



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

Tarea de Respuesta Sísmica Dinámica de Suelos

CI7411-1 - Dinámica de Suelos

Integrantes: Pablo Pizarro R.
Rodrigo Saavedra A.
Profesor: César Pasten
Auxiliar: Diego Pavez C.

Fecha de entrega: Viernes 26 de Octubre
Santiago, Chile

Índice de Contenidos

1. Pregunta 1	1
Teoría	1
Implementación en Matlab	3
Validación de la metodología	3
Test analítico	3
Test resonancia	5
2. Pregunta 2	6
Teoría	6
Implementación en Matlab	8
Validación de la metodología	9
Primer caso	10
Segundo caso	11
3. Pregunta 3	12
(a). Calcule la razón espectral H/V del sitio, utilizando las mediciones de vibraciones ambientales procesadas con el software Geopsy	12
(b). Calcule la razón espectral H/V del sitio, utilizando los espectros de respuesta de los registros sísmicos en superficie. Compare el promedio de estos resultados con el promedio de los resultados de la parte a	16
(c). Calcule la función de transferencia empírica del sitio con respecto a la base del depósito, considerando todos los registros sísmicos disponibles	17
(d). Calcule las funciones de transferencia (FTsb y FTsa) calculadas a partir de la teoría unidimensional de ondas de corte para un medio visco-elástico multicapa vista en clases. Considere estas soluciones como los resultados analíticos del problema	18
(e). Evalúe el movimiento del depósito utilizando el código desarrollado en la pregunta 2. Simplifique el perfil para que coincida con cuatro capas	20
(f). Calcule la función de transferencia calculada a partir del método lineal equivalente (programa Deepsoil o equivalente) utilizando los registros sísmicos en la base. Compare con los resultados analíticos y empíricos	21
(g). Calcule la función de transferencia calculada a partir del método lineal equivalente (programa Deepsoil) utilizando los registros en roca del Terremoto del Maule de 2010 (recuerde que el input sísmico se considera en un afloramiento rocoso). Compare con los resultados analíticos y empíricos	24
(h). Determine con el método lineal equivalente las aceleraciones y los espectros de respuesta en superficie, considerando ambas componentes horizontales. Compare estos resultados con los registros de aceleración y los espectros medidos. Además, compare los espectros de respuesta con los propuestos por la norma NCh433 para el sitio asociado al Vs30 medido	25
4. Síntesis de resultados	28
Referencias	29

Lista de Figuras

1.1.	Elemento infinitesimal sometido a corte.	1
1.2.	Resultado caso analítico.	4
1.3.	Evaluación del caso en resonancia.	5
2.1.	Depósito de suecos conformado por capas horizontales.	6
2.2.	Registro $u(z, t)$ del sistema.	10
2.3.	Registro de la onda en el segundo caso, tanto el sistema multicapa como el de una capa retorna el mismo resultado.	11
3.1.	Selección automática de las ventanas de medición, Geopsy.	12
3.2.	H/V para registros vibraciones en la ciudad de Llolleo.	13
3.3.	H/V para registros vibraciones en las cercanías de la ciudad de Llolleo.	14
3.4.	H/V promedios de registros.	15
3.5.	H/V Registro superficie.	16
3.6.	Función de transferencia empírica del sitio con respecto a la base del depósito. . .	17
3.7.	Estatigrafía del suelo de Llolleo.	18
3.8.	Correlación SPT - Peso unitario suelo (Suelos granulares).	19
3.9.	Correlación SPT - Peso unitario suelo (Suelos cohesivos).	19
3.10.	Funciones de transferencia para el medio visco-elástico del perfil de Llolleo. . . .	20
3.11.	Movimiento del depósito utilizando el código <code>u_velt</code>	20
3.12.	Curva de degradación utilizada para la Arena.	22
3.13.	Perfil de los estratos de Llolleo en DEEPSOIL: Total profile Depth: 61m, Natural Freq. of profile: 1.18Hz, Natural period: 0.85s.	22
3.14.	Función de transferencia empírica calculada a partir del método lineal equivalente para el caso de los registros sísmicos en la base.	23
3.15.	Comparación resultados analíticos y empíricos para el registro sísmico en roca basal. .	23
3.16.	Función de transferencia empírica calculada a partir del método lineal equivalente pra el caso de los registros sísmicos en la base.	24
3.17.	Comparación resultados analíticos y empíricos para el registro sísmico en afloramiento rocoso.	25
3.18.	Función de transferencia empírica calculada a partir del método lineal equivalente para el caso de los registros sísmicos en la superficie.	26
3.19.	Comparación de la función de transferencia entre el caso empírico y medido. . . .	26
3.20.	Aceleración espectral obtenido mediante el método lineal equivalente para los registros en superficie.	27

Lista de Tablas

1.1.	Casos de prueba función y resultados analíticos	4
2.1.	Sistema de capas inventado para este caso.	10
3.1.	Sistema de capas utilizado para la modelación.	19
3.2.	Modelos utilizados para cada estrato.	21

Lista de Códigos

1.1.	Código más importante de <code>u_elt.m</code>	3
1.2.	Salida del script test, caso p1 analítico.	4
2.1.	Código más importante de <code>u_velt.m</code>	9

1. Pregunta 1

Implemente las ecuaciones de propagación unidimensional de onda de corte para un medio elástico en condición permanente y grafique el desplazamiento de partícula en profundidad en forma animada. Siga el ejemplo del software Quake visto en clases (disponible en material docente de u-cursos).

Teoría

Para estudiar la propagación unidimensional de onda de corte para un medio elástico se realiza equilibrio de fuerzas en un elemento infinitesimal sometido a corte dentro del medio, tal como se observa en la Figura 1.1, en donde ρ es la densidad del medio, G el módulo de corte y H la altura del medio elástico.

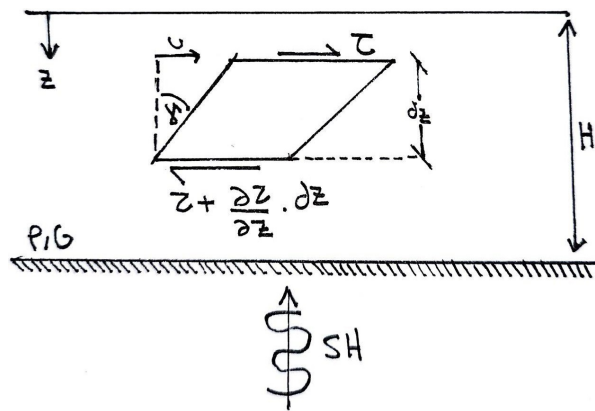


Figura 1.1: Elemento infinitesimal sometido a corte.

Al realizar equilibrio dinámico de fuerzas en el eje u se tiene que:

$$\underbrace{\left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz\right) dx dy - \tau dx dy}_{\text{Eq. fuerzas}} = \underbrace{\rho dx dy dz}_{\text{Masa}} \cdot \underbrace{\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}}_{\text{Aceleración}} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.2)$$

Para un material elástico se tiene que el corte es directamente proporcional a la deformación angular, con constante de proporción el módulo de corte o cizalle G :

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.3)$$

Al utilizar (1.3) en (1.2) se obtiene finalmente:

$$G \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1.4)$$

La forma de la ecuación anterior (1.4) es similar a la ecuación de onda $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \nu^2 \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$, conocida también como la ecuación de D'Alembert, en donde describe una onda de velocidad ν relacionando tanto espacio como tiempo.

Considerando luego que $V_s^2 = \frac{\rho}{G}$ corresponde a la velocidad de la onda de corte, se puede utilizar la solución característica de la ecuación de onda como solución del problema de propagación unidimensional de onda de corte para un medio elástico:

$$u(t, z) = A \cdot e^{i(\omega t + kz)} \quad (1.5)$$

Cuyas derivadas corresponden a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= A i \omega \cdot e^{i \omega t} \cdot e^{i k z} & \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= -A \omega^2 \cdot e^{i \omega t} \cdot e^{i k z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} &= A i k \cdot e^{i \omega t} \cdot e^{i k z} & \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= -A k^2 \cdot e^{i \omega t} \cdot e^{i k z} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Reemplazando (1.6) en (1.4) se obtiene la siguiente relación:

$$\begin{aligned} -G A k^2 \cdot e^{i \omega t} \cdot e^{i k z} &= -\rho A \omega^2 \cdot e^{i \omega t} \cdot e^{i k z} \\ \frac{G}{\rho} &= \left(\frac{\omega}{k} \right)^2 = V_s^2 \end{aligned} \quad (1.7)$$

En donde k corresponde al número de onda, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ la longitud de la onda. Finalmente, suponiendo que $-z$ también es solución de la ecuación se obtiene la solución final:

$$u(z, t) = A \cdot e^{i \omega \left(t + \frac{z}{V_s} \right)} + B \cdot e^{i \omega \left(t - \frac{z}{V_s} \right)} \quad (1.8)$$

Para resolver el problema de un estrato sobre roca es necesario identificar las condiciones de borde del problema:

■ **Condición natural de borde en superficie, no transmite corte**

En este caso se tiene que $\tau(z = 0) = 0$, por lo tanto $\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = A \cdot \frac{i \omega}{V_s} \cdot e^{i \omega t} \cdot e^{i \omega \frac{z}{V_s}} - B \cdot \frac{i \omega}{V_s} \cdot e^{i \omega t} \cdot e^{i \omega \frac{z}{V_s}} = 0 \mapsto A = B$$

Así la solución se reduce a $u(z, t) = A \cdot e^{i \omega t} \left(e^{i \omega \frac{z}{V_s}} + e^{i \omega \frac{-z}{V_s}} \right) = 2A e^{i \omega t} \cos \left(\frac{\omega z}{V_s} \right)$

■ **En el basamiento se tiene igual desplazamiento que en roca**

Para este caso se tiene que $\|u(z, t = H)\| = a_b = 2A \cdot \|e^{i \omega t}\| \cos \left(\frac{\omega H}{V_s} \right) = 2A \cos \left(\frac{\omega H}{V_s} \right)$, en donde a_b corresponde a la amplitud basal del movimiento en la base a_b , así:

$$A = \frac{a_b}{2 \cos \left(\frac{\omega H}{V_s} \right)} \quad (1.9)$$

Por tanto, con ambas condiciones de borde se obtiene la solución para el problema:

$$u(z, t) = \frac{a_b}{\cos\left(\frac{\omega H}{V_s}\right)} e^{i\omega t} \cos\left(\frac{\omega z}{V_s}\right) \quad (1.10)$$

Implementación en Matlab

Con el fin de poder implementar y graficar el desplazamiento de partícula en profundidad en forma animada se desarrolló la ecuación (1.10) en matlab (ver archivo `u_elt.m`). En dicha función se pide como parámetro T período, H la altura del estrato, V_s velocidad de corte y a_b amplitud basal.

Dicha función retorna otra función que pide tanto z como t para entregar el desplazamiento, esto se desarrolló así para hacer el análogo a $u(z, t)$, en otras palabras:

$$u_elt(V_s, H, a_b, T) \mapsto u(z, t)$$

Código 1.1: Código más importante de `u_elt.m`.

```

27 %% Calcula la frecuencia
28 w = 2 * pi / T;
29 cosval = cos(w*H/Vs);
30 if cosval == 0
31     error('El periodo de la onda genera resonancia');
32 elseif abs(cosval) < 1e-15
33     warning('El periodo de la onda está cerca de la resonancia, posible inestabilidad numérica');
34 end
35
36 %% Retorna la funcion de desplazamiento
37 u = @(z, t) (ab / cosval) * exp(1i*w*t) * cos(w*z/Vs);

```

Al tener $u(z, t)$ la generación del gráfico animado es trivial, ya que se mantiene un ciclo *for* en donde se calcula la posición para un arreglo de z en un determinado t_i , al finalizar la instancia del ciclo se actualiza el tiempo $t_{i+1} = t_i + dt$. Para mantener la velocidad de la animación se hace uso de la instrucción *pause(t)* el cual permite pausar la ejecución del programa en un determinado tiempo t . La función que se encarga de graficar la animación corresponde a `quake_elt`.

Validación de la metodología

A modo de testear que el código sea consistente se crearon dos tests, uno tiene por objetivo contrastar el resultado obtenido de forma analítica, y en otro caso se prueba el código en el estado de resonancia.

Test analítico

Sea un estrato de $H=20$ metros de profundidad, con una velocidad de corte de $V_s=150$ metros por segundo. En este caso, para cualquier valor de amplitud basal a_b , sea $a_b=10$ metros, evaluado en un período de $T=1.8$ segundos, se tiene:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 3.4907 \text{ Hz} \quad u(z, t) = \frac{10}{\cos\left(\frac{3.4907 \cdot 20}{150}\right)} e^{i3.4907t} \cos\left(\frac{3.4907z}{150}\right)$$

$$u(z, t) = 11.1907 e^{i3.4907t} \cos(0.0233 \cdot z)$$

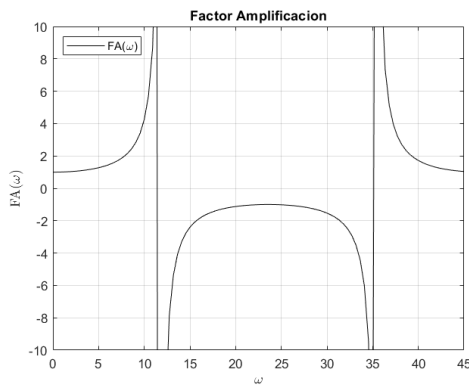
Algunos puntos de prueba:

Tabla 1.1: Casos de prueba función y resultados analíticos

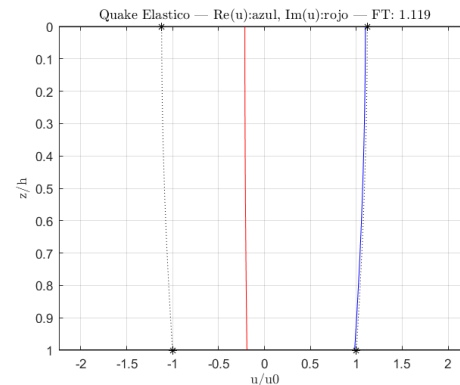
u (m)	t (s)	u(z,t)
0	0	11.1903
20	0	10.0000
10	5	1.8908

Por otra parte, teóricamente el factor de amplificación corresponde a $FA = \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega H}{V_s}\right)} = 1.1191$.

El script programado en `test_p1_analitico.m` retornó los siguientes gráficos:



(a) Gráfico factor de amplificación.



(b) Quake.

Figura 1.2: Resultado caso analítico.

Y lo siguiente por la salida estándar en consola:

Código 1.2: Salida del script test, caso p1 analítico.

```
1 >> test_p1_analitico
2 P1 Analitico, frecuencia: 3.4907
3 P1 Analitico, u(0,0): 11.1903
4 P1 Analitico, u(H,0): 10.0000
5 P1 Analitico, u(H/2,5): 1.8908
6 P1 Analitico, FT: 1.119028
7 P1 Analitico, periodo resonante: 0.533333
```

Tal como se puede observar el programa retornó los mismos resultados.

Test resonancia

En este test se busca llegar a la resonancia. Para ello se utilizó el mismo suelo, pero evaluado en $T = \frac{4H}{V_s}$, valor del período para el cual el coseno del denominador de la expresión se indefine, logrando teóricamente un factor de amplificación infinito.

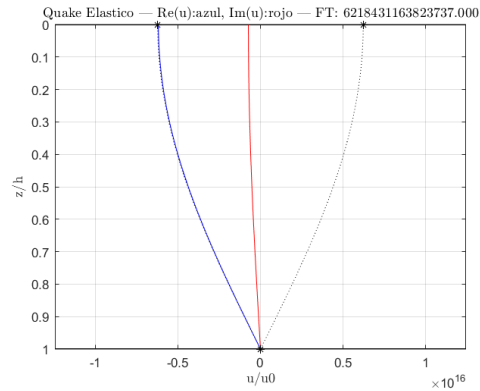


Figura 1.3: Evaluación del caso en resonancia.

Tal como se puede observar en la figura anterior, se obtuvo un FA muy alto, numéricamente inestable. Esto indica claramente que la solución es correcta, ya que amplifica en el período teóricamente resonante.

2. Pregunta 2

Implemente las ecuaciones de propagación unidimensional de ondas de corte para un medio visco-elástico compuesto por capas en condición permanente y grafique el desplazamiento de partícula en profundidad en forma animada. Considere un depósito compuesto por tres capas.

Teoría

Considérese un depósito de suelo conformado por capas perfectamente horizontales y de extensión infinita, tal como se indica en la Figura 2.1:

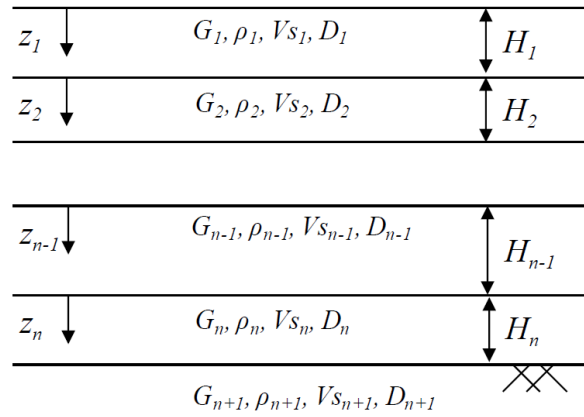


Figura 2.1: Depósito de suelos conformado por capas horizontales.

Al igual que el caso anterior, al realizar equilibrio dinámico sobre un elemento diferencial sometido a corte se obtiene nuevamente la siguiente ecuación de equilibrio:

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = \rho \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

Considerando un modelo constitutivo visco-elástico de tipo Kelvin-Voigt ¹:

$$\tau = G\gamma + c \cdot \dot{\gamma} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = G \frac{\partial \gamma}{\partial z} + c \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t \partial z} \quad \frac{\partial \tau}{\partial z} = G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2} \quad (2.3)$$

Se concluye que $\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2}$, luego suponiendo una solución general del tipo $u(z, t) = U(z)e^{i\omega t}$:

$$\begin{aligned} -\rho \cdot U(z) \omega^2 e^{i\omega t} &= G \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} e^{i\omega t} + i\omega c \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} e^{i\omega t} \\ -\rho U(z) \cdot \omega^2 &= (G + i\omega c) \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (2.4)$$

¹ El cual considera un sistema en paralelo de disipador y resorte.

La ecuación (2.4) es análoga a la que se obtiene para un suelo elástico. Definiendo luego el módulo de corte complejo como:

$$G^* = G + i\omega c \quad (2.5)$$

Se tiene la misma forma que la ecuación de onda elástica:

$$G^* \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -\rho U(z) \cdot \omega^2 \quad (2.6)$$

Si se escoge $c = \frac{2GD}{\omega}$, en donde D corresponde al coeficiente de *Damping* del suelo, se tiene que:

$$G^* = G \cdot (1 + 2iD) \quad (2.7)$$

En el caso particular de esta tarea se utilizó el valor de la velocidad de onda de corte para cada capa de suelo (dado que es un valor más intuitivo y cercano a la práctica profesional que el valor de G), por tanto, utilizando la relación (1.7) entre la densidad, velocidad y módulo de cizalle, se tiene:

$$\text{Velocidad de onda compleja: } V_s^* = \sqrt{\frac{G^*}{\rho}} = V_s \cdot \sqrt{1 + 2iD} \quad (2.8)$$

$$\text{Número de onda complejo: } k^* = \frac{\omega}{V_s^*} = \frac{\omega}{V_s \cdot \sqrt{1 + 2iD}} \quad (2.9)$$

Una solución de la ecuación de movimiento que considera el modelo viscoelástico es:

$$u(z, t) = E \cdot e^{i(\omega t + k^* z)} + F \cdot e^{i(\omega t - k^* z)} \quad (2.10)$$

La ecuación para cada j -capa:

$$\boxed{u_j(z_j, t) = E_j \cdot e^{i(\omega t + k_j^* z_j)} + F_j \cdot e^{i(\omega t - k_j^* z_j)}} \quad (2.11)$$

En el contacto entre la capa j y $j + 1$ se debe satisfacer:

1. Compatibilidad de desplazamientos: $u_j(z_j = H_j) = u_{j+1}(z_{j+1} = 0)$

2. Compatibilidad de esfuerzos: $\tau_j(z_j = H_j) = \tau_{j+1}(z_{j+1} = 0)$

Lo que se traduce en:

$$\begin{aligned} 1. \quad E_j \cdot e^{i(\omega t + k_j^* H_j)} + F_j \cdot e^{i(\omega t - k_j^* H_j)} &= E_{j+1} \cdot e^{i\omega t} + F_{j+1} \cdot e^{i\omega t} \\ E_j \cdot e^{ik_j^* H_j} + F_j \cdot e^{-ik_j^* H_j} &= E_{j+1} + F_{j+1} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \tau_j &= G_j \left(\frac{\partial u_j}{\partial z_j} \right) + c_j \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial t \partial z} \right) \\ \frac{\partial u_j}{\partial z_j} &= E_j \cdot i \cdot k_j^* \cdot e^{i(\omega t + k_j^* z_j)} - F_j \cdot i \cdot k_j^* \cdot e^{i(\omega t - k_j^* z_j)} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u_j}{\partial z_j} \right) = -E_j \cdot k_j^* \cdot \omega \cdot e^{i(\omega t + k_j^* z_j)} + F_j \cdot k_j^* \cdot \omega \cdot e^{i(\omega t - k_j^* z_j)}$$

Así:

$$\tau_j = G_j \cdot \left[E_j \cdot i \cdot k_j^* \cdot e^{i(\omega t + k_j^* z_j)} - F_j \cdot i \cdot k_j^* \cdot e^{i(\omega t - k_j^* z_j)} \right] + c_j \cdot \left[-E_j \cdot k_j^* \cdot \omega \cdot e^{i(\omega t + k_j^* z_j)} + F_j \cdot k_j^* \cdot \omega \cdot e^{i(\omega t - k_j^* z_j)} \right]$$

Finalmente:

$$\tau_j = (G_j + i \cdot c_j \cdot \omega) \cdot (E_j \cdot e^{ik_j^* z_j} - F_j \cdot e^{-ik_j^* z_j}) \cdot i \cdot k_j^* \cdot e^{i\omega t}$$

Por lo tanto, la compatibilidad de esfuerzos se traduce en:

$$(G_j + i \cdot c_j \cdot \omega) \cdot (E_j \cdot e^{ik_j^* z_j} - F_j \cdot e^{-ik_j^* z_j}) \cdot k_j^* = (G_{j+1} + i \cdot c_{j+1} \cdot \omega) \cdot (E_{j+1} - F_{j+1}) \cdot k_{j+1}^* \quad (2.13)$$

$$\Rightarrow E_{j+1} - F_{j+1} = (E_j \cdot e^{ik_j^* z_j} - F_j \cdot e^{-ik_j^* z_j}) \cdot \frac{(G_j + i \cdot c_j \cdot \omega)}{(G_{j+1} + i \cdot c_{j+1} \cdot \omega)} \cdot \frac{k_j^*}{k_{j+1}^*} \quad (2.14)$$

Se define la impedancia compleja como:

$$\Delta_j = \frac{(G_j + i \cdot c_j \cdot \omega)}{(G_{j+1} + i \cdot c_{j+1} \cdot \omega)} \cdot \frac{k_j^*}{k_{j+1}^*} = \frac{\rho_j \cdot V s_j}{\rho_{j+1} \cdot V s_{j+1}} \cdot \sqrt{\frac{1 + 2iD_j}{1 + 2iD_{j+1}}} \quad (2.15)$$

Luego, utilizando las relaciones (2.12) y (2.14) se tiene que:

$$\begin{aligned} E_{j+1} &= \frac{1}{2} \left[E_j (1 + \Delta_j) \cdot e^{ik_j^* H_j} + F_j (1 - \Delta_j) \cdot e^{-ik_j^* H_j} \right] \\ F_{j+1} &= \frac{1}{2} \left[E_j (1 - \Delta_j) \cdot e^{ik_j^* H_j} + F_j (1 + \Delta_j) \cdot e^{-ik_j^* H_j} \right] \end{aligned} \quad (2.16)$$

Al igual que la pregunta 1, al aplicar la condición de superficie libre se tiene que, en $z_1 = 0 \rightarrow \tau = 0$, por tanto, al derivar (2.11) en la primera capa, e igual a cero, se obtiene que $E_1 = F_j$.

Implementación en Matlab

Para resolver el problema se creó, al igual que para la primera pregunta, una función que, al recibir los parámetros del suelo para cada capa (densidad, velocidad de corte, altura de capa), el período de la onda y un valor inicial para E_1 retorna una función $u(z, t)$ que permite evaluar el desplazamiento en cualquier punto.

A continuación se muestra el extracto de código más importante de la implementación:

Código 2.1: Código más importante de `u_velt.m`.

```

52 %% Calcula propiedades N capas (Kelvin-Voigt)
53 nVs = Vs .* sqrt(1+2*i*D); % Velocidad onda de corte compleja (si D!=0)
54 nG = nVs .* nVs .* rho; %#ok<NASGU> % Modulo de corte complejo (si D!=0)
55 w = 2 * pi / T; % Frecuencia
56 k = w ./ nVs; % Numero de onda complejo (si D!=0)
57
58 %% Calcula el vector de impedancias
59 imp = zeros(n-1, 1);
60 for i = 1:(n - 1)
61     imp(i) = (rho(i) * nVs(i)) / (rho(i+1) * nVs(i+1));
62 end
63
64 %% Calcula los coeficientes E, F
65 E = zeros(n, 1);
66 F = zeros(n, 1);
67 E(1) = E1;
68 F(1) = E1; % Por condicion de superficie libre
69 for j = 1:(n - 1)
70     E(j+1) = 0.5 * (E(j) * (1 + imp(j)) * exp(1i*k(j)*H(j)) + F(j) * (1 - imp(j)) * exp(-1i*k(j)*H(j)));
71     F(j+1) = 0.5 * (E(j) * (1 - imp(j)) * exp(1i*k(j)*H(j)) + F(j) * (1 + imp(j)) * exp(-1i*k(j)*H(j)));
72 end
73
74 %% Calcula las alturas acumuladas
75 Hacum = zeros(n-1, 1);
76 Hacum(1) = H(1);
77 for j = 2:(n - 1)
78     Hacum(j) = Hacum(j-1) + H(j);
79 end
80
81 %% Retorna la funcion de desplazamiento
82 u = @(z, t) u_zt_nc_velt(z, t, n, Hacum, E, F, k, w);

```

Al evaluar $u(z, t)$ se llama a la función privada `u_zt_nc_velt` la cual comprobará a qué capa pertenece un z variable, utiliza luego los E_j y F_j de dicha capa (considerando siempre z_j como la altura con respecto a la capa, para ello se calculan las alturas acumuladas) retornará el desplazamiento.

Validación de la metodología

Para validar la metodología se realizaron dos pruebas, en una de ellas se prueba un sistema de 4 capas, en donde existe un gran contraste de impedancias (ello es que se utiliza una capa superficial muy blanda). En la otra prueba se utilizó un sistema de 5 capas todas idénticas.

El resultado esperado es que, para el primer caso, debe existir una amplificación notable del desplazamiento en superficie dado el fuerte contraste de impedancias. Por otro lado, en el segundo caso debe cumplirse que la onda debe ser continua, sin cambio de pendiente en profundidad, ya que el caso es análogo al de una sola capa con las mismas propiedades.

Primer caso

Se utilizó un sistema de 5 capas, con un perfil de velocidad de corte creciente en profundidad:

Tabla 2.1: Sistema de capas inventado para este caso.

Capa	Vs (m/s)	ρ kN/m ³	D	H (m)
1	150	15	0.01	10
2	700	17	0.03	5
3	750	17	0.02	15
4	900	20	0.01	10
-	1500	27	0.005	-

Obteniendo luego el siguiente resultado:

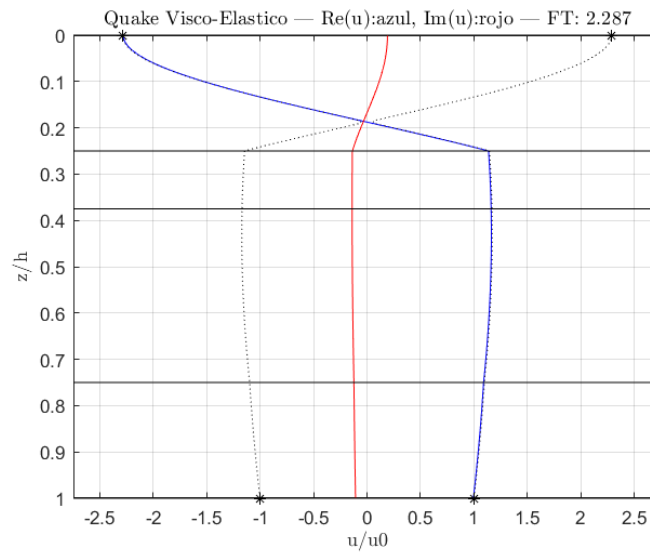
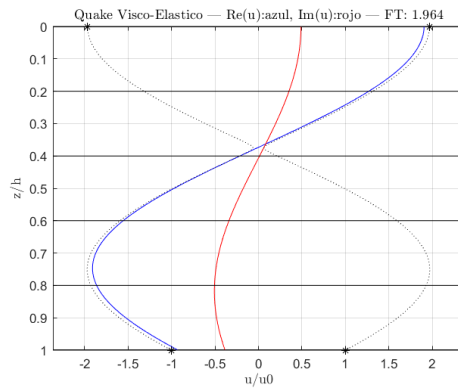


Figura 2.2: Registro $u(z, t)$ del sistema.

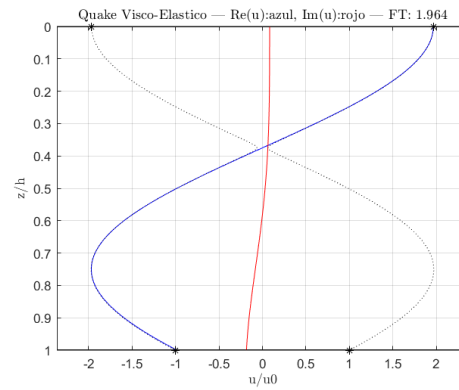
Como es posible observar en la figura anterior existe un incremento importante en los desplazamientos en superficie fruto del fuerte contraste de impedancias, además, en roca, no se observa mayor cambio dado que las velocidades de corte son similares.

Segundo caso

Se modeló un sistema de 5 capas y una capa con una velocidad de corte $V_s=250$ m/s y una altura total de 50 metros. En ambos casos se obtuvo la misma solución, lo cual es consistente.



(a) Caso 5 capas.



(b) Caso una capa.

Figura 2.3: Registro de la onda en el segundo caso, tanto el sistema multi-capa como el de una capa retorna el mismo resultado.

Tal como es posible observar en la Figura 2.3 se obtuvo la misma solución, mismo función de transferencia.

3. Pregunta 3

En el contexto de un estudio de caracterización sísmica de la ciudad de Llolleo, se instrumenta con acelerógrafos un sondaje que llega hasta la roca basal y se realizan una serie de mediciones in-situ. Dentro de los datos disponibles se tiene:

- Down-Hole con mediciones de Vs cada 5 m hasta la roca basal, SPT y estratigrafía completa del sitio en artículo de Verdugo (2009).
- Mediciones de vibraciones ambientales en superficie.
- Registros sísmicos de aceleración medidos en Llolleo a nivel de roca basal y superficie.
- Registros sísmicos de aceleración del Terremoto del Maule de 2010, medidos en distintas estaciones sobre roca.

(a). Calcule la razón espectral H/V del sitio, utilizando las mediciones de vibraciones ambientales procesadas con el software Geopsy

A partir de las mediciones de vibraciones ambientales en superficie de la ciudad de Llolleo (tanto en ciudad como en ubicaciones aledañas) se calculó la razón espectral H/V tanto de cada medición como el promedio del conjunto.

Este cálculo se hizo a partir del programa Geopsy, el cual carga los registros, aplica filtros, selecciona ventanas de medición (de 30 segundos, Tuckey window con ancho de 5 %), suaviza la FFT (Konno & Ohmachi) [3] y calcula el H/V ².

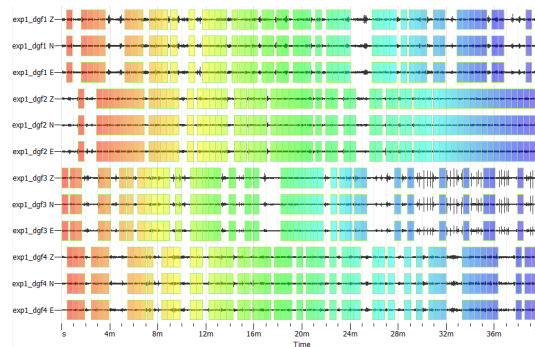
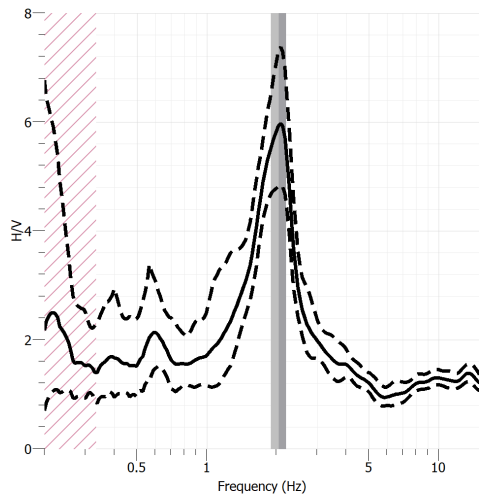


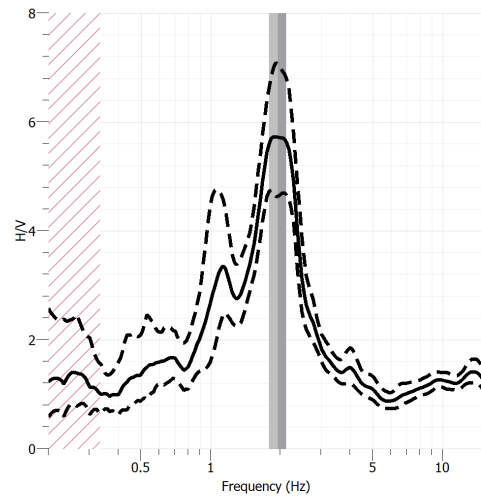
Figura 3.1: Selección automática de las ventanas de medición, Geopsy.

En la Figura 3.2 se puede observar el H/V para el registro de la ciudad de Llolleo, en la Figura 3.3 se ilustra los resultados de H/V para las cercanías de la ciudad de Llolleo. Por último en la Figura 3.4 se ilustra el promedio H/V de cada set de registros.

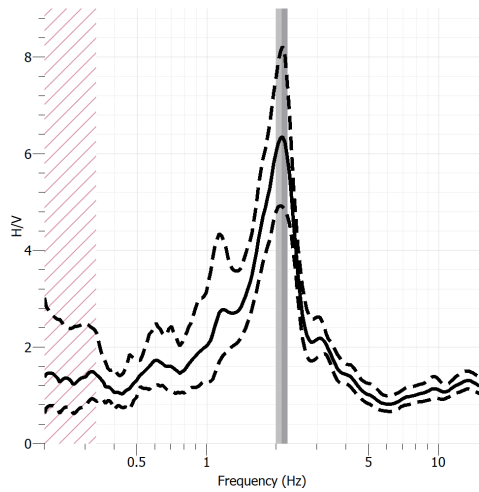
² H/V, según lo estudiado por Nakamura [2], establece la razón espectral entre las componentes horizontales y verticales de un registro sísmico de un suelo. Cuando H/V es superior a 2 para un cierto rango de frecuencias se entiende que hay amplificación sísmica, dado un fuerte contraste de impedancias. En roca, por otra parte, H/V debe oscilar entre 1 y 2.



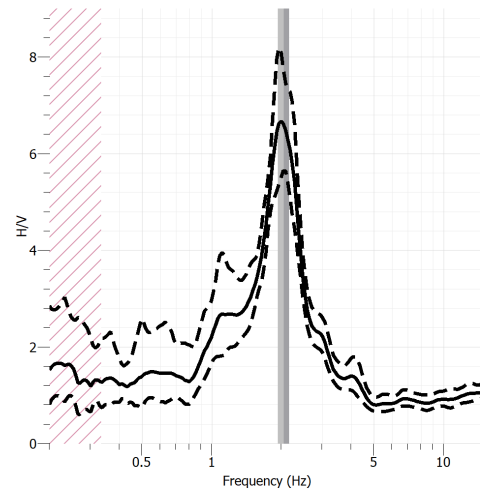
(a) H/V registro vibración ambiental city1.001.



(b) H/V registro vibración ambiental city1.002.

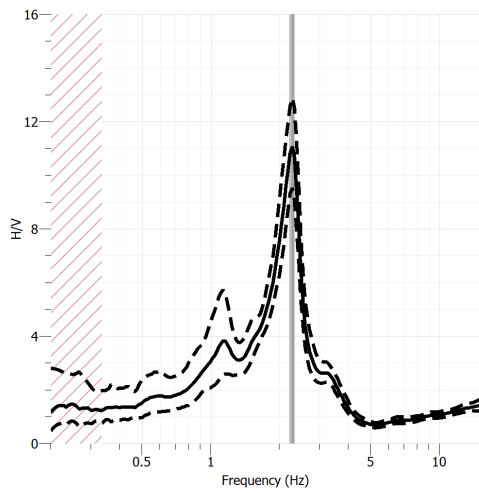


(c) H/V registro vibración ambiental city1.003.

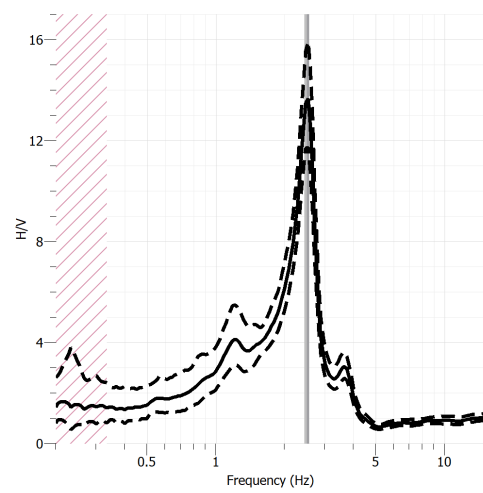


(d) H/V registro vibración ambiental city1.004.

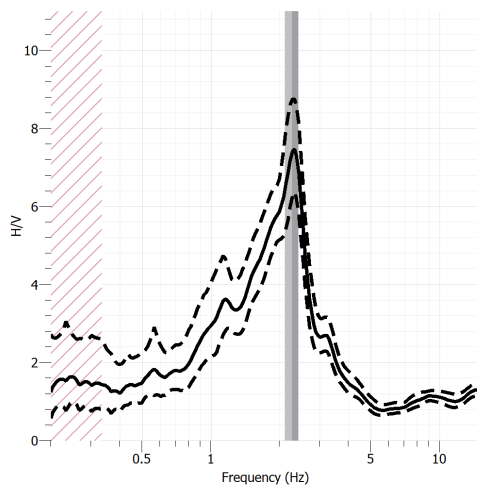
Figura 3.2: H/V para registros vibraciones en la ciudad de Llole.



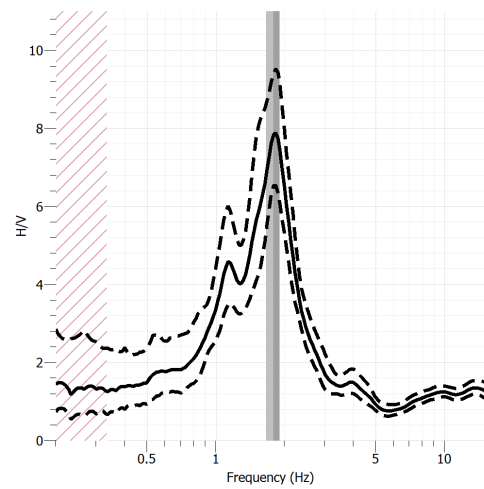
(a) H/V registro vibración ambiental exp1_dgf1.



(b) H/V registro vibración ambiental exp2_dgf1.

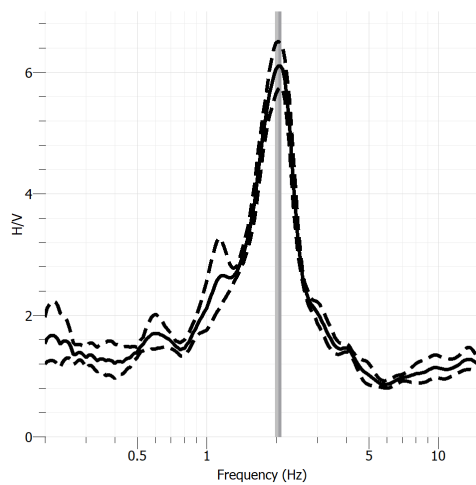


(c) H/V registro vibración ambiental exp3_dgf1.

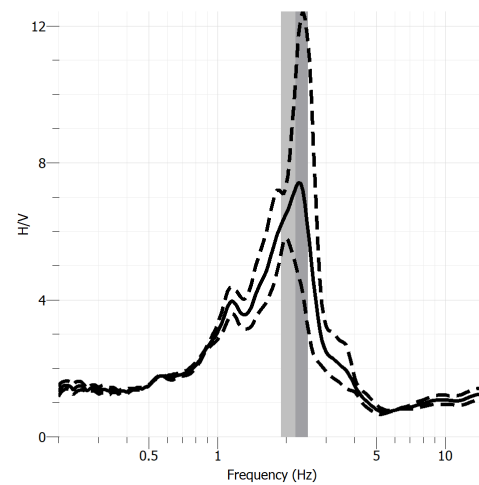


(d) H/V registro vibración ambiental exp4_dgf1.

Figura 3.3: H/V para registros vibraciones en las cercanías de la ciudad de Lollo.



(a) Promedio H/V registro vibración ambiental en ciudad de Llole.



(b) Promedio H/V registro vibración ambiental cercanías ciudad de Llole.

Figura 3.4: H/V promedios de registros.

Como se puede observar en las figuras anteriores el H/V en la ciudad de Llole indica una clara amplificación en torno a la frecuencia de $2Hz$, con lo cual da a entender un claro contraste de impedancias entre roca basal y superficie.

Por otro lado, como se puede apreciar en la Figura 3.4.b el promedio de H/V en las cercanías de la ciudad de Llole también indica un claro contraste de impedancias, sin embargo presenta una frecuencia ligeramente superior, en torno a los $2.2Hz$. Esto ocurre principalmente porque los suelos son ligeramente distintos entre ambos sitios de medición, a pesar de estar cerca.

(b). Calcule la razón espectral H/V del sitio, utilizando los espectros de respuesta de los registros sísmicos en superficie. Compare el promedio de estos resultados con el promedio de los resultados de la parte a

Utilizando los registros sísmicos en superficie se calculó la razón espectral H/V del sitio utilizando el cociente de la transformada de Fourier de la componente horizontal sobre la vertical. A modo de poder absorber ambos sentidos (E-W, N-S) se utilizó la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados.

$$HV = \frac{\sqrt{FFT_{NS}^2 + FFT_{EW}^2}}{FFT_Z}$$

Un aspecto importante del cálculo es que, para eliminar la gran cantidad de ruido en la FFT, se utilizó una ventana de Tuckey con un ancho de 5 %, se corrigió por línea base, y se aplicó un filtro (Mean Filter) para suavizar la transformada, con un ancho de 300 puntos ³.

En la Figura 3.5 se ilustra el resultado obtenido con Matlab. La línea gruesa corresponde al promedio, las líneas segmentadas indican la desviación estándar.

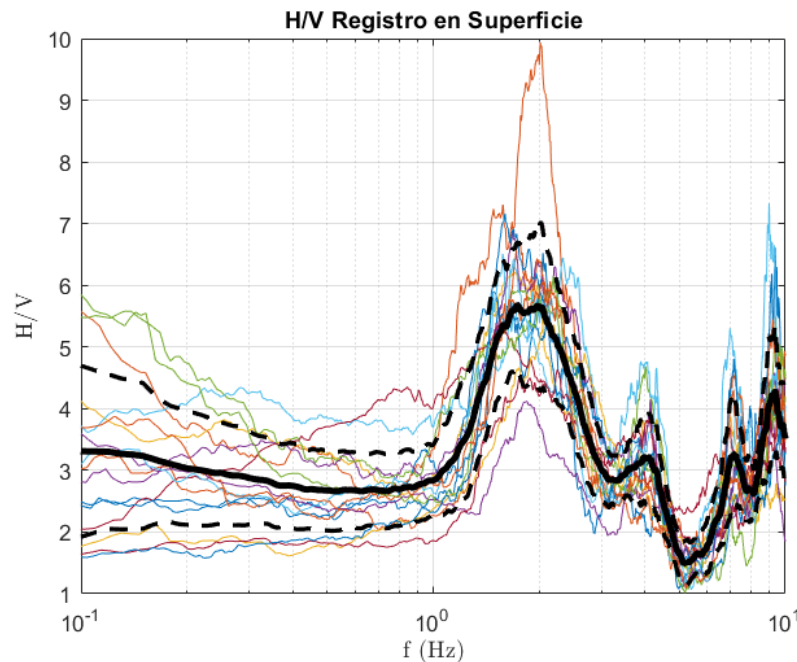


Figura 3.5: H/V Registro superficie.

Es posible observar que el período predominante de H/V es cercano a los 2 Hz, lo cual es consistente con lo obtenido en la parte (a), dado que el suelo es el mismo. Esto es bastante interesante dado que se obtienen períodos similares con dos metodologías distintas (vibraciones ambientales y

³ Valor de la ventana de filtro obtenido de forma netamente empírica.

registros sísmicos).

(c). Calcule la función de transferencia empírica del sitio con respecto a la base del depósito, considerando todos los registros sísmicos disponibles

Para el desarrollo de esta pregunta se obtuvo la FFT del registro en la componente norte-sur y este-oeste para los registros tanto en roca como en superficie. Al igual que el caso anterior se consideró el promedio geométrico de los registros horizontales.

Para eliminar la gran cantidad de ruido en la FFT, se utilizó una ventana de Tuckey con un ancho de 5 %, se corrigió por línea base, y se aplicó un filtro (Mean Filter) para suavizar la transformada.

Con los FFT_H de cada registro roca/superficie el cálculo de la función de transferencia empírica del sitio con respecto a la base comprende:

$$FT = \frac{FFT_H^{suelo}}{FFT_H^{roca}} \quad (3.1)$$

En la Figura 3.6 se ilustra el resultado obtenido. Como se puede observar existen sucesivos peaks para la amplificación en superficie. Para frecuencias mas grandes se tiene una menor amplificación.

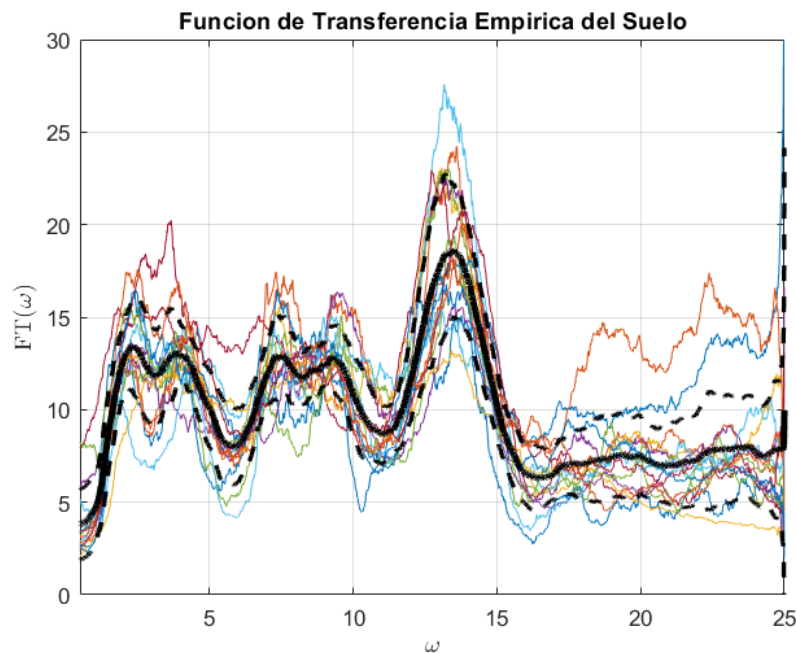


Figura 3.6: Función de transferencia empírica del sitio con respecto a la base del depósito.

(d). Calcule las funciones de transferencia (FTsb y FTsa) calculadas a partir de la teoría unidimensional de ondas de corte para un medio visco-elástico multicapa vista en clases. Considere estas soluciones como los resultados analíticos del problema

Para resolver esta parte de la pregunta se tuvo que modelar el perfil de suelo utilizando el código programado en la pregunta 2 para un medio visco-elástico multicapa. Para ello se obtuvieron los datos a partir de la estatigrafía presentada por el artículo de Ramón Verdugo [4], ilustrada en la Figura 3.7.

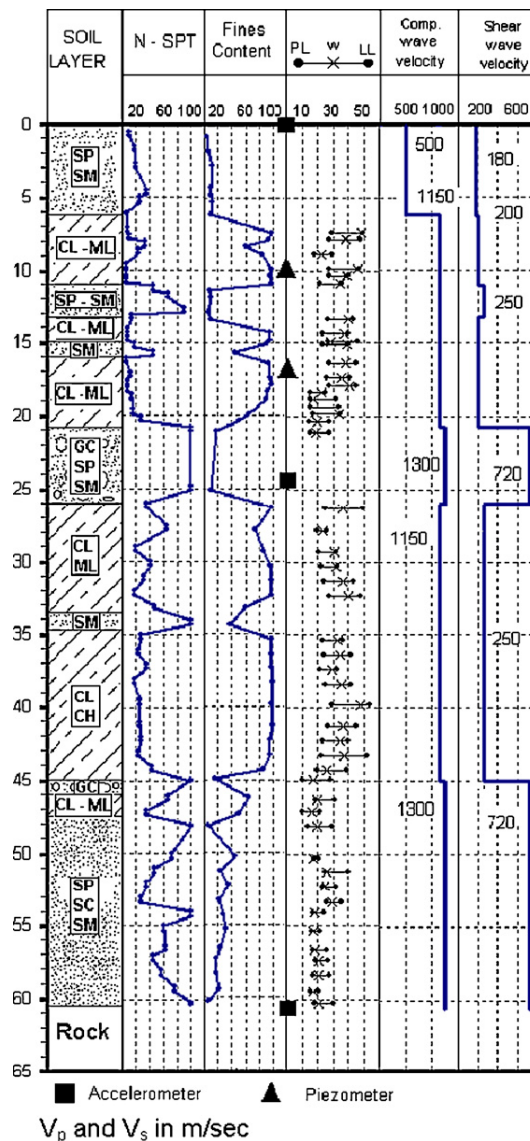


Figura 3.7: Estatigrafía del suelo de Llole.

Si bien se recomienda utilizar un sistema de cuatro capas para modelar el perfil de suelos se decidió finalmente utilizar un total de 8 capas, ya que esto permite obtener una solución más parecida a la realidad sin mayor esfuerzo. En la Tabla 3.1 se detallan las capas utilizadas.

Tabla 3.1: Sistema de capas utilizado para la modelación.

N° Layer	Espesor [m]	Vs [m/s]	ρ [KN/m ³]
1	6	180	18
2	5	200	15
3	2	250	20
4	8	200	16
5	5	720	21
6	8	250	17
7	11	250	17
8	16	720	19
Roca	-	1800	25

Es importante mencionar que para entregar un peso unitario para cada estrato, se recurrió a correlaciones con el N-SPT, eligiendo valores entre los rangos presentados a continuación:

Según Bowles la correlación entre N número golpes en el ensayo normal de penetración SPT, el peso húmedo, γ , y ϕ es el siguiente			
N	Descripción del material	γ , kgf/m ³	ϕ
0-4	muy suelto	1100 - 1600	25 - 30°
4-10	suelto	1400 - 1800	27 - 32°
10-30	medio	1750 - 2050	30 - 35°
30-50	denso	1800 - 2250	35 - 40°
50	muy denso	2080 - 2400	30 - 43°

Figura 3.8: Correlación SPT - Peso unitario suelo (Suelos granulares).

Según Peck, Hanson y Thornburn, <i>Foundation Engineering</i> (2 nd edition, 1974) y Joseph Bowles, <i>Foundation analysis and design</i>			
N	Descripción del material	γ saturado, kgf/m ³	q_u , kgf/cm ²
0-2	muy blando	1600	0.25
2-4	blando	1600 - 1800	0.50
4-8	medio	1750 - 2100	1.00
8-16	duro	1800 - 2200	2.00
16-32	muy duro	1950 - 2200	4.00

Figura 3.9: Correlación SPT - Peso unitario suelo (Suelos cohesivos).

Con lo anterior y utilizando la derivación de la función programada u_velt se obtuvo los parámetros E_i y F_i del suelo para cada uno de los n estratos. En este sentido:

$$FT_{sb} = \frac{2E_1}{E_{n+1} + F_{n+1}} \quad FT_{sa} = \frac{E_1}{E_{n+1}}$$

Evaluando con el sistema de capas:

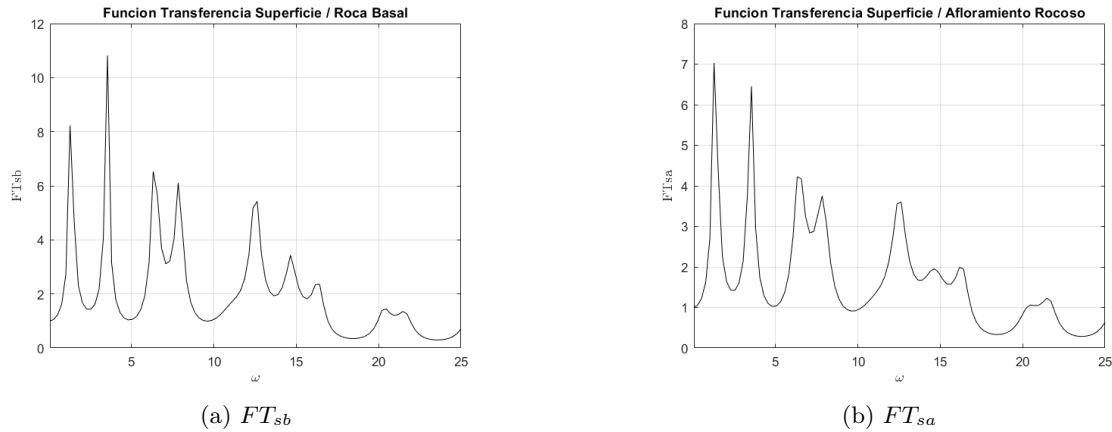


Figura 3.10: Funciones de transferencia para el medio visco-elástico del perfil de Llolleo.

Como era esperado se puede observar en la Figura 3.10 que el factor de transferencia posee mayores amplitudes dado el mayor contraste de impedancias.

(e). Evalúe el movimiento del depósito utilizando el código desarrollado en la pregunta 2. Simplifique el perfil para que coincida con cuatro capas

Utilizando el mismo sistema de estratos y propiedades de la parte d se obtuvo el siguiente perfil de desplazamiento $u(z, t)$ para un sistema visco-elástico multicapa.

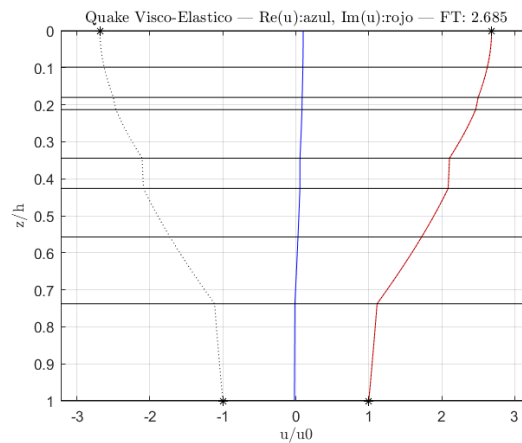


Figura 3.11: Movimiento del depósito utilizando el código `u_velt`.

(f). Calcule la función de transferencia calculada a partir del método lineal equivalente (programa Deepsoil o equivalente) utilizando los registros sísmicos en la base. Compare con los resultados analíticos y empíricos

En el programa DEEPSOIL se modeló el perfil de suelos detallado en la Tabla 3.1 utilizando una curva de degradación del material distinta para cada capa. Estas curvas fueron obtenidas a partir de la literatura [1], proponiendo los siguientes modelos para cada uno de los estratos:

Tabla 3.2: Modelos utilizados para cada estrato.

N° Layer	Suelo	Fuente curva de degradación de rigidez	Plasticidad promedio estrato fino
1	Arena limosa pobremente graduada	Seed & Idriss. 1991 (Promedio)	-
2	Arcilla y limo de baja plasticidad	Vucetic & Dobry. 1991	15
3	Arena limosa pobremente graduada	Seed & Idriss. 1991 (Promedio)	-
4	Arcilla y limo de baja plasticidad	Vucetic & Dobry. 1991	18
5	Grava y arena pobremente graduada	Rollins. 1998	-
6	Arcilla y limo de baja plasticidad	Vucetic & Dobry. 1991	15
7	Arcilla de alta plasticidad	-	20
8	Arena limosa con arcilla pobremente graduada	-	-

En la Figura 3.12 se ilustra la curva de degradación utilizada para la Arena y Arcilla (estratos 7 y 8 respectivamente).

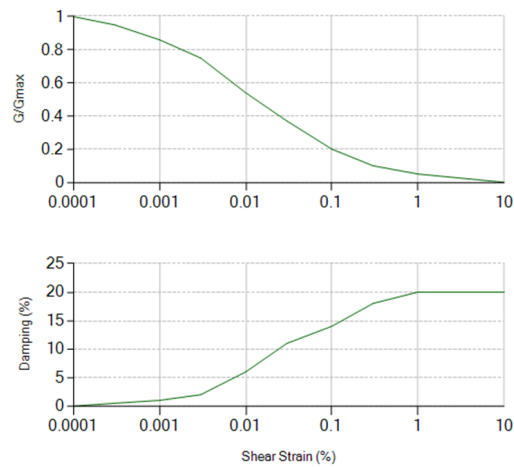


Figura 3.12: Curva de degradación utilizada para la Arena.

El perfil modelado en DEEPSOIL se ilustra en la Figura 3.13.

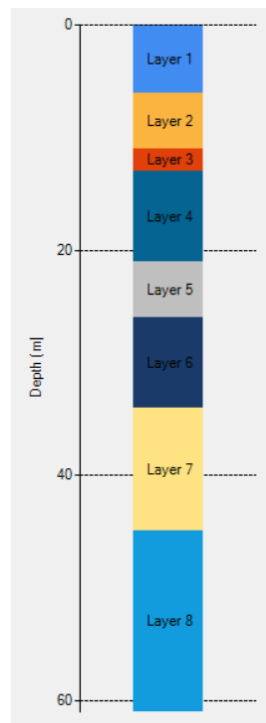


Figura 3.13: Perfil de los estratos de Lolloe en DEEPSOIL: Total profile
Depth: 61m, Natural Freq. of profile: 1.18Hz, Natural period: 0.85s.

Utilizando los registros sísmicos en la roca basal se corrió el modelo obteniendo la función de transferencia de fourier del programa para cada registro. Los resultados de todos los registros fueron graficados con matlab, en donde se calculó el promedio y la desviación estándar (Figura 3.14).

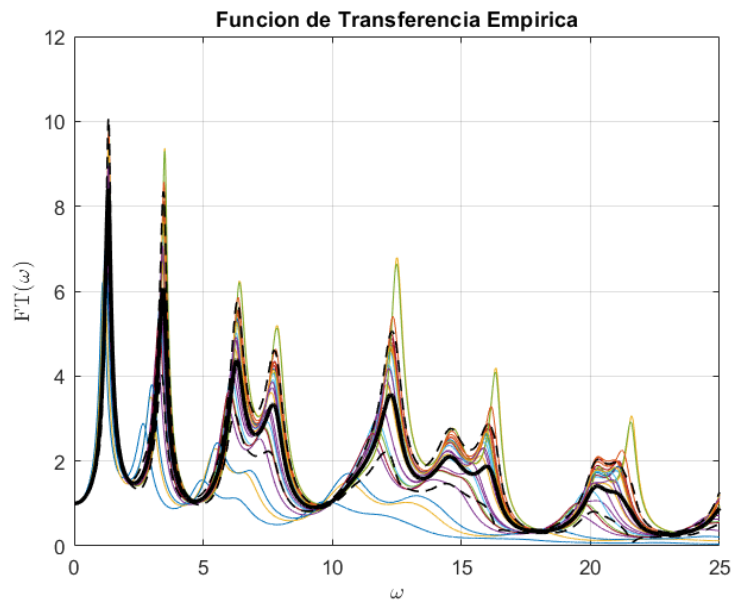


Figura 3.14: Función de transferencia empírica calculada a partir del método lineal equivalente para el caso de los registros sísmicos en la base.

Al contrastar la función de transferencia empírica (Figura 3.14) con la analítica (Figura 3.10.a) se puede observar que tanto el modelo analizado con la teoría viscoelástica (código pregunta 2) y con el perfil obtenido a partir del modelo lineal equivalente (DEEPSOIL) presentan amplificaciones en frecuencias similares.

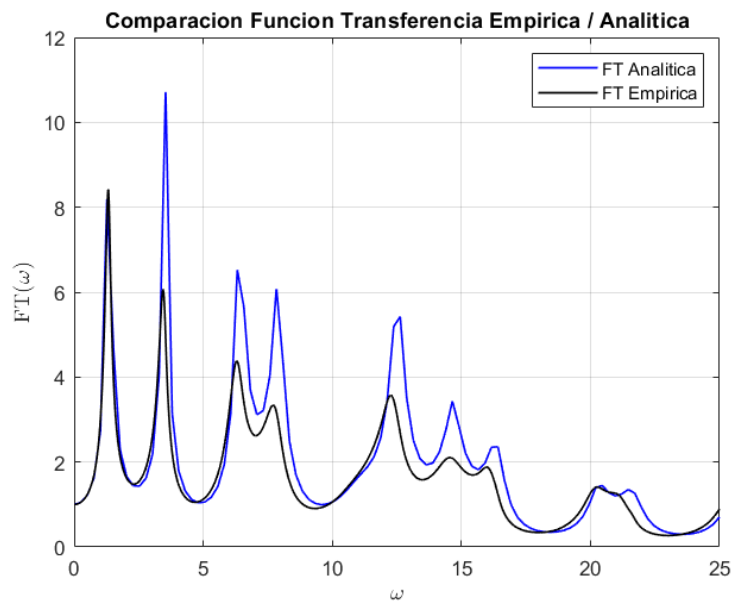


Figura 3.15: Comparación resultados analíticos y empíricos para el registro sísmico en roca basal.

(g). Calcule la función de transferencia calculada a partir del método lineal equivalente (programa Deepsoil) utilizando los registros en roca del Terremoto del Maule de 2010 (recuerde que el input sísmico se considera en un afloramiento rocoso). Compare con los resultados analíticos y empíricos

Utilizando el mismo modelo de capas en el programa DEEPSOIL se calculó la función de transferencia de fourier para los registros sísmicos en afloramiento rocoso, correspondientes al terremoto del Maule del 2010. En la Figura 3.16 se ilustra el resultado obtenido con el programa, junto con la curva promedio y la de desviación estándar.

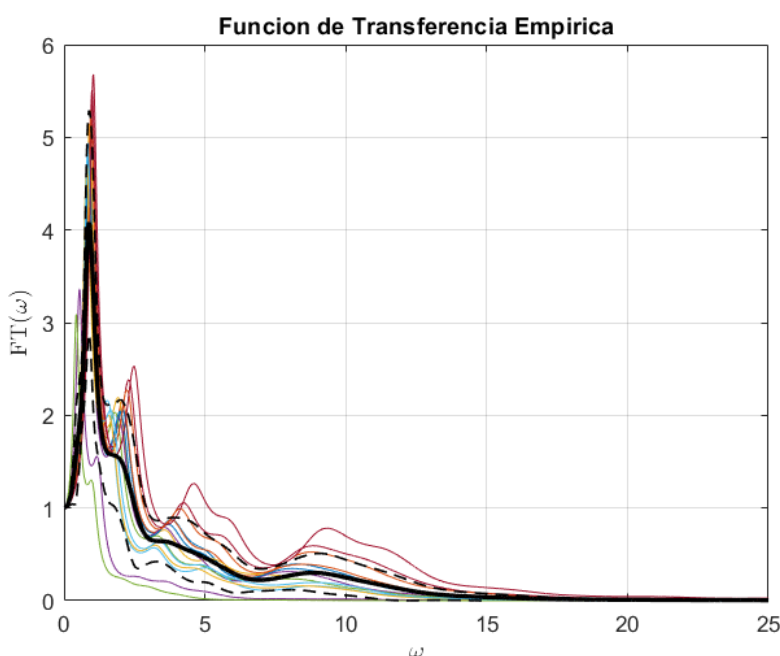


Figura 3.16: Función de transferencia empírica calculada a partir del método lineal equivalente para el caso de los registros sísmicos en la base.

Es claro ver que el sismo en afloramiento rocoso presenta una amplificación para frecuencias bajas (propias de un sistema rígido), para frecuencias mayores no existe la energía suficiente como para hacer excitar el medio.

Al comparar la función de transferencia empírica con la analítica (obtenida del código viscoelástico `u_velt`) se obtuvo el gráfico de la Figura 3.17. Al realizar un análisis sobre los resultados obtenidos es claro ver que para frecuencias bajas tanto el caso analítico como empírico amplifican para frecuencias bajas en torno a $1Hz$ (entre $0.88Hz$ y $1.28Hz$), sin embargo para frecuencias mayores el sismo no fue capaz de otorgar mayor energía al sistema, por tanto se obtuvieron menores desplazamiento en superficie, disminuyendo así el factor de transferencia.

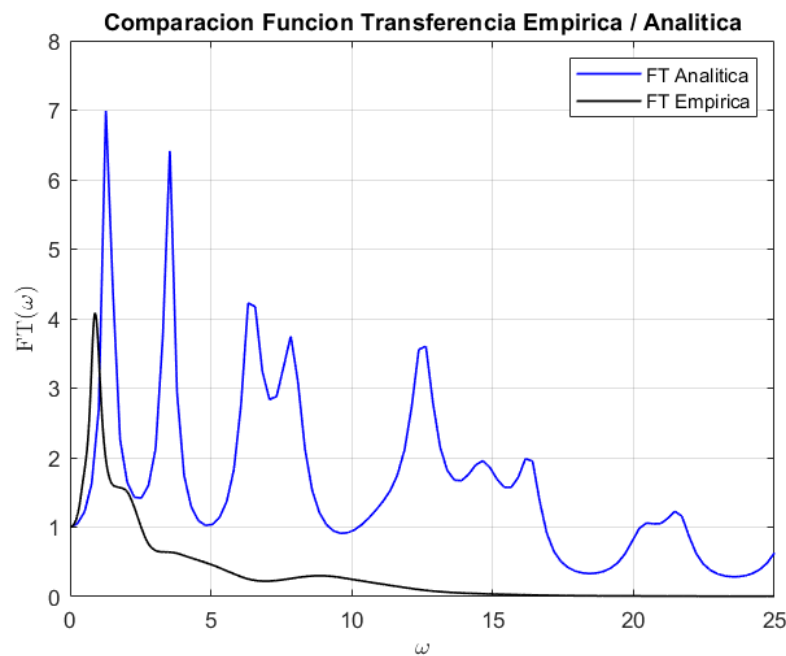


Figura 3.17: Comparación resultados analíticos y empíricos para el registro sísmico en afloramiento rocoso.

(h). Determine con el método lineal equivalente las aceleraciones y los espectros de respuesta en superficie, considerando ambas componentes horizontales. Compare estos resultados con los registros de aceleración y los espectros medidos. Además, compare los espectros de respuesta con los propuestos por la norma NCh433 para el sitio asociado al Vs30 medido

Utilizando el mismo modelo de capas en el programa DEEPSOIL se calculó la función de transferencia de fourier para los registros sísmicos en superficie. En la Figura 3.16 se ilustra el resultado obtenido con el programa, junto con la curva promedio y la de desviación estándar.

Al comparar el resultado empírico con el medido (parte 3.c de la tarea) se puede observar que, nuevamente, para frecuencias bajas tanto el modelo empírico como el medido presenta un comportamiento similar con respuestas de amplificación en torno a frecuencias similares, $1Hz$; sin embargo, a mayor energía, existe una diferencia notable en cuanto al comportamiento.

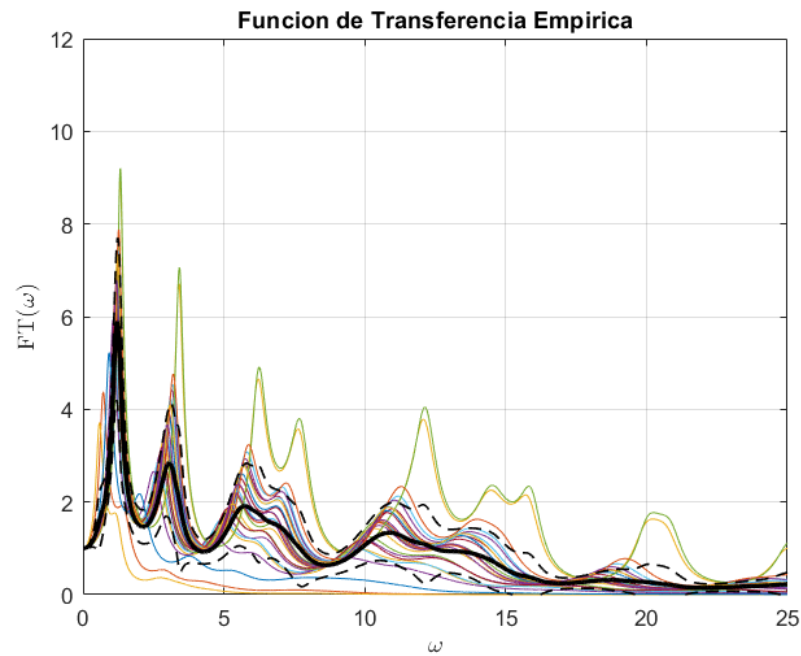


Figura 3.18: Función de transferencia empírica calculada a partir del método lineal equivalente para el caso de los registros sísmicos en la superficie.

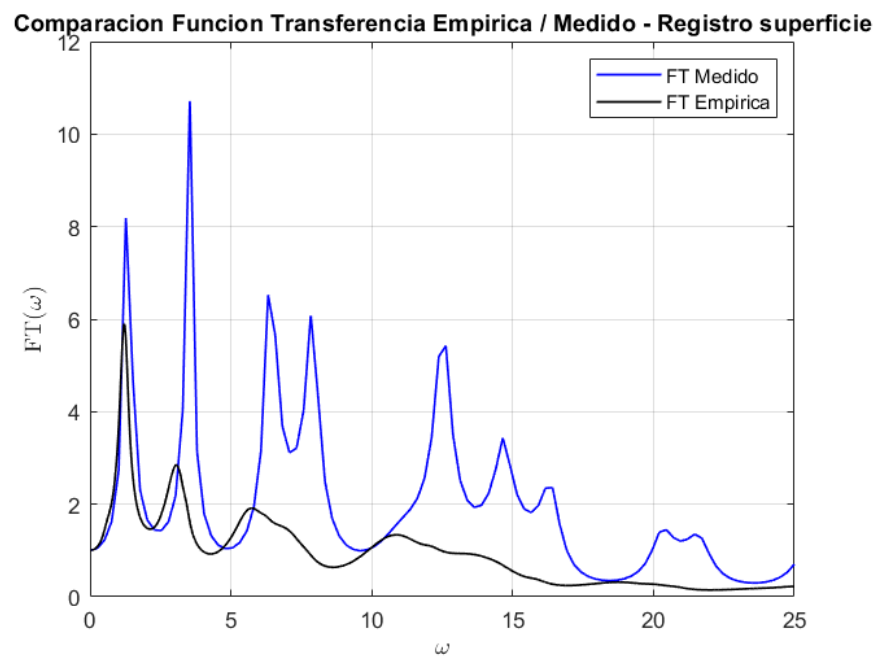


Figura 3.19: Comparación de la función de transferencia entre el caso empírico y medido.

Mediante DEEPSOIL se obtuvo además los espectros de aceleración para distintos períodos, en la Figura 3.20 se ilustra tanto el promedio como la desviación estándar.

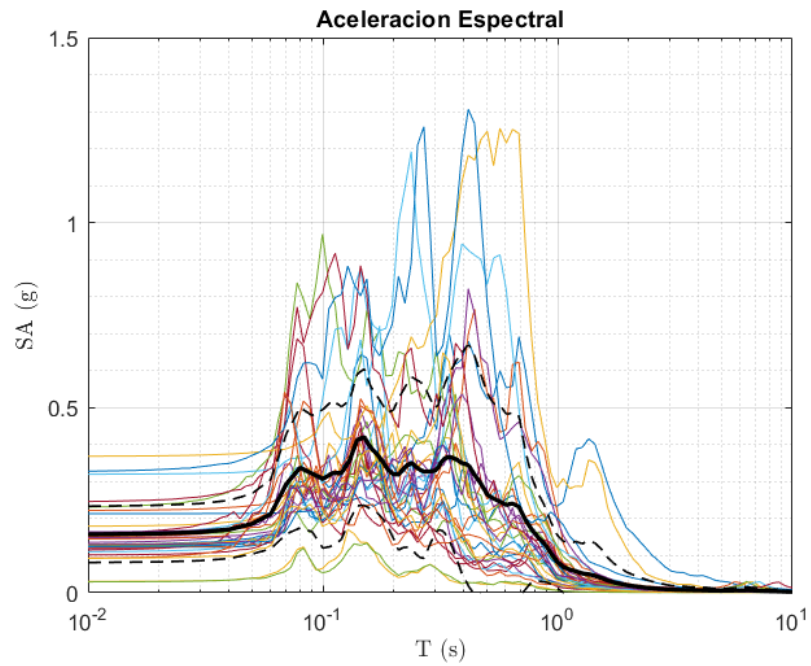


Figura 3.20: Aceleración espectral obtenido mediante el método lineal equivalente para los registros en superficie.

4. Síntesis de resultados

A modo de síntesis de los comentarios expuestos en las secciones anteriores del presente informe es posible concluir, en una primera instancia, que el método de Nakamura para obtener la frecuencia de amplificación es consistente, dado que, tanto para el caso de vibración ambiental (Figura 3.4) como la razón espectral mediante los registros sísmicos en superficie (Figura 3.5) se obtuvo un período predominante similar ($2H_z$).

Sin embargo, mediante esta técnica no es posible saber en cuánto amplifica, dado que el valor peak de H/V no es igual en ambos casos, por tanto, si se necesita un resultado más detallado es necesario el uso de una metodología distinta. Lo bueno de esta metodología es que es económica, ya que no se necesita hacer perforaciones o sondajes.

En cuanto a la función de transferencia mediante registros sísmicos se obtuvieron resultados muy parecidos para el caso analítico y empírico con el registro en roca basal (Figura 3.15), obteniendo factores de amplificación idénticos en frecuencias bajas y parecidos en frecuencias mas altas.

En cuanto a los registros en afloramiento rocoso se obtuvo un error mayor en la función de transferencia, tanto en frecuencias como en la amplitud (Figura 3.17), por tanto es posible que el sismo no haya sido capaz de entregar energía suficiente al sistema del suelo como para lograr desplazamientos mayores en superficie, ello explicaría el por qué la amplitud del factor de transferencia es tan bajo para frecuencias mayores, otro origen del error puede ser efectos no lineales del suelo dado que ese rango de frecuencias es característico de terremotos de alta energía, por tanto la rigidez del suelo puede cambiar excesivamente para mayores frecuencias, cambiando el comportamiento.

Un fenómeno parecido ocurre al contrastar la función de transferencia empírica con el registro en superficie (Figura 3.19), para frecuencias más bajas se obtuvo una frecuencia similar de amplificación (cerca del $1Hz$) sin embargo para frecuencias mayores ocurren desviaciones tanto en frecuencia como amplitud.

Lo anterior permite concluir que si se requiere estudiar la función de transferencia de un suelo es recomendable utilizar un registro sísmico en la roca basa, dado que esto disminuye la fuente de error tanto para frecuencias bajas y altas. Sin embargo realizar estudios a este nivel de profundidad (En el caso de Llolleo, 61 metros) es extremadamente costoso.

Referencias

- [1] Seed, H. B., Wong, R. T., Idriss, I. M., & Tokimatsu, K. (1986). *Moduli and damping factors for dynamic analyses of cohesionless soils*. *Journal of Geotechnical Engineering*, 112(11), 1016–1032.
- [2] Nakamura, Y., (1989), *A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface*. Quarterly Reports of the Railway Technical Research Institute, 30, 25-33.
- [3] Konno, K. and Omachi, T., 1998, Bull. Seism. Soc. Am., 88, 228-241.
- [4] Ramon Verdugo, *Amplification phenomena observed in downhole array records generated on a subductive environment*, Physics of the Earth and Planetary Interiors 175 (2009) 63–77.