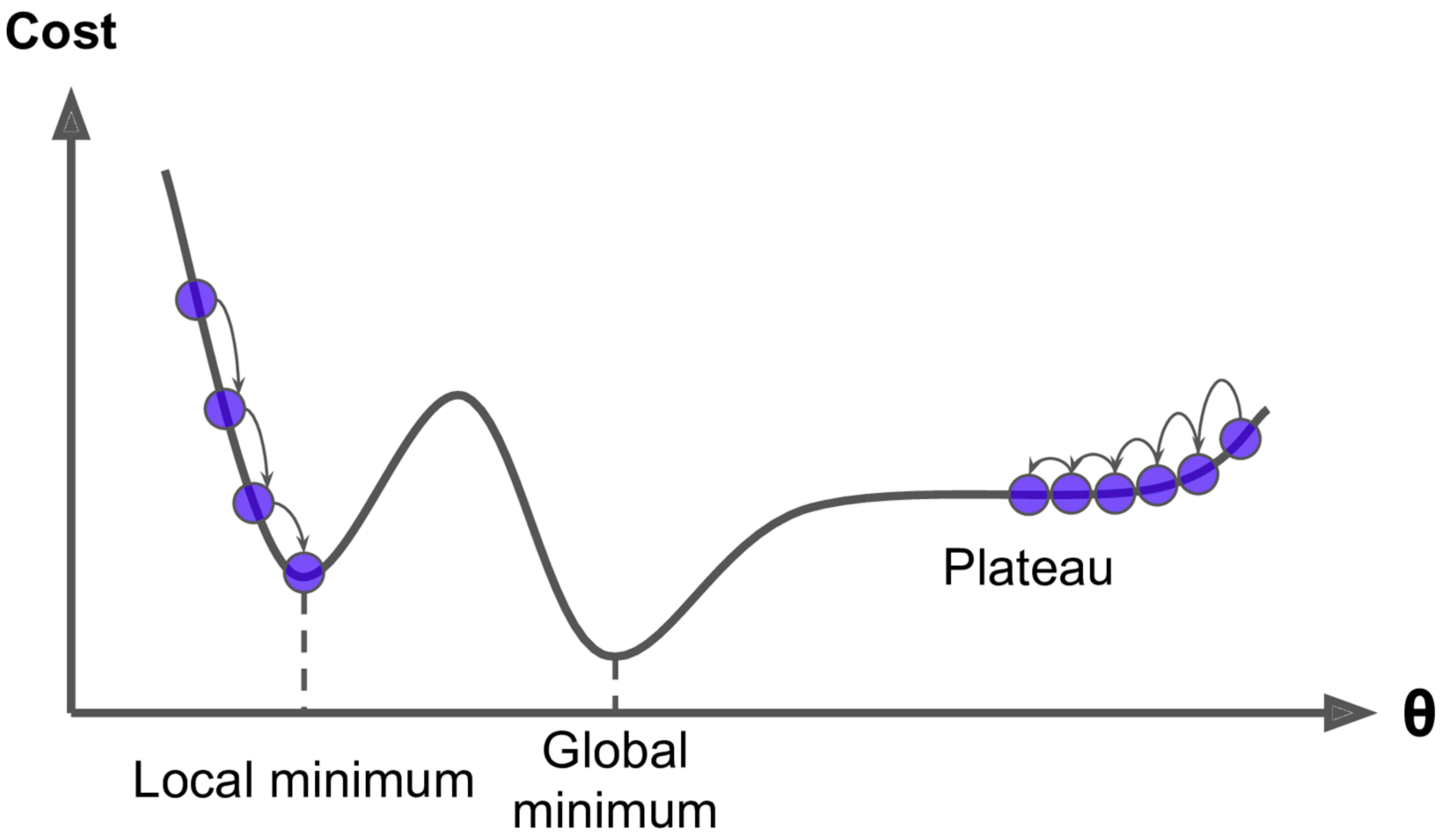
손실 함수 (Loss function)



신경망을 학습할 때 학습 상태에 대해 측정하는 지표
가중치의 값들이 최적화 될 수 있도록 찾는 과정에서 학습이
잘되는지를 판단한 기준: 손실 함수

손실 함수: MSE

$$Mean\ Squre\ Error\ (MSE) = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} (Y_i - Y'_i)^2$$

n: 데이터 갯수, Y_i: 정답, Y'_i: 예측된 값

손실 함수의 값이 큰 수록 오답, 작을 수록 정답에 가까움
오차 (정답, 예측)를 제곱하여 평균 계산

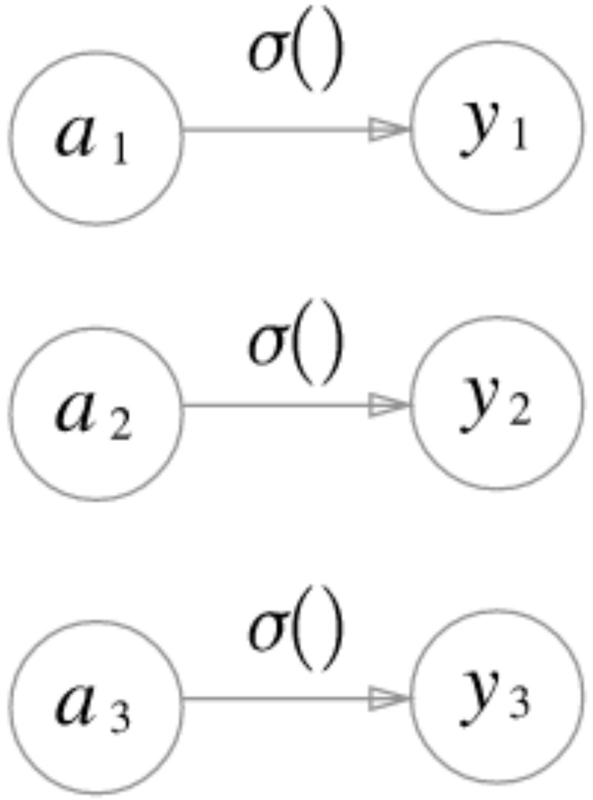
손실 함수: 교차 엔트로피

$$Cross\ Entropy = -\sum_{i} Y_i \log(Y'_i)$$

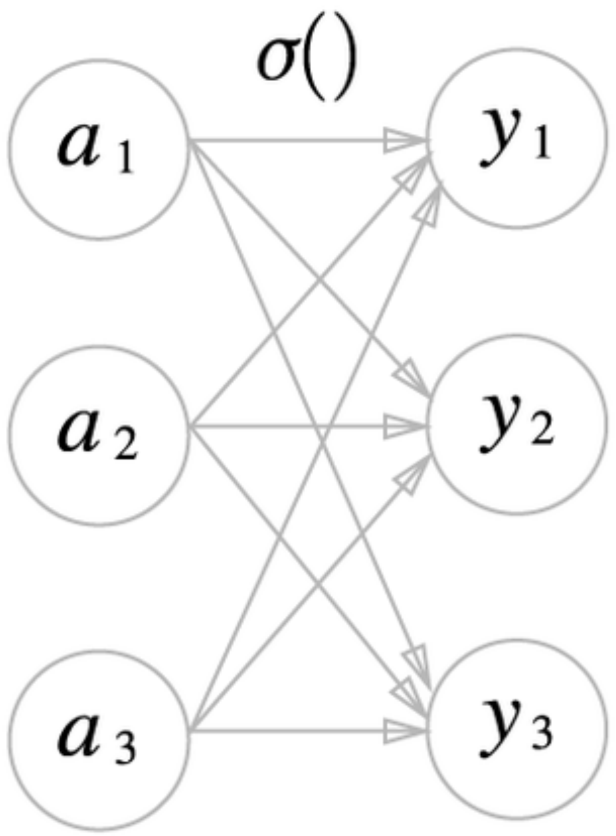
Y_i: 정답, Y'_i: 예측된 값

자연로그 (예측값)와 정답의 곱, 전체 값을 합한 후 음수로 변환
교차 엔트로피는 One-hot coding
One-hot coding: 정답 1, 나머지는 0으로 간주
Case1: 실제 값 (1), 예측 값 (0.6)이면 –log(0.6)=0.51

손실 함수: Softmax



항등 함수



Softmax 함수

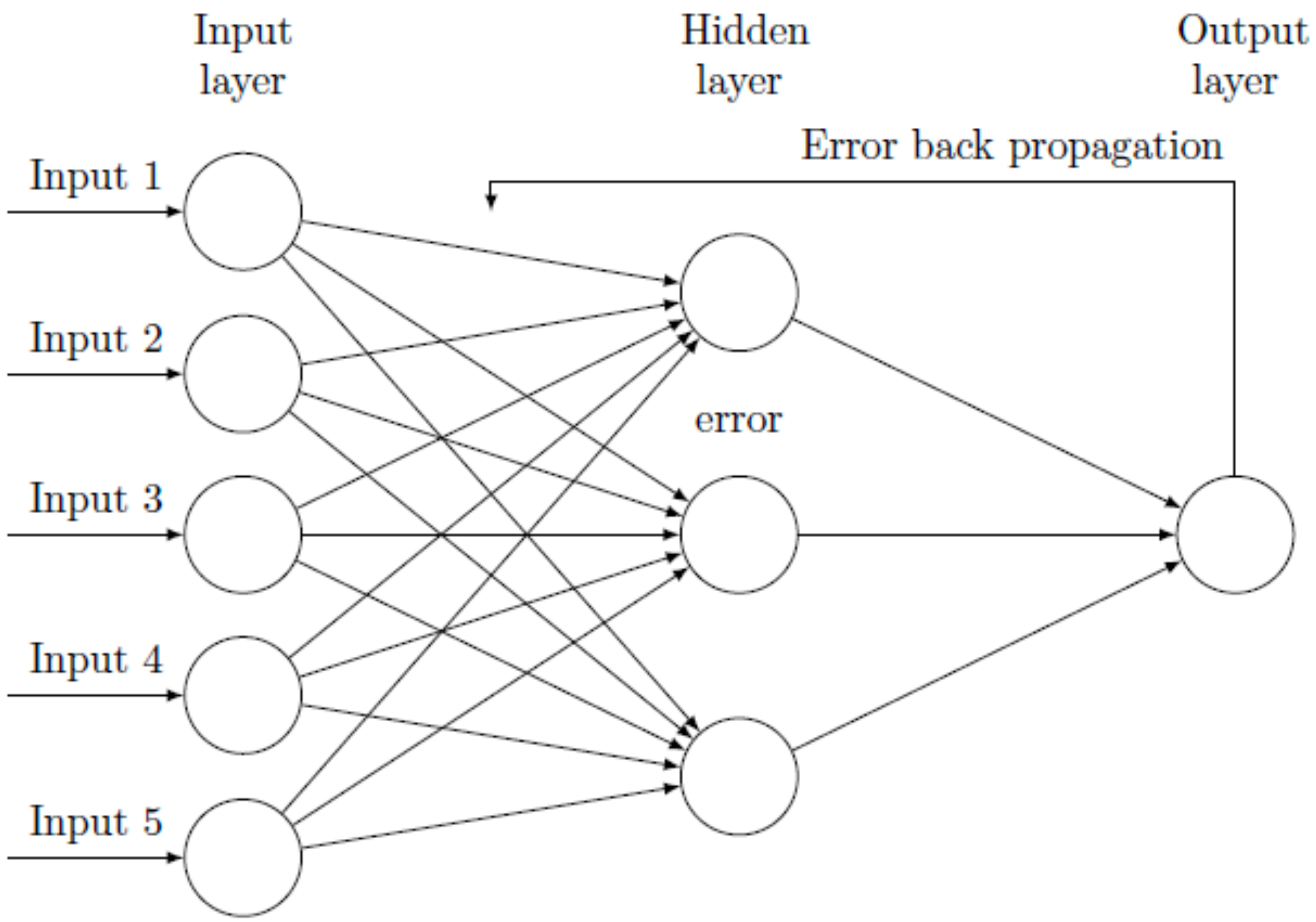
회귀에 사용되는 활성화 함수: 입력 그대로 출력
분류에 사용되는 활성화 함수: 모든 입력 신호로부터 영향을 받음

손실 함수: Softmax

$$Softmax = \frac{e^{y_i}}{\sum_i^n e^{y_i}}$$

n: 출력층의 뉴런 수, y_i: i번째 출력

역전파

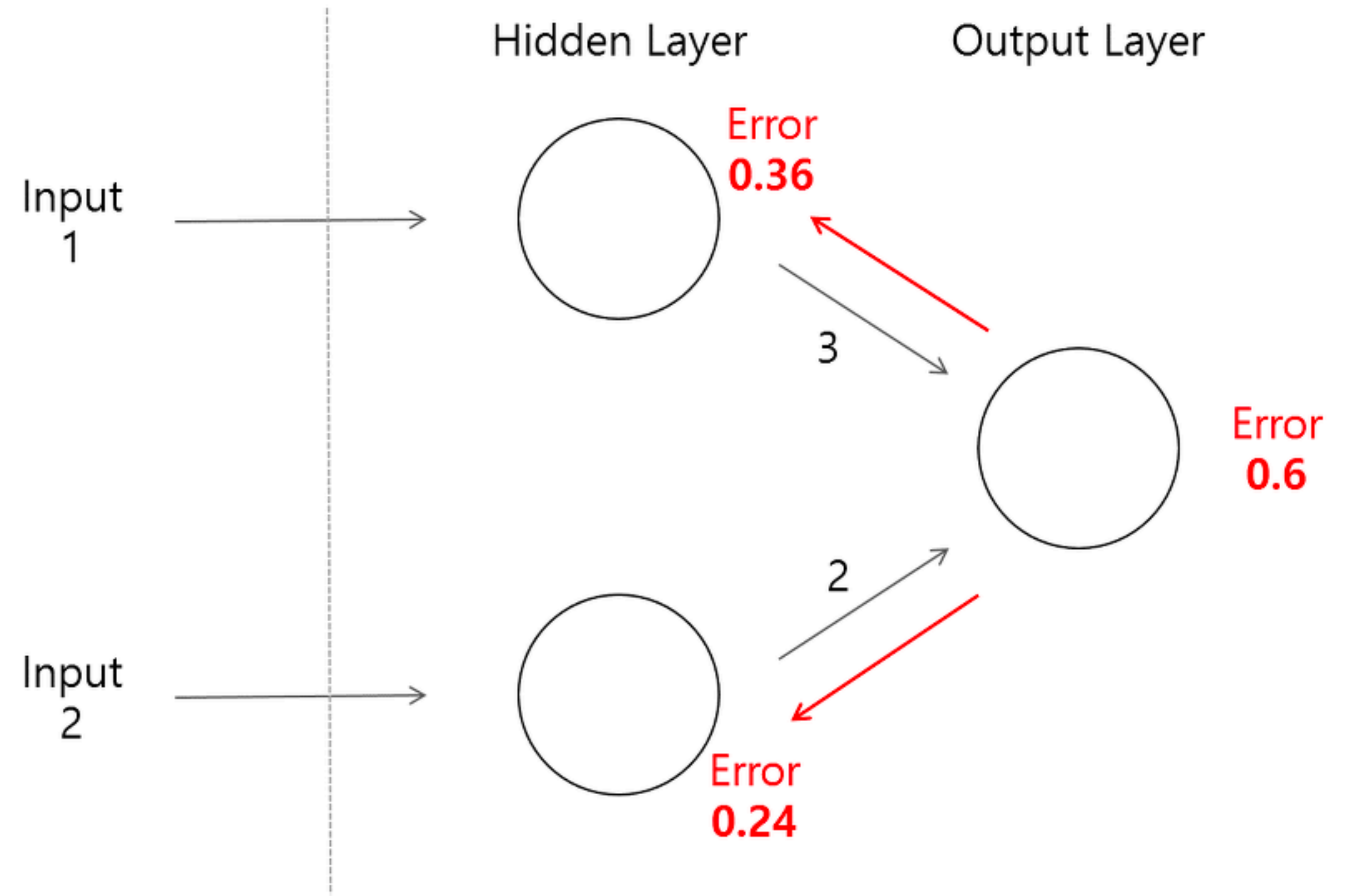


순전파 (Forward): input 값에서 output 방향으로 계산

역전파 (Backward): output 값에서 input 방향으로 계산

결과 값을 역으로 input 방향으로 보내며 가중치를 업데이트

역전파



오차 역전파: 오차를 점점 거슬러 올라가면서
다시 전파는 것

편미분

$f(x, y) = x^2 + xy + a$일 때,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y$$

미분과 편미분은 모두 ‘미분하라’는 의미에서는 같음
편미분: 여러 변수가 식 안에 있을 때, 한가지 변수만 미분
그 외에는 모두 상수처럼 취급하는 것

합성 함수

$$f(t) = f(g(x))$$

$$f(t) = 2t + 1$$

$$= f(x^2) = 2(x^2) + 1 = 2x^2 + 1$$

$$g(x) = x^2$$

$$= 19$$

***f(t)* 함수의 매개변수가 *g(x)*라는 함수의 결과값인 함수**

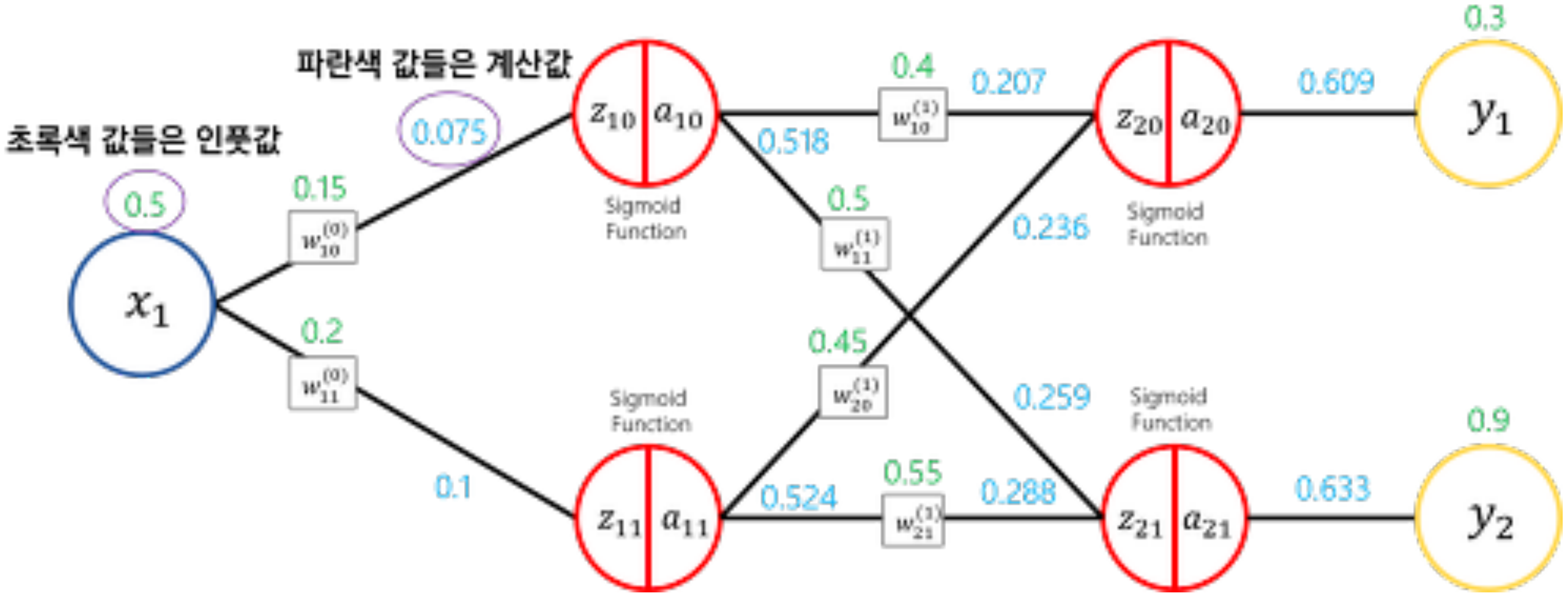
t=g(x), f(t) =(f∘g)(x)

체인 룰 (Chain rule)

$$(f \circ g)'(x) = (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

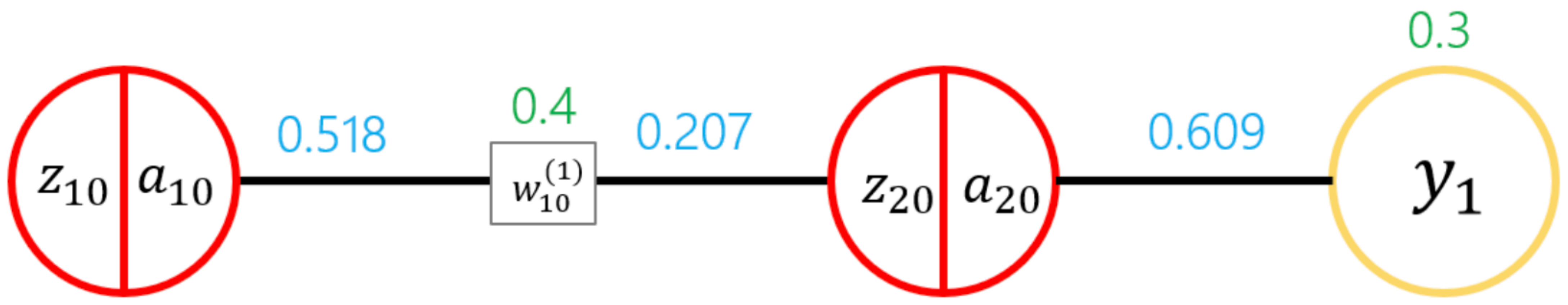
변수가 여러 개 일 때, 어떤 변수에 대한 다른 변수의
변화율을 확인하기 위해 사용하는 방법
(합성 함수의 미분은 각 함수의 미분 곱으로 표현 가능)

역전파 알고리즘 예시



Input 값은 1개, Output 값은 2개, Hidden 레이어는 2개
활성화 함수 (Sigmoid), Bias 제외
초록색 (주어진 값), 파란색 (계산된 값)

역전파 알고리즘 예시: $w_{10}^{(1)}$ 학습



먼저 $w_{10}^{(1)}$을 학습시키자

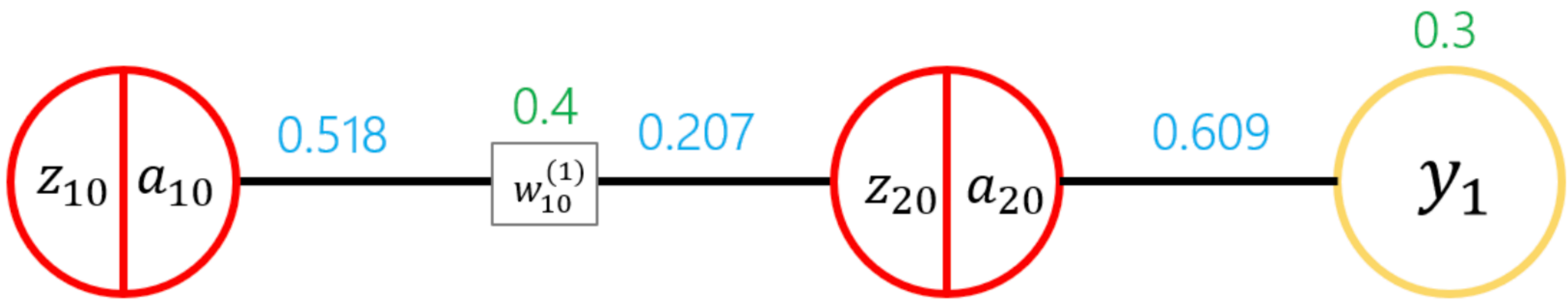
$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial w_{10}^{(1)}} = \boxed{\frac{\partial E_{tot}}{\partial a_{20}}} \frac{\partial a_{20}}{\partial z_{20}} \frac{\partial z_{20}}{\partial w_{10}^{(1)}}$$

$W_{10}^{(1)}$가 전체 에러에 미치는 식은 총 3개의 편미분 식으로 표현

$$E_{tot} = \frac{1}{2}\left(\left(target_{y1} - a_{20}\right)^2 + \left(target_{y2} - a_{21}\right)^2\right)$$

$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial a_{20}} = \left(target_{y1} - a_{20}\right) * -1 + 0$$

역전파 알고리즘 예시: $w_{10}^{(1)}$ 학습



먼저 $w_{10}^{(1)}$을 학습시키자

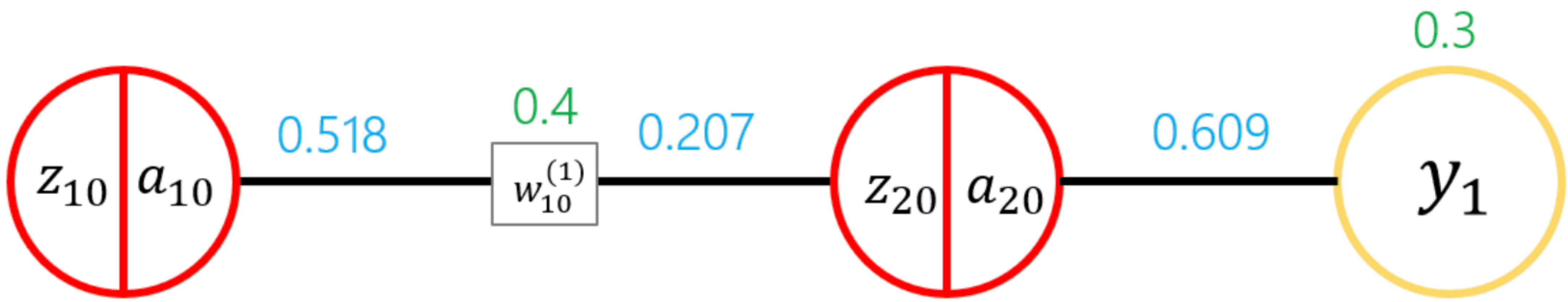
$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial w_{10}^{(1)}} = \frac{\partial E_{tot}}{\partial a_{20}} \boxed{\frac{\partial a_{20}}{\partial z_{20}}} \frac{\partial z_{20}}{\partial w_{10}^{(1)}}$$

$W_{10}^{(1)}$가 전체 에러에 미치는 식은 총 3개의 편미분 식으로 표현

$$a_{20} = sigmoid(z_{20})$$

$$\frac{\partial a_{20}}{\partial z_{20}} = sigmoid(z_{20}) * (1 - sigmoid(z_{20}))$$

역전파 알고리즘 예시: $w_{10}^{(1)}$ 학습



먼저 $w_{10}^{(1)}$을 학습시키자

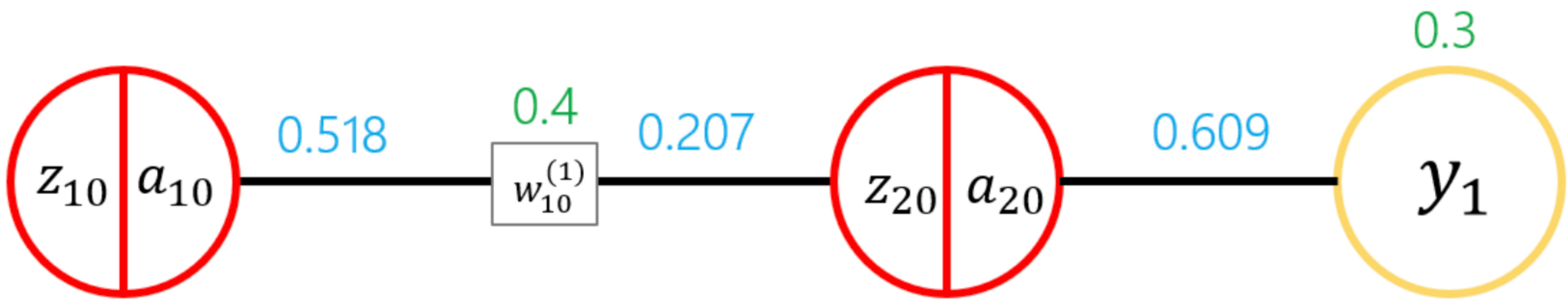
$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial w_{10}^{(1)}} = \frac{\partial E_{tot}}{\partial a_{20}} \frac{\partial a_{20}}{\partial z_{20}} \boxed{\frac{\partial z_{20}}{\partial w_{10}^{(1)}}}$$

$w_{10}^{(1)}$가 전체 에러에 미치는 식은 총 3개의 편미분 식으로 표현

$$z_{20} = w_{10}^{(1)} a_{10} + w_{20}^{(1)} a_{20}$$

$$\frac{\partial z_{20}}{\partial w_{10}^{(1)}} = a_{10} + 0$$

역전파 알고리즘 예시: $w_{10}^{(1)}$ 학습



먼저 $w_{10}^{(1)}$을 학습시키자

$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial w_{10}^{(1)}} = \frac{\partial E_{tot}}{\partial a_{20}} \frac{\partial a_{20}}{\partial z_{20}} \frac{\partial z_{20}}{\partial w_{10}^{(1)}}$$

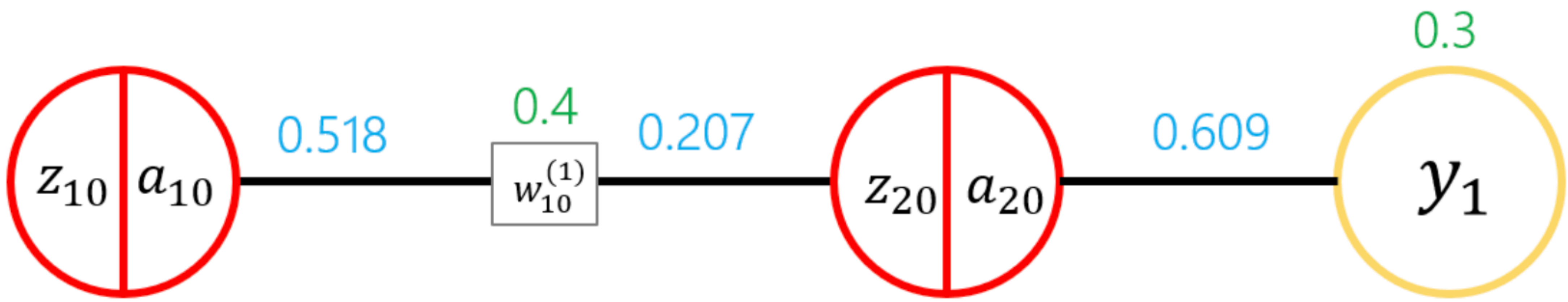
$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial w_{10}^{(1)}} = \frac{\partial E_{tot}}{\partial a_{20}} \frac{\partial a_{20}}{\partial z_{20}} \frac{\partial z_{20}}{\partial w_{10}^{(1)}}$$

$$= -\left(target_{y1} - a_{20}\right) * sigmoid(z_{20}) * \left(1 - sigmoid(z_{20})\right) * a_{10}$$

$$= -(0.3 - 0.609) * 0.609 * (1 - 0.609) * 0.518$$

$$= 0.0381$$

역전파 알고리즘 예시: $w_{10}^{(1)}$ 학습



먼저 $w_{10}^{(1)}$을 학습시키자

$$\frac{\partial E_{tot}}{\partial w_{10}^{(1)}} = \frac{\partial E_{tot}}{\partial a_{20}} \frac{\partial a_{20}}{\partial z_{20}} \frac{\partial z_{20}}{\partial w_{10}^{(1)}}$$

Learning rate (0.1)로 학습

$$w_{10}^{(1)+} = w - \eta * \frac{\partial E_{tot}}{\partial w_{10}^{(1)}} = 0.4 - 0.5 * 0.0381 = 0.380$$

/* elice */

문의 및 연락처

academy.elice.io

contact@elice.io

facebook.com/elice.io

medium.com/elice