

Санкт-Петербургский государственный университет
Математико-механический факультет
Прикладная математика и информатика

Отчёт по заданию 3.1

Задача обратного интерполирования

Выполнила:

Бабенко Полина Александровна

Группа 21.Б06-мм

Проверил:

Алцыбеев Глеб Олегович,

Кафедра вычислительной
математики

Санкт-Петербург

2023

Постановка задачи

Дана таблично-заданная функция. Найти значение\значения аргумента\аргументов (задача может иметь не единственное решение), при котором данная таблично-заданная функция принимает значение F .

Решение

1 способ решения: ПУСТЬ таблично-заданная функция, для которой решается задача, строго монотонна (предполагается, что функция f , таблица которой дана в задаче, на рассматриваемом участке – это строго монотонная и непрерывная функция, то у нее существует обратная функция f^{-1}), которая также строго монотонна и непрерывна). ТОГДА задача обратного интерполирования может быть сведена к задаче поиска значения $f^{-1}(F)$ для таблично-заданной функции f^{-1} (при этом следует поменять местами столбцы исходной таблицы и далее трактовать значения $f(x_i)$ как аргументы для f^{-1}). Таким образом, ИМЕЕМ задачу алгебраического интерполирования для таблично-заданной функции f^{-1} , где F – точка интерполирования. Теперь, если построить интерполяционный многочлен Q_n по таблице значений, то решением задачи будет значение $Q_n(F) \approx f^{-1}(F)$. Степень интерполяционного многочлена n – параметр задачи ($n \leq m$) – запросить у пользователя. При нахождении значения $Q_n(F)$ использовать программу из Задания №2 (представление в форме Лагранжа или Ньютона – неважно). Результатом решения задачи обратного интерполирования 1 способом является значение $X = Q_n(F)$.

ПРОВЕРКА: В тестовой задаче всегда можно посчитать модуль невязки $rn(X) = |f(X) - F|$.

2 способ решения: Если мы не располагаем информацией, что на рассматриваемом участке таблицы функция строго монотонна и непрерывна, и, следовательно, не полномочны «переворачивать таблицу», то возможно следующее решение. Также этот способ решения можно применять, если первый способ возможен, но не дал хороший результат (например, если обратная функция плохо приближается многочленом). Результатом решения задачи обратного интерполирования 2 способом будет(ут) корень(ни) уравнения $P_n(x) = F$, где $P_n(x)$ – интерполяционный полином функции $f(x)$. При построении интерполяционного многочлена $P_n(x)$ можно использовать программу из ЛР №2. Алгебраическое уравнение решить методом секущих или методом бисекции с точностью ε (смотри ЛР №1).

ПРОВЕРКА: В тестовой задаче всегда можно посчитать модуль невязки $rn(x) = |f(x) - F|$ для каждого приближенного решения.

Результаты

Функция $y=\ln(1+x)$ из 2 варианта прошлой задачи.

Все начальные данные те же: $a=0$, $b=1.5$, $(m+1)=16$, $n=8$.

Точность 0.000001 ($\epsilon=10^{-6}$)

Значение функции, для которого будем искать аргумент: 0.77

Результат, полученный первым способом.

$$Q_n(F) = 1.1597662537849134$$

$$|f(x)-F| = 7.771561172376096e-16 \text{ (модуль невязки)}$$

Второй способ: строим интерполяционный многочлен и решаем уравнение $P_n(x)=F$

Корни уравнения $P_n(x)=F$:

$$x=1.1597662537836828$$

$$|f(x)-F| = 5.705436123548679e-13 \text{ (модуль невязки)}$$

Ссылка на репозиторий приложена к письму.