Санкт-Петербургский государственный университет

Математико-механический факультет

Прикладная математика и информатика

Отчёт по заданию 2

Задача алгебраического интерполирования. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона и в форме Лагранжа

Выполнила:

Бабенко Полина Александровна

Группа 21.Б06-мм

Проверил:

Алцыбеев Глеб Олегович,

Кафедра вычислительной математики

Санкт-Петербург

2023

**Постановка задачи**

Дана таблично-заданная функция (m+1) аргумента. Требуется найти значение в точке x, (здесь x — параметр задачи; пользователю предлагается ввести произвольное значение x).

Для этого требуется построить интерполяционный алгебраический многочлен, степени не выше n, (n ‒ параметр задачи; пользователю предлагается ввести произвольное значение n ≤ m) .

**2 вариант:**

**f(x)=ln(1+x)**

**a=0**

**m+1=16**

**b=1.5**

**n=8**

**Решение**

Решением задачи будет значение P\_n(x) ≈ f(x) (здесь P\_n — алгебраический интерполяционный многочлен функции f, степени не выше n (при этом n ≤ m), построенный по набору из (n+1) узла z\_j , решающему задачу минимизации погрешности интерполирования в заданной точке x.

Для выбора «оптимальных» для точки x узлов необходимо упорядочить узлы исходной таблицы по мере удаления их от точки интерполирования x (провести любую любимую сортировку). Далее работать уже с отсортированной таблицей. Узлы для построения P\_n будут располагаться в первых (n+1) строках отсортированной таблицы (в наших обозначениях это x\_0, x\_1, … x\_n.

Найти значение P\_n^L (x), используя представление в форме Лагранжа. Вычислить фактическую погрешность ef\_n(x)=|f(x)-P\_n^L (x)|. Найти значение P\_n^N (x), используя представление в форме Ньютона. Для этого построить таблицу разделенных разностей по первым (n+1) значениям таблицы до порядка n включительно. Вычислить фактическую погрешность ef\_n(x)=|f(x)-P\_n^N (x)|.

**Вывод программы**

* Точка интерполирования: 1

Степень интерполяционного многочлена n (<= 15): 8

Отсортированная таблица

+----+-----+---------------------+

| | x\_k | f(x\_k) |

+----+-----+---------------------+

| 1 | 1.0 | 0.6931471805599453 |

| 2 | 0.9 | 0.6418538861723947 |

| 3 | 1.1 | 0.7419373447293773 |

| 4 | 0.8 | 0.5877866649021191 |

| 5 | 1.2 | 0.7884573603642703 |

| 6 | 0.7 | 0.5306282510621704 |

| 7 | 1.3 | 0.8329091229351039 |

| 8 | 1.4 | 0.8754687373538999 |

| 9 | 0.6 | 0.47000362924573563 |

| 10 | 0.5 | 0.4054651081081644 |

| 11 | 1.5 | 0.9162907318741551 |

| 12 | 0.4 | 0.3364722366212129 |

| 13 | 0.3 | 0.26236426446749106 |

| 14 | 0.2 | 0.1823215567939546 |

| 15 | 0.1 | 0.09531017980432493 |

| 16 | 0.0 | 0.0 |

+----+-----+---------------------+

Полином в форме Лагранжа:

P\_n(x) = 0.6931471805599453

|f(x)-P\_n(x)| = 0.0

Полином в форме Ньютона:

P\_n(x) = 0.6931471805599453

|f(x)-P\_n(x)| = 0.0

* Точка интерполирования: 0.77

Степень интерполяционного многочлена n (<= 15): 8

Отсортированная таблица

+----+-----+---------------------+

| | x\_k | f(x\_k) |

+----+-----+---------------------+

| 1 | 0.8 | 0.5877866649021191 |

| 2 | 0.7 | 0.5306282510621704 |

| 3 | 0.9 | 0.6418538861723947 |

| 4 | 0.6 | 0.47000362924573563 |

| 5 | 1.0 | 0.6931471805599453 |

| 6 | 0.5 | 0.4054651081081644 |

| 7 | 1.1 | 0.7419373447293773 |

| 8 | 0.4 | 0.3364722366212129 |

| 9 | 1.2 | 0.7884573603642703 |

| 10 | 0.3 | 0.26236426446749106 |

| 11 | 1.3 | 0.8329091229351039 |

| 12 | 0.2 | 0.1823215567939546 |

| 13 | 1.4 | 0.8754687373538999 |

| 14 | 0.1 | 0.09531017980432493 |

| 15 | 1.5 | 0.9162907318741551 |

| 16 | 0.0 | 0.0 |

+----+-----+---------------------+

Полином в форме Лагранжа:

P\_n(x) = 0.5709795465794626

|f(x)-P\_n(x)| = 6.27520257978631e-12

Полином в форме Ньютона:

P\_n(x) = 0.5709795465794628

|f(x)-P\_n(x)| = 6.274980535181385e-12

Значение из WolframAlpha

x≈0.77000000000000000000, y≈0.5709795465857377740

Вычисление с помощью интерполяционной формы Ньютона оказалось немного более точным. (В вычислениях копятся ошибки, а разными методами накопления ошибок происходят по-разному)

Видно, что погрешность достаточно мала, значит цель достигнута.

**Замечание**

Если точка, в которой мы ищем значение функции выходит за границы заданного нами изначально отрезка, результат может быть непредсказуем.

Ниже мы ищем значение функции в точках 2 и 8, и погрешность получается непозволительно большая.

Точка интерполирования: 2

Степень интерполяционного многочлена n (<= 15): 8

Отсортированная таблица

+----+-----+---------------------+

| | x\_k | f(x\_k) |

+----+-----+---------------------+

| 1 | 1.5 | 0.9162907318741551 |

| 2 | 1.4 | 0.8754687373538999 |

| 3 | 1.3 | 0.8329091229351039 |

| 4 | 1.2 | 0.7884573603642703 |

| 5 | 1.1 | 0.7419373447293773 |

| 6 | 1.0 | 0.6931471805599453 |

| 7 | 0.9 | 0.6418538861723947 |

| 8 | 0.8 | 0.5877866649021191 |

| 9 | 0.7 | 0.5306282510621704 |

| 10 | 0.6 | 0.47000362924573563 |

| 11 | 0.5 | 0.4054651081081644 |

| 12 | 0.4 | 0.3364722366212129 |

| 13 | 0.3 | 0.26236426446749106 |

| 14 | 0.2 | 0.1823215567939546 |

| 15 | 0.1 | 0.09531017980432493 |

| 16 | 0.0 | 0.0 |

+----+-----+---------------------+

Полином в форме Лагранжа:

P\_n(x) = 1.0985845632485507

|f(x)-P\_n(x)| = 2.7725419559088138e-05

Полином в форме Ньютона:

P\_n(x) = 1.0985845632483378

|f(x)-P\_n(x)| = 2.7725419772028914e-05

Хотите ввести новые значения x и n? (Да/Нет): Да

Точка интерполирования: 10

Степень интерполяционного многочлена n (<= 15): 8

Отсортированная таблица

+----+-----+---------------------+

| | x\_k | f(x\_k) |

+----+-----+---------------------+

| 1 | 1.5 | 0.9162907318741551 |

| 2 | 1.4 | 0.8754687373538999 |

| 3 | 1.3 | 0.8329091229351039 |

| 4 | 1.2 | 0.7884573603642703 |

| 5 | 1.1 | 0.7419373447293773 |

| 6 | 1.0 | 0.6931471805599453 |

| 7 | 0.9 | 0.6418538861723947 |

| 8 | 0.8 | 0.5877866649021191 |

| 9 | 0.7 | 0.5306282510621704 |

| 10 | 0.6 | 0.47000362924573563 |

| 11 | 0.5 | 0.4054651081081644 |

| 12 | 0.4 | 0.3364722366212129 |

| 13 | 0.3 | 0.26236426446749106 |

| 14 | 0.2 | 0.1823215567939546 |

| 15 | 0.1 | 0.09531017980432493 |

| 16 | 0.0 | 0.0 |

+----+-----+---------------------+

P\_n(x) = -1322.7914218902588

|f(x)-P\_n(x)| = 1324.9886464675951

Полином в форме Ньютона:

P\_n(x) = -1322.7911659999234

|f(x)-P\_n(x)| = 1324.9883905772597