

ЗАДАНИЕ 7

ФИЗИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

ЦЕЛИ ЗАНЯТИЯ

- освоение методов самостоятельного построения имитационных моделей физических систем, исходя из содержательной, концептуальной и математических постановок задачи;
- построение имитационной модели маятника.

ФОРМА ОРГАНИЗАЦИИ ЗАНЯТИЯ

Фронтальная.

СТУДЕНТ ДОЛЖЕН ЗНАТЬ

- порядок и способы построения модели,
- интерфейс программы AnyLogic.

СТУДЕНТ ДОЛЖЕН УМЕТЬ

- создавать модели в программе AnyLogic,
- создавать презентацию модели,
- запускать модель на выполнение.

ОБЕСПЕЧЕННОСТЬ

- компьютер с установленной программой AnyLogic версии 6,
- настоящий курс лабораторно-практических работ.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

В этом задании мы построим модель маятника. Колебательные движения механических систем широко распространены в технике: качания маятников, движения поршней двигателей внутреннего сгорания, колебания струн, стержней и пластин, вибрации двигателей, фундаментов и множество других подобных процессов.

7.1. СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Тело единичной массы прикреплено к неподвижному кронштейну с помощью нерастяжимой и несжимаемой нити длиной l . Исследовать колебательные движения тела.

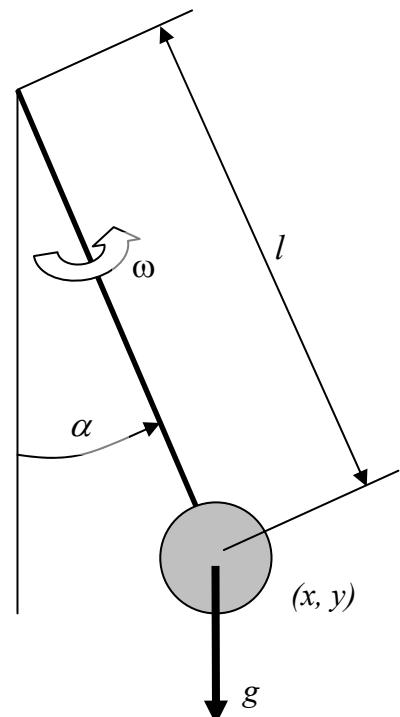


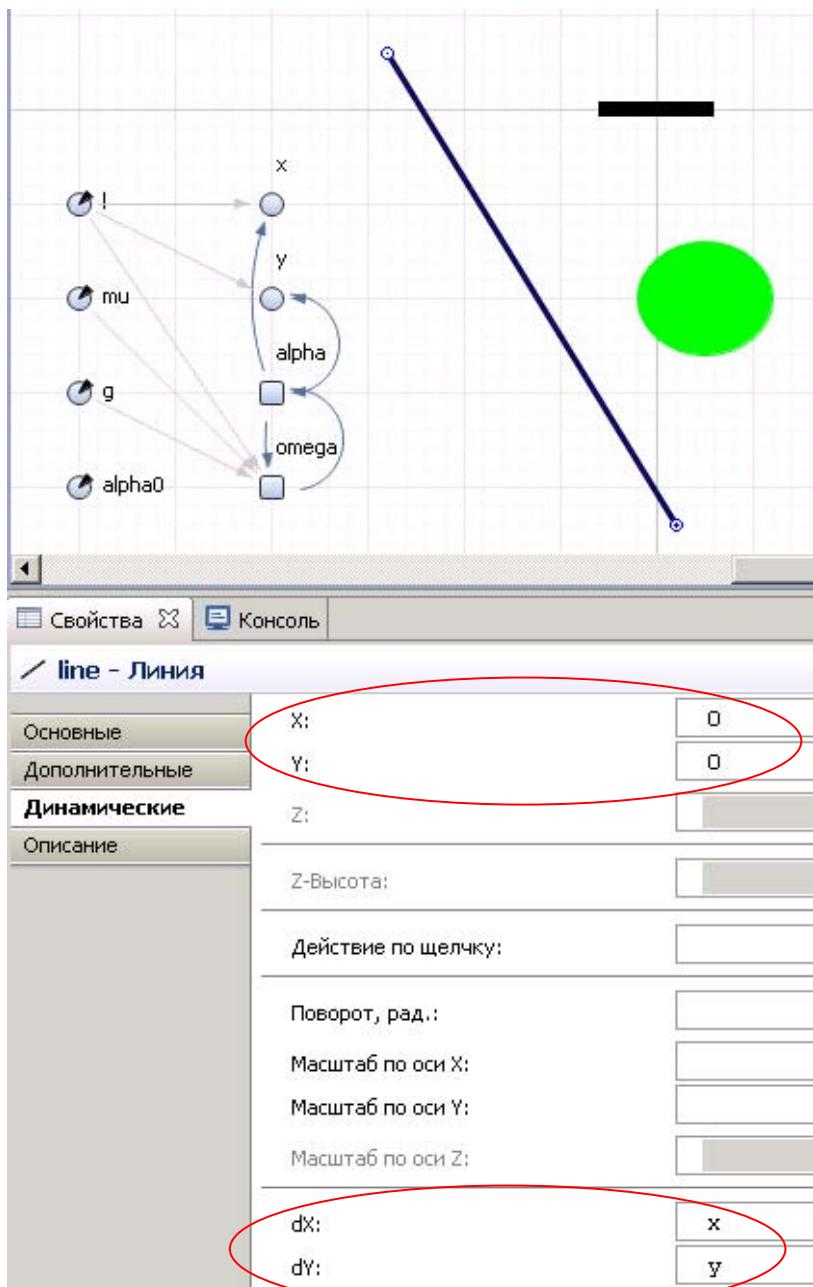
Рис. 7.1

7.2. КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Примем следующие предположения:

- объектом исследования является тело массой 1, принимаемое за материальную точку;
- движение тела подчиняется второму закону Ньютона;
- тело находится под действием трех сил: силы тяжести mg , реакции натяжения нити и силы сопротивления воздуха, пропорциональной квадрату скорости движения;
- тело совершает колебательные движения, так как сила тяжести mg уравновешивается вертикальной составляющей реакции натяжения нити;

7.3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ



С математической точки зрения имеем задачу Коши.

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega; \quad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{g \cdot \sin(\alpha)}{l} - \mu \cdot \omega^2; \\ x = l \cdot \sin(\alpha); \quad y = l \cdot \cos(\alpha)$$

$\alpha(0) = \alpha_0$; $\omega(0) = 0$ Здесь α - текущий угол отклонения маятника от вертикали, ω - его угловая скорость, μ - коэффициент сопротивления среды (будем считать, что сопротивление среды пропорционально квадрату угловой скорости).

7.4. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Необходимо построить модель по вышеприведенным формулам. Модель должна содержать две переменных состояния α и ω и три параметра l , μ и g , а также начальное значение переменной α , которая задается параметром с именем α_0 . Переменные x и y задают координаты центра масс маятника, их значения можно вычислить по формулам, в соответствии со схемой рис. 7.1.

Рис. 7.2

В корневом объекте модели создайте четыре переменных: x , y , α и ω . Переменные x и y следует задать формулами, а α и ω – интегралами, в

соответствии с формулами п. 7.3. Начальное значение угловой скорости ω_0 равно 0. Четыре параметра l , μ , g и α_0 так же необходимо создать на диаграмме класса активного объекта.

Обратите внимание на уравнение $\frac{d\omega}{dt} = -\frac{g \cdot \sin(\alpha)}{l} - \mu \cdot \omega^2$, при возведении ω в квадрат член уравнения $-\mu \cdot \omega^2$ всегда будет отрицательным независимо от направления движения маятника (знака переменной ω), т.е. будет потеряно направление действия силы сопротивления, что приведет к ошибке. Необходимо видоизменить это уравнение так, чтобы знак угловой скорости не потерялся: $\frac{d\omega}{dt} = -\frac{g \cdot \sin(\alpha)}{l} - \mu \cdot \omega \cdot |\omega|$.

7.5. ПРЕЗЕНТАЦИЯ

В презентации определите четыре области. В центральной с помощью двух линий и овала нарисуйте маятник. У линии, изображающей нить, один конец всегда имеет координаты $(0,0)$, этот конец нити привязан к неподвижной опоре. Второй конец нити имеет координаты x и y , этот конец нити привязан к маятнику.

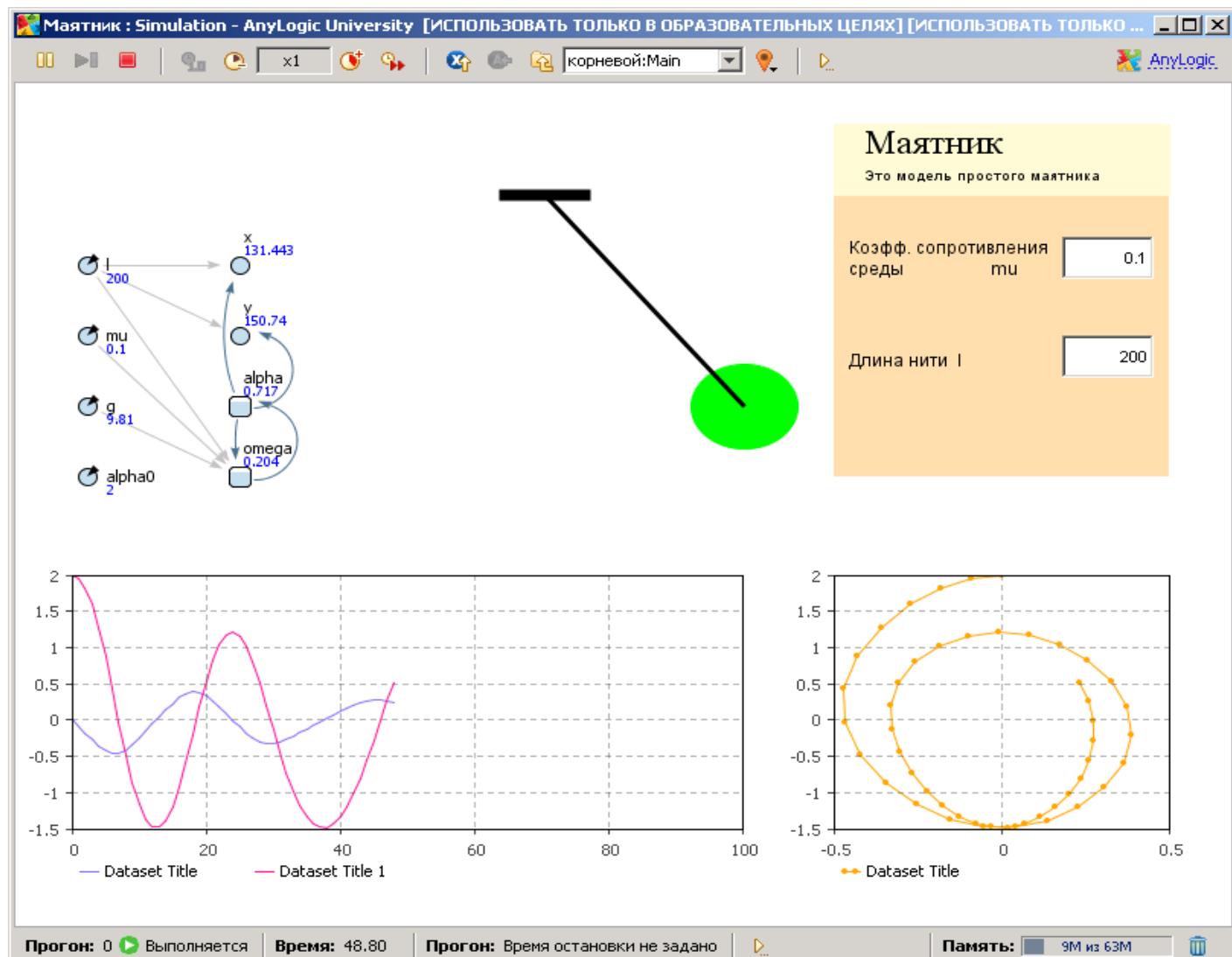


Рис. 7.3

Соответственно, на закладке **Динамические** панели свойств линии, отображающей нить, в поле значений координат начала нити **X** и **Y** введите 0, в поле значений координат конца

нити **dX** и **dY** введите величины **x** и **y**, рис.7.2. Это приведет к тому, что при работе модели концы отрезка всегда будут находиться в точках с координатами (0, 0) и (x, y). У овала во вкладке с динамическими значениями координат установите **x** и **y**.

Третья область должна содержать: название модели и небольшой поясняющий текст.

Нижняя часть третьей области должна включать два специальных поля для ввода данных: **Текстовое поле**, более известное как поле редактора или editBox, В эти поля при работе модели можно вводить новые значения параметров **l** и **mu**, изменяя их в процессе выполнения модели.

В нижней части диаграммы класса активного объекта разместите графики зависимости **alpha** и **omega** от времени, и фазовую диаграмму зависимости **alpha** от **omega**.

Постройте модель как показано на рис. 7.3 и продемонстрируйте ее преподавателю.

7.6. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Добавьте в модель второй маятник, закрепленный в той же точке и смоделируйте упругое соударение маятников. (5++)
2. Доработайте модель таким образом, чтобы учитывался боковой ветер. (5+)
3. Измените модель таким образом, чтобы сила тяжести была направлена вдоль произвольной оси, направление которой можно ввести текстовым полем. (5+)
4. Доработайте модель таким образом, чтобы направление вектора силы тяжести совершало кругообразное движение с произвольной угловой скоростью. (5+)
5. Доработайте модель таким образом, чтобы показывалось время с момента прохождения маятником высшей точки. (5)
6. Добавьте в модель второй маятник, качающийся независимо от первого. (5)?
7. Доработайте модель таким образом, чтобы показывалось время с момента прохождения маятником низшей точки. (5)
8. Доработайте модель таким образом, чтобы моделировался отскок маятника от препятствия (стенки), расположенной перпендикулярно траектории движения маятника. Учтите потерю скорости при отскоке. (5)
9. Доработайте презентацию модели таким образом, чтобы при остановке маятника в верхней точке траектории он менял цвет, ровно на 2 секунды. (5)
10. Доработайте модель таким образом, чтобы автоматически подсчитывалось количество колебаний маятника. (5)
11. Измените модель таким образом, чтобы сила тяжести была направлена вдоль горизонтальной оси. (4)
12. Доработайте презентацию модели таким образом, чтобы при движении вниз маятник был одного цвета, а при движении вверх – другого. (4)
13. Доработайте презентацию модели таким образом, чтобы при зависании маятника в верхней точке траектории он менял цвет. (4)
14. Измените модель таким образом, чтобы сила тяжести была направлена вверх. (3)
15. Доработайте презентацию модели таким образом, чтобы при движении направо маятник был одного цвета, а при движении налево – другого. (3)
16. Доработайте модель таким образом, чтобы маятник сопровождала движущаяся рядом надпись, показывающая мгновенное значение линейной скорости. (3)
17. В чем отличие содержательной постановки задачи от концептуальной? (3)
18. Каким элементом палитры можно задать переменные, описываемые формулой, а каким – как интегралы? (3)

ЗАДАНИЕ 8

МАЯТНИК С ОГРАНИЧИТЕЛЕМ

ЦЕЛИ ЗАНЯТИЯ

- освоение методов самостоятельного построения имитационных моделей физических систем переменной структуры;
- построение имитационной модели ограниченного маятника.

ФОРМА ОРГАНИЗАЦИИ ЗАНЯТИЯ

Фронтальная.

СТУДЕНТ ДОЛЖЕН ЗНАТЬ

- порядок и способы построения модели,
- способы работы со стейтчартами,
- интерфейс программы AnyLogic.

СТУДЕНТ ДОЛЖЕН УМЕТЬ

- выполнять задание № 7.
- создавать модели в программе AnyLogic,
- создавать презентацию модели.

ОБЕСПЕЧЕННОСТЬ

- компьютер с установленной программой AnyLogic версии 6,
- настоящий курс лабораторно-практических работ.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ

В этом задании необходимо построить модель динамической системы, в которой требуется учесть как непрерывные процессы (движение маятника), так и дискретные события (изменение структуры системы при встрече с ограничителем).

8.1. ОПИСАНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Эта модель является дальнейшим развитием предыдущей модели маятника. Маятник, (см. рис. 8.1) при соприкосновении нити с ограничителем начинает закручиваться вокруг ограничителя, т.е. в модели появляется второй центр вращения. Уравнения, описывающие движение маятника без ограничителя (на нити длиной $L+1$) и с ограничителем (на нити длиной l), представлены ниже:

Движение без ограничения.

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega; \quad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{g \cdot \sin(\alpha)}{L+l} - \mu \cdot \omega^2; \quad x = (L+l) \cdot \sin(\alpha); \quad y = (L+l) \cdot \cos(\alpha)$$

Движение при ограничении.

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega; \quad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{g \cdot \sin(\alpha)}{l} - \mu \cdot \omega^2;$$

$$x = l \cdot \sin(\alpha) + L \cdot \sin(\alphaPin);$$

$$y = l \cdot \cos(\alpha) + L \cdot \cos(\alphaPin), \text{ где:}$$

α - текущий угол отклонения маятника от вертикали,
 ω - его угловая скорость,

μ - коэффициент сопротивления среды, пропорциональной квадрату угловой скорости.

Начальные условия: $\alpha(0) = \alpha_0$;
 $\omega(0) = 0$

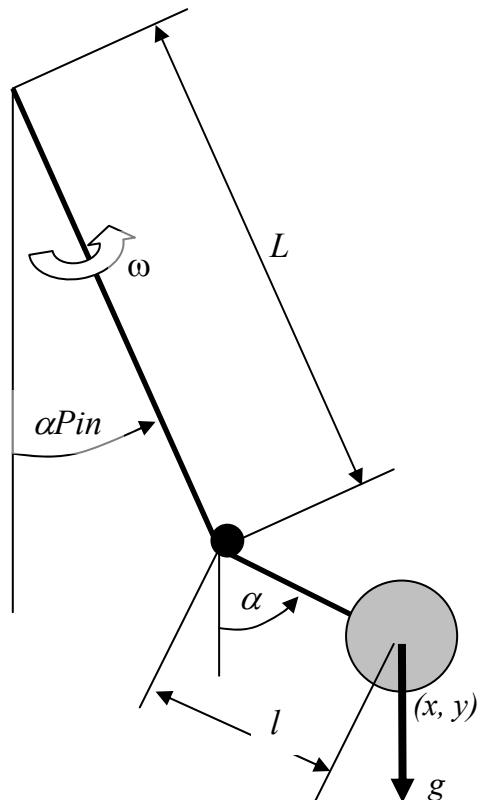
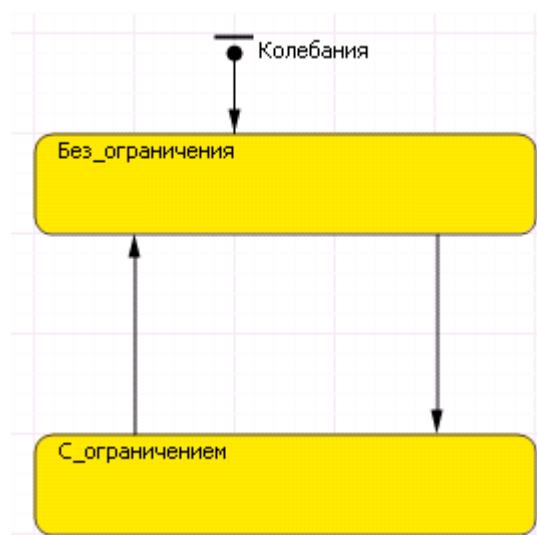


Рис. 8.1

8.2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Маятник с ограничителем – это система, в которой происходят как непрерывное движение, так и дискретные события, изменяющие характер движения. Такая модель должна содержать уравнения, описывающие непрерывное движение, и стейтчарты, для описания дискретных событий.

Модель должна содержать четыре переменные: x , y , α и ω , и шесть параметров: L , l , μ , αPin , g и α_0 . Их физический смысл ясен из рис. 8.1. Как и в предыдущей модели, α_0 – начальное значение угла отклонения маятника.



Поведение маятника описывается стейтчартом с именем **Колебания**, рис.8.2, с двумя состояниями. В одном состоянии описывается непрерывное движение маятника без ограничения (состояние **Без_ограничения**), в другом (состояние **С_ограничением**) – описывается движение вокруг ограничителя. В зависимости от состояния, в котором находится система, переменные x , y и ω будут описываться различными уравнениями.

Рис. 8.2

Условия перехода из одного состояния в другое, а, следовательно, изменение поведения системы определяются следующим образом. Начальное положение маятника задается его углом α_0 . Маятник соприкасается с ограничителем, если он движется против часовой стрелки ($\omega > 0$) и его угол равен αPin или если он движется по часовой стрелке и его угол меньше, чем $-(2\pi - \alphaPin)$. Запишем это на языке Ява в условии перехода из состояния **Без_ограничения** в состояние **С_ограничением**:

```
alpha >= alphaPin && omega>0 || alpha <= -(2*PI-alphaPin) && omega <0
```

логическое И

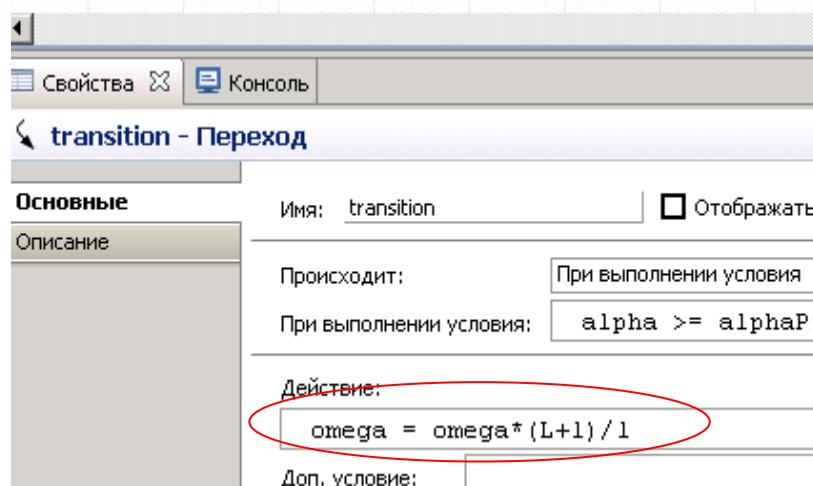
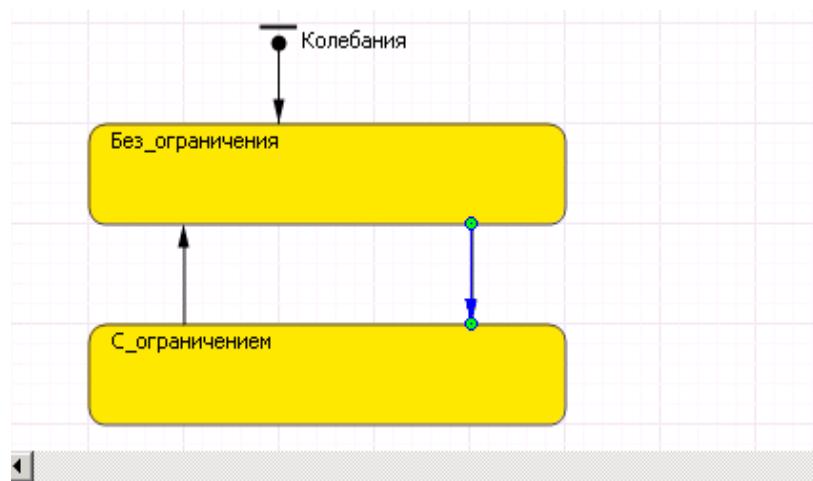
логическое ИЛИ

Условие перехода от движения с ограничением к движению без ограничения запишем аналогичным образом:

```
alpha > 0 && alpha <= alphaPin && omega < 0 ||
```

```
alpha < 0 && alpha >= -(2*PI-alphaPin) && omega > 0
```

При соприкосновении с ограничителем и изменении длины нити маятника должна сохраняться его линейная скорость, значит, справедливо соотношение:



$$V_{\text{огр}} = V_{\text{не_огр}} \quad \text{ИЛИ}$$

$$\omega_{\text{огр}} * l = \omega_{\text{не_огр}} * (L+1)$$

ИЛИ

$$\omega_{\text{огр}} = \omega_{\text{не_огр}} * (L+1) / l$$

И

$$\omega_{\text{не_огр}} = \omega_{\text{огр}} * l / (L+1),$$

где: $V_{\text{огр}}$ и $V_{\text{не_огр}}$ – линейная скорость маятника при движении с ограничителем и без ограничителя, соответственно;

$\omega_{\text{огр}}$ и $\omega_{\text{не_огр}}$ – угловая скорость маятника при движении с ограничителем и без ограничителя, соответственно.

Эти соотношения следует записать в соответствующие поля **Действие** панели свойств переходов стейтчарта, рис. 8.3.

Рис. 8.3

Теперь настало время задать различные формулы для переменных x , y и ω в зависимости от состояния системы. Для этого можно использовать метод класса `isStateActive()`. Если модель работает по схеме без ограничения, то вызов метода `Колебания.isStateActive(Без_ограничения)` вернет значение `true`. Если модель работает по ограниченной схеме, то вызов этого метода вернет значение `false`. Откройте свойства переменной ω и в поле **d(omega)/dt=** запишите следующее условное выражение:

```
Колебания.isStateActive(С_ограничением) ? -g*sin(alpha)/l - mu*omega*abs(omega) : -g*sin(alpha)/(L+1) - mu*omega*abs(omega)
```

Если система находится в состоянии С_ограничением, то переменная ω будет

вычисляться по формуле $\frac{d\omega}{dt} = -\frac{g \cdot \sin(\alpha)}{l} - \mu \cdot \omega^2$; иначе по формуле $\frac{d\omega}{dt} = -\frac{g \cdot \sin(\alpha)}{L+l} - \mu \cdot \omega^2$.

По аналогичному принципу запишите уравнения для переменных x и y . Для переменной $alpha$ – уравнение в обоих состояниях остается неизменным.

8.3. ПРЕЗЕНТАЦИЯ

Презентацию в этой модели следует построить так же, как и в предыдущей модели простого маятника. Координаты (x , y) ограничителя, который задается овалом, определены так:

$$X: L * \sin(alphaPin) \quad Y: L * \cos(alphaPin)$$

Для отрисовки нити следует использовать два отрезка. Один отрезок анимирует движение нити L , другой отрезок анимирует движение нити l .

Координаты начала нити L строятся точно так же как и в предыдущей лабораторной работе. А вот координаты конца нити L (или начала l) строятся иначе, заметьте, что в этих точках нити соединяются и их координаты будут одинаковы – это точка излома.

Координаты точки излома зависят от того по какой схеме (ограниченной или не ограниченной) работает модель в текущий момент. Предположим, что модель работает по схеме без ограничителя, т.е. нить не встречает препятствия. Тогда координату точки излома можно найти так:

$$X: L \cdot \sin(\alpha) , \quad Y: L \cdot \cos(\alpha) .$$

Соответственно, в случае, когда модель работает по схеме с ограничителем, т.е. нить коснулась препятствия и остановилась, координата ее точки излома совпадет с координатой ограничителя:

$$X: L \cdot \sin(\alpha_{nun}) , \quad Y: L \cdot \cos(\alpha_{nun})$$

Остается только определить, по какой схеме модель работает в текущий момент. Для этого следует использовать, уже известный, метод класса `isStateActive()`.

Для определения координаты X конца нити L запишите следующее выражение: $L * \sin(\text{Колебания}.isStateActive(\text{Без_ограничения})) ? alpha: alphaPin$ и аналогично для координаты Y .

Координаты конца нити l совпадают с координатами центра овала, т.е. они должны быть x и y , но в свойствах линии требуется указать смещение конца по осям X и Y относительно начала линии. Поэтому, в поле **dx**: динамических свойств линии L нужно указать не координату x , а разницу между x и координатой начала линии по оси X , т.е.:

$$x = L * \sin(\text{Колебания}.isStateActive(\text{Без_ограничения})) ? alpha: alphaPin$$

Аналогично заполняется поле **dy**:

Достройте презентацию модели, как показано на рис. 8.4, и продемонстрируйте

построенную модель преподавателю.

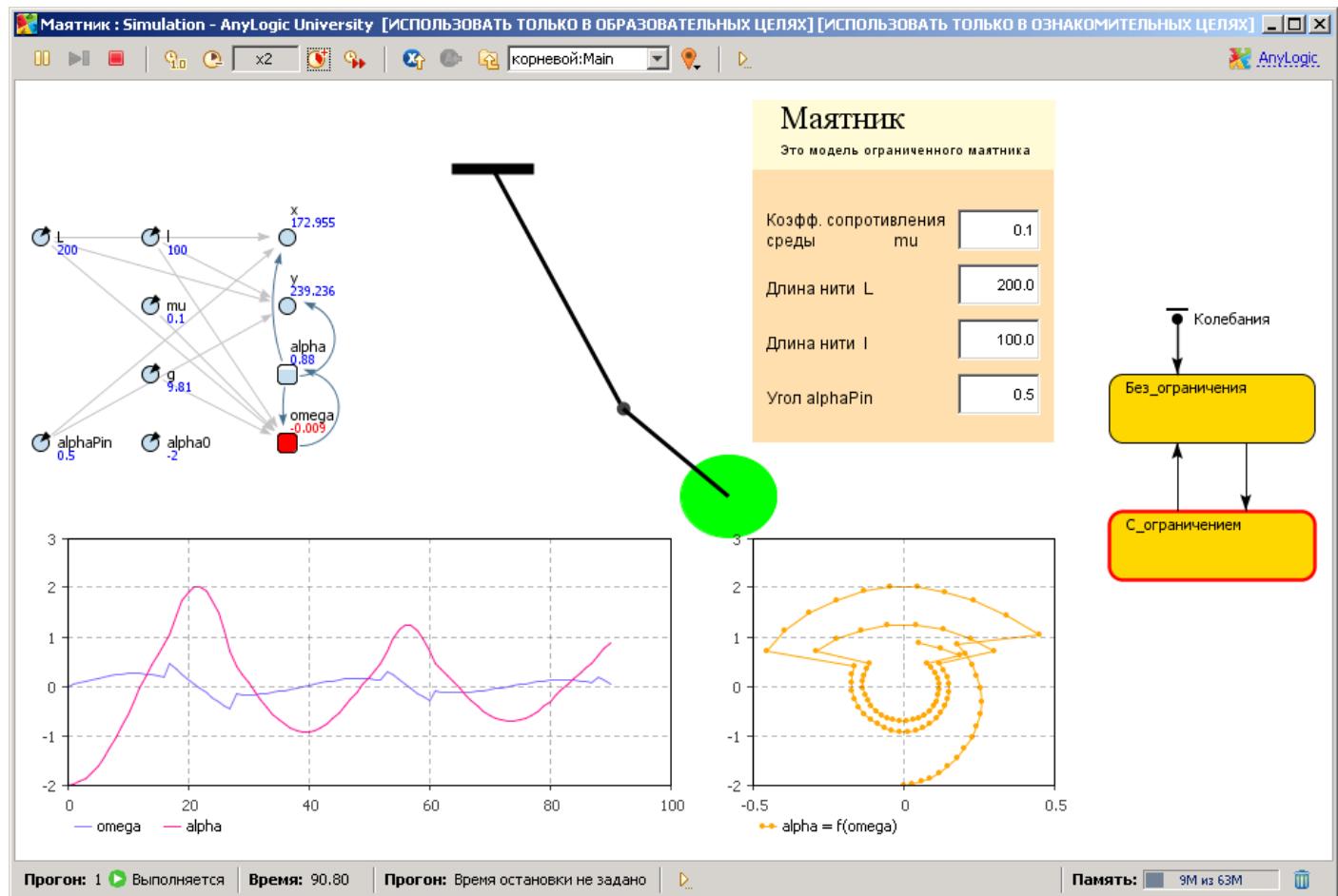
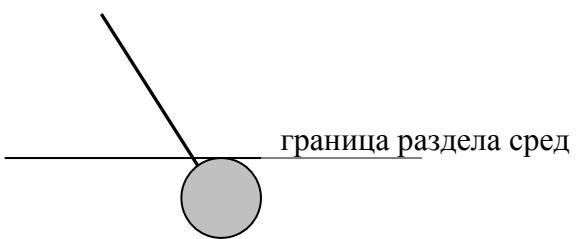


Рис. 8.4

8.4. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Доработайте модель таким образом, чтобы при закручивании нити вокруг ограничителя учитывалось укорачивание нити на определенную длину за 1 оборот (наматывание). Учесть сохранение линейной скорости. (5+)
2. Доработайте модель таким образом, чтобы при изменении длины нити сохранялась линейная скорость маятника, а не угловая, как в базовой модели. (5+)
3. Добавьте в модель второй ограничитель, расположенный на противоположной стороне от первого. При изменении положения первого ограничителя, второй должен перемещаться зеркально. (5+)
4. Доработайте модель таким образом, чтобы в случае, когда растягивающее усилие, действующее на нить, становится отрицательным, цвет нити на презентации становится красным. (5)
5. Доработайте модель таким образом, чтобы она адекватно работала при $\alpha_{Pin} < 0$. (5)
6. Доработайте презентацию модели таким образом, чтобы в момент касания ограничителя нитью маятник изменял свой цвет на случайный. (5)
7. Доработайте модель таким образом, чтобы маятник колебался в 2-х средах с различными коэффициентами



- сопротивления, см. рис. справа. (5)
8. Доработайте модель таким образом, чтобы учитывалось изменение коэффициента сопротивления в зависимости от высоты, например, по линейному закону. (4)
 9. Доработайте модель таким образом, чтобы показывалось время, прошедшее с момента касания нити ограничителя. При следующем касании показания должны сбрасываться и считаться заново. (4)
 10. Доработайте модель таким образом, чтобы на презентации показывалась линейная скорость маятника только при касании нити ограничителя. (4)
 11. Доработайте модель таким образом, чтобы на презентации показывался график линейного тангенциального ускорения маятника. (4)
 12. Доработайте модель таким образом, чтобы показывалось время, прошедшее с момента запуска модели до касания нити ограничителя. (4)
 13. Доработайте модель таким образом, чтобы показывалась длительность касания нити ограничителя. (4)
 14. Доработайте презентацию модели таким образом, чтобы при движении без ограничителя высвечивалась надпись «Длинная нить», а при движении с ограничителем – «Короткая нить». (3)
 15. Добавьте в модель кнопку, при нажатии которой маятник увеличивает скорость на 20%. (3)
 16. Измените положение ограничителя на противоположное относительно вертикальной оси. (3)
 17. Как в модели реализовано изменение структуры системы? (3)
 18. С помощью какого метода можно узнать, в каком состоянии находится стейтчарт? (3)