

1. (a) Истинное время работы `increment` в худшем случае составит k операций
 Это значение достигается когда массив a заполнен единицами.
- (b) Посмотрим сколько раз мы затрагивали бит с номером i .
 Первый бит меняется каждую операцию, второй бит - каждую вторую. Нетрудно заметить что i бит меняет значение только после 2^{i-1} операций `increment`. Нулевой бит инвертируется при каждом вызове `increment`
 Итого получаем $n + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} + \dots + 1 < 2n$
- (c) Рассмотрим массив в котором на $k - 1$ месте стоит единица, а остальные значения - нули.
 Будем чередуя выполнять операции `decrement` и `increment`.
 Нетрудно заметить что каждая будет выполняться за k простых операций.
 Следовательно время работы в худшем случае — $\mathcal{O}(nk)$.
- (d) Заведём дополнительную переменную `right`, изначально равную -1 , — самая правая единичка. После неё в массиве может храниться что угодно, но мы будем считать что там лежат нули.
 - i. Когда цикл в `increment` дойдет до `right + 1` мы должны остановиться так как помним о том что все элементы после `right` равны нулю.
 Ещё нужно подвинуть `right` в случае когда $i > \text{right}$
 - ii. `get(i)` нужно изменить так что-бы при $i > \text{operatorname{right}}$ она возвращала 0.
 - iii. Теперь `setZero` будет просто ствить `right` в значение -1

```

1  increment():
2      i = 0
3      while i < k and i <= right and a[i] = 1:
4          a[i] = 0
5          i++
6          right = max(right, i)
7      if i < k:
8          a[i] = 1
9
10 get(i):
11     if i > r:
12         return 0;
13     return a[i]
14
15 setZero():
16     r = -1

```

2. Придумаем функцию потенциала:

n — количество элементов в векторе

c — фактический размер вектора

$$\frac{c}{4} \leq n \leq c$$

$$\Phi(n, c) = \begin{cases} c \leq 2n, 2n - c, \\ 2n < c, 2c - n. \end{cases}$$

$$\text{push} = \begin{cases} c \leq 2n, 1 + \Phi(n+1, c) - \Phi(n, c) = \mathcal{O}(1), \\ 2n < c, 1 + \Phi(n+1, c) - \Phi(n, c) = \mathcal{O}(1), \\ n = c, n + \Phi(n+1, 2c) - \Phi(n, c) = \\ = n + 2n + 2 - 2c - 2n + c = 3 + n - c = \mathcal{O}(1). \end{cases}$$

$$\text{pop} = \begin{cases} c \leq 2n, 1 + \Phi(n+1, c) - \Phi(n, c) = \mathcal{O}(1), \\ 2n < c, 1 + \Phi(n+1, c) - \Phi(n, c) = \mathcal{O}(1), \\ n = \frac{c}{4}, c + \Phi(n-1, \frac{c}{2}) - \Phi(n, c) = \\ = c + c - n + 1 - 2c + n = 1 = \mathcal{O}(1). \end{cases} \Rightarrow$$

\Rightarrow все операции выполняются в среднем за $\mathcal{O}(1)$

3.

4. Будем внутри нашей памяти хранить односвязный список не занятых блоков. Заведём указатель `head` на последний элемент списка. В вершине списка будем хранить одно число — указатель на предыдущий элемент, или -1 , если элемент является последним.

Пусть для нас память представляет собой массив a длины n .

Проинициализируем её так:

$$\forall i \in \{0, 1, \dots, n-1\}, a_i = i - 1$$

$$\text{head} = n - 1$$

5.