

I. VaR and ES

1. Định nghĩa

- Value at Risk describes the maximum loss incurred in a predefined period of time and confidence level α .
- Expected Shortfall is the expected value of the loss, given the loss is greater than the VaR

2. Methodology

a. Historical

The historical simulation method relies on actual historical returns of the portfolio to estimate the potential future losses. The process involves collecting historical data over a specified period and then applying these historical changes to the current portfolio to generate a distribution of potential outcomes. By examining the lower end of this distribution, one can determine the VaR at a given confidence level. This method is advantageous because it does not require any assumptions about the distribution of returns; instead, it directly uses empirical data. However, its reliance on historical data can also be a limitation, particularly if the historical period does not accurately represent future market conditions. Events not present in the historical data, such as unprecedented economic shocks, may not be captured, leading to an underestimation of risk.

b. Parametric

The variance-covariance method, also known as the parametric method, employs statistical techniques to estimate VaR based on the assumption that returns are normally distributed. This method involves calculating the mean and standard deviation of portfolio returns and then using these parameters to determine the potential loss. The key advantage of this approach is its computational simplicity and efficiency, making it suitable for large portfolios with many assets. However, the assumption of normality is a significant limitation, as financial returns often exhibit fat tails and skewness, which means they are not perfectly normal. This method may therefore underestimate the probability of extreme losses. Additionally, the variance-covariance method requires the estimation of a covariance matrix, which can be challenging and unstable, particularly in periods of market turbulence.

c. Monte Carlo

Monte Carlo simulation generates a large number of potential future scenarios by simulating random paths of asset prices based on specified statistical properties. This approach involves defining the statistical distributions and correlations of asset returns, then using random sampling techniques to create a multitude of potential outcomes. The resulting distribution of portfolio values is then analyzed to determine the VaR. The Monte Carlo simulation can accommodate complex, non-linear portfolios and can model a wide range of risk factors and their interactions. However, it comes at the cost of significant computational resources and complexity. The accuracy of the results is highly dependent on the quality of the input parameters and the assumptions about the statistical properties of asset returns. Poor assumptions or inadequate data can lead to misleading VaR estimates

II. F-score

$$\text{F_SCORE} = \text{F_ROA} + \text{F_}\Delta\text{ROA} + \text{F_CFO} + \text{F_ACCRUAL} + \text{F_}\Delta\text{MARGIN} \\ + \text{F_}\Delta\text{TURN} + \text{F_}\Delta\text{LEVER} + \text{F_}\Delta\text{LIQUID} + \text{EQ_OFFER}.$$

- The aggregate signal F_SCORE - the sum of the nine binary signals - is designed to measure the overall quality, or strength, of the firm's financial position, and the decision to purchase is ultimately based on the strength of the aggregate signal.

- Cách tính điểm:

+ Profitability:

Positive net income (1 point)

Positive return on assets (ROA) in the current year (1 point)

Positive operating cash flow in the current year (1 point)

Cash flow from operations being greater than net Income (quality of earnings) (1 point)

+ Leverage, Liquidity, and Funding

Lower amount of long-term debt in the current period, compared to the previous year (decreased leverage) (1 point)

Higher current ratio this year compared to the previous year (more liquidity) (1 point)

No new shares were issued in the last year (lack of dilution) (1 point).

+ Operating Efficiency

A higher gross margin compared to the previous year (1 point)

A higher asset turnover ratio compared to the previous year (1 point)

III. Z-score

- The Z-score model was introduced as a way of predicting the probability that a company would collapse in the next two years. When creating the Z-score model, Altman used a weighting system alongside other ratios that predicted the chances of a company going bankrupt. In total, Altman created three different Z-scores for different types of businesses: public manufacturing companies with assets in excess of \$1 million; private manufacturing companies and non-publicly traded companies.

- Z-score bankruptcy model:

$$Z = 1.2X_1 + 1.4X_2 + 3.3X_3 + 0.6X_4 + 1X_5$$

X_1 = working capital / total assets

X_2 = retained earnings / total assets

X_3 = earnings before interest and taxes / total assets

X_4 = market value of equity / total liabilities

X_5 = sales / total assets

- Zones of discrimination:

$$Z > 2.99 - \text{"safe" zone}$$

$$1.81 < Z < 2.99 - \text{"grey" zone}$$

$$Z < 1.81 - \text{"distress" zone}$$

IV. M-score

- Beneish's M-Score is a mathematical model that uses eight financial ratios weighted by coefficients to identify whether a company has manipulated its profits. It was created by Professor Messod Beneish who published a paper in June 1999 called The Detection of Earnings Manipulation. Beneish surmises that companies are incentivised to manipulate profits if they have high sales growth, deteriorating gross margins, rising operating expenses and rising leverage. They are likely to manipulate profits by accelerating sales recognition, increasing cost deferrals, raising accruals and reducing depreciation.

$$\text{Beneish M-Score} = -4.84 + 0.92 \cdot \text{DSRI} + 0.528 \cdot \text{GMI} + 0.404 \cdot \text{AQI} + 0.892 \cdot \text{SGI} + 0.115 \cdot \text{DEPI} - 0.172 \cdot \text{SGAI} + 4.679 \cdot \text{TATA} - 0.327 \cdot \text{LVGI}$$

DSRI: Days' sales in a receivable index = (DSRI) $\text{DSRI} = (\text{Net Receivables}_t / \text{Sales}_t) / (\text{Net Receivables}_{t-1} / \text{Sales}_{t-1})$

GMI: Gross margin index $= [(\text{Sales}_{t-1} - \text{COGS}_{t-1}) / \text{Sales}_{t-1}] / [(\text{Sales}_t - \text{COGS}_t) / \text{Sales}_t]$

AQI: Asset quality index = $[1 - (\text{Current Assets}_t + \text{PP\&E}_t + \text{Securities}_t) / \text{Total Assets}_t] / [1 - ((\text{Current Assets}_{t-1} + \text{PP\&E}_{t-1} + \text{Securities}_{t-1}) / \text{Total Assets}_{t-1})]$

SGI: Sales growth index = $\text{SGI} = \text{Sales}_t / \text{Sales}_{t-1}$

DEPI: Depreciation index = $(\text{Depreciation}_{t-1} / (\text{PP\&E}_{t-1} + \text{Depreciation}_{t-1})) / (\text{Depreciation}_t / (\text{PP\&E}_t + \text{Depreciation}_t))$

SGAI: Sales and general and administrative expenses index = $(\text{SG\&A Expense}_t / \text{Sales}_t) / (\text{SG\&A Expense}_{t-1} / \text{Sales}_{t-1})$

LVGI: Leverage index = $[(\text{Current Liabilities}_t + \text{Total Long Term Debt}_t) / \text{Total Assets}_t] / [(\text{Current Liabilities}_{t-1} + \text{Total Long Term Debt}_{t-1}) / \text{Total Assets}_{t-1}]$

TATA: Total accruals to total assets = $(\text{Income from Continuing Operations}_t - \text{Cash Flows from Operations}_t) / \text{Total Assets}_t$

- The threshold value is -1.78 for the model whose coefficients are reported above. (see Beneish 1999, Beneish, Lee, and Nichols 2013, and Beneish and Vorst 2020).
- If M-score is less than -1.78, the company is unlikely to be a manipulator.
- If M-score is greater than -1.780, the company is likely to be a manipulator.

V. **DCC - GARCH Model**

[Multivariate DCC-GARCH Model](#) (trang 15)

VI. **CAPM**

$$R_i = R_f + \beta_i(R_m - R_f)$$

R_i = Expected return on the asset

R_f = Risk-free rate of return (usually the yield on government bonds)

β = Beta of the asset (measure of its volatility compared to the market)

R_m = Expected return on the market portfolio

Risk premium = $R_m - R_f$

- The Capital Asset Pricing Model (CAPM) describes the relationship between the expected return and risk of investing in a security. It is used for calculating the expected returns of an asset. It is based on the idea of systematic risk (otherwise known as non-diversifiable risk) that investors need to be compensated for in the form of a risk premium.

<https://corporatefinanceinstitute.com/resources/valuation/what-is-capm-formula/#:~:text=The%20Capital%20Asset%20Pricing%20Model,the%20beta%20of%20that%20security.>

VII. **GBM**

[Geometric Brownian Motion for Asset Prices | QuestDB](#)

- Geometric Brownian Motion (GBM) is a continuous-time stochastic process used to model asset price movements in financial markets. It assumes that asset returns are normally distributed and that price changes are log-normally distributed, making it a fundamental building block in quantitative finance and derivatives pricing.
- Geometric Brownian Motion is defined by the following stochastic differential equation:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

S_t is the asset price at time t

μ is the drift (expected return)

σ is the volatility

dW_t is a Wiener process (standard Brownian motion)

The solution to this equation gives the asset price at any future time:

$$S_t = S_0 \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t\right)$$

• Lý do

Thị trường chứng khoán Việt Nam ngày càng phát triển mạnh và giữ vai trò quan trọng trong huy động vốn cho nền kinh tế, đóng vai trò trọng yếu song song với hệ thống tín dụng ngân hàng. Sự biến động khó lường của thị trường – đặc biệt sau các cú sốc kinh tế – cùng những thay đổi về chính sách trong nước khiến việc ra quyết định đầu tư hiệu quả trở thành thách thức, nhất là đối với nhà đầu tư vừa và nhỏ, vốn chiếm tỷ trọng lớn nhưng hạn chế về quy mô vốn, kinh nghiệm và khả năng chịu rủi ro. Do đó, nhu cầu đa dạng hóa rủi ro và tối đa hóa lợi nhuận kỳ vọng thông qua danh mục đầu tư tối ưu trở nên cấp thiết.

Dữ liệu từ Ủy ban Chứng khoán Nhà nước (UBCKNN) cho thấy thị trường giai đoạn 2022–2025 biến động mạnh, phản ánh tính chu kỳ của thị trường Việt Nam. Năm 2022 chứng kiến đợt điều chỉnh sâu: vốn hóa giảm từ 9,139 triệu tỷ đồng (đầu năm) xuống 7,010 triệu tỷ đồng (cuối năm), tương đương giảm 23,8% do tác động của kinh tế vĩ mô và tâm lý thận trọng. Từ năm 2023, thị trường phục hồi mạnh, vốn hóa tăng lên 9,392 triệu tỷ đồng (cuối 2024) và đạt 11,597 triệu tỷ đồng vào tháng 9/2025, tương đương 100,74% GDP, tăng 23,48% so với cùng kỳ năm trước. Biến động từ tăng trưởng bùng nổ – điều chỉnh sâu – phục hồi mạnh mẽ cho thấy giai đoạn hậu COVID-19 là bối cảnh lý tưởng để nghiên cứu danh mục đầu tư, đánh giá sự thích ứng của nhà đầu tư, hiệu quả chiến lược phân bổ tài sản và khả năng đa dạng hóa rủi ro.

Cùng với quy mô vốn hóa tăng, số lượng doanh nghiệp và sản phẩm niêm yết cũng gia tăng, tạo cơ hội đầu tư đa dạng nhưng làm tăng độ phức tạp và rủi ro thông tin. Tổng số doanh nghiệp và sản phẩm niêm yết trên HOSE, HNX và UPCoM tăng từ 2.191 (tháng 1/2022) lên 2.354 (tháng 9/2025), tương đương tăng 7,4%. Các sản phẩm như trái phiếu, chứng chỉ quỹ và chứng quyền có bảo đảm cũng tăng ổn định, phản ánh xu hướng đa dạng hóa sản phẩm và phát triển chiều sâu của thị trường. Việc gia tăng số lượng doanh nghiệp niêm yết mở rộng lựa chọn cho nhà đầu tư nhưng đồng thời yêu cầu cao hơn về khả năng phân tích, sàng lọc thông tin.

Hành vi và cấu trúc nhà đầu tư cũng thay đổi đáng kể. Nhiều nghiên cứu cho thấy phần lớn nhà đầu tư cá nhân vẫn dựa vào cảm tính, tin tức ngắn hạn hoặc khuyến nghị môi giới thay vì mô hình định lượng, khiến hiệu quả đầu tư thiếu bền vững. Số lượng tài khoản cá nhân tăng từ 6,8 triệu (cuối 2022) lên gần 11 triệu (tháng 9/2025), chiếm hơn 98% tổng số tài khoản giao dịch. Điều này phản ánh xu hướng “dân chủ hóa tài chính”, nhưng cũng làm thị trường dễ bị tác động bởi hành vi của nhà đầu tư nhỏ lẻ, khác với các thị trường phát triển nơi các tổ chức chi phối phần lớn giao dịch.

Trong bối cảnh quốc tế, tối ưu hóa danh mục đầu tư đã được nghiên cứu và ứng dụng rộng rãi dựa trên các mô hình như Markowitz (1952), CAPM, hay Black–Litterman. Tại Việt Nam, nhu cầu đầu tư tăng nhanh nhưng nghiên cứu về xây dựng danh mục tối ưu cho nhà đầu tư vừa và nhỏ vẫn hạn chế, đặc biệt về các mô hình khả thi và phù hợp với đặc thù thị trường mới nổi.

Do đó, nghiên cứu “Lựa chọn danh mục đầu tư tối ưu từ các chứng khoán niêm yết phù hợp cho nhà đầu tư vừa và nhỏ” có ý nghĩa cả về lý luận và thực tiễn: về lý luận, góp phần hệ thống hóa và ứng dụng mô hình toán học – tài chính trong tối ưu hóa danh mục; về thực tiễn, cung cấp phương

pháp xây dựng danh mục khả thi, giúp nâng cao hiệu quả đầu tư, quản trị rủi ro và góp phần phát triển bền vững thị trường chứng khoán Việt Nam.