

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Омский государственный технический университет»

МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Методические указания
к лабораторным работам

Часть I

Омск
Издательство ОмГТУ
2013

Составители:

В. Н. Иванов, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики;

А. Г. Туровец, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики

Издание содержит методические указания к лабораторным работам по разделу «Механика. Молекулярная физика». Предназначено для студентов всех форм обучения. Подготовлено на кафедре «Физика» ОмГТУ.

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Омского государственного технического университета*

Лабораторная работа 1-1

МАЯТНИК МАКСВЕЛЛА

Цель работы: изучение маятника Максвелла и определение его момента инерции.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка «Маятник Максвелла», электронный блок, штангенциркуль.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

В данной работе определяется момент инерции маятника Максвелла.

Момент инерции твердого тела – важная физическая характеристика. Он является мерой инертности тела при вращательном движении. Момент инерции твердого тела J относительно оси вращения равен сумме произведений элементарных масс Δm_i твердого тела на квадрат их расстояний r_i от оси:

$$J = \sum \Delta m_i \cdot r_i^2.$$

Маятник Максвелла представляет собой массивный диск, насаженный на стержень и подвешенный бифилярно с помощью нитей к горизонтальной опоре (рис. 1.1).

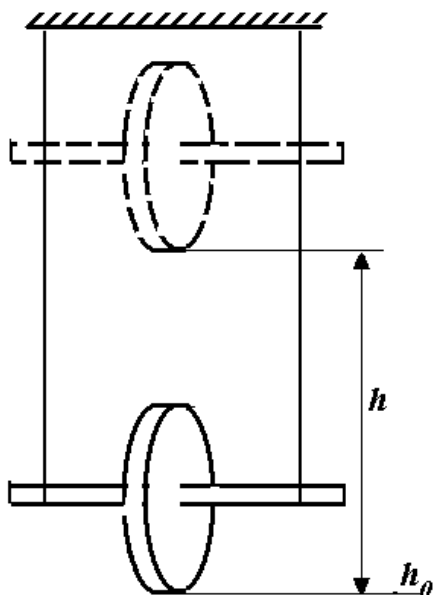


Рис. 1.1

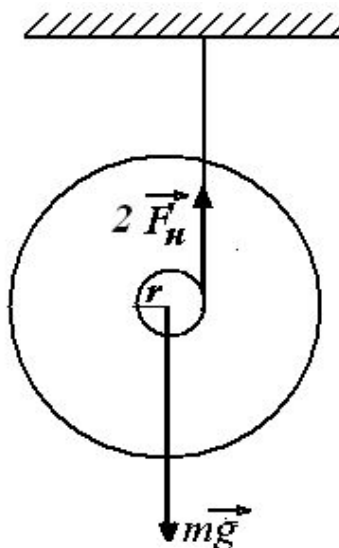


Рис. 1.2

Если, накрутив нити на концы стержня, поднять маятник на некоторую высоту h (рис. 1.1) относительно положения равновесия h_0 (крайнего нижнего

положения) и отпустить, то маятник начнет поступательное движение вниз, одновременно вращаясь вокруг оси симметрии. При этом запасенная им потенциальная энергия будет переходить в кинетическую энергию поступательного и вращательного движения.

Достигнув положения равновесия, маятник, у которого потенциальная энергия полностью перешла в кинетическую, не остановится. Он по инерции будет продолжать вращение, нити начнут наматываться на стержень (уже с другой стороны), и маятник вновь поднимется вверх. Однако из-за убыли механической энергии, вследствие трения нитей о стержень и сопротивления воздуха, расстояние, пройденное маятником при подъеме, окажется меньше, чем при спуске. Поэтому колебательное движение маятника (движение вниз и вверх) оказывается затухающим.

Если трение нитей о стержень мало (колебания медленно затухают), им можно пренебречь и считать, что во время движения как при спуске, так и при подъеме на маятник действуют (рис. 1.2) постоянные по модулю и направлению силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и удвоенная сила натяжения одной нити $2\vec{F}_H$. В таком случае можно считать, что маятник движется с **постоянным** линейным ускорением \vec{a} .

Определение момента инерции маятника Максвелла в данной лабораторной работе основано на использовании закона сохранения механической энергии.

При пренебрежении силами сопротивления согласно закону сохранения механической энергии можно записать:

$$mgh = \frac{mV^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \quad (1.1)$$

где mgh – потенциальная энергия маятника, поднятого на высоту h относительно положения равновесия (m – масса маятника, g – ускорение свободного

падения); $\left(\frac{mV^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \right)$ – кинетическая энергия поступательного и враща-

тельного движения маятника в нижней точке траектории (V – скорость поступательного движения центра масс маятника, ω – угловая скорость, J – момент инерции маятника относительно оси симметрии).

Решая уравнение (1.1) относительно J , получаем:

$$J = \frac{mV^2}{\omega^2} \left(\frac{2gh}{V^2} - 1 \right). \quad (1.2)$$

Поскольку поступательное движение маятника равноускоренное, то при нулевой начальной скорости

$$h = a t^2 / 2, V = at, \quad (1.3)$$

где t – время, за которое маятник опустился с высоты h до нижнего положения.

Если считать, что раскручивание нитей со стержня происходит без проскальзывания, то угловая скорость связана с линейной скоростью центра масс маятника соотношением

$$\omega = V/r = 2V/d, \quad (1.4)$$

где r – радиус стержня, а d – его диаметр.

Подставляя (1.4) и (1.3) в (1.2), получаем выражение для определения момента инерции маятника, содержащее параметры, которые можно определить опытным путем:

$$J = \frac{md^2}{4} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (1.5)$$

Значение момента инерции маятника Максвелла можно вычислить и теоретически. Согласно свойству аддитивности момент инерции маятника равен сумме моментов инерции стержня и диска:

$$J_{теор} = J_{см} + J_{\partial} = \frac{m_{см} \cdot d^2}{8} + \frac{m_{\partial} (D^2 + d^2)}{8}, \quad (1.6)$$

где $J_{см}$ – момент инерции стержня относительно оси вращения ($m_{см}$ – масса стержня, d – его диаметр);

J_{∂} – момент инерции диска с соосным отверстием, равным диаметру стержня (m_{∂} – масса диска, D – его диаметр).

Описание лабораторной установки. Установка «Маятник Максвелла», общий вид которой изображен на рис. 1.3, представляет собой укрепленную на основании 1 вертикальную стойку 2 с двумя кронштейнами. На верхнем кронштейне 3 размещены электромагниты 4 и узел фиксации 5 маятника 6. На нижнем кронштейне 7 установлен фотодатчик 8. Нижний кронштейн можно пере-

мещать вдоль стойки и закреплять винтом. Вертикальная стойка снабжена миллиметровой шкалой и визиром 9. Установка подключена к электронному блоку.

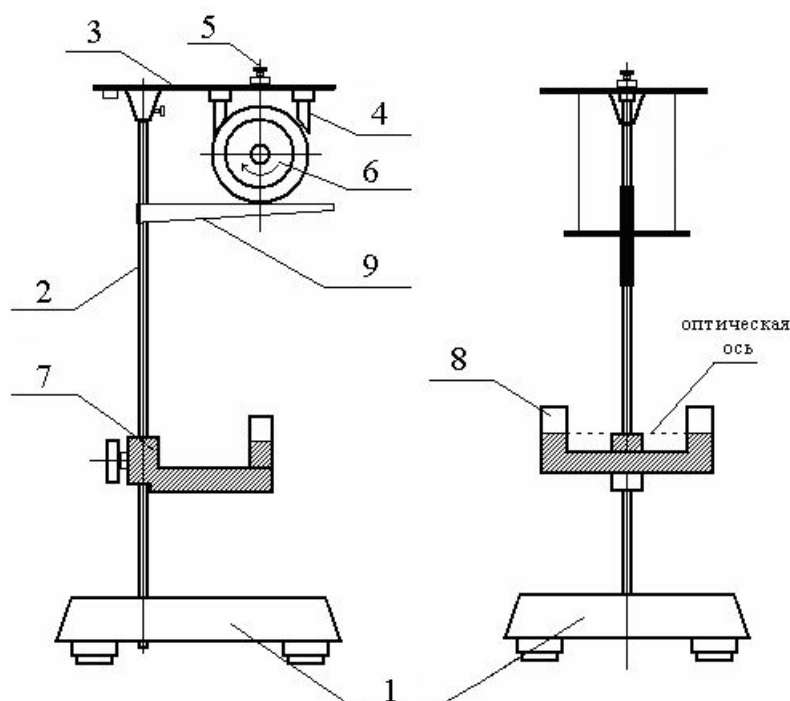


Рис. 1.3

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Отрегулировать положение оси маятника (ось должна быть горизонтальной).

2. Установить кронштейн 7 с фотодатчиком в нижней части вертикальной стойки так, чтобы плоскость кронштейна, окрашенная в синий цвет, совпала с одной из рисок шкалы, а нижний край диска находился на 3–4 мм ниже оптической оси фотодатчика (положение оптической оси совпадает с плоскостью нижнего кронштейна, окрашенной в синий цвет). За нижнее положение маятника берется деление шкалы, соответствующее горизонтальной риске на корпусе фотодатчика.

3. Включить установку клавишей «СЕТЬ» (клавиша находится на задней панели электронного блока). При этом происходит включение электромагнитов и загорается табло индикации.

4. Поднять маятник в верхнее положение, накручивая нить на концы стержня и обращая внимание, чтобы витки нити ложились плотно и в один слой в направлении от концов стержня. Зафиксировать маятник, прижав его к полюсным наконечникам электромагнита.

5. Пользуясь визиром, определить положение маятника по нижнему краю диска. Записать в таблицу расстояние h , которое пройдет маятник (h – разность отсчетов по шкале от риски корпуса фотодатчика до визира).

6. Нажать «СТАРТ». При этом размыкается сеть питания электромагнита и включается таймер электронного блока. Секундомер остановится, когда маятник пересечет оптическую ось фотодатчика. Показания таймера t занести в табл. 1.1.

7. При одном и том же значения h проделать опыт еще 4 раза, повторяя действия пп. 4–6.

8. Выключить установку клавишей «СЕТЬ».

9. Штангенциркулем измерить диаметр стержня d и диаметр диска D , занести результаты в табл. 1.1.

Внимание! Если наматывание нитей при движении маятника вверх будет происходить несимметрично, с перекосом оси или по направлению к концам стержня, маятник необходимо остановить и проделать опыт снова.

Таблица 1.1

h	t	$\langle t \rangle$	Δt	J	ΔJ	ε	$J_{теор}$
м	с	с	с	кг·м ²	кг·м ²	%	кг·м ²
$d =$ $D =$				$m_{см} = 0,019$ кг $m_{\partial} = 0,100$ кг $m = 0,119$ кг			

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Вычислить среднее значение $\langle t \rangle$.

2. Рассчитать абсолютную погрешность Δt определения времени, применяя методику расчета погрешностей при прямых измерениях (см. приложение 1), приборную погрешность принять равной точности секундомера.

3. По формуле (1.5), используя $\langle t \rangle$, вычислить момент инерции маятника J (значение массы маятника m указано в табл. 1.1). При вычислениях принять ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с².

4. Оценить абсолютную погрешность момента инерции маятника ΔJ по приближенной формуле, полученной по методике оценки погрешности при косвенных измерениях:

$$\Delta J \approx J \cdot \sqrt{\left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2}.$$

5. Вычислить относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta J}{J} \cdot 100 \text{ \%}.$$

6. Записать окончательный результат для момента инерции маятника в стандартном виде (см. приложение 1).

7. По формуле (1.6) вычислить теоретическое значение момента инерции маятника Максвелла (значения m_{cm} и m_0 указаны в табл. 1.1).

8. Заполнить табл. 1.1.

9. Сделать выводы по результатам работы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дать определение момента инерции твёрдого тела. В каких единицах измеряется момент инерции? От чего зависит момент инерции твёрдого тела?

2. Что представляет собой маятник Максвелла?

3. Какой энергией обладает маятник, поднятый на некоторую высоту относительно положения равновесия? В нижней точке траектории? Какие изменения происходят с механической энергией маятника при его движении?

4. Почему движение маятника можно назвать колебательным и почему колебания будут затухающими?

5. При каких условиях и почему движение маятника можно считать равноускоренным?

6. Какие законы и физические соотношения использовались при выводе формулы для экспериментального определения момента инерции маятника Максвелла? Запишите эти законы и соотношения и объясните их.

7. Запишите расчетную формулу для момента инерции маятника, укажите, какие параметры определяются опытным путем.

8. Как рассчитывается теоретическое значение момента инерции маятника? Обоснуйте формулу.

9. Чем можно объяснить возможное расхождение между экспериментальными и теоретическими значениями момента инерции маятника Максвелла?

10. Каков порядок выполнения лабораторной работы? Как обрабатываются результаты измерений?

Литература: [6] – § 12, 13, 16, 17; [2] – разделы 3.2, 3.3, 3.4, 4.3.

Лабораторная работа 1-2

МАШИНА АТВУДА

Цель работы: изучение равноускоренного движения, определение ускорения свободного падения.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка «Машина Атвуда», электронный блок, набор грузов.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Прибор, называемый машиной Атвуда, предназначен для исследования законов движения тел в поле силы тяготения. Такое движение сложно изучать, наблюдая свободное падение тел, из-за большой величины ускорения свободного падения. Машина Атвуда позволяет замедлить движение тел до удобных для измерений ускорений. Используя прибор Атвуда, можно с помощью законов кинематики и динамики опытным путем определить ускорение свободного падения.

Машина Атвуда представляет собой систему, содержащую шкив, который может свободно вращаться относительно оси Z , и два груза, закреплённые на концах нити, переброшенной через шкив. Схематически машина Атвуда показана на рис. 2.1 (общий вид установки «Машина Атвуда» представлен на рис. 2.2).

Если на концах нити (будем считать ее невесомой и нерастяжимой) закрепить грузы с массами m_0 и на один из них положить перегрузок массой m , то система придет в движение. Грузы массами m_0 и $(m_0 + m)$ движутся под действием сил тяжести $m_0 \vec{g}$, $(m_0 + m) \vec{g}$ и сил натяжения нитей \vec{F}_{H1} , \vec{F}_{H2} с одинаковым по модулю ускорением a . Шкив вращается с угловым ускорением ε под действием моментов сил натяжения \vec{F}'_{H1} и \vec{F}'_{H2} .

Найдем ускорение a , с которым движутся грузы, полагая, что сопротивление воздуха отсутствует и трение между шкивом и осью пренебрежимо мало. Для этого воспользуемся вторым законом Ньютона применительно к грузам, движущимся поступательно, и основным законом динамики вращательного движения применительно к шкиву.

Уравнения движения тел в проекциях на оси (см. рис. 2.1) имеют вид:

$$-m_0 a = F_{H1} - m_0 g, \quad (2.1)$$

$$(m_0 + m) a = (m_0 + m) g - F_{H2}, \quad (2.2)$$

$$\left(F'_{H2} - F'_{H1}\right)R = J \varepsilon, \quad (2.3)$$

где $\left(F'_{H2} - F'_{H1}\right)R$ – проекция на ось Z результирующего момента сил, действующих на шкив; J – момент инерции шкива; R – плечо сил натяжения, равное радиусу шкива.

По третьему закону Ньютона

$$F_{H1} = F'_{H1} \text{ и } F_{H2} = F'_{H2}. \quad (2.4)$$

Угловое ускорение шкива ε при отсутствии скольжения нити по шкиву связано с линейным ускорением a выражением

$$\varepsilon = a/R. \quad (2.5)$$

Подставляя (2.4) и (2.5) в систему уравнений (2.1)–(2.3) и решая её относительно a , получаем

$$a = g \cdot \left(\frac{m}{2m_o + m + \frac{J}{R^2}} \right). \quad (2.6)$$

Из формулы (2.6) видно, что:

- 1) ускорение a не зависит от времени, т. е. движение грузов равноускоренно;
- 2) если $m \ll m_o$, то ускорение a значительно меньше ускорения свободного падения g .

Соотношение (2.6) может быть использовано для экспериментального определения ускорения свободного падения g . Для этого необходимо знать ускорение a и параметр J/R^2 , который является константой установки (его значение известно).

Для нахождения ускорения a можно воспользоваться кинематической формулой, описывающей равноускоренное прямолинейное движение тел.

При равноускоренном движении путь S , пройденный грузами за время t , равен

$$S = at^2/2,$$

откуда следует:

$$a = 2S/t^2. \quad (2.7)$$

Из соотношения (2.6) с учетом (2.7) получаем для ускорения свободного падения формулу, в которую входят параметры, определяемые опытным путем:

$$g = \left(\frac{2m_0 + m + \frac{J}{R^2}}{m} \right) \cdot \frac{2S}{t^2}. \quad (2.8)$$

Описание лабораторной установки. Лабораторная установка «Машина Атвуда» (рис. 2.2) представляет собой укрепленную на основании 1 вертикальную стойку 2 с двумя кронштейнами. Стойка снабжена визиром 8 и миллиметровой шкалой. На верхнем кронштейне 3 размещается легкий шкив 4, через который перекинута нить с грузами, и электромагнитный тормоз для фиксации начального положения грузов. На нижнем кронштейне 5 установлен фотодатчик 6. Нижний кронштейн можно перемещать вдоль стойки и закреплять винтом 7. Установка подключена к электронному блоку.

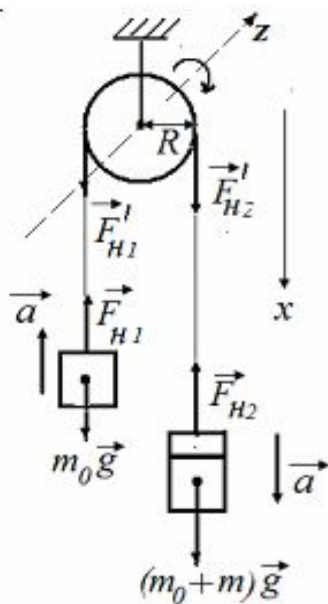


Рис. 2.1

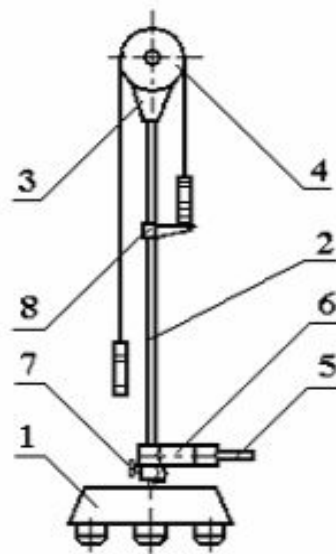


Рис. 2.2

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Включить установку клавишей «СЕТЬ» электронного блока (клавиша находится на задней панели прибора). При этом происходит включение электромагнита тормоза и загорается табло индикации.

2. Перекинуть через шкив нить с подвешенными к её концам основными грузами (груз представляет собой круглую шайбу, соединённую со стержнем с отверстием).

3. Установить кронштейн 5 с фотодатчиком в нижней части вертикальной стойки так, чтобы плоскость кронштейна, окрашенная в красный цвет, совпала

с одной из рисок шкалы, а правый груз при движении вниз проходил по центру рабочего окна фотодатчика.

4. Поднять правый груз в крайнее верхнее положение и установить верхнюю кромку визира 8 на одном уровне с нижней плоскостью основного груза. Визир установить так, чтобы он не мешал движению груза. Записать в табл. 2.1 расстояние S , которое пройдут грузы (S – разность отсчетов по шкале от риски корпуса фотодатчика до визира).

5. Поместить на левый и правый основные грузы дополнительные разновесы с таким расчетом, чтобы суммарная масса левого груза была равна m_0 , а правого – $(m_0 + m)$. Значения m_0 и m указаны в табл. 2.1. Масса разновесов в граммах указана на их поверхностях, масса каждого основного груза равна 50 г.

6. Дождаться прекращения колебаний грузов, убедиться в совпадении визира 8 с нижней плоскостью правого груза и нажать «СТАРТ». При этом замыкается сеть питания электромагнита тормоза и включается таймер электронного блока. Секундомер остановится, когда правый груз пересечет оптическую ось фотодатчика. Показания таймера t занести в табл. 2.1.

7. Поднять правый груз в крайнее верхнее положение. Провести измерения времени движения грузов в соответствии с п. 6 еще четыре раза.

8. При том же значении S повторить действия пп. 5–7 для других сочетаний масс m_0 и $(m_0 + m)$, указанных в табл. 2.1.

9. Нажатием клавиши «СЕТЬ» выключить установку.

Таблица 2.1

№ п/п	S	m_o	m	t	$\langle t \rangle$	g	$\langle g \rangle$	Δg	ε
	м	г	г	с	с	м/с ²	м/с ²	м/с ²	%
1		90	20						
2		90	30						
3		110	20						
4		110	30						
5		120	20						

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Вычислить среднее значение $\langle t \rangle$ отдельно для каждого сочетания масс m_0 и m .
2. По формуле (2.8) вычислить ускорение свободного падения g для каждого сочетания масс, используя $\langle t \rangle$ и приняв константу установки равной $\frac{J}{R^2} = 13 \text{ г}$.
3. Рассчитать среднее значение $\langle g \rangle$.
4. Рассчитать абсолютную Δg и относительную ε погрешности определения ускорения свободного падения, применяя методику расчета погрешностей при косвенных невоспроизводимых измерениях (см. приложение 1).
5. Записать окончательный результат для ускорения свободного падения в стандартном виде (см. приложение 1).
6. Заполнить табл. 2.1.
7. Сделать выводы по результатам работы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какова цель лабораторной работы?
2. Какое движение называется равноускоренным? Напишите кинематические формулы, описывающие равноускоренное прямолинейное движение тел.
3. Какова связь между кинематическими характеристиками поступательного и вращательного движения?
4. Сформулируйте второй закон Ньютона и основной закон динамики вращательного движения.
5. Что представляет собой машина Атвуда?
6. Какие силы действуют на грузы, прикрепленные к концам нити, во время движения? Напишите уравнения движения этих грузов.
7. Моменты каких сил действуют на шкив машины Атвуда? Напишите уравнение движения шкива.
8. Укажите физические допущения, используемые при теоретическом анализе движения грузов и шкива в машине Атвуда.
9. В какую сторону изменится значение определяемой в лабораторной работе величины ускорения свободного падения, если пренебречь моментом инерции шкива?
10. Каковы причины возможного несовпадения экспериментального и табличного значений ускорения свободного падения?
11. Каков порядок выполнения лабораторной работы? Как проводится обработка результатов измерений?

Литература: [6] – § 1, 2, 3, 4, 6, 7, 16, 18; [2] – разделы 1.1, 1.2, 1.3, 2.2, 2.4, 4.1, 4.2, 4.3.

Лабораторная работа 1-3

ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Цель работы: проверка основного закона динамики вращательного движения твердого тела с помощью маятника Обербека.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка «Маятник Обербека», электронный блок, разновесы.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Вращение твердого тела постоянной массы вокруг **неподвижной оси** подчиняется основному закону динамики вращательного движения

$$\varepsilon = \frac{M}{J}, \quad (3.1)$$

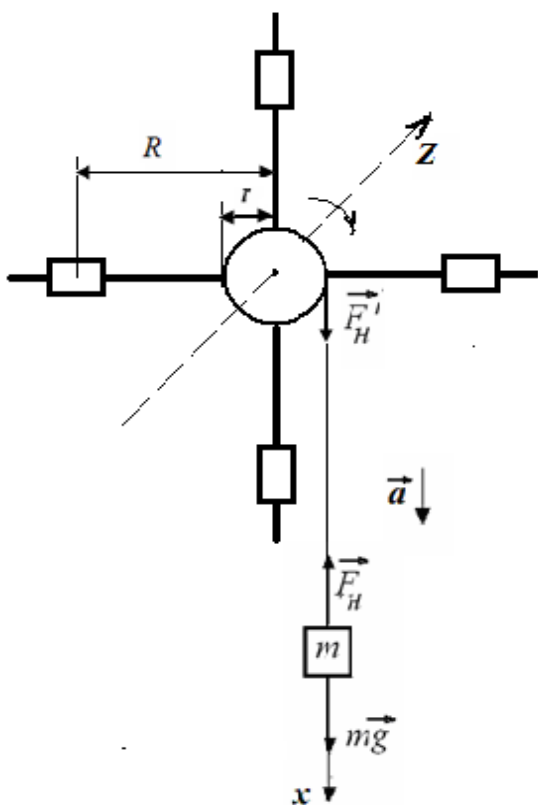


Рис. 3.1

где ε – угловое ускорение тела; M – проекция на ось вращения результирующего момента всех внешних сил, действующих на тело; J – момент инерции тела относительно той же оси.

Экспериментальную проверку закона (3.1) можно провести на приборе, называемом маятником Обербека, схематически изображенном на рис. 3.1 (общий вид установки представлен на рис. 3.2).

Маятник представляет собой крестовину, состоящую из четырёх одинаковых стержней и шкива. На стержнях крепятся грузы (цилиндры) одинаковой массы. Эта система тел может вращаться относительно горизонтальной оси симметрии Z , совпадающей с осью шкива, под действием силы

натяжения намотанной на шкив нити, к свободному концу которой подвешен груз m .

Данный прибор позволяет менять как момент инерции вращающегося тела, так и приложенный к нему вращающий момент. Момент инерции маятника можно менять, передвигая цилиндры вдоль стержней или снимая их. Момент силы можно менять, изменяя массу подвешенного груза.

Таким образом, маятник Обербека даёт возможность разделить экспериментальную проверку закона, отражённого уравнением (3.1), на две стадии:

1) оставляя неизменным момент инерции маятника ($J = \text{const}$), проверить прямую пропорциональную зависимость между угловым ускорением и моментом приложенных сил, т. е.

$$\varepsilon \sim M; \quad (3.2)$$

2) обеспечив неизменность момента сил ($M = \text{const}$), проверить обратную пропорциональную зависимость между угловым ускорением ε и моментом инерции J , т. е.

$$\varepsilon \sim 1/J. \quad (3.3)$$

Выведем формулы, дающие возможность экспериментально определить физические величины, входящие в (3.1).

Маятник вращается под действием силы натяжения нити F'_H (рис. 3.1). Силы трения можно считать малыми и не учитывать создаваемый ими тормозящий момент. Момент силы F'_H относительно оси Z равен

$$M = F'_H \cdot r, \quad (3.4)$$

где r – радиус шкива, на который наматывается нить. По третьему закону Ньютона $F'_H = F_H$, где F_H – модуль силы натяжения нити, действующей на груз m .

Силу F_H можно найти, рассмотрев движение груза m .

Указанный груз движется с ускорением a под действием силы тяжести $m\vec{g}$ и силы натяжения нити \vec{F}_H . По второму закону Ньютона уравнение движения груза в проекциях на ось x имеет вид: $ma = mg - F_H$, откуда

$$F_H = m(g - a).$$

Подстановка полученного выражения в (3.4) при учете равенства $F'_H = F_H$ даёт

$$M = m(g - a)r. \quad (3.5)$$

Ускорение a можно определить, зная время t , в течение которого груз m из состояния покоя опустится на расстояние h :

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (3.6)$$

Подставляя (3.6) в (3.5) и учитывая, что $r = d/2$ (d – диаметр шкива), получаем

$$M = \frac{m d}{2} \left(g - \frac{2h}{t^2} \right). \quad (3.7)$$

Угловое ускорение маятника ε связано с тангенциальным ускорением a_τ точек на ободе шкива соотношением

$$\varepsilon = a_\tau / r. \quad (3.8)$$

Если нет проскальзывания нити, то $a_\tau = a$ и из (3.6) и (3.8) следует

$$\varepsilon = \frac{4h}{d \cdot t^2}. \quad (3.9)$$

Формулы (3.7) и (3.9) позволяют по экспериментальным данным определить момент силы натяжения и угловое ускорение маятника.

Таким образом, для проверки зависимости (3.2) достаточно определить угловое ускорение ε при различных значениях момента силы M и построить график $\varepsilon = f(M)$. Если график будет близок к прямой линии, зависимость (3.2) справедлива.

Для проверки зависимости (3.3) необходимо, сохраняя величину вращающего момента M , измерять угловое ускорение маятника ε при различных значениях его момента инерции J .

Момент инерции маятника Обербека J относительно оси вращения складывается из момента инерции крестовины со шкивом J_0 и момента инерции цилиндров, закреплённых на стержнях. В случае, когда центры массы цилиндров находятся на одинаковом расстоянии R от оси вращения (см. рис. 3.1), а их линейные размеры существенно меньше этого расстояния,

$$J = J_0 + m_{\text{ц}} \cdot R^2, \quad (3.10)$$

где $m_{\text{ц}}$ – суммарная масса грузов. Следовательно, меняя расстояние R , можно менять момент инерции маятника Обербека.

Примечание. Изменение момента инерции маятника при постоянной массе груза m , строго говоря, приводит к изменению момента силы M (см. (3.5)–(3.7)). Однако в условиях опыта, рекомендуемых данным руководством, указанные изменения M не превышают погрешностей измерений и его величину можно считать постоянной.

Таким образом, для экспериментальной проверки зависимости (3.3) достаточно определить величину углового ускорения при постоянной массе груза на нити m и различных значениях момента инерции маятника J (различных значениях R) и построить график зависимости $\varepsilon = f(1/J)$. Если график будет близок к прямой линии, зависимость (3.3) справедлива.

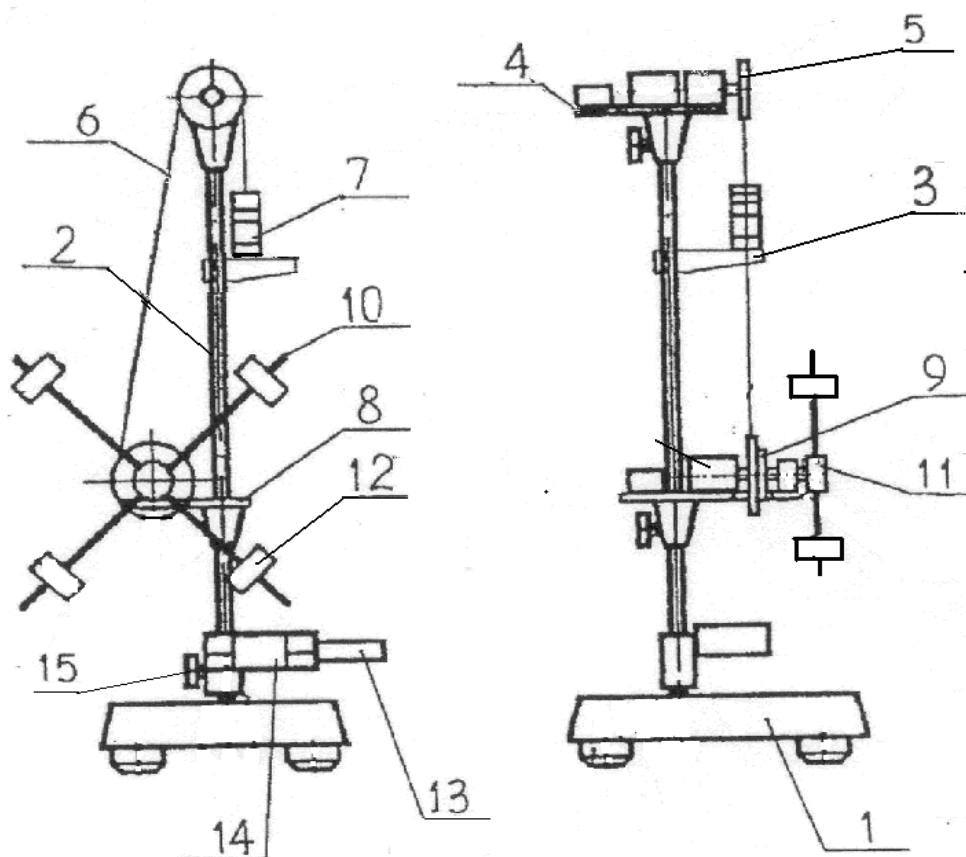


Рис. 3.2

Описание лабораторной установки. Лабораторная установка «Маятник Обербека» (рис. 3.2) представляет собой укрепленную на основании 1 вертикальную стойку 2 с тремя кронштейнами. Стойка снабжена визиром 3 и миллиметровой шкалой. На верхнем кронштейне 4 размещается легкий шкив 5, через который перекинута нить 6 с грузом 7. На кронштейне 8 размещены: узел, на оси которого закреплен двухступенчатый шкив 9, и крестовина, представляющая собой четыре укрепленных в бобышке 11 стержня 10, на которых на расстоянии 1 см друг от друга нанесены риски. Цилиндры 12 могут свободно перемещаться и фиксироваться на каждом стержне. Кроме того, на кронштейне находится электромагнитный тормоз, позволяющий фиксировать положение крестовины. На нижнем кронштейне 13 установлен фотодатчик 14. Нижний кронштейн можно перемещать вдоль стойки и закреплять винтом 15. Установка подключена к электронному блоку.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Внимание! Во избежание выхода из строя установки действия с ней производить строго в соответствии с последующим описанием.

I. Проверка линейной зависимости ε от M при $J = \text{const}$

1. Снять цилиндры $I2$ со стержней $I0$ крестовины, ослабляя удерживающие цилиндры винты (рис. 3.2).

2. Закрепить свободный конец нити в прорези одного из шкивов 9 (по указанию преподавателя), перекинуть нить через вспомогательный шкив 5 и к другому концу нити подвесить основной груз (круглую шайбу, соединённую со стержнем с отверстием). Масса основного груза 50 г.

3. Придерживая нить и аккуратно вращая крестовину **против часовой стрелки**, накрутить часть нити на шкив так, чтобы нить натянулась под действием груза.

4. Включить установку клавишей «СЕТЬ» электронного блока (клавиша находится на задней панели прибора). При этом происходит включение электромагнита тормоза и загорается табло индикации.

5. Проверить установку кронштейна $I3$ с фотодатчиком. Плоскость кронштейна, окрашенная в красный цвет, должна совпадать с одной из рисок шкалы, а груз при движении вниз должен проходить по центру рабочего окна фотодатчика.

6. Нажав и удерживая кнопку «СТОП» (кнопка находится на передней панели электронного блока), аккуратно вращая крестовину, накрутить нить на шкив так, чтобы груз поднялся в крайнее верхнее положение. Отпустить кнопку «СТОП». Установить верхнюю кромку визира 3 на одном уровне с нижней плоскостью основного груза. Визир установить так, чтобы он не мешал движению груза. Записать в табл. 3.1 диаметр используемого шкива d (диаметр меньшего шкива $d = 4,00$ см, большего – $d = 7,00$ см) и расстояние h , которое пройдет груз (h – разность отсчетов по шкале от риски корпуса фотодатчика до визира). **Не менять h при проведении всей серии экспериментов.**

7. Нажать кнопку «СТАРТ» (кнопка находится на передней панели электронного блока). При этом размыкается сеть питания электромагнита тормоза и включается таймер электронного блока. Секундомер остановится, когда груз пересечет оптическую ось фотодатчика. Показания таймера t занести в табл. 3.1.

8. Измерения времени движения груза повторить ещё два раза, результаты записать в табл. 3.1.

9. Повторить действия пп. 6–8 для других масс грузов, указанных в табл. 3.1, добавляя к основному грузу разновесы. Масса разновесов в граммах указана на их поверхностях.

10. Для каждой массы m вычислить $\langle t \rangle$ и занести результат в табл. 3.1.

11. По формуле (3.7) для каждого m рассчитать значение момента силы M , используя $\langle t \rangle$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 9,81 \text{ м/с}^2$. Результаты вычислений занести в табл. 3.1.

12. По формуле (3.9) для каждого m рассчитать значение углового ускорения ε , используя $\langle t \rangle$. Результаты вычислений занести в табл. 3.1.

13. По полученным данным на миллиметровой бумаге размером не менее тетрадного листа построить график $\varepsilon = f(M)$: по оси абсцисс откладывать M , оси ординат – ε и с помощью линейки провести прямую линию так, чтобы экспериментальные точки распределились равномерно по обе стороны от прямой.

Примечание. Рекомендации по построению графиков приведены в [1] в разделе 2.2.

14. По **котангенсу** угла наклона прямой по отношению к оси абсцисс определить экспериментальное значение момента инерции крестовины маятника:

$$J_o = \frac{\Delta M}{\Delta \varepsilon} = \dots \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad (3.11)$$

где ΔM и $\Delta \varepsilon$ – соответствующие друг другу приращения M и ε , найденные по графику.

15. Нажатием клавиши «СЕТЬ» выключить установку.

Таблица 3.1

№ п/п	d	h	m	t	$\langle t \rangle$	ε	M
	м	м	кг	с	с	рад/с	Н·м
1			0,050				
2							
3							
1			0,060				
2							
3							
1			0,070				
2							
3							
1			0,080				
2							
3							

II. Проверка линейной зависимости ε от $1/J$ при $M = \text{const}$

ДЕЛАТЬ ПО УКАЗАНИЮ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ!

1. Записать в табл. 3.2 значение J_0 .
2. Нажатием клавиши «СЕТЬ» включить установку.
3. Оставить на нити основной груз.
4. По указанию преподавателя установить и надёжно закрепить винтами на одинаковом расстоянии $R = 8$ см от оси вращения по одному цилиндру на два диаметрально противоположных стержня или по одному цилиндру на каждый из четырёх стержней крестовины. При этом учесть, что ближайшая к оси риска на стержне отстоит от оси вращения на расстоянии 2,0 см. Суммарную массу $m_{\text{ц}}$ установленных цилиндров внести в табл. 3.2 (масса каждого цилиндра с винтом равна 114 г).
5. Провести измерения времени движения груза в соответствии с пп. 6–8 части I. Показания таймера записывать в табл. 3.2.
6. Повторить действия пп. 6–8 части I для других указанных в табл. 3.2 расстояний R .
7. Нажатием клавиши «СЕТЬ» выключить установку.
8. Для каждого R вычислить $\langle t \rangle$ и занести результат в табл. 3.2.
9. Для каждого R по формуле (3.9), используя $\langle t \rangle$, вычислить угловое ускорение ε . Величины d и h взять из табл. 3.1. Результаты занести в табл. 3.2.
10. По формуле (3.10) для каждого R , используя данные табл. 3.2, рассчитать значение момента инерции J . Результаты вычислений занести в табл. 3.2.
11. Вычислить значения обратной моменту инерции величины $1/J$. Результаты занести в табл. 3.2.
12. По полученным данным на миллиметровой бумаге размером не менее тетрадного листа построить график зависимости $\varepsilon = f(1/J)$: по оси абсцисс откладывать $1/J$, оси ординат – ε и с помощью линейки провести прямую линию так, чтобы экспериментальные точки распределились равномерно по обе стороны от прямой.
13. По наклону прямой определить значение момента силы:

$$M_{\text{эксн}} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta(1/J)}, \quad (3.12)$$

где $\Delta \varepsilon$ и $\Delta(1/J)$ – соответствующие друг другу приращения ε и $1/J$, найденные по графику.

14. Сравнить $M_{эксн}$ с теоретическим значением момента силы, вычислив величину последнего по формуле

$$M_{теор} = \frac{1}{2}mgd. \quad (3.13)$$

15. Сделать выводы по результатам работы.

Таблица 3.2

№ п/п	J_O	$m_{ц}$	R	t	$\langle t \rangle$	ε	J	$1/J$
	кг·м ²	кг	м	с	с	рад/с	кг·м ²	1/ кг·м ²
1			0,08					
2								
3								
1			0,10					
2								
3								
1			0,12					
2								
3								
1			0,14					
2								
3								

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое движение твёрдого тела называется поступательным? Вращательным?
2. Какими соотношениями связаны тангенциальное и угловое ускорения?
3. Что называется моментом силы относительно неподвижной точки? Относительно неподвижной оси?
4. Что называется моментом инерции тела?
5. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси.
6. Опишите маятник Обербека.
7. Напишите расчётную формулу для момента силы натяжения. Поясните, какие физические законы и соотношения необходимы для её вывода.

8. Напишите расчётную формулу для углового ускорения. Какие физические соотношения используются при её выводе?
9. Каким образом вы будете изменять в работе момент сил, действующих на шкив маятника?
10. Каким образом вы будете изменять момент инерции маятника?
11. Опишите методику проверки основного закона динамики вращательного движения с помощью маятника Обербека.

Литература: [6] – § 4, 16, 18; [2] – разделы 4.1, 4.3.

Лабораторная работа 1-4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: определение момента инерции однородного твердого тела методом крутильных колебаний.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка «Унифилярный подвес», электронный блок, исследуемое твёрдое тело, штангенциркуль.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Твёрдое тело можно представить как совокупность большого числа материальных точек. Моментом инерции твердого тела относительно неподвижной оси OO (рис. 4.1) называется физическая величина J , равная сумме произведений элементарных масс Δm_i на квадрат их расстояний r_i от оси:

$$J = \sum \Delta m_i \cdot r_i^2 \quad (4.1)$$

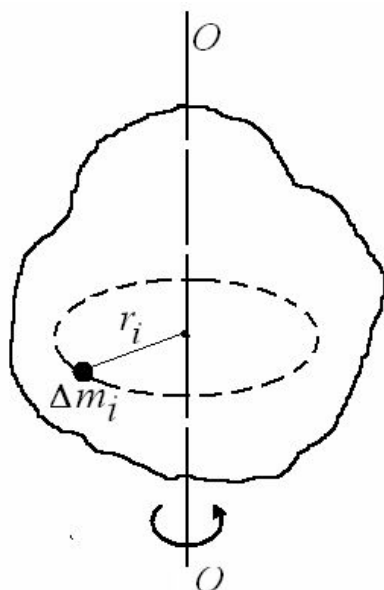


Рис. 4.1

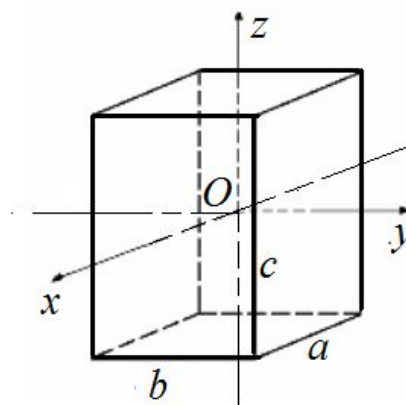


Рис. 4.2

Формула (4.1) является приближённой. Для определения точного значения момента инерции твердого тела с непрерывным распределением массы следует воспользоваться интегральным представлением

$$J = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV, \quad (4.2)$$

где ρ – плотность вещества в элементе объема dV , находящегося на расстоянии r от оси вращения.

Момент инерции – важная физическая характеристика твердого тела. Он характеризует распределение массы относительно оси вращения и является мерой инертности тела при вращательном движении. Момент инерции зависит от материала, формы и размеров тела, а также от расположения тела относительно оси вращения.

Применяя формулу (4.2), достаточно просто вычислить моменты инерции тел, имеющих правильную геометрическую форму, относительно осей симметрии, проходящих через центр масс. Например, моменты инерции прямоугольного параллелепипеда относительно осей симметрии (рис. 4.2) выражаются формулами:

$$J_x = \frac{m}{12}(b^2 + c^2), \quad J_y = \frac{m}{12}(a^2 + c^2), \quad J_z = \frac{m}{12}(a^2 + b^2), \quad (4.3)$$

где m – масса параллелепипеда; a, b, c – стороны параллелепипеда, параллельные соответственно осям Ox, Oy и Oz .

Моменты инерции твердых тел можно определить и экспериментальными методами, одним из которых является метод крутильных колебаний.

Крутильные колебания – это колебания, которые совершает тело (система тел), подвешенное на упругой проволоке, под действием момента упругих сил, возникающих в проволоке при ее закручивании (рис. 4.3). Известно, что период крутильных колебаний T зависит от момента инерции тела, упругих свойств проволоки и не зависит от угла закручивания и длины подвеса:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}. \quad (4.4)$$

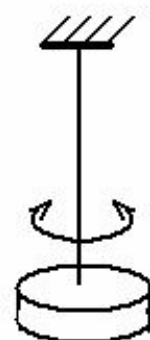


Рис. 4.3

В формуле (4.4) J – момент инерции тела (системы тел) относительно оси, совпадающей с подвесом; D – постоянная момента упругих сил, или модуль кручения проволоки.

Система, совершающая крутильные колебания, называется **крутильным маятником**.

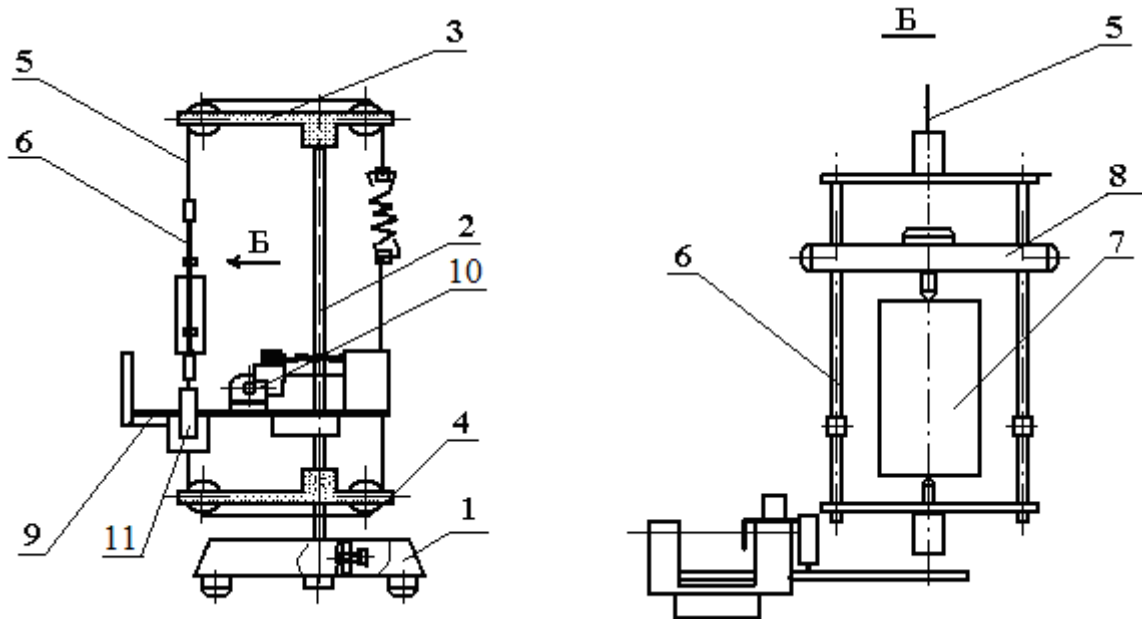


Рис. 4.4

Описание лабораторной установки. Установка «Унифилярный подвес», общий вид которой изображен на рис. 4.4, представляет собой укрепленную на основании 1 вертикальную стойку 2 с тремя кронштейнами. Верхний и нижний кронштейны (3 и 4) предназначены для размещения узлов подвески и натяжения стальной проволоки 5, являющейся осью подвеса; с ней связана металлическая рамка 6, в которой закрепляют исследуемое тело 7. Исследуемое тело закрепляется с помощью перекладины 8. **Рамка может совершать крутильные колебания относительно оси 5.** На среднем кронштейне 9 находятся электромагнит 10 и фотодатчик 11. Установка подключена к электронному блоку.

Чтобы определить момент инерции тела, используя формулу (4.4) для периода крутильных колебаний, надо знать D — модуль кручения проволоки. Если D неизвестен, его значение необходимо исключить из расчетных формул. Это можно сделать следующим образом.

Рассмотрим крутильные колебания свободной рамки 6. Согласно (4.4) момент инерции рамки J_p связан с периодом её колебаний T_p соотношением

$$J_p = \left(\frac{D}{4\pi^2} \right) T_p^2 . \quad (4.5)$$

Если закрепить в рамке исследуемое тело 7 (далее – тело), момент инерции системы тел, состоящей из рамки и тела, станет равным

$$J_T + J_p = \left(\frac{D}{4\pi^2} \right) T_1^2, \quad (4.6)$$

где J_T – момент инерции тела; T_1 – период колебаний рамки с телом.

Решая совместно уравнения (4.5) и (4.6), получим

$$J_T = J_p \left(\frac{T_1^2}{T_p^2} - 1 \right). \quad (4.7)$$

Соотношение (4.7) позволяет выразить момент инерции любого твердого тела через момент инерции свободной рамки J_p .

В лабораторной установке «Унифилярный подвес» момент инерции рамки известен, его значение указано в табл. 4.2.

Таким образом, для определения момента инерции исследуемого тела методом крутильных колебаний надо экспериментально определить периоды колебаний свободной рамки T_p и рамки с закрепленным в ней телом T_1 .

Примечание 1. В качестве исследуемого тела в лабораторной работе предлагается прямоугольный металлический параллелепипед.

Примечание 2. Для повышения точности измерений при нахождении периодов крутильных колебаний T_p и T_1 опытным путем определяют время N полных колебаний, а затем рассчитывают периоды по формулам:

$$T_p = t_p / N, \quad T_1 = t_1 / N, \quad (4.8)$$

где t_p – время N колебаний рамки, t_1 – время N колебаний рамки с закрепленным в ней параллелепипедом.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Выбрать оси симметрии Ox , Oy , Oz параллелепипеда и штангенциркулем измерить величину соответствующих рёбер (a , b , c – размеры параллелепипеда по осям x , y , z соответственно). Результаты занести в табл. 4.2.

2. Включить установку клавишей «СЕТЬ» (клавиша находится на задней панели электронного блока). При этом происходит включение электромагнита и загорается табло индикации.

3. Измерить время t_p десяти полных колебаний **свободной** рамки. Для этого:

– отклонить рамку от положения равновесия **против часовой стрелки** до фиксации электромагнитом;

– нажать «ПУСК» на электронном блоке: при этом размыкается сеть питания электромагнита, включается таймер и система регистрации числа колебаний (правое и левое табло соответственно);

– нажать «СТОП» на электронном блоке, когда рамка сделает заданное число колебаний ($N = 10$); занести в табл. 4.1 показания прибора.

4. Опыт проделать еще два раза, повторяя действия п. 3.

5. Установить в рамке параллелепипед таким образом, чтобы одна из его осей симметрии (по указанию преподавателя) совпала с осью подвеса рамки (для удобства установки рекомендуется предварительно отклонить рамку от положения равновесия до фиксации электромагнитом). **Закрепить** параллелепипед, используя подвижную перекладину 8 рамки (рис. 4.4) и винты крепления.

6. Измерить время t_1 десяти полных колебаний ($N = 10$) **рамки с параллелепипедом**, повторяя действия п. 3. Провести опыт ещё два раза.

7. Отключить лабораторную установку от сети, нажав «СЕТЬ». Снять параллелепипед.

Таблица 4.1

№ п/п	N	$t_p, \text{с}$	$\langle t_p \rangle, \text{с}$	$\Delta t_p, \text{с}$	$\langle T_p \rangle, \text{с}$	$\Delta T_p, \text{с}$
1						
2						
3						
№ п/п	N	$t_1, \text{с}$	$\langle t_1 \rangle, \text{с}$	$\Delta t_1, \text{с}$	$\langle T_1 \rangle, \text{с}$	$\Delta T_1, \text{с}$
1						
2						
3						

Таблица 4.2

J_T	ΔJ_T	ε_T	m	a	b	c	$(J_T)_{теор}$
кг·м ²	кг·м ²	%	кг	м	м	м	кг·м ²
$J_p = (4,753 \pm 0,004) \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$							

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Рассчитать средние значения $\langle t_p \rangle$, $\langle t_1 \rangle$.

2. Рассчитать абсолютные погрешности Δt_p и Δt_1 определения времени, применяя методику расчета погрешностей при прямых измерениях (см. приложение 1), приборную погрешность принять равной точности секундомера.

3. По формулам (4.8) рассчитать периоды колебаний $\langle T_p \rangle$ и $\langle T_1 \rangle$, используя $\langle t_p \rangle$ и $\langle t_1 \rangle$.

4. Рассчитать абсолютные погрешности определения периодов по формулам:

$$\Delta T_p = \Delta t_p / N, \quad \Delta T_1 = \Delta t_1 / N.$$

5. По формуле (4.7) рассчитать момент инерции параллелепипеда, используя $\langle T_1 \rangle$, $\langle T_p \rangle$, J_p . Значение J_p указано в табл. 4.2.

6. Рассчитать абсолютную погрешность ΔJ_T по формуле, полученной по методике расчета погрешностей косвенных измерений (см. приложение 1):

$$\Delta J_T = \sqrt{\left(\left(\frac{T_1^2}{T_p^2} - 1\right) \cdot (\Delta J_p)\right)^2 + \left(\frac{2J_p T_1}{T_p^2} \cdot \Delta T_1\right)^2 + \left(\frac{2J_p T_1^2}{T_p^3} \cdot \Delta T_p\right)^2}.$$

7. Вычислить относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta J_T}{\langle J_T \rangle} \cdot 100 \text{ \%}.$$

8. Записать окончательный результат для момента инерции параллелепипеда в стандартном виде (см. приложение 1).

9. Вычислить теоретическое значение момента инерции параллелепипеда относительно выбранной оси симметрии, воспользовавшись соответствующей заданной оси формулой (4.3).

10. Заполнить табл. 4.1 и 4.2.

11. Сделать выводы по результатам работы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется моментом инерции твёрдого тела относительно оси вращения? В каких единицах измеряется момент инерции?

2. Чему равен момент инерции однородного прямоугольного параллелепипеда относительно его осей симметрии?

3. Что такое крутильный маятник? От чего зависит его период колебаний?

4. Опишите лабораторную установку.

5. Запишите расчётную формулу для экспериментального определения момента инерции исследуемого параллелепипеда, поясните, какие параметры в неё входят.

6. Какие физические закономерности использовались при выводе расчётной формулы? Запишите их и объясните.

7. Как проводятся измерения периодов крутильных колебаний свободной рамки и рамки с закреплённым в ней телом?

8. Как обрабатываются результаты измерений? Выведите формулу для расчёта абсолютной погрешности момента инерции параллелепипеда.

9. С чем могут быть связаны возможные расхождения между экспериментальными и теоретическими значениями момента инерции исследуемого параллелепипеда?

Литература: [6] – § 16; [2] – раздел 4.3.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Введение в лабораторный практикум по физике / В. Н. Иванов [и др.]. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2009. – 38 с.
2. Детлаф, А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Академия, 2003. – 720 с.
3. Каленко С. Г. Практикум по физике. Механика : учеб. пособие для студентов вузов / С. Г. Каленко, Г. И. Соломахо ; под ред. А. Д. Гладунова. – М. : Высш. шк., 1990. – 111 с.
4. Лабораторный практикум по физике : учеб. пособие для студентов вузов / А. С. Ахматов [и др.] ; под ред. А. С. Ахматова. – М. : Высш. шк., 1980. – 360 с.
5. Савельев, И. В. Курс физики / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1989. – Т. 1. – 350 с.
6. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Академия, 2010. – 558 с.

АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

При экспериментальном определении какой-либо физической величины f конечный результат представляется в виде

$$f = \langle f \rangle \pm \Delta f, \alpha = \dots, \varepsilon = \dots,$$

где $\langle f \rangle$ называется **средним значением** величины f ; Δf – **абсолютной погрешностью** измерений или **полушириной доверительного интервала**; α – **доверительной вероятностью** или **надёжностью**, ε – **относительной погрешностью** измерений.

Такая запись означает, что **истинное значение величины f с вероятностью α лежит в границах доверительного интервала $(\langle f \rangle - \Delta f, \langle f \rangle + \Delta f)$** .

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

1. Используя результаты n прямых измерений физической величины a , рассчитать среднее значение:

$$\langle a \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i.$$

2. Рассчитать абсолютные погрешности отдельных измерений:

$$\Delta a_i = |\langle a \rangle - a_i|.$$

3. Рассчитать среднеквадратичную погрешность n измерений:

$$S_{\langle a \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta a_i^2}{n(n-1)}}.$$

4. Задать значение доверительной вероятности α и по таблице (см. приложение 2) определить значение коэффициента Стьюдента $t_{\alpha,n}$ для заданной вероятности α и числа проведенных измерений n .

5. Рассчитать случайную погрешность n измерений:

$$\Delta a_{сл} = t_{\alpha,n} \cdot S_{\langle a \rangle}.$$

6. Оценить погрешность измерительного прибора Δa_{np} (по паспортным данным, по классу точности либо как половину цены наименьшего деления шкалы прибора).

7. Рассчитать абсолютную погрешность результата n измерений:

$$\Delta a = \sqrt{(\Delta a_{сл})^2 + (\Delta a_{np})^2}.$$

8. Рассчитать относительную погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{\langle a \rangle} \cdot 100 \, \%.$$

9. Окончательный результат записать в виде

$$a = \langle a \rangle \pm \Delta a, \quad \alpha = \dots, \quad \varepsilon = \dots$$

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

При косвенном измерении значение физической величины y находят по известной зависимости y от определяемых в результате **прямых измерений** параметров a, b, c, \dots :

$$y = F(a, b, c, \dots).$$

1. Математическую обработку прямых измерений провести по описанной выше методике при одной и той же доверительной вероятности α .

2. Рассчитать значение искомой величины y :

$$\langle y \rangle = F(\langle a \rangle, \langle b \rangle, \langle c \rangle, \dots).$$

3. Найти выражения для частных производных функции F по переменным $a, b, c \dots$

$$\frac{\partial F}{\partial a}, \frac{\partial F}{\partial b}, \frac{\partial F}{\partial c}, \dots$$

4. Оценить абсолютную погрешность по формуле

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial c} \cdot \Delta c\right)^2 + \dots}$$

5. Рассчитать относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{\langle y \rangle} \cdot 100 \, \%.$$

6. Окончательный результат записать в виде

$$y = \langle y \rangle \pm \Delta y, \quad \alpha = \dots, \quad \varepsilon = \dots$$

Примечание. В случае, когда функция $y = F(a, b, c, \dots)$ не содержит других арифметических действий, кроме умножения и деления, значительно проще вычислить сначала относительную погрешность

$$\varepsilon = \left(\sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial c} \cdot \Delta c\right)^2 + \dots} \right) \cdot 100 \, \%,$$

где $\frac{\partial \ln F}{\partial a}, \frac{\partial \ln F}{\partial b}, \dots$ — частные производные $\ln F$ по соответствующим переменным, а затем абсолютную:

$$\Delta y = \frac{\varepsilon \cdot \langle y \rangle}{100 \, \%}.$$

**ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЙ
ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ
НЕВОСПРОИЗВОДИМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

При косвенном невоспроизводимом измерении значение физической величины y находят по известной зависимости y от параметров a, b, c, \dots , определяемых в результате **прямых измерений, выполненных при невоспроизводимых условиях**.

1. Используя измеренные значения параметров a_i, b_i, c_i, \dots ($i = 1, 2, 3, \dots$), рассчитать значение величины $y = F(a, b, c, \dots)$ для каждого опыта:

$$y_1 = F(a_1, b_1, c_1, \dots), y_2 = F(a_2, b_2, c_2, \dots), y_3 = F(a_3, b_3, c_3, \dots) \text{ и т. д.}$$

2. Рассчитать среднее значение:

$$\langle y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i.$$

3. Рассчитать среднюю квадратичную погрешность:

$$S_{\langle y \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle y \rangle - y_i)^2}{n(n-1)}}.$$

4. Задать значение доверительной вероятности α и по таблице (см. приложение 2) определить значение коэффициента Стьюдента $t_{\alpha, n}$ для заданной вероятности α и числа проведенных опытов.

5. Рассчитать абсолютную погрешность:

$$\Delta y = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle y \rangle}.$$

6. Рассчитать относительную погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{\langle y \rangle} \cdot 100 \, \%.$$

7. Окончательный результат записать в виде

$$y = \langle y \rangle \pm \Delta y, \quad \alpha = \dots, \quad \varepsilon = \dots$$

Примечание. Если результаты вычислений y_i оказались одинаковыми, то для расчета погрешностей применить методику, изложенную в [1].

ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ СТЬЮДЕНТА

$\alpha \backslash n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	∞
0,8	3,08	1,89	1,64	1,53	1,48	1,44	1,42	1,40	1,38	1,3
0,9	6,31	2,92	2,35	2,13	2,02	1,94	1,90	1,86	1,83	1,65
0,95	12,7	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,36	2,31	2,26	1,96

n — число измерений, α — доверительная вероятность (надежность).

ОГЛАВЛЕНИЕ

Лабораторная работа 1-1. Маятник Максвелла	3
Лабораторная работа 1-2. Машина Атвуда	9
Лабораторная работа 1-3. Проверка основного закона динамики вращательного движения	14
Лабораторная работа 1-4. Определение момента инерции твёрдого тела методом крутильных колебаний	22
Библиографический список	29
Приложение 1. Алгоритмы обработки результатов измерений	30
Приложение 2. Значения коэффициентов Стьюдента	35

Редактор *М. А. Болдырева*

Компьютерная верстка *О. Г. Белименко*

Сводный темплан 2013 г.

Подписано в печать 02.09.13. Формат 60×84 ¹/₁₆. Отпечатано на дупликаторе.

Бумага офсетная. Усл. печ. л. 2,25. Уч.-изд. л. 2,25.

Тираж 100 экз. Заказ 490.

Издательство ОмГТУ. 644050, г. Омск, пр. Мира, 11; т. 23-02-12

Типография ОмГТУ.