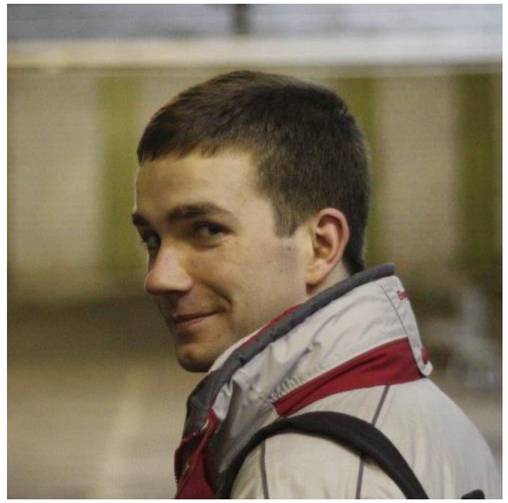
НЕТОЛОГИЯ
групп

ЗАНЯТИЕ 4.2

ЛИНЕЙНЫЙ КЛАССИФИКАТОР И ЛОГИСТИЧЕСКАЯ РЕГРЕССИЯ



КОНСТАНТИН БАШЕВОЙ

Старший аналитик

kbashevoy@gmail.com

/konstantin.bashevoy

ЦЕЛИ ЗАНЯТИЯ

В КОНЦЕ ЗАНЯТИЯ ВЫ:

– будете знать преимущества и недостатки линейных моделей, а также требования к данным;

– научитесь реализовывать алгоритм градиентного спуска и логистическую регрессию;

– повторите понятие условной вероятности.

О ЧЁМ ПОГОВОРИМ И ЧТО СДЕЛАЕМ

1. Линейные модели: требования к данным и практика;
2. Логистическая регрессия: практическое задание;
3. Градиентный спуск: теория и практическое задание;
4. Немного про условную вероятность.

ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ

ПРИЧИНЫ ПОПУЛЯРНОСТИ

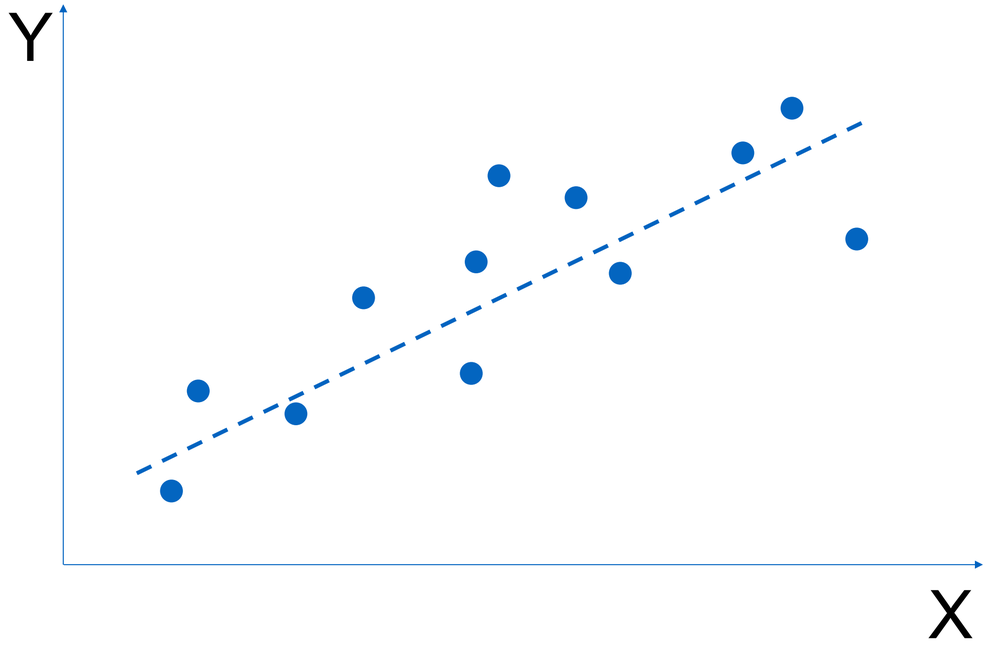
- Линейные модели подходят для описания многих процессов
- Относительная простота вычислений и интерпретации результатов
- Вклад нескольких факторов часто можно разбить на сумму влияния каждого фактора в отдельности

ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

- Прогноз продаж по объему инвентаря, загрузке, площади и другим «линейным» характеристикам
- Построение вероятностных моделей в страховании, кредитном скоринге, инвестиционных проектах
- Предсказание цены товара на основании его характеристик
- Построение трендов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И КОД

ОПРЕДЕЛЕНИЕ



$$y_i = \sum_{j=1}^{m} w_j X_{ij} + e_i$$

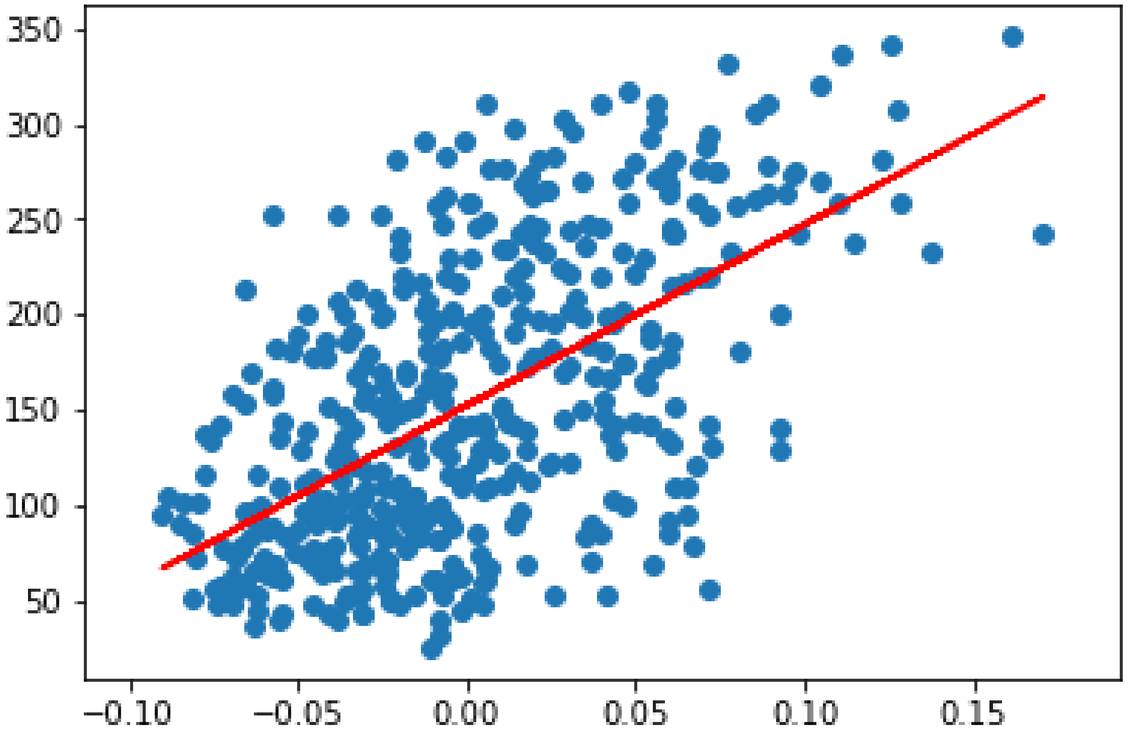
Y – целевая переменная

W – вектор весов модели

X – матрица наблюдений

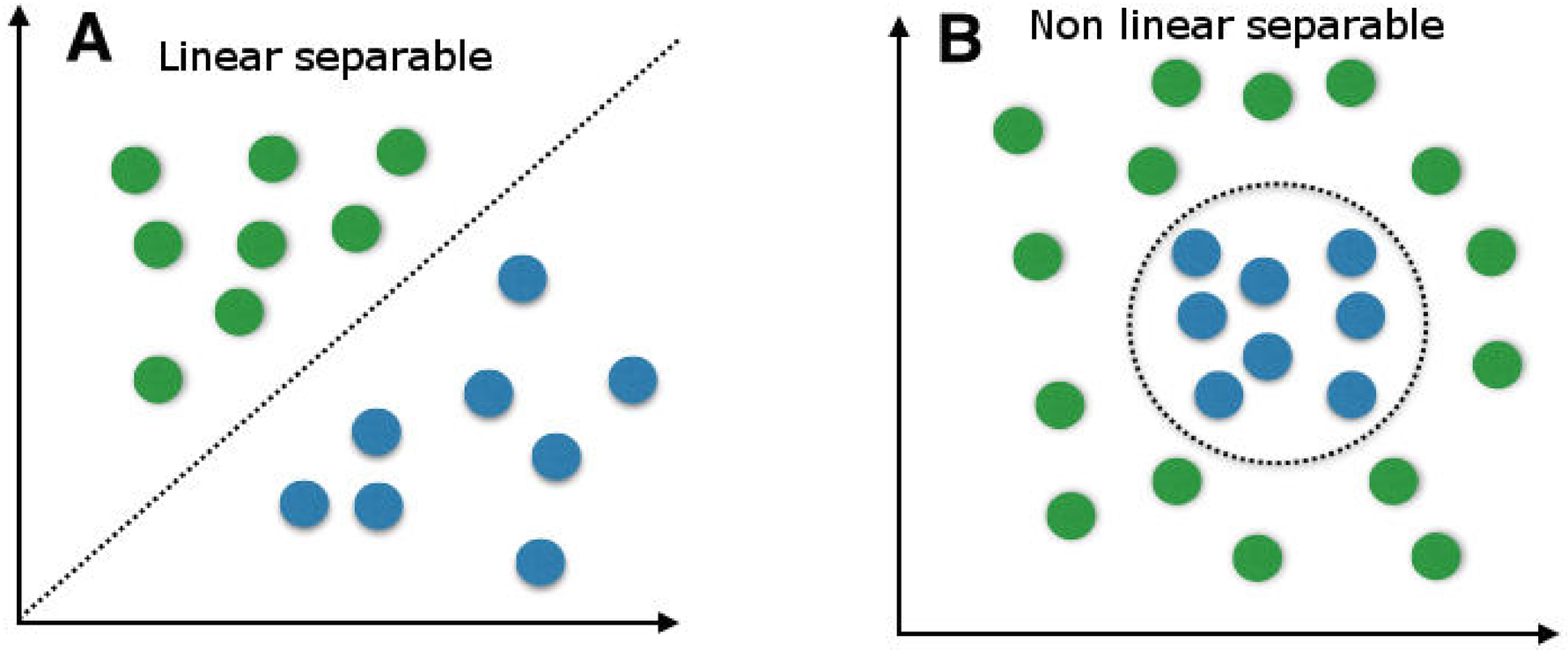
e – ошибка модели

ПРИМЕР ИЗ КОДА LINEAR REGRESSION.IPYNB

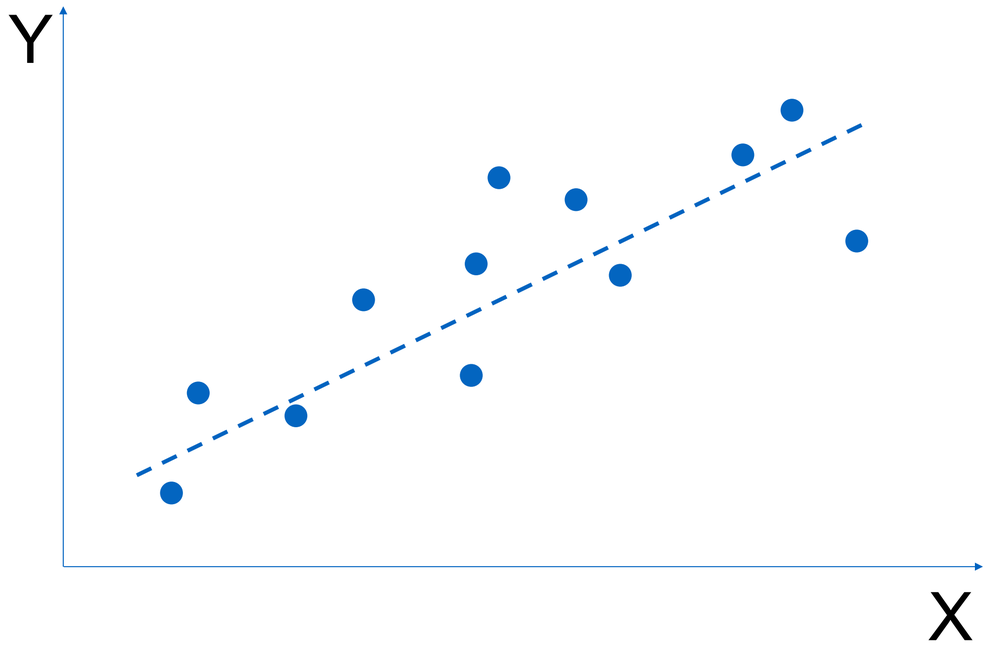


ПОСТРОЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

КАК СТРОИМ ЛИНЕЙНУЮ МОДЕЛЬ



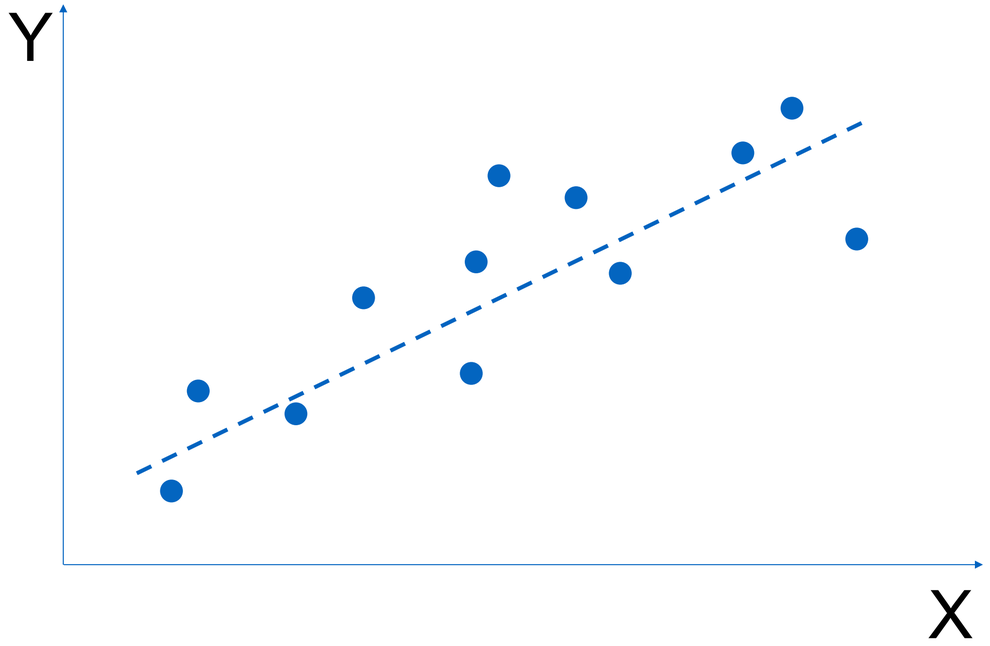
МЕТОД МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ



Как можно получить эту прямую?

$p(y \mid x, \alpha)$ – вероятность получить y при входных данных x. α – параметр модели

МЕТОД МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ



Как можно получить эту прямую?

p(y | x, α) – вероятность получить y при входных данных x. α – параметр модели

Введем функцию

$$W(\alpha) = \prod_i p(x_i, \alpha)$$

МЕТОД МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

Функция максимального правдоподобия: $L(\alpha) = \sum_i \log p(x_i, \alpha)$

МЕТОД МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

Функция максимального правдоподобия: $L(\alpha) = \sum_i \log p(x_i, \alpha)$

Как подобрать значение α, чтобы максимизировать L(α)?

Необходимо минимизировать среднеквадратичную ошибку между прогнозными и фактическими значениями

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

https://habrahabr.ru/company/ods/blog/323890/#metod-maksimalnogo-pravdopodobiya

ВРЕМЯ КОДА

REGRESSION_CARS.IPYNB

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ 1

ВРЕМЯ ПРАКТИКИ

SAT_MODEL.IPYNB

ЛОГИСТИЧЕСКАЯ РЕГРЕССИЯ

ПРОГНОЗ ВЕРОЯТНОСТИ

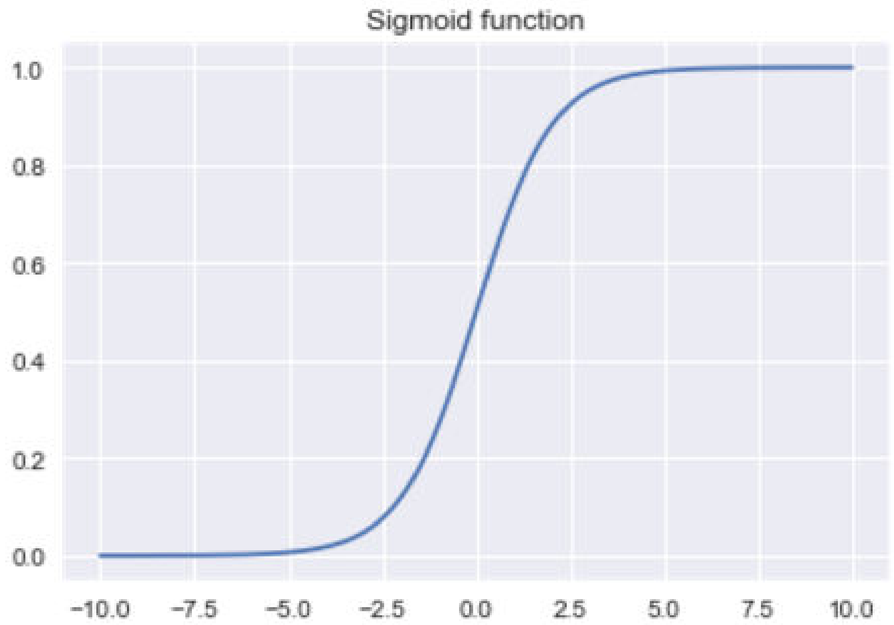
Прогнозирует вероятность отнесения наблюдения к определенному классу

Модель: $L = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n$

ПРОГНОЗ ВЕРОЯТНОСТИ

Вероятность:

$$p = \frac{1}{1 + e^{-L}}$$



СНОВА ПРАКТИКА

LOGISTIC_REGRESSION_ATHLETES_CLASSIFIER.IPYNB

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ 2

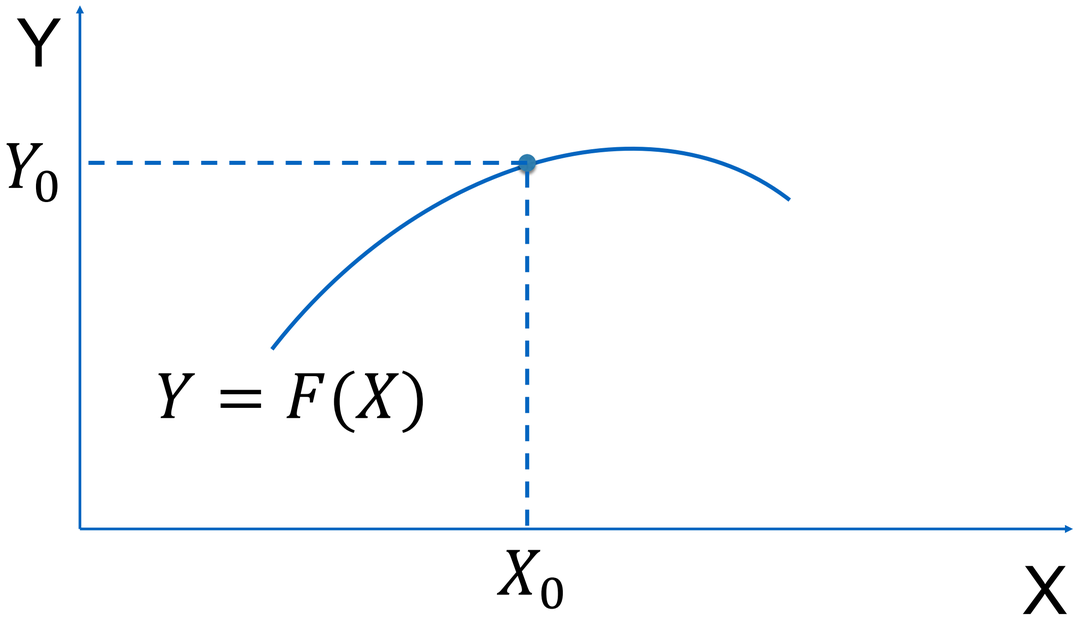
УЛУЧШАЕМ ТОЧНОСТЬ МОДЕЛИ

С НОВЫМИ ПРИЗНАКАМИ

ГРАДИЕНТНЫЙ СПУСК

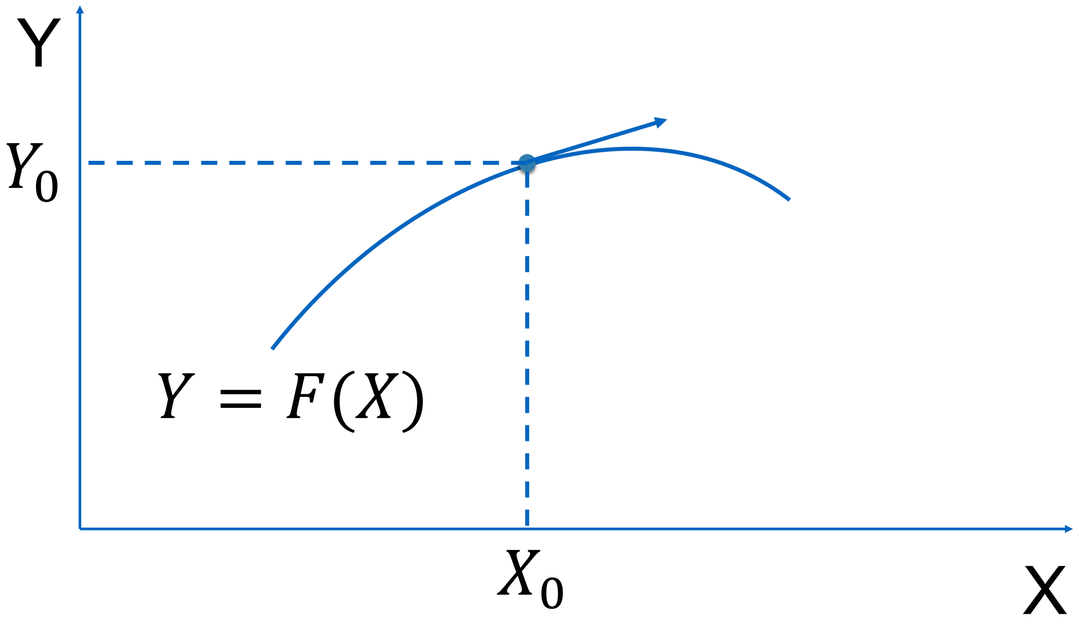
ПРОИЗВОДНАЯ И МИНИМУМ

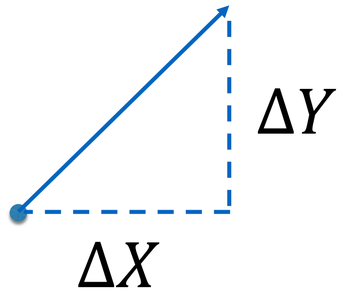
Производная определяет скорость изменения функции в точке



ПРОИЗВОДНАЯ И МИНИМУМ

Производная определяет скорость изменения функции в точке

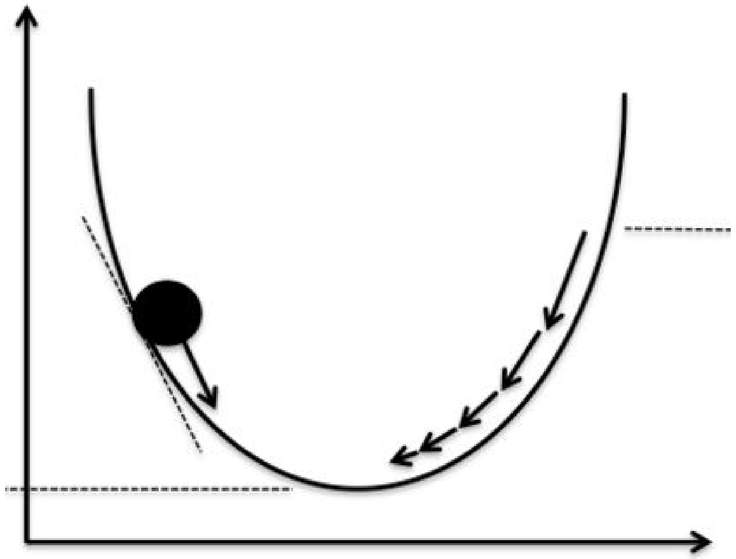




$$F'(X_0) = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

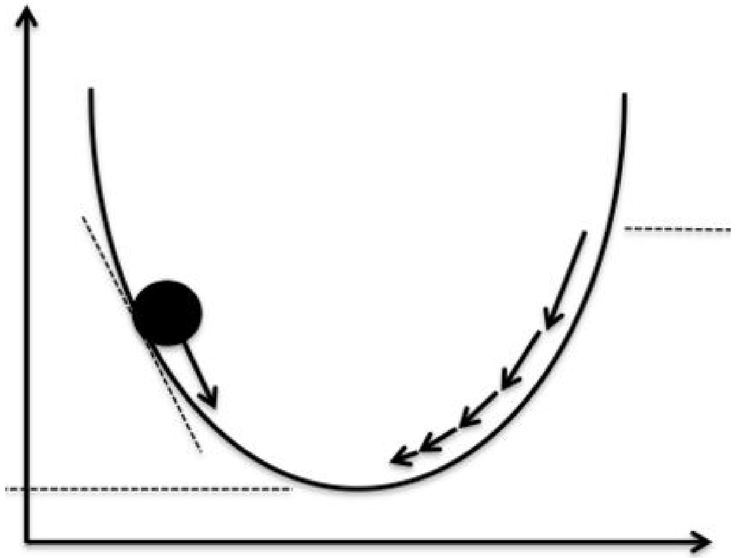
ИЩЕМ МИНИМУМ

Допустим, необходимо найти минимум суммы среднеквадратичной ошибки для параметров модели



ИЩЕМ МИНИМУМ

Допустим, необходимо найти минимум суммы среднеквадратичной ошибки для параметров модели

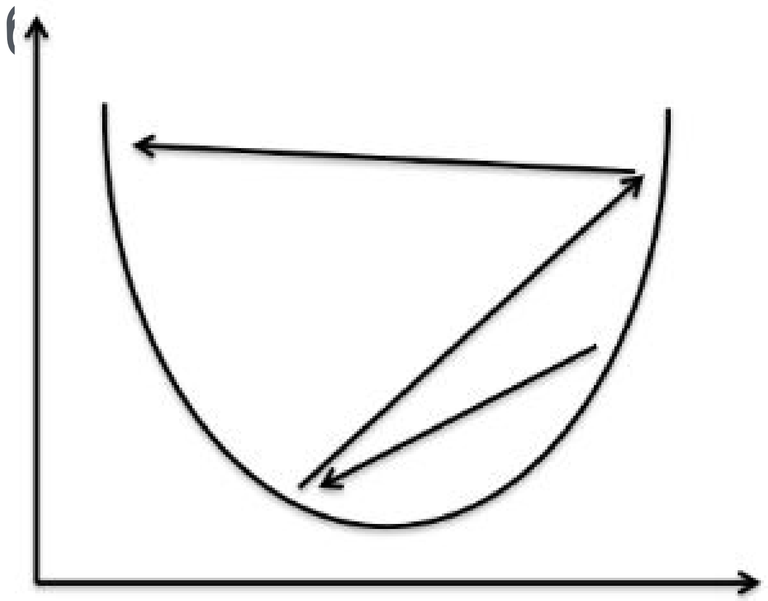


Возьмем произвольную точку на графике и будем пошагово «спускаться» к минимуму

$$x_{i+1} = x_i - \alpha \nabla F(x_i)$$

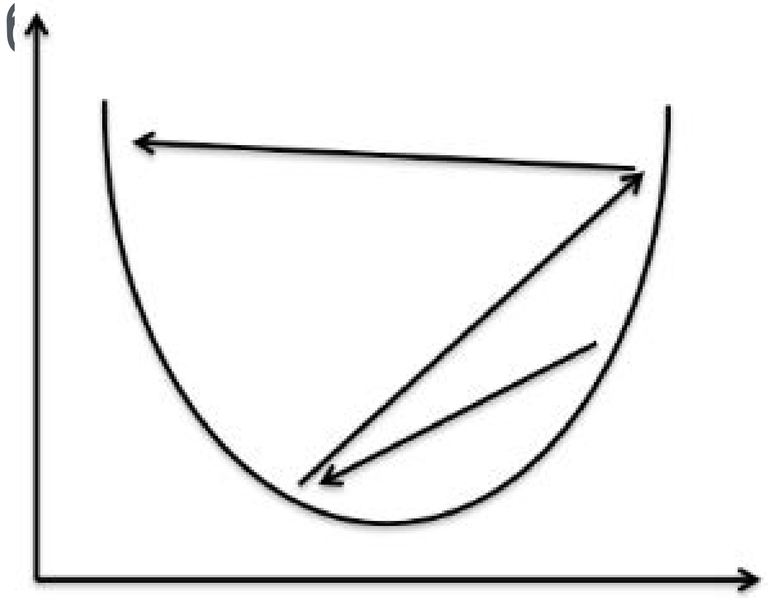
ВОЗМОЖНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Шаг слишком

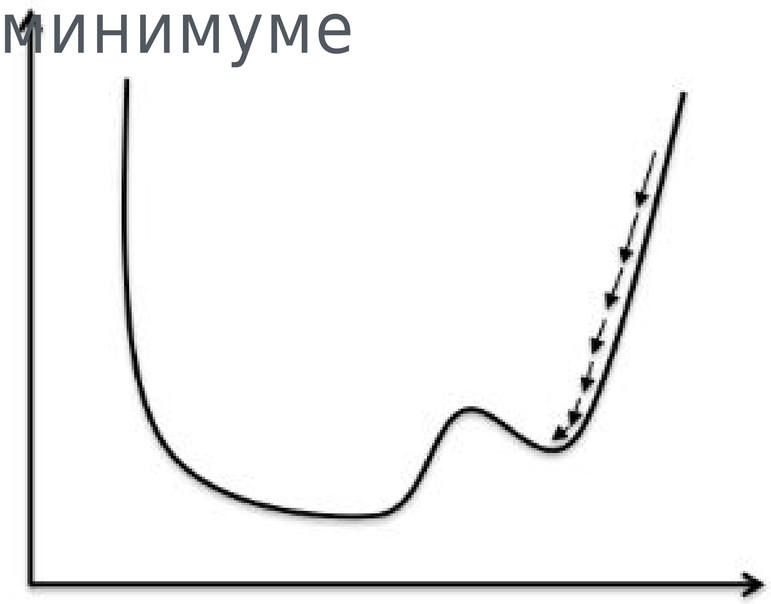


ВОЗМОЖНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Шаг слишком

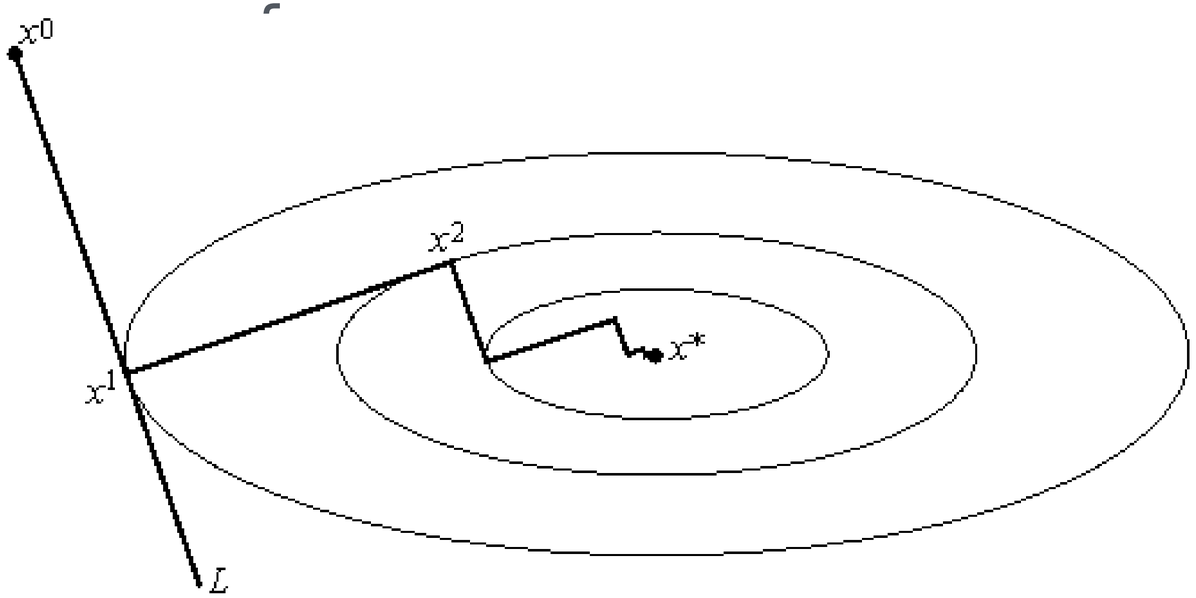


Остаемся в локальном минимуме

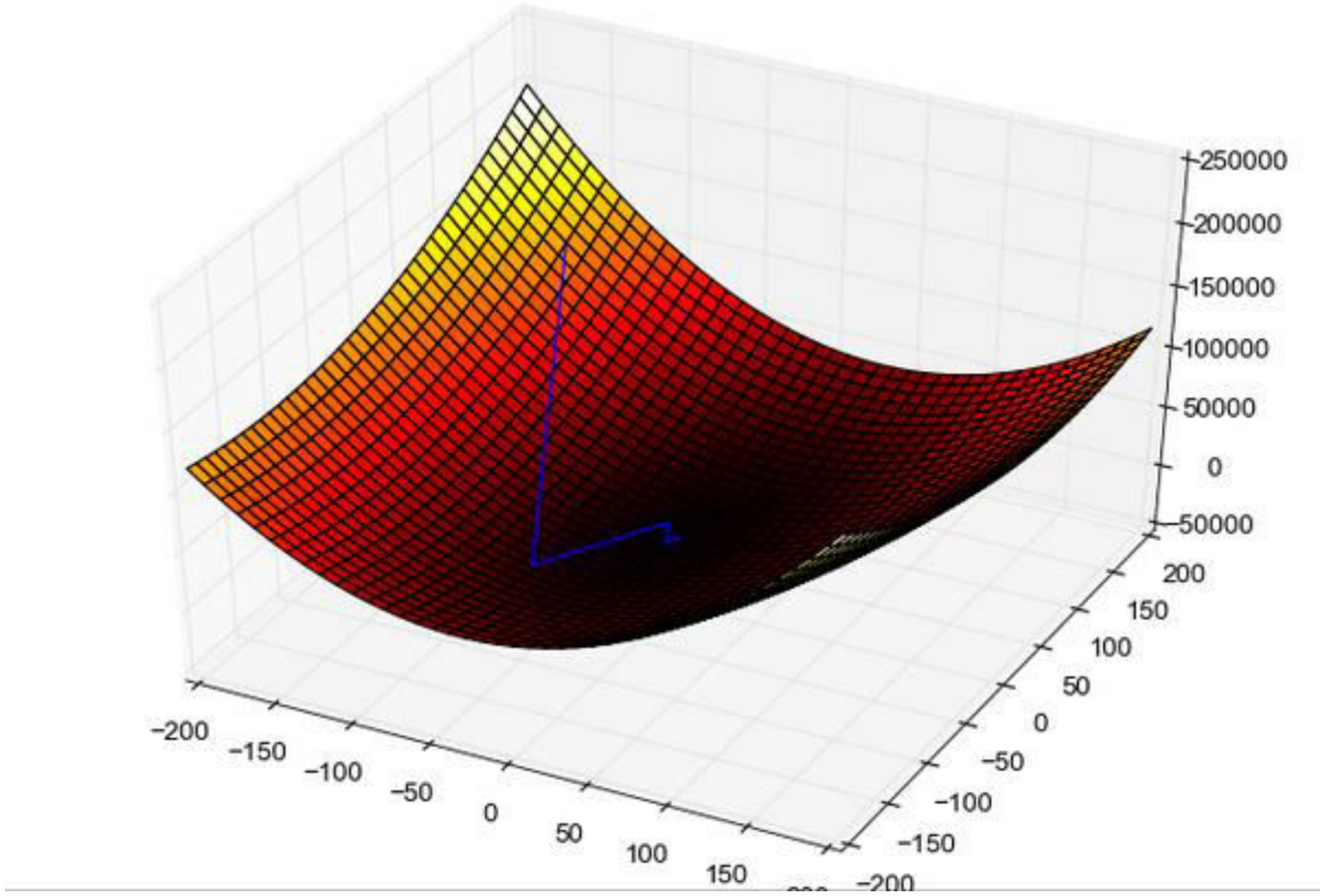


ВАРИАНТЫ ВЫБОРА λ

- Постоянной – метод может расходиться
- С дробным шагом – делим на число каждый шаг
- С наискорейшим спуском – α выбирается так, чтобы следующая итерация была точкой минимума ф



ПРИМЕР В 3D


250000
200000
150000
100000
50000
0
−50000
−200
−150
−100
−50
0
50
100
150
200
150
100
50
0
−50
−100
−150
−200

РЕАЛИЗУЕМ

GRADIENT_DESCENT.IPYNB

ЕСЛИ КЛАССОВ БОЛЬШЕ ДВУХ

ПРИМЕР

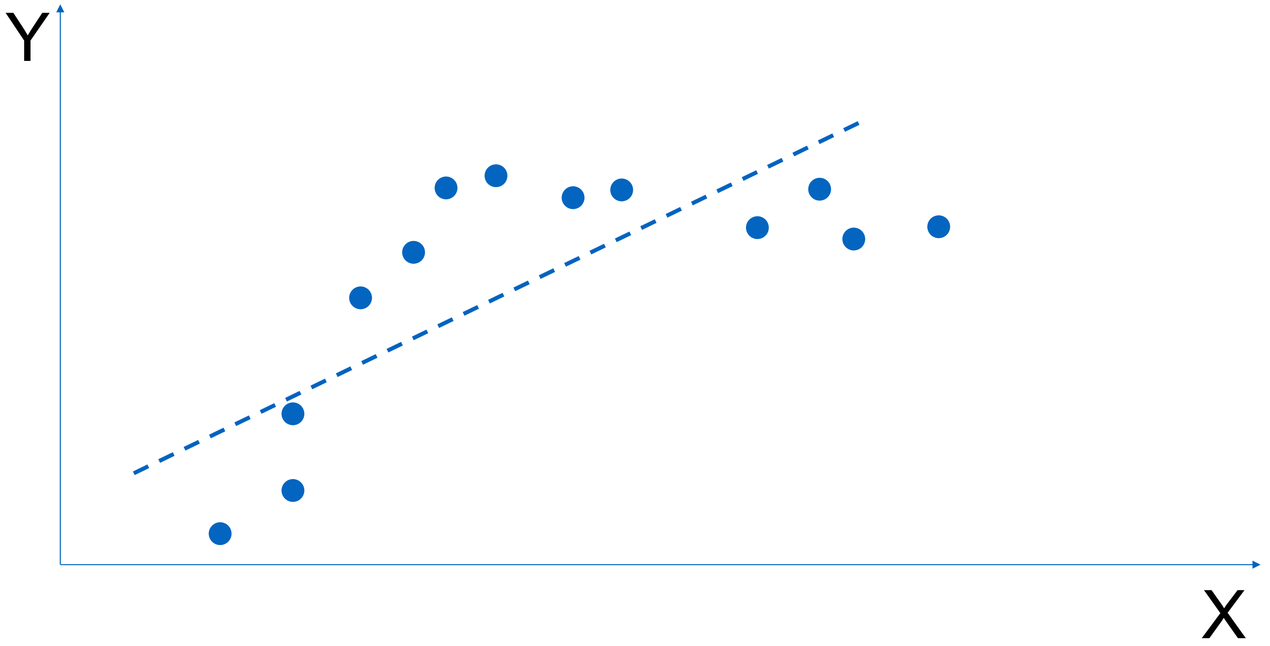
IRIS_DATASET.IPYNB

ДЛЯ КАКИХ ДАННЫХ ЭТО РАБОТАЕТ?

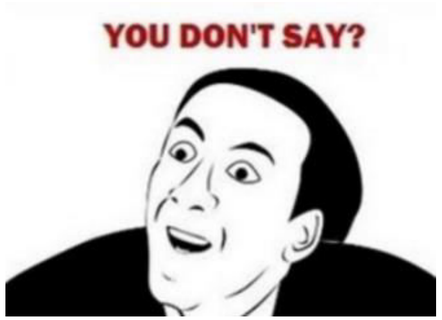
ТРЕБОВАНИЯ К ДАННЫМ

- Линейная зависимость целевой переменной
- Нормальное распределение остатков
- Постоянная изменчивость остатков

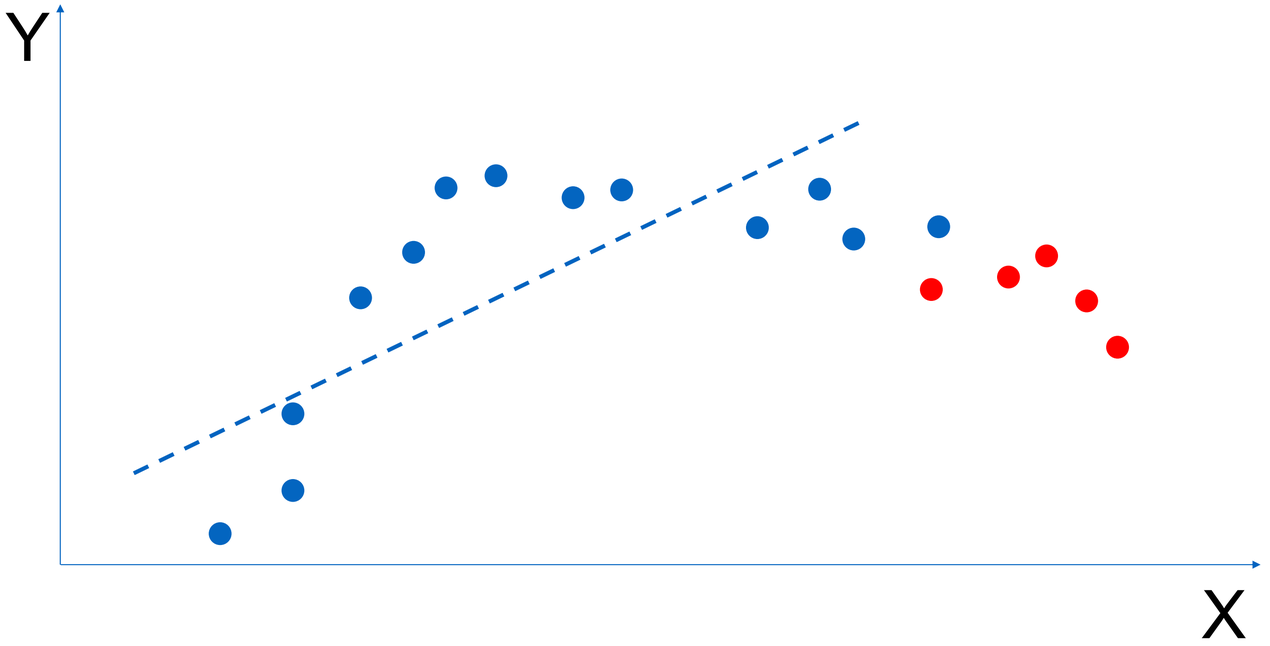
ТРЕБОВАНИЯ К ДАННЫМ



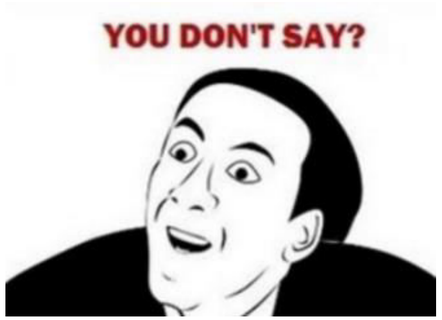
Линейная взаимосвязь X и Y



ТРЕБОВАНИЯ К ДАННЫМ

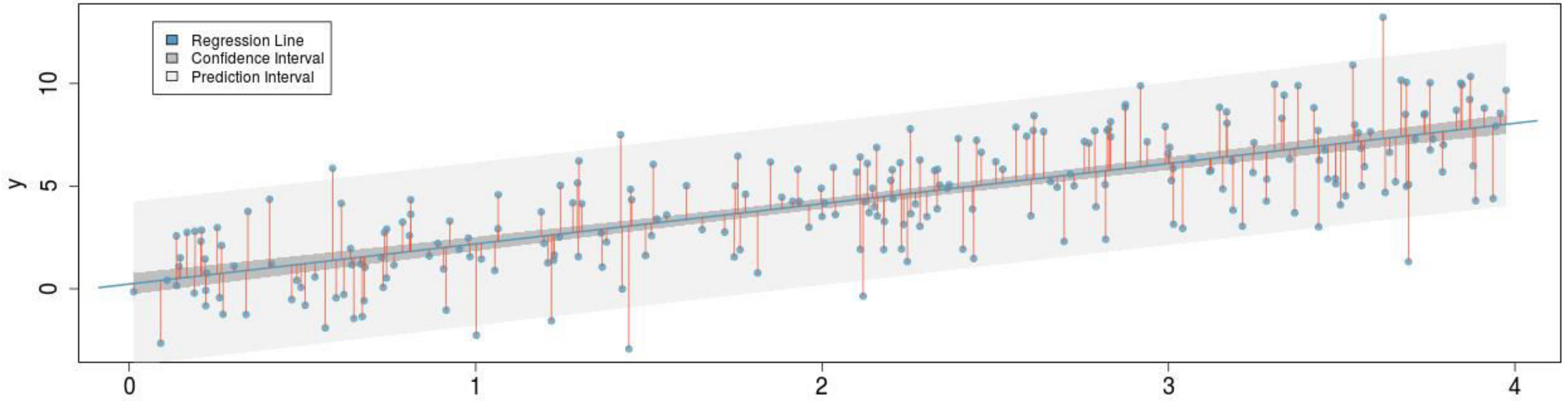


Линейная взаимосвязь X и Y



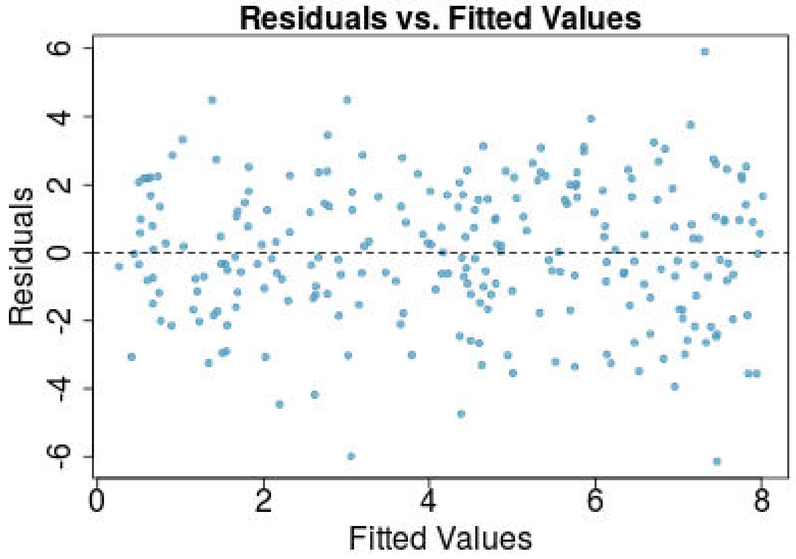
НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТКОВ

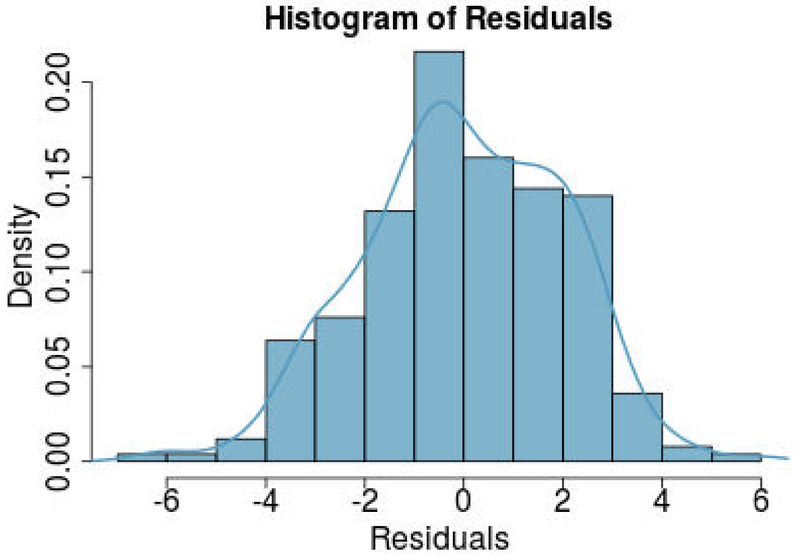
HTTPS://GALLERY.SHINYAPPS.IO/SLR_DIAG/

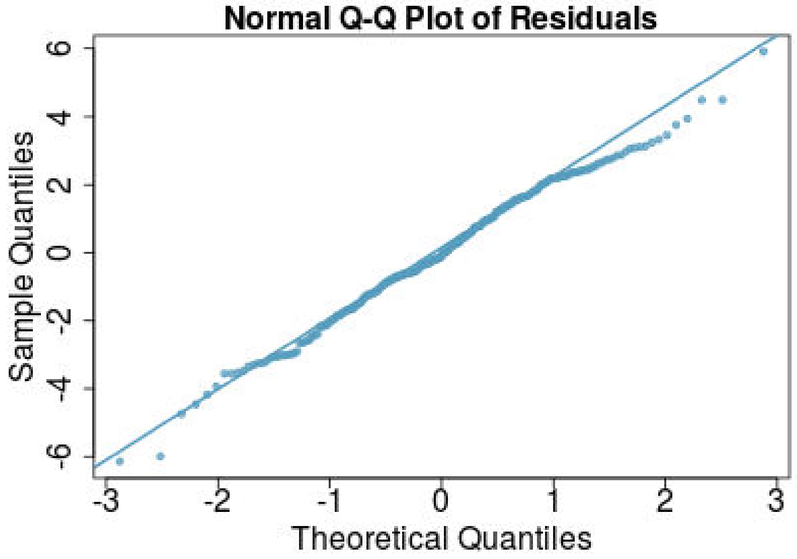


НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТКОВ

HTTPS://GALLERY.SHINYAPPS.IO/SLR_DIAG/



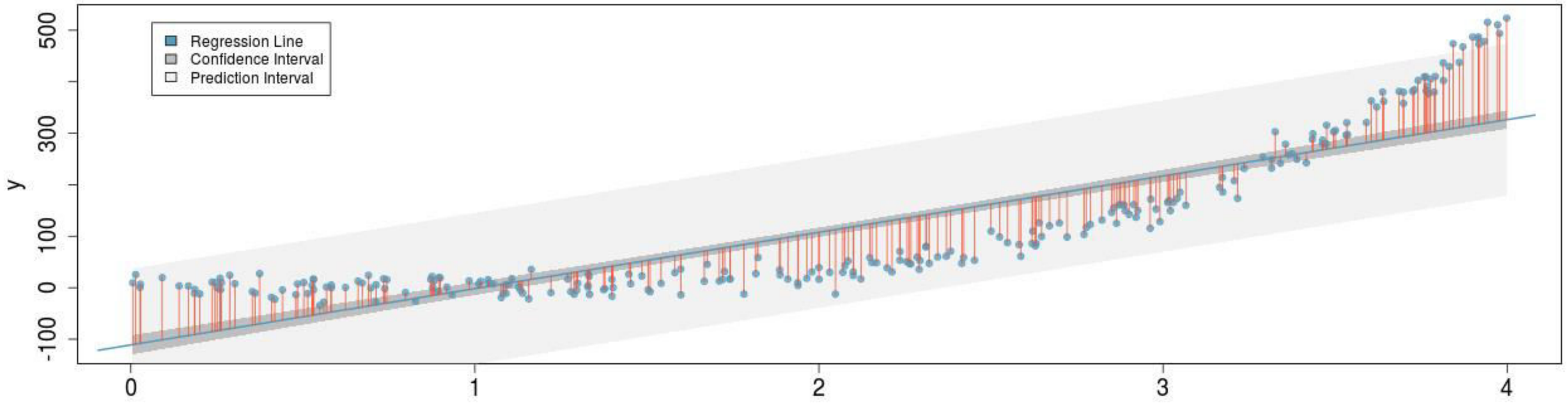




ГОМОСКЕДАСТИЧНОСТЬ

Постоянная изменчивость остатков

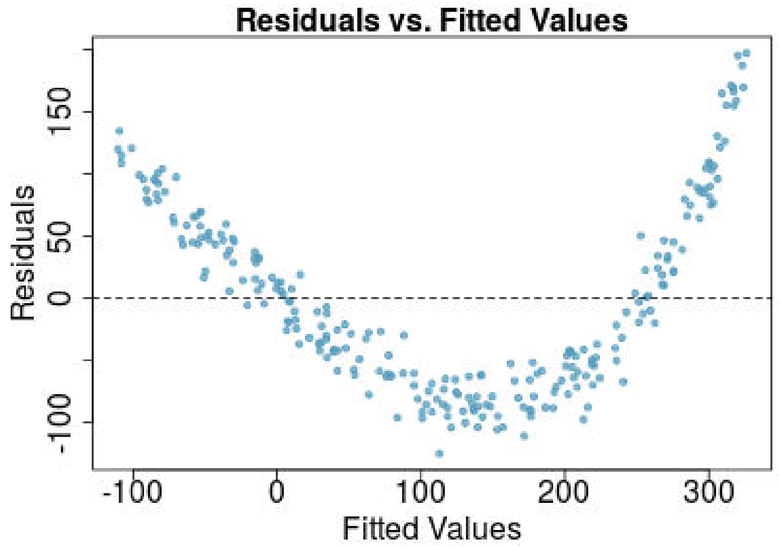
Пример гетероскедастичной последовательности

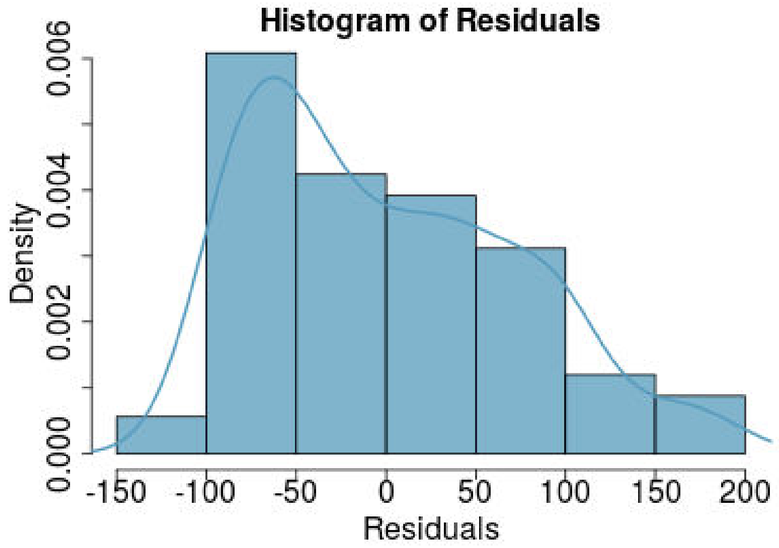


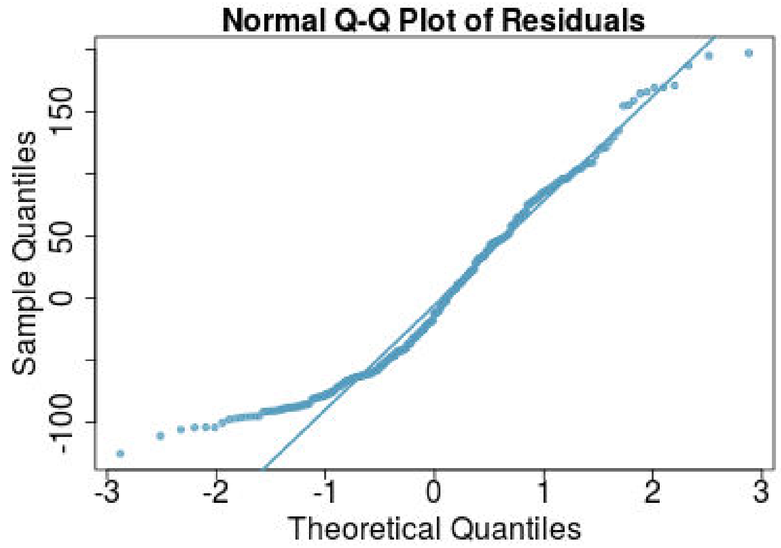
ГОМОСКЕДАСТИЧНОСТЬ

Постоянная изменчивость остатков

Пример гетероскедастичной последовательности







ЧТО МЫ СЕГОДНЯ УЗНАЛИ

ЧТО МЫ СЕГОДНЯ УЗНАЛИ

1. Вспомнили основы теории вероятностей.
2. Изучили линейные модели и требования к ним на основе функции правдоподобия.
3. Реализовали логистическую регрессию.
4. Изучили алгоритм градиентного спуска и потренировались в его реализации.

ПОЛЕЗНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ПОЛЕЗНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

1. Статья о линейных моделях в ODS
   https://habrahabr.ru/company/ods/blog/323890/
2. Курс «Основы статистики» на Stepik.org
   https://stepik.org/course/Основы-статистики-76

НЕТОЛОГИЯ
групп

Спасибо за внимание!

КОНСТАНТИН БАШЕВОЙ

kbashevoy@gmail.com

/konstantin.bashevoy