#### МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Омский государственный технический университет»

## МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Методические указания к лабораторным работам

Часть 2

Омск Издательство ОмГТУ 2014



- В. Н. Иванов, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики;
- А. Г. Туровец, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры физики

Издание содержит методические указания к лабораторным работам по разделу «Механика. Молекулярная физика». Предназначено для студентов всех форм обучения. Подготовлено на кафедре «Физика» ОмГТУ.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Омского государственного технического университета

## **Лабораторная работа 1-5 СОУДАРЕНИЕ ШАРОВ**

**Цель работы**: изучение удара шаров, определение коэффициента восстановления скорости при ударе.

**Приборы и принадлежности**: лабораторная установка «Соударение шаров», электронный блок.

### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Ударом называется кратковременное взаимодействие тел, при котором за малый промежуток времени  $(10^{-4} \div 10^{-5} \, \text{c})$  происходит значительное изменение скоростей тел. Во многих случаях систему взаимодействующих при ударе тел можно считать **замкнутой**, так как силы взаимодействия (ударные силы) превосходят все внешние силы, действующие на тела.

Прямая, проходящая через точку соприкосновения тел нормально к поверхности их соприкосновения, называется **линией удара**. Если линия удара проходит через центры масс соударяющихся тел, то удар называется **центральным**.

Различают два предельных случая удара: абсолютно упругий и абсолютно неупругий.

Абсолютно упругий удар — столкновение, при котором механическая энергия соударяющихся тел не преобразуется в другие виды энергии. В процессе такого удара тела деформируются, но деформации являются упругими. После соударения тела движутся с различными скоростями. При абсолютно упругом ударе выполняются законы сохранения импульса и механической энергии.

Абсолютно неупругий удар — это столкновение тел, после которого взаимодействующие тела движутся как единое целое или останавливаются. При таком ударе механическая энергия соударяющихся тел частично или полностью переходит во внутреннюю. Тела претерпевают деформации, которые являются неупругими, и нагреваются. При абсолютно неупругом ударе выполняется закон сохранения импульса.

Абсолютно упругий удар — идеализация. При столкновении реальных тел механическая энергия к концу взаимодействия восстанавливается лишь частично вследствие потерь на образование остаточных деформаций и нагревание.

Степень упругости удара характеризует величина K, называемая коэффициентом восстановления скорости.

При центральном ударе K определяется выражением

$$K = \frac{|U_1 - U_2|}{|V_1 - V_2|} \,, \tag{5.1}$$

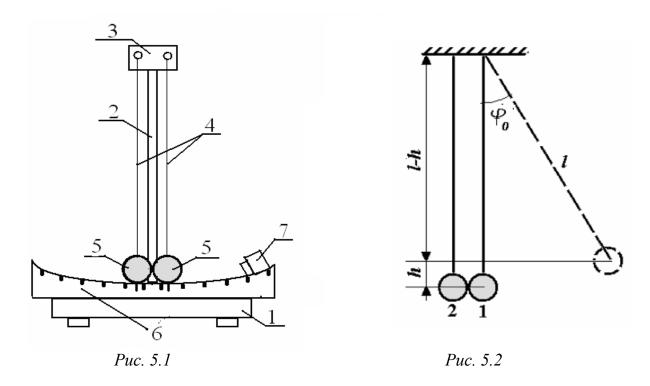
где  $V_1$  и  $V_2$  — скорости сталкивающихся тел до соударения;  $U_1$  и  $U_2$  — их скорости после соударения.

Коэффициент восстановления скорости зависит от упругих свойств материалов соударяющихся тел. Для абсолютно упругого удара K=1, для абсолютно неупругого K=0, для реальных ров 0 < K < 1 (например, при соударении тел из дерева  $K \approx 0.5$ , из стали  $\approx 0.55$ , из слоновой кости  $\approx 0.9$ ).

В данной лабораторной работе изучается центральный удар двух металлических шаров и определяется коэффициент восстановления скорости.

Описание лабораторной установки. Установка «Соударение шаров» схематически изображена на рис. 5.1. Она представляет укрепленную на основании *I* вертикальную стойку *2* с двумя кронштейнами. На верхнем кронштейне *3* расположен механизм закрепления бифилярных нитей-подвесов *4* для шаров *5*. На нижнем кронштейне закреплена измерительная шкала *6*, проградуированная в **градусной мере**. На правой стороне шкалы находится электромагнит *7*, который можно перемещать вдоль шкалы и фиксировать в определенном положении. Установка подключена к электронному блоку.

Рассмотрим соударение шаров в данной работе. Два шара одинаковой массы m висят на нитях одинаковой длины, касаясь друг друга (рис. 5.2). При отклонении правого шара (шар l) от положения равновесия на угол  $\varphi_0$  он приобретет потенциальную энергию mgh(h-высота поднятия центра масс шара, g-ускорение свободного падения). Если шар отпустить, то при возвращении к положению равновесия потенциальная энергия шара полностью перейдет в кинетическую энергию  $mV_1^2/2$ , где  $V_1$  – скорость шара I при достижении им положения равновесия (перед соударением с шаром 2).



По закону сохранения механической энергии

$$mgh = \frac{mV_1^2}{2} \,. {(5.2)}$$

Из (5.2) следует:

$$V_1 = \sqrt{2gh}. (5.3)$$

Высоту h можно выразить через угол отклонения  $\varphi_0$  и расстояние l от точки подвеса до центра масс шара. Из рис. 5.2 видно, что  $l-h=l\cdot\cos\varphi_0$ , т. е.  $h=l(1-\cos\varphi_0)$ . Так как  $1-\cos\varphi_0=2\sin^2\left(\varphi_0/2\right)$ , то

$$h = 2l\sin^2\frac{\varphi_0}{2}. (5.4)$$

Подставляя (5.4) в (5.3), получим  $V_1 = 2\sqrt{gl} \sin(\varphi_0/2)$ . Если угол  $\varphi_0/2$  мал  $(\varphi_0 \approx 10-12^\circ)$ , то  $\sin(\varphi_0/2) \approx \varphi_0/2$  и

$$V_1 = \varphi_0 \sqrt{gl} . \tag{5.5}$$

Применив закон сохранения механической энергии к процессам после соударения шаров, можно убедиться, что скорости шаров после удара  $U_1$  и  $U_2$  связаны с их углами отклонения  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  такими же соотношениями, что и  $V_1$ :

$$U_1 = \varphi_1 \sqrt{gl} \; ; \; U_2 = \varphi_2 \sqrt{gl} \; .$$
 (5.6)

Подставляя (5.5) и (5.6) в (5.1) и учитывая, что  $V_2$ = 0 (шар 2 до соударения покоится), получим формулу для коэффициента восстановления скорости, содержащую параметры, которые можно определить опытным путём:

$$K = \frac{\left| \varphi_1 - \varphi_2 \right|}{\varphi_0}.$$
 (5.7)

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

- 1. Включить установку клавишей «СЕТЬ» (клавиша находится на задней панели электронного блока). При этом загорается табло индикации.
- 2. Определить цену наименьшего деления измерительной шкалы *6* (рис. 5.1). Результат записать в отчёт.
- 3. Удостовериться, что шары соприкасаются и их центры находятся на одном уровне. По измерительной шкале заметить **начальные положения шаров**.

- 4. Отклонить правый шар до соприкосновения с электромагнитом, зафиксировать его, нажав «СТОП» на пульте электронного блока. Значение угла  $\varphi_0$  отклонения шара от **начального положения** занести в табл. 5.1.
- 5. Убедиться, что левый шар находится в состоянии покоя. Нажать «СТАРТ» и по измерительной шкале визуально определить углы отклонения  $(\varphi_1)$  и  $(\varphi_2)$  правого и левого шаров после удара. Значения углов занести в табл. 5.1.

## Внимание! Углы отклонения шаров после соударения определять относительно их начальных положений!

6. Опыт проделать еще четыре раза, повторяя действия пп. 2–3. Результаты измерений занести в табл. 5.1.

Таблица 5.1

| <b>№</b><br>π/π | $arphi_0$ , град | $arphi_1$ , град | $arphi_2$ , град | $\langle arphi_1  angle$ , град | $\langle arphi_2  angle$ , град | $\Delta arphi_1$ , град | $\Delta arphi_2$ , град | $\langle K \rangle$ | $\Delta K$ | E, % |
|-----------------|------------------|------------------|------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------|------------|------|
| 1               |                  |                  |                  |                                 |                                 |                         |                         |                     |            |      |
| 2               |                  |                  |                  |                                 |                                 |                         |                         |                     |            |      |
| 3               |                  |                  |                  |                                 |                                 |                         |                         |                     |            |      |
| 4               |                  |                  |                  |                                 |                                 |                         |                         |                     |            |      |
| 5               |                  |                  |                  |                                 |                                 |                         |                         |                     |            |      |

|     | Цена наименьшего | деления | измерительной |
|-----|------------------|---------|---------------|
| шка | алы              |         |               |

### Обработка результатов измерений

- 1. Рассчитать средние значения  $\langle \varphi_1 \rangle$  и  $\langle \varphi_2 \rangle$ .
- 2. Рассчитать абсолютные погрешности  $\Delta \varphi_1$  и  $\Delta \varphi_2$ , применяя методику расчета погрешностей при прямых измерениях (см. прил. 1).
- 3. По формуле (5.7) вычислить коэффициент восстановления скорости, используя  $\langle \varphi_1 \rangle$  и  $\langle \varphi_2 \rangle$ .
- 4. Вывести формулу для расчета абсолютной  $\Delta K$  погрешности определения K, применяя методику расчета погрешностей при кос-

венных измерениях (см. прил. 1). Вычислить абсолютную и относительную  $\varepsilon$  погрешности.

- 5. Записать окончательный результат для коэффициента восстановления скорости.
  - 6. Заполнить табл. 5.1.
  - 7. Сделать выводы по результатам работы.

#### Контрольные вопросы

- 1. Что называется ударом? Какой удар называется центральным? Почему систему тел при ударе можно считать замкнутой?
- 2. Какой удар называется абсолютно упругим? Какие законы сохранения выполняются при таком ударе?
- 3. Какой удар называется абсолютно неупругим? Какие законы сохранения выполняются при таком ударе? Почему в результате неупругого удара тел их суммарная кинетическая энергия уменьшается?
- 4. Что такое коэффициент восстановления скорости? Чему равен этот коэффициент в случае: а) абсолютно неупругого удара; б) абсолютно упругого?
- 5. Напишите рабочую формулу для экспериментального определения коэффициента восстановления скорости. Поясните смысл величин, входящих в неё.
- 6. Какие физические законы и соотношения используются при выводе расчётной формулы коэффициента восстановления скорости в данной лабораторной работе? Запишите их и объясните.
  - 7. Каков порядок выполнения лабораторной работы?
  - 8. Как обрабатываются результаты измерений?

Литература: [6] — § 15; [1] — § 1.5—1.10.

## Лабораторная работа 1-6

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ МЕТОДОМ НАКЛОННОГО МАЯТНИКА

Цель работы: определение коэффициента трения скольжения.

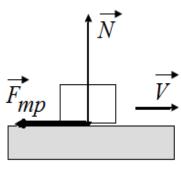
**Приборы и принадлежности**: лабораторная установка «Маятник наклонный».

#### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

В реальных механических системах всегда имеют место силы трения. Трение скольжения возникает при относительном перемещении твердых тел, оно связано с необратимым процессом – превращением механической энергии в тепловую.

Сила трения скольжения приложена в области контакта тел и направлена по касательной к поверхности соприкосновения в сторону, противоположную скорости относительного движения V (рис. 6.1).

Опытным путём установлено, что численное значение силы трения скольжения  $F_{\scriptscriptstyle \mathrm{TD}}$  прямо пропорционально силе нормаль-



Puc. 6.1

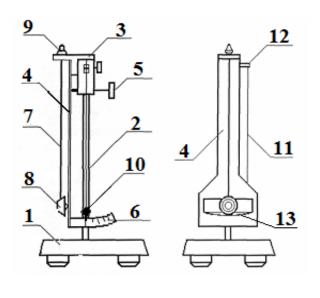
ного давления N между поверхностями трущихся тел (закон **Амонтона** — **Кулона**):

$$F_{\rm TD} = \mu N, \tag{6.1}$$

где  $\mu$  — безразмерный коэффициент, называемый коэффициентом трения скольжения.

В общем случае коэффициент трения зависит от свойств материала трущихся тел, состояния их поверхностей и относительной скорости скольжения. Однако в первом приближении зависимостью от скорости можно пренебречь и считать этот коэффициент постоянной величиной.

Определение величины коэффициента трения скольжения можно осуществлять различными способами. В данной лабораторной работе используется метод наклонного маятника.



Puc. 6.2

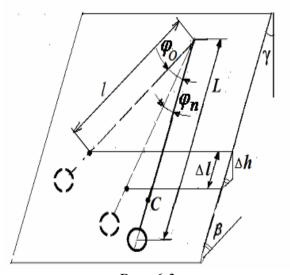
Описание лабораторной установки. Общий вид установки «Маятник наклонный» изображен на рис. 6.2. Она представляет собой укрепленную на основании *1* вертикальную стойку *2* с кронштейном *3*. На кронштейне крепится платформа *4*. В нижней части платформы нанесена шкала *13*, проградуированная в градусной мере. Винтом *5* платформу можно отклонять от вертикального положения; значение угла отклонения

определяется по шкале 6. В верхней части платформы подвешен маятник. Маятник представляет собой металлический стержень 7 с обоймой 8, в которой закреплен **усеченный стальной шар**. Опора 9 на верхнем конце стержня позволяет маятнику свободно отклоняться в плоскости, параллельной платформе. Установка снабжена отвесом (шарик 10 с нитью 11).

На рис. 6.3 схематически изображена платформа лабораторной установки (далее – наклонная плоскость) с маятником; угол наклона платформы к горизонту обозначен буквой  $\beta$ , угол отклонения плат-

формы от вертикали —  $\gamma$  .

Если маятник отклонить вдоль наклонной плоскости на некоторый угол  $\varphi_0$  от положения равновесия и отпустить, то он начнет совершать колебания. Изза трения (в основном это **трение шара о плоскость**) колебания будут затухающими. В результате механическая энергия маятника уменьшается. Эта энергия скла-



Puc. 6.3

дывается из кинетической и потенциальной. В тех положениях, где маятник максимально отклонён от положения равновесия (эти поло-

жения называются **точками поворота**), его скорость и, следовательно, кинетическая энергия равны нулю. Поэтому в точках поворота механическая энергия маятника равна его потенциальной энергии. При движении маятника значения потенциальной энергии в точках поворота из-за работы против сил трения со временем уменьшаются. Изменение потенциальной энергии маятника  $\Delta E_p$  равно работе A момента силы трения на пройденном пути:

$$\Delta E_p = A. \tag{6.2}$$

Пусть маятник совершит n полных колебаний. При этом максимальный угол отклонения маятника уменьшится от  $\varphi_0$  до  $\varphi_n$ , а его потенциальная энергия изменится на величину

$$\Delta E_p = mg\Delta h, \tag{6.3}$$

где m — масса маятника; g — ускорение свободного падения;  $\Delta h$  — изменение высоты центра масс маятника (точка  $\mathbb C$  на рис. 6.3), который находится на расстоянии l=0,8L от точки подвеса (L — расстояние от точки подвеса до центра шара).

Из геометрических соображений следует, что

$$\Delta h = \Delta l \cdot \sin \beta = 0.8 L (\cos \varphi_n - \cos \varphi_0) \sin \beta.$$

В данной работе возможные углы  $\varphi_0$  и  $\varphi_n$  невелики, поэтому, учитывая, что для малых углов  $\cos\phi\approx 1-\left(\varphi^2/2\right)$ , можно записать:

$$\Delta h = 0.8L \left( \varphi_0^2 - \varphi_n^2 \right) \sin \beta. \tag{6.4}$$

Подставляя (6.3) в (6.2), получим

$$\Delta E_p = 0.8 \, m \, g \, L \left( \varphi_0^2 - \varphi_n^2 \right) \sin \beta. \tag{6.5}$$

Работа момента силы трения за n полных колебаний маятника выражается формулой

$$A = F_{\rm Tp} L \varphi = \mu N L \varphi, \qquad (6.6)$$

где  $F_{\rm тp}L=\mu\,N\,L$  — момент силы трения;  $\phi$  — угловой путь, который проходит стержень маятника за n полных колебаний. Затухание при одном колебании относительно невелико, поэтому величину углового пути, пройденного маятником, можно оценить с помощью формулы

$$\varphi = 4n \left( \frac{\varphi_0 + \varphi_n}{2} \right). \tag{6.7}$$

Сила нормального давления шара на скользящую поверхность в данной установке равна

$$N = 0.5 \, m \, g \cos \beta \,. \tag{6.8}$$

Подставляя (6.7) и (6.8) в формулу (6.6), получим

$$A = \mu \, m \, g \, L \, n \, (\varphi_0 + \varphi_n) \cos \beta \,. \tag{6.9}$$

Из равенства (6.2) при учете (6.5) и (6.9) следует:

$$\mu = \frac{0.4 \left(\varphi_0 - \varphi_n\right)}{n} \operatorname{tg} \beta. \tag{6.10}$$

Поскольку  $\lg \beta = 1/\lg \gamma$ , где  $\gamma$  – угол отклонения наклонной плоскости от вертикали, окончательно для коэффициента трения скольжения имеем

$$\mu = \frac{0.4\left(\varphi_0 - \varphi_n\right)}{n \operatorname{tg} \gamma}.$$
(6.11)

Таким образом, для определения коэффициента трения скольжения методом наклонного маятника необходимо измерить значение максимального угла отклонения маятника  $\varphi_n$  после n полных колебаний при заданных углах  $\gamma$  и  $\varphi_0$ .

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Определить цену наименьшего деления измерительной шкалы *13*. Результат записать в отчёт.

- 1. С помощью винта 5 установить наклонную плоскость с маятником под углом  $\gamma = 2^{\circ}$  к вертикали ( $\gamma$  показание шкалы 6 установки).
- 2. Отклонить маятник от положения равновесия на угол  $\varphi_0 = 10^\circ$  и плавно (без толчка) его отпустить.
- 3. Определить по шкале значение угла отклонения маятника  $\varphi_n$  после того, как маятник совершит n полных колебаний (так как колебания быстро затухают, рекомендуемое число колебаний n=3). Значение угла  $\varphi_n$  записать в табл. 6.1.
- 4. Провести измерение угла  $\varphi_n$  по пп. 2–3 еще три раза, поочередно отклоняя маятник влево и вправо от положения равновесия.
- 5. Повторить все действия пп. 2–4 еще два раза, последовательно уменьшая угол  $\varphi_0$  на один градус.

Таблица 6.1

| n | γ,<br>град | $arphi_0$ ,<br>град | $arphi_0$ , | $arphi_n$ , град | $arphi_n$ , рад | $\left\langle arphi_{n} ight angle$ , рад | μ | $\langle \mu \rangle$ | $\Delta \mu$ | ε |
|---|------------|---------------------|-------------|------------------|-----------------|---|---|-----------------------|--------------|---|
| 3 | 2          |                     |             |                  |                 |   |   |                       |              |   |

Цена наименьшего деления шкалы углов  $\varphi$ \_\_\_\_\_

#### Обработка результатов измерений

- 1. Перевести значения углов  $\varphi_0$  и  $\varphi_n$  из градусной меры в радианную (1° = 0,0174 рад). Для каждого угла  $\varphi_0$  вычислить среднее значение  $\langle \varphi_n \rangle$ .
- 2. По формуле (6.11) вычислить для каждого  $\varphi_0$  значение коэффициента трения  $\mu$ , используя  $\langle \varphi_n \rangle$ .
- 3. Вычислить среднее значение коэффициента трения скольжения  $\langle \mu \rangle$ .
- 4. Рассчитать абсолютную  $\Delta \mu$  и относительную  $\varepsilon$  погрешности, применяя методику расчета погрешностей при косвенных невоспроизводимых измерениях (см. прил. 1).
- 5. Записать окончательный результат для коэффициента трения скольжения.
  - 6. Заполнить табл. 6.1.
  - 7. Сделать выводы по результатам работы.

#### Контрольные вопросы

- 1. Запишите закон Амонтона Кулона для силы трения скольжения. От чего зависит коэффициент трения скольжения?
- 2. Как направлена сила трения скольжения, возникающая между трущимися поверхностями?
- 3. Как устроен наклонный маятник, используемый в данной лабораторной работе?
- 4. Почему колебания наклонного маятника являются затухающими?
- 5. Какие физические законы и соотношения используются при выводе расчетной формулы коэффициента трения скольжения в данной лабораторной работе? Запишите их и объясните.
- 6. Запишите расчетную формулу для коэффициента трения скольжения. Какие параметры вы будете определять опытным путем?
  - 7. Каков порядок выполнения лабораторной работы?
  - 8. Как обрабатываются результаты измерений?

Литература:  $[6] - \S 8$ ;  $[1] - \S 1.7$ , 1.10.

## Лабораторная работа 1-7

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА

**Цель работы**: знакомство с физическим маятником, определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника.

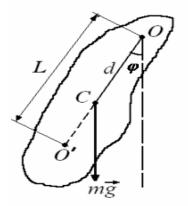
**Приборы и принадлежности**: лабораторная установка «Маятник универсальный», электронный блок.

#### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Для экспериментального определения ускорения свободного падения g применяют косвенные методы. Большинство косвенных методов основано на использовании формул, связывающих периоды

гармонических колебаний математического и физического маятника с ускорением свободного падения.

Физическим маятником называется любое твердое тело, подвешенное в точке, лежащей выше его центра масс C, и совершающее колебания в поле силы тяжести относительно неподвижной горизонтальной оси, проходящей через точку подвеса O (рис. 7.1).



Puc. 7.1

При малых углах отклонения маятника от положения равновесия ( $\phi \approx 4-5^{\circ}$ ) его колебания можно считать гармоническими. Период колебаний такого маятника равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}},\tag{7.1}$$

где J – момент инерции физического маятника относительно оси подвеса; m – масса маятника; g – ускорение свободного падения; d – расстояние между осью подвеса и центром масс маятника.

Сопоставление формулы (7.1) с формулой для периода колебаний математического маятника длиной l

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{7.2}$$

показывает, что множитель  $\frac{J}{md}$  имеет размерность длины и выполняет для физического маятника ту же роль, что и длина l для математического.

Величина  $L = \frac{J}{md}$  называется приведенной длиной физического маятника. Она равна длине такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

Точка  $\mathbf{O}'$ , лежащая на продолжении прямой  $\mathbf{OC}$  на расстоянии **приведенной** длины L от точки подвеса маятника  $\mathbf{O}$ , называется **центром качания** физического маятника. Точка подвеса  $\mathbf{O}$  и центр качания  $\mathbf{O}'$  обладают **взаимностью**: при переносе точки подвеса в точку  $\mathbf{O}'$  точка  $\mathbf{O}$  становится центром качания, так что период колебаний маятника не изменяется.

Произвольный физический маятник можно использовать для определения ускорения свободного падения, так как его период колебаний T зависит от g (см. (7.1)). Но если массу маятника m и период T можно измерить с очень высокой точностью, то измерение с высокой точностью момента инерции J маятника и величины d вызывает большие затруднения. Указанного недостатка лишен метод определения ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника, который позволяет исключить J и d из расчетной формулы для g.

Оборотный маятник – одна из разновидностей физического маятника.

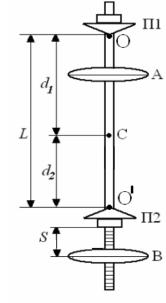
Существуют разнообразные конструкции оборотных маятников.

В лабораторной работе используется оборотный маятник, схематически изображенный на рис. 7.2.

Маятник состоит из металлического стержня, на котором нанесены деления (кольцевые канавки) на расстоянии 1 см друг от друга. На стержне жестко закреплены опорные призмы П1 и П2, ребра которых могут служить осями колебаний при прямом и обратном способах подвеса маятника. Груз А, положение которого в процессе измерений не изменяется, находится между опорными призмами. Груз В расположен на одном из концов стержня (не между призмами).

Груз В можно перемещать по стержню и закреплять в том или ином положении. При этом будут изменяться положение центра масс, момент инерции и, следовательно, период колебаний маятника.

Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника основано на свойстве взаимности точки подвеса и центра качания. Передвигая груз В по стержню, можно найти такое его положение, при котором совпадают периоды колебаний маятника, когда точками подвеса являются ребра опорных призм П1 и П2, т. е. точки О и О' будут взаимными. В этом случае расстояние между призмами равно приведенной длине L данного физического маятника.



Puc. 7.2

Действительно, пусть имеется такое положение груза  ${\bf B}$ , при котором периоды колебаний маятника  $T_1$  и  $T_2$  при опоре на призмы  ${\bf \Pi1}$  и  ${\bf \Pi2}$  одинаковы, т. е.

$$T_1 = T_2 = T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{mgd_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{mgd_2}},$$
 (7.3)

где  $J_1$  и  $J_2$  — моменты инерции маятника относительно осей, проходящих через **O** и **O'**;  $d_1$  и  $d_2$  — расстояния от призм **П1** и **П2** до центра масс **C** маятника соответственно.

Из (7.3) следует

$$J_{1} = \frac{mgd_{1}T_{0}^{2}}{4\pi^{2}}; J_{2} = \frac{mgd_{2}T_{0}^{2}}{4\pi^{2}}.$$
 (7.4)

По теореме Штейнера

$$J_1 = J_c + md_1^2; \ J_2 = J_c + md_2^2,$$
 (7.5)

где  $J_{\mathcal{C}}$  – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс.

Разность  $(J_1 - J_2)$ , согласно (7.4) и (7.5), можно записать в виде

$$\frac{mgT_0^2}{4\pi^2}(d_1-d_2)=m(d_1^2-d_2^2),$$

откуда следует

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{d_1 + d_2}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}.$$
 (7.6)

Формула (7.6) по форме совпадает с формулой (7.2) для периода колебаний математического маятника. Следовательно,  $L = d_1 + d_2 -$ приведённая длина физического (оборотного) маятника, которая, как видно из рис. 7.2, равна расстоянию между призмами **П1** и **П2**.

Таким образом, при обеспечивающем равенство  $T_1 = T_2 = T_0$  положении подвижного груза В расстояние между неподвижными призмами равно приведенной длине  $\boldsymbol{L}$  данного оборотного маятника.

Соотношение (7.6) может быть использовано для экспериментального определения ускорения свободного падения с помощью данного оборотного маятника. Для этого надо опытным путем найти значение периода колебаний  $T_0$ , которое удовлетворяет условию  $T_0 = T_1 = T_2$ , и по формуле

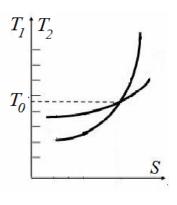
$$g = 4\pi^2 \frac{L}{{T_0}^2} \tag{7.7}$$

рассчитать величину ускорения свободного падения. Значение приведенной длины лабораторного оборотного маятника L известно (см. табл. 7.1).

**Примечание.** Для более точного определения величины  $T_0$  в лабораторной работе применяется графический метод. На одном графике строятся две экспериментальные зависимости T(S) (S – расстояние от призмы  $\Pi 2$  до груза B (рис. 7.2)) периодов колебаний  $T_1$  и  $T_2$  обо-

ротного маятника. Примерный вид этих зависимостей приведён на рис. 7.3. Точка пересечения получаемых кривых соответствует  $T_0$ .

Описание лабораторной установки. Установка «Маятник универсальный» представляет собой укрепленную на основании вертикальную стойку с двумя кронштейнами. На верхнем кронштейне размещен узел подвеса маятника (рис. 7.2). На нижнем крон-



Puc. 7.3

штейне установлен фотодатчик. Установка подключена к электронному блоку.

## Внимание! Запрещается изменять положение на стержне опорных призм и груза, находящегося между ними!

Порядок выполнения лабораторной работы

- 1. Установить нижний кронштейн с фотодатчиком в крайнее нижнее положение.
- 2. Подвесить оборотный маятник так, чтобы он опирался на призму  $\Pi 1$  (см. рис. 7.2).
- 3. Перемещая кронштейн с фотодатчиком по стойке, закрепить его таким образом, чтобы нижний конец стержня оказался на 4–6 мм ниже горизонтальной риски на торцевой части датчика, т. е. оказался в рабочей зоне фотодатчика.
- 4. Закрепить груз **B** на расстоянии S = 1 см от призмы **П2** (см. рис. 7.2). Винт крепления груза должен попасть в кольцевую канавку на стержне.

- 5. Включить электронный блок, нажав клавишу «СЕТЬ», которая находится на задней панели прибора.
  - 6. Измерить время 20–30 полных колебаний маятника. Для этого:
- отклонить маятник от положения равновесия на небольшой угол  $(4-5^{\circ})$  и плавно отпустить;
- нажать «ПУСК» на электронном блоке: при этом включается таймер и система регистрации числа колебаний (правое и левое табло соответственно);
- нажать «СТОП» на электронном блоке, когда маятник сделает заданное число колебаний.
- 7. Занести в табл. 7.1 показания прибора (N количество колебаний,  $t_1$  время N колебаний).
- 8. Передвинуть груз **B** вниз по стержню на 1 см (одно деление на стержне) и повторить действия пп. 6–7.
  - 9. Повторить действия пп. 6-8 еще четыре раза.
  - 10. Выключить электронный блок.
- 11. Снять маятник с кронштейна и подвесить его так, чтобы он опирался на призму  $\Pi 2$ .
- 12. Повторить действия пп. 3–6. Занести в табл. 7.1 показания прибора (N количество колебаний,  $t_2$  время N колебаний).
- 13. Передвигая груз **B** вверх по стержню с шагом 1 см (одно деление на стержне), повторить действия п. 6 для каждого положения груза. Проделать еще пять опытов, записывая показания прибора в табл. 7.1.
  - 14. Выключить электронный блок.

Таблица 7.1

| S, $A$ |   | ник опирается призму <b>П1</b> |           |   | гник опир<br>а призму | $T_0$ , c | <i>L</i> , м | g,<br><sub>M/c<sup>2</sup></sub> |                  |
|--------|---|--------------------------------|-----------|---|-----------------------|-----------|--------------|----------------------------------|------------------|
| СМ     | N | $t_1$ , c                      | $T_1$ , c | N | $t_2$ , c             | $T_2$ , c | 0,           | ,                                | M/C <sup>2</sup> |
| 1      |   |                                |           |   |                       |           |              |                                  |                  |
| 2      |   |                                |           |   |                       |           |              |                                  |                  |
| 3      |   |                                |           |   |                       |           |              | 0.280                            |                  |
| 4      |   |                                |           |   |                       |           |              | 0,280                            |                  |
| 5      |   |                                |           |   |                       |           |              |                                  |                  |
| 6      |   |                                |           |   |                       |           |              |                                  |                  |

#### Обработка результатов измерений

1. Для каждого значения S вычислить периоды колебаний маятника  $T_1$  и  $T_2$  по формулам

$$T_1 = \frac{t_1}{N} \text{ if } T_2 = \frac{t_2}{N}.$$

- 2. **На миллиметровой бумаге** (размером не менее одного тетрадного листа) построить на одном графике зависимости  $T_1 = f(S)$  и  $T_2 = f(S)$ : за начало отсчета по оси ординат взять **наименьшее** значение полученных в опытах значений периодов колебаний.
- 3. Найти  $T_0$  как ординату точки пересечения построенных кривых (см. рис. 7.3). Значение  $T_0$  занести в табл. 7.1.
  - 4. По формуле (7.7) вычислить ускорение свободного падения.
- 5. Оценить (в процентах) расхождение между экспериментально полученным значением g и табличным  $g_{\text{табл}} = 9,81 \,\text{м/c}^2$  по формуле

$$\varepsilon = \frac{\left|g - g_{\text{табл}}\right|}{g_{\text{табл}}} 100 \%.$$

6. Заполнить табл. 7.1. Сделать выводы по результатам работы.

#### Контрольные вопросы

- 1. Что является целью данной работы?
- 2. Что такое ускорение свободного падения, от чего оно зависит?
- 3. Что такое математический маятник, от каких величин зависит его период колебаний?
- 4. Что такое физический маятник, от каких величин зависит его период колебаний?
  - 5. Что такое приведенная длина физического маятника?
- 6. Что такое «центр качания» физического маятника? Что означает термин «взаимность» и к каким точкам физического маятника он относится?
- 7. Как устроен оборотный маятник, используемый в лабораторной работе?

- 8. Почему рекомендуется отклонять оборотный маятник от положения равновесия на малый угол?
- 9. Показать, что, когда период колебаний маятника не зависит от того, на какую из призм он опирается, приведённая длина оборотного маятника, используемого в данной работе, равна расстоянию между опорными призмами.
- 10. Пояснить методику графического способа определения периода колебаний  $T_0$  оборотного маятника.

Литература: [6] – § 140–142; [1] – § 1.10.

## Лабораторная работа 1-8

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

Цель работы: определение вязкости жидкости.

**Приборы и принадлежности**: стеклянный цилиндрический сосуд с исследуемой жидкостью, металлические шарики, микрометр, секундомер, масштабная линейка.

## Краткая теория

Вязкость (внутреннее трение) жидкости относится к явлениям переноса.

Явление внутреннего трения связано с возникновением сил трения (сил внутреннего трения) между слоями жидкости, перемещающимися параллельно друг другу с различными скоростями. Силы внутреннего трения направлены по касательной к поверхности соприкасающихся слоев. Вязкость обусловлена переносом молекулами импульса из одного слоя жидкости в другой при межмолекулярном взаимодействии.

Явление внутреннего трения подчиняется эмпирическому закону Ньютона:

$$F = \eta \left| \frac{d\upsilon}{dx} \right| S,$$

где F — модуль силы внутреннего трения;  $\eta$  — коэффициент  $\partial$ инамииеской вязкости, или просто вязкости (прежние названия: коэффициент внутреннего трения, коэффициент вязкости);  $\frac{dv}{dx}$  — величина, показывающая, как быстро изменяется скорость течения жидкости v в направлении v, перпендикулярном к направлению движения слоёв (градиент v); S — площадь соприкосновения слоев.

Из закона Ньютона следует, что вязкость численно равна силе внутреннего трения, действующей на единицу площади соприкасающихся слоев жидкости, при  $\left| \frac{dv}{dx} \right| = 1$ .

Единицей вязкости в СИ служит такая вязкость, при которой градиент скорости с модулем, равным 1 м/с на 1 м, приводит к возникновению силы внутреннего трения в 1 Н на 1 м² поверхности касания слоёв. Эта единица называется *паскаль-секундой* (Па·с).

Вязкость  $\eta$  зависит от рода жидкости и ее температуры. С повышением температуры вязкость жидкости уменьшается.

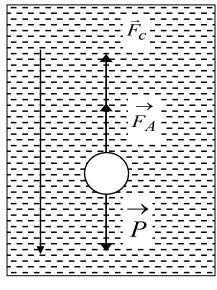
При движении тела в вязкой жидкости, смачивающей тело, слой жидкости, прилегающий непосредственно к телу, движется вместе с ним со скоростью тела. Прилипший слой вовлекает в движение соседний, движущийся уже с меньшей скоростью. Между слоями возникают силы внутреннего трения, направленные против движения слоев. Эти силы оказывают действие также на движущееся тело, препятствуя его движению.

Стокс установил, что если движущееся тело представляет собой шарик *небольших размеров*, то *при малых скоростях движения* сила сопротивления движению  $F_{\mathcal{C}}$  может быть найдена по формуле

$$F_{\mathcal{C}} = 6 \pi r \eta \nu, \tag{8.1}$$

где r – радиус шарика;  $\eta$  – вязкость жидкости;  $\upsilon$  – скорость шарика. Формула (8.1) носит название формулы Стокса. Эта формула лежит в основе практического метода измерения вязкости жидкости.

В лабораторной работе рассматривается падение шарика в вязкой жидкости. Движение шарика происходит под действием трех сил, направленных вертикально: силы тяжести  $\vec{P}$ , выталкивающей силы Архимеда  $\vec{F}_A$  и силы сопротивления  $F_C$  (рис. 8.1).



Величина силы сопротивления определяется выражением (8.1), а модули сил тяжести и выталкивающей равны соответственно:

$$P = mg = \rho_{\text{III}} g V_{\text{III}}, \qquad (8.2)$$

$$F_{A} = \rho_{\mathcal{K}} g V_{\mathcal{I}}, \qquad (8.3)$$

Согласно второму закону Ньютона уравнение движения шарика, записанное в проекциях на направление движения, имеет вид

$$m\frac{dv}{dt} = P - F_A - F_c. (8.4)$$

Если шарик начинает движение из состояния покоя, то сначала его скорость  $\upsilon$  увеличивается, поскольку результирующая сил тяжести и выталкивающей будет больше силы сопротивления. С увеличением скорости сила сопротивления возрастает, результирующая всех сил уменьшается, также уменьшается и ускорение  $a = \frac{d\upsilon}{dt}$ , с которым движется шарик. В какой-то момент шарик достигнет такой скорости, при которой ускорение а станет равным нулю. С этого момента движение шарика будет равномерным с некоторой скоростью  $\upsilon = \upsilon_0$ , и уравнение (8.4) с учетом (8.1), (8.2), (8.3) примет вид

$$\rho_{\text{III}} g V_{\text{III}} - \rho_{\text{xc}} g V_{\text{III}} - 6 \pi r \eta v_0 = 0. \tag{8.5}$$

Принимая во внимание, что радиус шарика  $r=\frac{d}{2}$  (d – диаметр шарика), а его объем  $V_{\text{ш}}=\frac{4}{3}\pi\;r^3=\frac{1}{6}\pi\;d^3$ , из уравнения (8.5) получим для вязкости жидкости выражение:

$$\eta = \frac{g(\rho_{\text{III}} - \rho_{\text{X}}) d^2}{18 \nu_0}.$$
 (8.6)

Формула (8.6) справедлива только для случая, когда шарик движется в безграничной жидкости. Если жидкость находится в цилиндрическом сосуде, и шарик падает вдоль его оси, необходимо учитывать влияние боковых стенок. Для такого случая немецкий физик Р. Ладенбург теоретически нашел поправки к формуле Стокса (8.1). Формула вязкости (8.6) с учетом поправок принимает следующий вид:

$$\eta = \frac{g(\rho_{\text{III}} - \rho_{\text{x}}) d^2}{18 \nu_0 \left(1 + 2.4 \frac{d}{D}\right)},$$
(8.7)

где D – диаметр цилиндрического сосуда.

**Экспериментальная установка** состоит из стеклянного цилиндра, наполненного исследуемой жидкостью (рис. 8.2). На цилиндре

нанесены две кольцевые метки A и  $\mathcal{E}$ , расположенные на расстоянии  $\mathcal{L}$  друг от друга (верхняя метка должна быть ниже уровня жидкости на 5–7 см, в этом случае движение шарика между метками становится практически равномерным). Скорость шарика при равномерном движении на участке между метками равна

Puc. 8.2

$$v_0 = \frac{L}{t},\tag{8.8}$$

где t-время прохождения шариком расстояния L. Подставляя (8.8) в (8.7), получим рабочую формулу для экспериментального определения вязкости исследуемой жидкости:

$$\eta = \frac{g(\rho_{\text{II}} - \rho_{\text{K}})td^{2}}{18L\left(1 + 2.4\frac{d}{D}\right)}.$$
(8.9)

### Порядок выполнения лабораторной работы

- 2. Занести в табл. 8.1 значение диаметра D цилиндрического сосуда. Его значение (в миллиметрах) указано на установке.
- 3. Измерить масштабной линейкой расстояние L между метками, нанесенными на сосуд с жидкостью, и занести значение L в табл. 8.1.
  - 4. Ознакомиться с устройством микрометра.
- 5. Измерить микрометром диаметр шарика d, результат занести в табл. 8.1.
- 6. Измерить время движения шарика t между метками. Для этого осторожно опустить шарик на поверхность жидкости как можно ближе к оси цилиндра, включить секундомер в момент прохождения шариком верхней метки и остановить его, когда шарик пройдет нижнюю метку.

**Примечание.** При проведении измерений глаза экспериментатора должны находиться на уровне меток.

- 7. Измерения, указанные в пп. 5–6, повторить еще с четырьмя шариками. Результаты измерений занести в табл. 8.1.
- 8. По термометру, находящемуся в лаборатории, определить комнатную температуру. Температуру исследуемой жидкости принять равной комнатной и записать ее значение (в строку под таблицей).

| <b>№</b><br>п/п | $ ho_{_{ m M}},$ $ m K\Gamma/M^3$ | $ ho_{_{ m III}}, \ _{ m K\Gamma / M}{}^3$ | D, | L, | <i>d</i> , M | t,<br>C | η,<br>Па·с | $\langle \eta \rangle$ , $\Pi \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$ | Δη,<br>Πα·c | $\mathcal{E},\%$ |
|-----------------|-----------------------------------|--|----|----|--------------|---------|------------|--|-------------|------------------|
| 1               |                                   |  |    |    |              |         |            |  |             |                  |
| 2               |                                   |  |    |    |              |         |            |  |             |                  |
| 3               |                                   |  |    |    |              |         |            |  |             |                  |
| 4               |                                   |  |    |    |              |         |            |  |             |                  |
| 5               |                                   |  |    |    |              |         |            |  |             |                  |

Температура исследуемой жидкости °С.

#### Обработка результатов измерений

- 1. По формуле (8.9) рассчитать вязкость жидкости  $\eta$  для каждого опыта, при расчетах принять  $g = 9.81 \,\mathrm{m/c^2}$ .
- 2. Рассчитать среднее значение вязкости  $\langle \eta \rangle$ , а также абсолютную  $\Delta \eta$  и относительную  $\varepsilon$  погрешности. Применить методику расчета погрешностей косвенных *невоспроизводимых* измерений (см. прил. 1).
  - 3. Записать окончательный результат в виде

$$\eta = (\langle \eta \rangle \pm \Delta \eta) \Pi \mathbf{a} \cdot \mathbf{c};$$
 $\varepsilon = \alpha = \alpha$ 

- 4. Заполнить табл. 8.1.
- 5. Сделать выводы по результатам работы.

#### Контрольные вопросы

- 1. Как возникает сила внутреннего трения?
- 2. Закон Ньютона для силы внутреннего трения. Смысл входящих в уравнение параметров.
  - 3. Коэффициент вязкости жидкости. От чего он зависит?
  - 4. Формула Стокса. Смысл входящих в неё параметров.
- 5. Силы, действующие на шарик при его падении в вязкой жидкости.
- 6. Какой физический закон применяется при выводе рабочей формулы?
- 7. Почему необходимо опускать шарик как можно ближе к оси симметрии цилиндра с жидкостью?

- 8. Почему время движения шарика измеряется только при его движении между метками на цилиндре?
- 9. Порядок выполнения работы. Обработка результатов измерений.

Литература:  $[6] - \S 48$ ;  $[1] - \S 1.5-1.10$ .

## Лабораторная работа 1-9

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЁМКОСТЕЙ ВОЗДУХА ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ И ОБЪЁМЕ

**Цель работы**: определение отношения теплоёмкостей воздуха, полученных при различных условиях, знакомство с методом Клемана и Дезорма.

**Приборы и принадлежности**: экспериментальная установка ФПТ 1-6н.

#### Краткая теория

Теплоемкость является одним из основных тепловых свойств тел. Теплоемкость тела  $C_{\text{тела}}$  — это отношение количества теплоты  $\delta Q$ , сообщаемого телу, к изменению dT температуры тела:

$$C_{\text{тела}} = \frac{\delta Q}{dT}, \frac{Дж}{K}.$$

Удельной теплоемкостью c называется теплоемкость единицы массы вещества, а молярной теплоемкостью C — теплоемкость одного моля вещества:

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}, \frac{\Pi m}{\kappa \Gamma \cdot K}; C = \frac{\delta Q}{\frac{m}{M} dT}, \frac{\Pi m}{\text{моль} \cdot K},$$

где m – масса вещества; M – молярная масса вещества.

Теплоемкость газов зависит от условий, при которых происходит их нагревание. Наибольшее практическое значение имеют молярные теплоемкости газа при постоянном объеме  $C_V$  (при нагревании газа объем поддерживается постоянным) и при постоянном давлении  $C_p$  (при нагревании газа поддерживается постоянным давление).

Из молекулярно-кинетической теории следует, что для идеального газа

$$C_V = \frac{i}{2} \cdot R; \quad C_p = \frac{i}{2} \cdot R + R, \tag{9.1}$$

где i – число степеней молекулы (для одноатомных молекул i=3; для двухатомных i=5, для многоатомных i=6), R – универсальная газовая постоянная  $\left(R=8,31\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{K}}\right)$ .

Молярные теплоемкости идеального газа при постоянном давлении и постоянном объеме связаны, согласно (9.1), уравнением Майера:

$$C_p = C_V + R$$
.

Одной из важнейших физических характеристик каждого газа является отношение  $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$ , называемое коэффициентом Пуассона.

Так, в случае, когда свойства газа близки к свойствам идеального газа, знание  $\gamma$  позволяет определить число степеней свободы молекул газа, т. е. их структуру. Отношение теплоёмкостей определяет величину скорости распространения звука в газах. Зная этот параметр, можно найти для газов, близких к идеальным, значения теплоёмкостей  $C_V$  и  $C_p$ :

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}; \quad C_p = \frac{\gamma \cdot R}{\gamma - 1}. \tag{9.2}$$

Коэффициент Пуассона  $\gamma$  входит и в важное уравнение, связывающее давление и объём газа в процессах, происходящих без теплообмена с окружающей средой:

$$P \cdot V^{\gamma} = \text{const.} \tag{9.3}$$

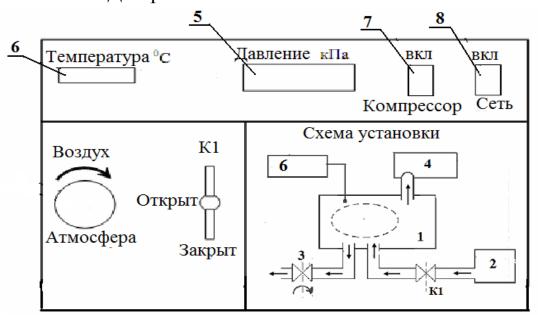
Соотношение (9.3) называют уравнением Пуассона, или, что то же самое, уравнением адиабаты. Параметр  $\gamma$  в (9.3) и имеет еще одно название – показатель адиабаты.

Для идеальных газов, молекулы которых имеют известное число степеней свободы, показатель адиабаты легко рассчитать:

$$\gamma = \frac{i+2}{i} \,. \tag{9.4}$$

Однако в случае смеси газов, когда её состав неизвестен, сделать это в общем случае невозможно. Поэтому экспериментальное определение коэффициента Пуассона имеет большое практическое значение.

В данной лабораторной работе значение коэффициента Пуассона  $\gamma$  для воздуха определяется методом, предложенным и осущёствлённым Клеманом и Дезормом.



Puc. 9.1

**Описание лабораторной установки.** Установка ФПТ 1-6н, схематический вид которой представлен на рис. 9.1, состоит из двух модулей.

В нижнем модуле находится металлический баллон I с исследуемым газом и компрессор 2, включение которого осуществляется переключателем 7 «КОМПРЕССОР», расположенным на передней панели верхнего модуля. Баллон соединяется с компрессором трубопроводом, перекрываемым краном K1. Пневмоклапан 3, управляемый регулятором «АТМОСФЕРА», позволяет **кратковременно** соединять баллон с атмосферой. Датчик давления 4 показывает разницу  $\Delta P$  между давлением в баллоне и атмосферным давлением  $P_0$  (показания прибора выведены на табло 5). Значение температуры внутри баллона показывает табло 6.

Эксперимент состоит в следующем. В баллон лабораторной установки, в котором при атмосферном давлении  $P_0$  находится исследуемый газ (воздух), дополнительно накачивают некоторое количество воздуха. Для этого открывают кран K1 и включают компрессор. Давление и температура воздуха в баллоне увеличиваются (температура увеличивается за счёт работы компрессора по сжатию газа). Через некоторое время кран закрывают и выключают компрессор. Спустя какое-то время, вследствие теплообмена через стенки баллона, температура воздуха в баллоне понизится и станет близкой к температуре окружающей среды  $T_0$ . Давление газа в баллоне при этом также несколько уменьшится, но всё равно останется больше атмосферного:

$$P_1 = P_0 + \Delta P_1. {(9.5)}$$

Затем с помощью регулятора «АТМОСФЕРА» баллон кратковременно соединяют с атмосферой. Воздух, расширяясь, выходит из баллона. Из-за кратковременности процесс расширения проходит без теплообмена с окружающей средой, т. е. адиабатно. Давление воздуха в баллоне становится равным атмосферному  $P_0$ , а температура T становится ниже температуры окружающей среды. Охлаждение связано с тем, что, расширяясь во внешнюю среду, газ совершает работу за счет своей внутренней энергии.

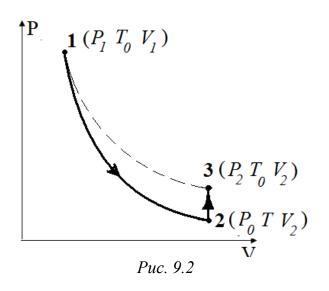
Вследствие теплообмена, спустя некоторое время, температура газа в баллоне вновь повысится до температуры окружающей среды. Поскольку процесс нагревания происходит **изохорно**, давление воздуха в баллоне при этом также возрастет и станет равным

$$P_2 = P_0 + \Delta P_2. {(9.6)}$$

Разности давлений (перепады давления) внутри и вне баллона  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$  измеряются датчиком давлений.

Измеренные значения  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$  позволяют вычислить величину коэффициента Пуассона для воздуха.

Для этого мысленно выделим внутри баллона произвольную замкнутую поверхность (рис. 9.2, пунктирная линия). Формально её можно рассматривать как «оболочку», внутри которой находится некоторая порция газа. В различных процессах газ, заключенный в эту «оболочку», расширяясь и сжимаясь вместе с ней, будет как совершать работу против давления окружающего газа, находящегося в баллоне, так и обмениваться с ним теплом. Эти процессы можно рассматривать как квазистатические, так как энергия возникающего макроскопического движения газа невелика.



В течение одного цикла измерения газ, находящийся внутри выделенной «оболочки», проходит через три состояния, термодинамические параметры которых имеют следующие значения:

**1-е** состояние:  $P_1$ ,  $T_0$ ,  $V_1$ ;

**2-е** состояние:  $P_0$ , T,  $V_2$ ;

**3-е** состояние:  $P_2$ ,  $T_0$ ,  $V_2$ .

Состояния и переходы между

ними в координатах P-V показаны на рис. 9.2. Процесс  $1\rightarrow 2$  происходит адиабатно, процесс  $2\rightarrow 3$  — изохорно. Состояния 1 и 3 лежат на одной изотерме, она обозначена пунктирной линией.

Так как масса воздуха внутри «оболочки» не меняется, его параметры в состояниях **1** и **2** связаны уравнением Пуассона

$$P_{1} \cdot V_{1}^{\gamma} = P_{0} \cdot V_{2}^{\gamma}. \tag{9.7}$$

Поскольку воздух при нормальных условиях близок по свойствам к идеальному газу, его параметры в состояниях 1 и 3 также взаимосвязаны и подчиняются уравнению Бойля — Мариотта:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2. \tag{9.8}$$

Из соотношений (9.7) и (9.8) следует равенство

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma} = \left(\frac{P_1}{P_0}\right).$$

Проведя логарифмирование, получаем для коэффициента Пуассона выражение

$$\gamma = \frac{\ln P_1 - \ln P_0}{\ln P_1 - \ln P_2}. (9.9)$$

Если учесть (9.5) и (9.6), то (9.9) можно представить в виде

$$\gamma = \frac{\ln(P_0 + \Delta P_1) - \ln P_0}{\ln(P_0 + \Delta P_1) - \ln(P_0 + \Delta P_2)}.$$
(9.10)

Особенностью используемой лабораторной установки является то, что давления  $P_1$  и  $P_2$  мало отличаются от  $P_0$ , т. е. выполняются неравенства:  $\Delta P_1 << P_0$  и  $\Delta P_2 << P_0$ . Это даёт возможность упростить выражение (9.10).

Принимая во внимание, что при  $|\Delta a| << a\>$  для функции  $\ln(a + \Delta a)$  с хорошей точностью справедливо выражение

$$\ln(a + \Delta a) \approx \ln(a) + \frac{\Delta a}{a}$$
,

из (9.10) легко получить приближенную формулу для расчёта показателя адиабаты по значениям  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$ :

$$\gamma = \frac{\Delta P_1}{\Delta P_1 - \Delta P_2}. (9.11)$$

Таким образом, определение коэффициента Пуассона  $\gamma$  методом Клемана — Дезорма сводится к экспериментальному измерению параметров  $\Delta P_1$  и  $\Delta P_2$ .

Порядок выполнения лабораторной работы

Ознакомиться с лабораторной установкой.

- 1. Включить установку клавишей «СЕТЬ».
- 2. Узнать температуру воздуха в лаборатории по табло 6 и запомнить ее.
  - 3. Соединить баллон с компрессором. Для этого:
    - 3.1) перевести кран К1 в положение «открыт»;
    - 3.2) переключателем «КОМПРЕССОР» включить компрессор.
- 4. По табло 8 контролировать избыточное давление  $\Delta P_1$  в баллоне установки. Когда оно окажется в диапазоне 3-10 кПа, перевести кран К1 в положение «закрыт» и выключить компрессор.
- 5. Через 3–4 мин по табло 8 снять показание датчика давления  $\Delta P_1$ , записать его в табл. 9.1. (За указанный промежуток времени температура в баллоне опускается до значения, близкого к температуре в лаборатории.)

- 6. Соединить баллон с атмосферой. Для этого открыть пневмоклапан 3, повернув регулятор «АТМОСФЕРА» по часовой стрелке до щелчка (клапан закрывается автоматически).
- 7. Через 3–4 мин по табло 8 снять показание датчика давления  $\Delta P_2$ , записать его в табл. 9.1. (За указанный промежуток времени температура в баллоне снова станет близкой к температуре в лаборатории.)
- 8. Проделать опыт, повторяя действия пп. 2–7 еще четыре раза при различных значениях  $\Delta P_1$ .
  - 9. Нажатием клавиши «СЕТЬ» выключить установку.

Таблица 9.1

| №<br>опыта | $\Delta P_1$ , кПа | $\Delta P_2$ , кПа | γ | $\langle \gamma \rangle$ | $\Delta \gamma$ | $\mathcal{E}, \%$ |
|------------|--------------------|--------------------|---|--------------------------|-----------------|-------------------|
| 1          |                    |                    |   |                          |                 |                   |
| 2          |                    |                    |   |                          |                 |                   |
| 3          |                    |                    |   |                          |                 |                   |
| 4          |                    |                    |   |                          |                 |                   |
| 5          |                    |                    |   |                          |                 |                   |

#### Обработка результатов измерений

- 1. По данным табл. 9.1, используя (9.11), рассчитать значение постоянной Пуассона  $\gamma$  для каждого опыта.
- 2. Рассчитать среднее значение  $\langle \gamma \rangle$ , его абсолютную  $\Delta \gamma$  и относительную  $\varepsilon$  погрешности. Применить методику обработки невоспроизводимых косвенных измерений (см. прил. 1).
- 3. Заполнить табл. 9.1. Записать результат определения коэффициента Пуассона.
- 4. По формуле (9.4) рассчитать теоретическое значение постоянной Пуассона, считая воздух идеальным газом, состоящим из двухатомных молекул.
  - 5. По формулам (9.2) рассчитать значения  $C_V$  и  $C_p$ , подставив  $\langle \gamma \rangle$ .
- 6. Сравнить полученные результаты со значениями соответствующих теплоёмкостей идеального газа, состоящего из двухатомных молекул. Сделать выводы по результатам работы.

#### Контрольные вопросы

- 1. Что называется теплоёмкостью? Что такое удельная теплоёмкость? Что такое молярная теплоёмкость?
- 2. Чему равны молярные теплоёмкости идеального газа при постоянном объёме и постоянном давлении? Как выглядит уравнение Майера?
- 3. Какой процесс называется адиабатным? Как выглядит уравнение Пуассона? Чему равен коэффициент Пуассона?
- 4. В чём заключается метод Клемана и Дезорма определения постоянной адиабаты (коэффициента Пуассона)?
- 5. Как выводится расчётная формула, используемая при экспериментальном определении постоянной  $\gamma$ ?
  - 6. Каков порядок выполнения лабораторной работы? *Литература*: [6] § 53, 54, 55, 56; [1] § 1.7, 1.10.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Введение в лабораторный практикум по физике / В. Н. Иванов [и др.]. Омск : Изд-во ОмГТУ, 2009. 38 с.
- 2. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б. М. Яворский. М. : Академия, 2003. 720 с.
- 3. Каленко, С. Г. Практикум по физике. Механика : учеб. пособие для студентов вузов / С. Г. Каленко, Г. И. Соломахо ; под ред. А. Д. Гладунова. М. : Высш. шк., 1990. 111 с.
- 4. Лабораторный практикум по физике : учеб. пособие для студентов втузов / А. С. Ахматов [и др.] ; под ред. А. С. Ахматова. М. : Высш. шк., 1980. 360 с.
- 5. Савельев, И. В. Курс физики / И. В. Савельев. М. : Наука, 1989. Т. 1. 350 с.
- 6. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. М. : Академия, 2010. 558 с.

## АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

При экспериментальном определении какой-либо физической величины f конечный результат представляется в виде

$$f = \langle f \rangle \pm \Delta f$$
,  $\alpha = \dots$ ,  $\varepsilon = \dots$ ,

где  $\langle f \rangle$  — среднее значение величины f;  $\Delta f$  — абсолютная погрешность измерений, или полуширина доверительного интервала;  $\alpha$  — доверительная вероятность, или надёжность;  $\varepsilon$  — относительная погрешность измерений.

Такая запись означает, что истинное значение величины f с вероятностью  $\alpha$  лежит в границах доверительного интервала  $(\langle f \rangle - \Delta f, \langle f \rangle + \Delta f)$ .

## Последовательность действий при обработке результатов прямых измерений

1. Используя результаты n прямых измерений физической величины a, рассчитать среднее значение:

$$\langle a \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} a_i.$$

2. Рассчитать абсолютные погрешности отдельных измерений:

$$\Delta a_i = |\langle a \rangle - a_i|.$$

3. Рассчитать среднеквадратичную погрешность n измерений:

$$S_{\langle a \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta a_i^2}{n(n-1)}}.$$

- 4. Задать значение доверительной вероятности  $\alpha$  и по таблице (см. прил. 2) определить значение коэффициента Стьюдента  $t_{\alpha,n}$  для заданной вероятности  $\alpha$  и числа проведенных измерений n.
  - 5. Рассчитать случайную погрешность *п* измерений:

$$\Delta a_{\rm cn} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle a \rangle}.$$

- 6. Оценить погрешность измерительного прибора  $\Delta a_{\rm np}$  (по паспортным данным, по классу точности либо как половину цены наименьшего деления шкалы прибора).
  - 7. Рассчитать абсолютную погрешность результата n измерений:

$$\Delta a = \sqrt{\left(\Delta a_{\rm cn}\right)^2 + \left(\Delta a_{\rm np}\right)^2} \ .$$

8. Рассчитать относительную погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{\langle a \rangle} \cdot 100 \%.$$

9. Окончательный результат записать в виде

$$a = \langle a \rangle \pm \Delta a$$
,  $\alpha = \dots$ ,  $\varepsilon = \dots$ 

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

При косвенном измерении значение физической величины y находят по известной зависимости y от определяемых в результате прямых измерений параметров a, b, c,...:

$$y = F(a, b, c, \dots).$$

- 1. Математическую обработку прямых измерений провести по описанной выше методике при одной и той же доверительной вероятности  $\alpha$ .
  - 2. Рассчитать значение искомой величины у:

$$\langle y \rangle = F(\langle a \rangle, \langle b \rangle, \langle c \rangle, \dots).$$

3. Найти выражения для частных производных функции F по переменным a,b,c,...:

$$\frac{\partial F}{\partial a}, \frac{\partial F}{\partial b}, \frac{\partial F}{\partial c}...$$

4. Оценить абсолютную погрешность по формуле

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial c} \cdot \Delta c\right)^2 + \dots}$$

5. Рассчитать относительную погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{\langle y \rangle} \cdot 100 \%.$$

6. Окончательный результат записать в виде

$$y = \langle y \rangle \pm \Delta y$$
,  $\alpha = \dots$ ,  $\varepsilon = \dots$ 

**Примечание.** В случае, когда функция y = F(a, b, c, ...) не содержит других арифметических действий, кроме умножения и деления, значительно проще вычислить сначала относительную погрешность

$$\varepsilon = \left(\sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial c} \cdot \Delta c\right)^2 + \dots}\right) \cdot 100 \%,$$

где  $\frac{\partial \ln F}{\partial a}$ ,  $\frac{\partial \ln F}{\partial b}$ , ...— частные производные  $\ln F$  по соответствующим переменным, а затем абсолютную:

$$\Delta y = \frac{\varepsilon \cdot \langle y \rangle}{100 \%}.$$

# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫ Х НЕВОСПРОИЗВОДИМЫ Х ИЗМЕРЕНИЙ

При косвенном невоспроизводимом измерении значение физической величины y находят по известной зависимости y от параметров a, b, c,..., определяемых в результате **прямых измерений**, выполненных при невоспроизводимых условиях.

1. Используя измеренные значения параметров  $a_i, b_i, c_i,...$  (i = 1, 2, 3,...), рассчитать значение величины y = F(a,b,c,...) для каждого опыта:

$$y_1 = F(a_1, b_1, c_1,...), y_2 = F(a_2, b_2, c_2,...), y_3 = F(a_3, b_3, c_3,...)$$
 и т. д.

2. Рассчитать среднее значение:

$$\langle y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i$$
.

3. Рассчитать среднюю квадратичную погрешность:

$$S_{\langle y \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\langle y \rangle - y_i)^2}{n(n-1)}}.$$

- 4. Задать значение доверительной вероятности  $\alpha$  и по таблице (см. прил. 2) определить значение коэффициента Стьюдента  $t_{\alpha,n}$  для заданной вероятности  $\alpha$  и числа проведенных опытов.
  - 5. Рассчитать абсолютную погрешность:

$$\Delta y = t_{\alpha, n} \cdot S_{\langle y \rangle}.$$

6. Рассчитать относительную погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{\langle y \rangle} \cdot 100 \%.$$

7. Окончательный результат записать в виде

$$y = \langle y \rangle \pm \Delta y$$
,  $\alpha = \dots$ ,  $\varepsilon = \dots$ 

**Замечание.** Если результаты вычислений  $y_i$  оказались одинаковыми, то для расчета погрешностей применить методику, изложенную в [4].

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

## ЗНАЧЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ СТЬЮДЕНТА

| $\alpha$ |      | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | ∞    |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0,8      | 3,08 | 1,89 | 1,64 | 1,53 | 1,48 | 1,44 | 1,42 | 1,40 | 1,38 | 1,3  |
| 0,9      | 6,31 | 2,92 | 2,35 | 2,13 | 2,02 | 1,94 | 1,90 | 1,86 | 1,83 | 1,65 |
| 0,95     | 12,7 | 4,30 | 3,18 | 2,78 | 2,57 | 2,45 | 2,36 | 2,31 | 2,26 | 1,96 |

n – число измерений,  $\alpha$  – доверительная вероятность, или надежность.

#### ОГЛАВЛЕНИЕ

| Лабораторная работа 1-5. Соударение шаров                    | 3  |
|--|----|
| Лабораторная работа 1-6. Определение коэффициента трения     |    |
| скольжения методом наклонного маятника                       | 9  |
| Лабораторная работа 1-7. Определение ускорения свободного    |    |
| падения с помощью оборотного маятника                        | 15 |
| Лабораторная работа 1-8. Определение вязкости жидкости       |    |
| методом Стокса   | 22 |
| Лабораторная работа 1-9. Определение отношения теплоёмкостей |    |
| воздуха при постоянном давлении и объёме                     | 28 |
| Библиографический список                                     | 37 |
| Приложение 1. Алгоритмы обработки                            |    |
| результатов измерений  | 38 |
| Приложение 2. Значения коэффициентов Стьюдента               | 43 |

## Редактор *К. В. Муковоз* Компьютерная верстка *Ю. П. Шелехиной*

Сводный темплан 2014 г. Подписано в печать 22.09.14. Формат  $60\times84^1/_{16}$ . Отпечатано на дупликаторе. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 2,75 Уч.-изд. л. 2,75. Тираж 50 экз. Заказ 483.

Издательство ОмГТУ. 644050, г. Омск, пр. Мира, 11; т. 23-02-12. Типография ОмГТУ.