

# Задачи за подмножества

Петър Петров

February 24, 2020

**Задача 1.** Дадени са  $n$  числа -  $a_1, \dots, a_n$ . За всяко подмножество разглеждаме сумата от неговите елементи. Намерете сумата на тези числа.

Ограничения:  $1 \leq n \leq 10^6, 1 \leq a_i \leq 10^9$ .

**Задача 2** (<https://www.urionlinejudge.com.br/judge/en/problems/view/1690>). Дадени са  $n$  положителни числа -  $a_1, \dots, a_n$ . Намерете най-малкото положително число, което не може да се представи като сума на числа от тази редица, без да ги повтаряме.

Ограничения:  $1 \leq n \leq 10^6, 1 \leq a_i \leq 10^9$ .

**Задача 3.** Дадени са  $n$  положителни числа -  $a_1, \dots, a_n$ . Колко различни числа могат да се представят като суми на числа от тази редица.

Ограничения:  $1 \leq n \leq 10^3, 1 \leq a_i \leq 10^4$ .

**Задача 4** (Codeforces). Дадени са  $n$  числа със сума  $2n$ . Може ли да намерим подмножество със сума равна на  $k$ .

Ограничения:  $1 \leq n \leq 10^6, 1 \leq k \leq 2n$ .

**Задача 5** (Zero sum subset). Дадени са  $n$  числа -  $a_1, \dots, a_n$ . Може ли с  $k$  от тези числа да образуваме сума нула, като едно число може да участва няколко пъти в сумата?

Ограничения:  $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq k \leq 10^5, -10^5 \leq a_i \leq 10^5$ .

**Задача 6** (<https://arena.olimpiici.com/#/catalog/406/problem/1127>).

**Задача 7** (<https://codeforces.com/contest/1270/problem/G>). Дадена е редица от  $n$  числа -  $a_1, \dots, a_n$ , такива че за всяко  $i$  и изпълнено  $i - n \leq a_i \leq i - 1$ . Намерете непразно подмножество от тези числа със сума нула.

Ограничения:  $1 \leq n \leq 10^6$ .

**Задача 8** (<https://www.codechef.com/problems/ANUCBC>). Дадени са  $n$  числа и  $q$  заявки. На всяка заявка е дадено число  $m$  и трябва да намерите броя подмножества на  $n$  със сума кратна на  $m$ .

Ограничения:  $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq q \leq 30, 1 \leq m \leq 100$ .

**Задача 9** (<https://csacademy.com/contest/round-79/task/smallest-subsets/statement/>). Дадени са  $n$  числа -  $a_1, \dots, a_n$ . Разглеждаме всички  $2^n$  подмножества подредени по тяхната сума (празното подмножество има сума нула). Отпечатайте сумата от елементите на първите  $k$  подмножества.

Ограничения:  $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq k \leq \min(10^5, 2^n), -10^9 \leq a_i \leq 10^9$ .

**Задача 10.** Дадени са  $n$  предмета,  $i$ -ят от тях с тегло  $w_i$  и стойност  $v_i$ . Разполагате с раница, която побира тегло  $W$ . Трябва да сложите някои предмети в раницата, така че общото им тегло да не надвишава  $W$ . Каква е най-голямата стойност която може да получите.

Ограничения:  $1 \leq n \leq 10^3, 1 \leq W \leq 10^5, 1 \leq w_i \leq 10^9, 1 \leq v_i \leq 10^9$ .

**Задача 11** (USACO Training: Subset Sums). Дадени са числата от 1 до  $n$ . По колко различни начина може да ги разделим на две групи с равни суми, като всички числа са в една от двете групи.

Ограничения:  $1 \leq n \leq 39$ .

**Задача 12.** Дадени са  $n$  предмета,  $i$ -ят от тях с тегло  $w_i$ , стойност  $v_i$  и разполагане  $c_i$  копия на този предмет. Разполагате с раница, която побира тегло  $W$ . Трябва да сложите някои предмети в раницата, така че общото им тегло да не надвишава  $W$ . Каква е най-голямата стойност която може да получите.

Ограничения:  $1 \leq n \leq 10^3, 1 \leq W \leq 10^5, 1 \leq w_i \leq 10^9, 1 \leq v_i \leq 10^9, 1 \leq c_i \leq 10^9$ .