Санкт-Петербургский государственный университет

Математико-механический факультет

Прикладная математика и информатика

Отчёт по заданию 1

Численные методы решения нелинейных уравнений

Выполнила:

Бабенко Полина Александровна

Группа 21.Б06-мм

Проверил:

Алцыбеев Глеб Олегович,

Кафедра вычислительной математики

Санкт-Петербург

2023

Постановка задания и способ решения

Пусть дано алгебраическое или трансцендентное уравнение вида

$$f(x) = 0, \quad (1)$$

причем, известно, что все интересующие вычислителя корни находятся на отрезке [A, B], на котором функция $f(x)$ определена и непрерывна.

Требуется найти все корни уравнения (1) на [A, B] нечетной кратности (здесь A, B, $f(x)$ – параметры задачи).

Решение задачи разбить на два этапа:

1. Процедура отделения корней уравнения (1) на отрезке [A, B];
2. Уточнение корней уравнения (1) на отрезках перемены знака вида [a_i, b_i]
   a. Методом половинного деления (методом бисекции);
   b. Методом Ньютона (методом касательных);
   c. Модифицированным методом Ньютона;
   d. Методом секущих

с заданной точностью ε>0 (ε – параметр задачи).

Начальные данные: функция f(x) = 2^(-x) - sin(x); A = -5, B = 10, ε=10^(-6)

Результаты

Вывод программы после процедуры проведения отделения корней:

	Отрезки
1	**[0.5500000000000005, 0.7000000000000005]**
2	**[2.9499999999999993, 3.099999999999999]**
3	**[6.250000000000036, 6.400000000000004]**
4	**[9.400000000000011, 9.550000000000011]**

Число отрезков: 4

Найдено 4 корня на указанном отрезке.

Вывод у программы выглядит так:

Метод бисекции:

	x	delta	|f(x)-0|	кол-во шагов
1	0.6761819839477546	5.722045898215455e-07	3.8061483487172865e-07	17
2	3.0178102493286127	5.722045897105232e-07	2.000729179968408e-07	17
3	6.295913124084477	5.722045899325678e-07	2.6193588993986272e-08	17
4	9.423321342468272	5.722045894884786e-07	1.6095381698668157e-07	17

Метод Ньютона:

	x	|f(x)-0|	кол-во шагов
1	0.6761816703625775	5.306866057708248e-14	2
2	3.0178104699725132	5.551115123125783e-17	2
3	6.295913098117862	2.654126918244515e-16	2
4	9.423321503584914	3.9876955904016853e-16	2

Модифицированный метод Ньютона:

	x	|f(x)-0|	кол-во шагов
1	0.6761816686101395	2.1270798455930162e-09	4
2	3.0178104699826838	9.222247965290364e-12	2
3	6.29591309810305	1.494135891400017e-11	2
4	9.423321503519825	6.502308934341894e-11	2

+---+-------------------+-----------------------+-------------+

Метод секущих:

	x	|f(x)-0|	кол-во шагов
1	0.6761816703626369	1.8984813721090177e-14	4
2	3.0178104699725132	5.551115123125783e-17	4
3	6.295913098118073	2.1349935708236956e-13	3
4	9.423321503584907	6.699502064222429e-15	3

Таким образом, найдено 4 корня на отрезке.

Самый точный метод, как и ожидалось, оказался метод Ньютона. Корни, полученные этим методом:

0.6761816703625775

3.0178104699725132

6.295913098117862

9.423321503584914

Корни, полученные с помощью Wolfram Alpha:

$x \approx 0.67618167036262122148$

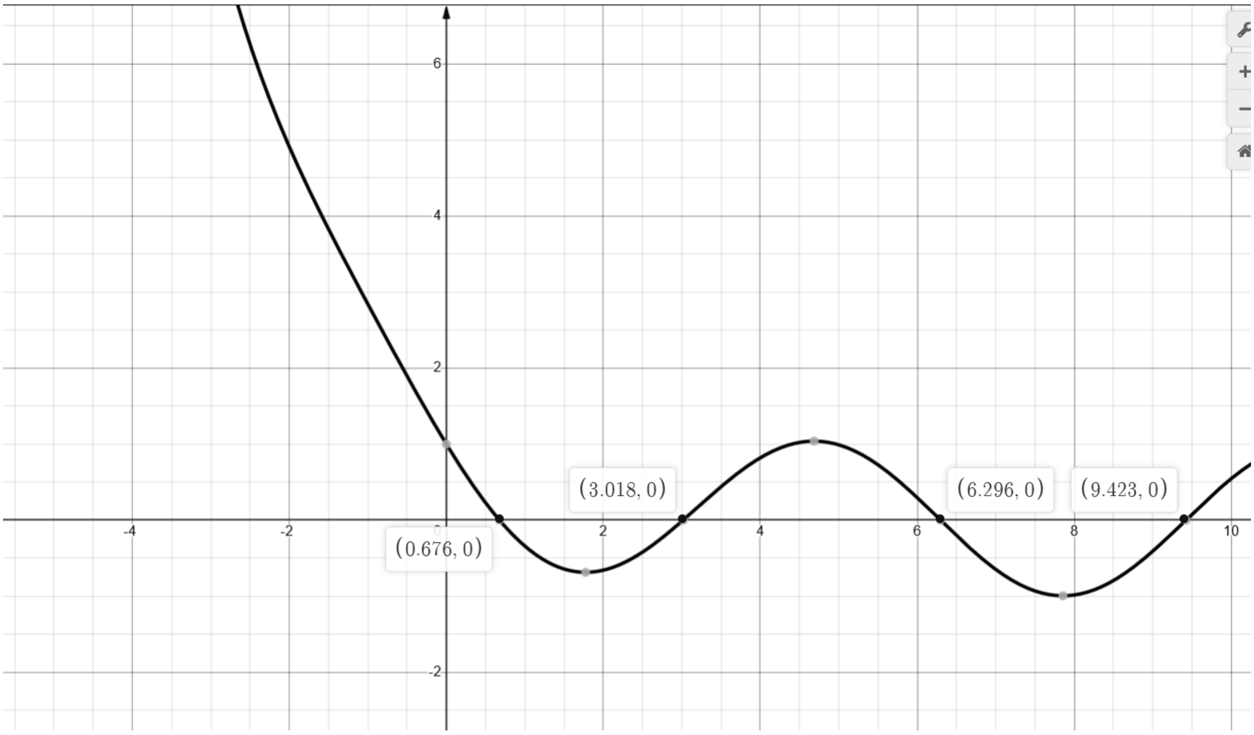
$x \approx 3.0178104699725132997$

$x \approx 6.2959130981178616652$

$x \approx 9.4233215035849134283$

Отсюда видно, что желаемая точность была достигнута.

График



Ссылка на репозиторий приложена к письму.