Санкт-Петербургский государственный университет

Математико-механический факультет

Прикладная математика и информатика

Отчёт по заданию 6

Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка

Выполнила:

Бабенко Полина Александровна

Группа 21.Б06-мм

Проверил:

Алцыбеев Глеб Олегович,

Кафедра вычислительной математики

Санкт-Петербург

2023

Постановка задачи

Найти решение Задачи Коши для уравнения $y'(x)=f(x,y)$ с начальным условием $y(x0)=y0$ следующими методами:

1) Найти точное решение тестовой задачи. Вывести на печать таблицу значений точного решения в равноотстоящих с шагом h точках $x\_k= x\_0+k\cdot h$, где k=-2, -1, 0,…, N; здесь N и h –параметры задачи.
2) Методом разложения в ряд Тейлора (можно ограничиться пятью-шестью ненулевыми слагаемыми) найти и вывести на печать значения приближённого решения в точках $x\_k= x0+k\cdot h$, где k=-2, -1, 0,…, N.
3) Во всех точках x_k вывести на печать значения абсолютной погрешности метода разложения в ряд Тейлора.
4) Используя начало таблицы построенное в п.2) (первые пять найденных Тейлором значений), вывести на печать значения приближённого решения, полученного экстраполяционным методом Адамса 4-го порядка в точках $x\_k= x0+k\cdot h$, где k=3,4,…,N.
5) Методом Рунге-Кутта 4-го порядка найти и вывести на печать значения приближённого решения в точках $x\_k= x0+k\cdot h$, где k=1,2,…,N.
6) Найти и вывести на печать значения приближенных решений исходной задачи, полученных методом Эйлера, методом Эйлера I и методом Эйлера II в точках $x\_k= x0+k\cdot h$, где k=1,2,…,N.
7) Для всех методов определить абсолютную погрешность для последнего значения $y\_N \approx y(x\_N)$.

Начальные данные

Как всегда вариант 2. $y'(x)= - y(x)+ x$, $y(0)=1$; h=0,1 N=10

Результаты

Таблица значений точного решения:

k	x_k	y(x_k)
-2	-0.2	1.24280551632034
-1	-0.1	1.11034183615130
0	0.0	1.00000000000000
1	0.1	0.909674836071919
2	0.2	0.837461506155964
3	0.3	0.781636441363436
4	0.4	0.740640092071279
5	0.5	0.713061319425267
6	0.6	0.697623272188053
7	0.7	0.693170607582819
8	0.8	0.698657928234443
9	0.9	0.713139319481198
10	1.0	0.735758882342885

Метод разложения в ряд Тейлора:

k	x_k	Приближенное значение y(x_k)	Абсолютная погрешность
-2	-0.2	1.24280533333333	1.82987006436264e-7
-1	-0.1	1.11034183333333	2.81796186385463e-9
0	0.0	1.00000000000000	0
1	0.1	0.909674833333333	2.73858558053064e-9
2	0.2	0.837461333333333	1.72822630206682e-7
3	0.3	0.781634500000000	1.94136343589779e-6
4	0.4	0.740629333333333	1.07587379453156e-5
5	0.5	0.713020833333333	4.04860919334116e-5
6	0.6	0.697504000000000	0.000119272188052633
7	0.7	0.692873833333333	0.000296774249485598
8	0.8	0.698005333333333	0.000652594901109804
9	0.9	0.711833500000000	0.00130581948119812
10	1.0	0.733333333333333	0.00242554900955128

Экстраполяционный метод Адамса:

k	x_k	Приближенное значение y(x_k)	Абсолютная погрешность
3	0.3	0.781635687500000	7.53863435565272e-7
4	0.4	0.740638900355903	1.19171537582563e-6
5	0.5	0.713059697191333	1.62223393407324e-6
6	0.6	0.697621394722798	1.87746525470711e-6
7	0.7	0.693168483128077	2.12445474179201e-6
8	0.8	0.698655663152099	2.26508234368872e-6
9	0.9	0.713136924010812	2.39547038605181e-6
10	1.0	0.735756429296665	2.45304621970810e-6

Метод Рунге-Кутта:

k	x_k	Приближенное значение y(x_k)	Абсолютная погрешность
1	0.1	0.909675000000000	1.63928080998410e-7
2	0.2	0.837461802812500	2.96656536447060e-7
3	0.3	0.781636844002356	4.02638919760889e-7
4	0.4	0.740640577834981	4.85763702706699e-7
5	0.5	0.713061868846760	5.49421493079016e-7
6	0.6	0.697623868752630	5.96564577404202e-7
7	0.7	0.693171237342458	6.29759638992589e-7
8	0.8	0.698658579468856	6.51234413173718e-7
9	0.9	0.713139982400151	6.62918953064917e-7
10	1.0	0.735759548824997	6.66482112277045e-7

Метод Эйлера:

k	x_k	Приближенное значение y(x_k)	Абсолютная погрешность
1	0.1	0.900000000000000	0.00967483607191899
2	0.2	0.820000000000000	0.0174615061559635
3	0.3	0.758000000000000	0.0236364413634358
4	0.4	0.712200000000000	0.0284400920712787
5	0.5	0.680980000000000	0.0320813194252669
6	0.6	0.662882000000000	0.0347412721880528
7	0.7	0.656593800000000	0.0365768075828190
8	0.8	0.660934420000000	0.0377235082344431
9	0.9	0.674840978000000	0.0382983414811983
10	1.0	0.697356880200000	0.0384020021428847

Метод Эйлера I:

k	x_k	Приближенное значение y(x_k)	Абсолютная погрешность
1	0.1	0.910000000000000	0.000325163928081018
2	0.2	0.838050000000000	0.000588493844036475
3	0.3	0.782435250000000	0.000798808636564230
4	0.4	0.741603901250000	0.000963809178721298
5	0.5	0.714151530631250	0.00109021120598318
6	0.6	0.698807135221281	0.00118386303322848
7	0.7	0.694420457375259	0.00124984979244047
8	0.8	0.699950513924610	0.00129258569016666
9	0.9	0.714455215101772	0.00131589562057366
10	1.0	0.737081969667104	0.00132308732421893

Метод Эйлера II:

k	x_k	Приближенное значение y(x_k)	Абсолютная погрешность
1	0.1	0.910000000000000	0.000325163928081018
2	0.2	0.838050000000000	0.000588493844036475
3	0.3	0.782435250000000	0.000798808636564230
4	0.4	0.741603901250000	0.000963809178721298
5	0.5	0.714151530631250	0.00109021120598318
6	0.6	0.698807135221281	0.00118386303322848
7	0.7	0.694420457375259	0.00124984979244047
8	0.8	0.699950513924610	0.00129258569016666
9	0.9	0.714455215101772	0.00131589562057366
10	1.0	0.737081969667104	0.00132308732421893