

# Canonical Forms

## Lecture 3

# Outlines

- Functions in Canonical Forms
  - Sum of Products (SOP)
  - Product of Sums (POS)

# Canonical Form

- เป็นการเขียนสมการบูลีนเพื่อบรรยายฟังก์ชันตรรกที่ได้จากตารางค่าความจริง โดยใช้การเขียนในรูปแบบมาตรฐานเต็ม
- เขียนได้ 2 รูปแบบมาตรฐาน
  - Sum of Products (SOP)
  - Product of Sums (POS)

# Sum of Products

- ในแต่ละแถวของตารางค่าความจริง เขียนสัญลักษณ์แทนอินพุตด้วยการนำตัวแปรอินพุตแต่ละตัวมา AND กันโดยตัวแปรอินพุตที่มีค่า 1 ให้แทนด้วยตัวแปรนั้น และตัวแปรอินพุตที่มีค่า 0 ให้แทนด้วยคอมพลีเมนต์ของตัวแปรนั้น
- เลือกอินพุตในแถวของตารางค่าความจริงที่ให้ค่าเอาต์พุตเป็น 1 แล้วนำมา OR กัน อินพุตเหล่านี้เรียกว่า minterms
- ตัวอย่าง จากตารางค่าความจริง เขียนสมการบูลีนของตัวแปร F ในรูป SOP

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$F(A, B) = \overline{A}B + A\overline{B}$$



# Sum of Products (2)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีนของตัวแปร F ในรูปของ SOP และเขียน Schematic Diagram

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$F(A, B) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B}$$

# Sum of Products (3)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีนของตัวแปร F ในรูปของ SOP และเขียน Schematic Diagram

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F(A, B, C) = \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + AB\bar{C} + ABC$$

# Sum of Products (4)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีนของตัวแปร S, Cout ในรูปของ SOP และเขียน Schematic Diagram

A	B	Cin	S	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S(A, B, Cin) = \overline{A}\overline{B}Cin + \overline{A}B\overline{Cin} + A\overline{B}\overline{Cin} + ABCin$$

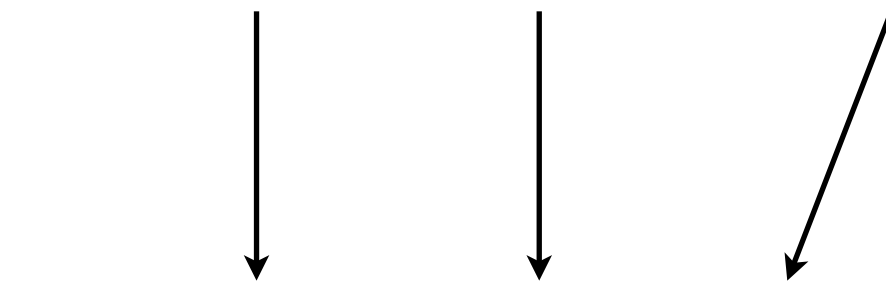
$$Cout(A, B, Cin) = \overline{A}BCin + \overline{A}B\overline{Cin} + A\overline{B}\overline{Cin} + ABCin$$

# SOP in Short Form

- เราสามารถเขียน SOP อย่างย่อโดยการ ใช้เลขฐาน 2 มาแทน minterm

A	B	C	Minterms
0	0	0	A'B'C' m0
0	0	1	A'B'C m1
0	1	0	A'BC' m2
0	1	1	A'BC m3
1	0	0	AB'C' m4
1	0	1	AB'C m5
1	1	0	ABC' m6
1	1	1	ABC m7

$$F = \overline{A} \overline{B} C + A \overline{B} \overline{C} + ABC$$



$$F = m_1 + m_4 + m_7$$

$$= \Sigma m(1, 4, 7)$$



# Product of Sums

- ในแต่ละแถวของตารางค่าความจริง เขียนสัญลักษณ์แทนอินพุตด้วยการนำตัวแปรอินพุตแต่ละตัวมา OR กัน โดยตัวแปรอินพุตที่มีค่า 0 ให้แทนด้วยตัวแปรนั้น และตัวแปรอินพุตที่มีค่า 1 ให้แทนด้วยคอมพลีเมนต์ของตัวแปรนั้น
- เลือกอินพุตในแถวของตารางค่าความจริง ที่ให้ค่าเอาต์พุตเป็น 0 แล้วนำมา AND กัน อินพุตเหล่านี้เรียกว่า Maxterms
- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง เขียนสมการบูลีนของตัวแปร F ในรูปของ Product of Sums

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$F(A, B) = (A + B)(\bar{A} + \bar{B})$$



# Product of Sums (2)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีนของตัวแปร F ในรูปของ POS และเขียน Schematic Diagram

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$F(A, B) = \overline{A} + \overline{B}$$

# Product of Sums (3)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีน ของตัวแปร F ในรูปของ POS และ เขียน Schematic Diagram

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$F(A, B, C) = (A+B+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+C)$$

# Products of Sums (4)

- ตัวอย่าง: จากตารางค่าความจริง จงเขียนสมการบูลีนของตัวแปร S, Cout ในรูป POS และเขียน Schematic Diagram

A	B	Cin	S	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$S(A, B, Cin) = (A+B+Cin)(A+\overline{B}+\overline{Cin})(\overline{A}+B+\overline{Cin})(\overline{A}+\overline{B}+Cin)$$

$$Cout(A, B, Cin) = (A+B+Cin)(A+\overline{B}+\overline{Cin})(\overline{A}+B+Cin)(\overline{A}+\overline{B}+Cin)$$

# POS in Short Form

- เราสามารถเขียน POS อย่างย่อโดยการ ใช้เลขฐาน 2 มาแทน Maxterm

A	B	C	Maxterms
0	0	0	$A+B+C$ M0
0	0	1	$A+B+C'$ M1
0	1	0	$A+B'+C$ M2
0	1	1	$A+B'+C'$ M3
1	0	0	$A'+B+C$ M4
1	0	1	$A'+B+C'$ M5
1	1	0	$A'+B'+C$ M6
1	1	1	$A'+B'+C'$ M7

$$F = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(\overline{A} + B + C)$$

$$F = M_0 \cdot M_1 \cdot M_4$$

$$= \Pi M(0, 1, 4)$$

# Switching Between SOP and POS

- การแปลงฟังก์ชันระหว่าง SOP และ POS สามารถทำได้ง่ายโดยอาศัยการเปลี่ยน minterms และ Maxterms
- ตัวอย่าง

$$F(A, B, C) = \Sigma m(1, 3, 5, 6, 7) = \Pi M(0, 2, 4)$$

# Incomplete Function

- ในบางฟังก์ชันอาจมีอินพุตบางค่าที่เราไม่สนใจว่าเอาต์พุตสำหรับอินพุตเหล่านั้นจะเป็นอะไร
- ค่าของเอาต์พุตที่เราไม่สนใจนี้เรียกว่า don't cares และเราจะแทนค่าเหล่านี้ในตารางค่าความจริงด้วยเครื่องหมาย “x”

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	x
1	1	0	x
1	1	1	x

$$F(A, B, C) = m_1 + m_3 + m_4 + d_5 + d_6 + d_7$$

$$F(A, B, C) = M_0 \cdot M_2 \cdot D_5 \cdot D_6 \cdot D_7$$