

Задача 5.2.

КФ Гаусса, её узлы и коэффициенты. Вычисление интегралов при помощи КФ Гаусса КФ Мелера, её узлы и коэффициенты. Вычисление интегралов при помощи КФ Мелера.

Вариант 2:

Вариант 2
Найти при помощи КФ Гаусса

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)(4+3x^2)}}, \quad N = 4, 6, 7, 8$$

Для КФ Мелера $f(x) = \exp(2x)$.

Результат:

Квадратурная формула Гаусса

N=1

+-----+-----+		
Узлы Коэффициенты		
+-----+-----+		
0.0	2.0	
+-----+-----+		

Результат на мономе x^1 : 0.0

Правильный ответ: 0.0

Погрешность: 0.0

N=2

+-----+-----+		
Узлы Коэффициенты		
+-----+-----+		
-0.5773502691896258	0.9999999999999996	

| 0.5773502691896256 | 1.0000000000000009 |

+-----+-----+

Результат на мономе x^3 : 2.7755575615628914e-17

Правильный ответ: 0.0

Погрешность: 2.7755575615628914e-17

N=3

+-----+-----+

| Узлы | Коэффициенты |

+-----+-----+

| -0.7745966692414834 | 0.5555555555555557 |

| 0.0 | 0.8888888888888888 |

| 0.7745966692414833 | 0.5555555555555565 |

+-----+-----+

Результат на мономе x^5 : 1.1102230246251565e-16

Правильный ответ: 0.0

Погрешность: 1.1102230246251565e-16

N=4

+-----+-----+

| Узлы | Коэффициенты |

+-----+-----+

| -0.8611363115940536 | 0.3478548451374418 |

| -0.33998104358485653 | 0.6521451548625454 |

| 0.3399810435848563 | 0.6521451548625459 |

| 0.8611363115940531 | 0.3478548451374478 |

+-----+-----+

Результат на мономе x^7 : 1.6653345369377348e-15

Правильный ответ: 0.0

Погрешность: 1.6653345369377348e-15

N=5

Узлы	Коэффициенты
-0.9061798459386644	0.23692688505616732
-0.5384693101056828	0.4786286704993675
0.0	0.5688888888888889
0.5384693101056831	0.4786286704993664
0.906179845938664	0.23692688505618925

Результат на мономе x^9 : 8.604228440844963e-15

Правильный ответ: 0.0

Погрешность: 8.604228440844963e-15

N=6

Узлы	Коэффициенты
-0.9324695142031512	0.17132449237928113
-0.6612093864662644	0.3607615730481408
-0.23861918608319688	0.467913934572691
0.23861918608319696	0.4679139345726908
0.6612093864662646	0.36076157304814577
0.9324695142031507	0.17132449237921038

Результат на мономе x^{11} : -3.314015728506092e-14

Правильный ответ: 0.0

Погрешность: 3.314015728506092e-14

N=7

+-----+-----+	
Узлы	Коэффициенты
+-----+-----+	
-0.9491079123427593	0.12948496616873909
-0.7415311855993946	0.27970539148924556
-0.40584515137739724	0.3818300505051182
0.0	0.4179591836734694
0.4058451513773972	0.38183005050511876
0.7415311855993947	0.27970539148929086
0.9491079123427578	0.12948496616886027

Результат на мономе x^{13} : 6.109002192999924e-14

Правильный ответ: 0.0

Погрешность: 6.109002192999924e-14

Формула Гаусса для произвольного отрезка

Тестовая функция: $1/((1+x^2)*(4+3x^2))^{(1/2)}$

Введите границы отрезка интегрирования ([a, b])

a: 0

b: 1

N=3

+-----+-----+	
Узлы	Коэффициенты
+-----+-----+	

| 0.1127016653792583 | 0.27777777777777785 |

| 0.5 | 0.4444444444444444 |

| 0.8872983346207417 | 0.27777777777777823 |

+-----+-----+

Результат для тестовой функции: 0.4021355247759132

Точное значение: 0.4021830506160328

Погрешность: 4.7525840119633234e-05

Проверка на мономе $x^{(2 * 3 - 1)} = x^{(5)}$:

Погрешность: 2.498001805406602e-16

N=4

+-----+-----+

| Узлы | Коэффициенты |

+-----+-----+

| 0.06943184420297321 | 0.1739274225687209 |

| 0.33000947820757176 | 0.3260725774312727 |

| 0.6699905217924281 | 0.32607257743127294 |

| 0.9305681557970266 | 0.1739274225687239 |

+-----+-----+

Результат для тестовой функции: 0.40218488073786607

Точное значение: 0.4021830506160328

Погрешность: 1.8301218332461566e-06

Проверка на мономе $x^{(2 * 4 - 1)} = x^{(7)}$:

Погрешность: 1.6653345369377348e-15

N=5

+-----+-----+

Узлы	Коэффициенты
0.046910077030667796	0.11846344252808366
0.2307653449471586	0.23931433524968376
0.5	0.28444444444444444
0.7692346550528415	0.2393143352496832
0.9530899229693319	0.11846344252809463

Результат для тестовой функции: 0.4021830332768491

Точное значение: 0.4021830506160328

Погрешность: 1.7339183699949245e-08

Проверка на мономе $x^{(2 * 5 - 1)} = x^{(9)}$:

Погрешность: 2.7755575615628914e-17

N=6

Узлы	Коэффициенты
0.03376524289842442	0.08566224618964056
0.16939530676686781	0.1803807865240704
0.38069040695840156	0.2339569672863455
0.6193095930415985	0.2339569672863454
0.8306046932331324	0.18038078652407288
0.9662347571015754	0.08566224618960519

Результат для тестовой функции: 0.4021830481440513

Точное значение: 0.4021830506160328

Погрешность: 2.4719815083784624e-09

Проверка на мономе $x^{(2 * 6 - 1)} = x^{(11)}$:

Погрешность: 1.3766765505351941e-14

Формула Мелера

Тестовая функция: $\exp(2x)$

Введите N1, N2, N3, N4:

4 6 7 8

N=4

+-----+-----+	
Узлы	Коэффициенты
+-----+-----+	
0.9238795325112867	0.7853981633974483
0.38268343236508984	0.7853981633974483
-0.3826834323650897	0.7853981633974483
-0.9238795325112867	0.7853981633974483
+-----+-----+	

Значение интеграла по КФ Мёллера: 7.161354398779038

Точное значение интеграла: 7.161528439050064

Погрешность: 0.00017404027102685404

Проверка на мономе $x^{(2 * 4 - 1)} = x^{(7)}$:

Погрешность: 0.0

N=6

+-----+-----+	
Узлы	Коэффициенты
+-----+-----+	
0.9659258262890683	0.5235987755982988
0.7071067811865476	0.5235987755982988
0.25881904510252074	0.5235987755982988
-0.25881904510252085	0.5235987755982988
-0.7071067811865475	0.5235987755982988
-0.9659258262890682	0.5235987755982988
+-----+-----+	

Значение интеграла по КФ Мёллера: 7.161528424887134

Точное значение интеграла: 7.161528439050064

Погрешность: 1.4162930384031824e-08

Проверка на мономе $x^{(2 * 6 - 1)} = x^{(11)}$:

Погрешность: 4.996003610813204e-16

N=7

+-----+-----+	
Узлы	Коэффициенты
+-----+-----+	
0.9749279121818236	0.4487989505128276
0.7818314824680298	0.4487989505128276
0.4338837391175582	0.4487989505128276
6.123233995736766e-17	0.4487989505128276
-0.43388373911755806	0.4487989505128276
-0.7818314824680297	0.4487989505128276
-0.9749279121818236	0.4487989505128276
+-----+-----+	

Значение интеграла по КФ Мёллера: 7.161528438973224

Точное значение интеграла: 7.161528439050064

Погрешность: 7.684075598035633e-11

Проверка на мономе $x^{(2 * 7 - 1)} = x^{(13)}$:

Погрешность: 5.551115123125783e-17

N=8

+-----+-----+

| Узлы | Коэффициенты |

+-----+-----+

| 0.9807852804032304 | 0.39269908169872414 |

| 0.8314696123025452 | 0.39269908169872414 |

| 0.5555702330196023 | 0.39269908169872414 |

| 0.19509032201612833 | 0.39269908169872414 |

| -0.1950903220161282 | 0.39269908169872414 |

| -0.555570233019602 | 0.39269908169872414 |

| -0.8314696123025453 | 0.39269908169872414 |

| -0.9807852804032304 | 0.39269908169872414 |

+-----+-----+

Значение интеграла по КФ Мёллера: 7.161528439049938

Точное значение интеграла: 7.161528439050064

Погрешность: 1.2612133559741778e-13

Проверка на мономе $x^{(2 * 8 - 1)} = x^{(15)}$:

Погрешность: 5.551115123125783e-17

