

Санкт-Петербургский государственный университет
Математико-механический факультет
Прикладная математика и информатика

Отчёт по заданию 3.2

Нахождение производных таблично-заданной функции по формулам
численного дифференцирования

Выполнила:

Бабенко Полина Александровна

Группа 21.Б06-мм

Проверил:

Алцыбеев Глеб Олегович,

Кафедра вычислительной
математики

Санкт-Петербург

2023

Постановка задачи

Для таблично-заданной функции f , найти значение ее первой и второй производной в узлах x_i таблицы. Для этого воспользоваться известными простейшими формулами численного дифференцирования, имеющими погрешность, порядка $O(h^2)$. Вывести на печать таблицу вида:

x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)_{\text{чд}}$	$ f'(x_i)_T - f'(x_i)_{\text{чд}} $	$f''(x_i)_{\text{чд}}$	$ f''(x_i)_T - f''(x_i)_{\text{чд}} $

Рассматривать функцию $f(x)=e^{(4,5*x)}$. Здесь число значений в таблице $m+1$, $a, h>0$ — параметры задачи.

Результат

Число значений в таблице $(m+1)$: 16

$m = 15$

Начальная точка a : 0

Шаг в таблице $h>0$: 0.1

Таблица значений:

+---+-----+-----+		
	x_k	$f(x_k)$
+---+-----+-----+		
1	0.0	1.0
2	0.1	1.4918246976412703
3	0.2	2.225540928492468
4	0.30000000000000004	3.320116922736548
5	0.4	4.953032424395115
6	0.5	7.38905609893065
7	0.6000000000000001	11.023176380641605
8	0.7000000000000001	16.444646771097055
9	0.8	24.532530197109352
10	0.9	36.59823444367799
11	1.0	54.598150033144236
12	1.1	81.45086866496814
13	1.2000000000000002	121.51041751873497
14	1.3	181.27224187515122

| 15 | 1.4000000000000001 | 270.42640742615276 |

| 16 | 1.5 | 403.4287934927351 |

+-----+-----+-----+-----+

Правая разностная производная					
x_i	f'(x_i)	Невязка f'	f''(x_i)	Невязка f''	
0.0	4.9182469764127035	0.9182469764127035	24.189153320992716	8.189153320992716	
0.1	7.337162308511975	1.3698635179468939	36.08597633928826	12.216781177027933	
0.2	10.945759942440802	2.04359622847093	53.833950741448646	18.22529588556916	
0.30000000000000004	16.329155016585666	3.0486873256394738	80.31081728769688	27.188946523912108	
0.4	24.360236745355355	4.548107047774895	119.80966071754185	40.56114192722001	
0.5	36.34120281710954	6.784978421386938	178.73501087444964	60.510113291559236	
0.6000000000000001	54.214703904554504	10.121998381988085	266.64130355568466	90.27048146541898	
0.7000000000000001	80.87883426012297	15.10024717573475	397.78208205563385	134.66773371808097	
0.8	120.65704246568636	22.52692167724895	593.421134289761	200.90065113601133	
0.9	179.99915589466247	33.60621811995051	885.2803042357658	299.708553136918	
1.0	268.52718631823905	50.1345861856621	1320.6830221942919	447.1126216639841	
1.1	400.59548853766825	74.79201387779568	1970.2275502649427	667.0136516254524	
1.2000000000000002	597.6182435641625	111.57657348922265	2939.2341194585288	995.0674391587693	
1.3	891.5416555100154	166.4526880094105	4384.822051558079	1484.4661815556592	
1.4000000000000001	1330.0238606658233	248.3182309612123	6541.385831276477	2214.5633124580327	
1.5	1984.162443793471	370.44726982253064	9758.6009398989	3303.740244015139	
Левая разностная производная					
x_i	f'(x_i)	Невязка f'	f''(x_i)	Невязка f''	
0.0	3.2967995396436067	0.7032004603563933	10.86888720459429	5.131112795405709	
0.1	4.9182469764127035	1.049051814152378	16.214474367690965	7.654720794569361	
0.2	7.337162308511975	1.5650014054578962	24.189153320992716	11.41950153488677	
0.30000000000000004	10.945759942440802	2.334707748505391	36.08597633928826	17.03589442449651	
0.4	16.329155016585666	3.4829746809947935	53.833950741448646	25.414568048873193	
0.5	24.360236745355355	5.195987650367247	80.31081728769688	37.91408029519353	
0.6000000000000001	36.34120281710954	7.751502705456879	119.80966071754185	56.56116137272383	
0.7000000000000001	54.214703904554504	11.563883179833716	178.73501087444964	84.37933746310324	
0.8	80.87883426012297	17.251286528314438	266.64130355568466	125.87917959806498	
0.9	120.65704246568636	25.735895309025594	397.78208205563385	187.78966904321396	
1.0	179.99915589466247	38.39344423791448	593.421134289761	280.1492662405468	
1.1	268.52718631823905	57.27628834163352	885.2803042357658	417.93359440372444	
1.2000000000000002	400.59548853766825	85.44618153727163	1320.6830221942919	623.4836581054676	
1.3	597.6182435641625	127.47072393644237	1970.2275502649427	930.1283197374769	
1.4000000000000001	891.5416555100154	190.16397419459565	2939.2341194585288	1387.5883993599155	
1.5	1330.0238606658233	283.6913133051171	4384.822051558079	2070.038644325683	

Центральная разностная производная					
x_i	$f'(x_i)$	Невязка f'	$f''(x_i)$	Невязка f''	
0.0	4.107523258028155	0.10752325802815488	16.87174731524223	0.8717473152422315	
0.1	6.127704642462339	0.16040585189725753	25.169689337241163	1.3004941749808374	
0.2	9.141461125476388	0.2392974115065165	37.54876418525447	1.9401093293749838	
0.30000000000000004	13.637457479513234	0.35698978856704144	56.0161737774706	2.8943030136858283	
0.4	20.34469588097051	0.532566183390049	83.56631150859607	4.317792718274234	
0.5	30.35071978123245	0.7944953855098476	124.66628739930756	6.441389816417157	
0.6000000000000001	45.27795336083202	1.185247838265603	185.98024650553137	9.609424415265693	
0.7000000000000001	67.54676908233873	1.7681819979505065	277.4499250103632	14.335576672810305	
0.8	100.76793836290466	2.637817574467249	413.9066504891784	21.386167335428752	
0.9	150.3280991801744	3.935161405462452	617.4761637177304	31.90441261888259	
1.0	224.26317110645076	5.870570973873811	921.166191238896	47.5957907085882	
1.1	334.5613374279536	8.757862768081054	1374.2184747223234	71.00457608283318	
1.2000000000000002	499.1068660509154	13.065195975975541	2050.093060545676	105.92638024591656	
1.3	744.5799495370889	19.490982036483956	3058.3794601850195	158.02359018259995	
1.4000000000000001	1110.7827580879193	29.077128383308263	4562.566013462792	235.74349464434817	
1.5	1657.0931522296473	43.37797825870689	6806.548663502483	351.6879676187209	

Точка в начале таблицы					
x_i	$f'(x_i)$	Невязка f'	$f''(x_i)$	Невязка f''	
0.0	3.7087893103630676	0.2912106896369324	13.755118148663383	2.2448818513366167	
0.1	5.532863491547562	0.43443529901751976	20.520224973149784	3.348970189110542	
0.2	8.254062405368368	0.648101308601504	30.61257841609976	4.996076439779728	
0.30000000000000004	12.313614152200829	0.9668535387453634	45.6686005396174	7.453270224167369	
0.4	18.36975370947826	1.4423759881021994	68.12954619171627	11.118972598605566	
0.5	27.404452273387072	2.1517721223355295	101.63733964789262	16.58755793499779	
0.6000000000000001	40.88263872677025	3.210066795796166	151.62509348928026	24.745728600985416	
0.7000000000000001	60.98973015734128	4.788856927046943	226.1980592494757	36.91628908807718	
0.8	90.9859857511983	7.14413503723911	337.4478513468881	55.07263180686152	
0.9	135.73514068287423	10.657797091837722	503.4130388052691	82.15871229357873	
1.0	202.49303520852442	15.899564924052527	751.0040044043751	122.56639612593267	
1.1	302.08411102442113	23.71936363545143	1120.3663217978522	182.8475768416381	
1.2000000000000002	450.6565375912362	35.38513248370367	1671.3901492636796	272.77653103607986	
1.3	672.300552932111	52.78841456849386	2493.421104065694	406.9347659367254	
1.4000000000000001	1002.9545691019996	78.75106060261146	3719.7471846653457	607.0753341530985	
1.5	1496.2323967985265	117.48277717241399	5549.2107190653405	905.6499768184212	

Точка в конце таблицы					
x_i	$f'(x_i)$	Невязка f'	$f''(x_i)$	Невязка f''	
0.0	3.8402438998733213	0.15975610012667874	14.74747321051427	1.2525267894857297	
0.1	5.728970694797251	0.2383280957678302	22.00064476324818	1.8685503990121468	
0.2	8.546619974561613	0.3555437394082581	32.82110522184578	2.7875496340337094	
0.30000000000000004	12.750058759405212	0.5304089315409808	48.96333537383215	4.158535389952618	
0.4	19.0208525536581	0.7912771439223611	73.04471298957529	6.203805800746551	
0.5	28.375777609740187	1.180446785982415	108.9699068699669	9.254990712923501	
0.6000000000000001	42.33168585298665	1.7610196695797669	162.56399836828655	13.806823721979129	
0.7000000000000001	63.15145444827698	2.6271326361112415	242.51698771312255	20.597360624430337	
0.8	94.2108994379072	3.919221350530208	361.79283186800177	30.727651285747868	
0.9	140.546146568468	5.8467912062439495	539.7314820102611	45.84026908858675	
1.0	209.67021260915052	8.72238752342642	805.1847549574336	68.38564557287418	
1.1	312.7912015300273	13.012273129845255	1201.1945036097388	102.01939502975142	
1.2000000000000002	466.6296396473828	19.412030427557056	1791.9716271559485	152.19505314381104	
1.3	696.12962107741	28.959346423194916	2673.3075308636307	227.04833913878883	
1.4000000000000001	1038.5033614829417	43.20226822166933	3988.1061989328405	338.71631988560375	
1.5	1549.2649632437272	64.45021072721329	5949.555324384123	505.30537149963857	

Число значений в таблице (m+1): 10

m = 9

Начальная точка а: 0

Шаг в таблице h>0: 0.01

Таблица значений:

+-----+		
	x_k	f(x_k)
+-----+		
1	0.0	1.0
2	0.01	1.0408107741923882
3	0.02	1.0832870676749586
4	0.03	1.1274968515793757
5	0.04	1.1735108709918103
6	0.05	1.2214027581601699
7	0.06	1.2712491503214047
8	0.07	1.3231298123374369
9	0.08	1.3771277643359572
10	0.09	1.4333294145603401
+-----+		

Левая разностная производная

x_i	$f'(x_i)$	Невязка f'	$f''(x_i)$	Невязка f''
0.0	3.9210560847676823	0.0789439152323177	15.374680819894015	0.6253191801059845
0.01	4.081077419238821	0.08216567753073178	16.002133447113874	0.6508389399643377
0.02	4.247629348257043	0.08551892244279191	16.655192901822158	0.6774001809771804
0.03	4.42097839044171	0.08900901587579302	17.33490421846673	0.7050454068032828
0.04	4.601401941243455	0.09264154272378633	18.042355080174488	0.7338188556944765
0.05	4.789188716835957	0.09642231580472238	18.778677559250223	0.7637665713124946
0.06	4.984639216123488	0.10035738516213133	19.545049928753055	0.7949364763894202
0.07	5.188066201603214	0.1044530477465333	20.34269854797266	0.8273784494263303
0.08	5.399795199852031	0.10871585749179768	21.172899824881686	0.8611444044936292
0.09	5.620165022438295	0.11315263580306567	22.03698225862638	0.8962883743390613

Правая разностная производная

x_i	$f'(x_i)$	Невязка f'	$f''(x_i)$	Невязка f''
0.0	4.081077419238821	0.08107741923882106	16.655192901822158	0.6551929018221578
0.01	4.247629348257043	0.0843862514874898	17.33490421846673	0.6819318313885177
0.02	4.42097839044171	0.08783011974187538	18.042355080174488	0.7097619973751499
0.03	4.601401941243455	0.09141453492595186	18.778677559250223	0.7387279339802113
0.04	4.789188716835957	0.0951452328687159	19.545049928753055	0.7688759928840909
0.05	4.984639216123488	0.09902818348280817	20.34269854797266	0.800254417409942
0.06	5.188066201603214	0.10306960031759527	21.172899824881686	0.8329134197392101
0.07	5.399795199852031	0.10727595050228356	22.03698225862638	0.8669052612273909
0.08	5.620165022438295	0.11165396509446612	22.936328565472675	0.9022843360973596
0.09	5.849528308093022	0.11621064985166107	23.872377891354102	0.9391072583886597

Центральная разностная производная

x_i	$f'(x_i)$	Невязка f'	$f''(x_i)$	Невязка f''
0.0	4.0010667520032515	0.0010667520032514588	16.00853515398597	0.008535153985970823
0.01	4.164353383747931	0.0011102869783785607	16.66185586730622	0.008883480228007556
0.02	4.334303869349376	0.0011555986495412895	17.341839104732546	0.009246021933208226
0.03	4.511190165842582	0.001202759525079422	18.04957298451648	0.00962335924646851
0.04	4.6952953290397055	0.0012518450724643415	18.786190031856975	0.010016095988010676
0.05	4.886913966479722	0.0013029338390424527	19.55286899118227	0.010424860619551168
0.06	5.086352708863351	0.0013561075777319687	20.350836712395015	0.010850307252539437
0.07	5.293930700727622	0.001411451377874684	21.1813701140906	0.01129311669161126
0.08	5.509980111145163	0.0014690538013342191	22.04579822690178	0.011753997526465554
0.09	5.734846665265658	0.0015290070242972575	22.945504320231436	0.012233687265993609

Точка в начале таблицы					
x_i	$f'(x_i)$	Невязка f'	$f''(x_i)$	Невязка f''	
0.0	3.9978014547297103	0.0021985452702897312	15.982416471441763	0.017583528558237305	
0.01	4.160954827164698	0.0022882696048549533	16.63467126110034	0.018301125977870925	
0.02	4.330766615040826	0.002381655659008608	17.313545073706614	0.019048009092724527	
0.03	4.507508553447203	0.002478852870299697	18.020124252179404	0.019825373090608167	
0.04	4.691463467192203	0.002580016775038274	18.7555394739519	0.02063446191706575	
0.05	4.882925723383613	0.0026853092570666703	19.52096756027366	0.021476570289056696	
0.06	5.082201702478805	0.002794898806813606	20.317633359415144	0.022353045727331988	
0.07	5.28961028855891	0.002908960790837689	21.146811706534496	0.023265290864493693	
0.08	5.50548337961092	0.0030276777329083515	22.009829464015418	0.024214765359896973	
0.09	5.730166418636262	0.0031512396050983327	22.908067644259944	0.025202988705498086	

Точка в конце таблицы					
x_i	$f'(x_i)$	Невязка f'	$f''(x_i)$	Невязка f''	
0.0	3.997929488867152	0.002070511132847841	15.983440197953858	0.01655980204614238	
0.01	4.161088086474401	0.002155010295151527	16.635736766690055	0.017235620388156292	
0.02	4.3309053127661645	0.00224295793367002	17.314654063402024	0.017939019397314127	
0.03	4.507652911534043	0.0023344947834598173	18.021278500593628	0.01867112467638421	
0.04	4.691613716644316	0.0024297673229254357	18.756740828146956	0.019433107722008458	
0.05	4.883082104632219	0.002528928008460163	19.522217942671904	0.020226187890813208	
0.06	5.082364465767252	0.0026321355183664963	20.318934770859798	0.021051634282677867	
0.07	5.289779694343066	0.002739555006681549	21.14816622962037	0.02191076777862122	
0.08	5.505659698976451	0.002851358367378154	22.011239266216975	0.022804963158339575	
0.09	5.730349933731415	0.002967724509945313	22.909534981575508	0.023735651389934276	