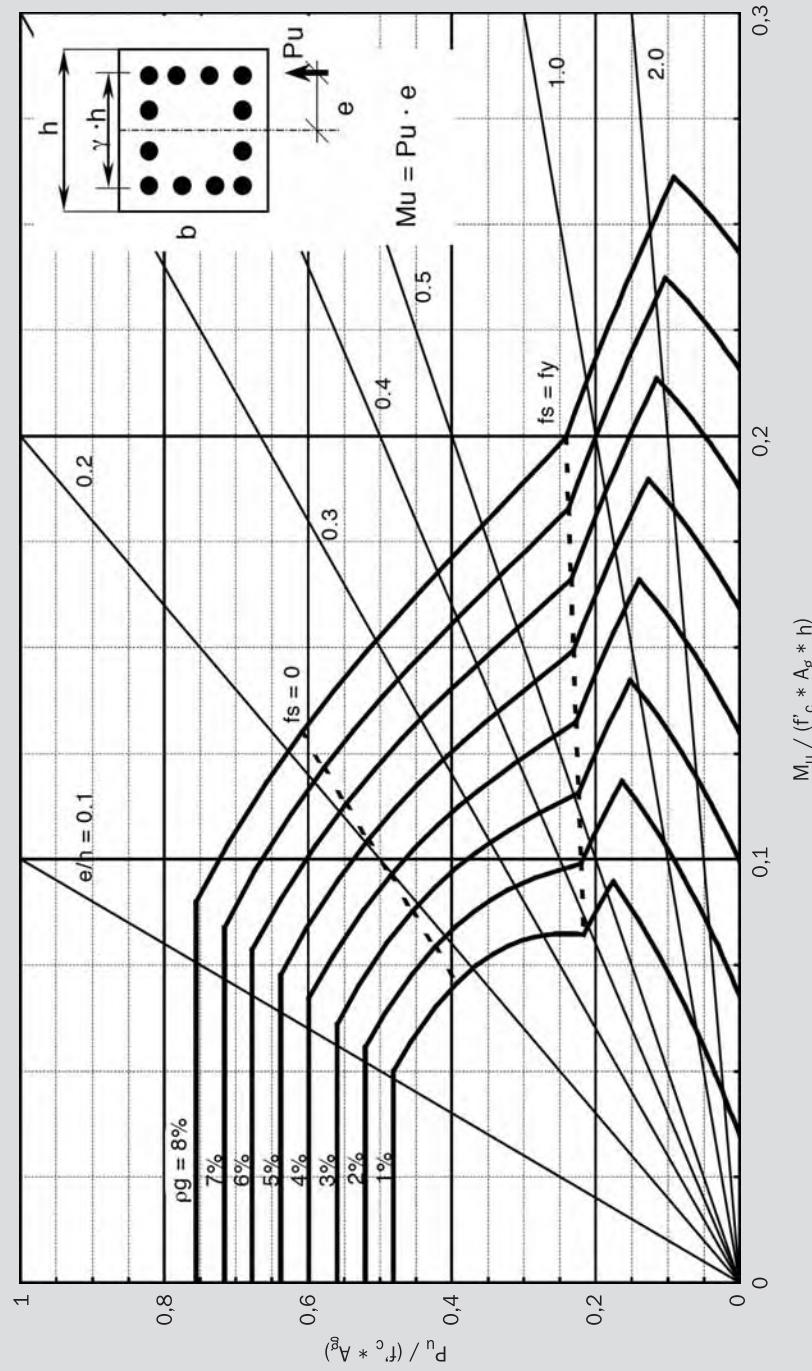


B-030 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral



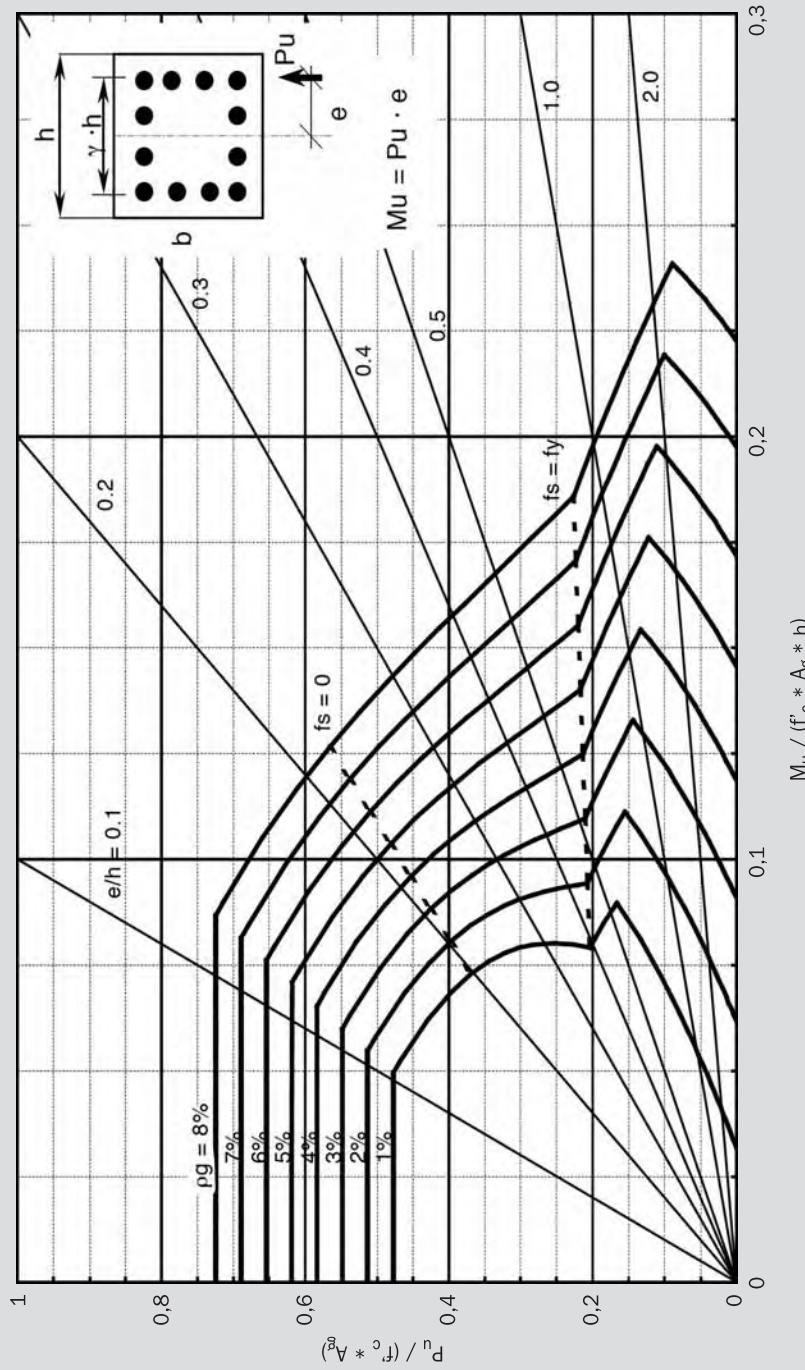
B-031 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned} f'_c &= 50 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$



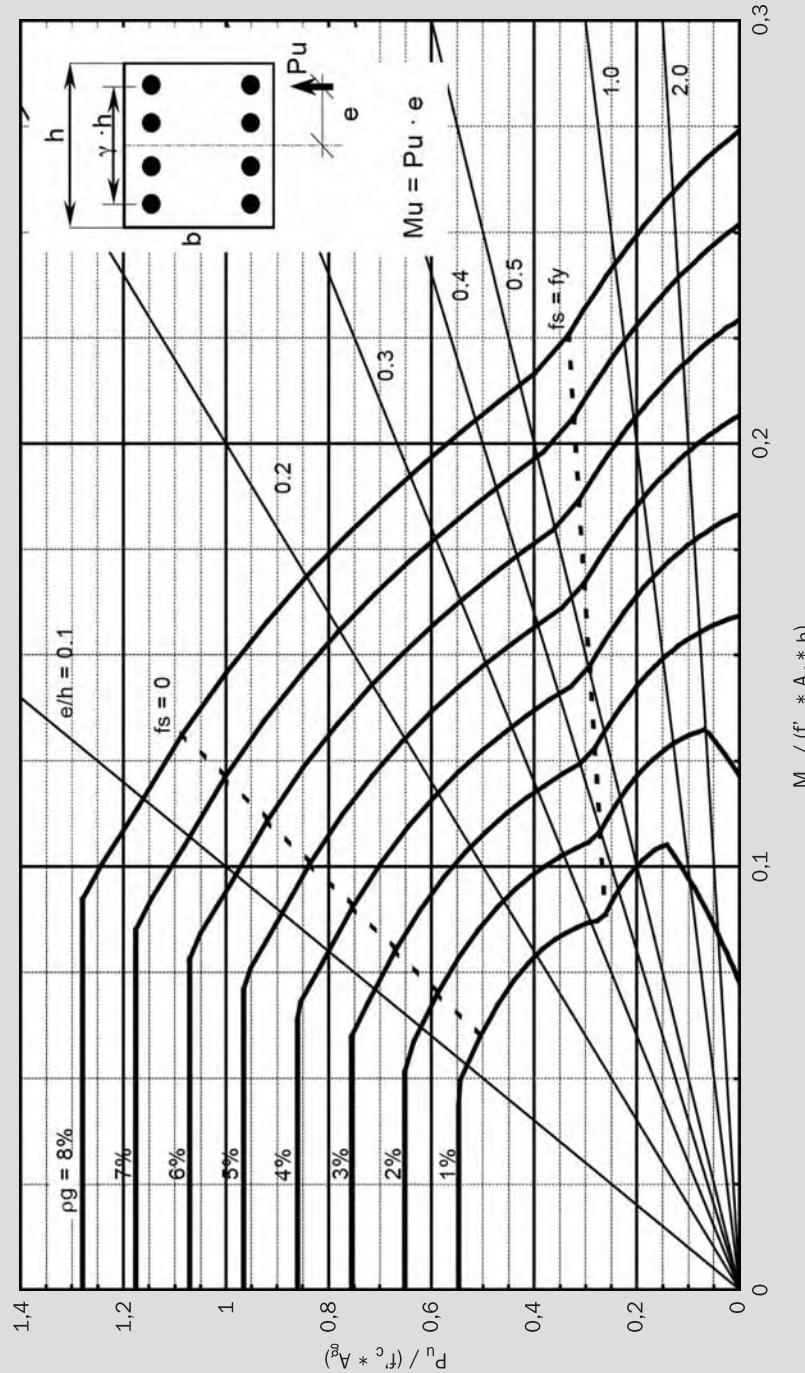
B-032 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned}f'_c &= 55 \text{ MPa} \\f'_y &= 420 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,9\end{aligned}$$



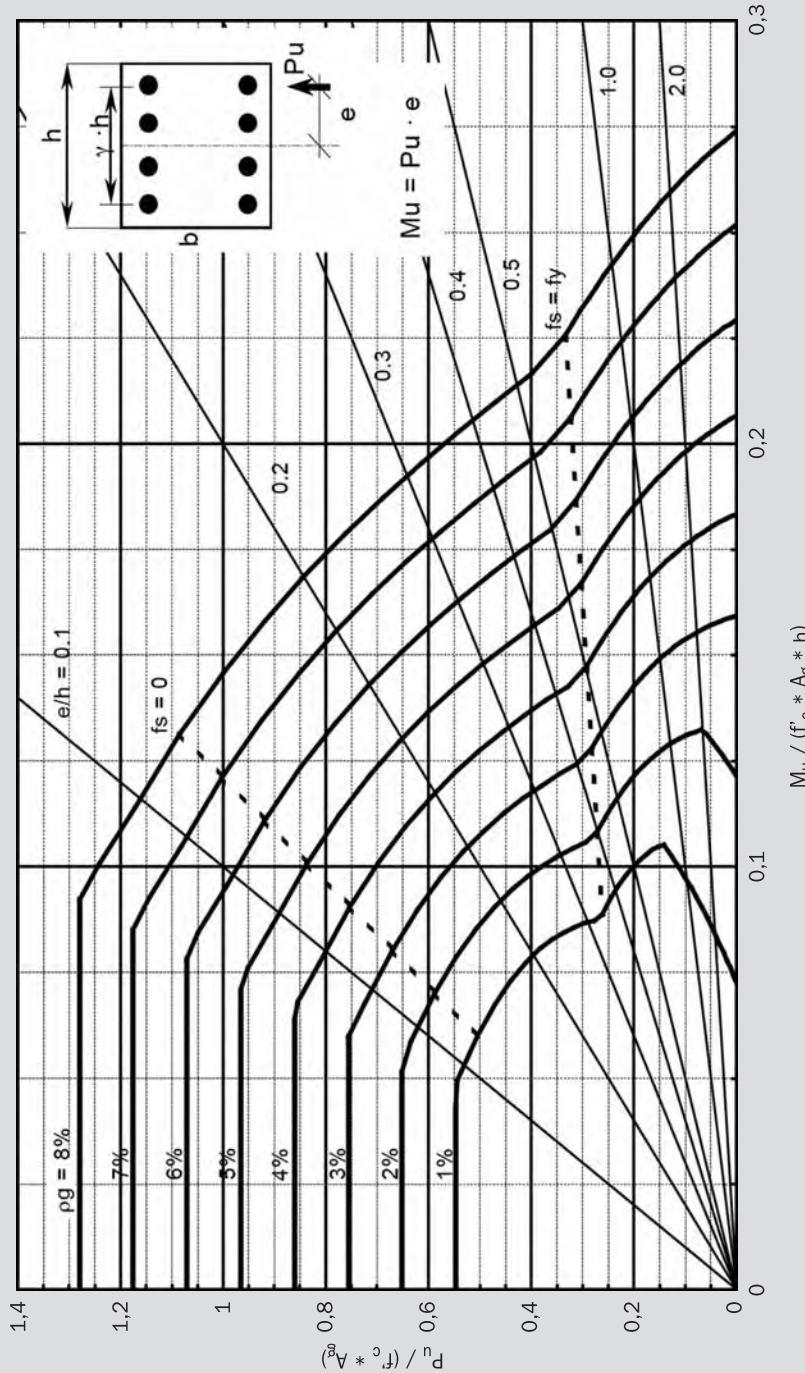
**C-033 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$



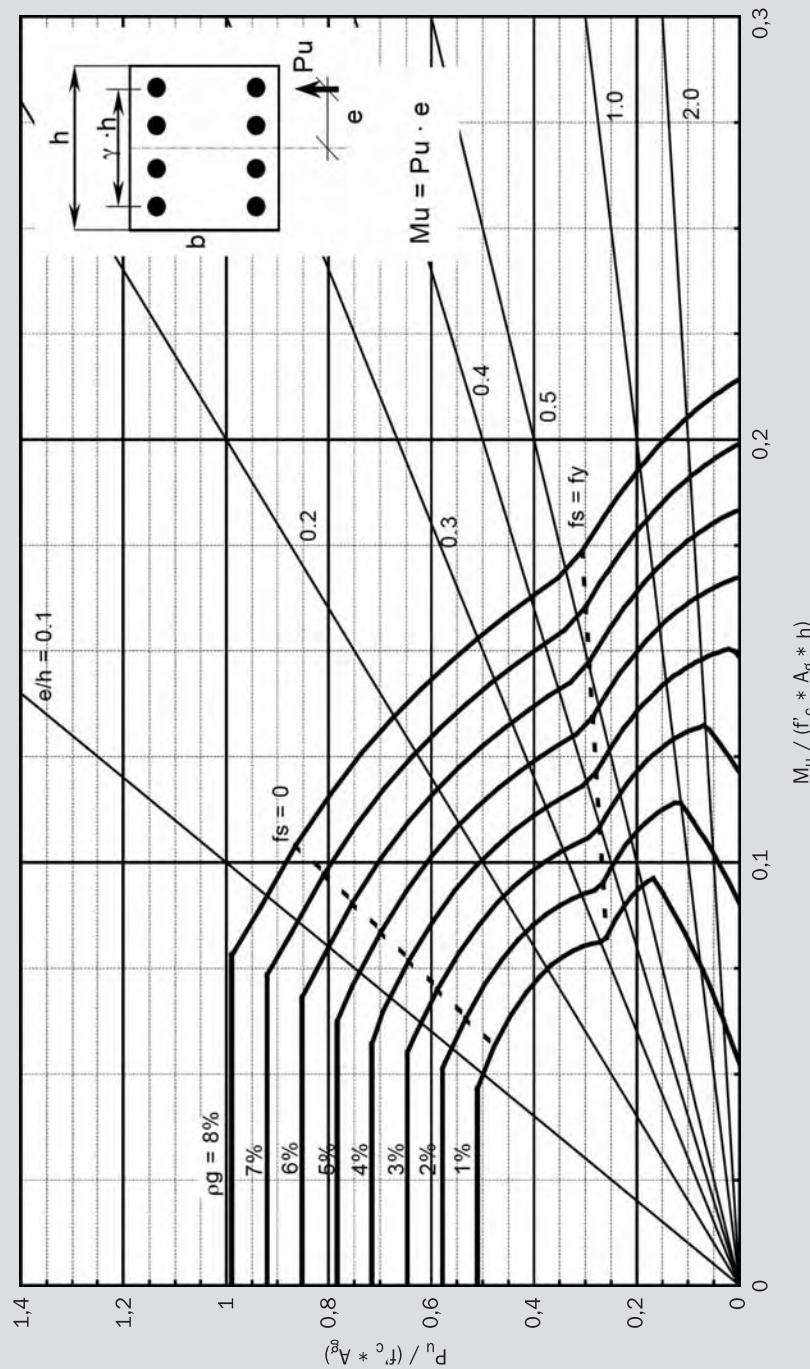
**C-034 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned} f'_c &= 25 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$

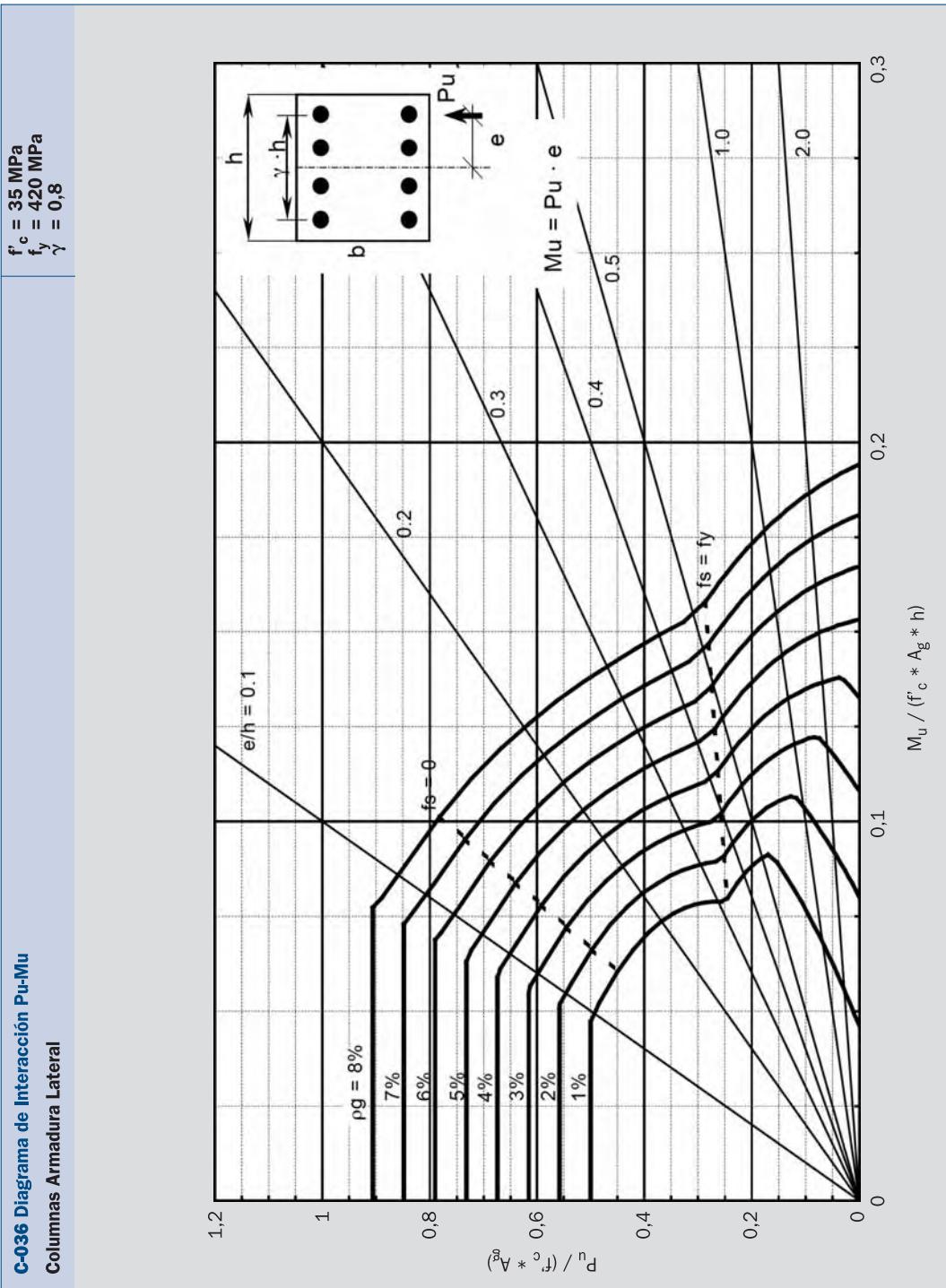


**C-035 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$

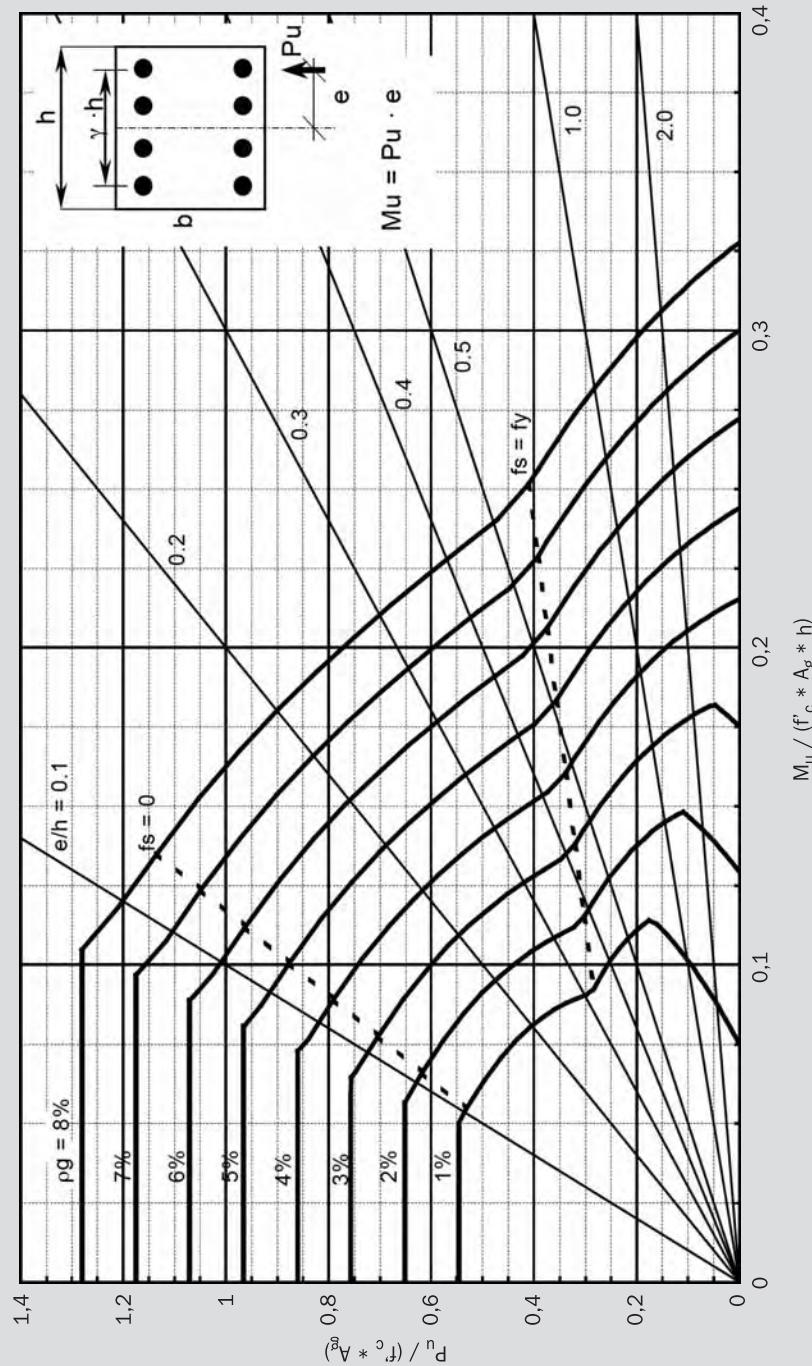


**C-036 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

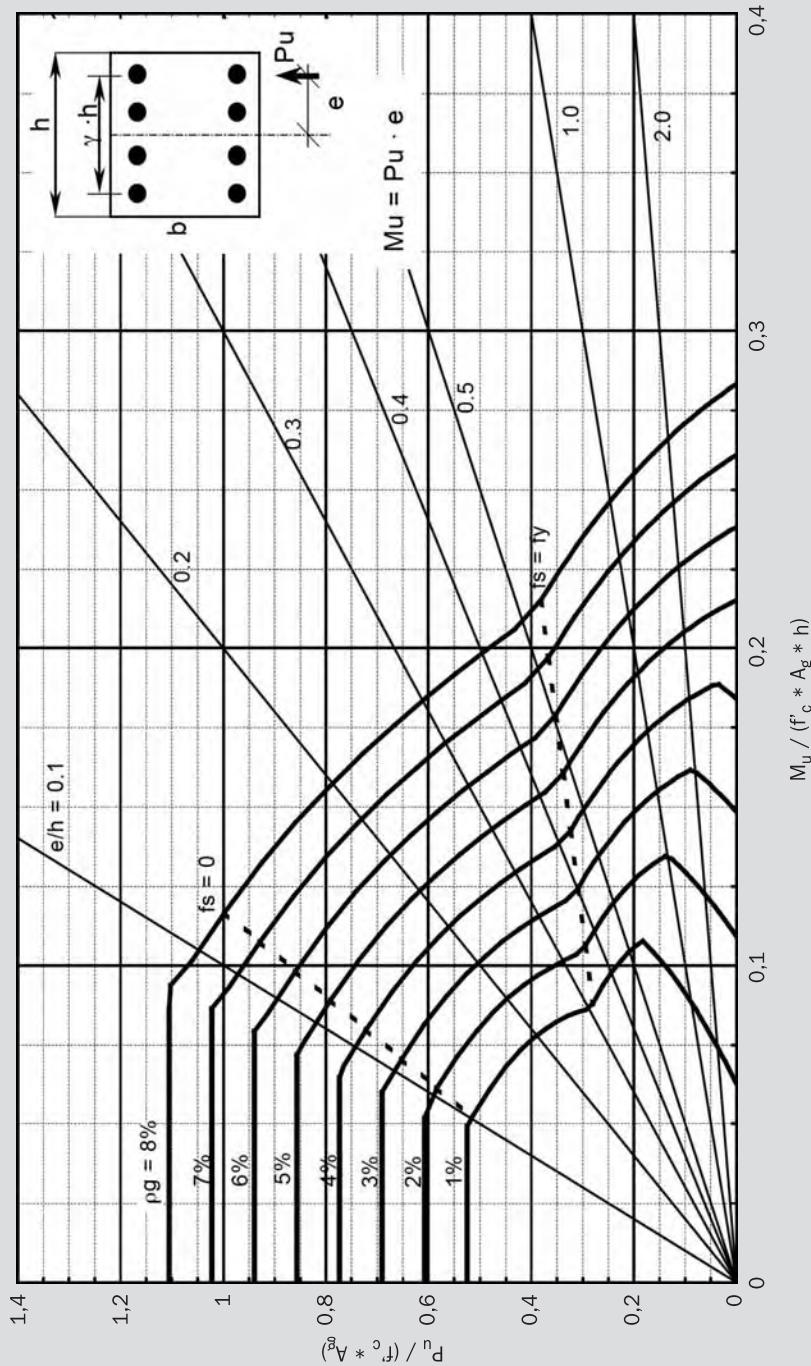


**C-037 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$

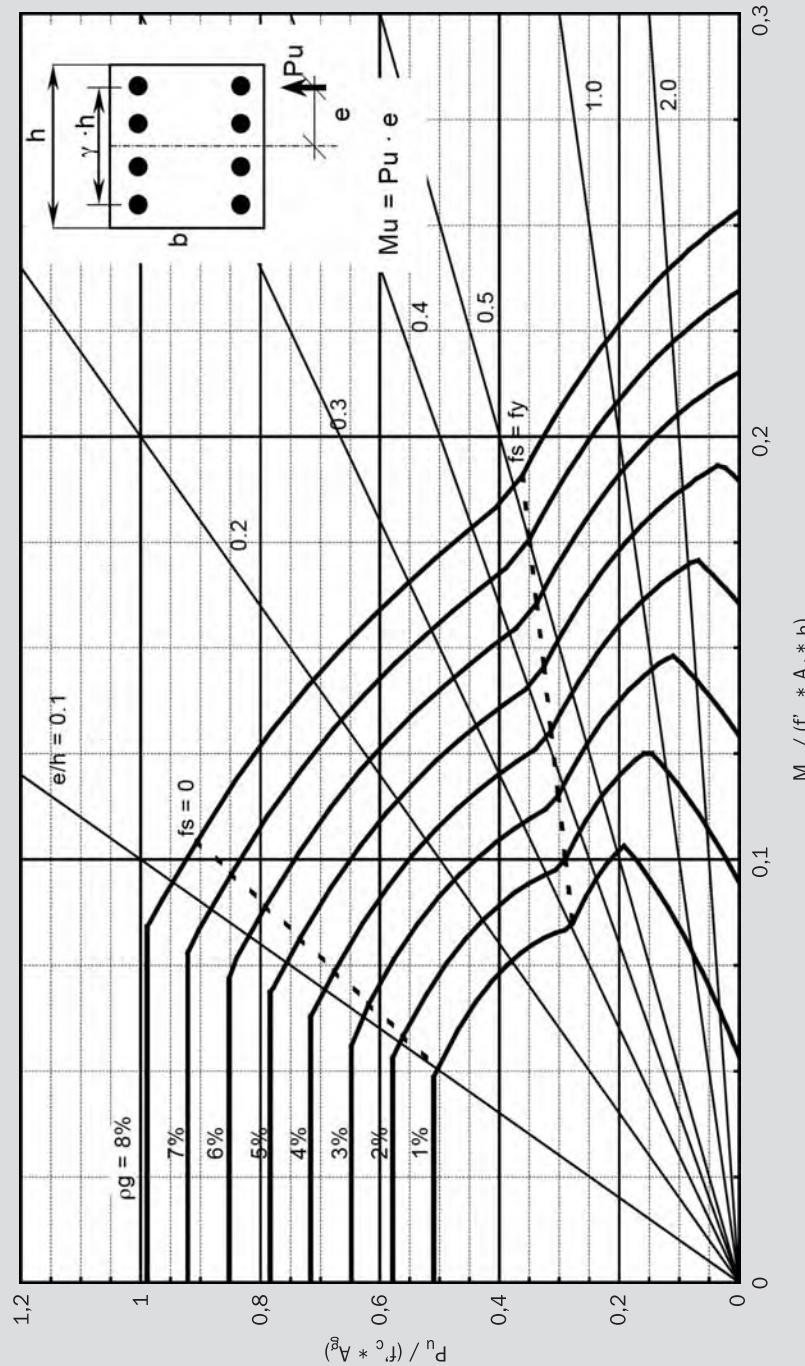


C-038 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral



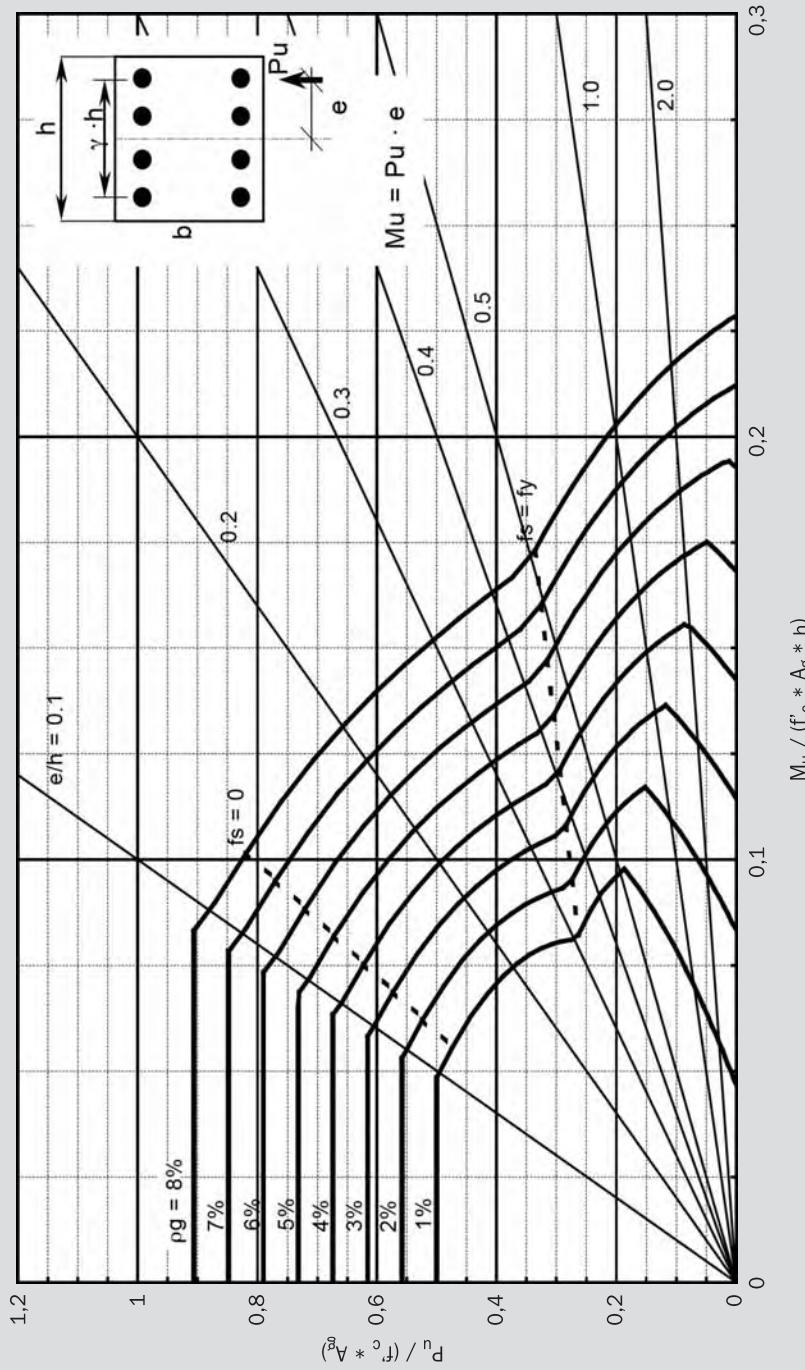
**C-039 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$



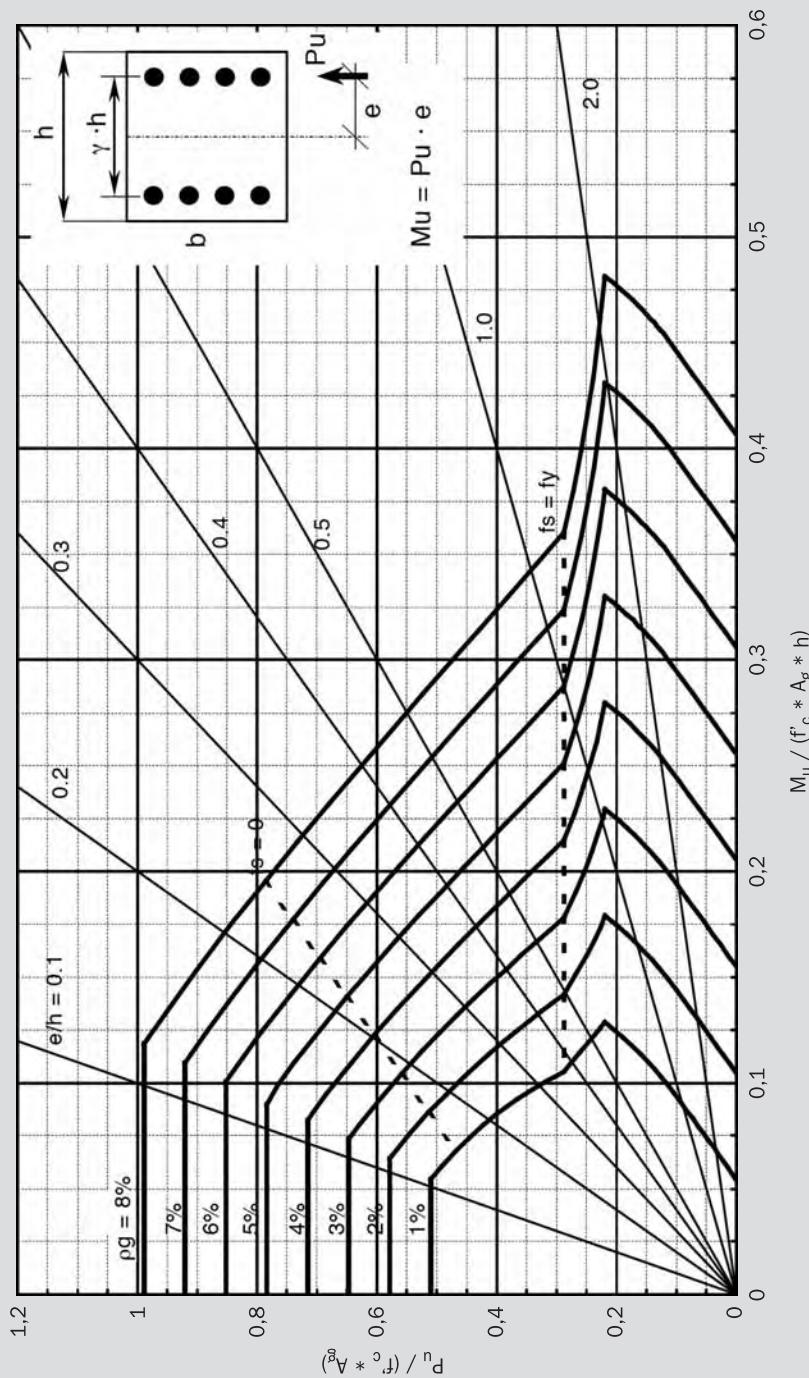
**C-040 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned} f'_c &= 35 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$



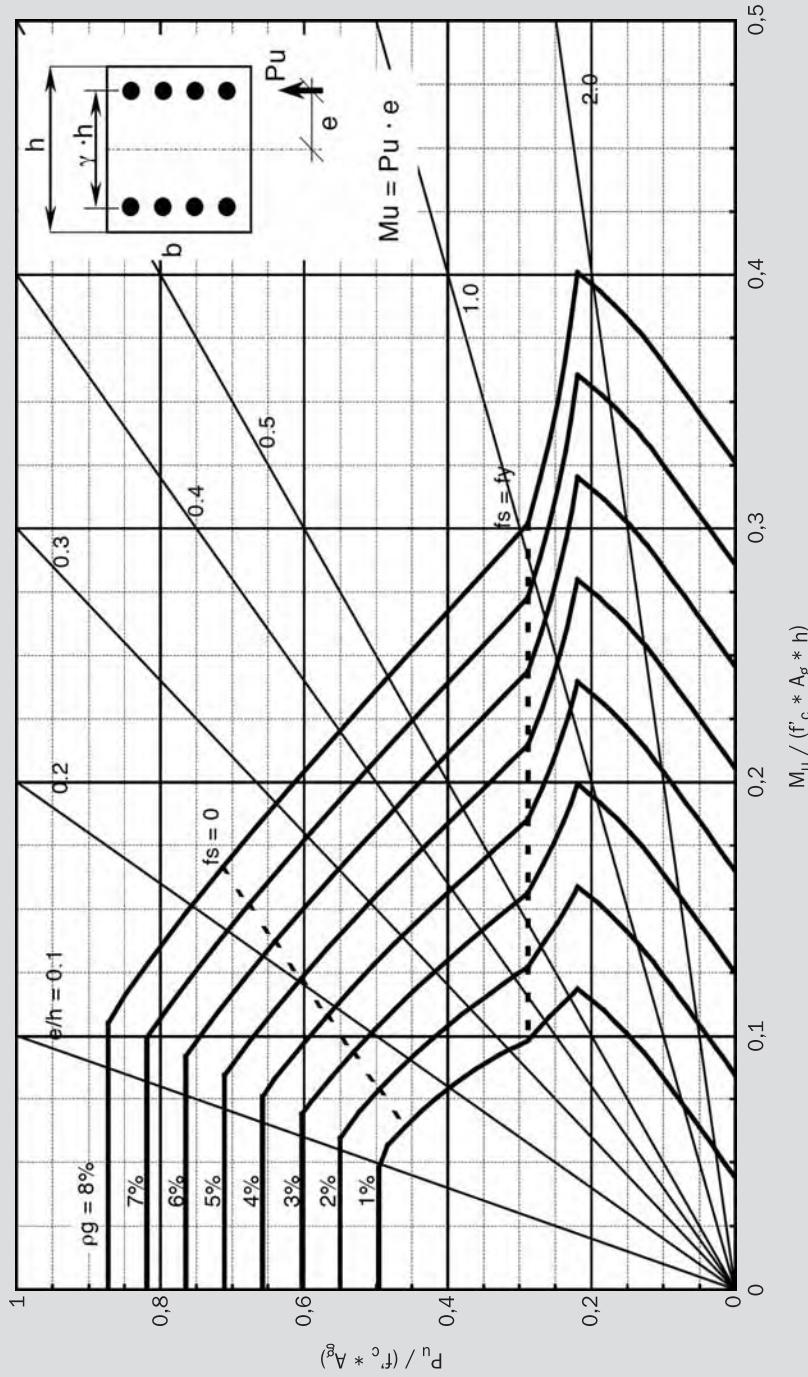
D-041 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$



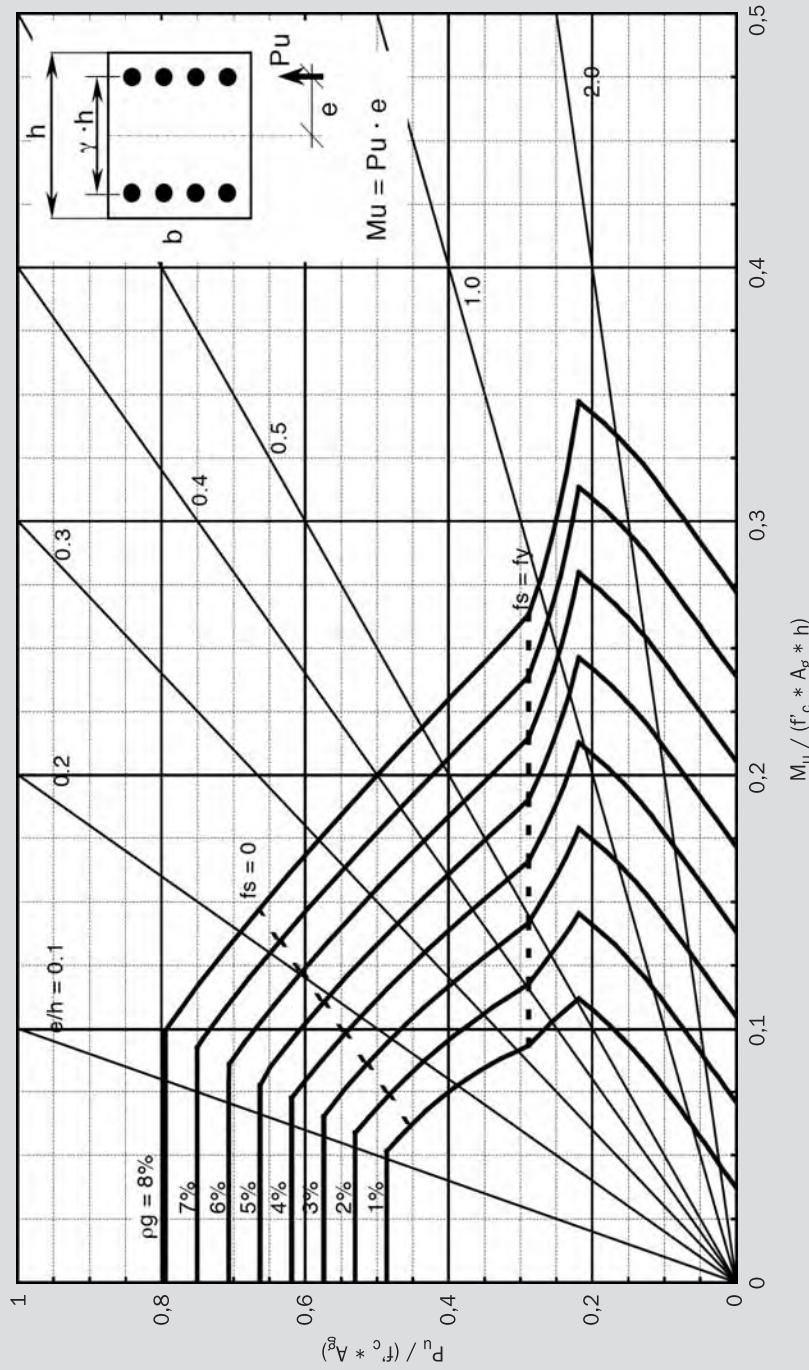
**D-042 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 25 \text{ MPa} \\f'_y &= 280 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,8\end{aligned}$$



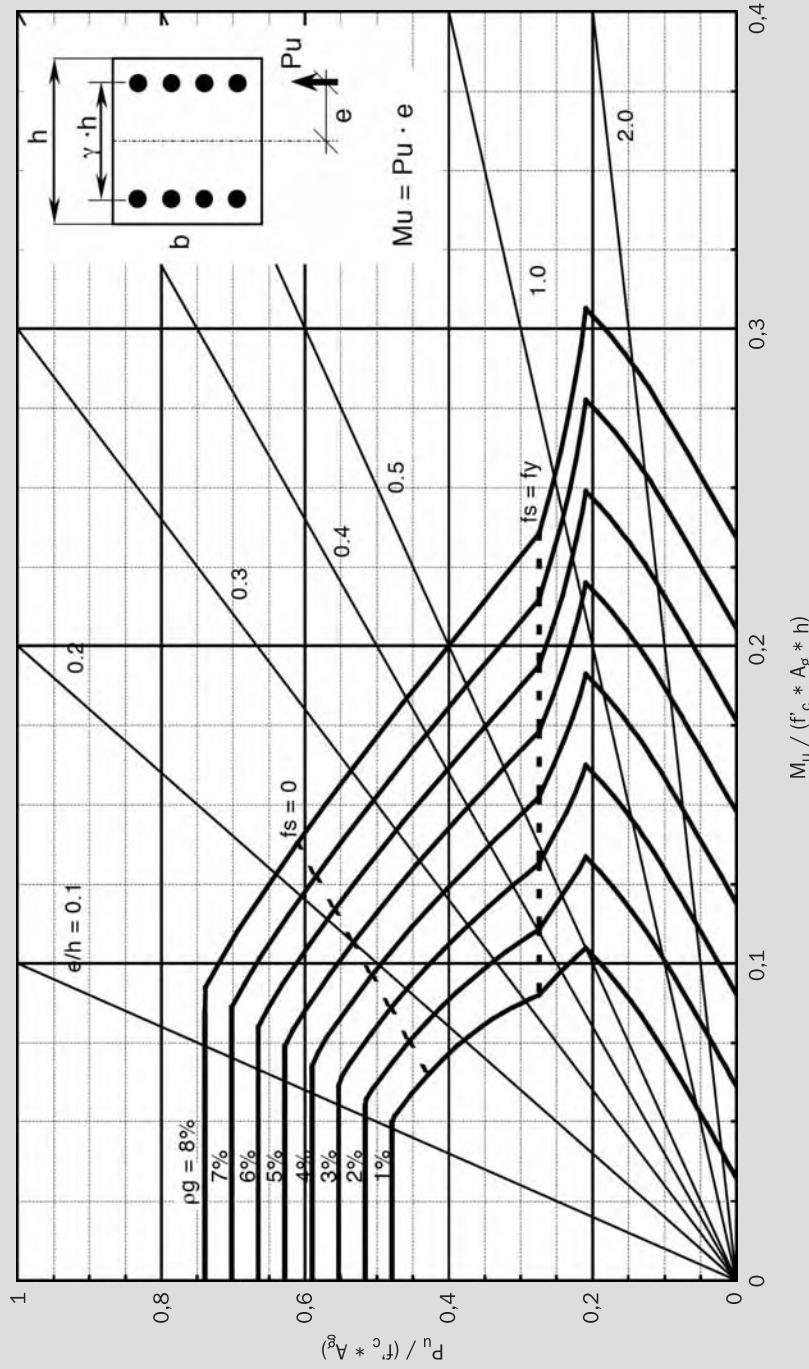
**D-043 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f'_y &= 280 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,8\end{aligned}$$



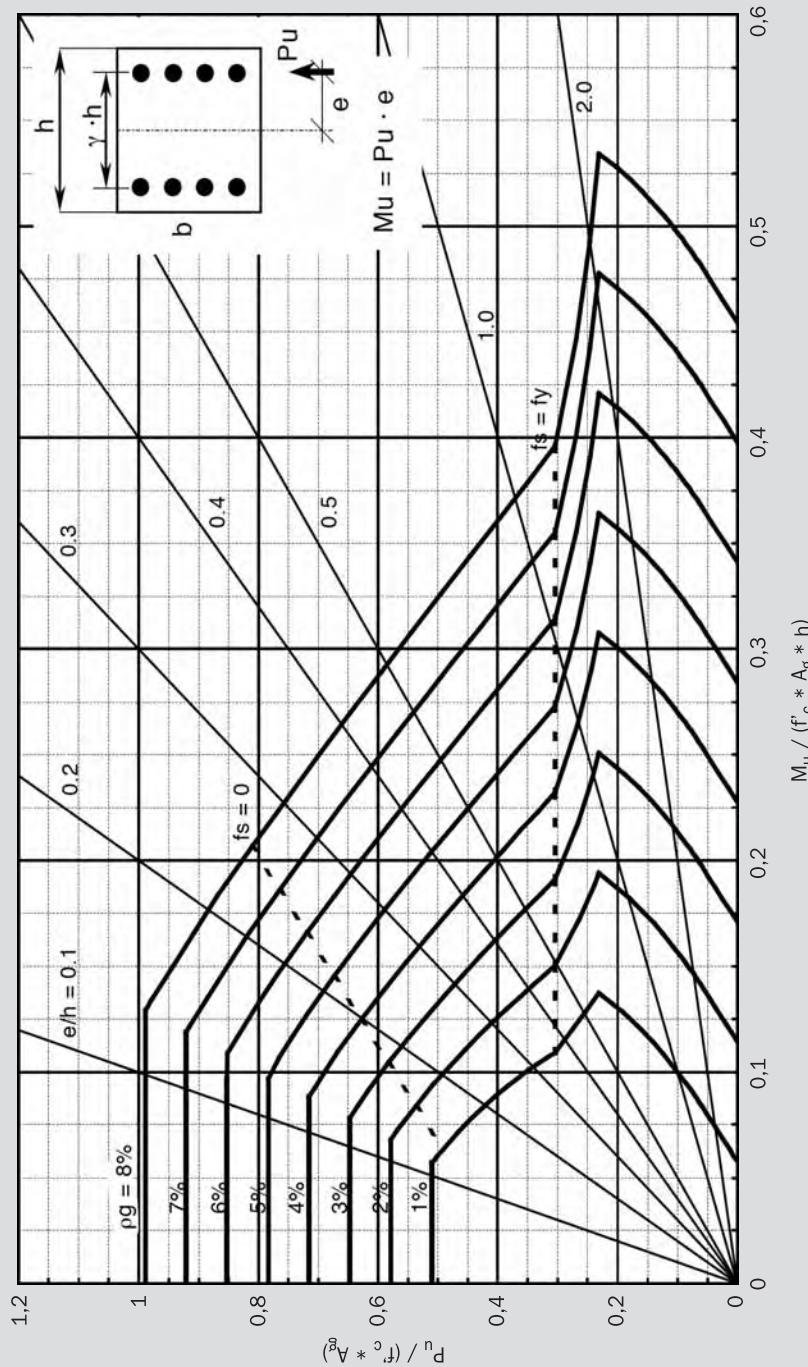
**D-044 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 35 \text{ MPa} \\f'_y &= 280 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,8\end{aligned}$$



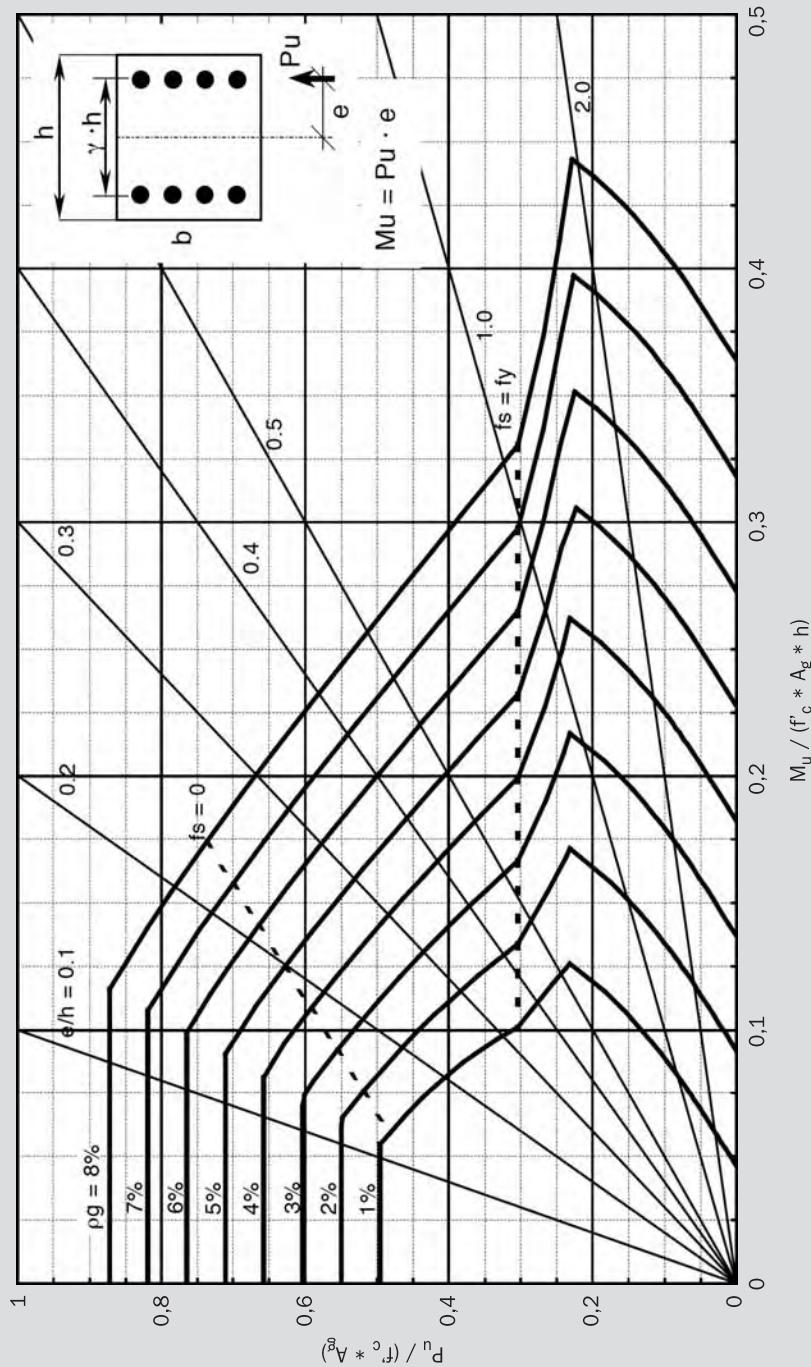
**D-045 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$



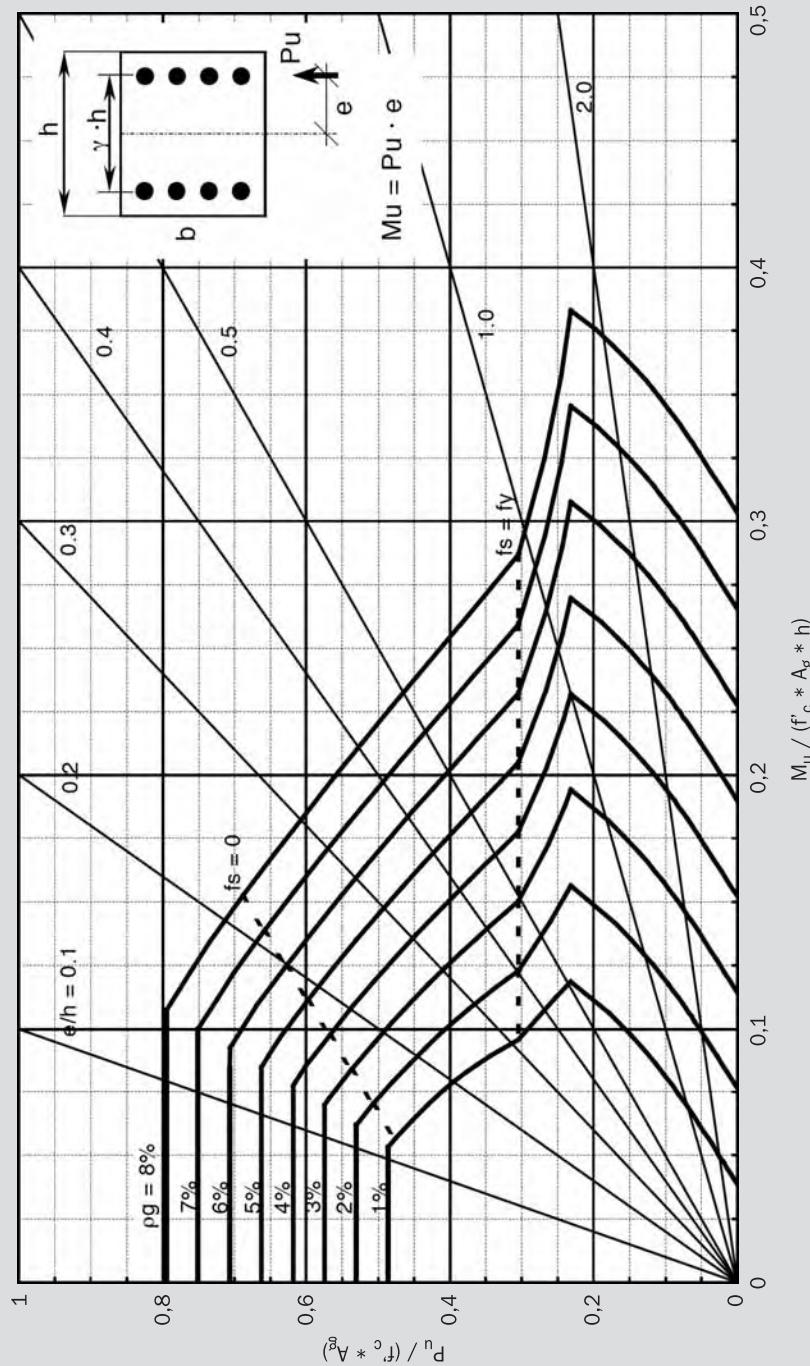
**D-046 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned} f'_c &= 25 \text{ MPa} \\ f'_y &= 280 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$

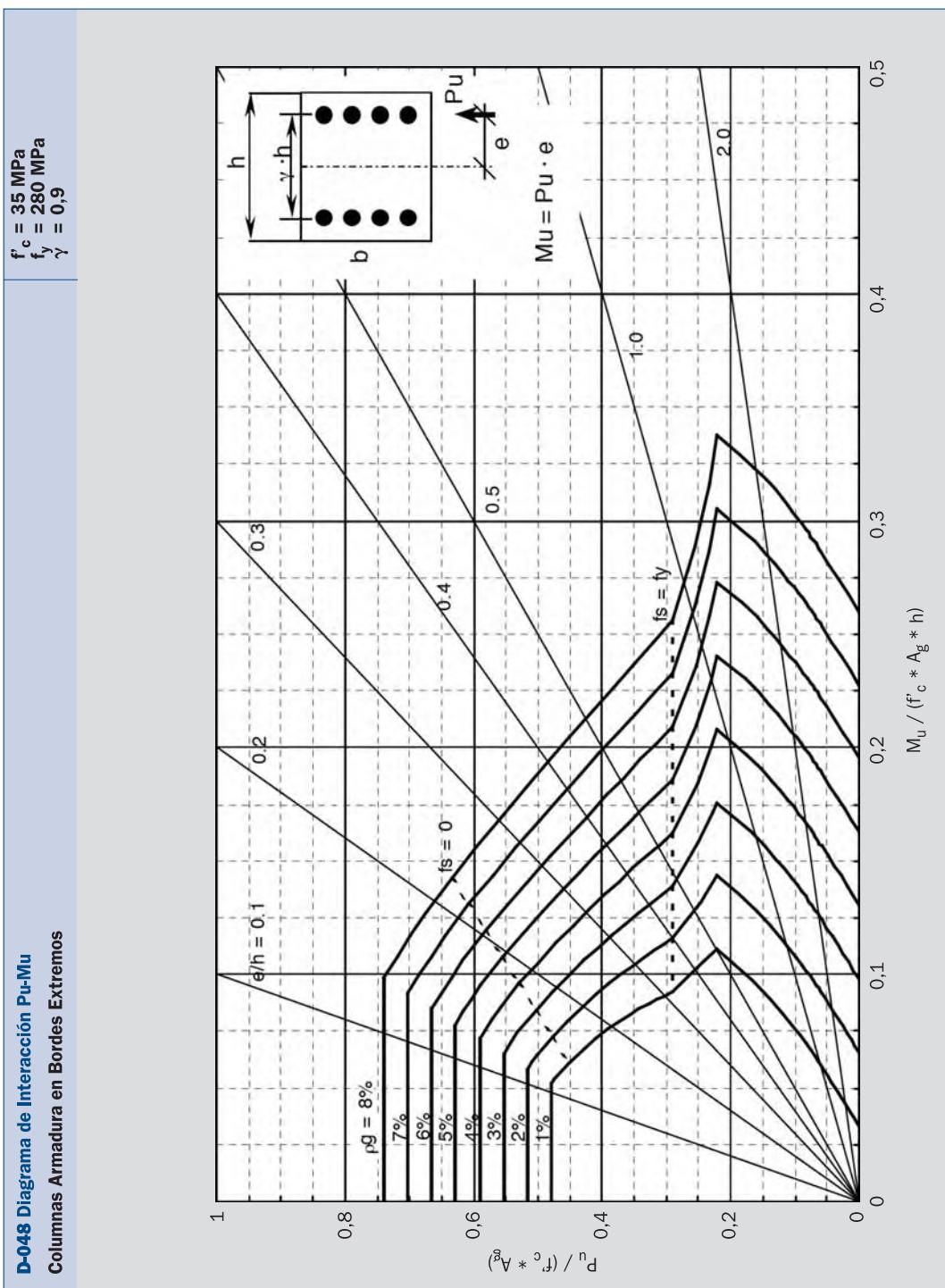


**D-047 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$

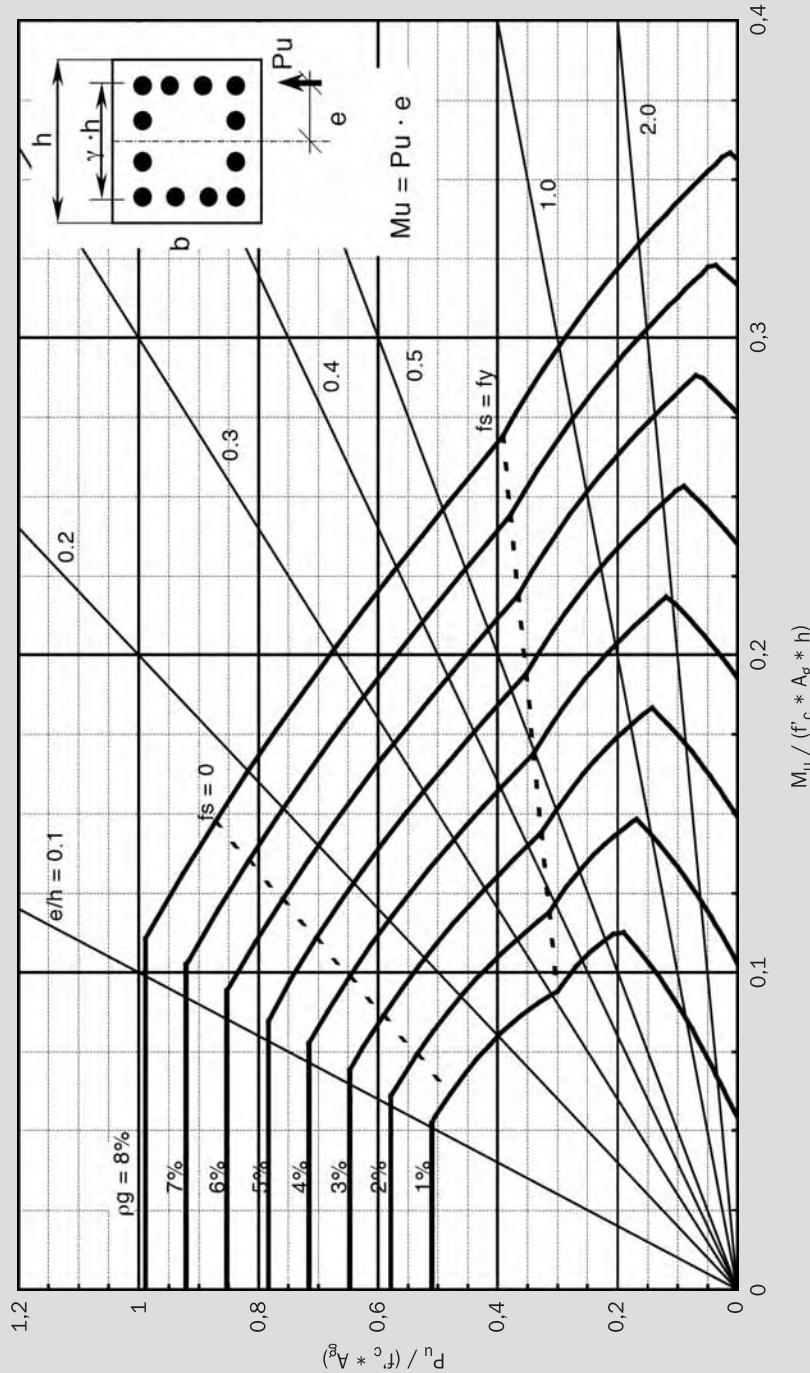


**D-048 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura en Bordes Extremos**

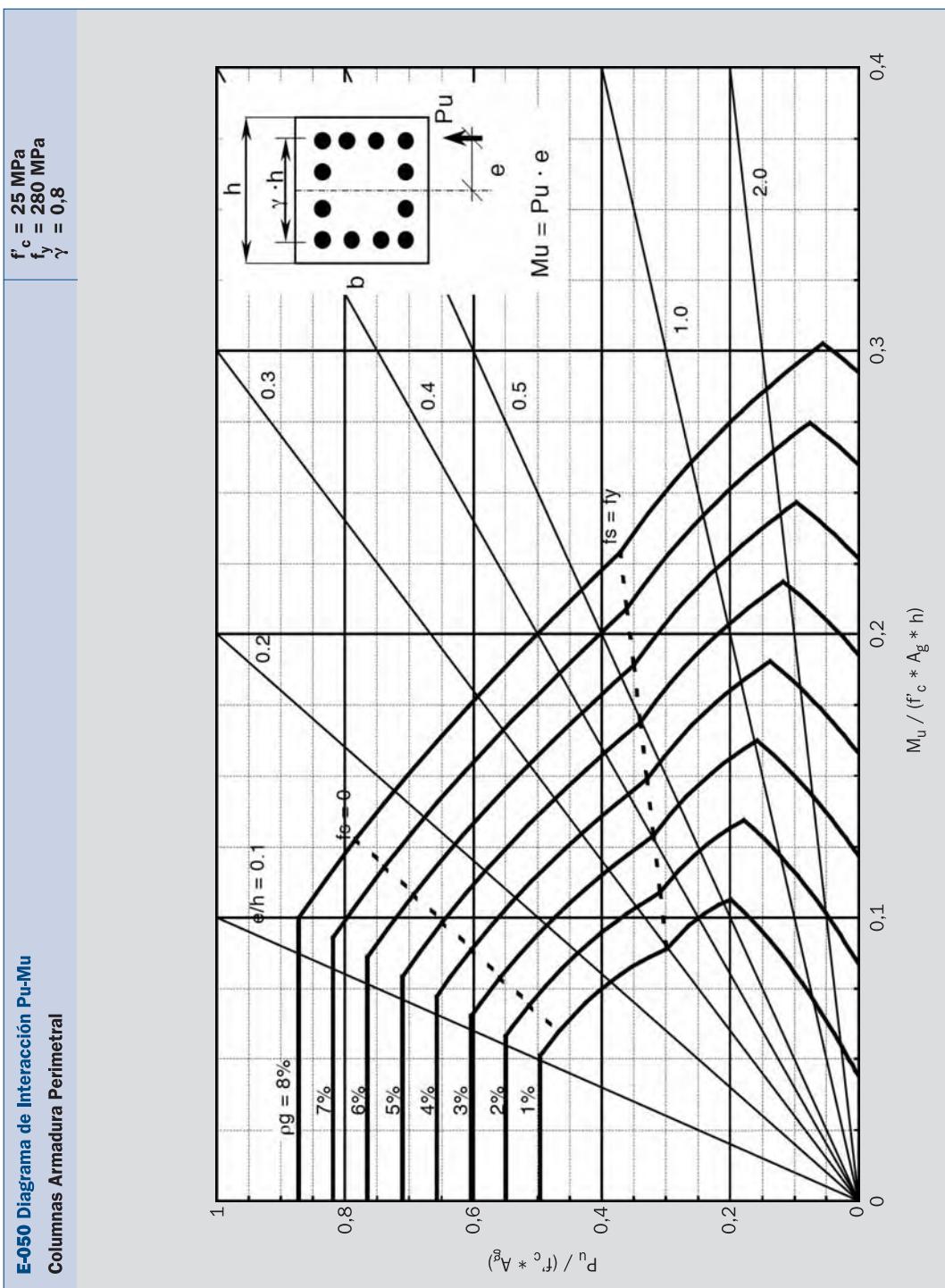


**E-049 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f'_y &= 280 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,8\end{aligned}$$

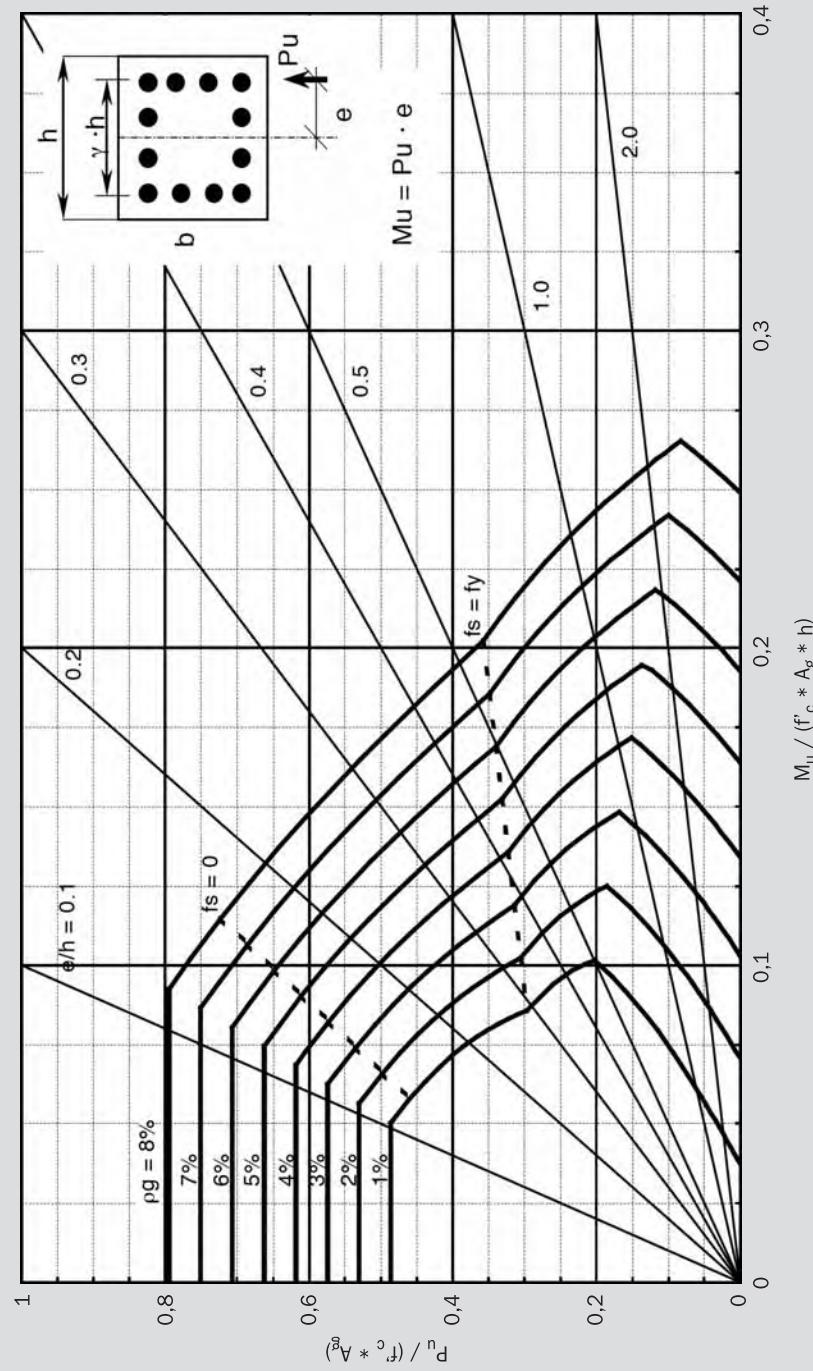


E-050 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

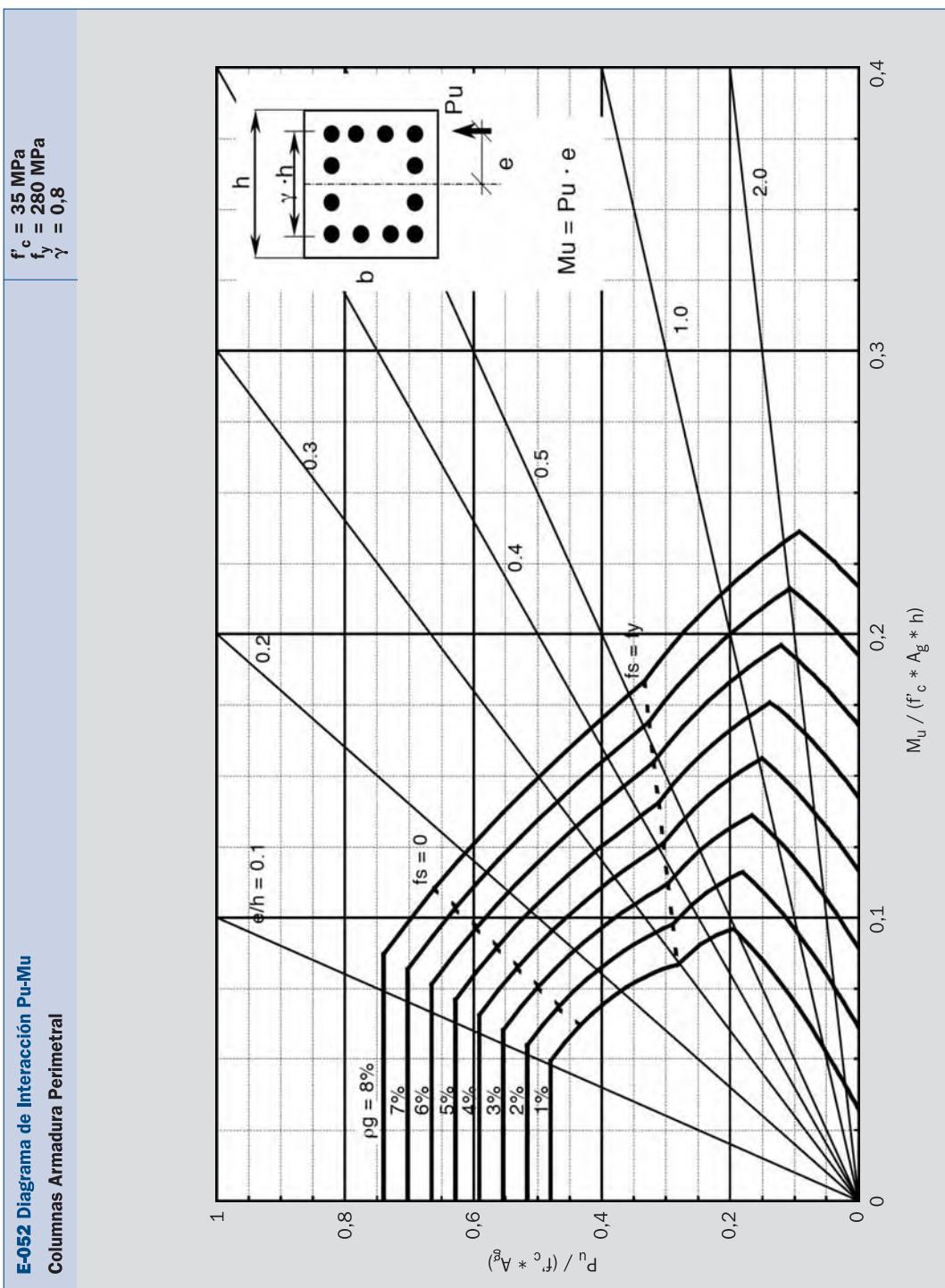


**E-051 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$

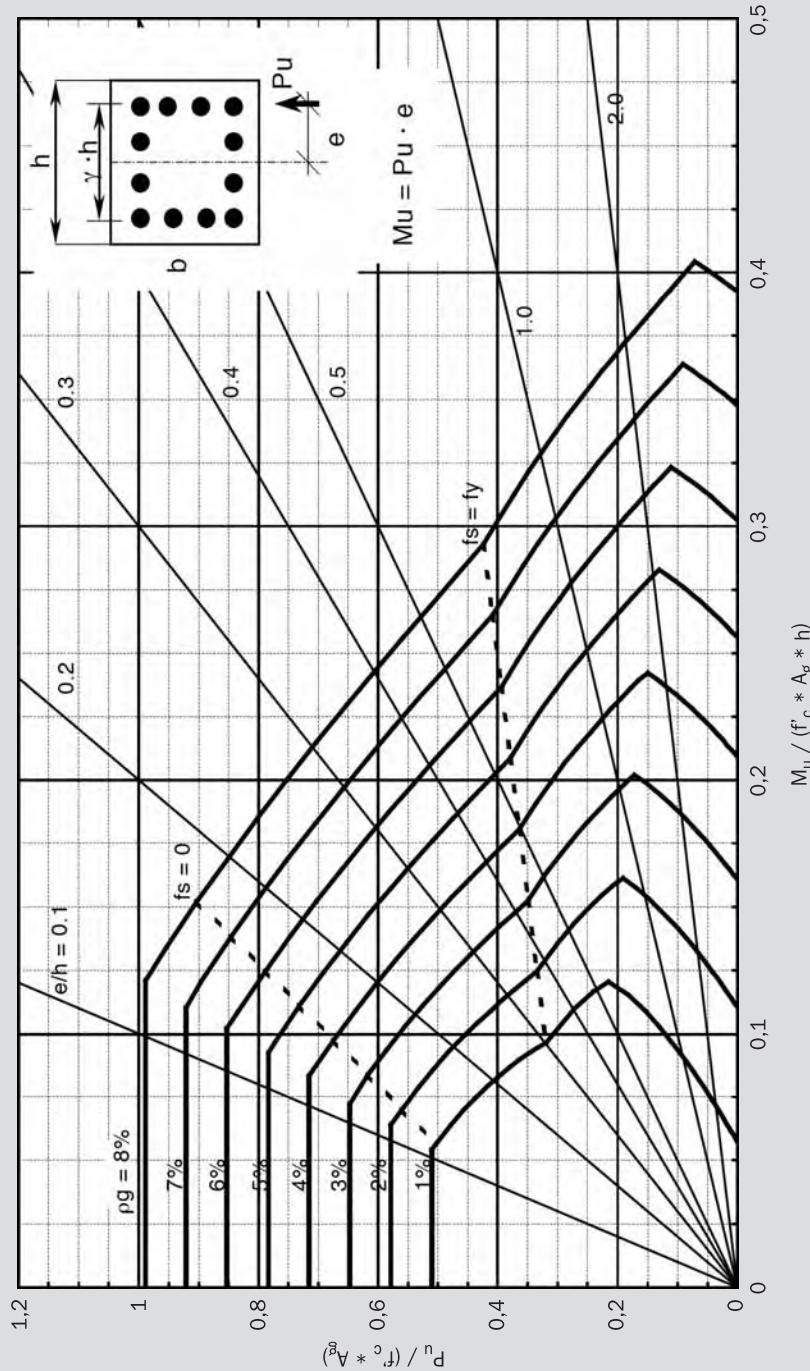


E-052 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

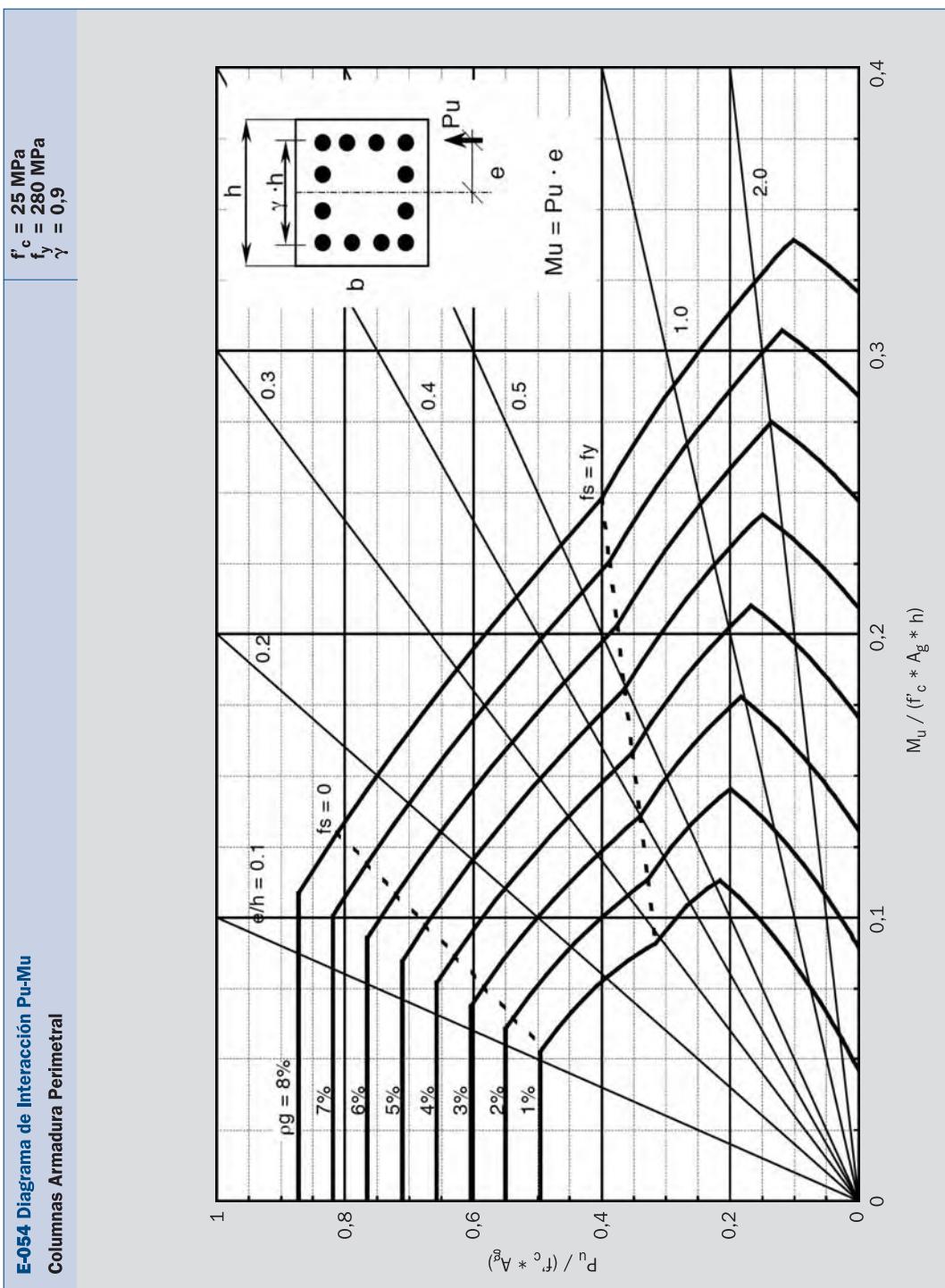


E-053 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$

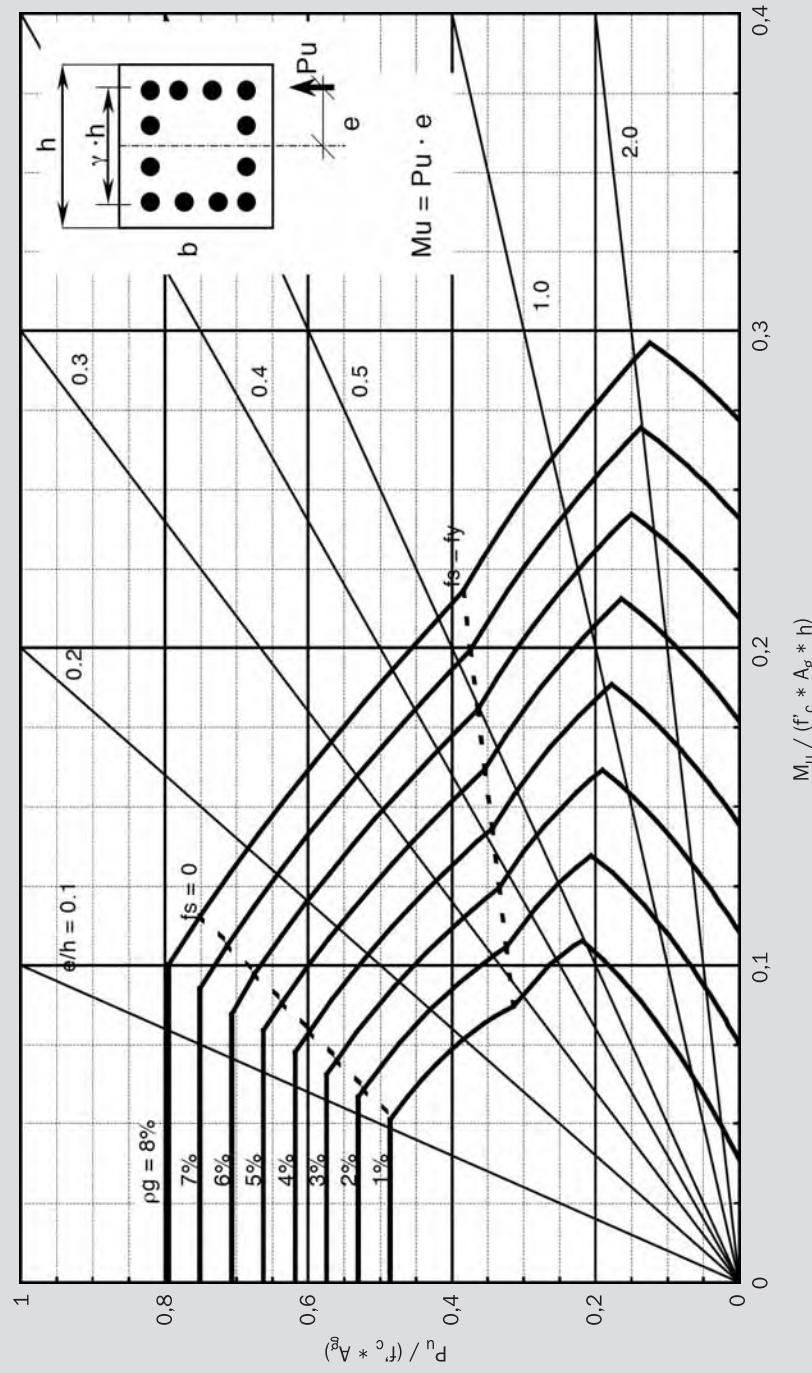


**E-054 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral**



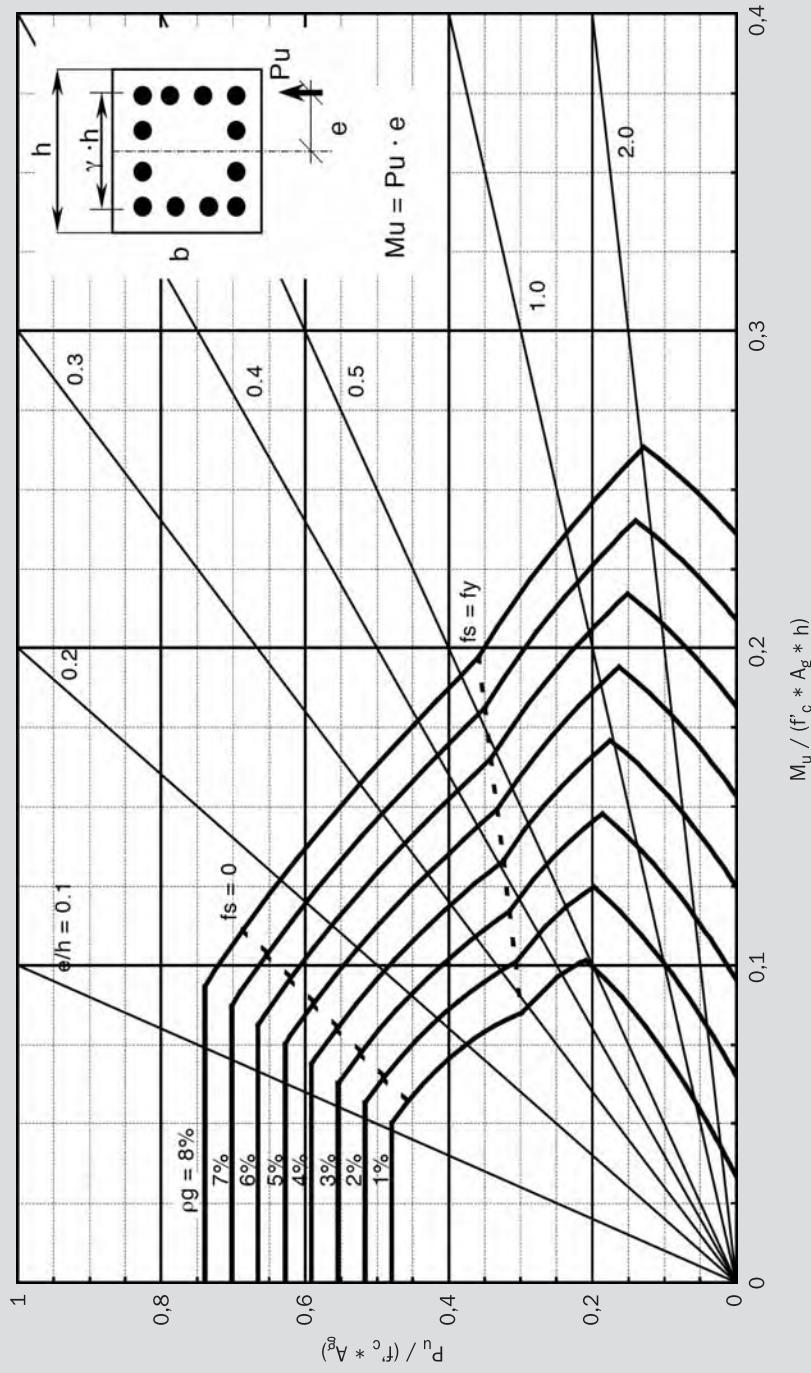
**E-055 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$



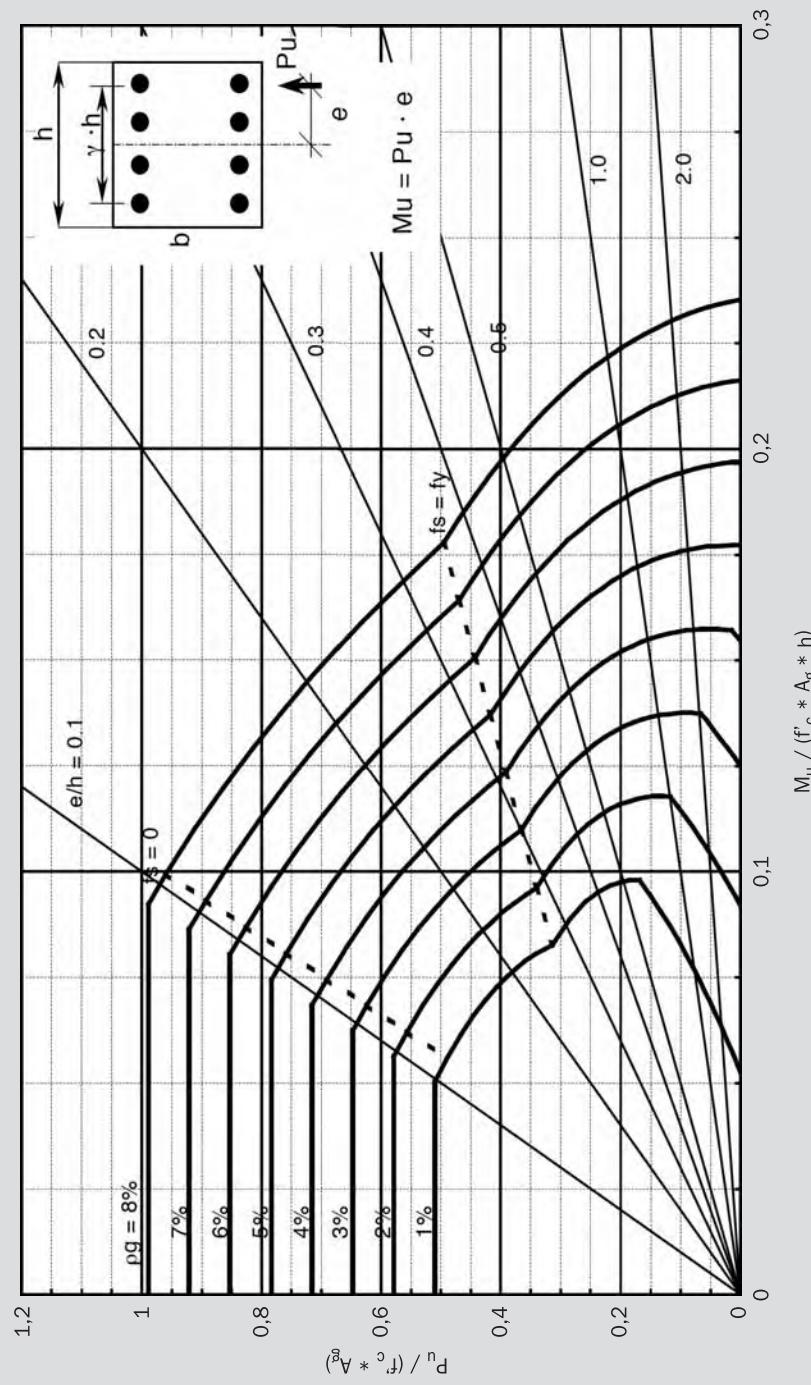
E-056 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Perimetral

$$\begin{aligned}f'_c &= 35 \text{ MPa} \\f'_y &= 280 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,9\end{aligned}$$



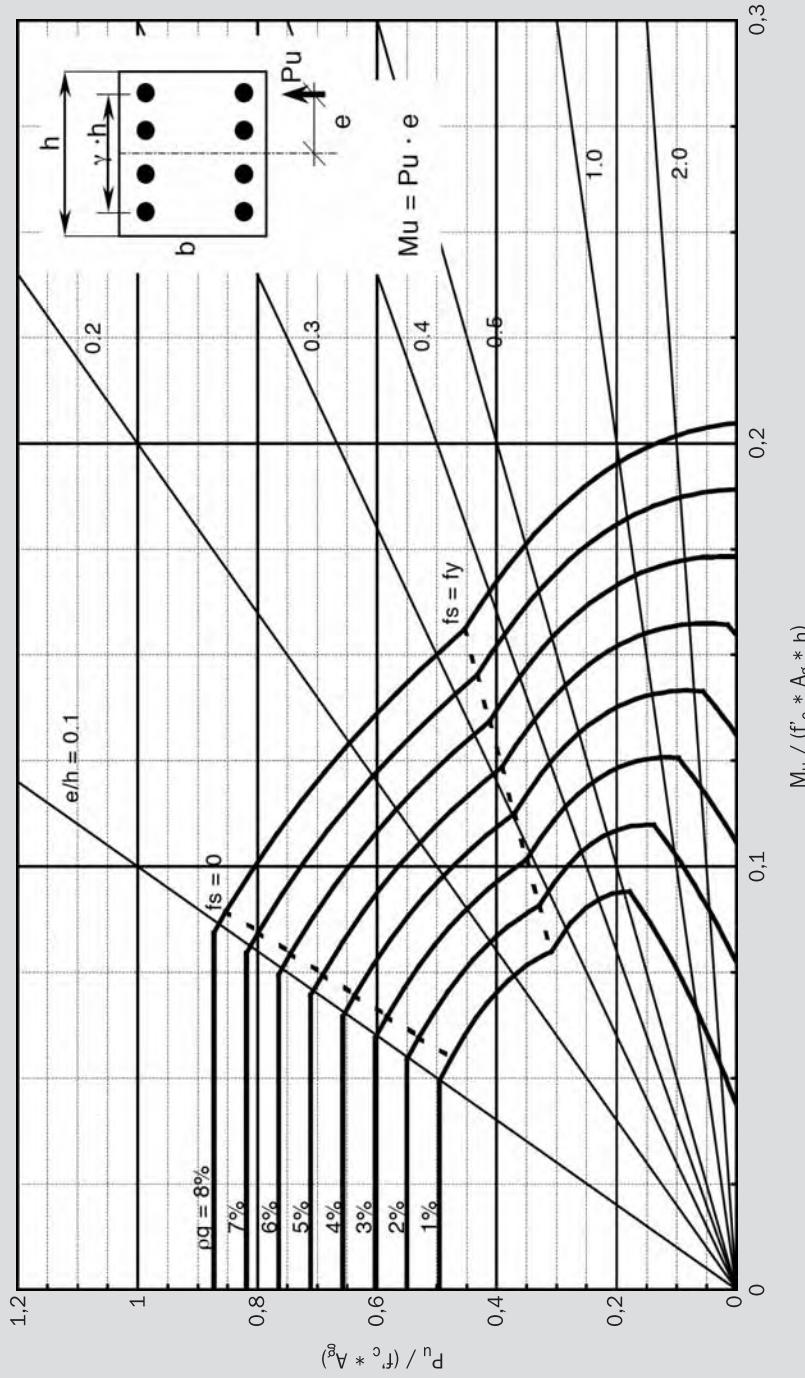
**F-057 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$



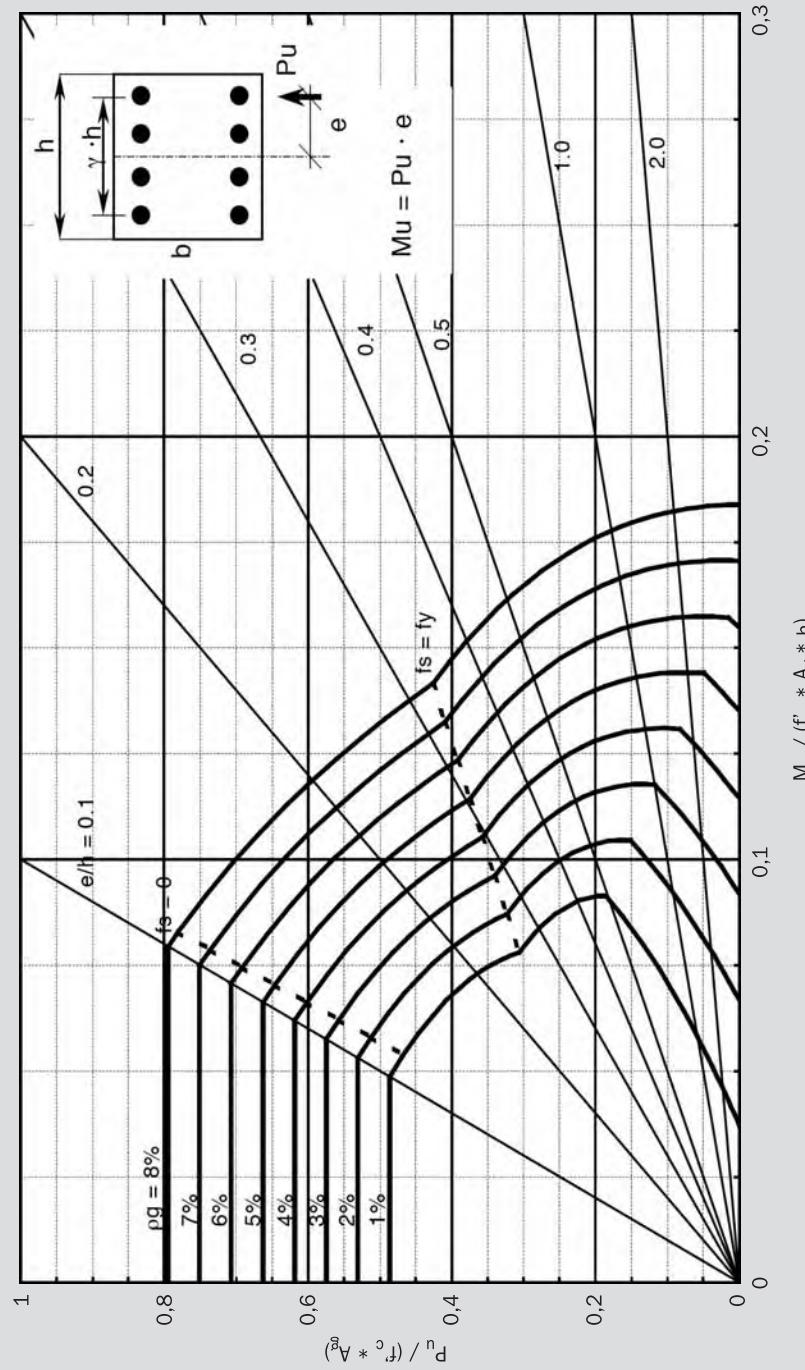
**F-058 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned} f'_c &= 25 \text{ MPa} \\ f'_y &= 280 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$



**F-059 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\y &= 0,8\end{aligned}$$



$$M_u / (f'_c \cdot A_g \cdot h)$$

0,3

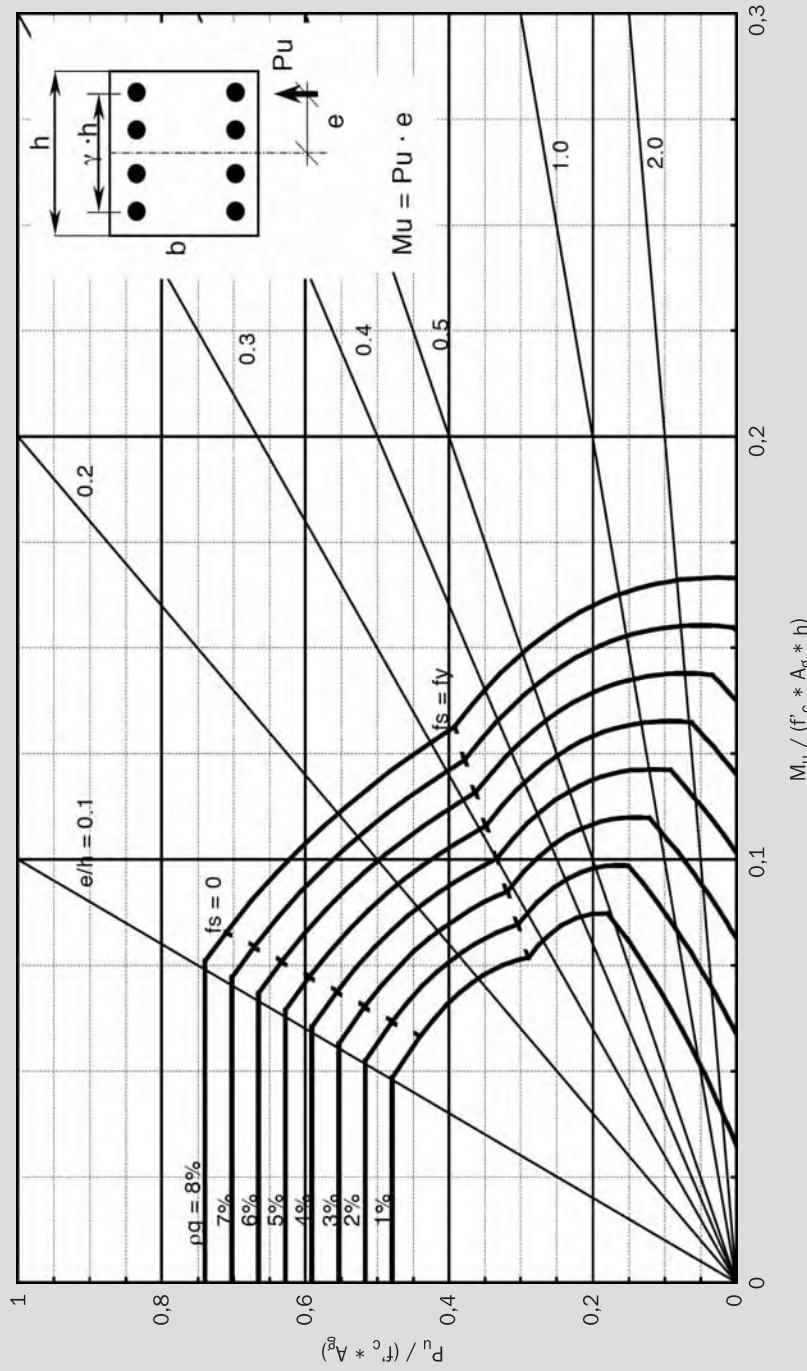
0,2

0,1

0

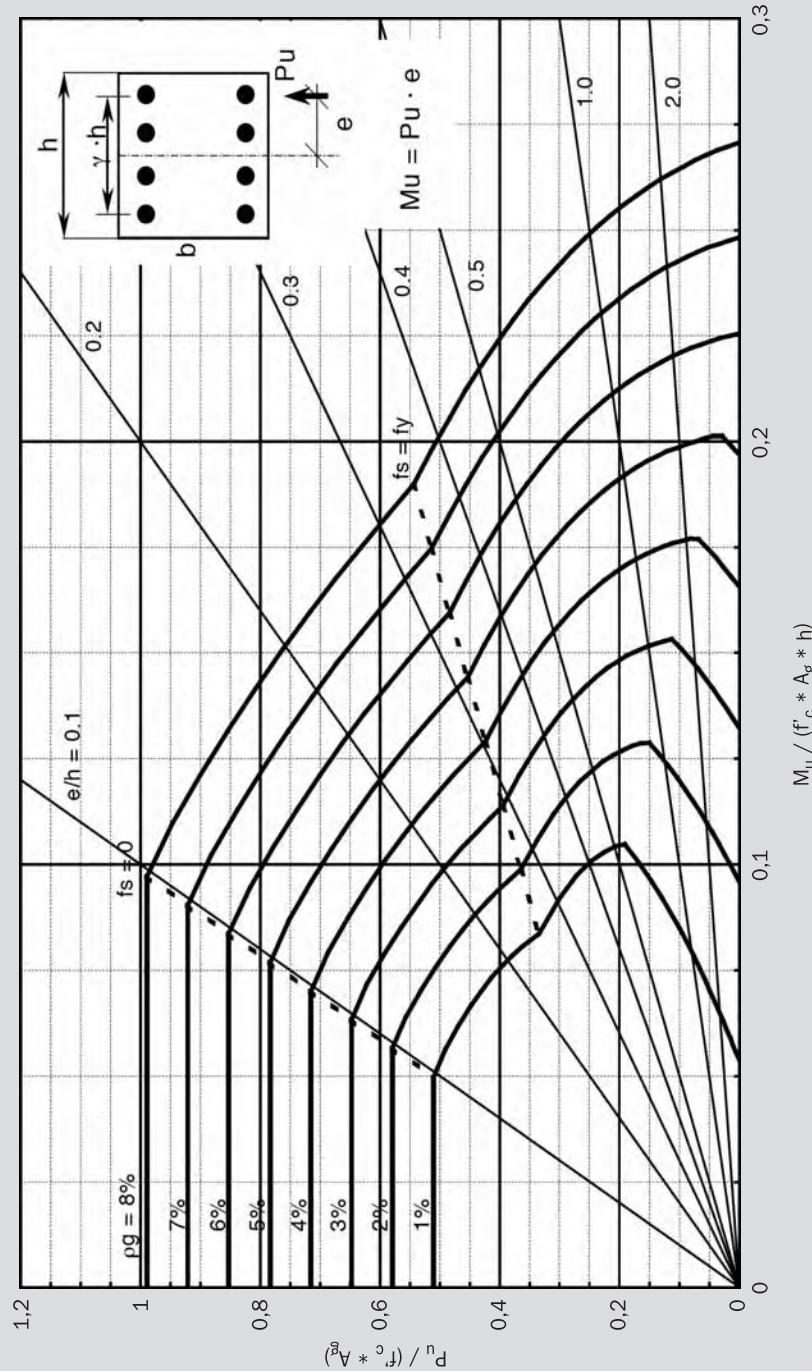
**F-060 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 35 \text{ MPa} \\f'_y &= 280 \text{ MPa} \\{\gamma} &= 0,8\end{aligned}$$



**F-061 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

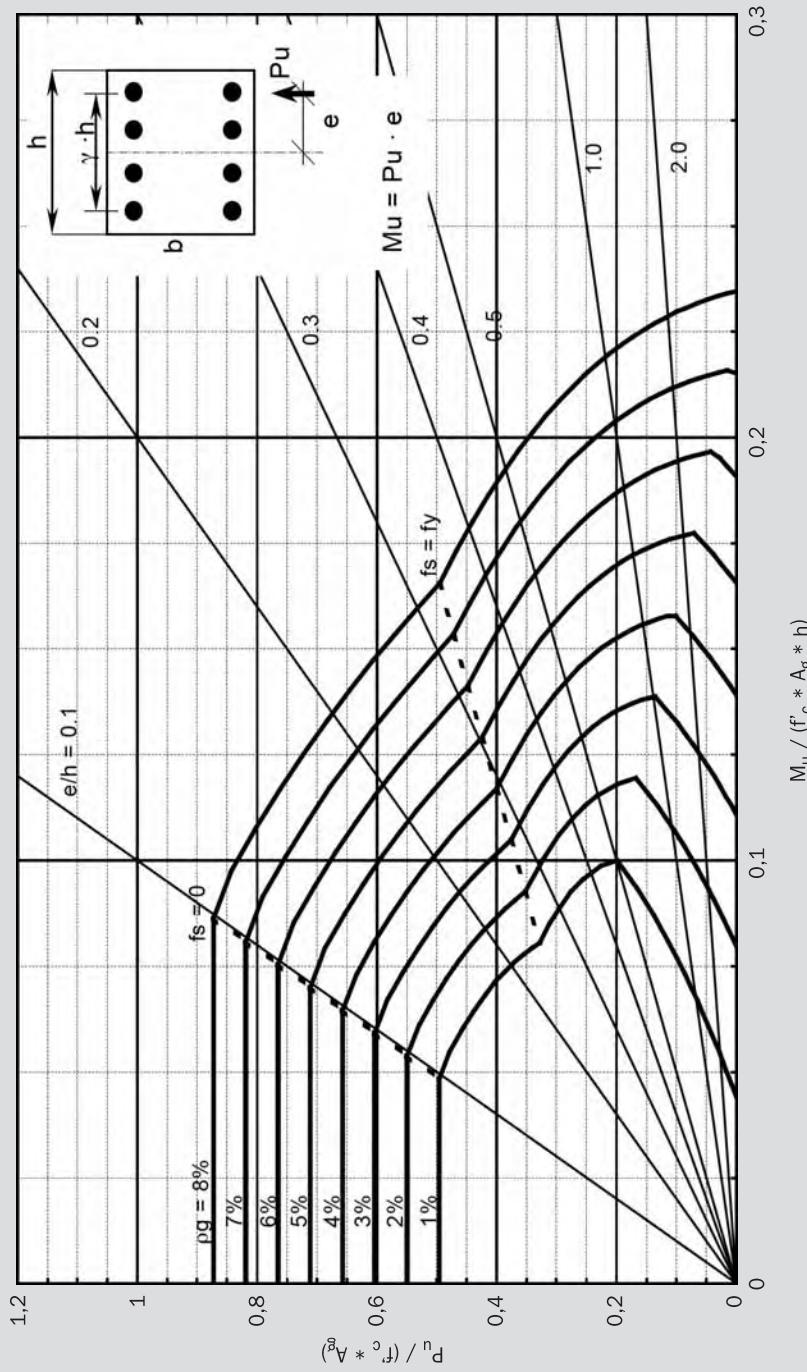
$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$



$$\mu / (f'_c * A_g)$$

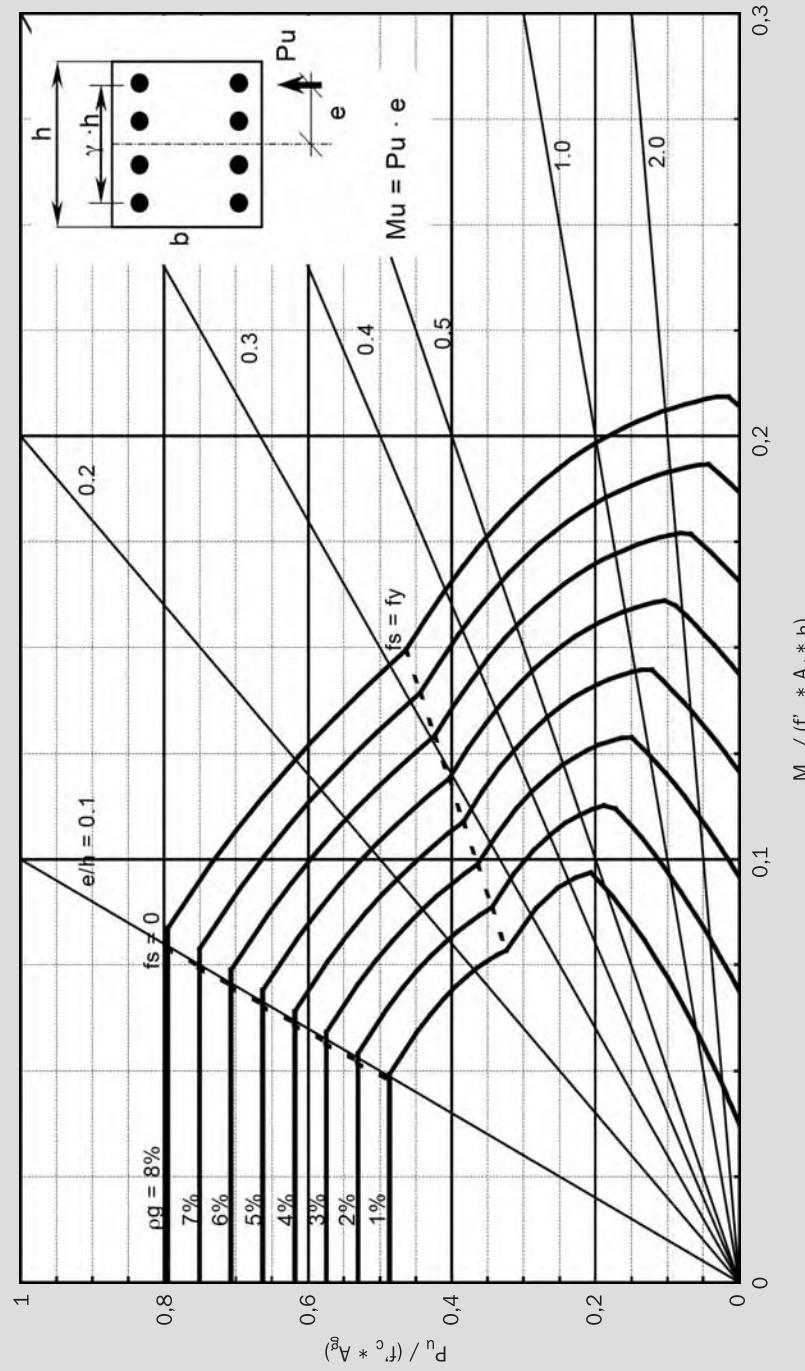
F-062 Diagrama de Interacción P_u - M_u
Columnas Armadura Lateral

$$\begin{aligned} f'_c &= 25 \text{ MPa} \\ f'_y &= 280 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$



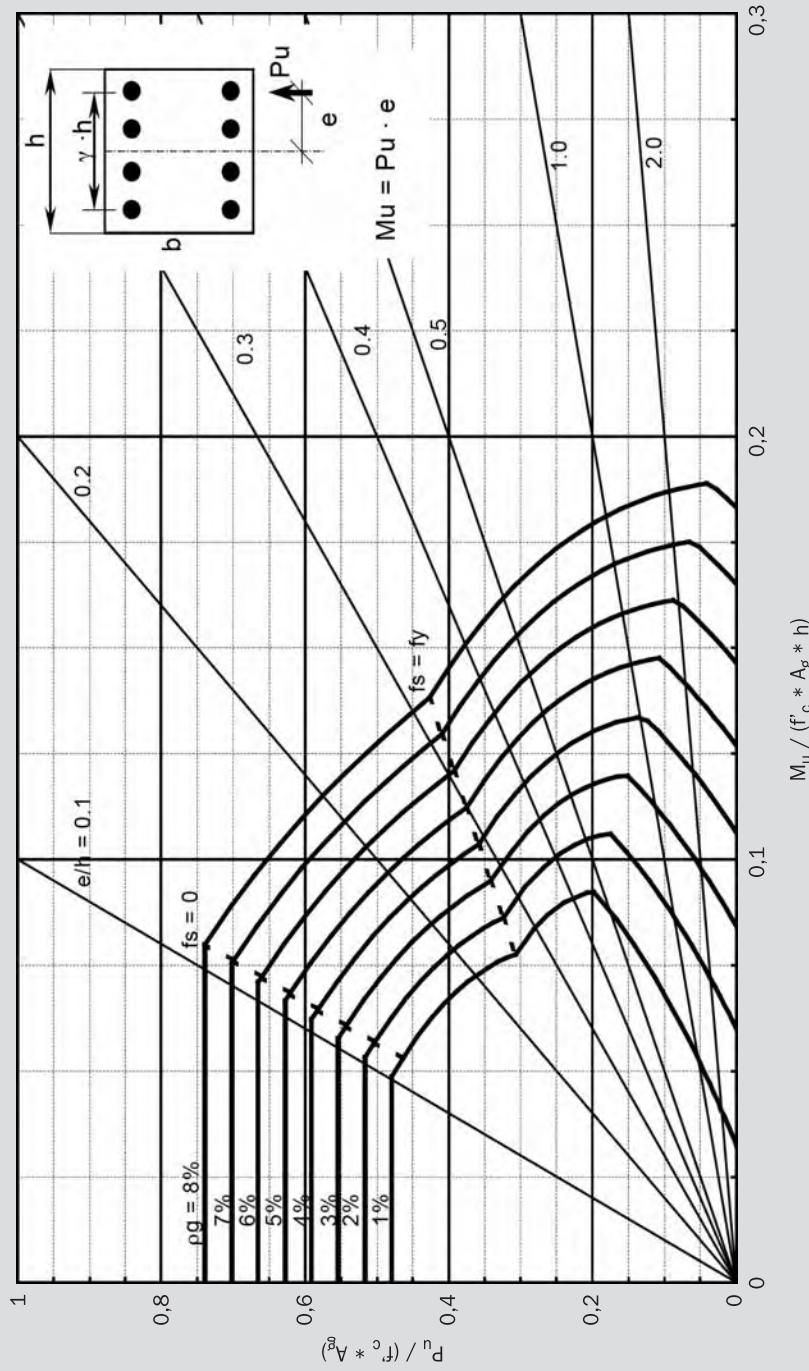
**F-063 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Columnas Armadura Lateral**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\y &= 0,9\end{aligned}$$



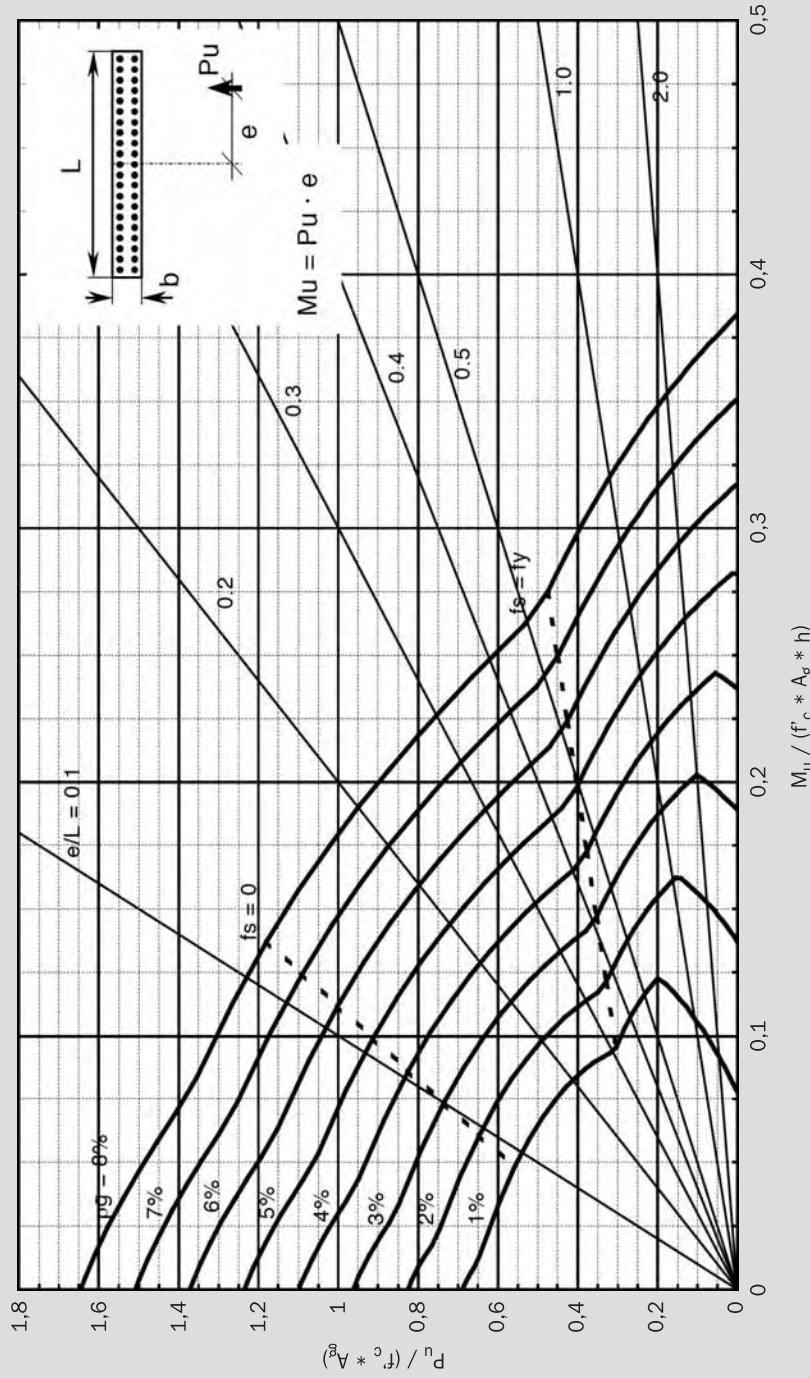
F-064 Diagrama de Interacción P_u - M_u
Columnas Armadura Lateral

$$\begin{aligned}f'_c &= 35 \text{ MPa} \\f'_y &= 280 \text{ MPa} \\{\gamma'} &= 0,9\end{aligned}$$



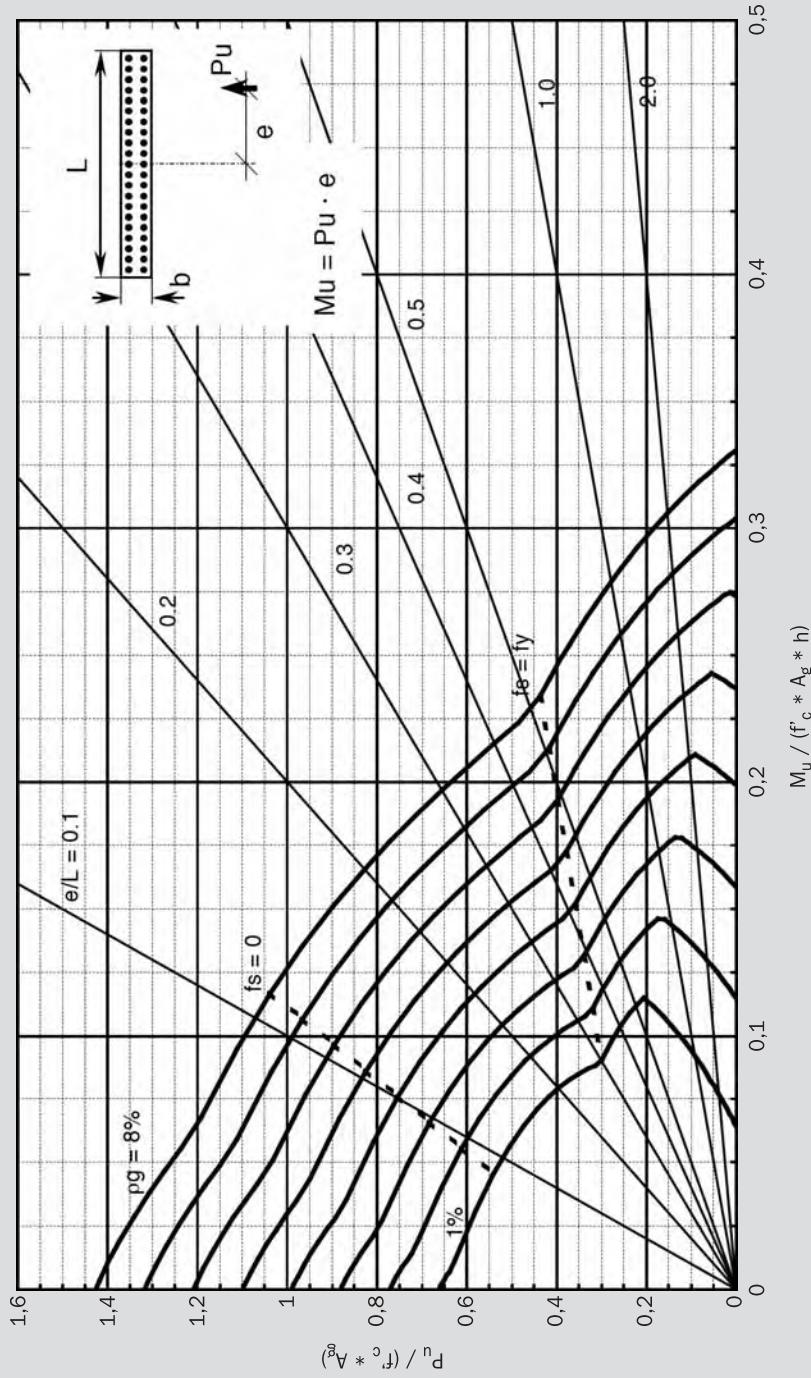
G-065 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros Armadura Uniformemente Distribuida

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa}\end{aligned}$$

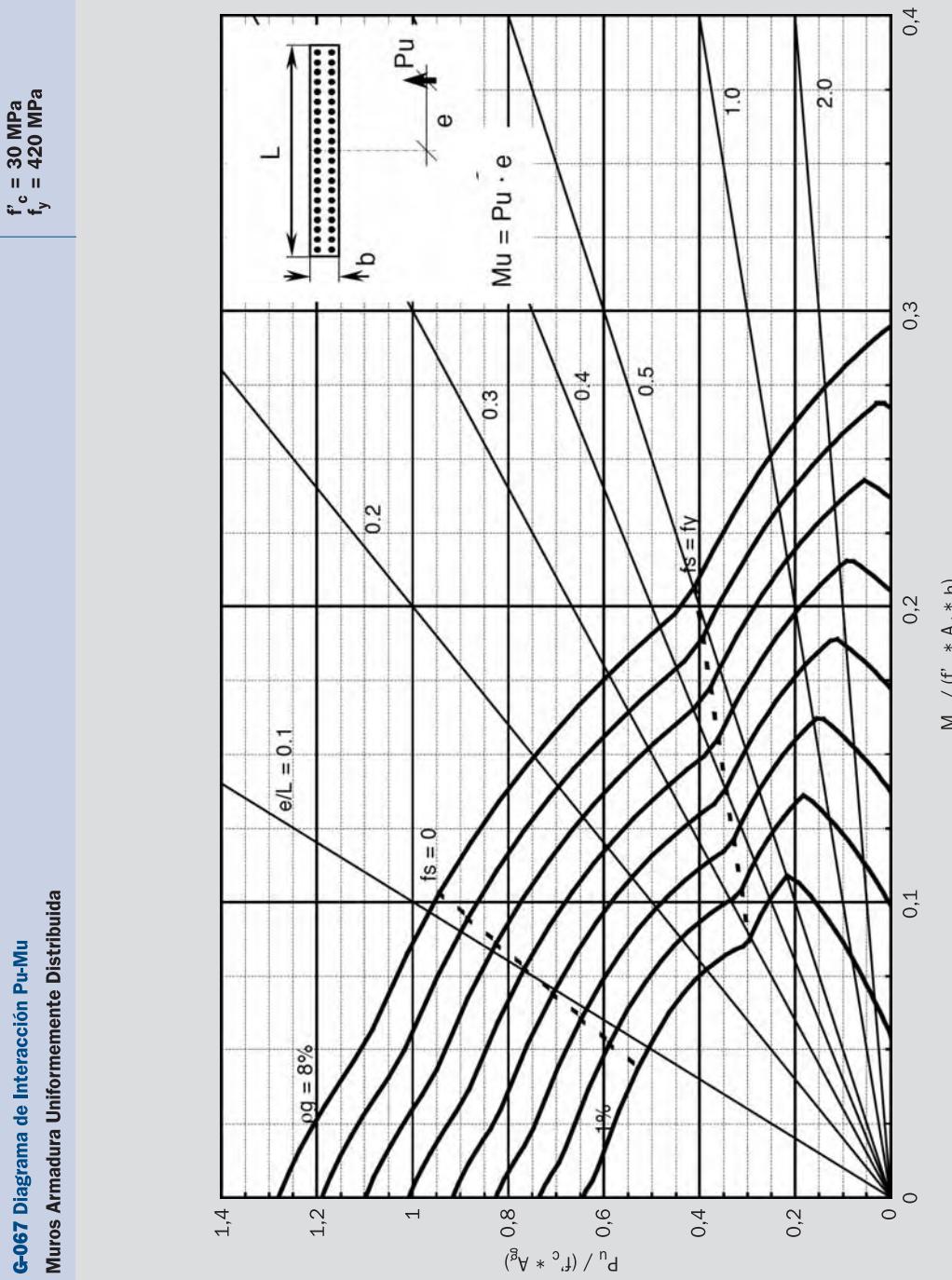


**G-066 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros Armadura Uniformemente Distribuida**

$$\begin{aligned} f'_c &= 25 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \end{aligned}$$

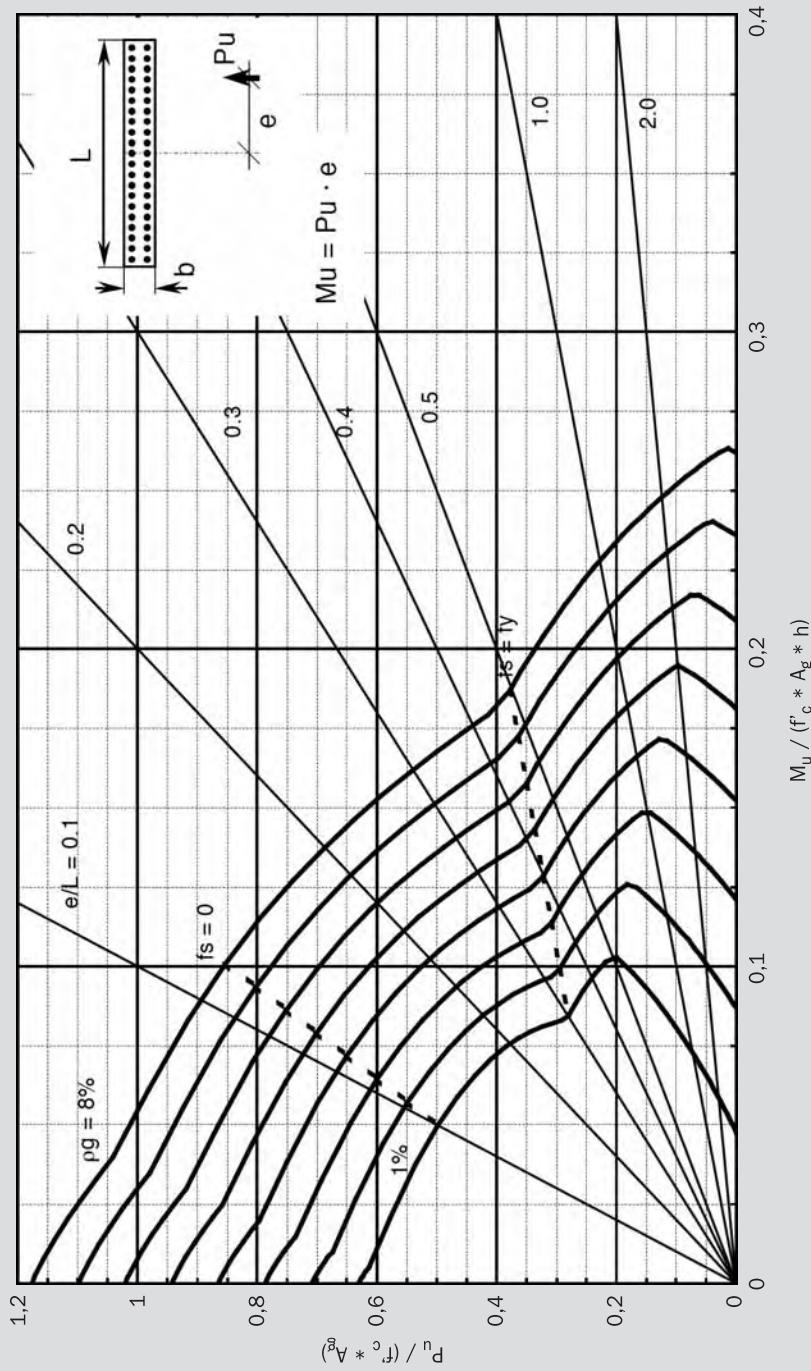


G-067 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros Armadura Uniformemente Distribuida

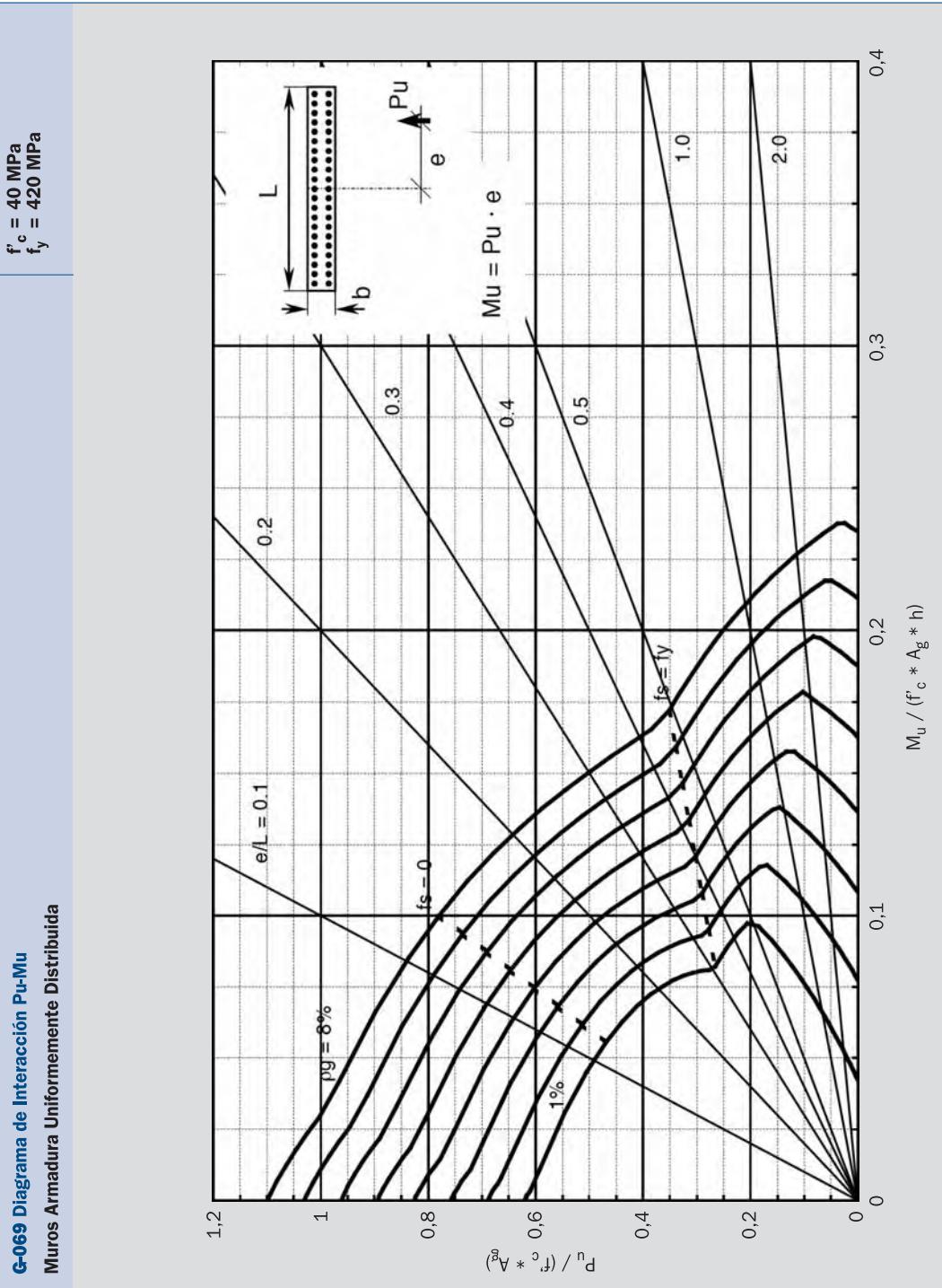


**G-068 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros Armadura Uniformemente Distribuida**

$$\begin{aligned} f'_c &= 35 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \end{aligned}$$

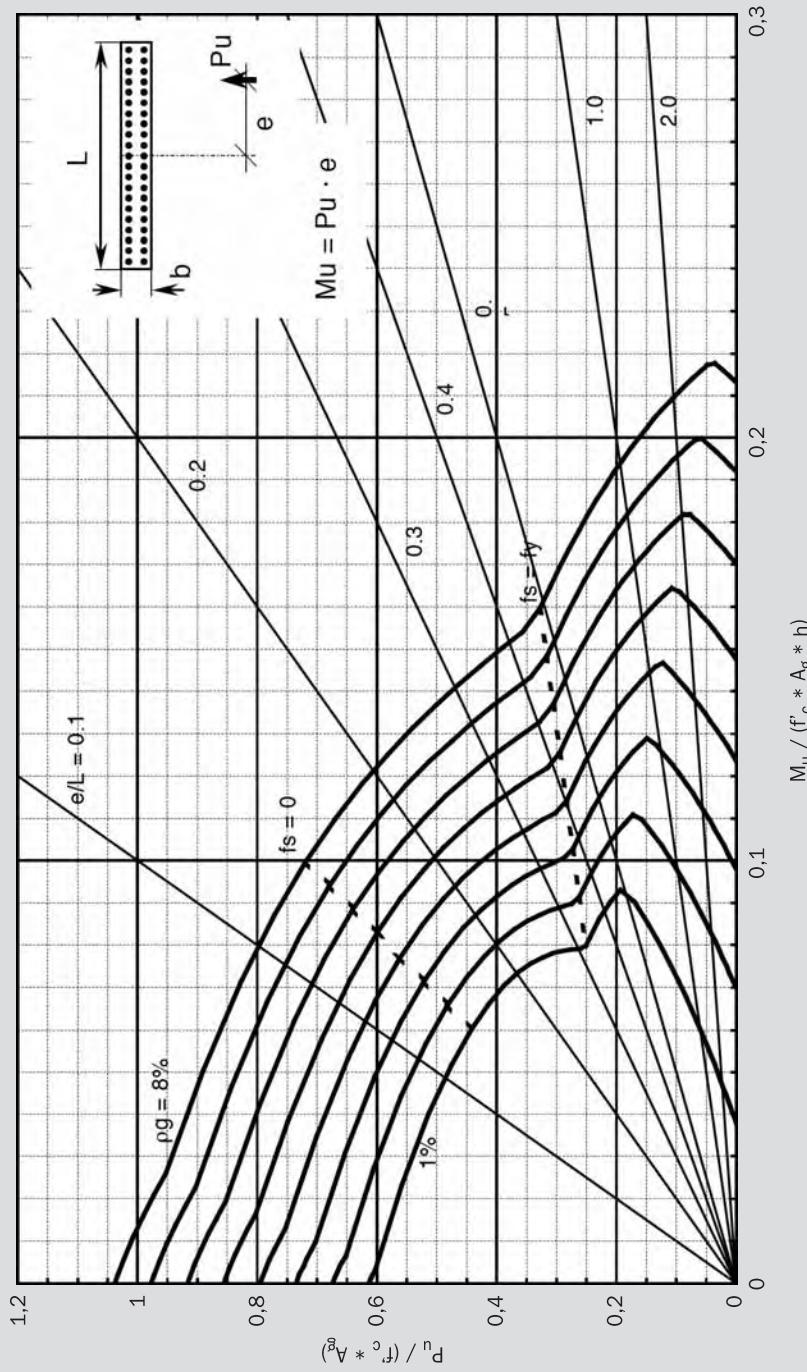


G-069 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros Armadura Uniformemente Distribuida

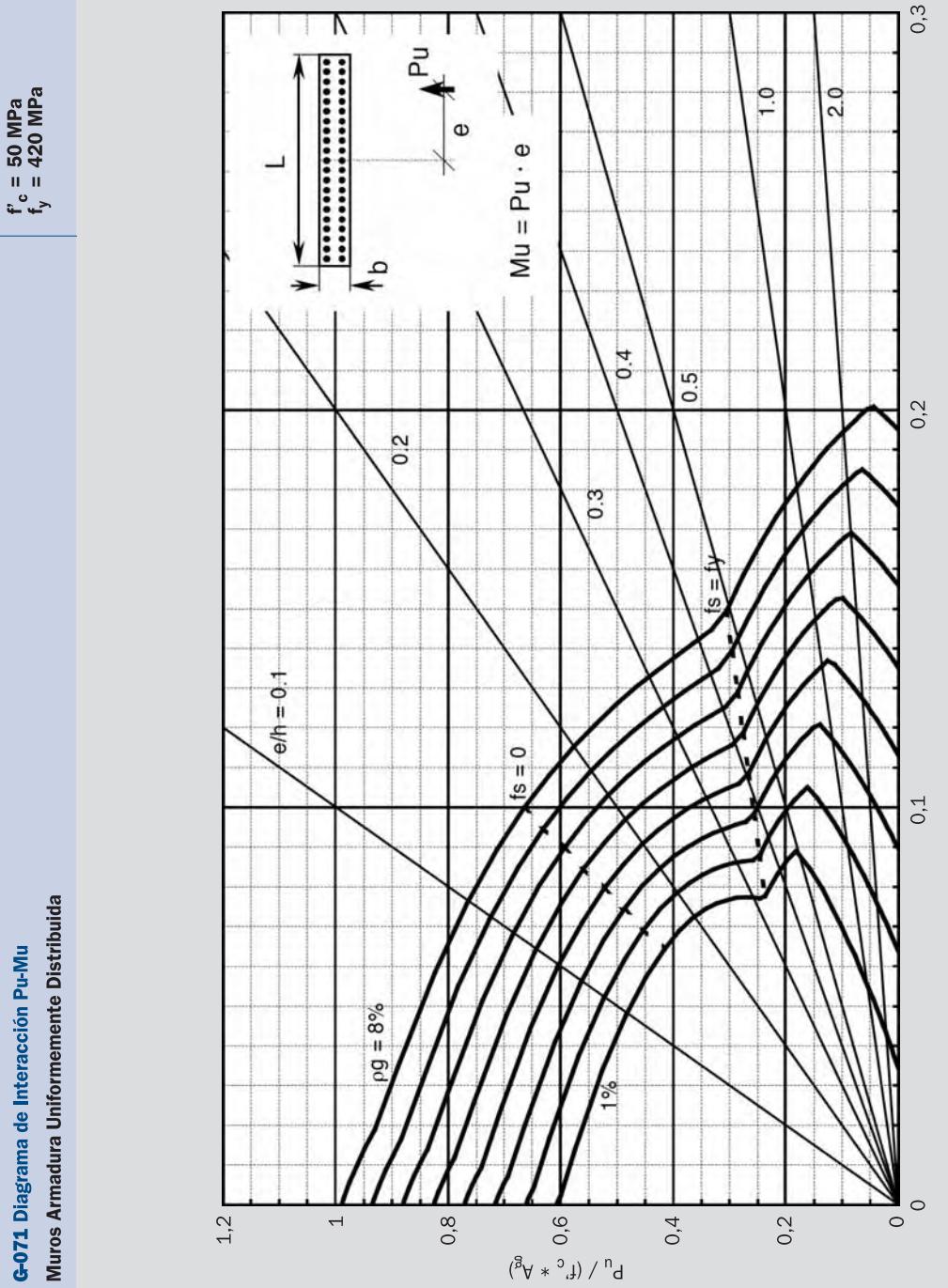


**G-070 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros Armadura Uniformemente Distribuida**

$$\begin{aligned} f'_c &= 45 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \end{aligned}$$

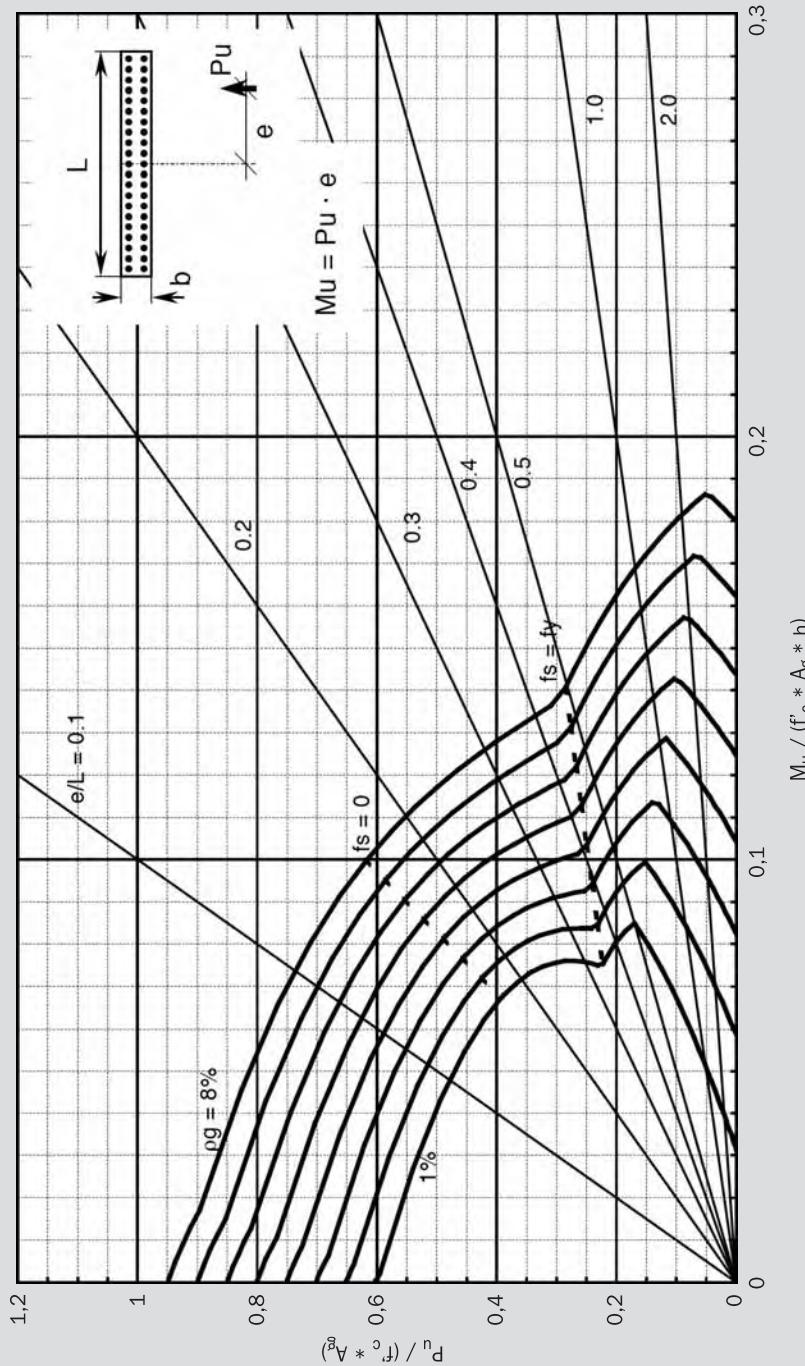


G-071 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros Armadura Uniformemente Distribuida



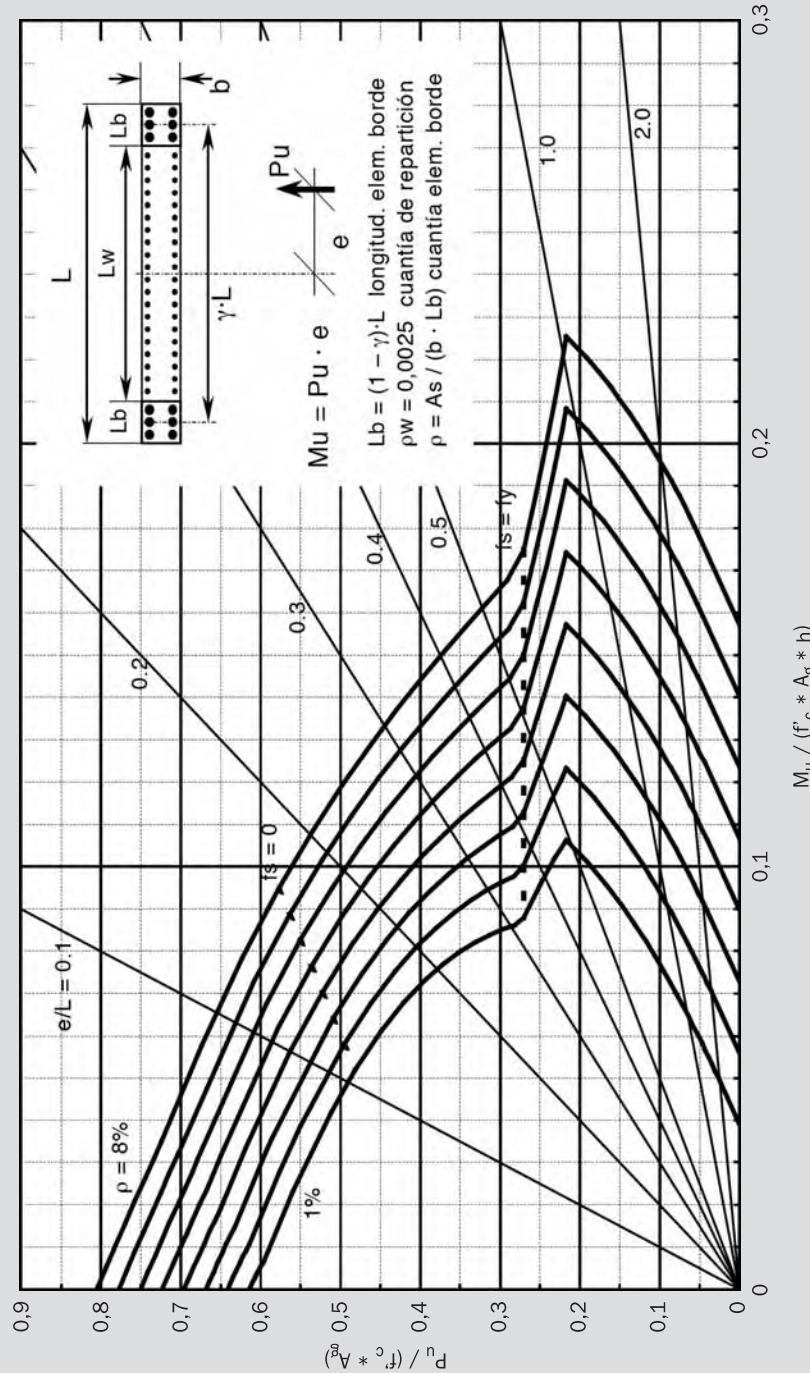
**G-072 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros Armadura Uniformemente Distribuida**

$$\begin{aligned}f'_c &= 55 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa}\end{aligned}$$

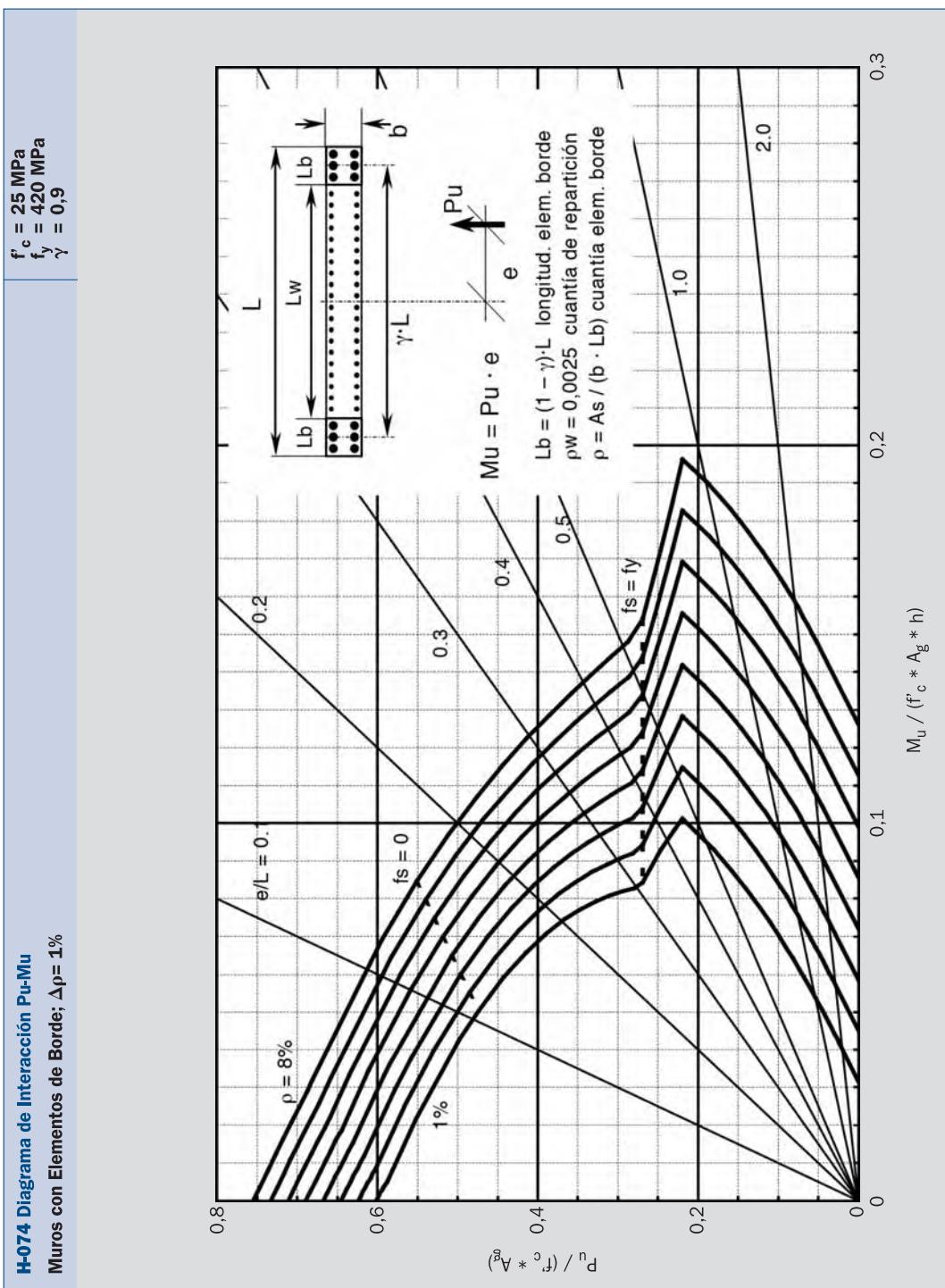


H-073 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

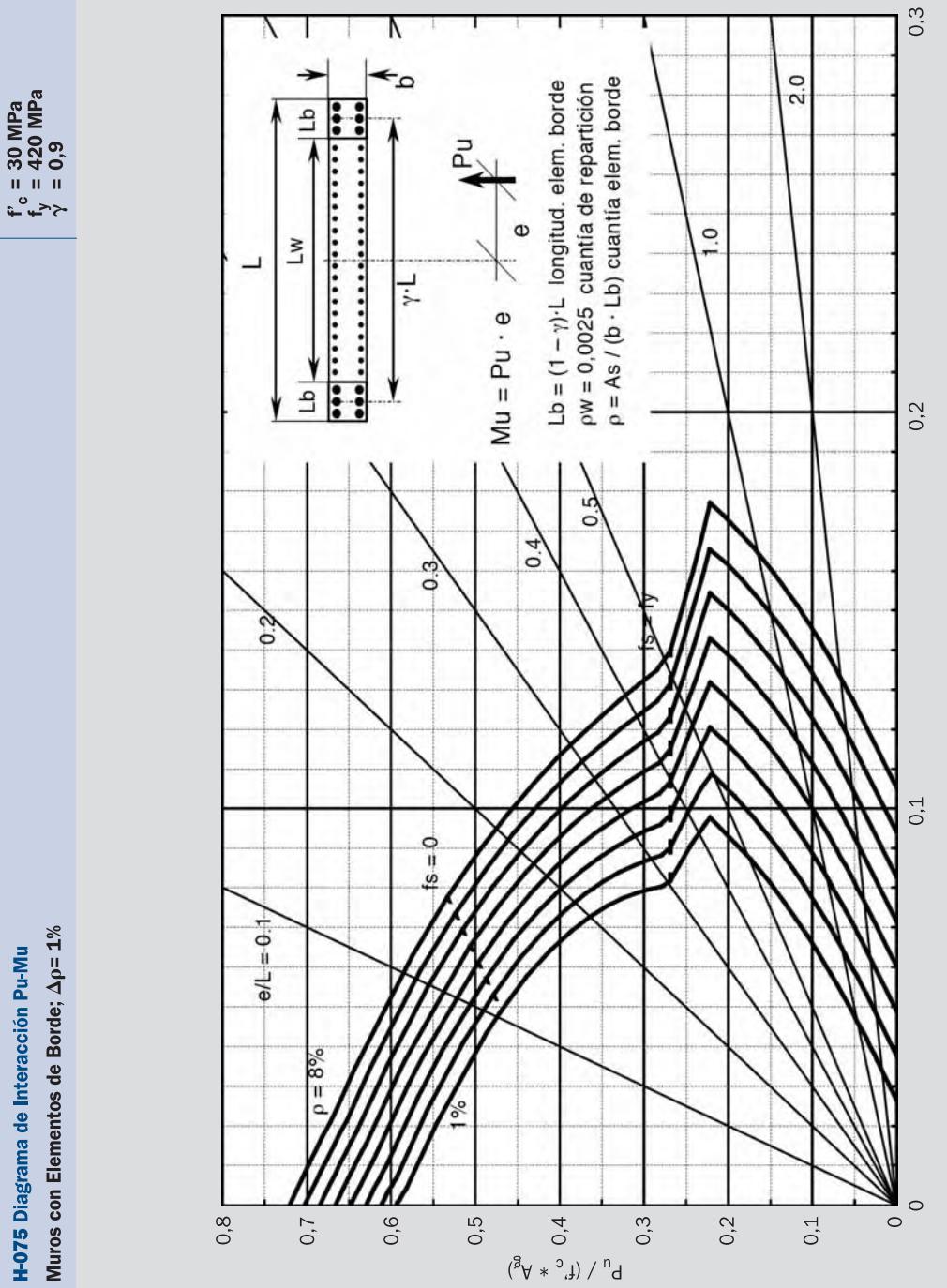
$$\begin{aligned} f'_c &= 20 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$



**H-074 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$**

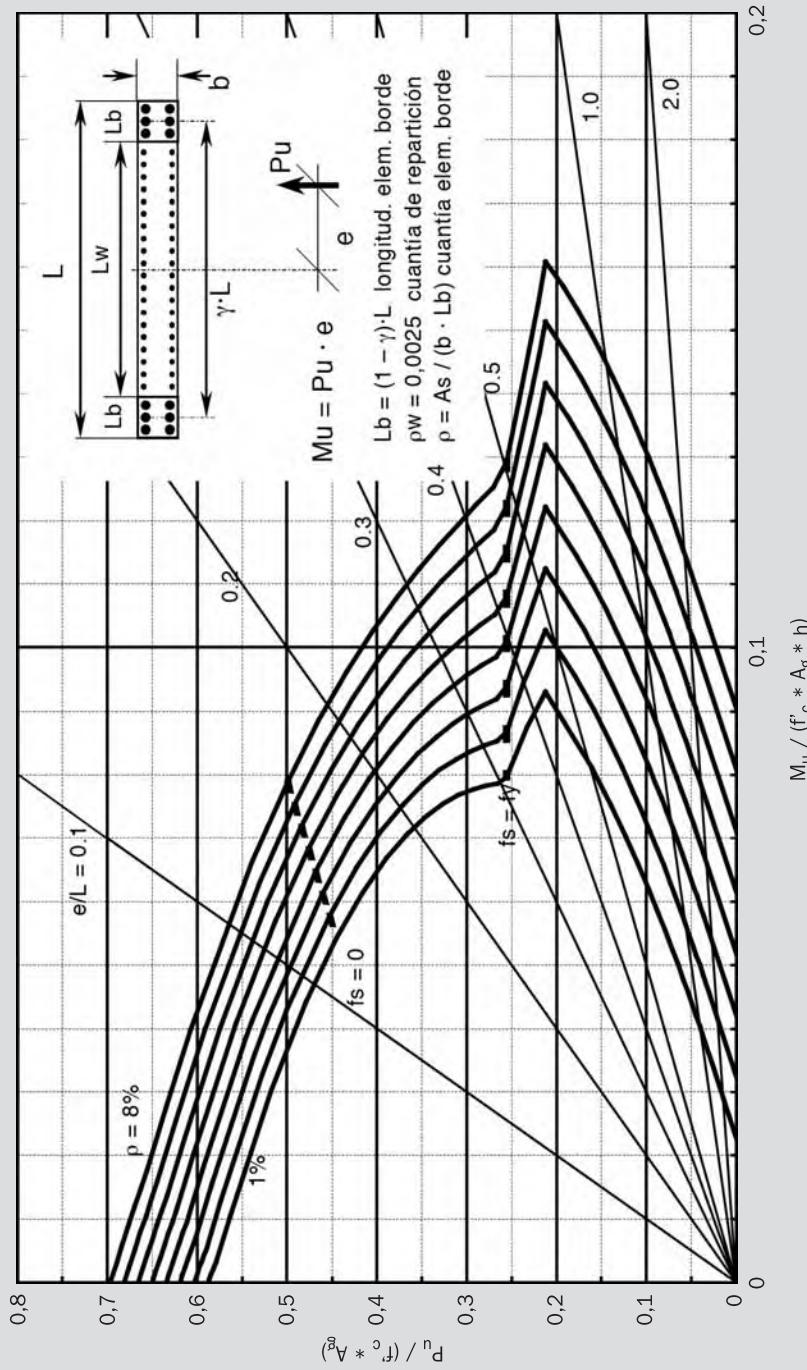


H-075 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$



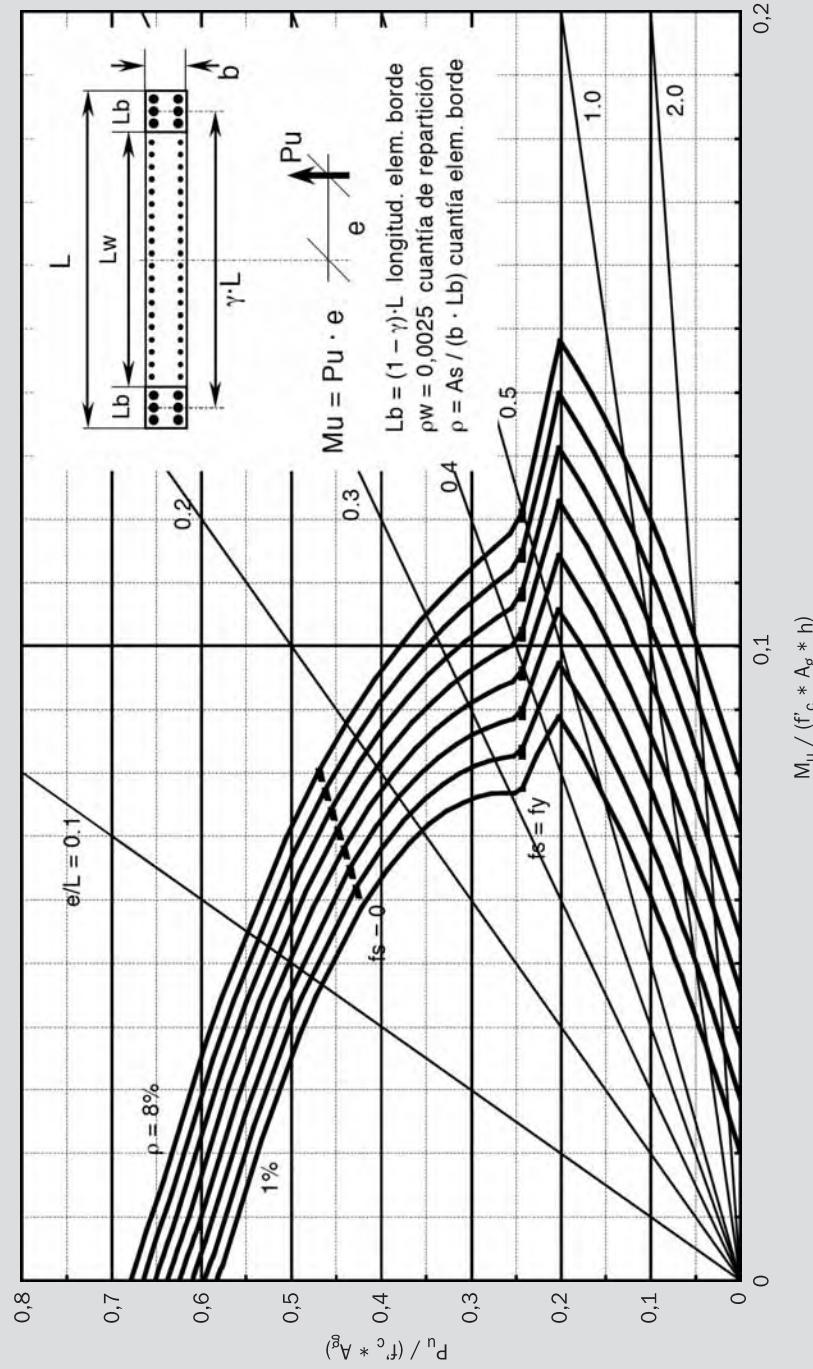
**H-076 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$**

$$\begin{aligned} f'_c &= 35 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$

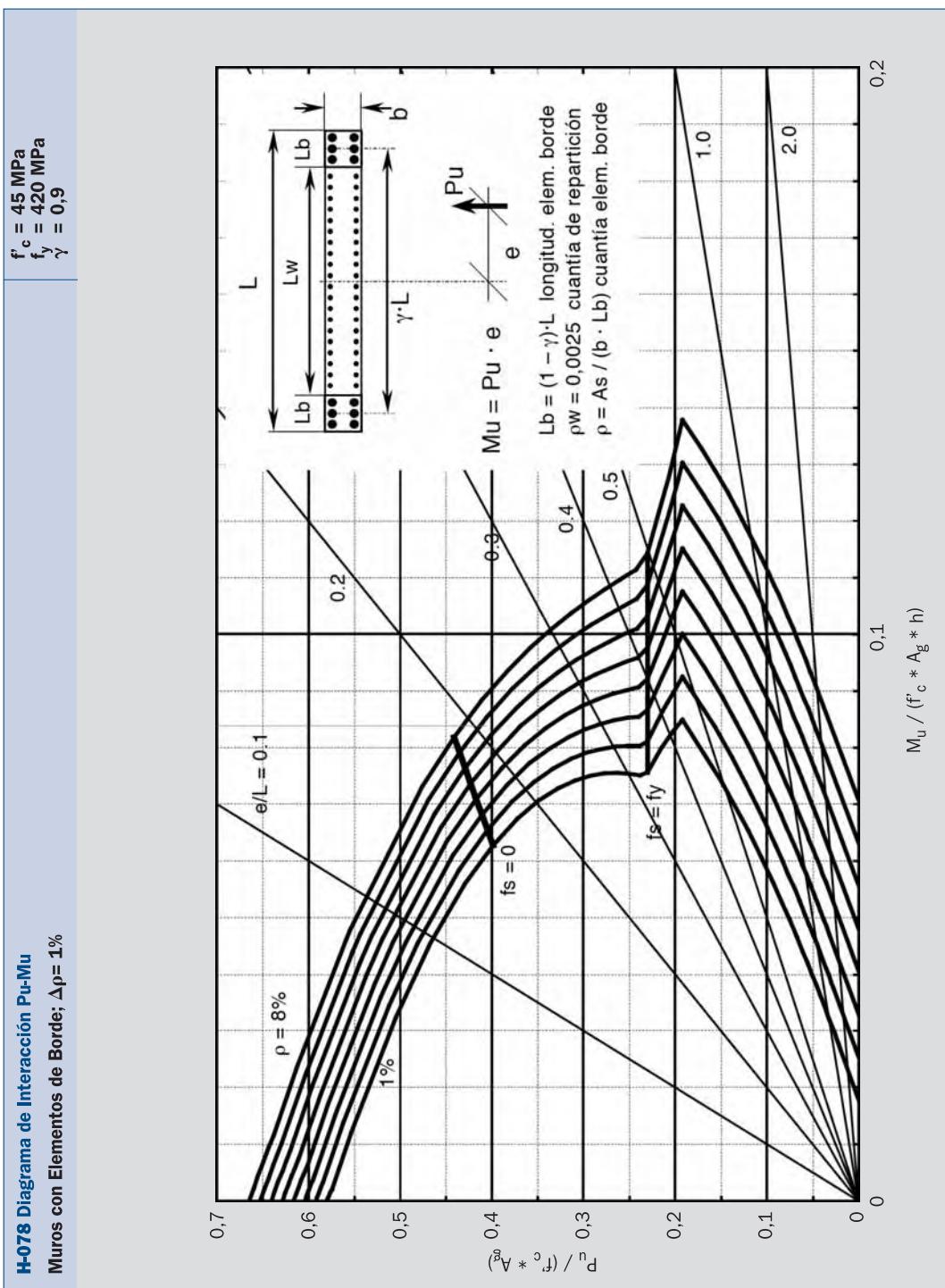


H-077 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

$$\begin{aligned} f'_c &= 40 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$

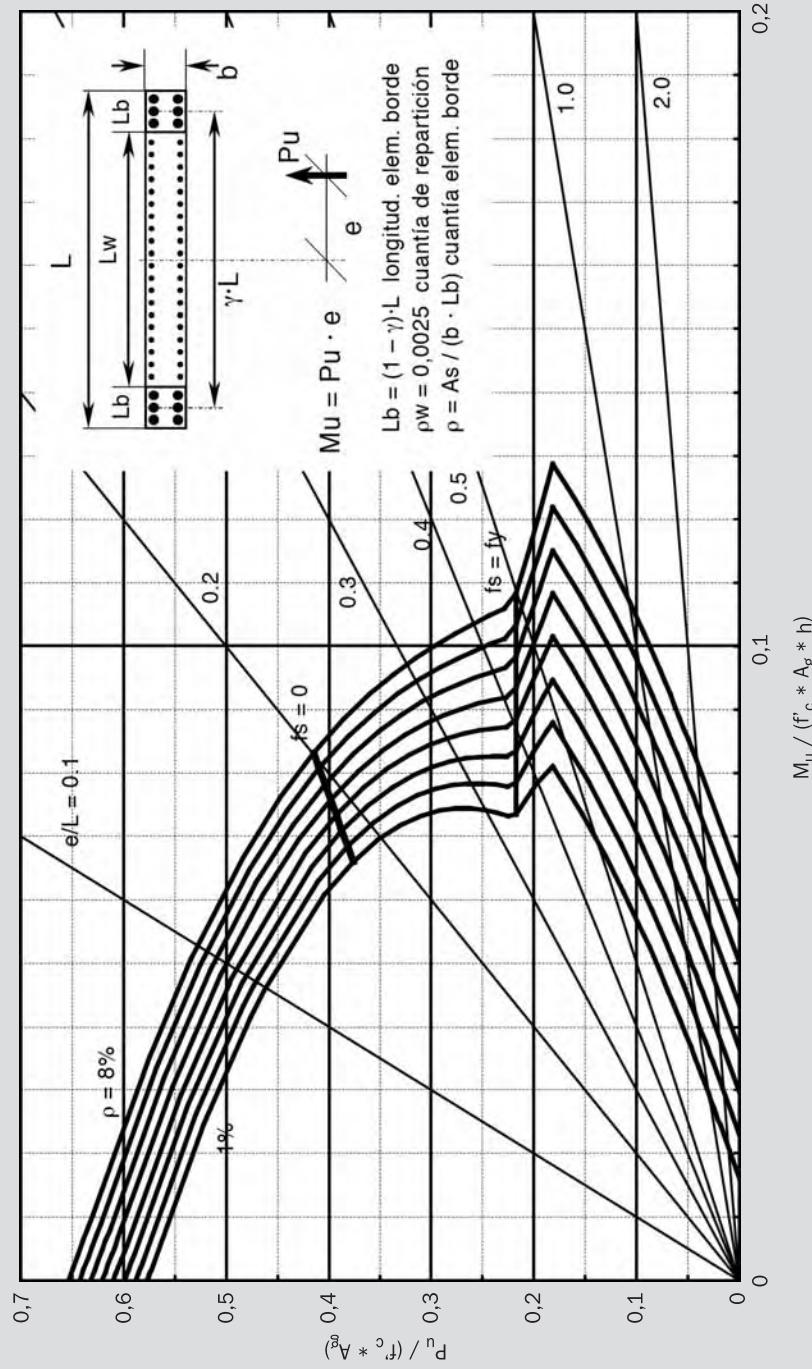


**H-078 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta\rho = 1\%$**

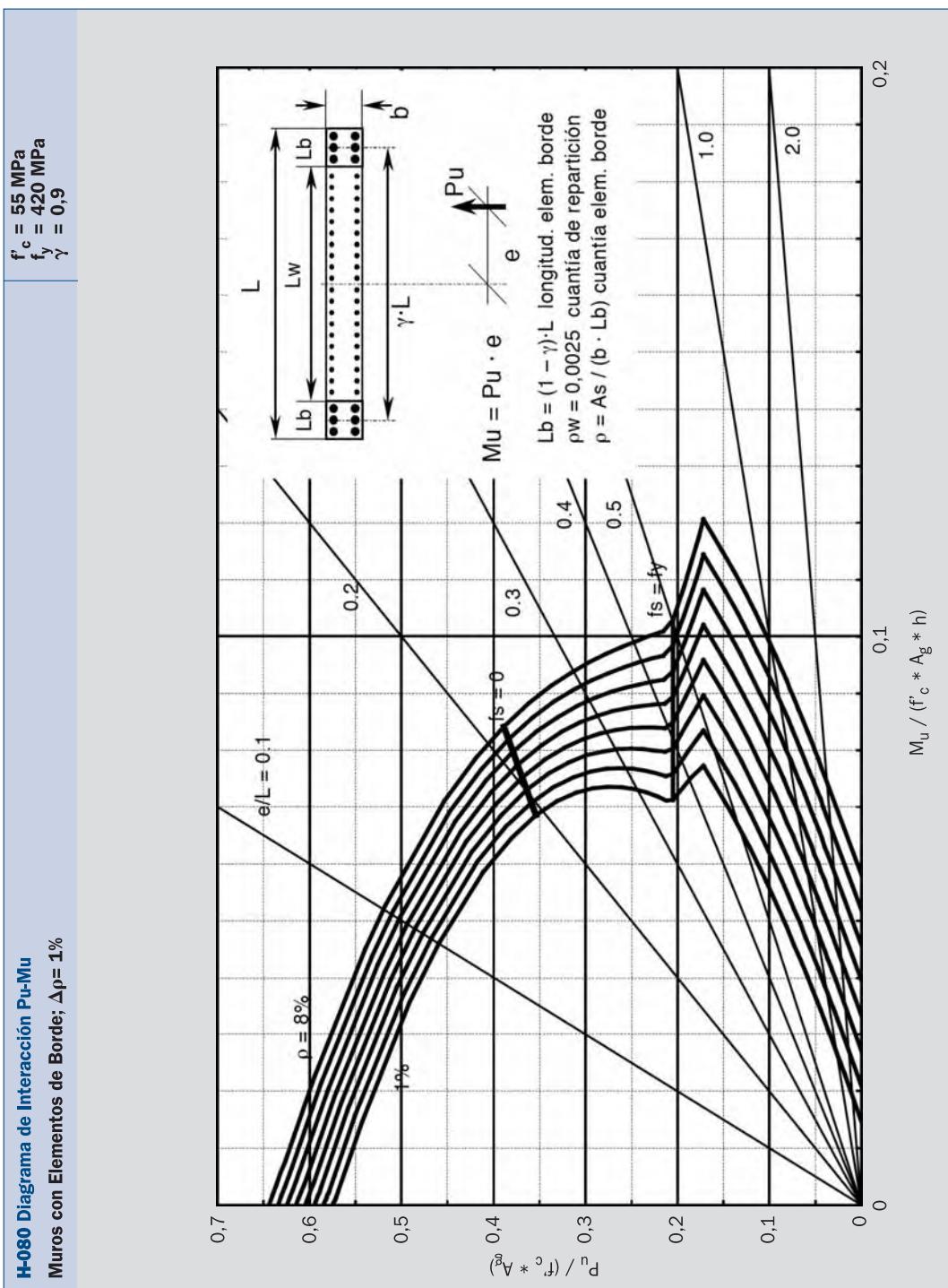


H-079 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

$$\begin{aligned} f'_c &= 50 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$

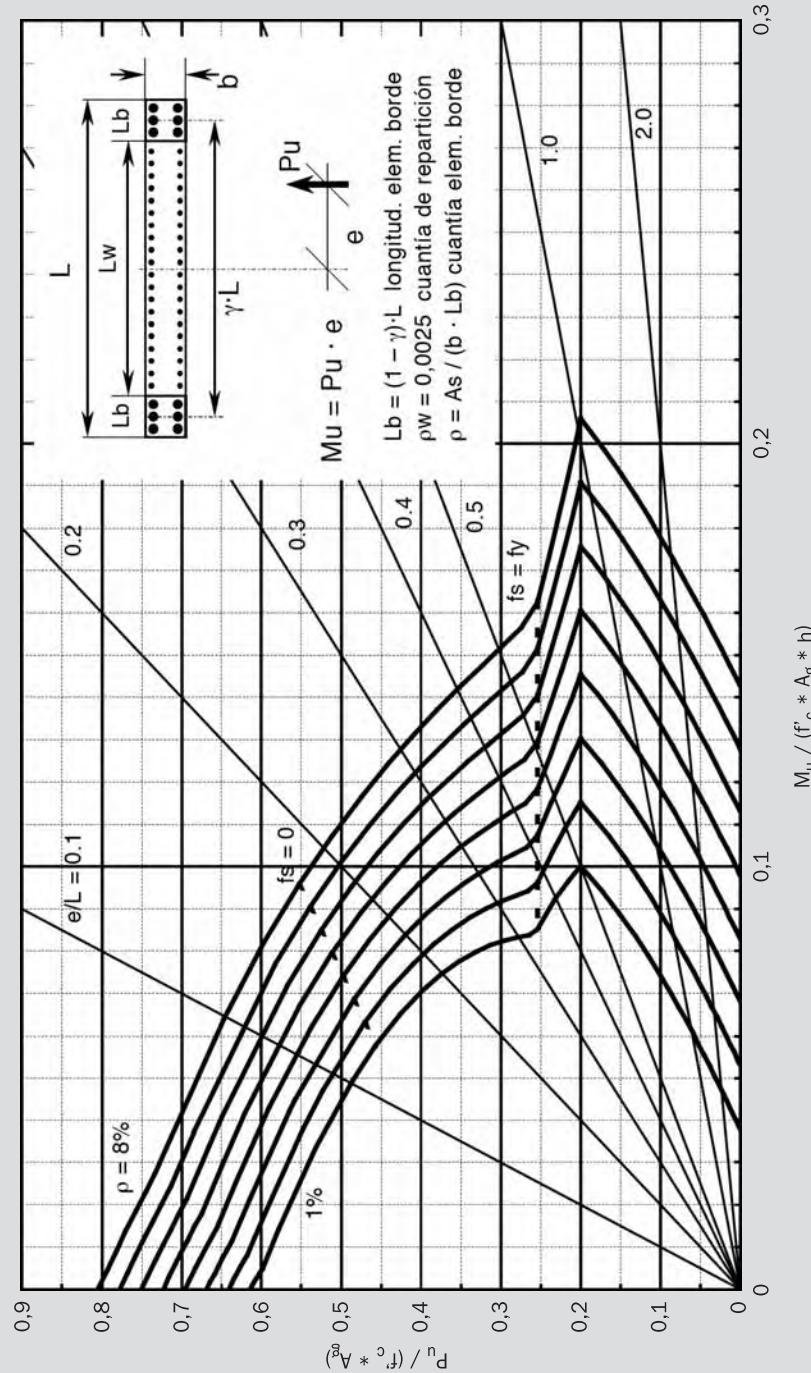


**H-080 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$**

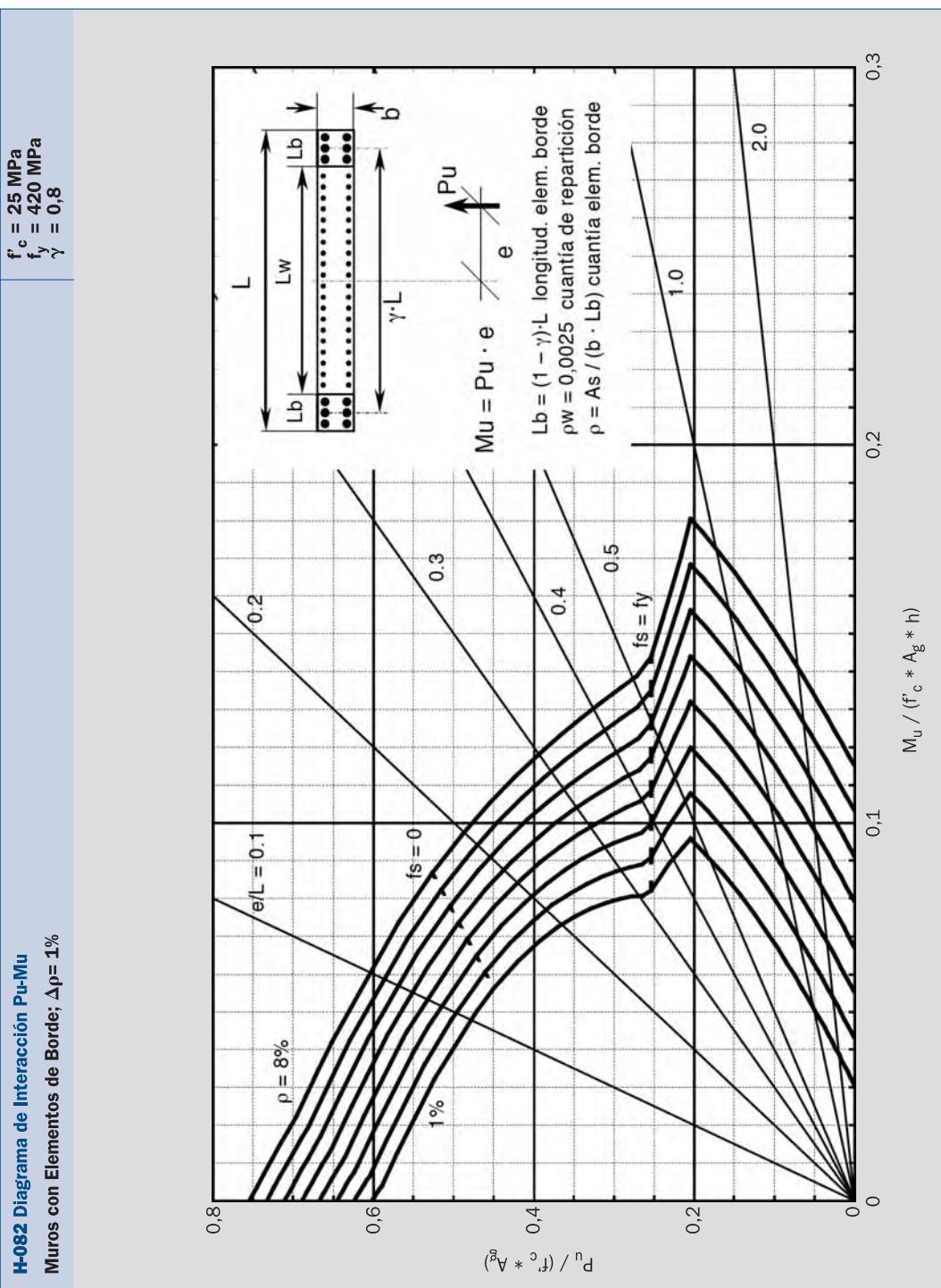


H-081 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

$$\begin{aligned} f'_c &= 20 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$

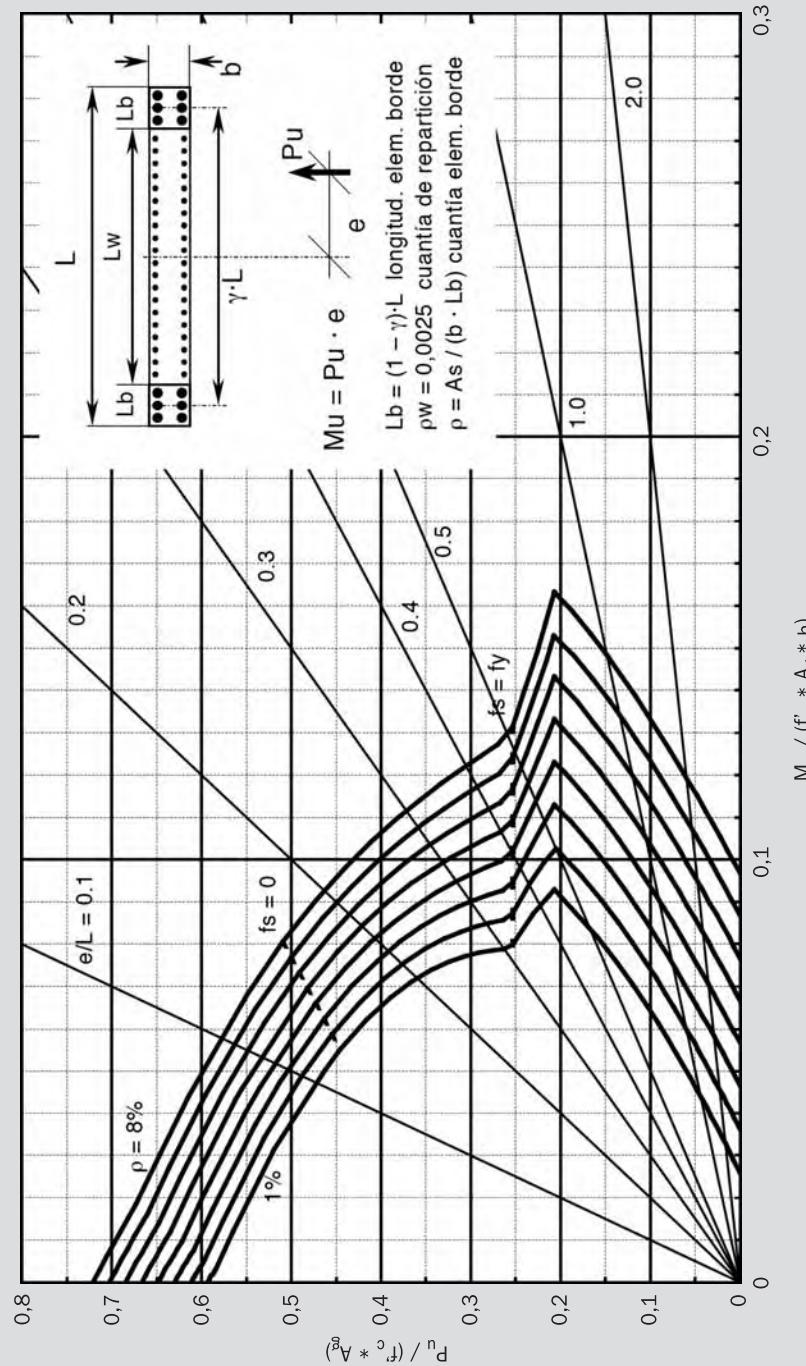


**H-082 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$**

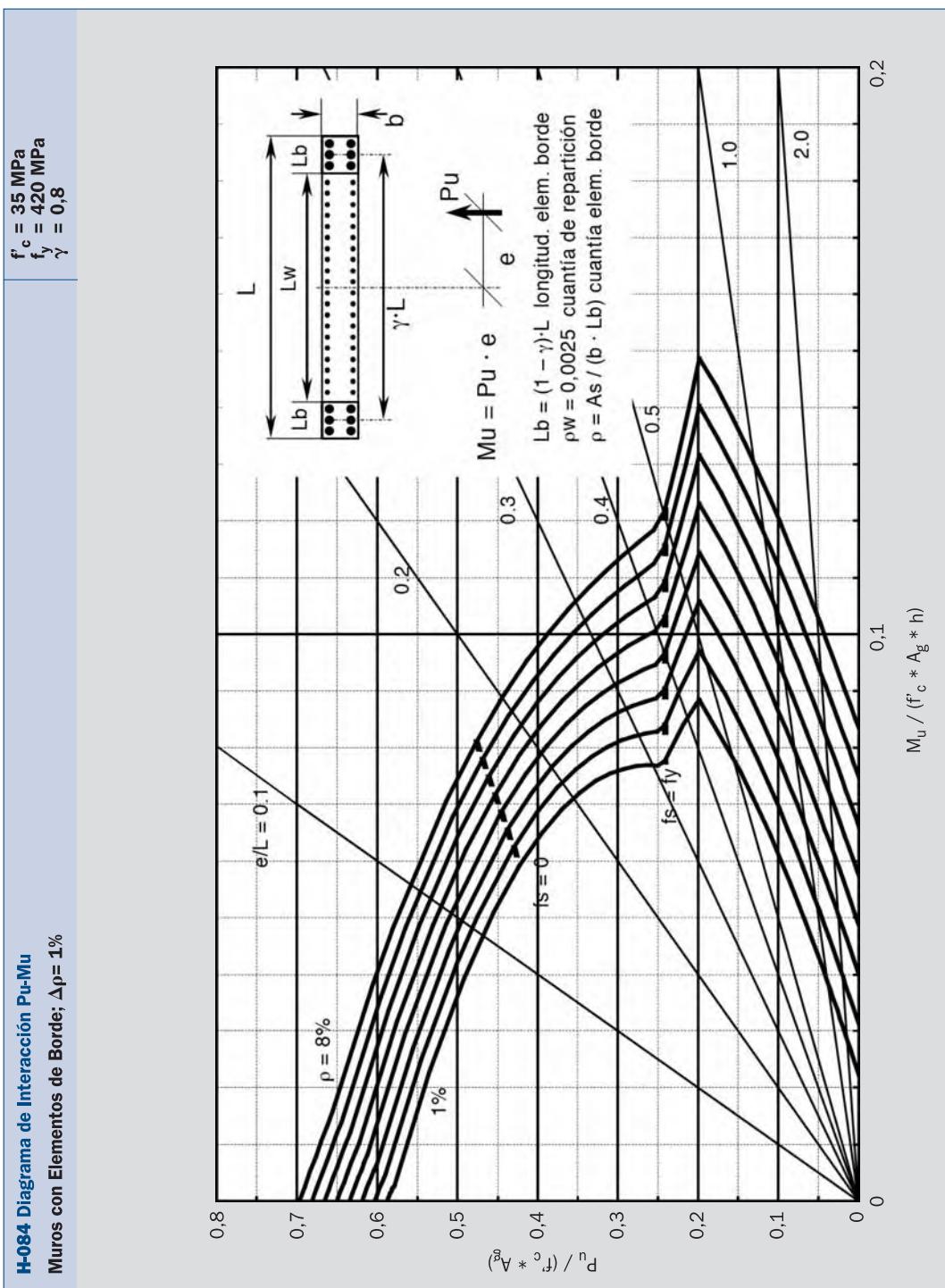


H-083 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

$$\begin{aligned} f'_c &= 30 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$

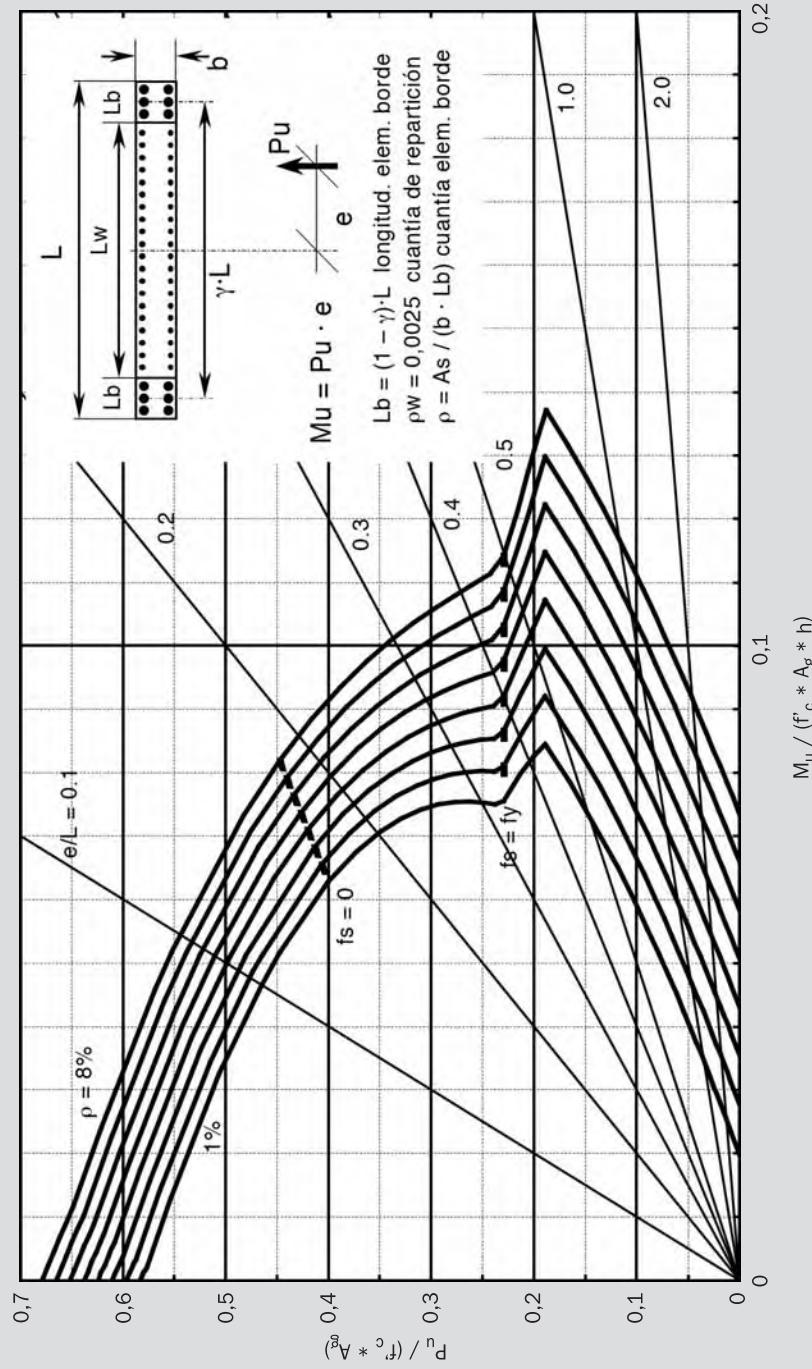


**H-084 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$**



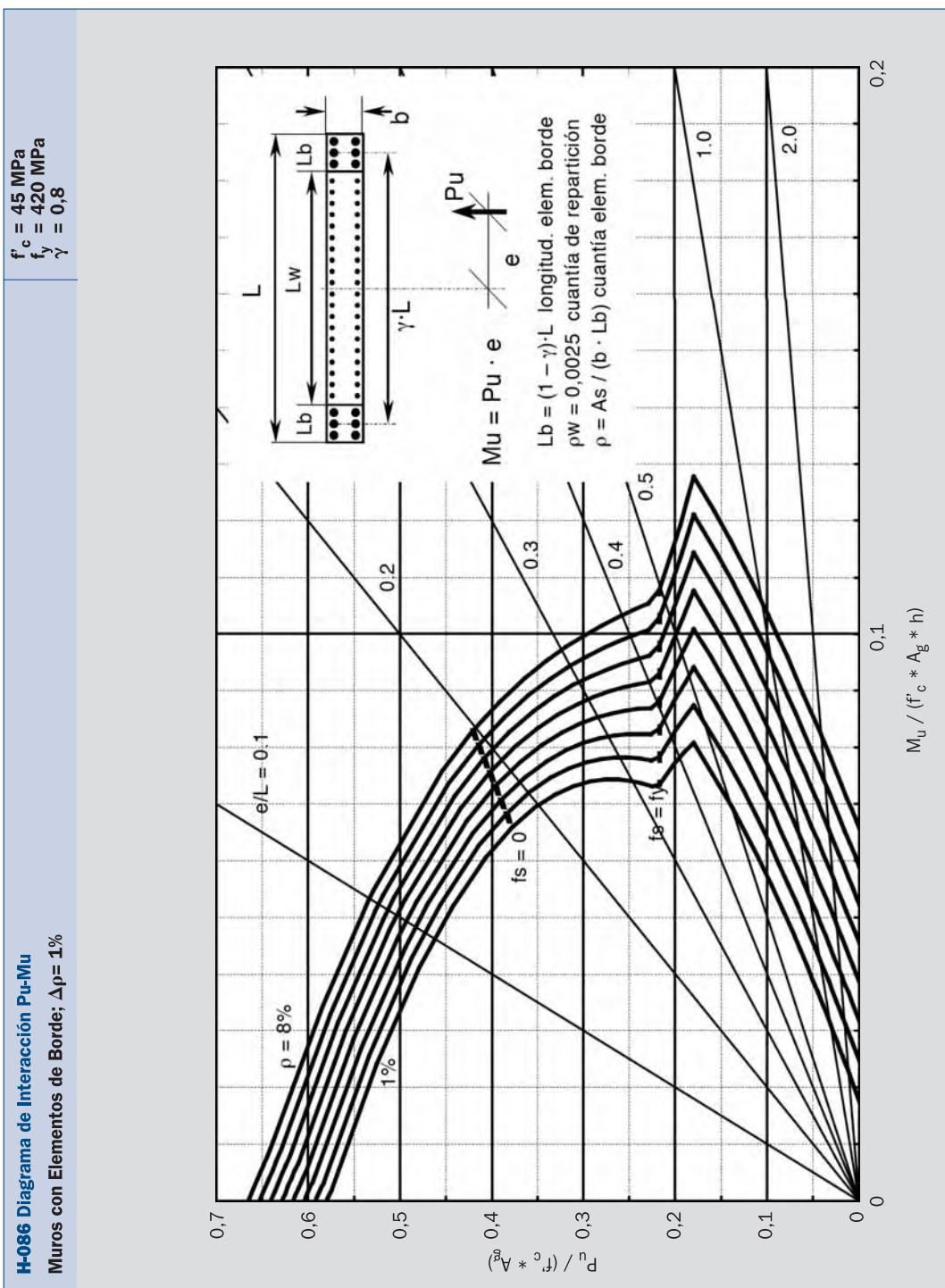
H-085 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

$$\begin{aligned} f'_c &= 40 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$



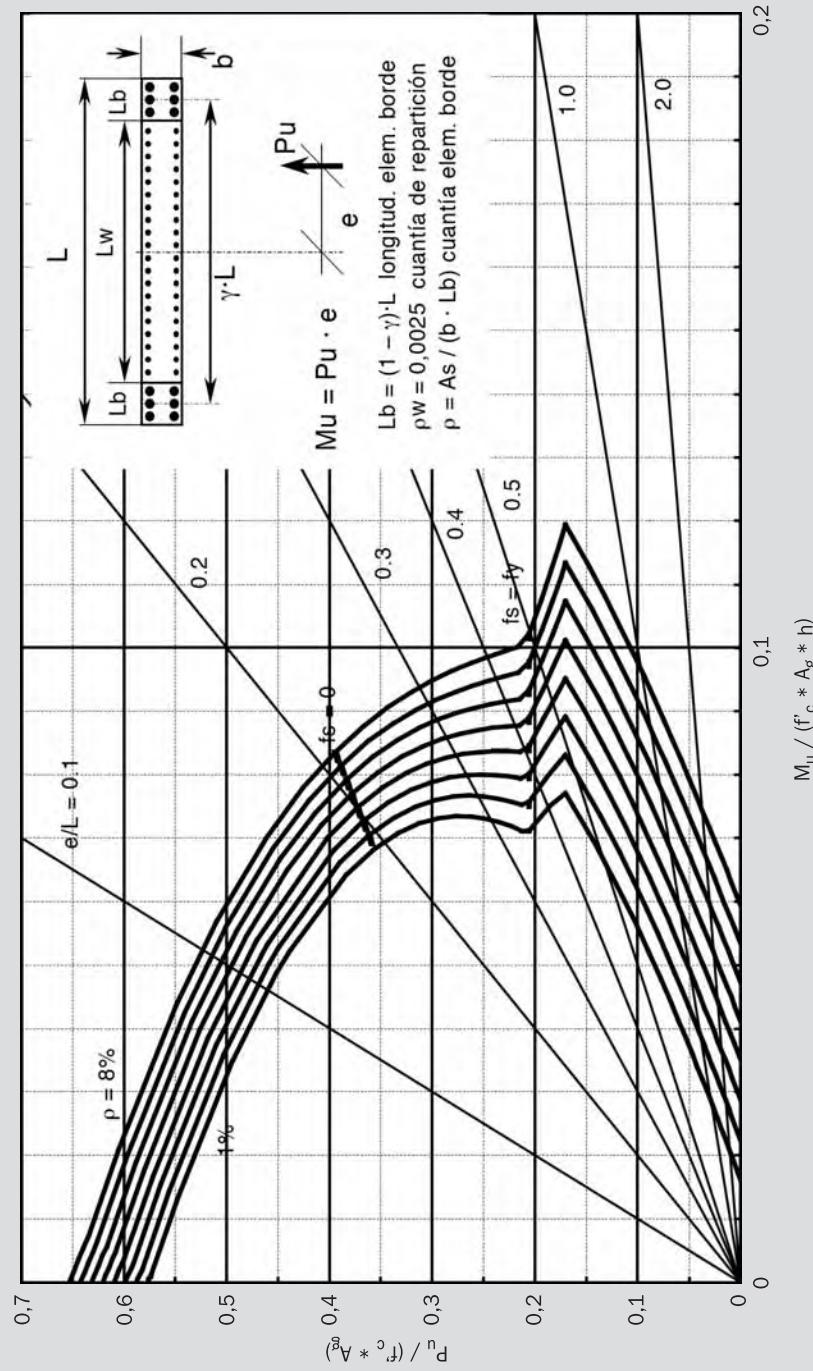
$$M_u / (f'_c * A_g * h)$$

**H-086 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$**



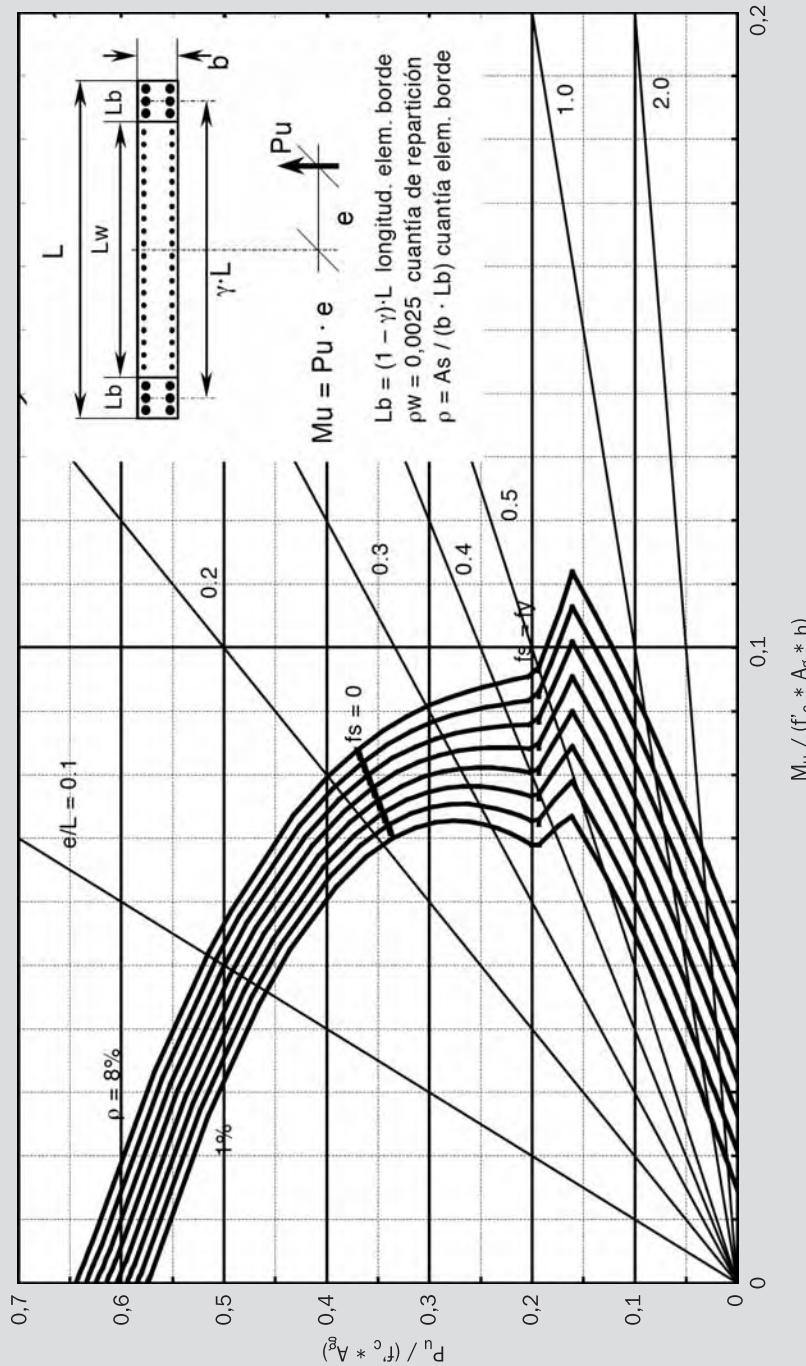
H-087 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

$$\begin{aligned} f'_c &= 50 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$



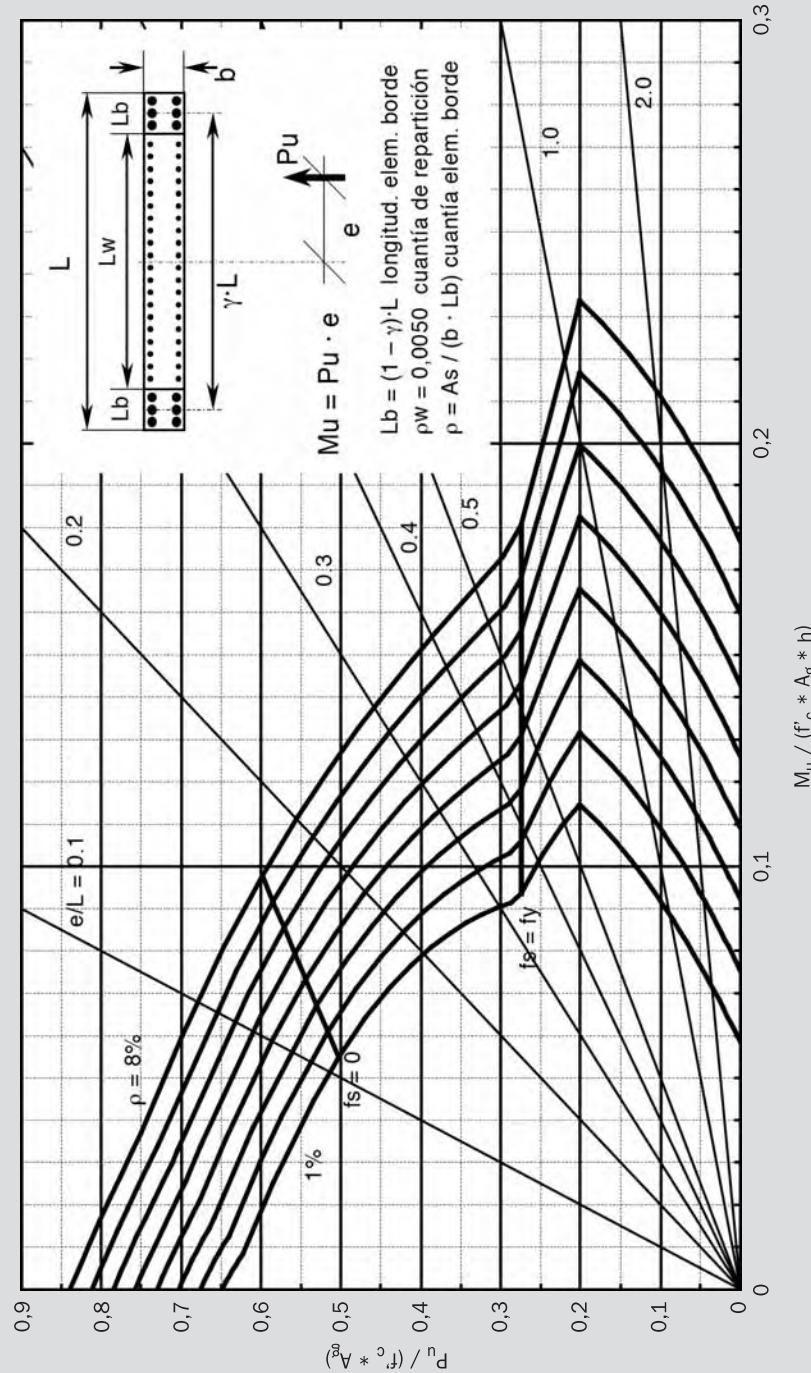
**H-088 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$**

$$\begin{aligned} f'_c &= 55 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$

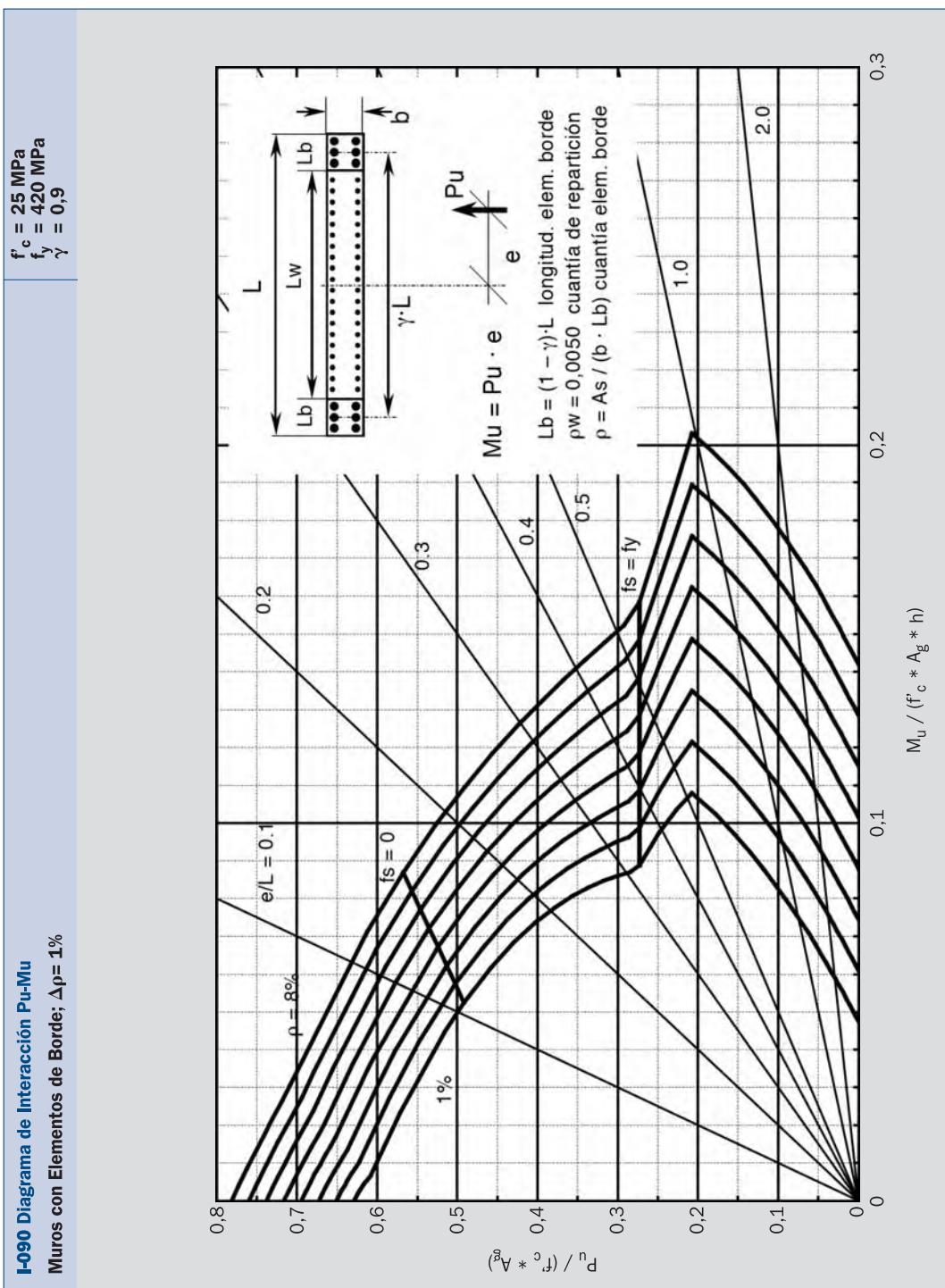


I-089 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

$$\begin{aligned} f'_c &= 20 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$

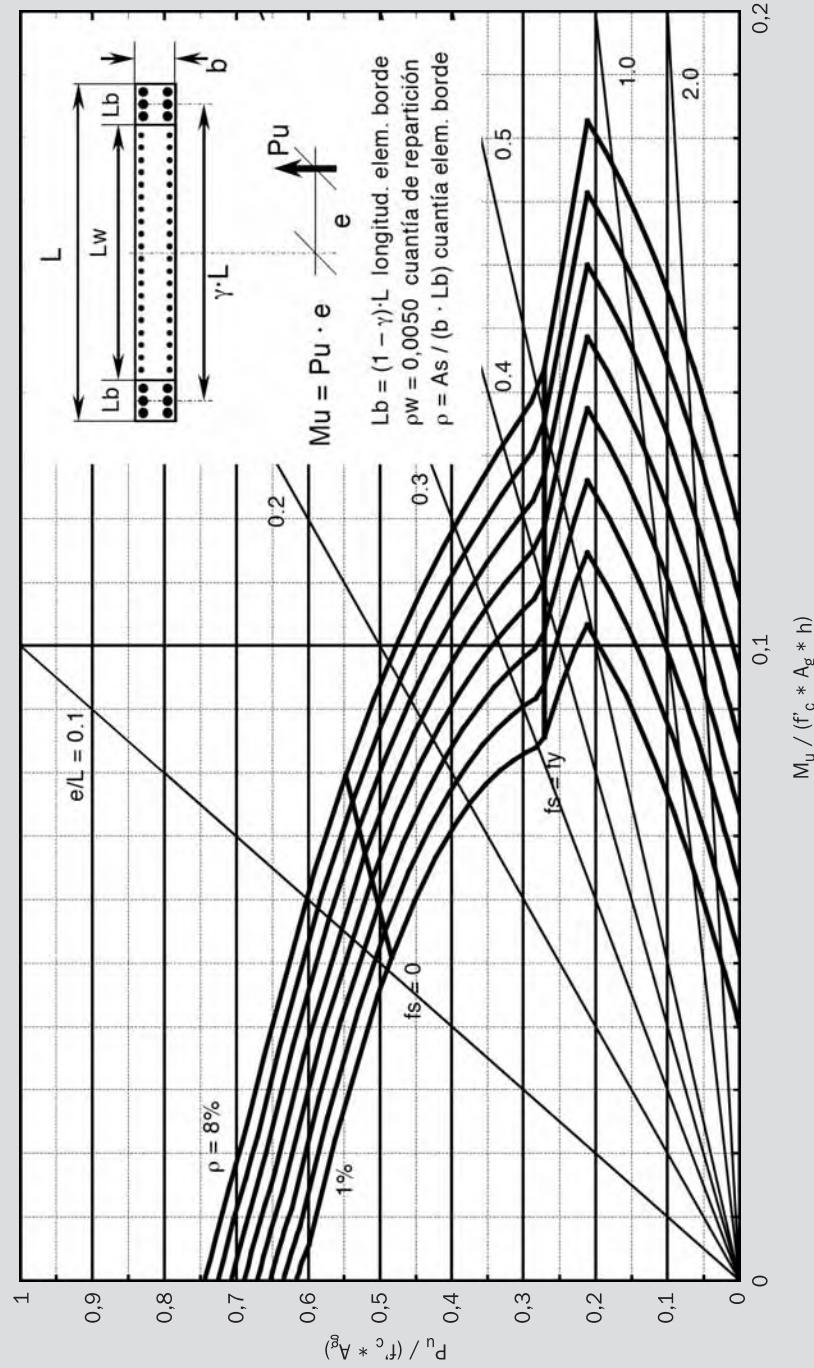


I-090 Diagrama de Interacción P_u - M_u
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

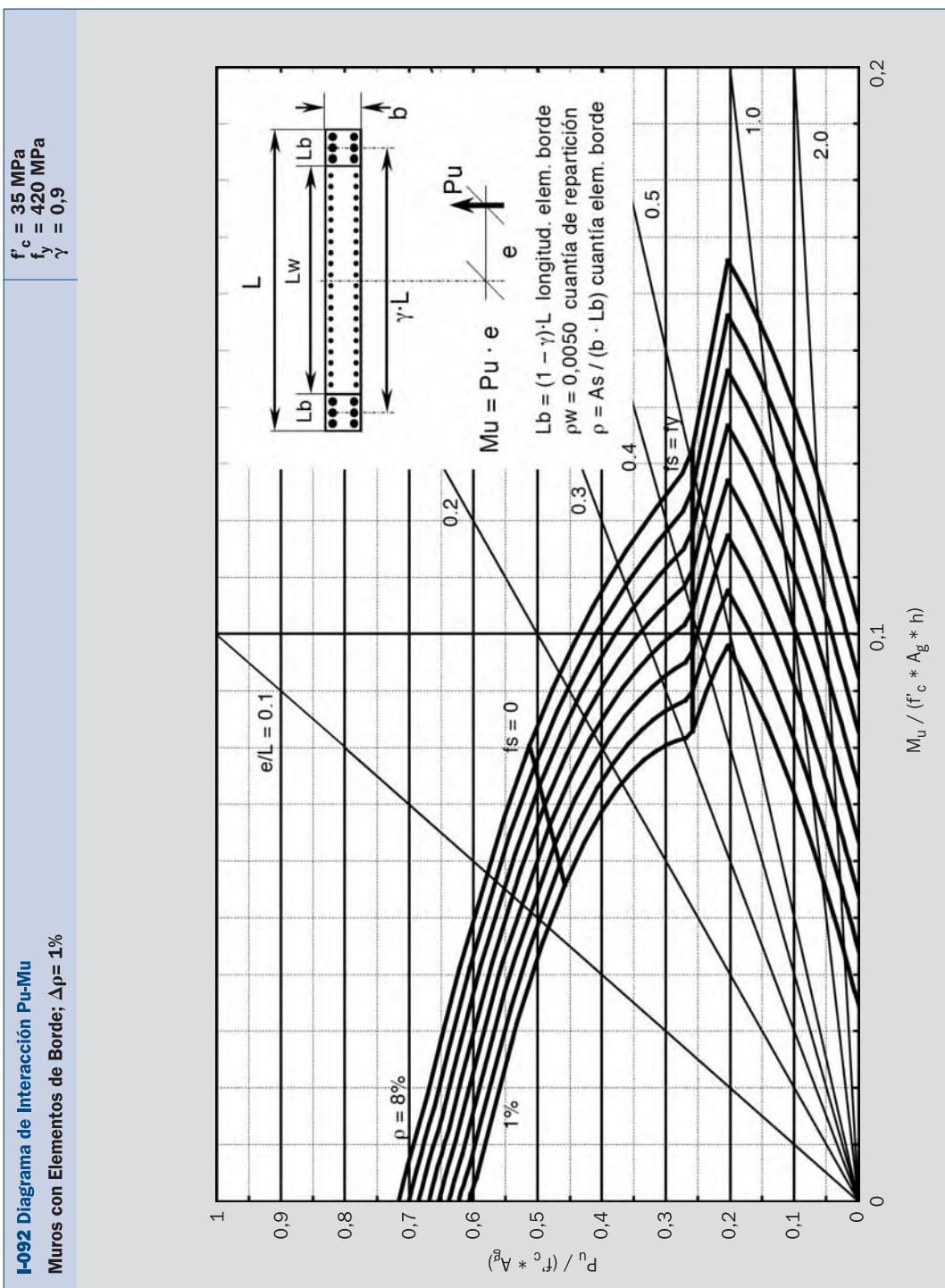


I-091 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta\rho = 1\%$

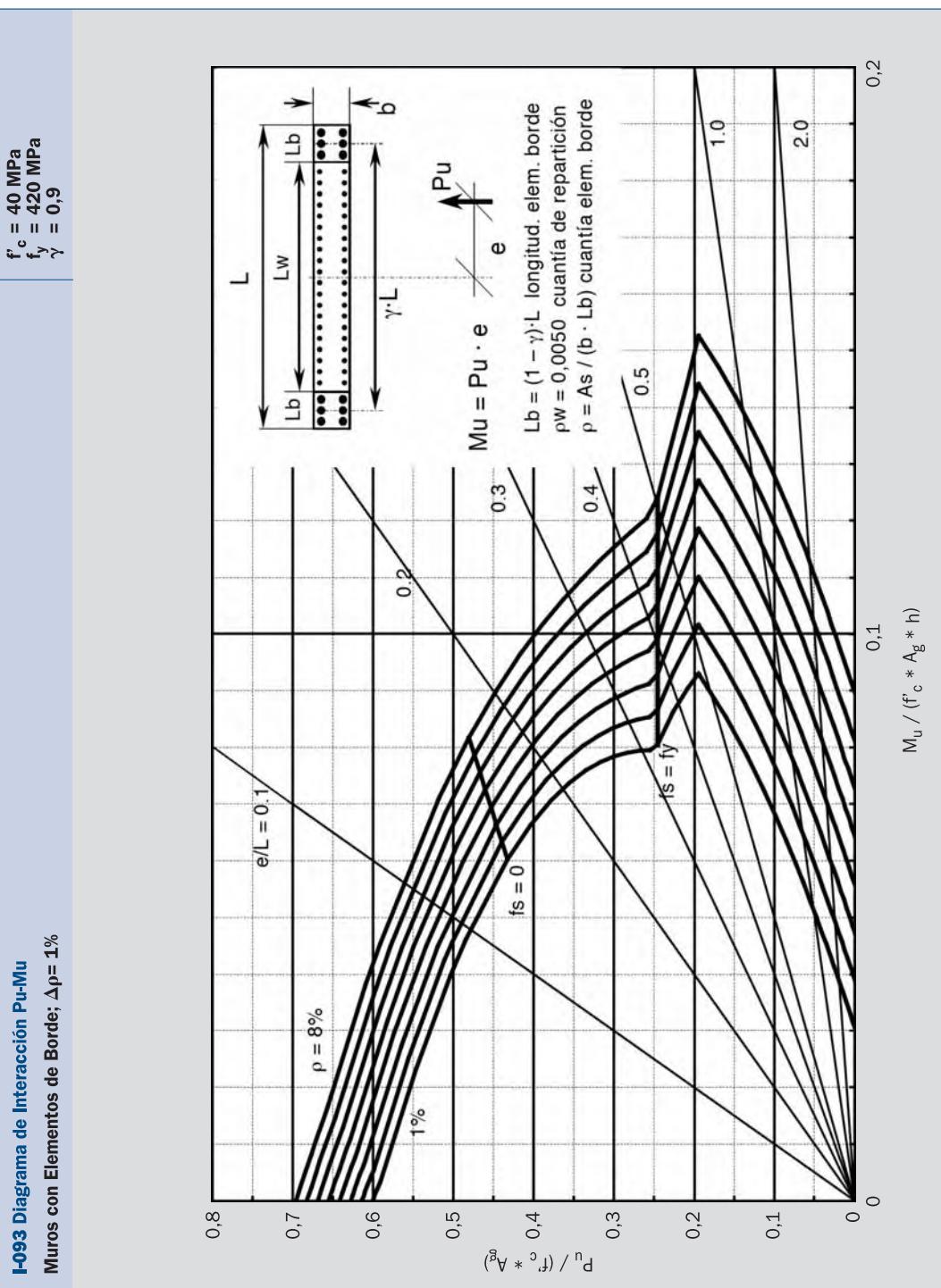
$$\begin{aligned} f'_c &= 30 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$



I-092 Diagrama de Interacción P_u - M_u
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

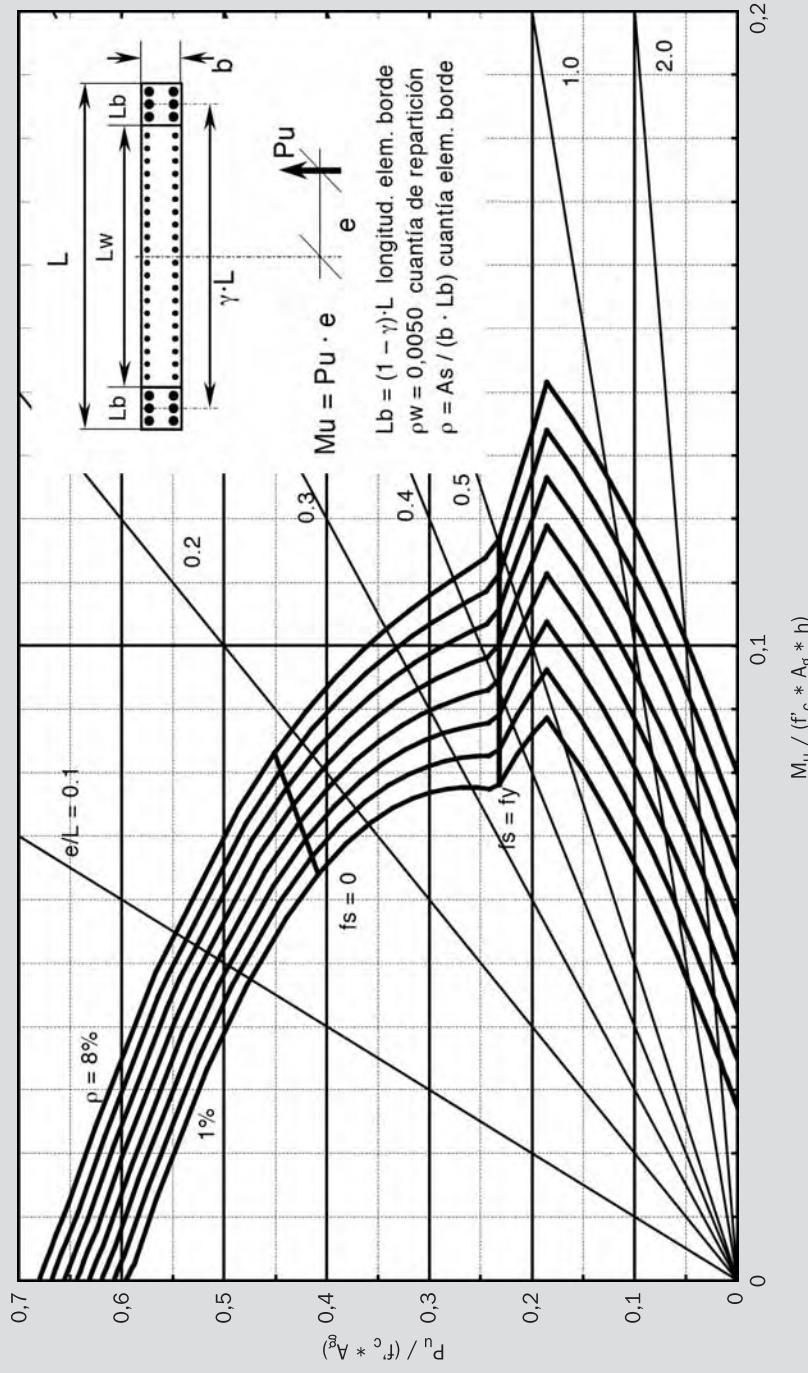


I-093 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta\rho = 1\%$

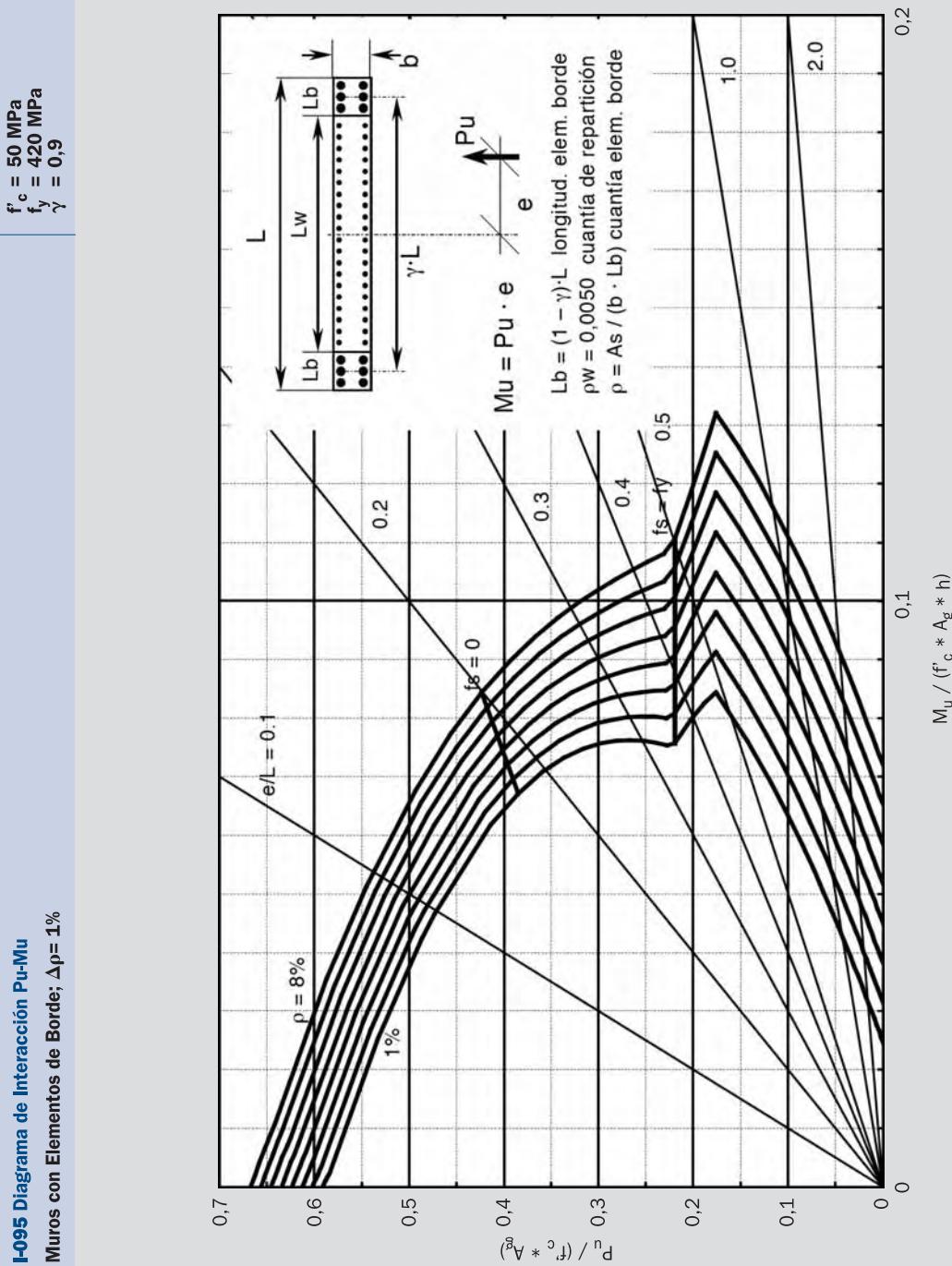


I-094 Diagrama de Interacción P_u - M_u
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

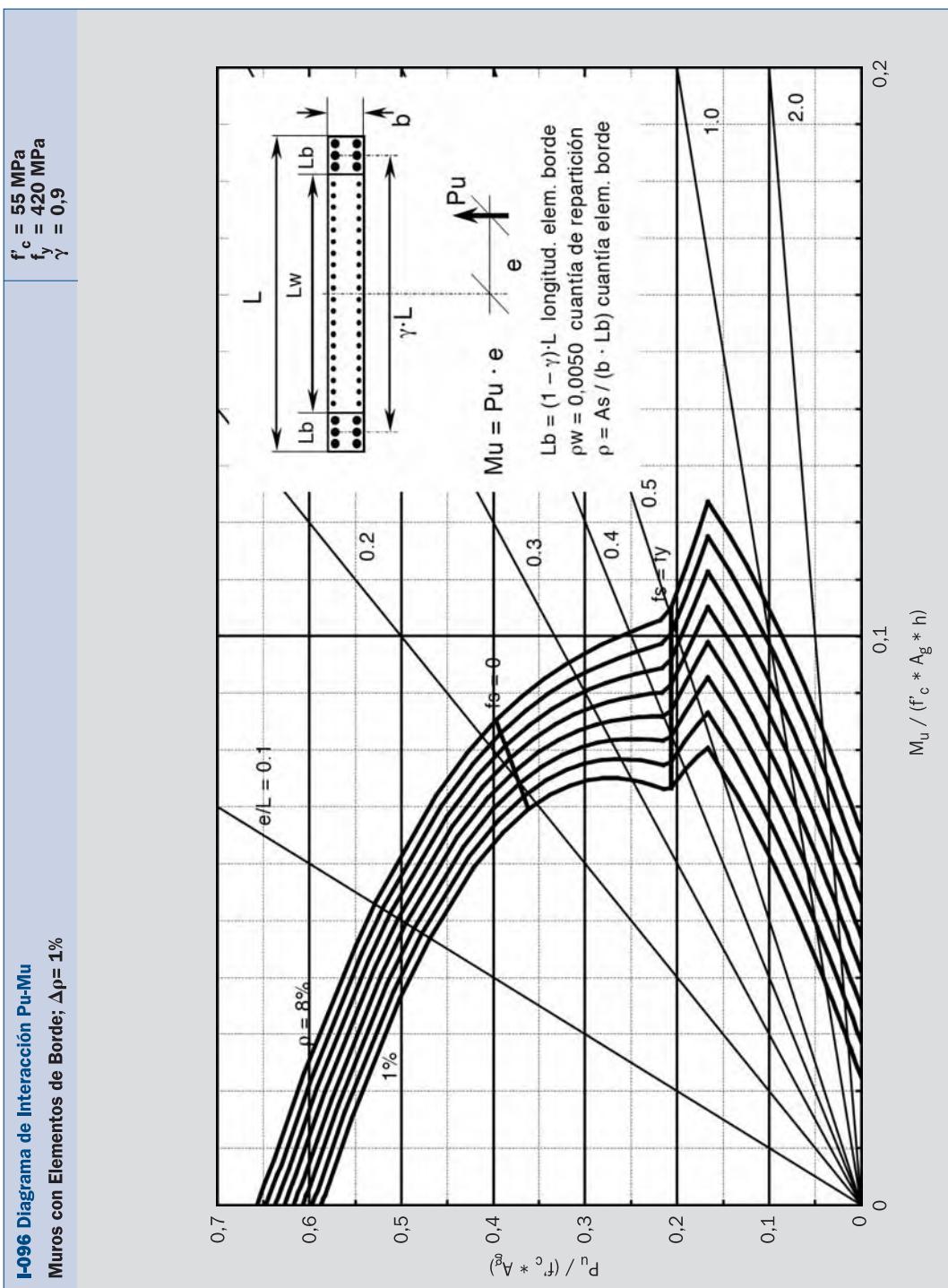
$$\begin{aligned} f'_c &= 45 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,9 \end{aligned}$$



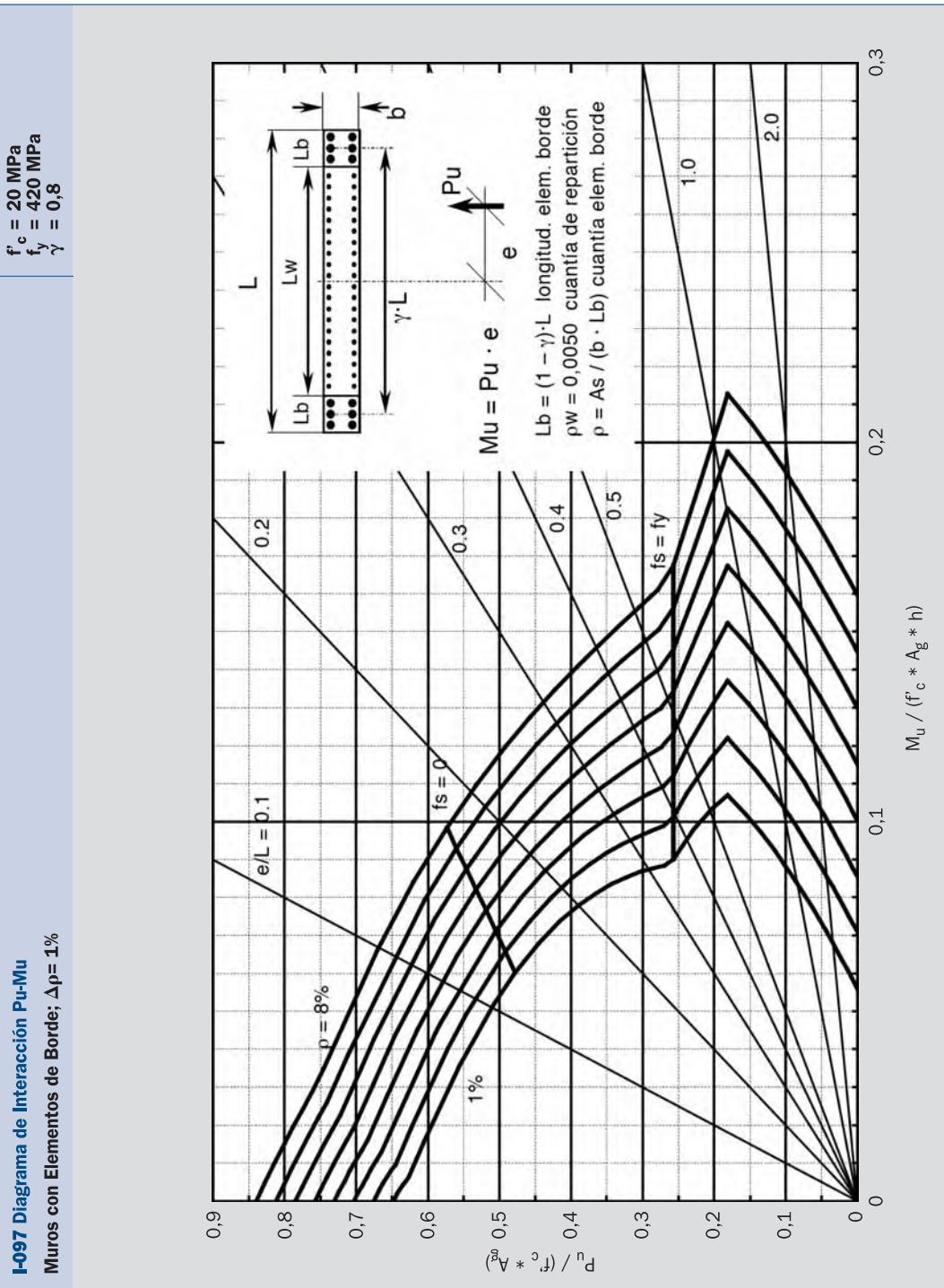
I-095 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta\rho = 1\%$



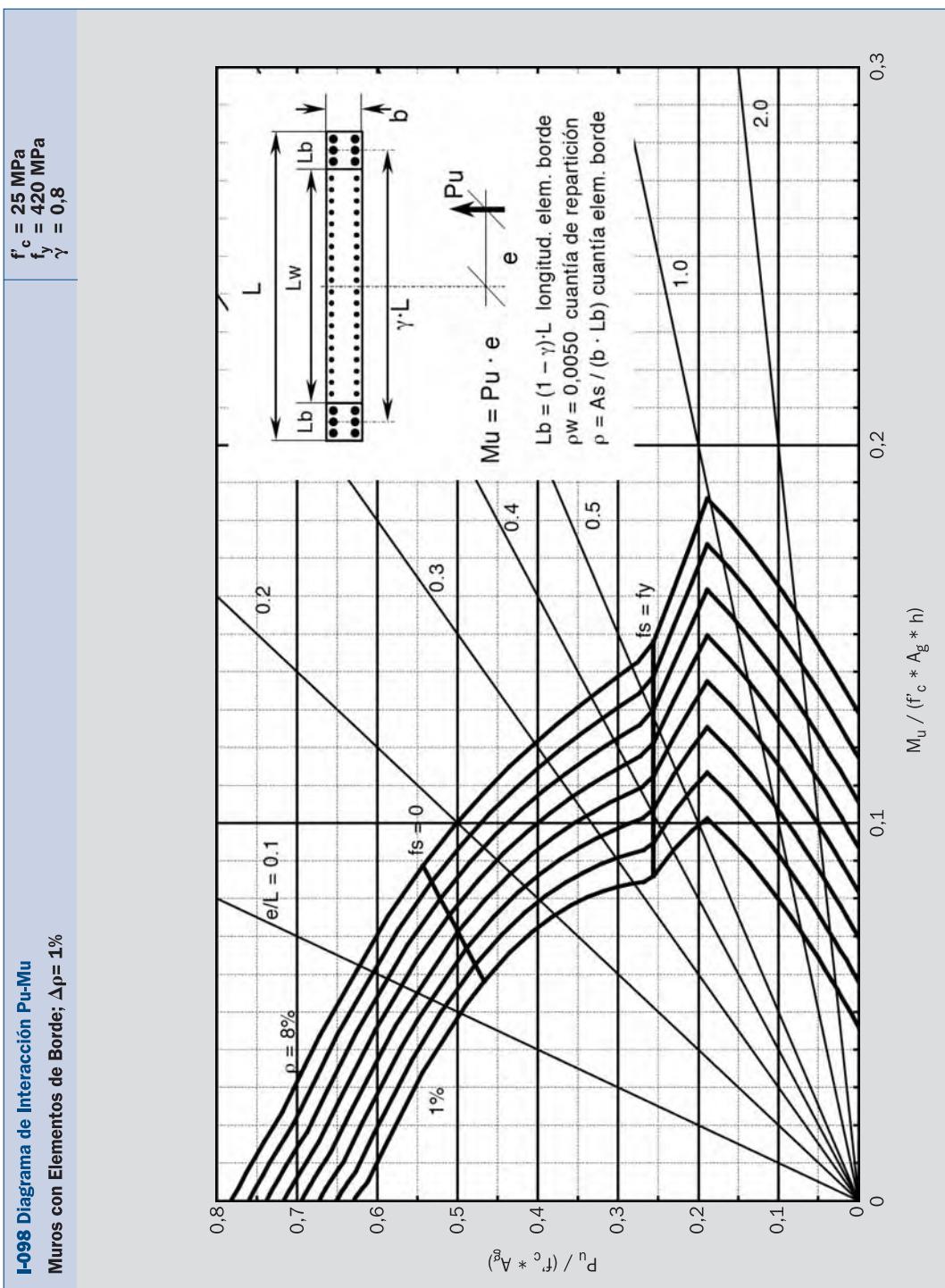
I-096 Diagrama de Interacción P_u - M_u
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$



I-097 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

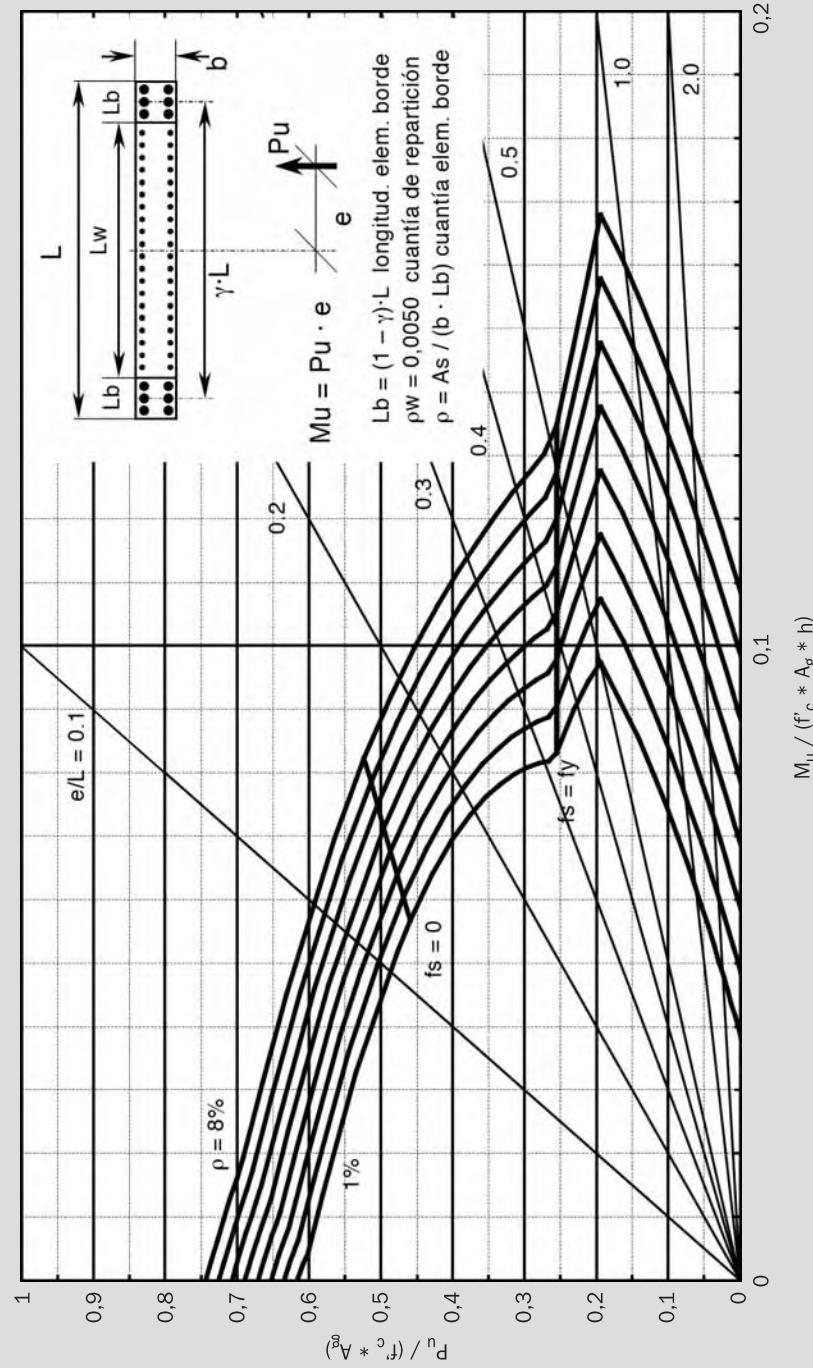


I-098 Diagrama de Interacción P_u - M_u
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$



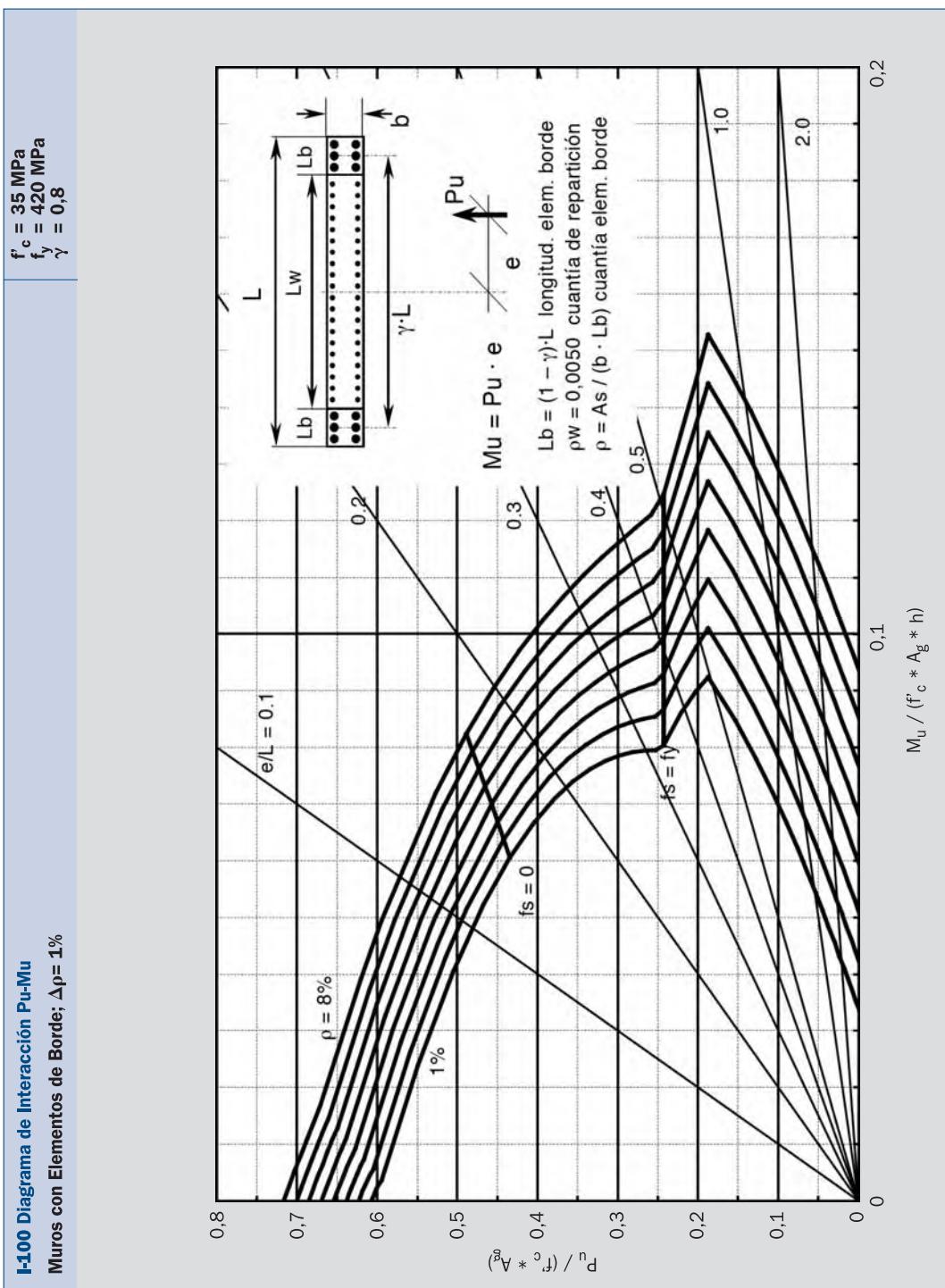
I-099 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta\rho = 1\%$

$$\begin{aligned} f'_c &= 30 \text{ MPa} \\ f'_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$

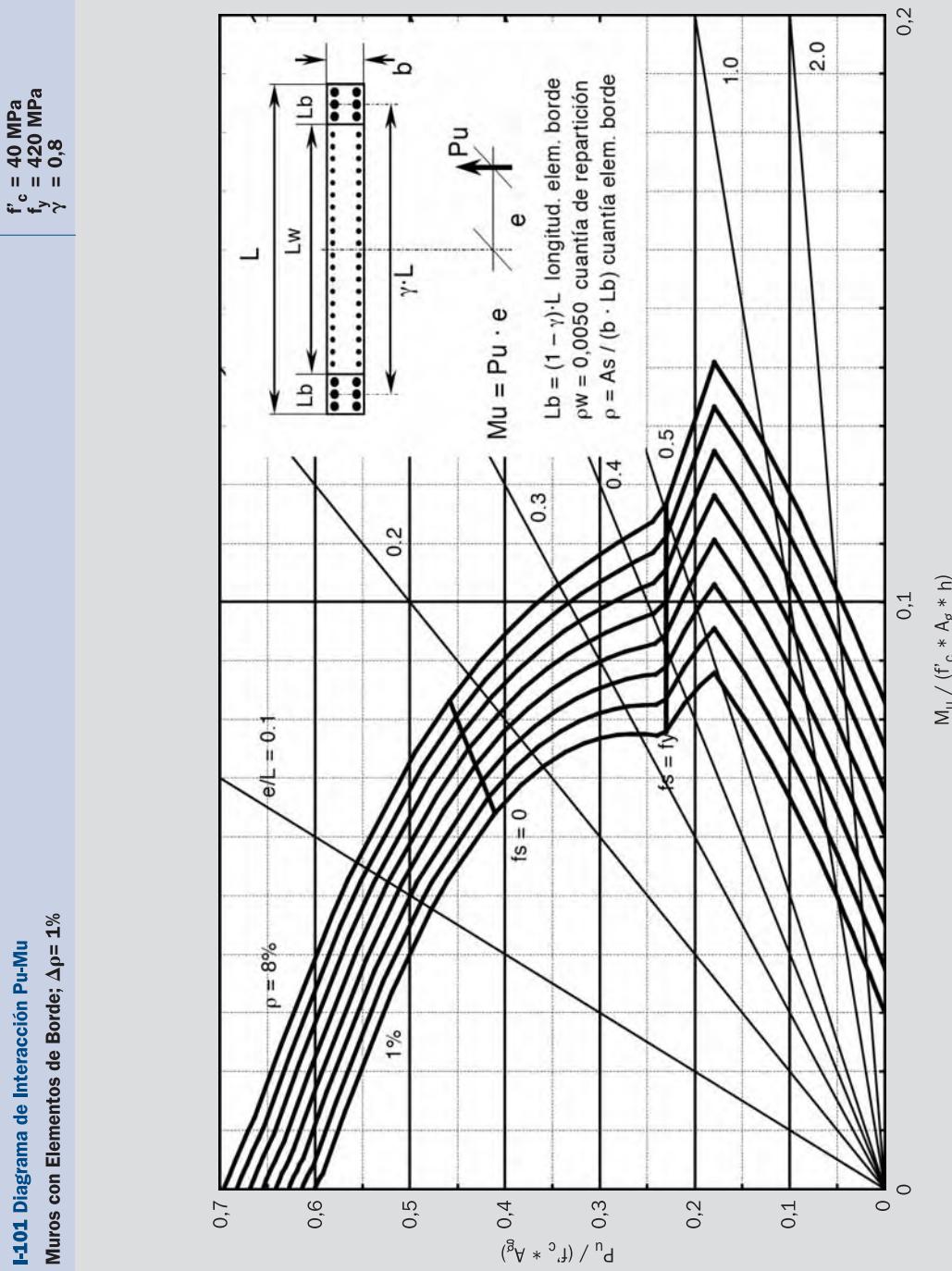


$$\frac{M_u}{(f'_c * A_g * h)}$$

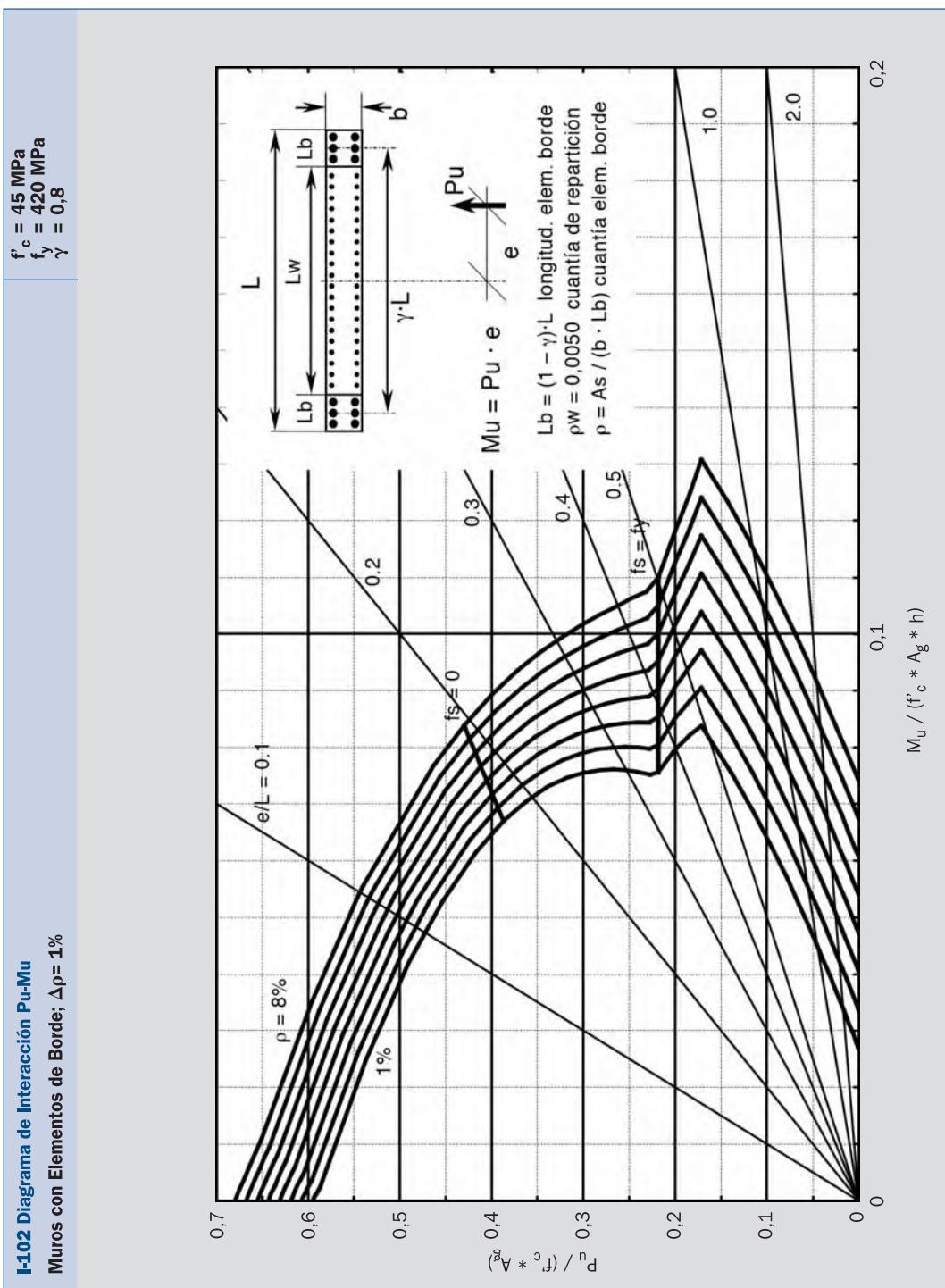
I-100 Diagrama de Interacción P_u - M_u
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$



I-101 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

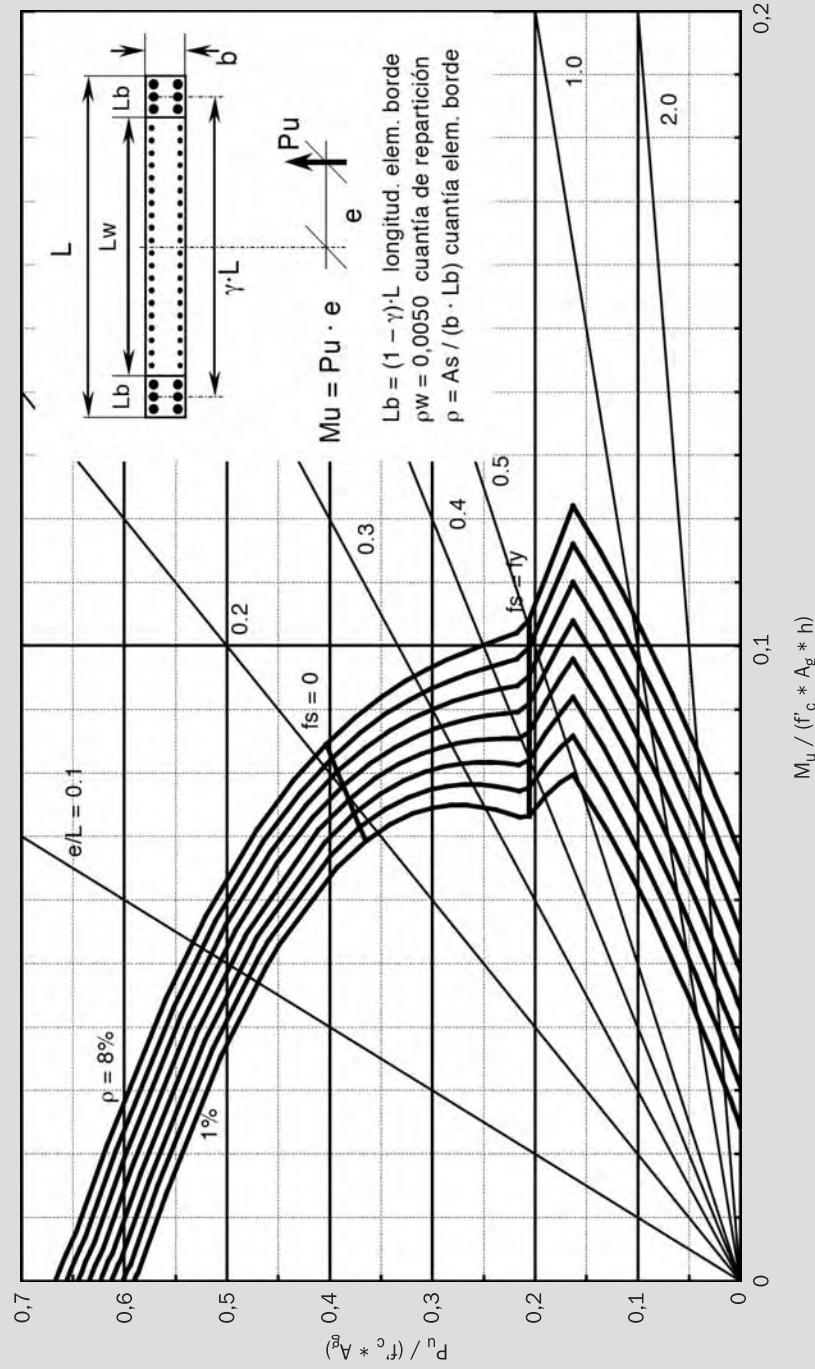


I-102 Diagrama de Interacción P_u - M_u
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

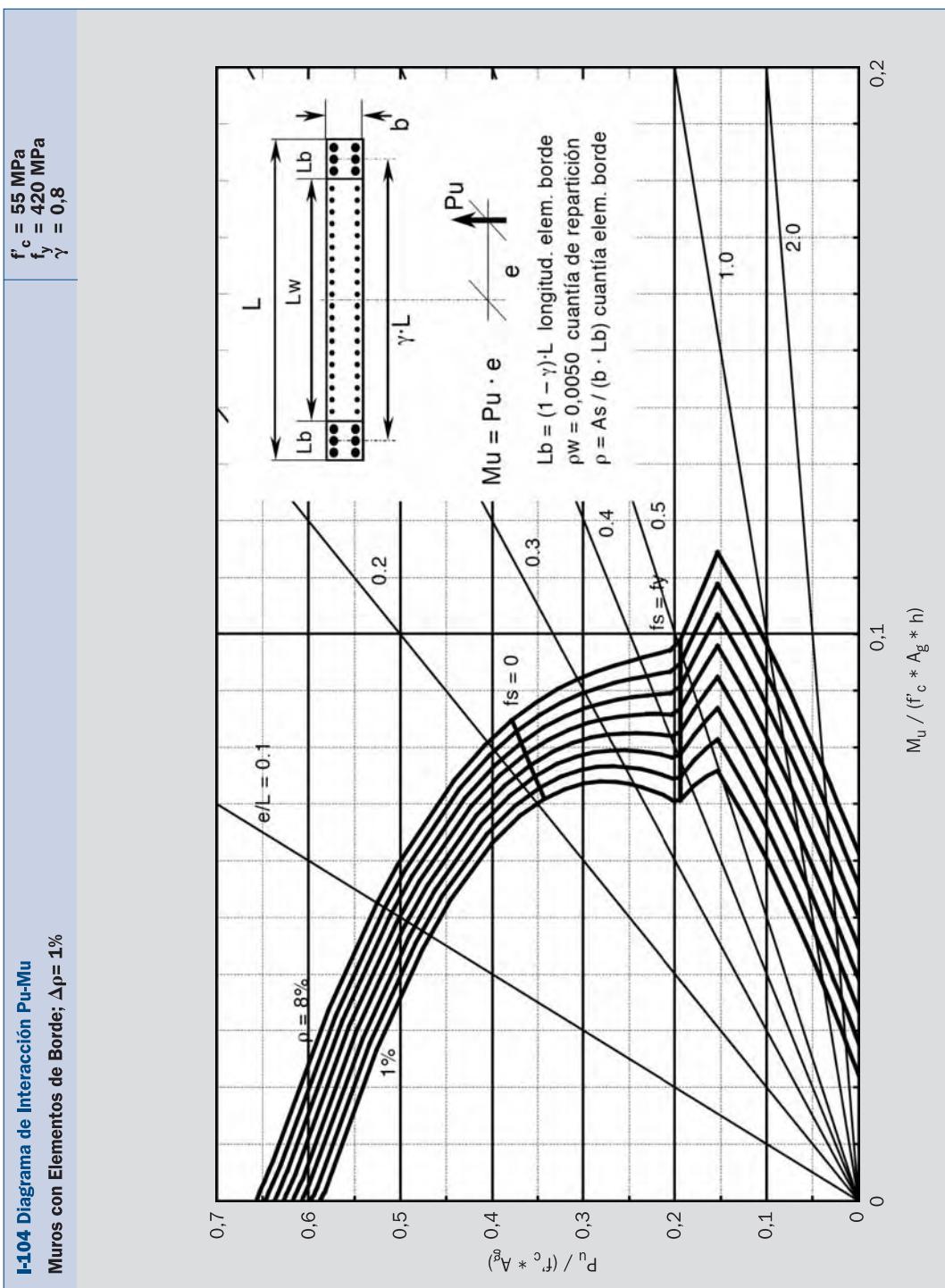


I-103 Diagrama de Interacción Pu-Mu
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

$$\begin{aligned} f'_c &= 50 \text{ MPa} \\ f_y &= 420 \text{ MPa} \\ \gamma &= 0,8 \end{aligned}$$

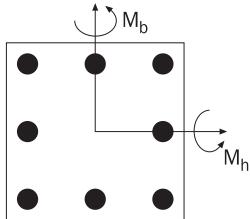


I-104 Diagrama de Interacción P_u - M_u
Muros con Elementos de Borde; $\Delta p = 1\%$

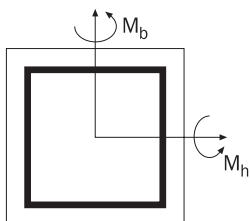


Apéndice 2

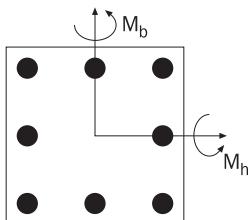
Diagramas de Flexión Biaxial

DIAGRAMAS DE FLEXION BIAXIAL**J. Rosetas para Columnas con 8 barras $f_y = 420 \text{ MPa}$**

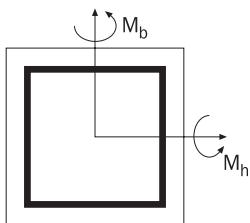
105	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	227
106	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	228
107	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	229
108	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	230
109	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	231
110	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	232
111	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	233
112	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	234
113	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	235
114	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	236
115	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	237
116	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	238
117	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	239
118	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	240
119	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	241
120	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	242

**K. Rosetas para Columnas con Armadura Perimetral $f_y = 420 \text{ MPa}$**

121	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	243
122	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	244
123	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	245
124	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	246
125	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	247
126	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	248
127	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	249
128	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	250
129	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	251
130	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	252
131	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	253
132	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	254
133	$f'_c = 40 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	255
134	$f'_c = 45 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	256
135	$f'_c = 50 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	257
136	$f'_c = 55 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	258


L. Rosetas para Columnas con 8 barras $f_y = 280 \text{ MPa}$

137	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	259
138	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	260
139	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	261
140	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	262
141	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	263
142	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	264
143	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	265
144	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	266


M. Rosetas para Columnas con Armadura Perimetral $f_y = 280 \text{ MPa}$

145	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	267
146	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	268
147	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	269
148	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,8$	270
149	$f'_c = 20 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	271
150	$f'_c = 25 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	272
151	$f'_c = 30 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	273
152	$f'_c = 35 \text{ MPa}$	$\gamma = 0,9$	274

J-105 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,8$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

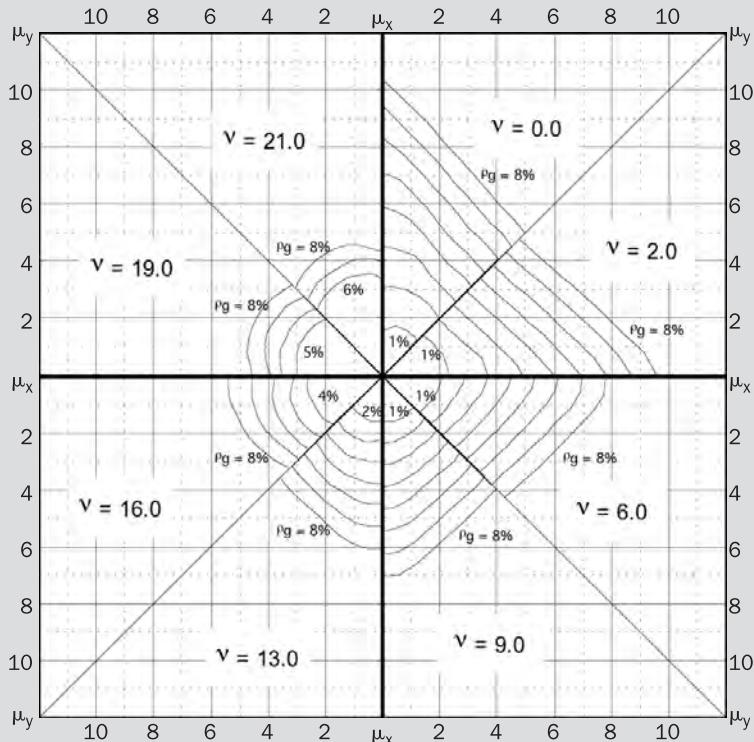
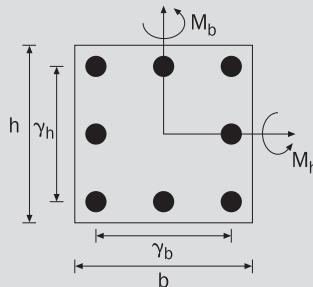
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



J-106 Diagrama de Flexión Biaxial
Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 25 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,8$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

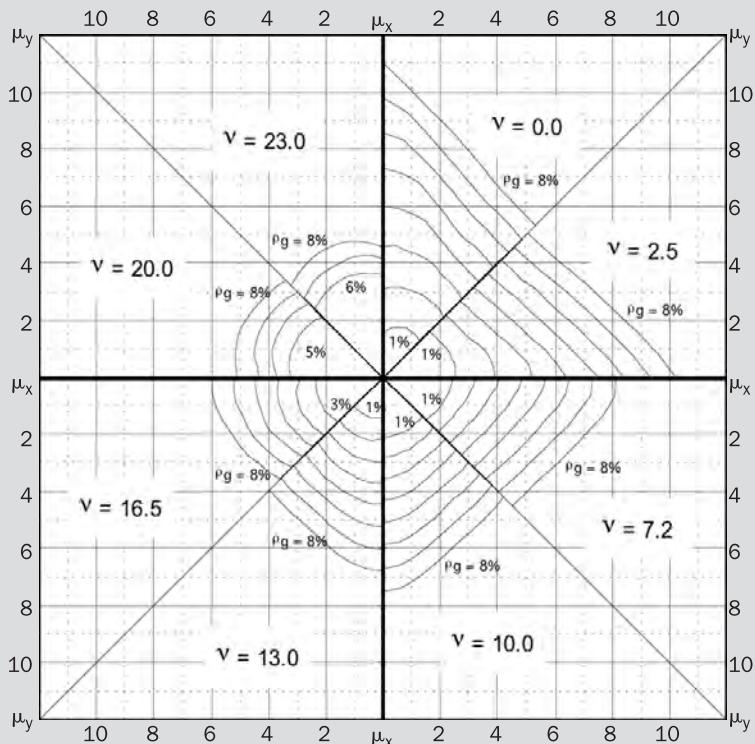
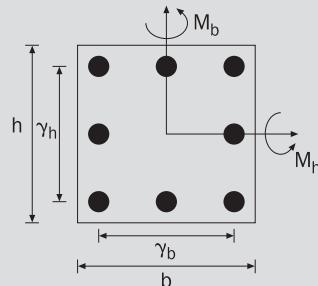
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



J-107 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,8\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s/A_g$$

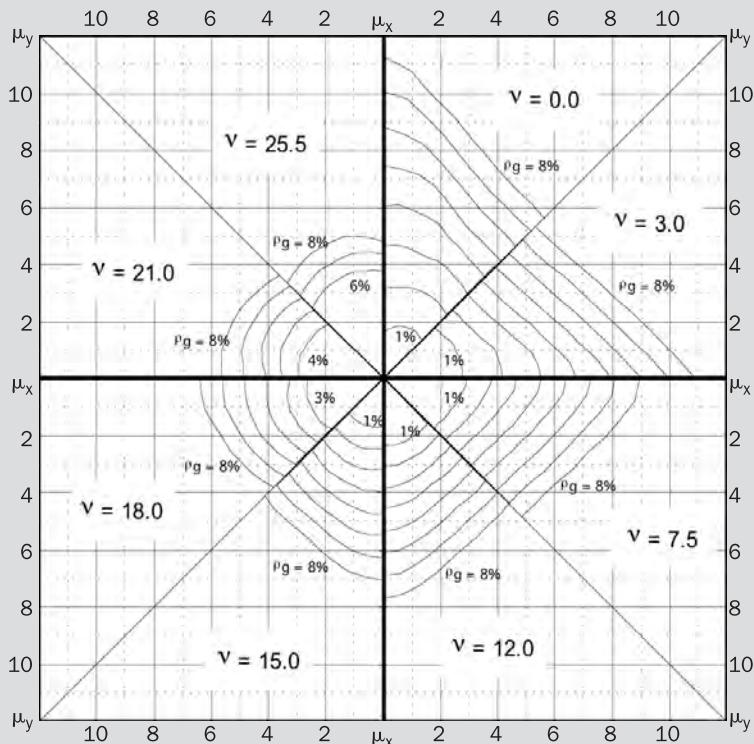
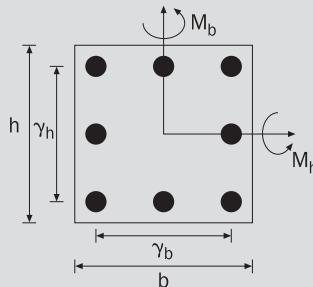
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{\mu_h, \mu_b\}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{\mu_h, \mu_b\}$$



J-108 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 35 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,8$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

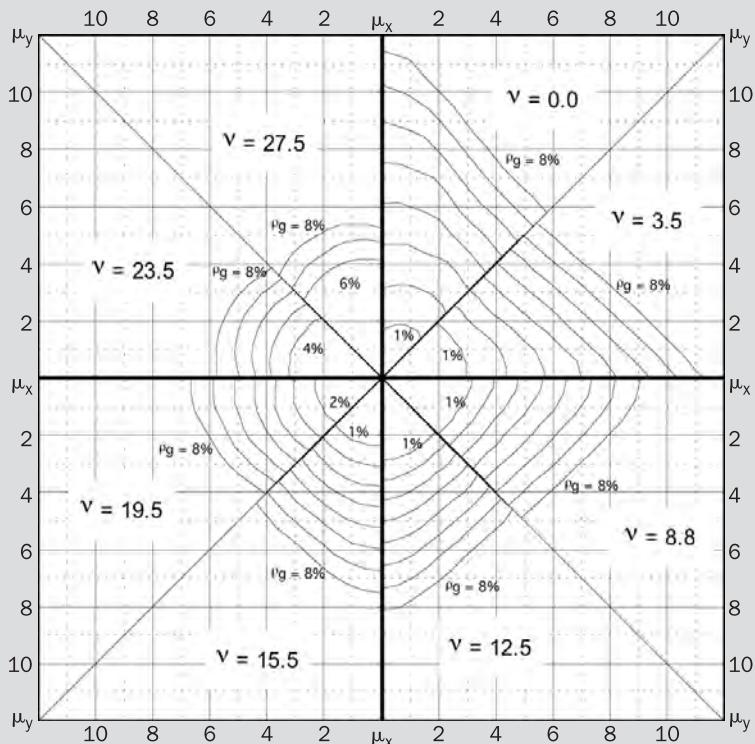
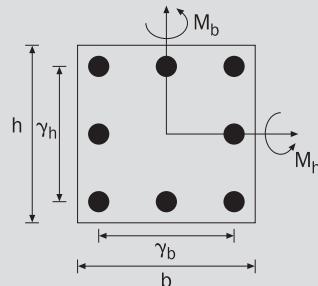
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



J-109 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas Armadas con 8 Barras; $\Delta \rho_g = 1\%$

$$f'_c = 40 \text{ MPa}$$

$$f'_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,8$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

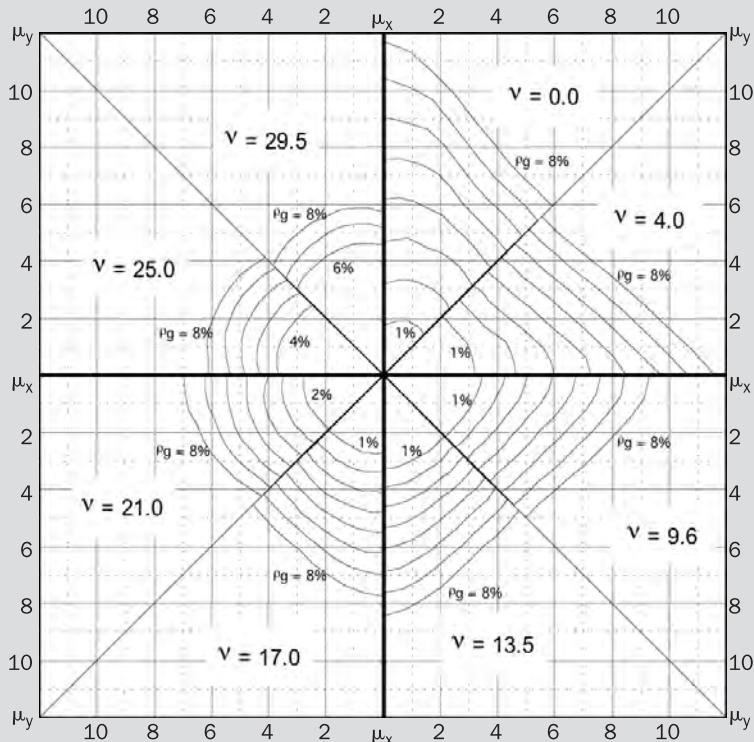
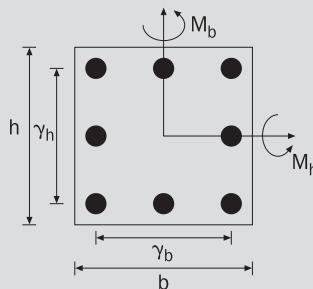
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



J-110 Diagrama de Flexión Biaxial
Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 45 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,8$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

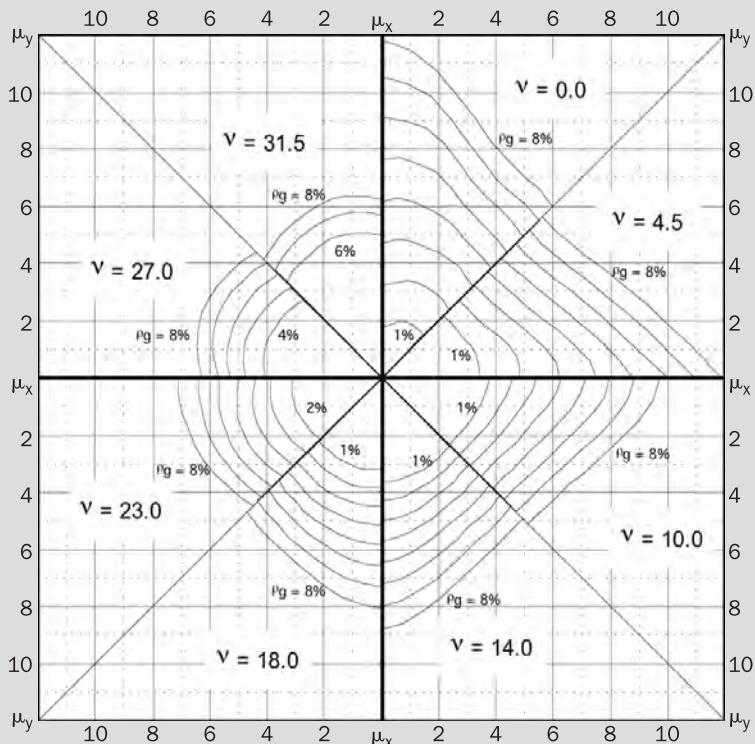
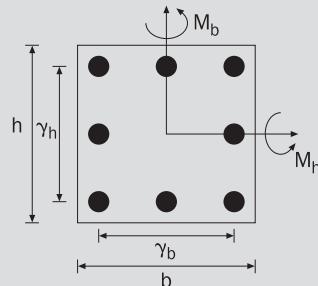
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



J-111 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 50 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,8$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s/A_g$$

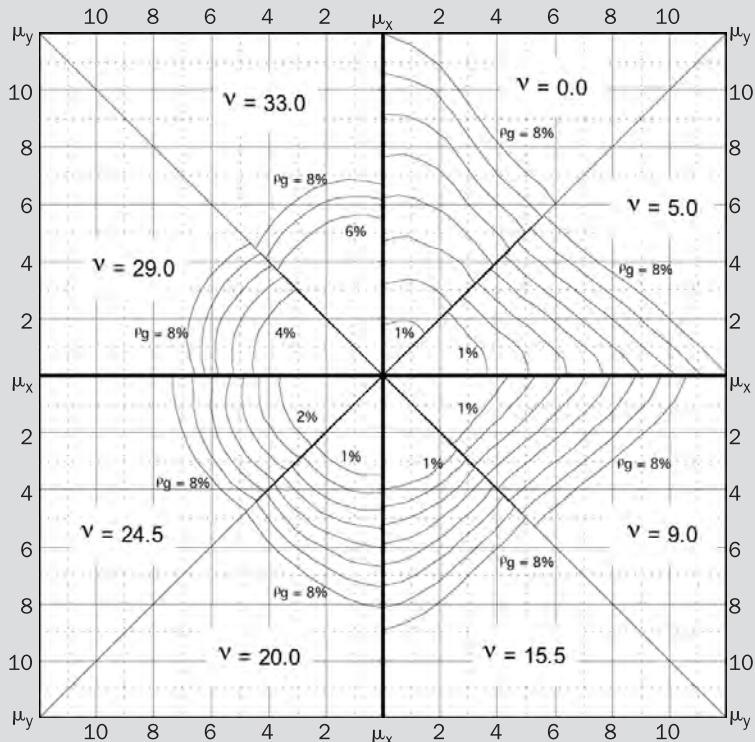
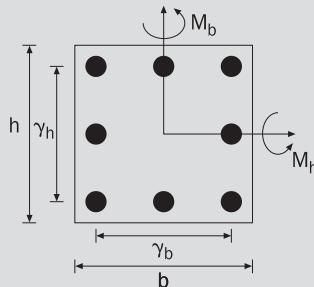
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



J-112 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 55 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,8$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

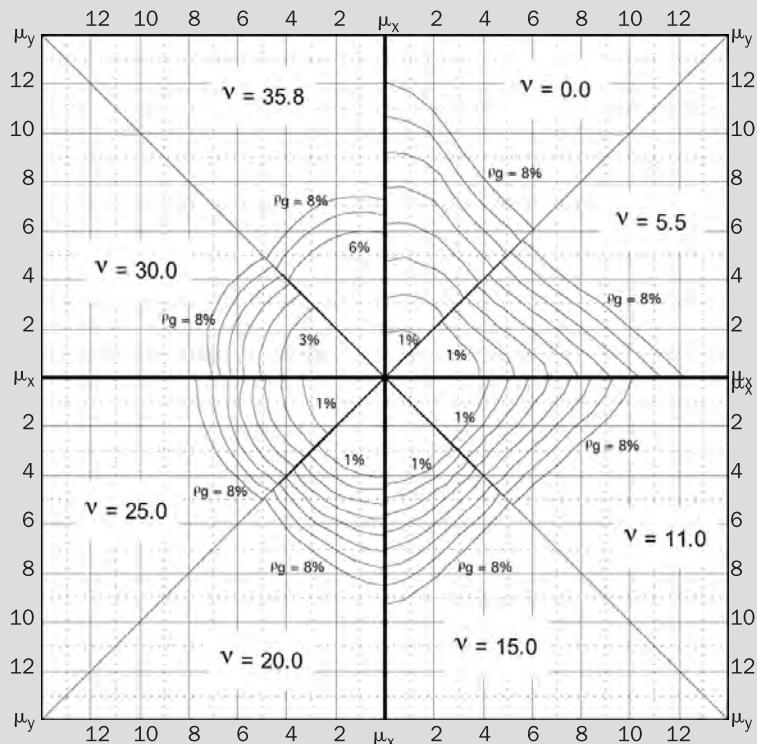
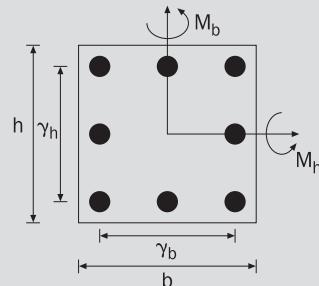
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



J-113 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,9\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

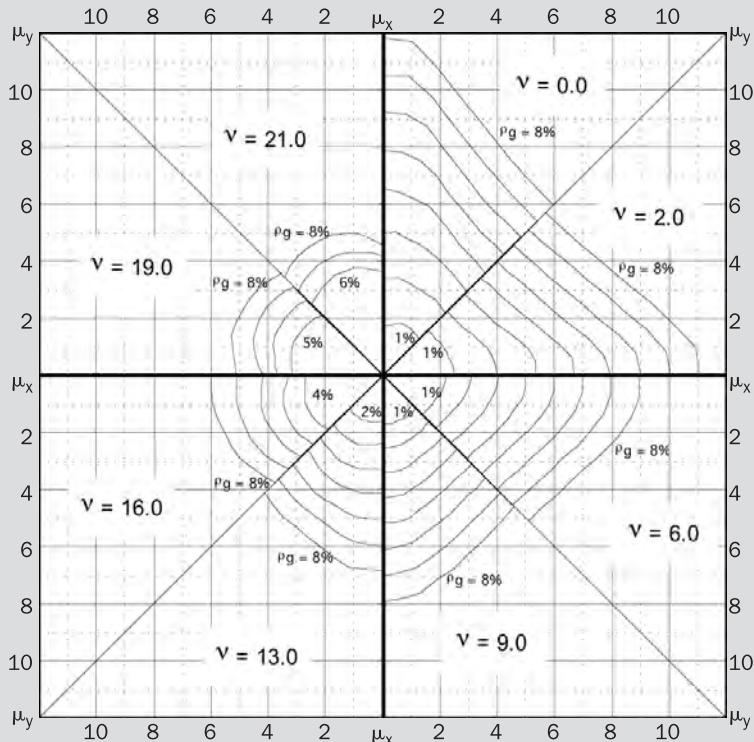
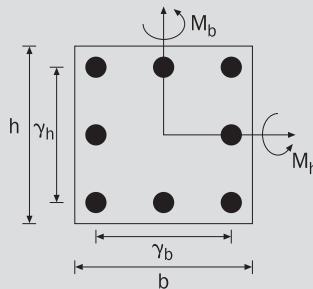
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{\mu_h, \mu_b\}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{\mu_h, \mu_b\}$$



J-114 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

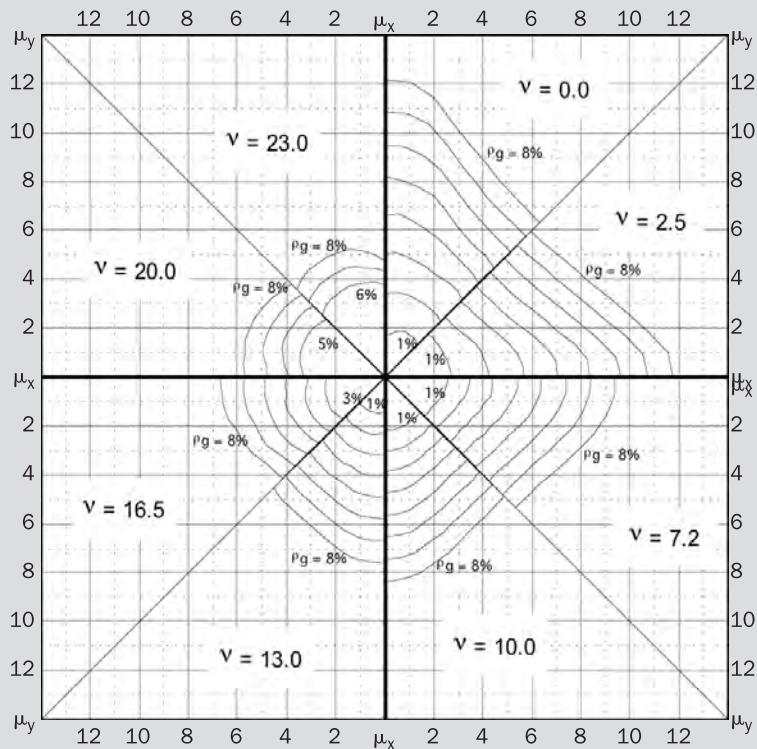
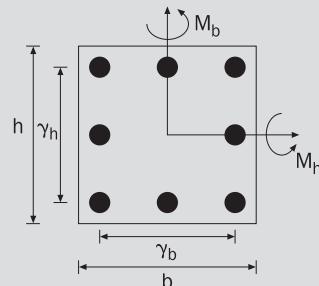
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



J-115 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 30 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s/A_g$$

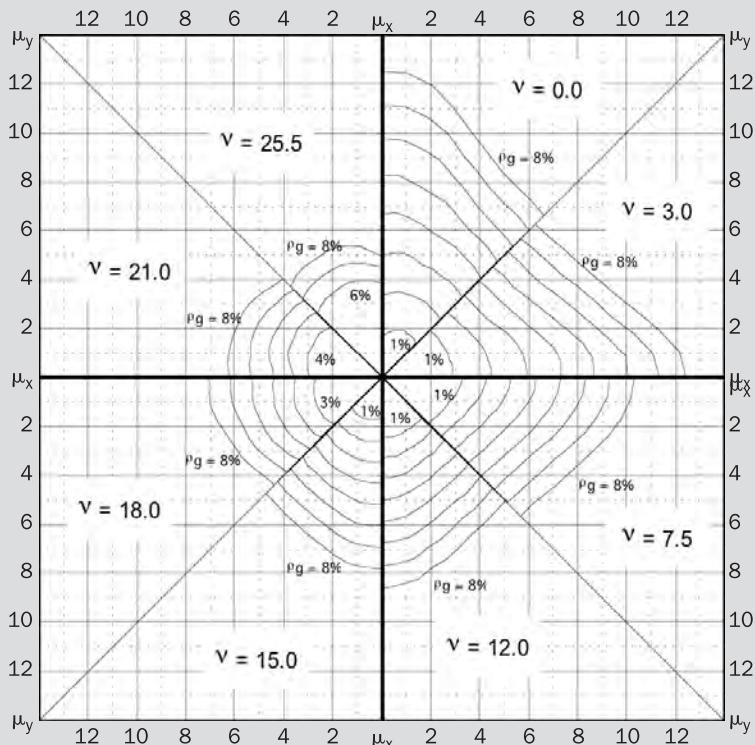
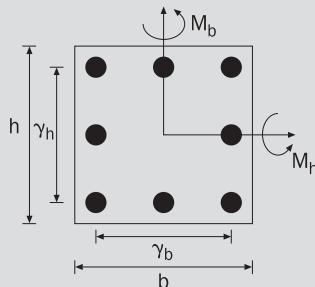
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



J-116 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s/A_g$$

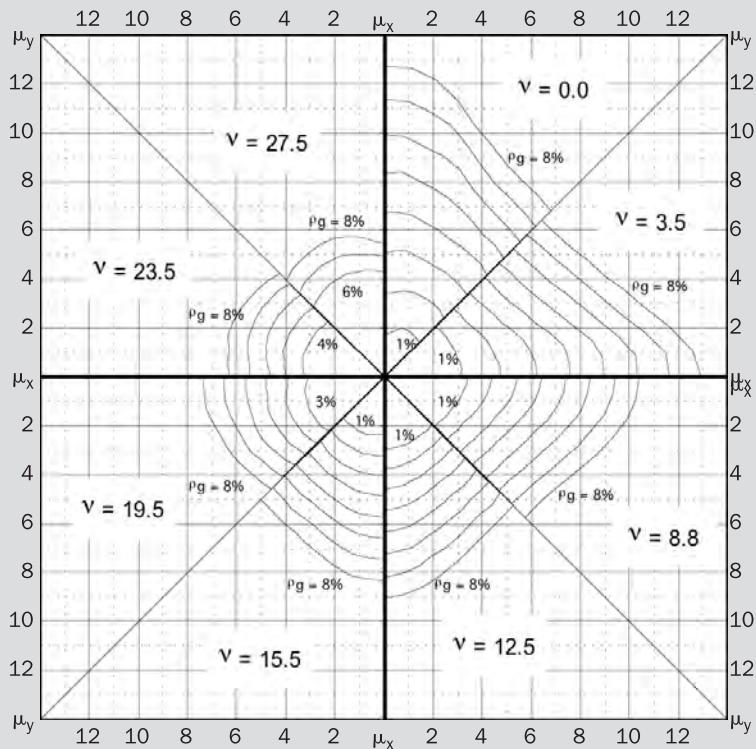
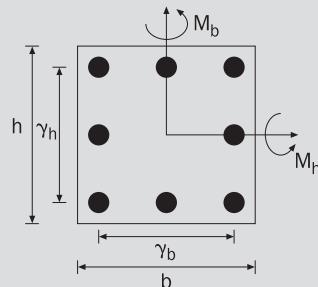
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



J-117 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$\begin{aligned}f'_c &= 40 \text{ MPa} \\f'_y &= 420 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,9\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s/A_g$$

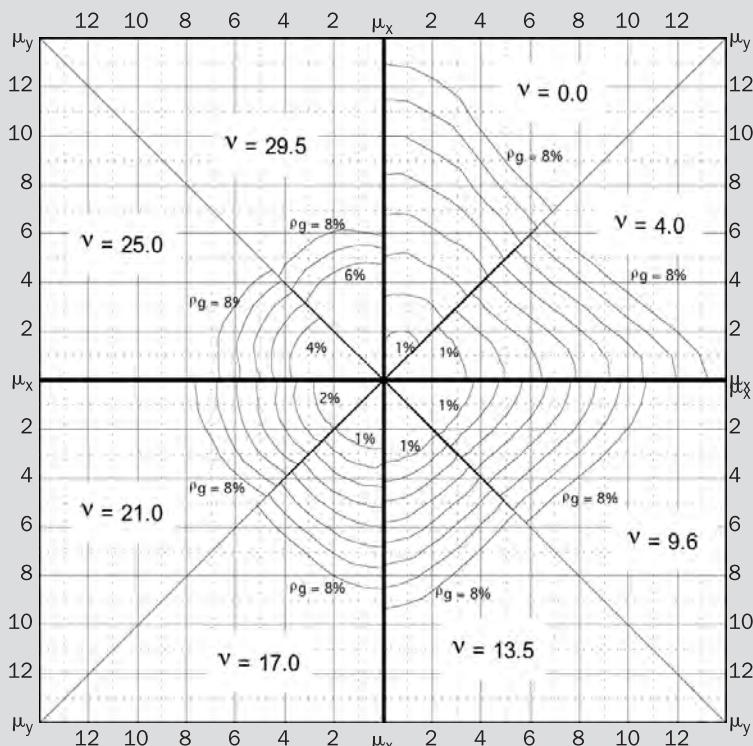
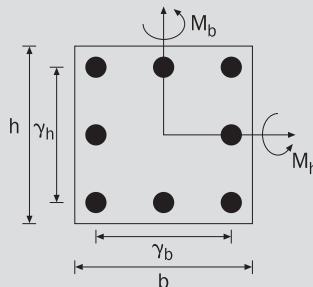
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{\mu_h, \mu_b\}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{\mu_h, \mu_b\}$$



J-118 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 45 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,9$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

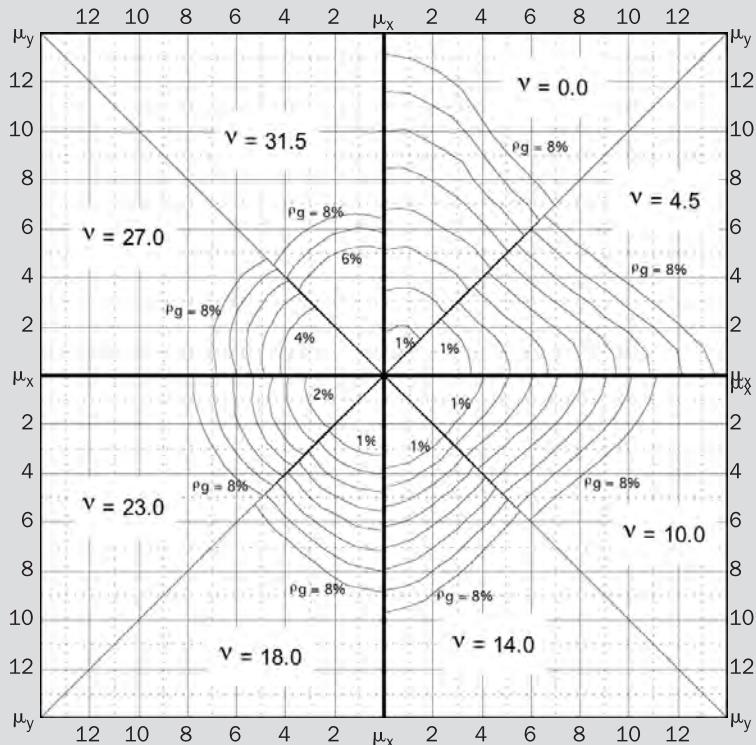
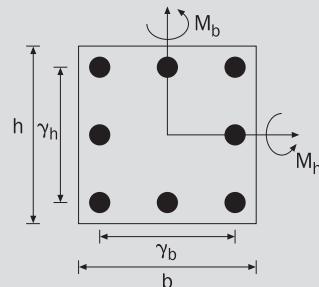
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



J-119 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$\begin{aligned}f'_c &= 50 \text{ MPa} \\f'_y &= 420 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,9\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

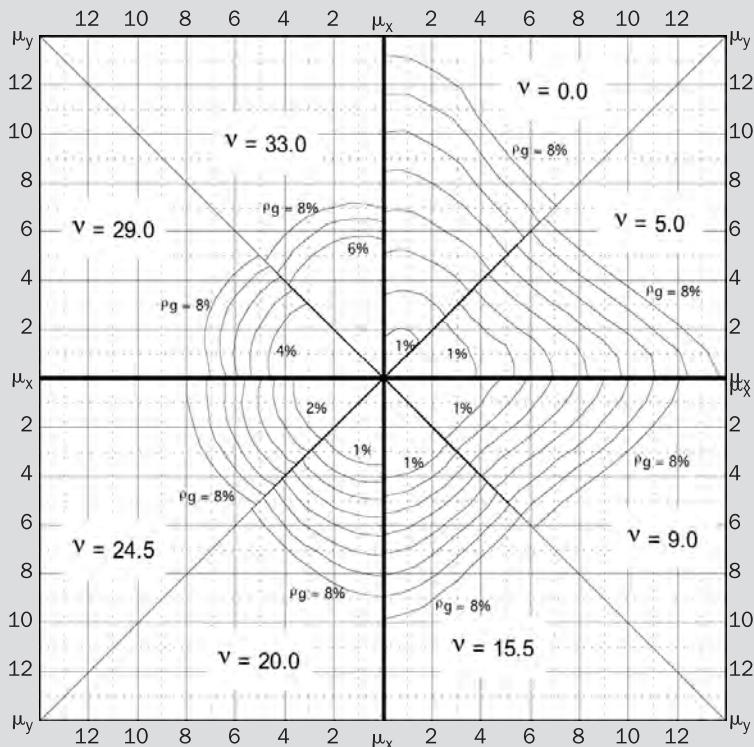
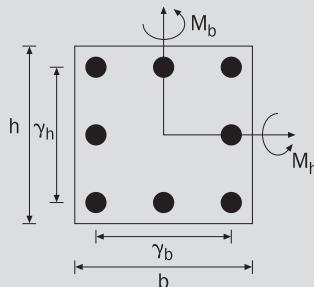
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



J-120 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 55 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,9$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s/A_g$

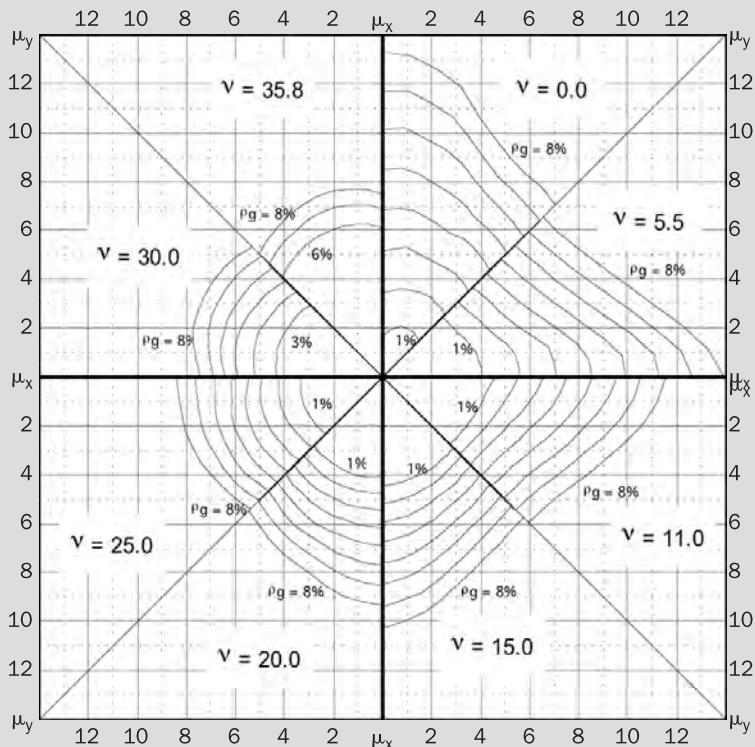
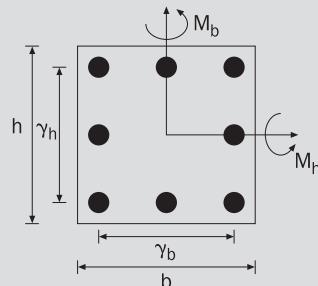
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



K-121 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$**

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,8$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s/A_g$$

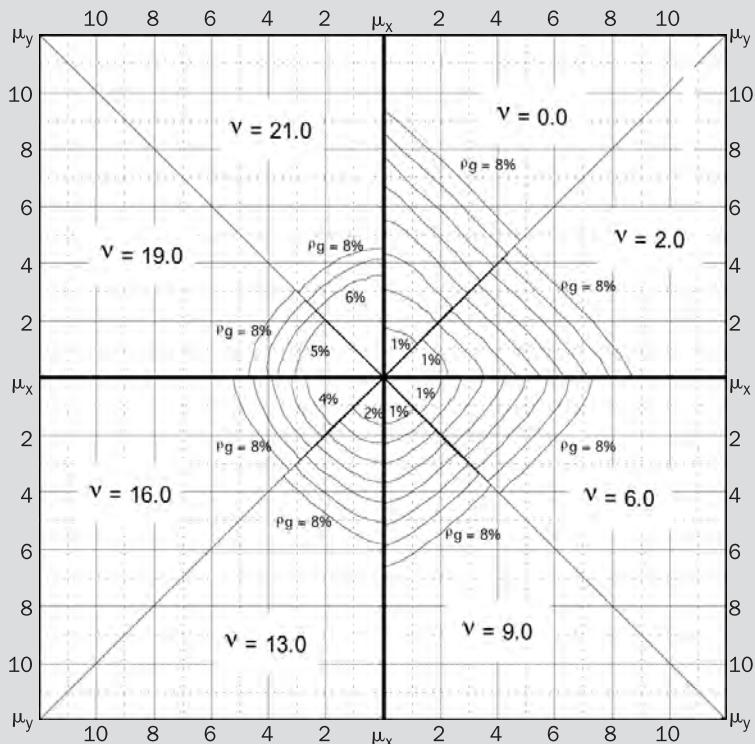
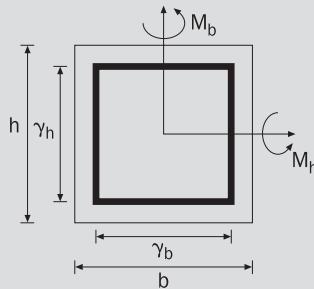
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-122 Diagrama de Flexión Biaxial
Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 25 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,8$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

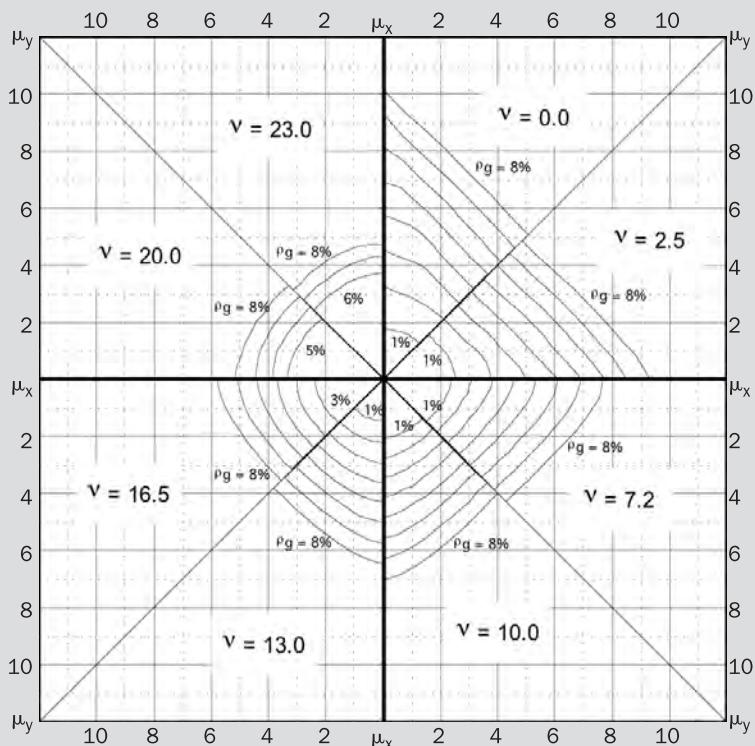
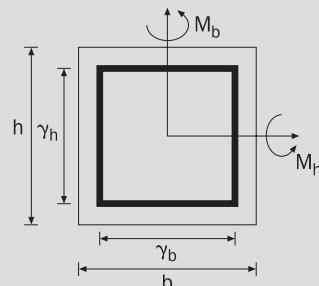
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



K-123 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,8\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

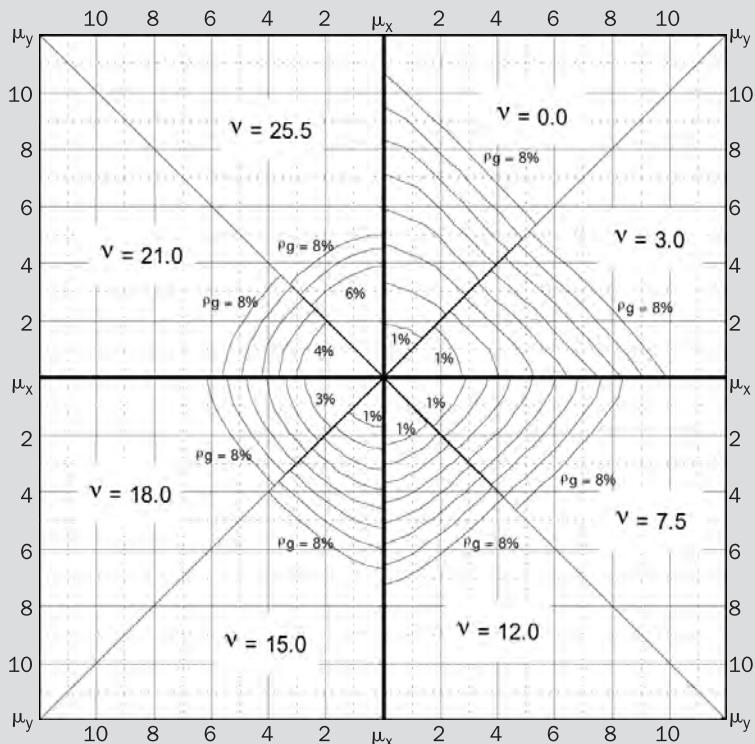
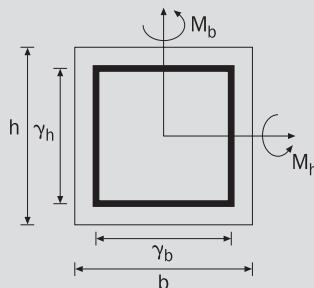
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-124 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,8$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

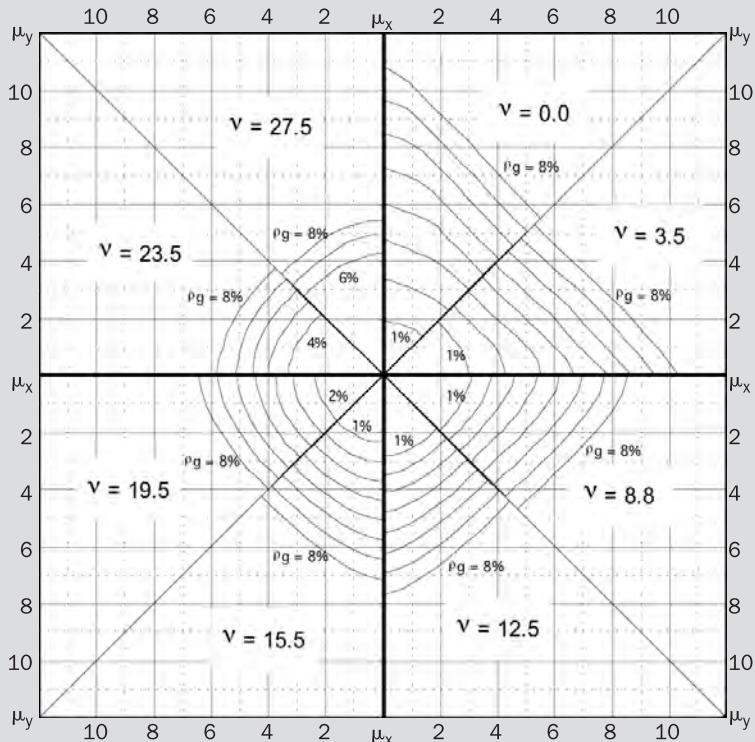
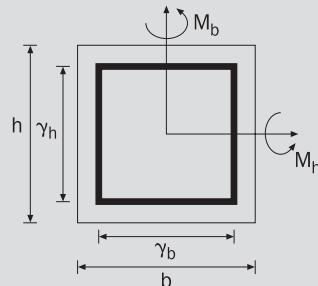
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-125 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$**

$$\begin{aligned}f'_c &= 40 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,8\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

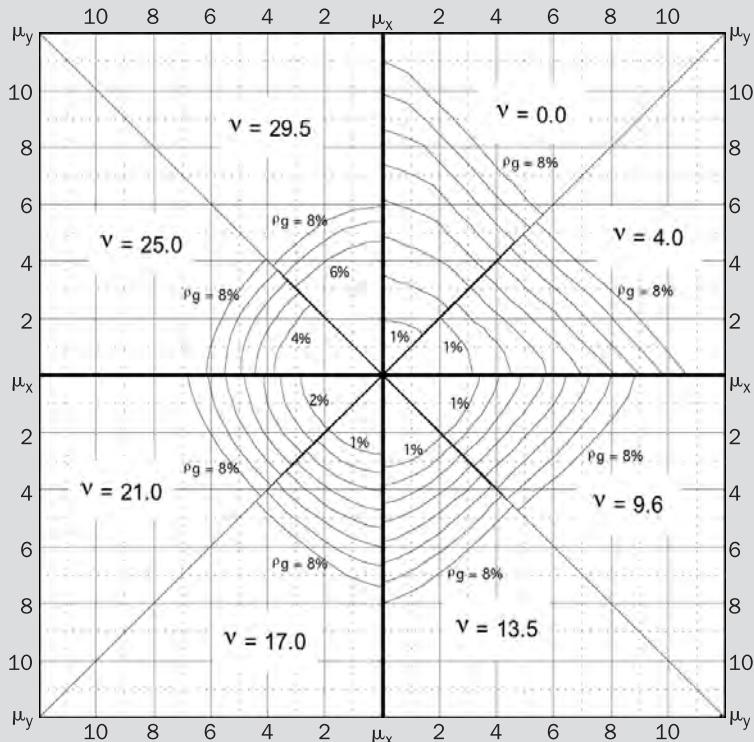
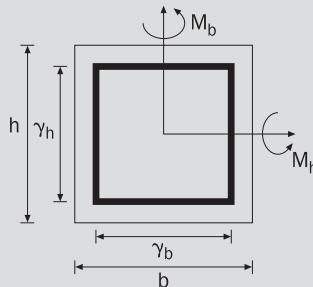
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{\mu_h, \mu_b\}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{\mu_h, \mu_b\}$$



K-126 Diagrama de Flexión Biaxial
Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta \rho_g = 1\%$

$$f'_c = 45 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,8$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

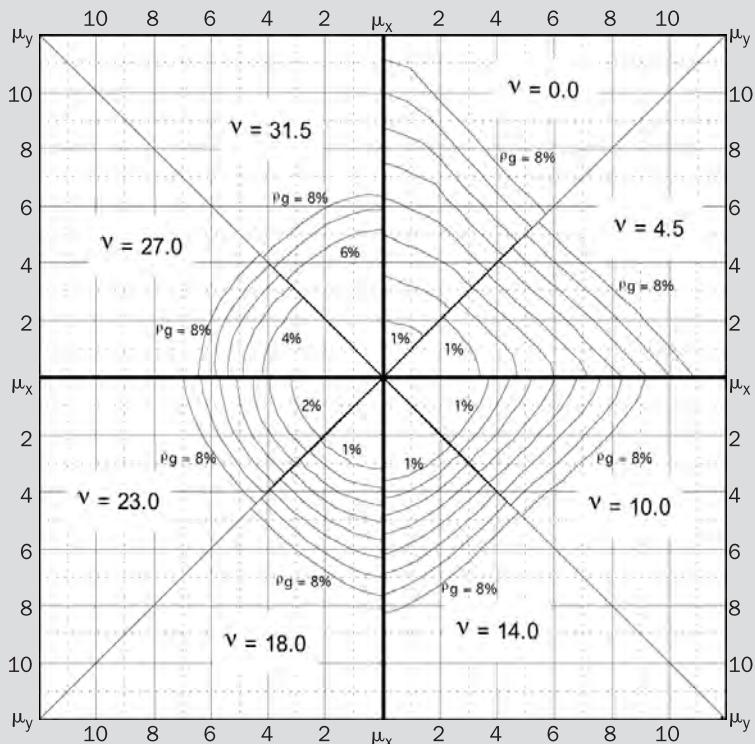
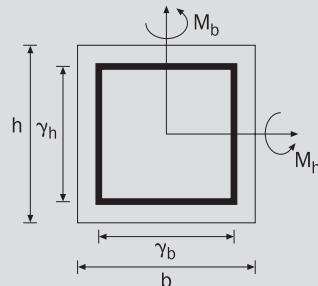
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-127 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$**

$$\begin{aligned}f'_c &= 50 \text{ MPa} \\f'_y &= 420 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,8\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

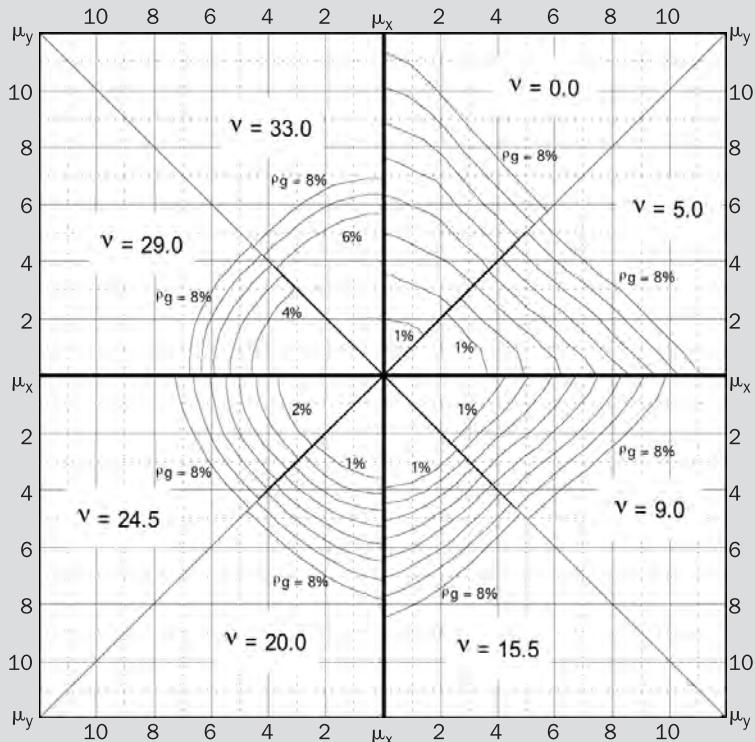
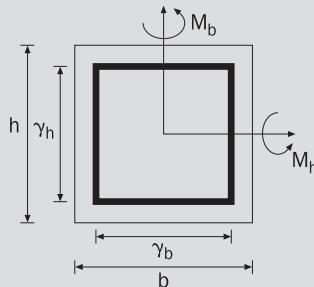
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-128 Diagrama de Flexión Biaxial
Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 55 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,8$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

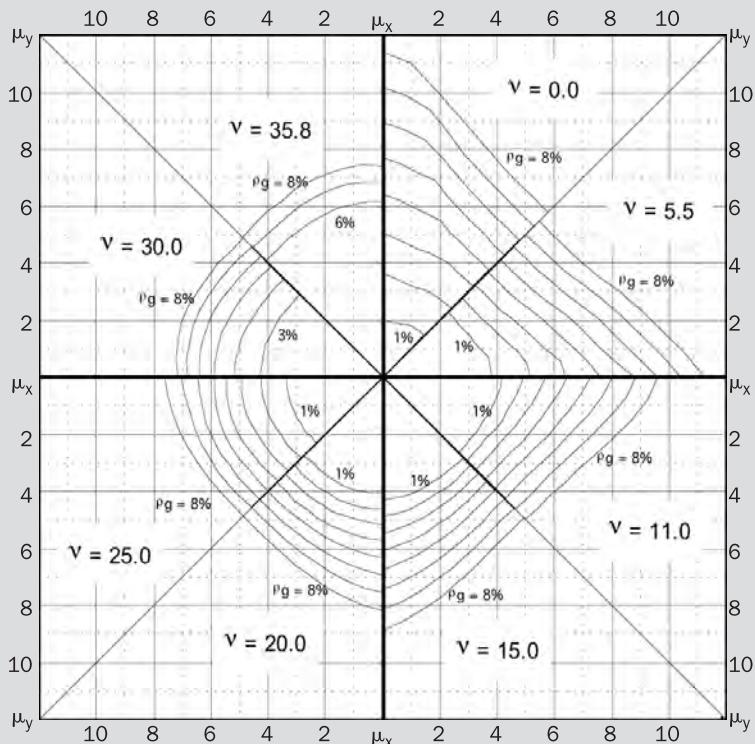
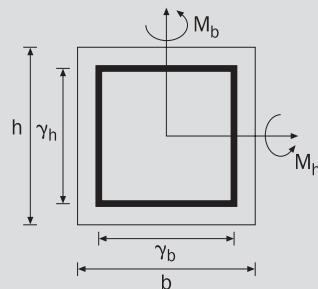
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-129 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

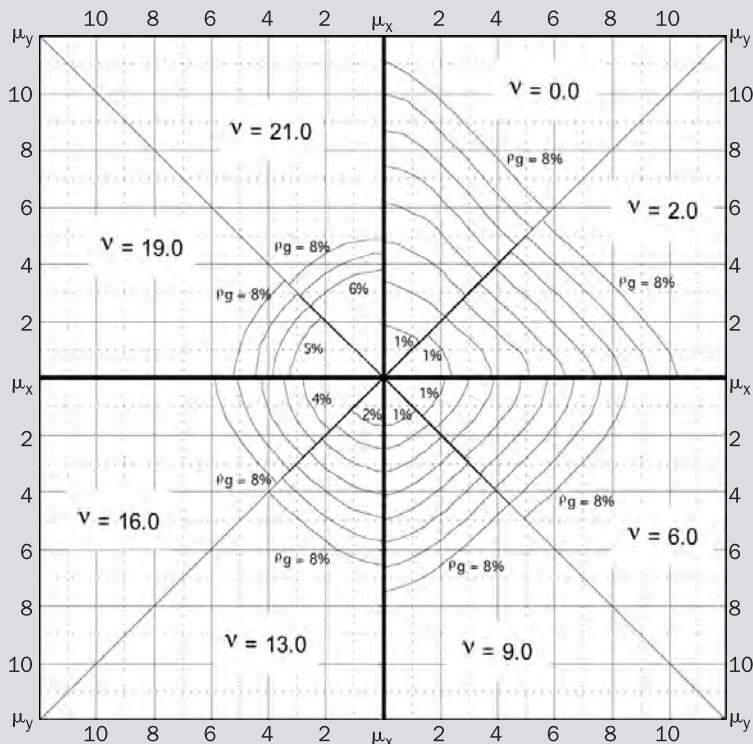
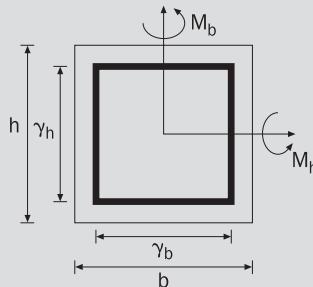
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-130 Diagrama de Flexión Biaxial
Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 25 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,9$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

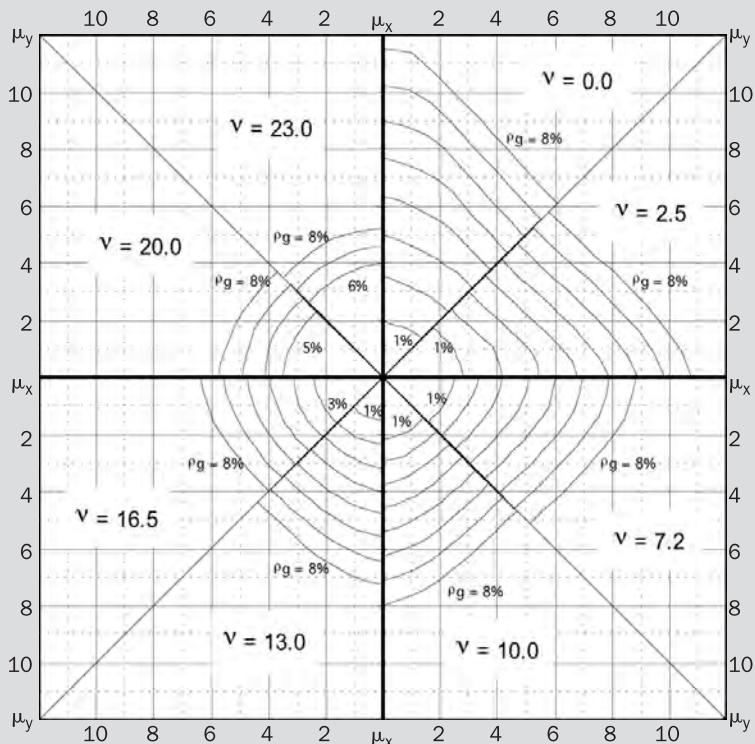
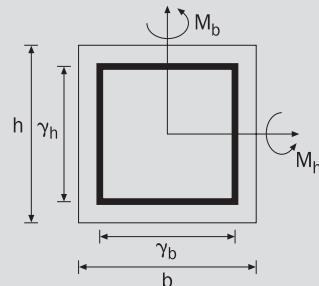
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



K-131 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 30 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s/A_g$$

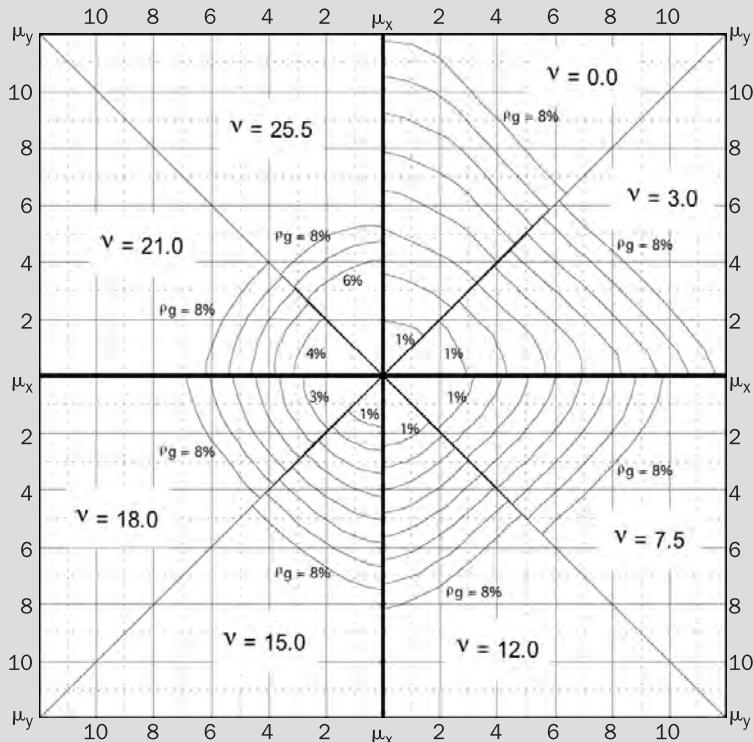
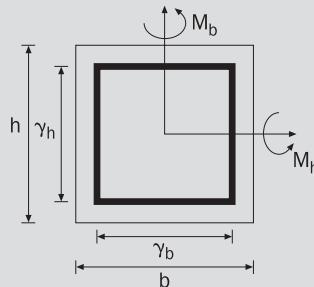
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-132 Diagrama de Flexión Biaxial
Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 35 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,9$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

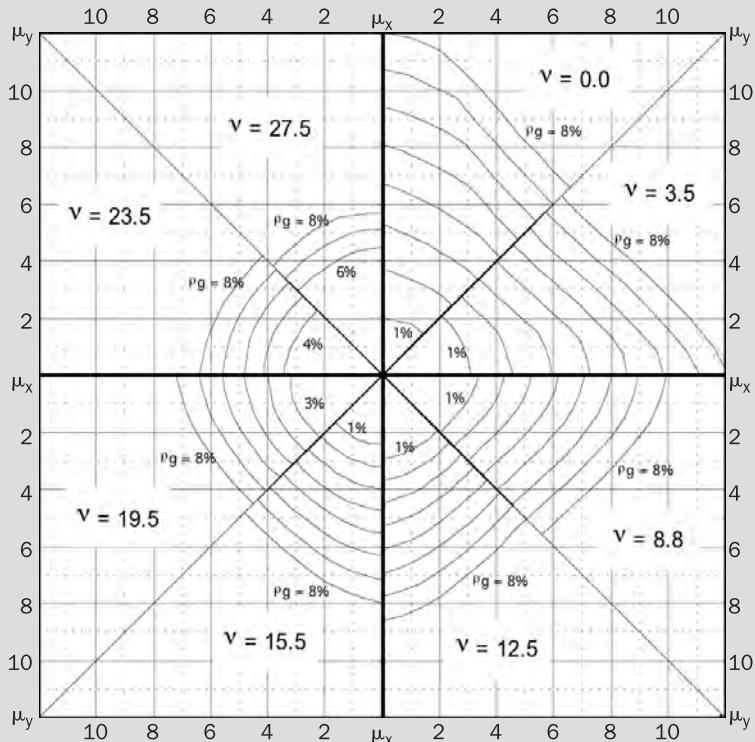
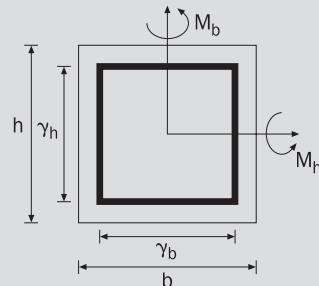
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



K-133 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$**

$$\begin{aligned}f'_c &= 40 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,9\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

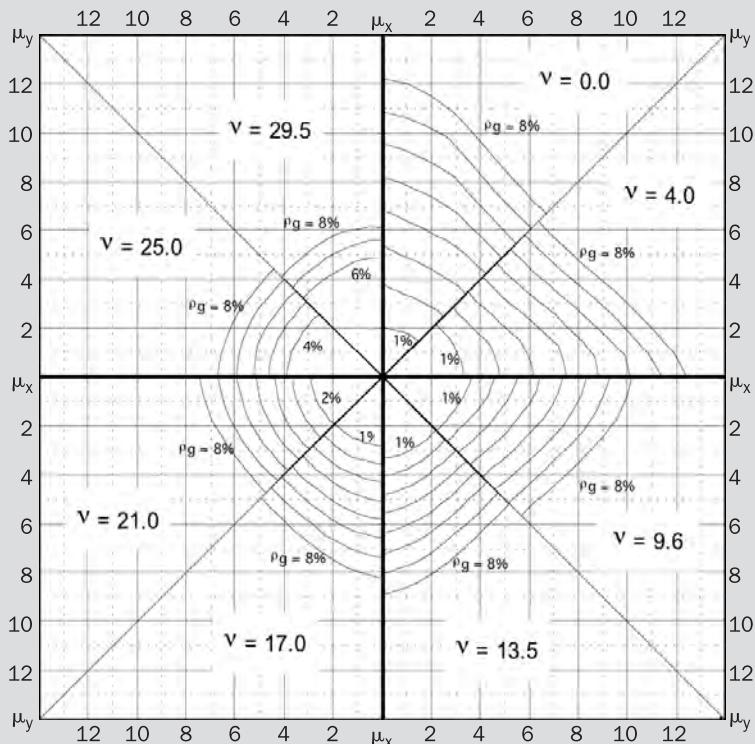
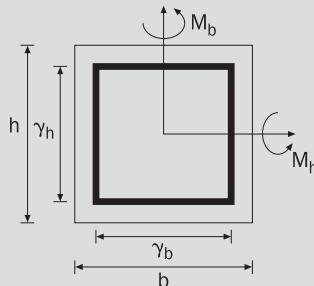
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-134 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 45 \text{ MPa}$$

$$f'_y = 420 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s/A_g$$

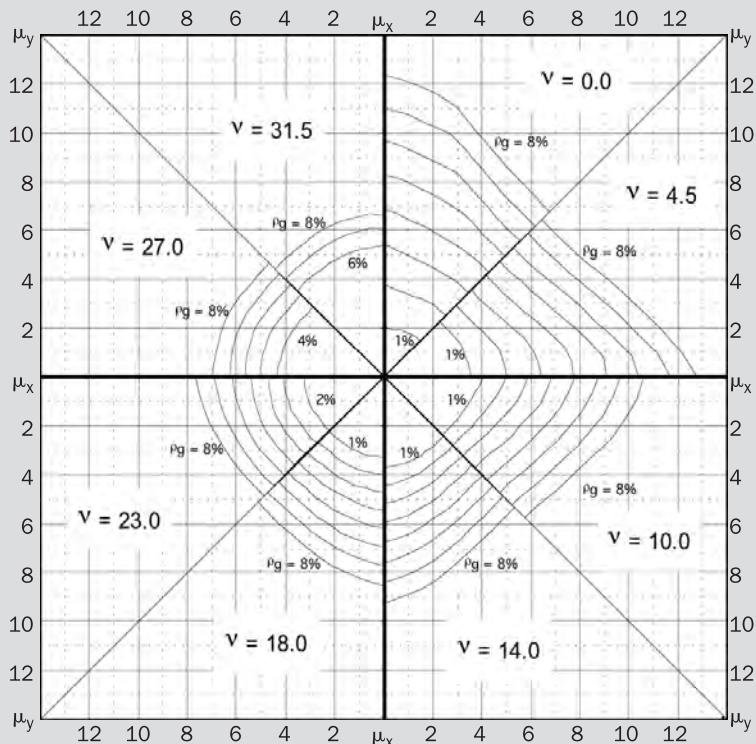
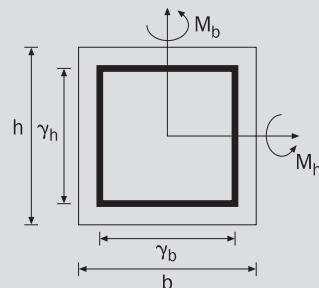
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-135 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$**

$$\begin{aligned}f'_c &= 50 \text{ MPa} \\f_y &= 420 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,9\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

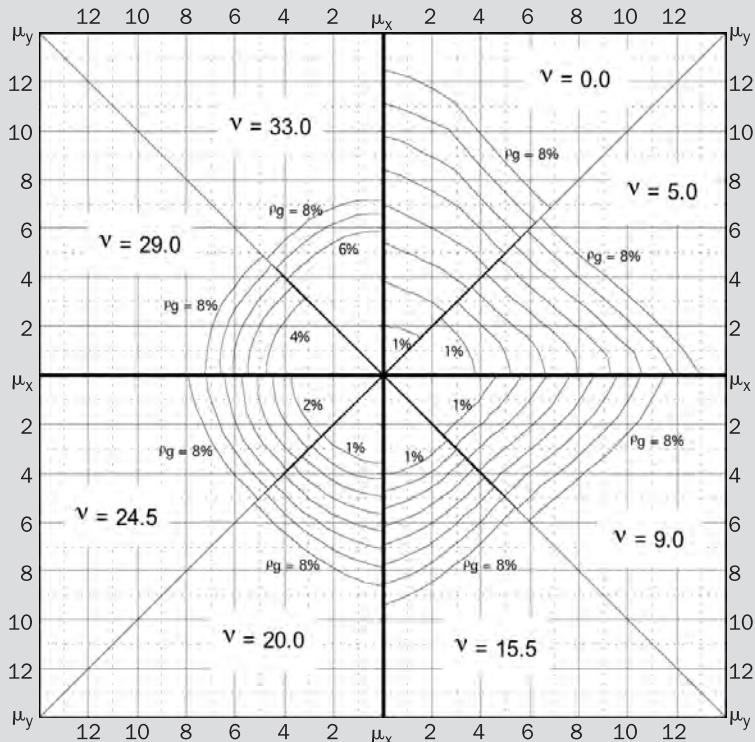
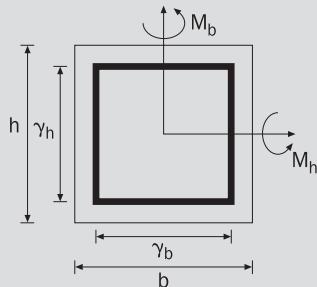
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



K-136 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 55 \text{ MPa}$
 $f_y = 420 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,9$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

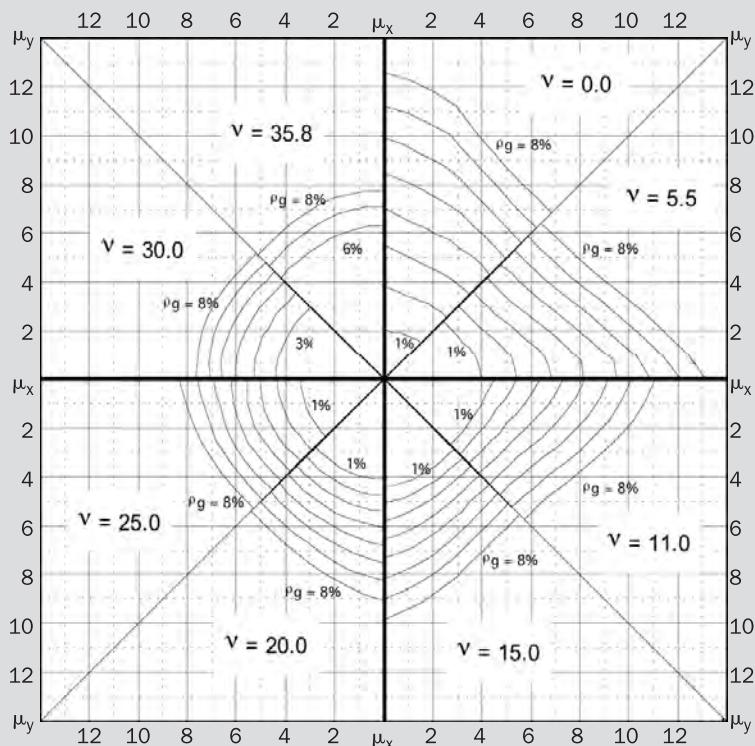
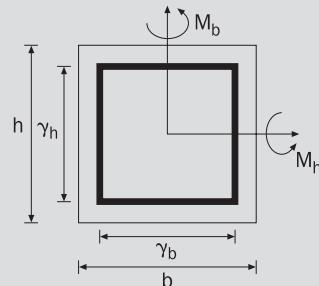
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



L-137 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$**

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,8\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

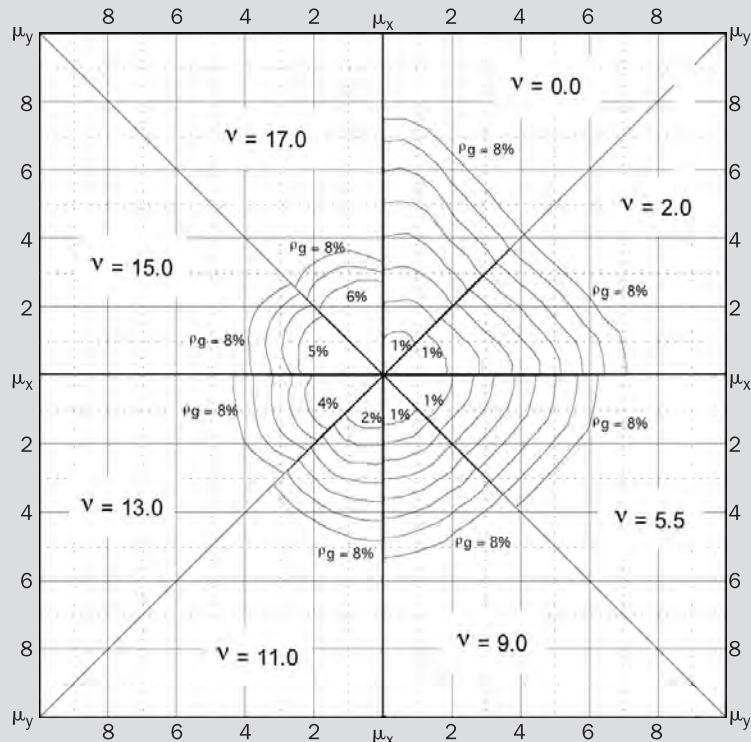
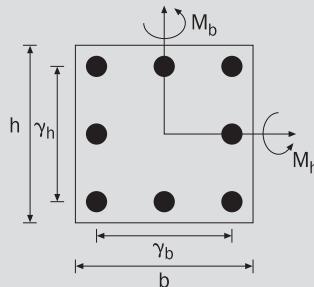
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{\mu_h, \mu_b\}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{\mu_h, \mu_b\}$$



L-138 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

$$f_y = 280 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,8$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

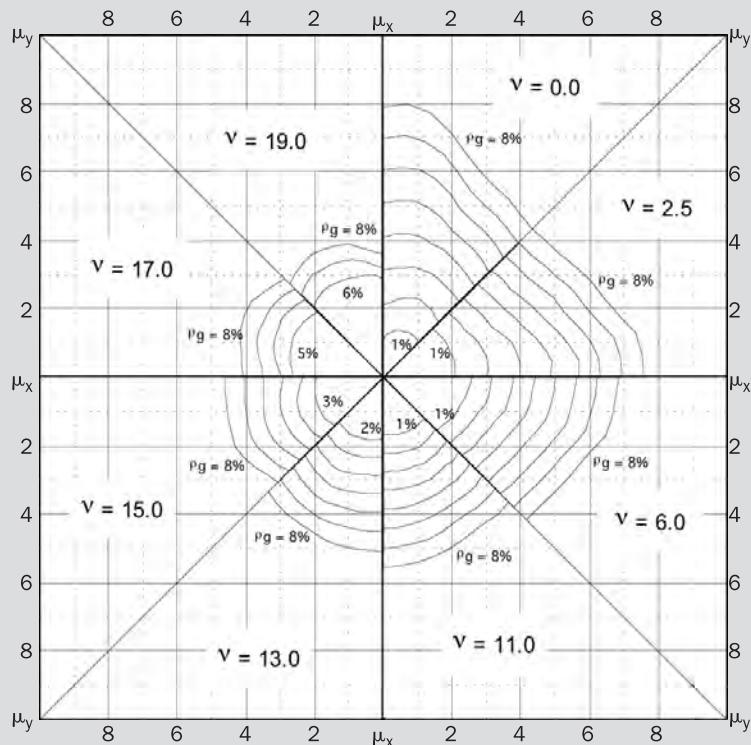
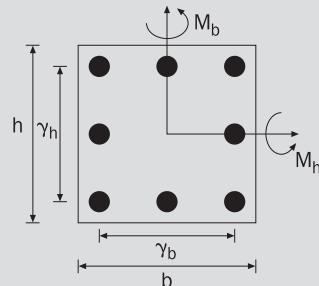
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



L-139 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$**
 $f'_c = 30 \text{ MPa}$
 $f_y = 280 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,8$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s/A_g$

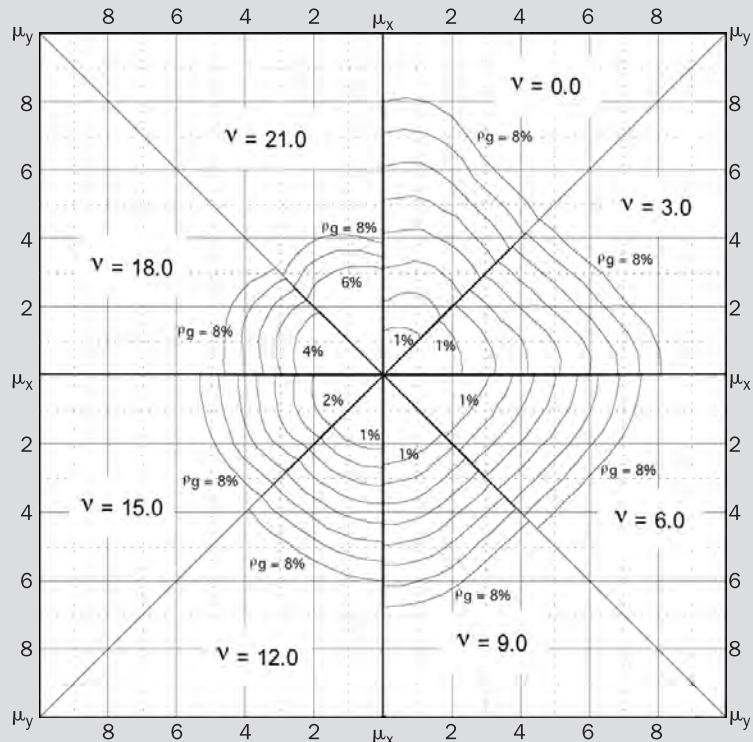
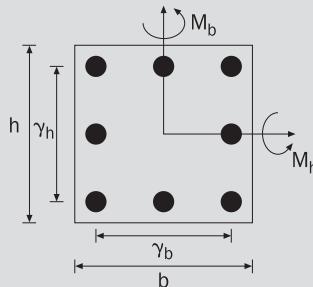
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{\mu_h, \mu_b\}$

$\mu_y = \text{Min} \{\mu_h, \mu_b\}$



L-140 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 35 \text{ MPa}$
 $f_y = 280 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,8$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

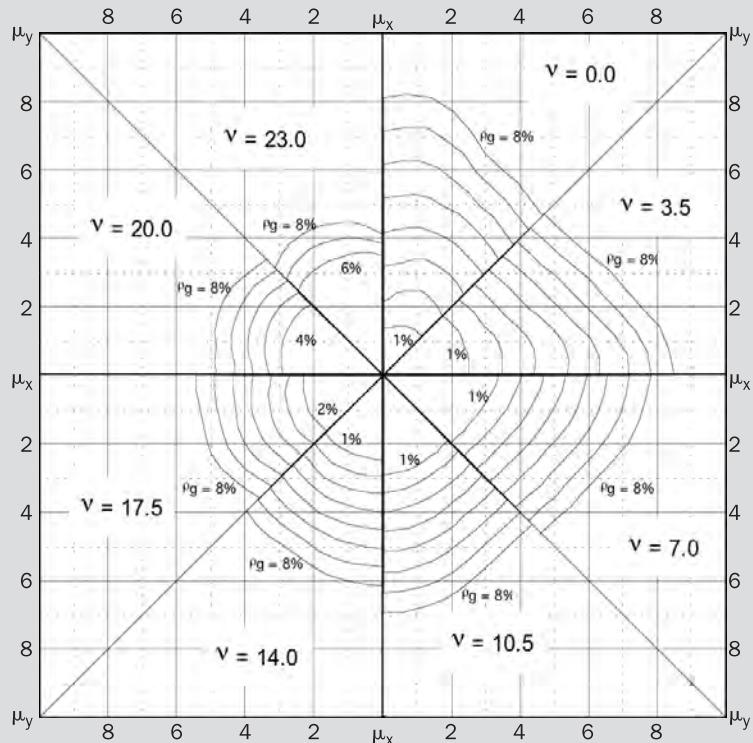
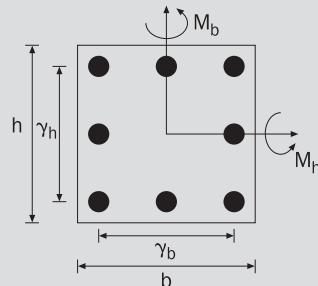
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



L-141 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 20 \text{ MPa}$$

$$f_y = 280 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

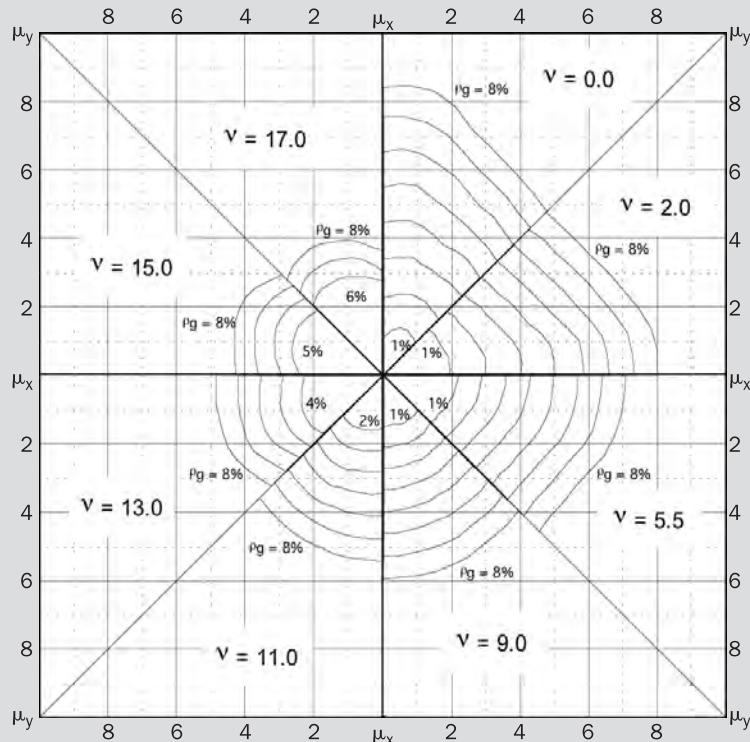
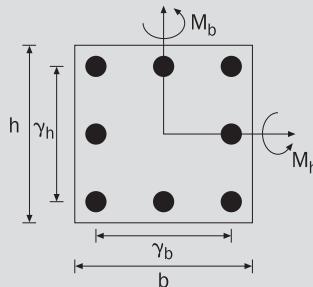
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



L-142 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

$$f_y = 280 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

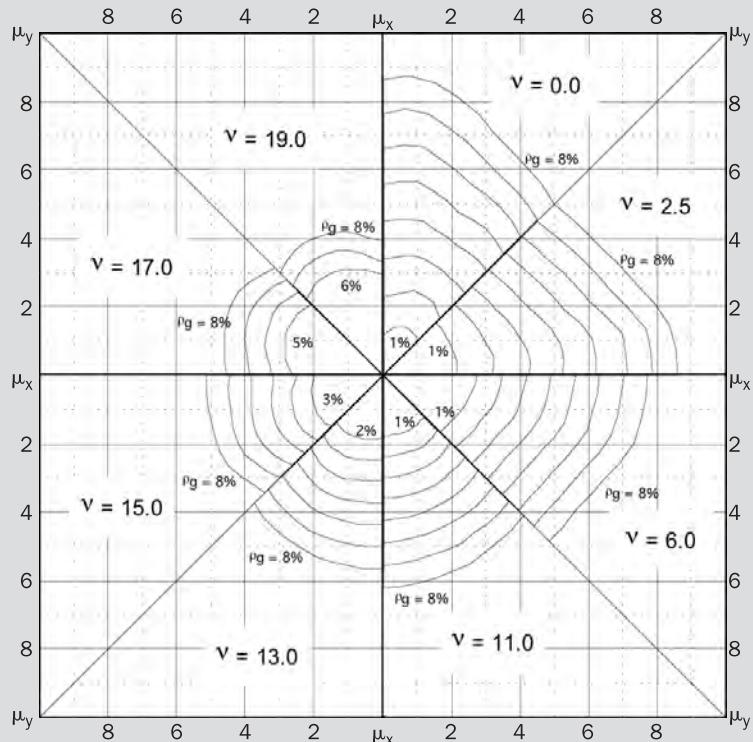
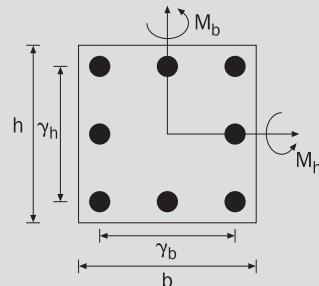
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



L-143 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$**

$$\begin{aligned}f'_c &= 30 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,9\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

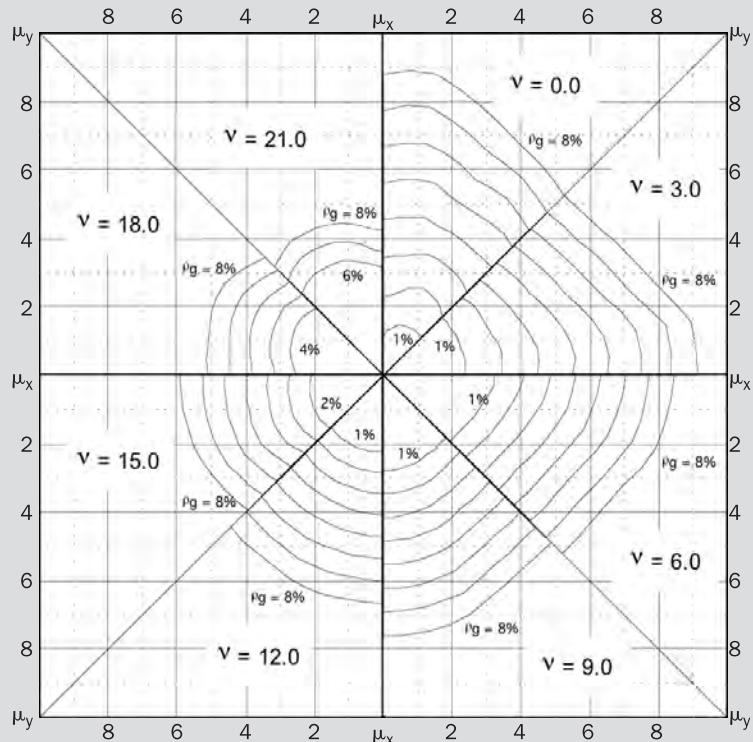
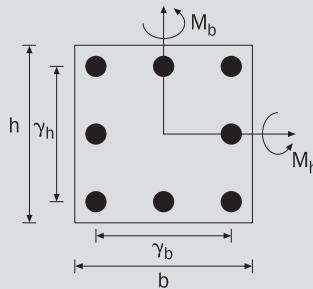
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{\mu_h, \mu_b\}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{\mu_h, \mu_b\}$$



L-144 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas Armadas con 8 Barras; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f_y = 280 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

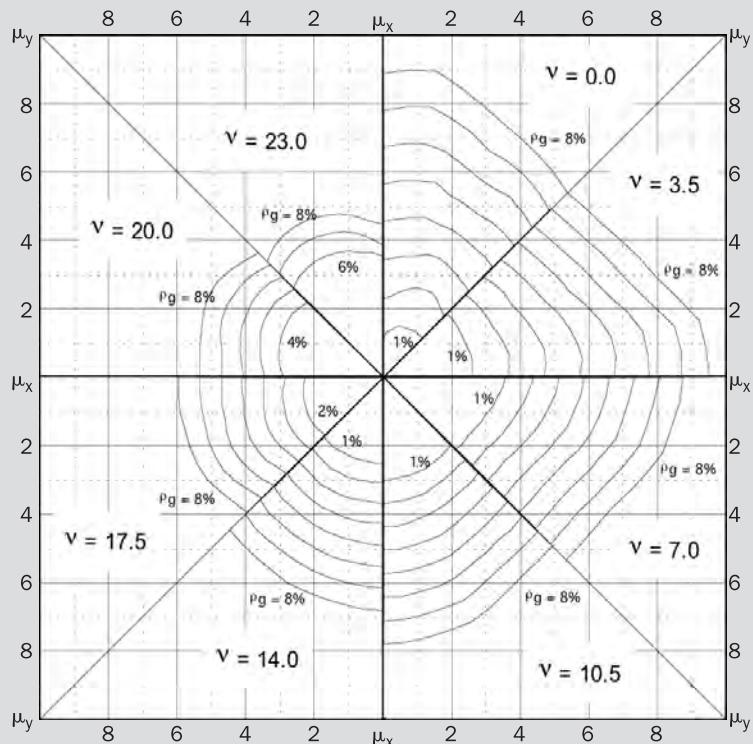
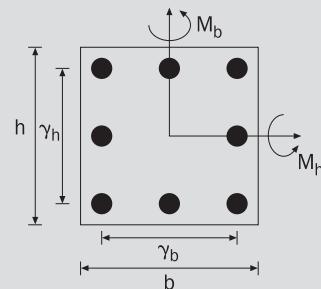
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



M-145 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$**

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,8\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

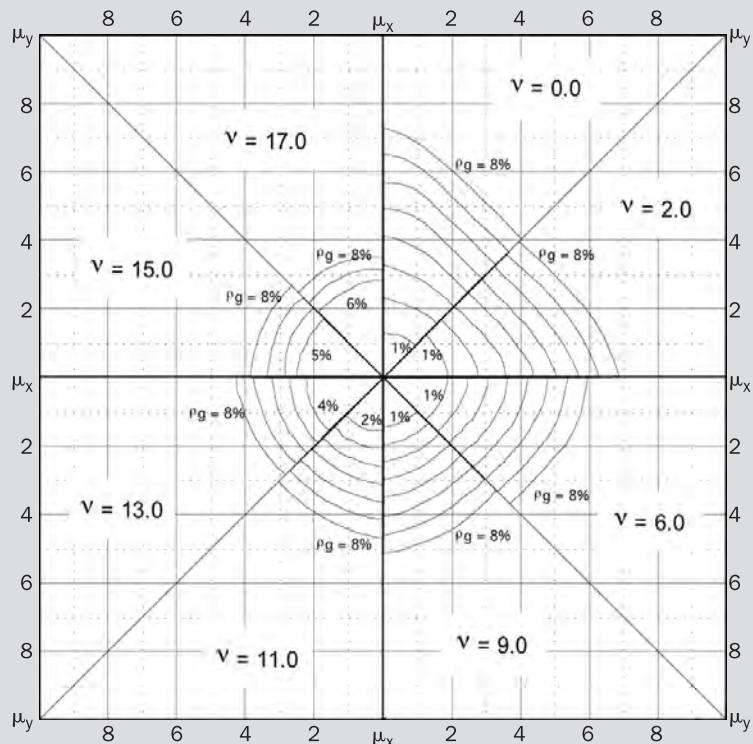
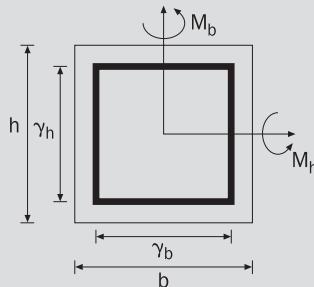
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{\mu_h, \mu_b\}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{\mu_h, \mu_b\}$$



M-146 Diagrama de Flexión Biaxial
Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

$$f_y = 280 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,8$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

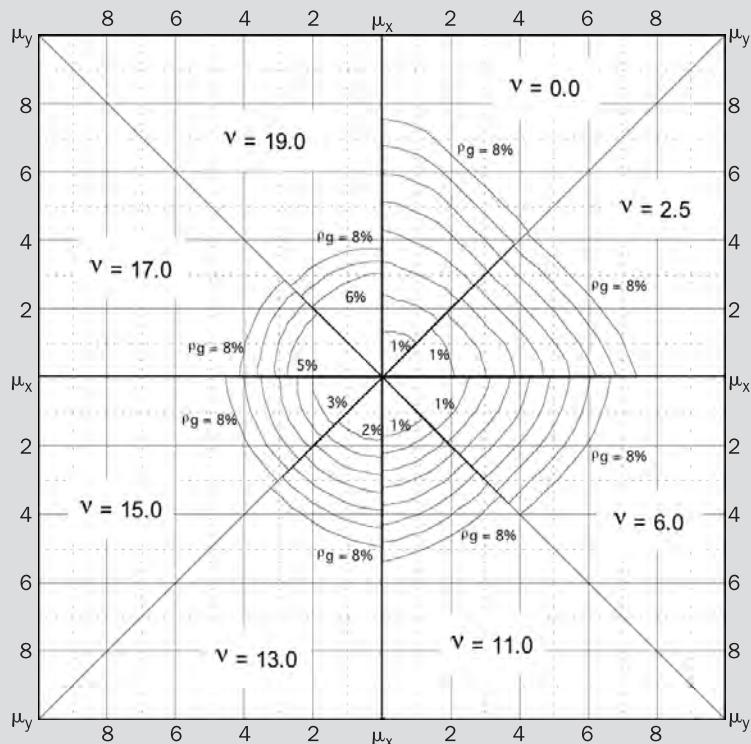
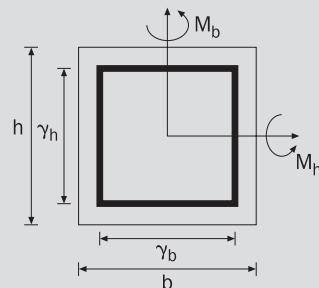
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



M-147 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$
 $f'_c = 30 \text{ MPa}$
 $f_y = 280 \text{ MPa}$
 $\gamma = 0,8$

$A_g = b * h$

$\rho_g = A_s / A_g$

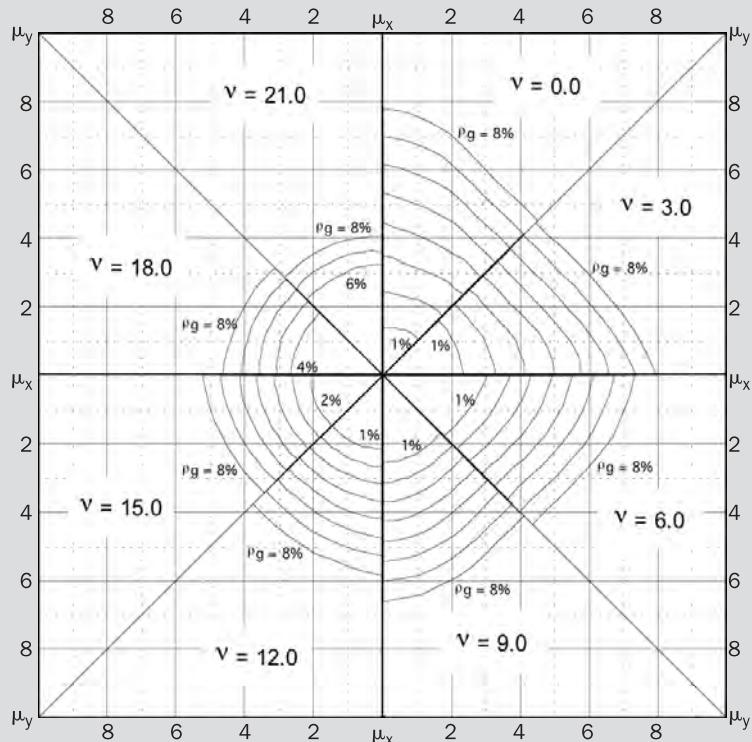
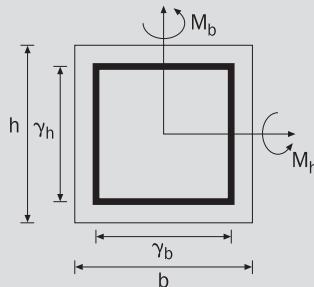
$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$

$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$

$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$

$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$

$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$



M-148 Diagrama de Flexión Biaxial
Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f_y = 280 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,8$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

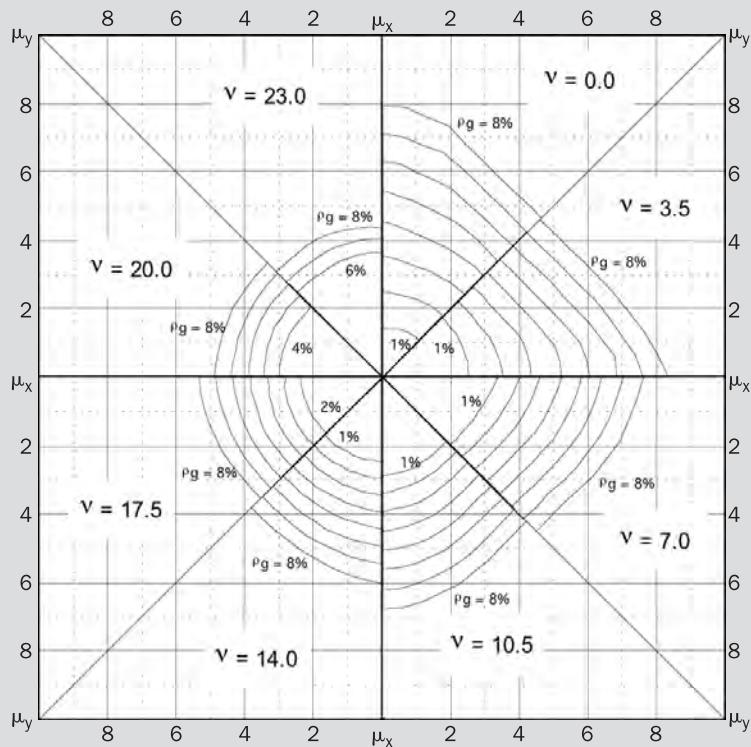
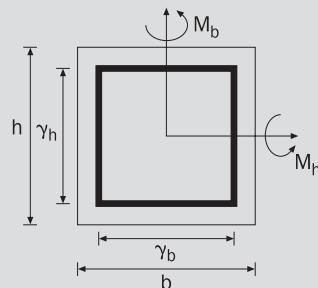
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



M-149 Diagrama de Flexión BiaxialColumnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$\begin{aligned}f'_c &= 20 \text{ MPa} \\f_y &= 280 \text{ MPa} \\\gamma &= 0,9\end{aligned}$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

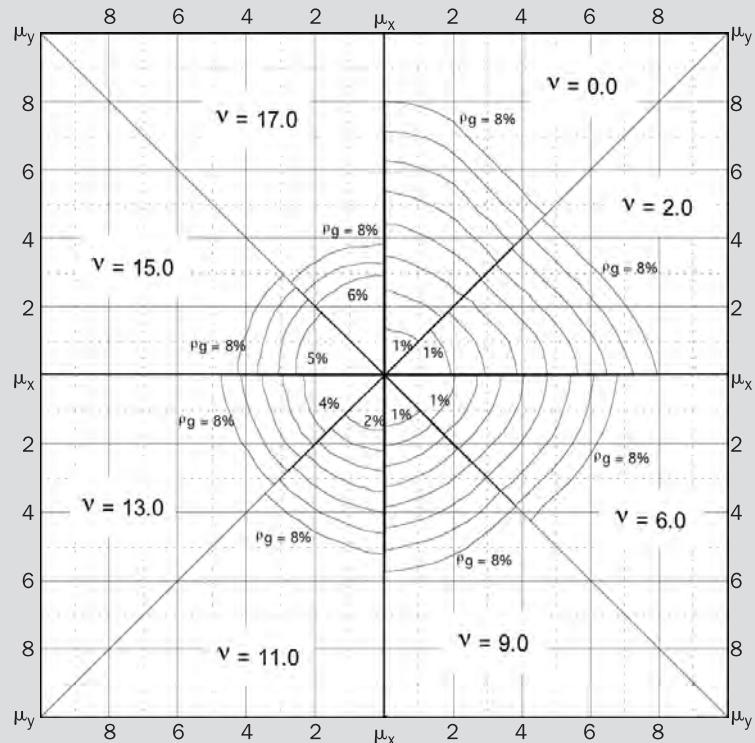
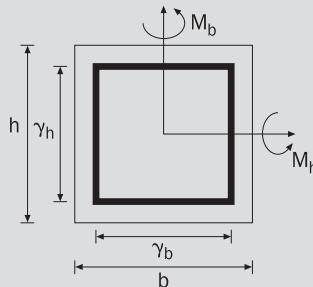
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



M-150 Diagrama de Flexión Biaxial
Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 25 \text{ MPa}$$

$$f_y = 280 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

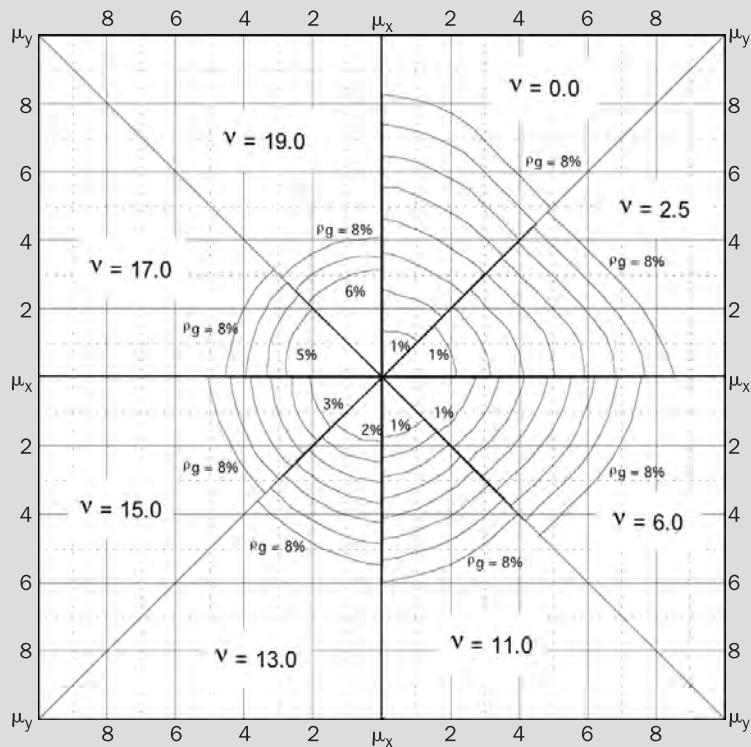
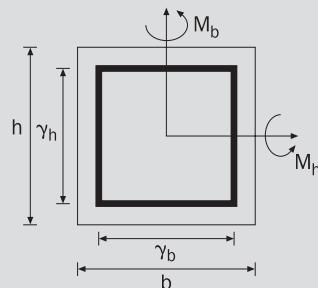
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



M-151 Diagrama de Flexión Biaxial**Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta \rho_g = 1\%$**

$$f'_c = 30 \text{ MPa}$$

$$f_y = 280 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

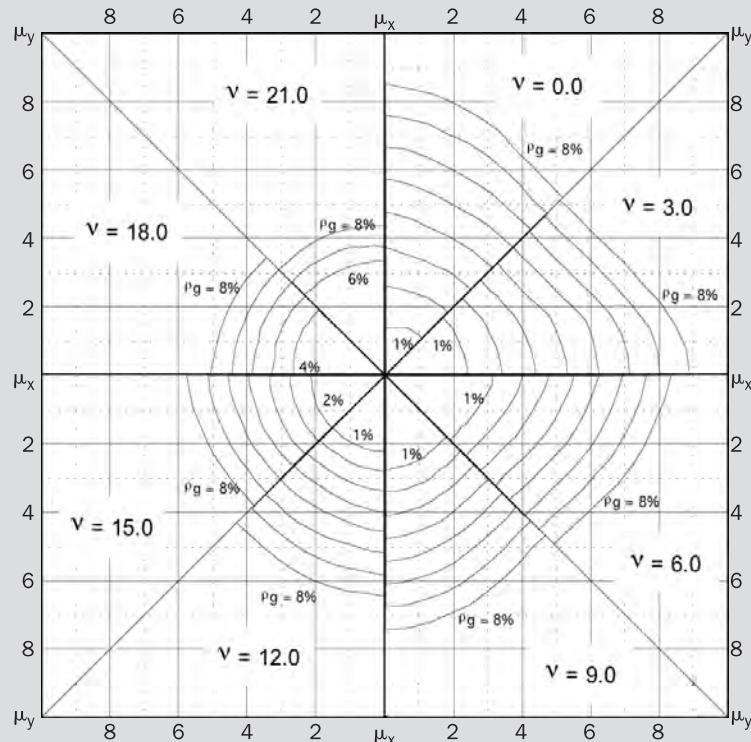
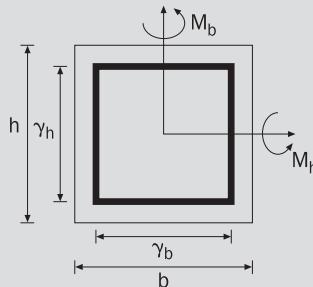
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$v = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



M-152 Diagrama de Flexión Biaxial

 Columnas con Armadura Perimetral; $\Delta\rho_g = 1\%$

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f_y = 280 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 0,9$$

$$A_g = b * h$$

$$\rho_g = A_s / A_g$$

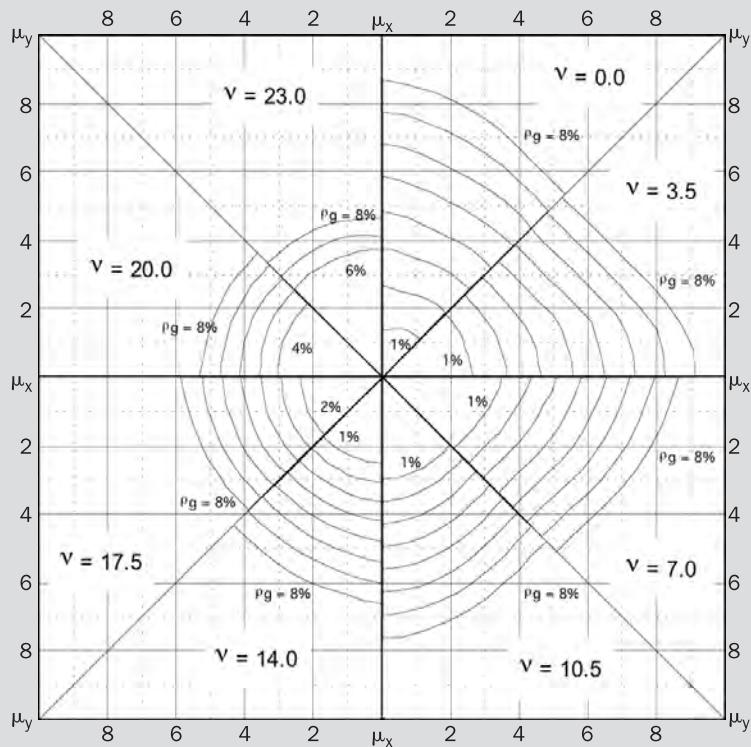
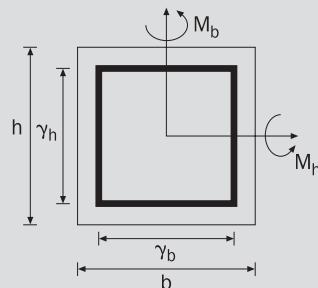
$$\mu_h = M_h / (A_g * h) [\text{MPa}]$$

$$\mu_b = M_b / (A_g * b) [\text{MPa}]$$

$$\nu = P_u / A_g [\text{MPa}]$$

$$\mu_x = \text{Max} \{ \mu_h, \mu_b \}$$

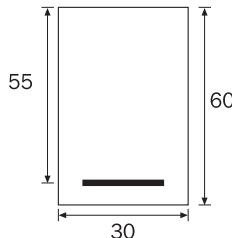
$$\mu_y = \text{Min} \{ \mu_h, \mu_b \}$$



Anexo 1

Otros Ejemplos

Ejemplo 1 Diseñar a flexión la sección de la figura. Considerar hormigón H-30 (90%); acero A63-42H; 35% de cargas vivas y 65% de cargas muertas



Los momentos de servicio son:

- a) $M_s = 15 \text{ T} \cdot \text{m}$
- b) $M_s = 35 \text{ T} \cdot \text{m}$
- c) $M_s = 50 \text{ T} \cdot \text{m}$

De la tabla 2-1 obtenemos los factores de carga:

$$\text{ACI 318-99} \rightarrow U = 1,4 D + 1,7 L = 1,4 * 0,65 + 1,7 * 0,35 = 1,505$$

$$\text{ACI 318-05} \rightarrow U = 1,2 D + 1,6 L = 1,2 * 0,65 + 1,6 * 0,35 = 1,340$$

$$\text{Hormigón: H-30} \rightarrow f'_c = 25 \text{ MPa} = 2.500 \text{ T/m}^2 ; \beta_1 = 0,85$$

$$\text{Acero: A63-42H} \rightarrow f_y = 420 \text{ MPa} = 4,2 \text{ T/cm}^2$$

$$U_c = 0,85 f'_c b d = 0,85 * 2.500 * 0,3 * 0,55 = 350,63 \text{ T}$$

Con los datos que tenemos los valores de ξ_{lim} y μ_{lim} son, respectivamente:

$$\text{ACI 318-99} \rightarrow \xi_{\text{lim}} = 0,4412 ; \mu_{\text{lim}} = 0,3047$$

$$\text{ACI 318-05} \rightarrow \xi_{\text{lim}} = 0,4286 ; \mu_{\text{lim}} = 0,2979$$

a) $M_s = 15 \text{ T} \cdot \text{m}$

Según ACI 318-99

$$M_u = 1,505 * 15 = 22,58 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$\phi = 0,9$$

$$\mu = \frac{22,58}{0,9 * 350,63 * 0,55} = 0,1301 < \mu_{\text{lim}} = 0,3047$$

$A'_s = 0$ (según el cálculo no requiere armadura a compresión para compensar el momento).

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,1301} = 0,1399$$

$$\omega = \frac{A_s f_y}{U_c} \rightarrow A_s = \frac{0,1399 * 350,63}{4,2} = 11,68 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \min} = \frac{\sqrt{f'_c}}{4 f_y} b_w d \geq \frac{1,4}{f_y} b_w d$$

$$\frac{1,4}{f_y} b_w d = \frac{1,4 * 30 * 55}{420} = 5,5 \text{ cm}^2$$

$$\frac{\sqrt{f'_c}}{4 f_y} b_w d = \frac{30 * 55 * \sqrt{25}}{4 * 420} = 4,91 \text{ cm}^2 < 5,5 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{s \ min} = 5,5 \text{ cm}^2$$

$$A_s \text{ proporcionado} = 1,33 * A_s \text{ requerida} = 1,33 * 11,68 = 15,53 \text{ cm}^2$$

A_s debe ser mayor o igual que el mínimo entre $5,50 \text{ cm}^2$ y $15,53 \text{ cm}^2$.

$$A_s = 11,68 \text{ cm}^2 > 5,5 \text{ cm}^2 \text{ OK}$$

(2φ28 = 12,32 cm²)

Según ACI 318-05

$$M_u = 1,340 * 15 = 20,1 \text{ T - m}$$

- 1^a iteración

Sea $\xi = \xi_{\lim} = 0,4286$

$$\rightarrow \phi = \frac{0,25}{0,4286} + 0,233 = 0,816$$

$$\mu = \frac{20,1}{0,816 * 350,63 * 0,55} = 0,1277 < \mu_{\lim} = 0,2979$$

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{\beta_1} = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 * 0,1277}}{0,85} = 0,1613$$

- 2^a iteración

Sea $\xi = 0,1613$

$$\rightarrow \phi = \frac{0,25}{0,1613} + 0,233 = 1,783 > 0,9 \rightarrow \phi = 0,9$$

$$\mu = \frac{20,1}{0,9 * 350,63 * 0,55} = 0,1158 < \mu_{\text{lim}} = 0,2979$$

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 * 0,1158}}{0,85} = 0,1452$$

- 3^a iteración

Sea $\xi = 0,1452$

$$\rightarrow \phi = \frac{0,25}{0,1452} + 0,233 = 1,955 > 0,9 \rightarrow \phi = 0,9 \text{ OK}$$

Como se volvió al valor de $\phi = 0,9$, finalmente $\mu = 0,1158 < \mu_{\text{lim}} = 0,2979$

$$\mathbf{A}'_s = \mathbf{0}$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,1158} = 0,1234$$

$$A_s = \frac{0,1234 * 350,63}{4,2} = 10,30 \text{ cm}^2 > 5,5 \text{ cm}^2 \text{ OK (chequeo de armadura mínima)}$$

$$(2\phi 28 = 12,32 \text{ cm}^2)$$

b) $M_s = 35 \text{ T} \cdot \text{m}$

Según ACI 318-99

$$M_u = 1,505 * 35 = 52,68 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$\phi = 0,9$$

$$\mu = \frac{52,68}{0,9 * 350,63 * 0,55} = 0,3035 < \mu_{\text{lim}} = 0,3047$$

$$\mathbf{A}'_s = \mathbf{0}$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,3035} = 0,3731$$

$$\rightarrow A_s = \frac{0,3731 * 350,63}{4,2} = 31,15 \text{ cm}^2$$

$$(3\phi 36 = 30,54 \text{ cm}^2)$$

Según ACI 318-05

$$M_u = 1,340 * 35 = 46,9 \text{ T} \cdot \text{m}$$

- 1^a iteración

Sea $\xi = \xi_{\lim} = 0,4286$

$\rightarrow \phi = 0,816$

$$\mu = \frac{46,9}{0,816 * 350,63 * 0,55} = 0,2980 > \mu_{\lim} = 0,2979$$

$$\xi = \xi_{\lim}$$

$$\delta' = 5/55 = 0,0909$$

$$\omega' = \frac{\mu - \mu_{\lim}}{1 - \delta'} = \frac{0,2980 - 0,2979}{1 - 0,0909} = 0,0001$$

$$\beta_1 \xi_{\lim} = 0,85 * 0,4286 = 0,3643$$

$$\omega = \beta_1 \xi_{\lim} + \omega' = 0,3643 + 0,0001 = 0,3644$$

$$A'_s = \frac{0,0001 * 350,63}{4,2} = 0,01 \text{ cm}^2 \approx 0$$

$$A_s = \frac{0,3644 * 350,63}{4,2} = 30,42 \text{ cm}^2$$

(3φ32 = 30,54 cm²)

c) $M_s = 50 \text{ T} \cdot \text{m}$

Según ACI 318-99

$$M_u = 1,505 * 50 = 75,25 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$\phi = 0,9$$

$$\mu = \frac{75,25}{0,9 * 350,63 * 0,55} = 0,4336 > \mu_{\lim} = 0,3047$$

$$\omega = \frac{\mu - \mu_{\lim}}{1 - \delta'} = \frac{0,4336 - 0,3047}{1 - 0,0909} = 0,1418$$

$$\beta_1 \xi_{\text{lim}} = 0,85 * 0,4412 = 0,3750$$

$$\omega = \beta_1 \xi_{\text{lim}} + \omega' = 0,3750 + 0,1418 = 0,5168$$

$$A'_s = \frac{0,1418 * 350,63}{4,2} = 11,84 \text{ cm}^2 (\mathbf{3\phi 22 = 11,40 \text{ cm}^2})$$

$$A_s = \frac{0,5168 * 350,63}{4,2} = 43,14 \text{ cm}^2 (\text{se necesitará una 2ª Capa})$$

$$(3\phi 32 [1^\circ C] + 3\phi 28 [2^\circ C] = 42,6 \text{ cm}^2)$$

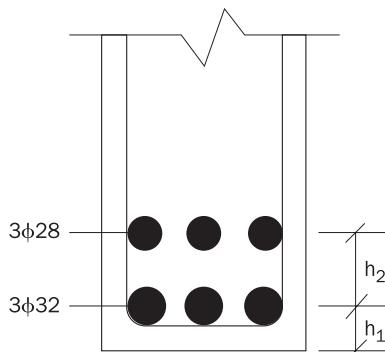
Recalcularemos la altura útil, para corregir la armadura

Según ACI 318 (secciones 7.6.1 y 7.6.2); el espaciamiento libre s entre barras longitudinales debe cumplir con:

- $s \geq \max \{d_b, 25 \text{ mm}\}$; para barras paralelas de una misma capa.

- $s \geq 25 \text{ mm}$; para barras de capas superiores que deben colocarse sobre las de capas inferiores.

Y bajo condiciones normales, el recubrimiento mínimo para la armadura transversal de vigas es de 20 mm.



$$h_1 = \text{rec} + \phi 10 \text{ (estribo)} + \frac{1}{2} \phi 32 \\ = 2 + 1 + 1,6 = 4,6 \text{ cm}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \phi 32 + 2,5 + \frac{1}{2} \phi 28 \\ = 1,6 + 2,5 + 1,4 = 5,5 \text{ cm}$$

Recalculemos la altura útil para corregir la armadura.

Arm.	d'	área	d' x área
3φ32	4,6	24,13	111,00
3φ28	10,1	18,47	186,55
Σ	-	42,6	297,55

$$d' = \frac{297,55}{42,6} = 7,0 \text{ cm} \rightarrow d_{\text{real}} = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

La corrección a realizar es la siguiente:

$$A_{\text{requerida}} = A_{\text{colocada}} * \frac{d_{\text{supuesto}}}{d_{\text{real}}}$$

$$\rightarrow A_{\text{requerida}} = \frac{42,6 * 55}{53} = 44,21 \text{ cm}^2$$

$$(3\phi 32 [1^\circ C] + 3\phi 28 [2^\circ C] = 42,6 \text{ cm}^2)$$

Chequeemos si se respeta la distancia libre entre barras de una misma capa:

$$s = \frac{30 - (2 \text{ rec} + 2E\phi 10 + 3\phi 32)}{2} = \frac{30 - (2 * 2 + 2 * 1 + 3 * 3,2)}{2} = 7,2 \text{ cm}$$

$$\max \{db, 25 \text{ mm}\} = 3,6 \text{ cm}$$

$$s > 3,6 \text{ cm } \mathbf{OK}$$

Según ACI 318-05

$$M_u = 1,34 * 50 = 67 \text{ T} \cdot \text{m}$$

- 1^a iteración

$$\text{Sea } \xi = \xi_{\text{lim}} = 0,4286$$

$$\rightarrow \phi = 0,816$$

$$\mu = \frac{67}{0,816 * 350,63 * 0,55} = 0,4258 > \mu_{\text{lim}} = 0,2979$$

$$\xi = \xi_{\text{lim}}$$

$$\delta' = 5/55 = 0,0909$$

$$\rightarrow \omega' = \frac{\mu - \mu_{\text{lim}}}{1 - \delta'} = \frac{0,4258 - 0,2979}{1 - 0,0909} = 0,1407$$

$$\beta_1 \xi_{\text{lim}} = 0,85 * 0,4286 = 0,3643$$

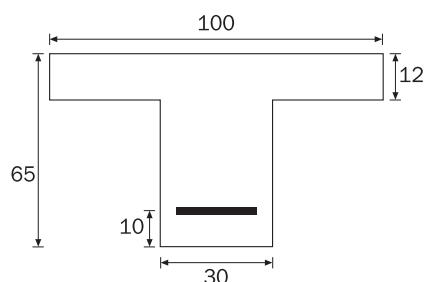
$$\omega = \beta_1 \xi_{\text{lim}} + \omega' = 0,3643 + 0,1407 = 0,505$$

$$A'_{\text{s}} = \frac{0,1407 * 350,63}{4,2} = 11,75 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{s}} = \frac{0,505 * 350,63}{4,2} = 42,16 \text{ cm}^2$$

$$(3\phi 32 [1^{\circ}\text{C}] + 3\phi 28 [2^{\circ}\text{C}] = 42,6 \text{ cm}^2)$$

Ejemplo 2 Diseñar la siguiente viga T. Considerar:



Acero: A63-42H

Hormigón: H25

40 % cargas vivas

60 % cargas muertas

$$M(+)_s = 60 \text{ T} \cdot \text{m}$$

Datos:

Acero: A63-42H $\rightarrow f_y = 420 \text{ MPa} = 4,2 \text{ T/cm}^2$

Hormigón: H25 $\rightarrow f'_c = 20 \text{ MPa} = 2.000 \text{ T/m}^2 ; \beta_1 = 0,85$

40% cargas vivas

60% cargas muertas

Combinaciones estáticas :

$$\text{ACI 318-99} \rightarrow U = 1,4 * 0,6 + 1,7 * 0,4 = 1,52$$

$$\text{ACI 318-05} \rightarrow U = 1,2 * 0,6 + 1,6 * 0,4 = 1,36$$

$$M(+)_s = 60 \text{ T} \cdot \text{m}$$

Como el momento es positivo, supondremos que se comporta como viga T y después verificaremos.

ACI 318-99

$$M_u = 60 * 1,52 = 91,2 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$\phi = 0,9$$

$$\xi_{lim} = 0,4412$$

$$M_{lim} = 0,85 \phi f'_c \left[\beta_1 \xi_{lim} b_w d^2 \left(1 - \frac{\beta_1 \xi_{lim}}{2} \right) + h_f (b - b_w) \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \right]$$

$$M_{lim} = 0,85 * 0,9 * 2.000 * \left[0,85 * 0,4412 * 0,3 * (0,55)^2 \left(1 - \frac{0,85 * 0,4412}{2} \right) + 0,12 * (1,0 - 0,3) \left(0,55 - \frac{0,12}{2} \right) \right]$$

$$M_{lim} = 105,28 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$M_u < M_{lim}$$

$$A'_s = 0$$

$$A_{sf} = \frac{0,85 f'_c h_f (b - b_w)}{f_y} = \frac{0,85 * 2.000 * 0,12 * (1,0 - 0,3)}{4,2} = 34,0 \text{ cm}^2$$

$$M_{n1} = A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = 34,0 * 4,2 \left(0,55 - \frac{0,12}{2} \right) = 69,97 \text{ T} \cdot \text{m}$$

- 1^a iteración:

$$a = h_f = 12 \text{ cm}$$

$$M_{n2} = \frac{M_u}{\phi} - M_{n1} = \frac{91,2}{0,9} - 69,97 = 31,36 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$M_{n2} = (A_s - A_{sf}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \rightarrow (A_s - A_{sf}) = \frac{31,36}{4,2 \left(0,55 - \frac{0,12}{2} \right)} = 15,23 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) f_y}{0,85 f'_c b_w} = \frac{15,23 * 420}{0,85 * 20 * 30} = 12,5 \text{ cm} > h_f \text{ OK, se comporta como T}$$

- 2^a iteración:

$$a = 12,5 \text{ cm} \rightarrow (A_s - A_{sf}) = \frac{31,36}{4,2 \left(0,55 - \frac{0,125}{2} \right)} = 15,32 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{15,32 * 420}{0,85 * 20 * 30} = 12,6 \text{ cm}$$

- 3^a iteración:

$$a = 12,6 \text{ cm} \rightarrow (A_s - A_{sf}) = \frac{31,36}{4,2 \left(0,55 \cdot \frac{0,126}{2} \right)} = 15,33 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{15,32 * 420}{0,85 * 20 * 30} = 12,6 \text{ cm} \quad \text{OK}$$

Finalmente $A_s - A_{sf} = 15,33 \text{ cm}^2$

$A_{sf} = 34,00 \text{ cm}^2$

$$\therefore A_s = 15,33 + 34,00 = 49,33 \text{ cm}^2$$

(3Φ32 [1º C] + 3Φ32 [2º C] = 48,25 cm²)

ACI 318-05

$$M_u = 60 * 1,36 = 81,6 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$\xi_{lim} = 0,4286 \rightarrow \phi (\xi = \xi_{lim}) = \frac{0,25}{0,4286} + 0,233 = 0,816$$

$$M_{lim} = 0,85 * 0,816 * 2.000 * \left[0,85 * 0,4286 * 0,3 * (0,55)^2 \left(1 - \frac{0,85 * 0,4286}{2} \right) + 0,12 * (1,0 - 0,3) \left(0,55 \cdot \frac{0,12}{2} \right) \right]$$

$$M_{lim} = 94,61 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$M_u < M_{lim}$$

$$A'_s = 0$$

$$A_{sf} = \frac{0,85 f'_c h_f (b - b_w)}{f_y} = \frac{0,85 * 2.000 * 0,12 * (1,0 - 0,3)}{4,2} = 34,0 \text{ cm}^2$$

$$M_{n1} = A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right) = 34,0 * 4,2 \left(0,55 \cdot \frac{0,12}{2} \right) = 69,97 \text{ T} \cdot \text{m}$$

- 1^a iteración:

$$a = h_f = 12 \text{ cm} \rightarrow c = 12/0,85 = 14,1 \text{ cm} \rightarrow \xi = 14,1/55 = 0,256 \\ \rightarrow \phi = 0,25/0,256 + 0,233 = 1,21 > 0,9 \rightarrow \phi = 0,9$$

$$M_{n2} = \frac{M_u}{\phi} - M_{n1} = \frac{81,6}{0,9} - 69,97 = 20,70 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$M_{n2} = (A_s - A_{sf}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \rightarrow (A_s - A_{sf}) = \frac{20,70}{4,2 \left(0,55 - \frac{0,12}{2} \right)} = 10,06 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) f_y}{0,85 f'_c b_w} = \frac{10,06 * 420}{0,85 * 20 * 30} = 8,3 \text{ cm} < h_f$$

- 2^a iteración:

$$a = 8,3 \text{ cm} \rightarrow c = 8,3/0,85 = 9,8 \text{ cm} \rightarrow \xi = 9,8/55 = 0,178 \\ \rightarrow \phi = 0,25/0,178 + 0,233 = 1,64 > 0,9 \rightarrow \phi = 0,9 \rightarrow M_{n2} = 20,72 \text{ T} \cdot \text{m}$$

$$a = 8,3 \text{ cm} \rightarrow (A_s - A_{sf}) = \frac{20,70}{4,2 \left(0,55 - \frac{0,083}{2} \right)} = 9,69 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{9,69 * 420}{0,85 * 20 * 30} = 8,0 \text{ cm} \quad (\text{se comporta como rectangular})$$

Analizando como viga rectangular

$$U_c = 0,85 f'_c b d = 0,85 * 2.000 * 1 * 0,55 = 935 \text{ T}$$

- 1^a iteración

$$\phi = 0,9$$

$$\mu = \frac{81,6}{0,9 * 935 * 0,55} = 0,1763 < \mu_{\lim} = 0,2979$$

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{\beta_1} = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 * 0,1763}}{0,85} = 0,2299$$

- 2^a iteración

$$\xi = 0,2299$$

$$\rightarrow \phi = 0,25/0,2299 + 0,233 = 1,21 > 0,9 \rightarrow \phi = 0,9$$

$$\mu = \frac{81,6}{0,9 * 935 * 0,55} = 0,1763 < \mu_{\text{lim}} = 0,2979$$

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2 * 0,1763}}{0,85} = 0,2299$$

- 3^a iteración

$$\rightarrow \phi = 0,25/0,2299 + 0,233 = 1,32 > 0,9 \rightarrow \phi = 0,9 \text{ OK}$$

$$\mu = 0,1763 < \mu_{\text{lim}} = 0,2979$$

$$\xi = 0,2299 \rightarrow c = \xi * d = 0,2299 * 55 = 12,6 \text{ cm}$$

$\rightarrow a = \beta_1 c = 0,85 * 12,6 = 10,7 \text{ cm}$ OK, se comporta como viga rectangular.

$$\mathbf{A}' = \mathbf{0}$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,1763} = 0,1954$$

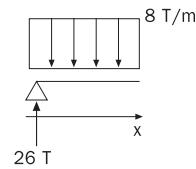
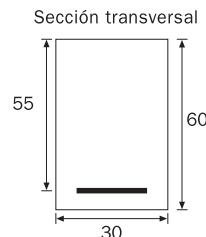
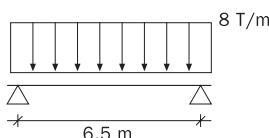
$$A_s = \frac{U_c \omega}{f_y} = \frac{935 * 0,1954}{4,2} = 43,50 \text{ cm}^2 \quad (3\phi 32 [1^\circ\text{C}] + 3\phi 28 [2^\circ\text{C}] = 42,6 \text{ cm}^2)$$

Ejemplo 3 Diseñar a corte la viga de la figura. Considerar hormigón H-30 (90%); acero A63-42H; 30% de cargas vivas y 70% de cargas muertas

R : reacción en apoyo

$$R = \frac{8 * 6,5}{2} = 26 \text{ T}$$

$$V(x) = 26 - 8x$$



$$V_c = \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_w * d = \frac{1}{6} * \sqrt{25} * 100 * 0,3 * 0,55 = 13,75 \text{ T}$$

(para el cálculo anterior se hizo el siguiente cambio de unidades: 1 MPa = 100 T/m²)

$$\frac{2}{3} \sqrt{f'_c} b_w * d = 4 V_c = 4 * 13,75 = 55,0 \text{ T}$$

$$\frac{1}{3} \sqrt{f'_c} b_w * d = 2 V_c = 2 * 13,75 = 27,5 \text{ T}$$

De la condición de diseño, obtenemos: $V_n = V_u / \phi$

Combinaciones de cargas estáticas

ACI 318-99: $U = 1,4 D + 1,7 L = 1,4 * 0,7 + 1,7 * 0,3 = 1,49$

$$V_u = 1,49 (26 - 8x) = 38,74 - 11,92x$$

$$\phi = 0,85 \rightarrow V_n = 45,58 - 14,02x$$

ACI 318-05: $U = 1,2 D + 1,6 L = 1,2 * 0,7 + 1,6 * 0,3 = 1,32$

$$V_u = 1,32 (26 - 8x) = 34,32 - 10,56x$$

$$\phi = 0,75 \rightarrow V_n = 45,76 - 14,08x$$

Si usamos estribos $\phi 10$, con dos ramas: $A_v = \frac{2 * \pi * 1^2}{4} = 1,57 \text{ cm}^2$

De la ecuación (4-5), se obtiene que:

$$s = \frac{A_v * f_y * d}{V_n - V_c}$$

Según ACI 318-99

Para $x = d$ (a una distancia "d" del apoyo)

$$V_n (x = d) = 45,58 - 14,02 * 0,55 = 37,87 \text{ T}$$

$$V_s = V_n - V_c \rightarrow V_s (x = d) = 37,87 - 13,75 = 24,12 \text{ T} < 4 V_c = 55 \text{ T} \text{ OK}$$

$$s = \frac{1,57 * 4,2 * 50}{24,12} = \frac{362,67}{24,12} = 15,0 \text{ cm} \rightarrow s = 15 \text{ cm}$$

Como $V_s = 24,12 < 2 V_c = 27,5 \text{ T} \rightarrow s \leq \min \{d/2, 60 \text{ cm}\} = 27,5 \text{ cm}$

$$\text{Y de la ecuación (4-7): } \frac{A_v \min}{s} = 0,0625 \sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_y} \geq 0,35 \frac{b_w}{f_y}$$

$$0,35 \frac{b_w}{f_y} = \frac{0,35 * 30}{420} = 0,025 \text{ cm}$$

$$0,0625 \sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_y} = \frac{0,0625 * \sqrt{25} * 30}{420} = 0,022 \text{ cm} < 0,025 \text{ cm}$$

$$\rightarrow \frac{A_v}{s} \geq 0,025 \text{ cm} \rightarrow s \leq \frac{1,57}{0,025} = 62,8 \text{ cm}$$

Finalmente: $s_{\max} = \min \{27,5; 62,8\} \rightarrow s_{\max} = 27 \text{ cm}$

$$V_u = \frac{\phi V_c}{2} \rightarrow 38,74 \cdot 11,92x = \frac{0,85 * 13,75}{2} \rightarrow x = 2,76 \text{ m}$$

$$\text{Como } s = \frac{A_v * f_y * d}{V_n - V_c}$$

$$s = \frac{362,67}{31,83 - 14,02x}$$

$$\text{Si } s = s_{\max} = 27 \text{ cm} \rightarrow \frac{362,67}{31,83 - 14,02x} = 27 \rightarrow x = 1,31 \text{ m}$$

Entonces se usará espaciado máximo para: $1,31 < x < 2,76$

Y consideremos un espaciado $s = 20 \text{ cm}$.

$$\frac{362,67}{31,83 - 14,02x} = 20 \rightarrow x = 0,98 \text{ m}$$

Para $0,98 < x < 1,31$: $s = 20 \text{ cm}$.

El 1^{er} estribo va a $s/2 (=7 \text{ cm.})$ del apoyo.



Según ACI 318-05

Para $x = d$ (a una distancia "d" del apoyo)

$$V_n(x = d) = 45,76 - 14,08 * 0,55 = 38,02 \text{ T}$$

$$V_s = V_n - V_c \rightarrow V_s(x = d) = 38,02 - 13,75 = 24,27 \text{ T} < 4 V_c = 55 \text{ T OK}$$

$$s = \frac{362,67}{24,27} = 14,9 \text{ cm} \rightarrow s = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Como } V_s = 24,27 < 2 V_c = 27,5 \text{ T} \quad s \leq \min\{d/2, 60 \text{ cm}\} = 27,5 \text{ cm}$$

$$\text{Y de la ecuación (3-42): } \frac{A_{v \min}}{s} = \frac{3b_w}{f_y}$$

$$\frac{b_w}{3f_y} = \frac{30}{3 * 420} = 0,024 \text{ cm}$$

$$\rightarrow \frac{A_v}{s} \geq 0,024 \text{ cm} \rightarrow s \leq \frac{1,57}{0,024} = 65,4 \text{ cm}$$

$$\text{Finalmente } s_{\max} = \min\{27,5; 62,8\} \rightarrow s_{\max} = 27 \text{ cm}$$

$$V_u = \frac{\phi V_c}{2} \rightarrow 34,32 - 10,56x = \frac{0,85 * 13,75}{2} \rightarrow x = 2,70 \text{ m}$$

$$\text{Como } s = \frac{A_v * f_y * d}{V_n - V_c} = \frac{362,67}{32,01 - 14,08x}$$

$$\text{Si } s = s_{\max} = 27 \text{ cm} \rightarrow \frac{362,67}{32,01 - 14,08x} = 27 \text{ cm} \rightarrow x = 1,31 \text{ m}$$

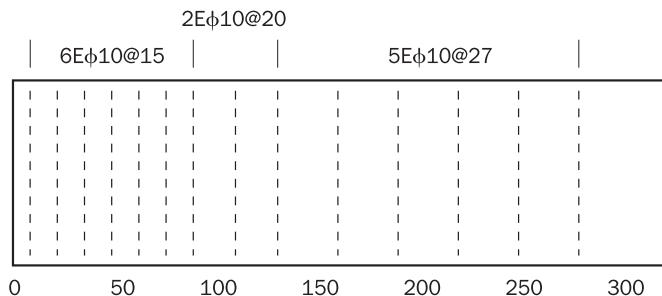
Entonces se usará espaciamiento máximo para: $1,32 < x < 2,70$

Y consideremos un espaciamiento $s = 20 \text{ cm}$.

$$\frac{362,67}{31,83 - 14,08x} = 20 \rightarrow x = 0,99 \text{ m}$$

Para $0,99 < x < 1,32$: $s = 20 \text{ cm}$.

Claramente se observa que no hubo una variación importante en el diseño.



Ejemplo 4 Chequear deformación en la siguiente viga

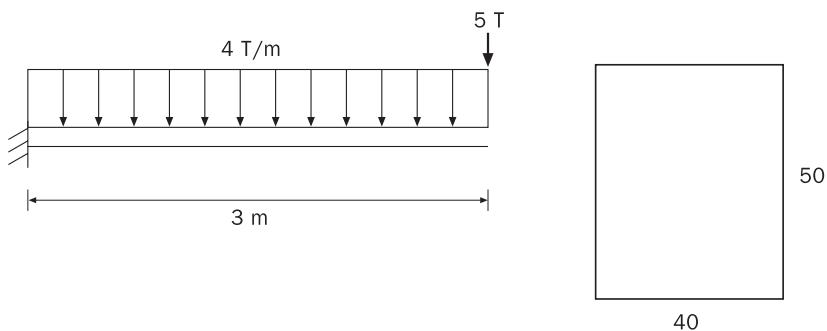
Considerar: 65% Cargas Permanentes

35% Sobre carga

Acero A63-42H

Hormigón H-30 (considerar ($\beta_1 = 0,85$)

La viga soporta elementos no estructurales susceptibles de dañarse con grandes deformaciones.



$$M = P\ell + \frac{q\ell^2}{2} = 5 * 3 + 4 * 3^2 / 2 = 15 + 18 = 33 \text{ T - m}$$

Consideraremos d = 75 cm

ACI 318-05

Según la sección 5.8.2 de la norma NCh 433 Of.96, los esfuerzos en voladizos deben ser aumentados en un 30%.

$$U = 1,4 D + 1,7 L = 1,4 * 0,65 + 1,7 * 0,35 = 1,505$$

$$M_u = 33 * 1,505 * 1,3 = 64,56 \text{ T - m}$$

$$U_c = 0,85 f'_c b d = 0,85 * 2.500 * 0,4 * 0,45 = 382,5 \text{ T}$$

- 1^a iteración

$$\xi = \xi_{lim} = 0,4286 \rightarrow \phi = 0,25/0,4286 + 0,233 = 0,816$$

$$\mu = \frac{64,56}{0,816 * 382,5 * 0,45} = 0,4596 > \mu_{lim} = 0,2979 \rightarrow \xi = \xi_{lim} = 0,4286 (\text{OK})$$

$$\delta' = 5/45 = 0,1111$$

$$\omega' = \frac{\mu - \mu_{lim}}{1 - \delta'} = \frac{0,4596 - 0,2979}{1 - 0,1111} = 0,1819$$

$$\omega = \beta_1 \xi_{lim} + \omega' = 0,85 * 0,4286 + 0,1819 = 0,5462$$

$$A_s = \frac{\omega U_c}{f_y} = \frac{0,5462 * 382,5}{4,2} = 49,74 \text{ cm}^2 (\text{3}\phi\text{32 + 3}\phi\text{32 [2°C]} = 48,25 \text{ cm}^2)$$

$$A'_s = \frac{\omega' U_c}{f_y} = \frac{0,1819 * 382,5}{4,2} = 16,57 \text{ cm}^2 (\text{3}\phi\text{32 = 24,13 cm}^2)$$

Chequeo de Deformación

De la ecuación (6-11b) obtenemos que :

$$E_c = 4.700 \sqrt{f'_c} = 4.700 * 5 = 23.500 \text{ MPa}$$

$$E_s = 200.000 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow n = 200.000 / 23.500 = 8,51$$

De la figura 7-1, se obtiene:

$$B = \frac{b}{nA_s} = \frac{40}{8,51 * 48,25} = 0,0974 \text{ cm}^{-1}$$

$$a = \frac{\sqrt{2dB + 1} - 1}{B} = \frac{\sqrt{2 * 45 * 0,0974 + 1} - 1}{0,0974} = 21,8 \text{ cm}$$

$$I_{cr} = \frac{ba^3}{3} + nA_s(d-a)^2 = \frac{40 * 21,8^3}{3} + 8,51 * 48,25 (45 - 21,8)^2 = 359.142 \text{ cm}^4$$

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{40 * 50^3}{12} = 416.667 \text{ cm}^4$$

$$y_t = \frac{h}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}$$

$$f_r = 0,7 \sqrt{f'_c} = 10 * 0,7 * \sqrt{25} = 35 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_{cr} = f_r \frac{I_g}{y_t} = \frac{35 * 416 * 667}{25} = 583.333 \text{ kg-cm} = 5,83 \text{ T-m}$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g$$

$$I_e = \left(\frac{5,83}{33} \right)^3 * 416.667 + \left[1 - \left(\frac{5,83}{33} \right)^3 \right] * 359.142 = 359.459 \text{ cm}^4 > I_g$$

$$\rightarrow I_e = 1.706.667 \text{ cm}^4$$

para calcular la flecha, separaremos los dos estados de carga:

$$\delta = 10^8 * \left(\frac{15 * 3^2}{3 * 23.500 * 359.459} + \frac{18 * 3^2}{4 * 23.500 * 359.459} \right) = 1,01 \text{ cm}$$

$$\text{para el caso considerado } \delta_{adm} = \frac{\ell}{480} = \frac{300}{480} = 0,63 \text{ cm}$$

$$\text{en el punto de apoyo: } p' = \frac{24,13}{40 * 45} = 0,0134$$

$$\xi = 2,0 \text{ (para más de 5 años)} \rightarrow \lambda = \frac{2}{1 + 0,0134} = 1,974$$

flecha instantánea debida a sobrecargas: $\delta_L = 0,35 * 1,01 = 0,354 \text{ cm}$

flecha diferida: $\delta_{dif} = 1,974 * 0,65 * 1,01 = 1,296 \text{ cm}$

flecha total: $\delta_{total} = 0,354 + 1,296 = 1,65 \text{ cm} > 0,63 \text{ cm}$

(no cumple con la flecha admisible pese a que tiene la altura mínima que indica la ACI, por lo que se recomienda siempre verificar la deformación).

Anexo 2

Tabla de Conversiones y Área, Masa y Perímetro Barras de Refuerzo

Factores de Conversión de Unidades					
Cantidad	Multiplicar		por	Para obtener	
Longitud	centímetro	cm	0,3937	pulgada	in
	decímetro	dm	0,3281	pié	ft
	kilómetro	km	0,6215	milla terrestre	mill t
	metro	m	1,0936	yarda	yd
	micra	–	0,001	milímetro	mm
	milímetro	mm	10^{-3}	metro	m
	milla náutica	mill n	1,852	kilómetro	km
	pié	ft	12,0	pulgada	in
	pulgada	in	2,540	centímetro	cm
	milésima de pulgada	mils	$2,54 \times 10^{-2}$	milímetro	mm
Espesor	yarda	yd	36,0	pulgada	in
	centímetro cuadrado	cm ²	0,1550	pulgada cuadrada	in ²
	hectárea	há	10^4	metro cuadrado	m ²
	metro cuadrado	m ²	10,76	pié cuadrado	ft ²
	milímetro cuadrado	mm ²	10^{-2}	centímetro cuadrado	cm ²
	pié cuadrado	ft ²	$9,29 \times 10^{-2}$	metro cuadrado	m ²
	pulgada cuadrada	in ²	6,452	centímetro cuadrado	cm ²
	yarda cuadrada	yd ²	9,0	pié cuadrado	ft ²
	centímetro cúbico	cm ³	$6,102 \times 10^{-2}$	pulgada cúbica	in ³
	galón Británico	gl (b)	4,546	litro	lt
Volumen	litro	lt	0,2642	galón US	gl (a)
	metro cúbico	m ³	35,31	pié cúbico	ft ³
	milímetro cúbico	mm ³	10^{-3}	centímetros cúbicos	cm ³
	pié cúbico	ft ³	0,02832	metro cúbico	m ³
	pulgada cúbica	in ³	16,39	centímetros cúbicos	cm ³
	miligramo	mg	10^{-3}	gramo	g
	gramo	g	$35,27 \times 10^{-3}$	onza (avoidupois)	oz-av
Masa	kilogramo	kg	2,205	libra (avoidupois)	lb-av
	tonelada métrica	t	103	kilogramos	kg
	tonelada corta	tc	2×10^3	libra (avoidupois)	lb-av
	onza (avoidupois)	oz-av	28,35	gramo	g
	libra (avoidupois)	lb-av	0,4536	kilogramo	kg
	kilogramo/metro	kg/m	0,6720	libra/pié	lb/ft
	kilogramo/metro	kg/m	$5,6 \times 10^{-2}$	libra/pulgada	lb/in
Masa/unidad de longitud	libra/pié	lb/ft	1,488	kilogramo/metro	kg/m
	libra/pulgada	lb/in	17,86	kilogramo/metro	kg/m

Factores de Conversión de Unidades (Continuación)					
Cantidad	Multiplicar		por	Para obtener	
Masa/unidad de volumen Densidad	gramo/centímetro cúbico	g/cm ³	36,13 x 10 ⁻³	libra/pulgada cúbica	lb/in ³
	kilogramo/metro cúbico	kg/m ³	62,43 x 10 ⁻³	libra/pié cúbico	lb/ft ³
	libra/pulgada cúbica	lb/in ³	27,68	gramo/centímetro cúbico	g/cm ³
	libra/pié cúbico	lb/ft ³	16,02	kilogramo/metro cúbico	kg/m ³
Fuerza	kilogramo-fuerza	kgf	9,807	newton	N
	kilogramo-fuerza	kgf	2,205	libra-fuerza	lbf
	newton	N	0,1020	kilogramo-fuerza	kgf
	libra-fuerza	lbf	0,4536	kilogramo-fuerza	kgf
Fuerza/unidad de Area Presión Tensión	kilogramo-fuerza/ centímetro cuadrado	kgf/cm ²	98,07 x 10 ⁻³	mega pascal	MPa
	kilogramo-fuerza/ centímetro cuadrado	kgf/cm ²	14,22	libra-fuerza/pulgada cuadrada	psi
	mega pascal	Mpa	10,20	kilogramo-fuerza/ centímetro cuadrado	kgf/cm ²
	libra-fuerza/pulgada cuadrada	psi	7,03 x 10 ⁻²	kilogramo-fuerza/ centímetro cuadrado	kgf/cm ²
Momento Flector Torque	kilogramo-fuerza x metro	kgf x m	9,807	Newton x metro	N x m
	kilogramo-fuerza x metro	kgf x m	7,233	libra-fuerza x pié	lbf x ft
	newton x metro	N x m	0,1020	kilogramo-fuerza x metro	kgf x m
	libra-fuerza x pié	lbf x ft	0,1383	kilogramo-fuerza x metro	kgf x m
Angulo	grado	°	17,45 x 10 ⁻³	radián	Rad
	radián	rad	57,30	grado	°
Temperatura	grado Fahrenheit	°F	(°F-32)/1,8	grado Celsius	°C
	grado Celsius	°C	1,8x°C-32	grado Fahrenheit	°F

Área, Masa y Perímetro Nominal - Barras de Refuerzo AZA para Hormigón											
	Φ	Número de barras									
mm		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	Área cm ²	0,28	0,565	0,848	1,131	1,414	1,696	1,979	2,262	2,545	2,827
	Masa kg/m	0,222	0,444	0,666	0,888	1,110	1,332	1,554	1,776	1,998	2,220
	Perímetro cm	1,88	3,770	5,655	7,540	9,425	11,31	13,19	15,08	16,96	18,85
8	Área cm ²	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,03
	Masa kg/m	0,395	0,790	1,185	1,580	1,975	2,370	2,765	3,160	3,555	3,950
	Perímetro cm	2,51	5,027	7,540	10,05	12,57	15,08	17,59	20,11	22,62	25,13
10	Área cm ²	0,79	1,57	2,356	3,142	3,927	4,712	5,498	6,283	7,069	7,854
	Masa kg/m	0,617	1,234	1,851	2,468	3,085	3,702	4,319	4,936	5,553	6,170
	Perímetro cm	3,14	6,283	9,425	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42
12	Área cm ²	1,13	2,262	3,393	4,524	5,655	6,786	7,917	9,048	10,18	11,31
	Masa kg/m	0,888	1,776	2,664	3,552	4,440	5,328	6,216	7,104	7,992	8,880
	Perímetro cm	3,77	7,540	11,31	15,08	18,85	22,62	26,39	30,16	33,93	37,70
16	Área cm ²	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	20,11
	Masa kg/m	1,58	3,160	4,740	6,320	7,900	9,480	11,06	12,64	14,22	15,80
	Perímetro cm	5,03	10,05	15,08	20,11	25,13	30,16	35,19	40,21	45,24	50,27
18	Área cm ²	2,54	5,089	7,634	10,18	12,72	15,27	17,81	20,36	22,90	25,45
	Masa kg/m	2,00	4,000	6,000	8,000	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
	Perímetro cm	5,65	11,31	16,96	22,62	28,27	33,93	39,58	45,24	50,89	56,55
22	Área cm ²	3,80	7,603	11,40	15,21	19,01	22,81	26,61	30,41	34,21	38,01
	Masa kg/m	2,98	5,960	8,940	11,92	14,90	17,88	20,86	23,84	26,82	29,80
	Perímetro cm	6,91	13,82	20,73	27,65	34,56	41,47	48,38	55,29	62,20	69,12
25	Área cm ²	4,91	9,817	14,73	19,63	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09
	Masa kg/m	3,85	7,700	11,55	15,40	19,25	23,10	26,95	30,80	34,65	38,50
	Perímetro cm	7,85	15,71	23,56	31,42	39,27	47,12	54,98	62,83	70,69	78,54
28	Área cm ²	6,16	12,32	18,47	24,63	30,79	36,95	43,10	49,26	55,42	61,58
	Masa kg/m	4,83	9,660	14,49	19,32	24,15	28,98	33,81	38,64	43,47	48,30
	Perímetro cm	8,80	17,59	26,39	35,19	43,98	52,78	61,58	70,37	79,17	87,96
32	Área cm ²	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,25	56,30	64,34	72,38	80,42
	Masa kg/m	6,31	12,62	18,93	25,24	31,55	37,86	44,17	50,48	56,79	63,10
	Perímetro cm	10,05	20,11	30,16	40,21	50,27	60,32	70,37	80,42	90,48	100,5
36	Área cm ²	10,18	20,36	30,54	40,72	50,89	61,07	71,25	81,43	91,61	101,8
	Masa kg/m	7,99	15,98	23,97	31,96	39,95	47,94	55,93	63,92	71,91	79,90
	Perímetro cm	11,31	22,62	33,93	45,24	56,55	67,86	79,17	90,48	101,8	113,1



Gerdau AZA S.A.
La Unión 3070, Renca, Santiago - Chile
Código Postal: 746 4522
Fono: (2) 641 9185 - 641 8683
Fax: (2) 641 8359
Fax Ventas: (2) 646 5215
www.gerdauaza.cl